



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

“ANÁLISIS DE SISTEMAS DE CONTROL MEDIANTE EL MÉTODO BLT”

TESIS COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS (INGENIERÍA QUÍMICA)

PRESENTA:

ABIGAIL MARIN LÓPEZ

DIRECTOR:

DR. IRVING ISRAEL RUIZ LÓPEZ

CODIRECTOR:

DR. JESÚS CARRILLO AHUMADA

H. Puebla de Z., Agosto de 2021

BUAP

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACYT), por la beca otorgada para la realización de este proyecto de tesis. Número de CVU 998394.

Agradezco profundamente a los miembros del jurado, Dr. Irving Israel Ruiz López, Dr. Jesús Carrillo Ahumada, Dr. Héctor Ruiz Espinosa y al Dr. Carlos Enrique Ochoa Velasco, por su paciencia, comentarios y sugerencias hechas para la realización de este trabajo de tesis.

Resumen

Marin López, Abigail. Maestría en Ingeniería Química. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Agosto 2021. Análisis de sistemas de control mediante el método BLT. Director: Dr. Irving Israel Ruiz López. Codirector: Dr. Jesús Carrillo Ahumada.

La importancia del control multivariable ha aumentado en los últimos años; el presente trabajo muestra una modificación a la metodología propuesta por Luyben en 1986 (BLT, por sus siglas en inglés; *biggest log modulus tuning*) para la sintonización de controladores multivariables. La propuesta consistió en desarrollar un método de sintonización para controladores multivariables que fuese fácil de usar e implementar en la industria. Se comenzó con la identificación de los parámetros proporcionales por un método iterativo y posteriormente se añadió la acción integral. El proceso para la sintonización se llevó a cabo explorando los rangos de los índices relacionados con la minimización del error y la señal de control. El procedimiento se generalizó para controladores multivariables ya existentes (sistemas 2×2 y 3×3); los cuales fueron las columnas de destilación Wood & Berry, Wardle & Wood, el reactor de polimerización ISP y la columna de Ogunnaike & Ray. Se observó que el método propuesto permite obtener controladores *PI* multivariables con un desempeño comparable a otros reportados en la literatura.

Abstract

Marin López, Abigail. Master in Chemical Engineering. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. August 2021. Analysis of control systems using the BLT method. Director: Dr. Irving Israel Ruiz López. Codirector: Dr. Jesús Carrillo Ahumada.

The importance of multivariable control has increased in recent years; this paper shows a modification of the methodology proposed by Luyben in 1986 (BLT, *biggest log modulus tuning*) for tuning multivariable controllers. The proposal was to develop a tuning method for multivariable controllers that was easy to use and implement in industry. It started with the identification of the proportional parameters by an iterative method and then the integral action is added. The process for tuning was carried out by exploring the ranges of indexes related to error minimization and control signal. The procedure was generalized for existing multivariable controllers (2×2 and 3×3 systems); which were the Wood & Berry, Wardle & Wood distillation columns, the ISP polymerization reactor and the Ogunnaike & Ray column. It was observed that the proposed method allows obtaining multivariable *PI* controllers with performance comparable to others reported in the literature.

Índice

Resumen	I
Abstract	II
Índice de tablas	VIII
Índice de figuras	XI
Nomenclatura	XIV
Introducción	1
1 Antecedentes	3
1.1 Fundamentos de los sistemas de control	3
1.2 Elementos de un sistema de control	3
1.3 Sistemas de lazo cerrado y lazo abierto	4
1.4 Sistemas univariado y multivariado	5
1.5 Tipos de controladores	6
1.5.1 Control proporcional	6
1.5.2 Control proporcional integral	7
1.5.3 Control proporcional integral derivativo	7
1.6 Representación matemática del sistema de control	9
1.6.1 Función de transferencia	9
1.6.2 Espacio de estados	11
1.7 Diagrama de Bode	13
1.8 Parámetros de un sistema de control	14
1.8.1 Estabilidad	15
1.8.2 Robustez	16

1.8.3	Desempeño	16
1.9	Índices integrales de desempeño	17
1.10	Índice de robustez	21
1.11	Métodos de sintonización para procesos <i>SISO</i>	21
1.11.1	Método de sintonización Ziegler y Nichols	22
1.11.1.1	Método basado en la respuesta escalón	22
1.11.1.2	Método basado en la respuesta en frecuencia	23
1.11.2	Método de estabilidad de Nyquist	24
1.12	Método de sintonización BLT para procesos <i>MIMO</i>	25
2	Objetivos e Hipótesis	29
2.1	Objetivo general	29
2.2	Objetivos específicos	29
2.3	Hipótesis	29
3	Metodología	30
3.1	Representación espacio de estados para los casos de estudio	31
3.1.1	Columna de destilación de Wood & Berry	32
3.1.2	Columna de destilación de Wardle & Wood	33
3.1.3	Reactor de polimerización	33
3.1.4	Columna de destilación de Ogunnaike & Ray	34
3.2	Caracterización de los controladores <i>MIMO</i>	35
3.2.1	Cambios de referencia explorados	35
3.3	Evaluación del efecto del factor de desintonización (F)	36
3.4	Propuesta para la modificación al método BLT	36
3.5	Herramientas de cómputo	38
4	Resultados y discusión	39
4.1	Ganancias <i>PI</i> para los casos de estudio	39
4.2	Cálculo de la ganancia y frecuencia crítica	42
4.3	Cálculo del máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para los casos de estudio	43
4.4	Exploración del máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias	48
4.5	Caracterización de controladores <i>PI</i> diagonales por el método BLT	52

4.6	Exploración del factor de desintonización (F)	54
4.7	Índices de desempeño y robustez	55
4.8	Propuesta para la modificación al método BLT	66
5	Conclusiones	74
6	Apéndice	75
6.1	Índices integrales de desempeño para la columna de destilación Wood & Berry	75
6.2	Índices integrales de desempeño para la columna de destilación de Wardle & Wood	79
6.3	Índices integrales de desempeño para el reactor polimerización	82
6.4	Índices integrales para la columna de Vinante & Luyben	84
6.5	Índices integrales para la columna de destilación Tyreus Stabilizer	86
6.6	Índices integrales para la columna de destilación Ogunnaike & Ray	87
6.7	Índices integrales de desempeño sistemas 4×4	100
	Bibliografía	104

Índice de tablas

1.1	Efecto de las ganancias en el desempeño de un sistema de control.	8
1.2	Solución analítica de los índices de desempeño cuadrático del error y de control.	19
1.3	Parámetros de Ziegler y Nichols basado en respuesta escalón.	23
1.4	Parámetros de Ziegler y Nichols basado en la respuesta en frecuencia. . . .	23
3.1	Casos de estudio.	30
3.2	Funciones de transferencia para sistemas de 2 entradas y 2 salidas.	31
3.3	Funciones de transferencia para sistemas de 3 entradas y 3 salidas.	31
3.4	Funciones de transferencia para sistemas de 4 entradas y 4 salidas.	32
3.5	Cambios de referencia explorados para los sistemas.	36
4.1	Ganancias de controladores <i>PI</i> multivariable para la columna Wardle & Wood. . .	39
4.2	Ganancias de controladores <i>PI</i> multivariable para la columna Wood & Berry. . .	40
4.3	Ganancias de controladores <i>PI</i> multivariable para el reactor de polimerización. . .	41
4.4	Ganancias de controladores <i>PI</i> multivariable para la columna Ogunnaike & Ray.	41
4.5	Ganancias y frecuencias críticas para los casos de estudio.	42
4.6	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_c, \text{máx}$) para los controladores de la literatura para la columna de destilación de Wardle & Wood. . . .	45
4.7	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_c, \text{máx}$) para los controladores de la literatura para la columna de destilación Wood & Berry.	46
4.8	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_c, \text{máx}$) para los controladores de la literatura para el reactor de polimerización.	47
4.9	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_c, \text{máx}$) para los controladores de la literatura para la columna Ogunnaike & Ray.	47
4.10	Factor de desintonización <i>F</i> para los casos de estudio.	55

4.11	Síntesis de índices de desempeño y robustez para la columna de destilación de Wood & Berry.	56
4.12	Síntesis de índices de desempeño y robustez para la columna de destilación de Wardle & Wood.	59
4.13	Síntesis de índices de desempeño y robustez para el reactor de polimerización.	61
4.14	Síntesis de índices de desempeño y robustez para para la columna de destilación de Ogunnaike & Ray.	64
4.15	Ganancias para el control <i>PI</i> para el método BLT y la propuesta seleccionada.	67
4.16	Comparación de los índices de desempeño obtenidos para el método BLT y la propuesta seleccionada.	68
4.17	Porcentaje de mejora de los índices de desempeño.	69
6.1	Índices integrales de desempeño para controladores <i>PI</i> para la columna de destilación de Wood & Berry.	75
6.2	Índices integrales de desempeño para controladores <i>PI</i> para la columna de destilación de Wood & Berry.	76
6.3	Índices integrales de desempeño para controladores <i>PI</i> para la columna de destilación de Wardle & Wood.	80
6.4	Índices integrales de desempeño para controladores <i>PI</i> para el reactor de polimerización.	82
6.5	Índices integrales de desempeño para controladores <i>PI</i> para la columna de Vinante & Luyben.	84
6.6	Índices integrales de desempeño para controladores <i>PI</i> para la columna de Tyreus Stabilizer.	86
6.7	Límites finitos de la señal de control para la columna de destilación de Ogunnaike & Ray.	87
6.8	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control BLT.	88
6.9	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control SHEN.	89
6.10	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control HALEVI.	90
6.11	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control CHIEN.	91

6.12	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control DLT	92
6.13	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control JUNG.	93
6.14	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control MST.	94
6.15	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control SAT.	95
6.16	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control LEE.	96
6.17	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control VU.	97
6.18	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control LEE1.	98
6.19	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para la propuesta.	99
6.20	Límites finitos de la señal de control para el sistema de Alatiqi caso 1.	100
6.21	Límites finitos de la señal de control para el sistema de Alatiqi caso 2.	100
6.22	Límites finitos de la señal de control para el sistema de Doukas & Luyben.	100
6.23	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para la columna de destilación de Alatiqi (caso 1).	101
6.24	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para la columna de destilación de Alatiqi (caso 2).	102
6.25	Índices integrales de desempeño para los controladores <i>PI</i> multivariable para la columna de destilación de Doukas & Luyben.	103

Índice de figuras

1.1	Representación en bloques de un sistema de control de lazo cerrado.	4
1.2	Sistemas de control.	5
1.3	Sistema de control tipo <i>SISO</i> y <i>MIMO</i>	6
1.4	Diagrama de bloques de la función de transferencia.	10
1.5	Mapa de polos-ceros de una función de transferencia en el plano complejo.	10
1.6	Diagrama de bloques para la representación espacio de estados.	12
1.7	Estabilidad de un sistema de control.	15
1.8	Comportamiento de la señal del error y del esfuerzo de control.	20
1.9	Parámetros de Ziegler-Nichols.	22
1.10	Sistema de control en lazo cerrado.	24
4.1	Diagrama de Bode en lazo abierto para la columna de destilación de Wood & Berry.	43
4.2	Diagrama de Bode en lazo cerrado para la columna de destilación de Wood & Berry mostrando el módulo logarítmico en lazo cerrado con las ganancias BLT del control <i>PI</i>	44
4.3	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control <i>P</i> para la columna de destilación de Wood & Berry.	48
4.4	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control <i>PI</i> para la columna de destilación de Wood & Berry.	49
4.5	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control <i>P</i> para la columna de destilación de Wardle & Wood.	49

4.6	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control PI para la columna de destilación de Wardle & Wood.	50
4.7	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control P para el reactor de polimerización.	51
4.8	Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control PI para el reactor de polimerización.	51
4.9	Distribución de los índices cuadráticos de desempeño en función de las ganancias PI para la columna de destilación de Wood & Berry.	52
4.10	Distribución del índice de robustez y módulo logarítmico en función de las ganancias PI para la columna de destilación de Wood & Berry.	53
4.11	Distribución de la relación del factor de desintonización para cada lazo de control (F_1/F_2) en función de las ganancias PI para la columna de destilación de Wood & Berry.	53
4.12	Exploración del factor de desintonización (F) para el sistema Wood & Berry.	54
4.13	Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación Wood & Berry.	57
4.14	Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Wood & Berry.	58
4.15	Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Wardle & Wood.	60
4.16	Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Wardle & Wood.	61
4.17	Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para el reactor de polimerización.	62
4.18	Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para el reactor de polimerización.	63
4.19	Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Ogunnaike & Ray.	65
4.20	Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para el sistema Ogunnaike & Ray.	66
4.21	Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control de la columna de destilación de Wood & Berry ante un cambio de referencia escalón unitario.	70

4.22	Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control de la columna de destilación de Wardle & Wood ante un cambio de referencia escalón unitario.	71
4.23	Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control para el reactor de polimerización ante un cambio de referencia escalón unitario. . .	72
4.24	Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control de la columna de destilación de Ogunnaike & Ray ante un cambio de referencia escalón unitario.	73

Nomenclatura

α	Ángulo de fase
i	Número de entradas
j	Número de salidas
n	Número de variables de estado
∞	Estado estacionario final
λ	Valores propios en lazo cerrado
\mathbb{A}	Matriz de estado en lazo cerrado
\mathbb{P}	Solución a la ecuación de Riccati
\mathbb{Q}	Matriz de ponderación de salida en lazo cerrado
\mathbb{R}	Matriz de ponderación de control en lazo cerrado
\mathbb{Z}	Conjunto de números enteros
ω_C	Frecuencia crítica
Φ_{max}	Índice de robustez
τ	Constante de tiempo
τ_D	Tiempo derivativo
τ_I	Tiempo integral
\mathbf{A}	Matriz de estados
\mathbf{B}	Matriz de entradas

C	Matriz de salidas
D	Matriz de ceros
E	Vector de la señal del error
H	Matriz de retroalimentación
I	Matriz identidad
K	Matriz de ganancias estáticas
R	Matriz de referencias
U	Vector de entradas
X	Vector de estados
Y	Vector de salidas
<i>D</i>	Retardo de tiempo de ZN
<i>e</i>	Error
<i>F</i>	Factor de desintonización de BLT
<i>F_{P5}</i>	Factor de desintonización de la propuesta
<i>G</i>	Función de transferencia del proceso
<i>h</i>	Señal medida
<i>I_{BLT}</i>	Índice del método BLT
<i>ICA</i>	Índice del control absoluto
<i>ICC</i>	Índice del cuadrado de la señal de control
<i>ICE</i>	Índice del cuadrado del error
<i>IEA</i>	Índice del error absoluto

k	Variante temporal discreta
K_C	Ganancia crítica
K_D	Ganancia derivativa
K_I	Ganancia integral
K_P	Ganancia proporcional
K_{ZN}	Ganancia de ZN
$L_{c,max}$	Máximo módulo logarítmico multivariado BLT
N	Orden del sistema
P	Control proporcional
P_C	Periodo crítico
PI	Control proporcional integral
PID	Control proporcional integral derivativo
r	Señal de referencia
t	Variante temporal tiempo
u	Señal de control
y	Señal de salida
$y(s)$	Transformada de Laplace de la señal de salida

Introducción

En la antigüedad la mayoría de los procesos eran controlados de forma manual con controladores todo-nada, haciendo de esto una tarea tediosa; es por ello que surgen los controles automáticos, los cuales tienen una intervención cada vez más importante en la vida cotidiana. En los últimos años se ha trabajado en el diseño de nuevos sistemas de control, implementando controladores automáticos capaces de asegurar las diferentes variables de un proceso, garantizando una mejora de los procesos; permitiendo optimizar tareas pesadas o peligrosas, disminuir costos de producción, así como en mano de obra y mejorar la seguridad de los procesos en la industria (Ogata, 1998; Pérez et al., 2009). El control de procesos se ha convertido en una parte fundamental de los procesos industriales modernos. Estos se utilizan en operaciones de control de presión, temperatura, nivel, humedad y caudal en las industrias de procesos, entre otras (Creus, 2011; Rodríguez-Molina et al., 2020).

Tradicionalmente, los problemas de control de procesos se han estudiado mediante lazos de control; que en su forma básica son un conjunto de elementos manipulados por un sistema para obtener una condición deseada (Åström & Hägglund, 1995). Estos pueden ser clasificados de acuerdo con el número de variables involucradas; son monovariantes o bien sistemas *SISO* (por sus siglas en inglés, *single input-single output*), donde existe una variable de salida y una de entrada. Sin embargo, en la mayoría de los procesos industriales se requiere sistemas de control multivariable, es decir, sistemas *MIMO* (por sus siglas en inglés, *multiple input-multiple output*), donde existen múltiples variables de entrada y salida (Åström & Hägglund, 1995; Ogata, 2010). En estos sistemas, la interacción que se presenta entre sus variables es de gran importancia, ya que una variable de entrada puede afectar a una o varias variables de salida, lo cual dificulta el diseño del sistema de control.

A pesar del arduo esfuerzo en el diseño de sistemas de control multivariables, muy pocos controladores de este tipo se usan en la industria. Algunas de las razones de la falta de aplicación comercial son: la complejidad, esfuerzo computacional, falta de solidez e integridad y la no aceptación del operador debido a la experiencia. Como resultado, la mayoría de los procesos multivariables aún son controlados por controladores simples *SISO*, donde los

ajustes tradicionales aplicados resultan deficientes (Reynoso-Meza & Sánchez, 2018).

Luyben propuso un método simple para sintonizar controladores *SISO* en sistemas multi-variables, conocido como sintonización BLT (por sus siglas en inglés, *biggest log modulus tuning*) (Luyben, 1986). Este utiliza los modelos del proceso y el rendimiento deseado para calcular la estructura de un control multivariable. El método BLT es fácilmente comprensible por los ingenieros de control y conduce a configuraciones favorables comparado con los métodos exhaustivos. Este método es un método de referencia que proporciona un punto de partida para una mayor afinación.

En consecuencia, el desarrollo de nuevas estrategias de sintonización de controladores para procesos *MIMO* sigue siendo un tema de gran interés a través de los años. En el presente documento se desarrolla una modificación al método BLT para sistemas de destilación.

1. Antecedentes

En este capítulo se presentan los recursos necesarios para el desarrollo del proyecto. En primer lugar, se lleva a cabo un breve preámbulo sobre la teoría de control desde un enfoque clásico y moderno, profundizando en los sistemas multivariables de destilación seleccionados. Posteriormente, se describen los métodos de ajuste de sistemas de control del tipo *PI*. Finalmente, se introduce el método de ajuste BLT y se expone la modificación al mismo, a fin de obtener un nuevo método de referencia que sea fácil de utilizar e implementar.

1.1. Fundamentos de los sistemas de control

La teoría de control se conforma por un campo multidisciplinario que estudia el comportamiento dinámico de sistemas. Actualmente, el campo se dirige sobre dos enfoques; el primero sobre la teoría clásica, en la cual se trabaja con sistemas lineales e invariantes en el tiempo de única entrada y salida, mientras que la teoría de control moderna estudia los sistemas lineales y no lineales variantes o invariantes en el tiempo y de múltiples entradas y salidas (Creus, 2011; Nise, 2020; Ogata, 1998). Además, la teoría clásica supone un buen funcionamiento para el problema del servo control, que se refiere a dar seguimiento del punto de ajuste, es decir, a la referencia deseada y para los problemas del regulador, dirigido al rechazo de perturbaciones. Obtener estos ajustes es una tarea difícil por lo que se debe estudiar a detalle su sintonización, a fin de obtener la estabilidad de un sistema de control.

1.2. Elementos de un sistema de control

Un sistema de control es un conjunto de componentes interconectados de manera que puedan ser manipulados por un único sistema para obtener una condición deseada (Ogata, 2010). Generalmente es representado por un diagrama de bloques, donde las variables del sistema se enlazan entre sí mediante flechas; las flechas hacia adentro del bloque indican la

entrada y las que se alejan del bloque representa la salida (Nise, 2020; Oka & Suzuki, 2013).

En la Figura 1.1 se visualiza un sistema de control en su representación en forma de bloques, donde la entrada indica el valor de referencia, también llamado setpoint, el cual se desea alcanzar a la salida del sistema, el controlador manipula la entrada al proceso para obtener la salida deseada. El proceso (también denominado planta); es el objeto físico por controlar, el cual es inalterable, por lo que se debe llegar a la respuesta deseada (salida) a través de la manipulación del elemento de control (Coughanowr et al., 1965).

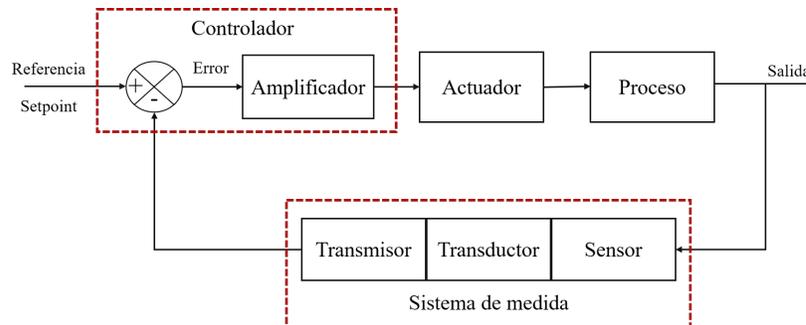


Figura 1.1. Representación en bloques de un sistema de control de lazo cerrado.

Los elementos que conforman el sistema de medida comienzan su funcionamiento con la acción del elemento primario (sensor) que mide el valor de una variable del proceso y toma una salida proporcional a la medida, posteriormente el transductor transforma la magnitud medida por el elemento primario a una señal eléctrica y finalmente el transmisor convierte la señal para su procesamiento.

1.3. Sistemas de lazo cerrado y lazo abierto

Los sistemas de control se clasifican de diferentes formas; las dos principales son de lazo abierto y de lazo cerrado. En los sistemas de lazo abierto, la salida depende únicamente de la entrada al sistema; en éstos no se realiza ninguna acción de corrección ante la presencia de perturbaciones, sólo se utiliza cuando es conocida la relación de entrada y salida, en ausencia de perturbaciones internas o externas (Nise, 2020; Ogata, 2010).

Por otro lado, los sistemas de lazo cerrado comparan la variable medida (salida del sistema) y la variable deseada (referencia) realizando correcciones para que los valores coincidan, es decir, la salida depende de las correcciones realizadas por la realimentación (Coughanowr et al., 1965). En la Figura 1.2 se representan las dos configuraciones descritas.

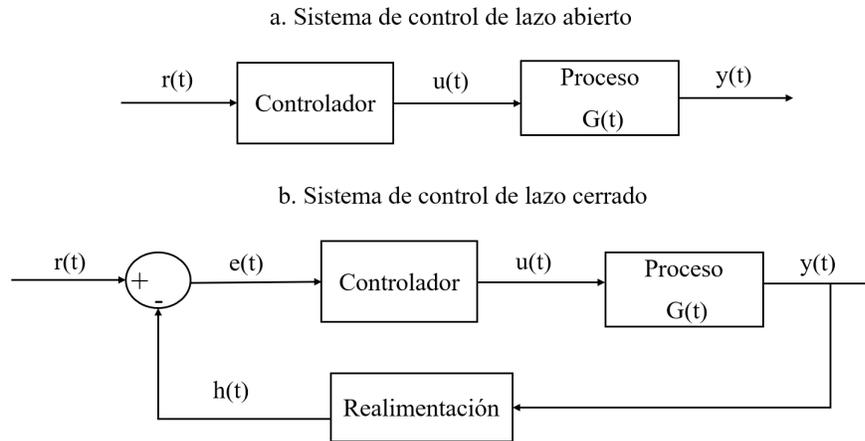


Figura 1.2. Sistemas de control.

La señal $r(t)$ se denomina referencia e indica el estado que se desea conseguir en la salida del sistema, $y(t)$. Notemos que en la Figura 1.2 la entrada al controlador es la señal de error $e(t)$. Esta señal indica al controlador la diferencia que existe entre el estado que se quiere conseguir llamado referencia $r(t)$ y el estado real del sistema medido debido a la realimentación, la señal $h(t)$. Matemáticamente la señal del error se representa de la siguiente forma:

$$e(t) = r(t) - h(t) \quad (1.1)$$

Si la señal del error es grande, el estado del sistema se encuentra lejos del estado deseado, esto implica un mal controlador. Por el contrario, si el error es pequeño significa que el sistema ha alcanzado el estado deseado, por lo tanto, es un buen sistema de control.

1.4. Sistemas univariado y multivariado

Los sistemas de control también se clasifican de acuerdo al número de entradas y salidas, estas representan las variables involucradas en el proceso. Las entradas representan las variables que se pueden manipular, mientras que las salidas son las variables a controlar, cada variable de entrada modifica las salidas del sistema. Un sistema puede tener una o múltiples variables de entrada o salida y pueden existir diferentes combinaciones.

Los sistemas mayormente utilizados son los denominados *SISO* y *MIMO*, los primeros representados por un bloque donde existe una única entrada y una salida. El sistema de

control *MIMO* es multivariable en entradas como en salidas, estos sistemas son de gran interés, debido a la dificultad de sintonización (Monica et al., 1988; Shubham & P, 2020).

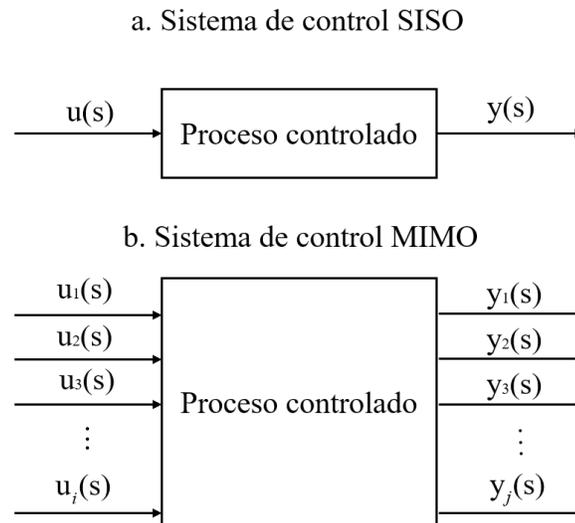


Figura 1.3. Sistema de control tipo *SISO* y *MIMO*.

1.5. Tipos de controladores

El controlador constituye el elemento más importante del sistema de control, ya que determina su comportamiento y condiciona la acción de los actuadores en función de la señal de error obtenida, $e(s)$. Los controles más comunes son los controladores tipo: proporcional (P), proporcional integral (PI), y el proporcional integral derivativo (PID), todos éstos basados en las tres acciones de control; la integral, proporcional y derivativa.

1.5.1. Control proporcional

El control proporcional es el más sencillo de los controladores y consiste en amplificar la señal de error en forma proporcional antes de aplicarla al proceso. Su característica fundamental es mostrar la señal de la salida como el resultado del producto entre la señal de error $e(t)$ y la ganancia proporcional K_P , de la forma:

$$u(t) = K_P e(t) \quad (1.2)$$

Para poner en marcha el controlador proporcional se debe fijar:

1. El valor del setpoint.
2. La banda proporcional.

La banda proporcional (*BP*) es una magnitud programada en el controlador como porcentaje de aproximación al setpoint; se define como el cambio que debe sufrir la salida del proceso (variable medida) para que la salida del bloque proporcional pase de su valor mínimo igual a cero a su valor máximo que corresponde al cien por ciento (Åström & Hägglund, 1984).

$$BP = \frac{100}{K_P} \quad (1.3)$$

1.5.2. Control proporcional integral

El control proporcional integral combina la acción proporcional e integral, corrige tomando en cuenta la magnitud del error y el tiempo que ha permanecido; primero actúa el regulador proporcional mientras que el integral lo hace durante un intervalo de tiempo (τ_I = tiempo integral). El control *PI* utiliza la herramienta integral para contabilizar todos los errores en el tiempo, de tal forma que suma todos los errores de tiempos menores a t_i y el resultado será la acción de control que se aplicará en ese instante.

La señal de la salida de un control *PI* se obtienen de la siguiente de la forma:

$$u(t) = K_C \left[e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^{t_i} e(t) dt \right] \quad (1.4)$$

La parte integral se encarga de sumar los errores en intervalos de tiempo y aplicando la acción de control obtenida hasta que la señal del error sea lo más próxima a cero y la señal del control permanezca constante.

El tiempo integral regula la velocidad de acción de control, mientras que una modificación en K_C afecta tanto a la parte integral como a la parte proporcional de la acción de control. Una desventaja de este sistema es que la respuesta inicial es muy lenta; sin embargo, es el más utilizado en la actualidad por su simplicidad (Ogata, 1998).

1.5.3. Control proporcional integral derivativo

Un control *PID* es un control realimentado que permite regular el tiempo y modo de respuesta de un proceso. Este control incluye las tres acciones de control; la proporcional, la

integral y derivativa, de manera que si la señal de error varía lentamente en el tiempo, predomina la acción proporcional e integral; mientras que si la señal de error varía rápidamente, predomina la acción derivativa. Además, tiene la ventaja de ofrecer una respuesta rápida y una compensación de la señal de error inmediata en el caso de perturbaciones (Coughanowr et al., 1965). Sin embargo, presenta el inconveniente de que este sistema es muy propenso a oscilar y los ajustes de los parámetros son mucho más difíciles de realizar.

La señal de la salida de un control *PID* se obtienen de la siguiente de la forma:

$$u(t) = K_C \left[e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^{t_i} e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.5)$$

donde $K_P = K_C$ es la ganancia proporcional, $K_I = K_C/\tau_I$ representa la ganancia integral y $K_D = K_C\tau_D$ es la ganancia derivativa, cada una de estas cumple una función determinada para obtener una respuesta global aceptable.

Los efectos individuales de los tres parámetros en un sistema de lazo cerrado de plantas estables se presentan en la Tabla 1.1 (Åström & Hägglund, 1984).

Tabla 1.1. Efecto de las ganancias en el desempeño de un sistema de control.

Incremento	Tiempo de estabilidad	Error	Estabilidad
K_p	Incremento	Decremento	Decremento
K_I o τ_I	Incremento	Decremento	Decremento
K_D o τ_D	Decremento	Cambio mínimo	Incremento

En la actualidad más del 90% de los controladores utilizados en procesos industriales son del tipo *PI* y *PID*; estos son escogidos en aplicaciones prácticas sobre los demás debido a que presentan un buen funcionamiento. Los tipo *PI* son utilizados con mayor frecuencia, esto debido a que poseen una estructura simple de fácil y amplio rango de aplicación (Abdul-Kadhar et al., 2015; Ablay, 2015; Sato et al., 2019).

1.6. Representación matemática del sistema de control

La base fundamental para el diseño de un sistema de control es la obtención del modelo matemático de la planta, en el cual se considera que incluirá un error debido al proceso de modelado.

En la teoría de control es indispensable el uso de las herramientas matemáticas para poder dar una interpretación al comportamiento dinámico de los distintos sistemas. Un modelo matemático se basa en un conjunto de ecuaciones que describe el comportamiento de los elementos que conforman la dinámica de un sistema. En general, todos los controladores se basan en un modelo que describe sus características dinámicas.

1.6.1. Función de transferencia

Un modelo matemático comúnmente utilizado es el conocido como función de transferencia; este muestra la relación entre las variables de entrada y salida por medio de ecuaciones diferenciales lineales. Para dar solución a dichas ecuaciones se ha utilizado la transformada de Laplace; esta función permite transformar una ecuación diferencial en una ecuación algebraica fácil de resolver, siempre y cuando la integral sea finita (Coughanowr et al., 1965).

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt, t \geq 0 \quad (1.6)$$

Una función de transferencia se puede determinar por la Ecuación (1.7), la cual se constituye por dos partes fundamentales: los polos y ceros. Los polos son los valores que hacen que la función de transferencia se vuelva infinita (valores del denominador), mientras que los ceros son los valores que hacen que la función de transferencia se vuelva cero (valores del numerador) (Nise, 2020).

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_0 s^{n_2} + b_1 s^{n_2-1} + \dots + b_{n_2-1} s + b_{n_2}}{a_0 s^{n_1} + a_1 s^{n_1-1} + \dots + a_{n_1-1} s + a_{n_1}}; n_1 \geq n_2 \quad (1.7)$$

donde $G(s)$ representa la función de transferencia del proceso a controlar de orden n_2 en el numerador y n_1 en el denominador, $y(s)$ es el cambio a la salida y $u(s)$ representa la entrada del proceso, en la Figura 1.4 se ejemplifica el modelo descrito.

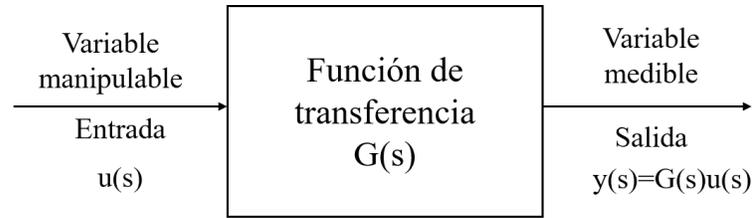


Figura 1.4. Diagrama de bloques de la función de transferencia.

Dependiendo de la función de transferencia, es posible determinar el comportamiento del sistema por medio de un mapa conocido como polos-ceros (como el presentado en la Figura 1.5); donde los números reales se presentan en el eje de las abscisas y los números complejos, se presentan en el eje de las ordenadas. La estabilidad y la rapidez de la respuesta de un sistema depende únicamente de los polos; si se tiene un polo en el lado inestable del plano complejo el sistema es inestable, entre más lejos se encuentren los polos del origen, más rápida será la respuesta.

Por otra parte, un sistema se divide en tipo y orden; el orden del sistema es representado por el número de polos, mientras que el tipo de sistema es referido al número de polos que se encuentran en el origen, de manera que en el dominio de la frecuencia se pueden encontrar sistemas de n-orden dependiendo del n-número de polos. En este proyecto se utiliza la función de transferencia de primer orden de la forma:

$$G = \frac{Ke^{-Ds}}{\tau s + 1} \quad (1.8)$$

donde K representa la ganancia estática, D es el tiempo de retardo y τ representa la constante de tiempo que se obtiene al dividir el tiempo de estabilización entre cuatro.

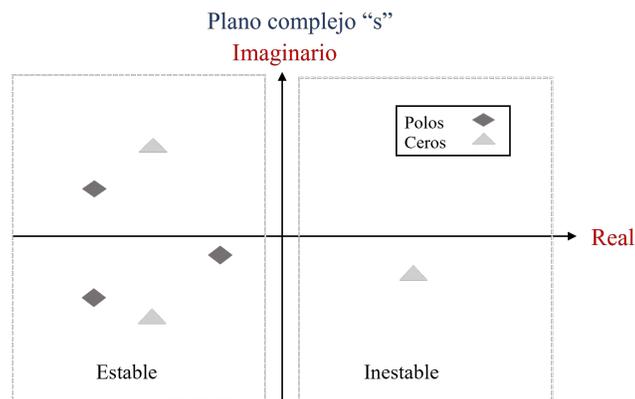


Figura 1.5. Mapa de polos-ceros de una función de transferencia en el plano complejo.

A pesar de que el modelo es comúnmente utilizado, presenta limitaciones en sistemas multivariantes ya que se aplica únicamente a sistemas *SISO* con componentes lineales e invariantes en el tiempo (LTI, por sus siglas en inglés, *linear time-invariant*) con condiciones iniciales iguales a cero. Para procesos *MIMO* se trabaja con la matriz de transferencia representada por $\mathbf{G}(s)$ que relaciona cada una de las entradas con cada una de las salidas las cuales son representados por vectores; donde j representa el número de salidas mientras que i representa el número de entradas al proceso, tal como se muestra a continuación:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}_j(s)}{\mathbf{U}_i(s)} \quad (1.9)$$

La función de transferencia no considera las variables internas; es decir, las transformadas de Laplace de las ecuaciones diferenciales lineales e invariantes en el tiempo brindan información relacionada con el comportamiento dinámico de un sistema y no información respecto a la construcción física. Por ello, muchos sistemas distintos físicamente pueden ser representados por la misma función de transferencia, de modo que en los sistemas en los que intervienen varias variables, las interacciones que surgen entre ellas son de gran interés.

En este trabajo se presentan sistemas de dos entradas y dos salidas denominados sistemas 2×2 , los cuales tienen cuatro funciones de transferencia, así como sistemas de tres entradas y tres salidas (sistemas 3×3) los cuales tienen nueve funciones de transferencia para definir la dinámica del proceso.

1.6.2. Espacio de estados

El modelo de espacio de estados, también conocido como aproximación en el dominio del tiempo, es un modelo matemático que describe un sistema físico mediante un conjunto de entradas, salidas y variables de estado relacionadas por ecuaciones diferenciales. Estas se combinan en una ecuación diferencial matricial de primer orden, las variables son expresadas como vectores y las ecuaciones algebraicas se escriben en forma matricial.

El espacio de estado se refiere al espacio de n dimensiones cuyos ejes coordenados están formados por variables de estados, las cuales forman el conjunto mínimo de variables linealmente independientes que representan el estado dinámico de un sistema (Nise, 2020). La representación de espacios de estado de un sistema lineal e invariante en el tiempo se describe de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \quad (1.10)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{U}(t) \quad (1.11)$$

donde $\dot{\mathbf{x}}(t) = d\mathbf{x}(t)/dt$, $\mathbf{x}(t)$ es llamado el vector de estados de tamaño n y $\mathbf{Y}(t)$ es el vector de salidas de tamaño j , $\mathbf{U}(t)$ representa el vector de entrada de tamaño i , $\mathbf{A}(t)$ es la matriz de estados de tamaño $n \times n$, $\mathbf{B}(t)$ es la matriz de entrada de tamaño $n \times i$, $\mathbf{C}(t)$ es la matriz de salida de tamaño $j \times n$ y $\mathbf{D}(t)$ es la matriz de transmisión directa de tamaño $j \times i$ que por simplicidad se toma como la matriz de ceros. La variante temporal t es continua si $t \in \mathbb{R}$ y discreta si $t \in \mathbb{Z}$, en este caso la variable temporal es indicada por k .

La representación mostrada en las Ecuaciones (1.10) y (1.11) se puede usar para determinar analíticamente el comportamiento de un sistema de control ante diferentes cambios de referencia o perturbaciones (García-Alvarado & Ruiz-López, 2010).

La Figura 1.6 muestra el diagrama de bloques para la presentación espacio de estados para un sistema lineal e invariante en el tiempo representado por las Ecuaciones (1.10) y (1.11).

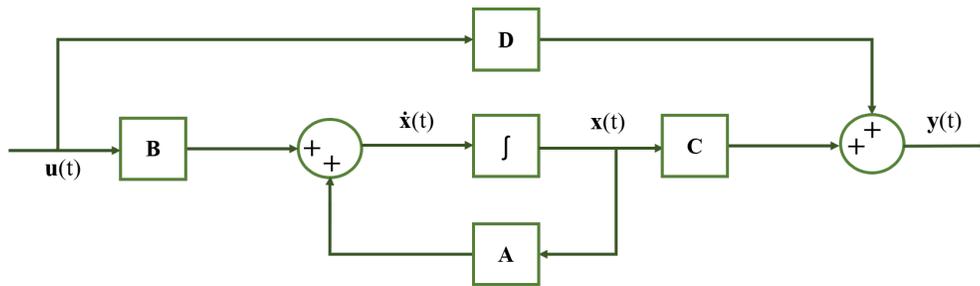


Figura 1.6. Diagrama de bloques para la representación espacio de estados.

Notemos que para un sistema multivariable de i entradas y j salidas se requiere $i \times j$ veces la transformada de Laplace para procesar toda la información del sistema, por lo que si trabajamos con vectores que contienen dichas interacciones podemos agilizar el proceso. Es por esto que el modelo de espacio de estados es el modelo más adecuado para procesos multivariables cuando el sistema es lineal e invariante en el tiempo, ya que provee un modo compacto conveniente de modelar y analizar.

La estabilidad y la respuesta característica de un sistema puede ser estudiado mediante los valores propios de la matriz de estados \mathbf{A} . Si tomamos la transformada de Laplace de la Ecuación (1.10) obtenemos (suponiendo una condición inicial igual a cero para los estados):

$$s\mathbf{x}(s) = \mathbf{A}\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (1.12)$$

Factorizando $\mathbf{x}(s)$:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}(s) = \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (1.13)$$

Despejando $\mathbf{x}(s)$:

$$\mathbf{x}(s) = [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (1.14)$$

donde $[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}$ se refiere a la matriz inversa de $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ con \mathbf{I} como la matriz identidad. La solución a la ecuación anterior, se obtiene al dar solución a la inversa de:

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} = \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} \text{Adj}([s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^T) \quad (1.15)$$

Dado que la inversa de una matriz tiene el determinante de la matriz en el denominador, la ecuación característica es dada por:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (1.16)$$

El denominador de la función transferencia se encuentra de la siguiente forma:

$$\lambda(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \quad (1.17)$$

donde λ son las raíces (valores propios) de este polinomio que proporcionan los polos en la función transferencia del sistema; estos polos son utilizados para analizar la estabilidad del sistema (Ruiz-López et al., 2006).

1.7. Diagrama de Bode

Una herramienta utilizada para calcular la frecuencia crítica ω_C , si se conoce la ecuación de transferencia del proceso a controlar, es el diagrama de Bode, el cual es una representación gráfica que caracteriza la respuesta en frecuencia de un sistema. El diagrama se forma de dos gráficas separadas, la primera corresponde con la magnitud de la función de transferencia en decibelios (dB) y la segunda con el ángulo de fase; ambas en función de la frecuencia en escala logarítmica (Coughanowr et al., 1965; Creus, 2011).

Recordemos que al trabajar con funciones de transferencia y diagramas de Bode se trabaja con funciones complejas; por consiguiente, para obtener el diagrama se debe hallar el módulo de dicha función compleja. Recordemos que un número complejo tiene la forma:

$$z = a + ib \quad (1.18)$$

donde se tiene una parte real a y una parte imaginaria b , y ambos son constantes. Notemos que si la parte real y/o imaginaria son variables, el número complejo se denomina variable compleja. En la transformada de Laplace, se emplea la notación s como variable compleja; esto es:

$$s = \sigma + j\omega \quad (1.19)$$

donde σ es la parte real y ω es la parte imaginaria.

El módulo $|z|$ de z se obtiene de la siguiente manera:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.20)$$

El módulo en decibelios (dB) se obtiene al realizar la siguiente operación:

$$20 \log |z| \quad (1.21)$$

El ángulo de fase se obtiene de la siguiente manera:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{b}{a} \right) \quad (1.22)$$

1.8. Parámetros de un sistema de control

Los sistemas de control son diseñados para la realización de tareas que cumplan consideraciones específicas; estos deben garantizar la funcionalidad de los controladores en términos de estabilidad, tiempo de estabilización, robustez, desempeño, entre otros. En esta sección se proporciona la información más relevante sobre las características para la sintonización de un sistema de control.

1.8.1. Estabilidad

La característica más importante de un sistema de control es la estabilidad, la cual es referida a la salida del sistema; se denomina estable si se tiene una salida delimitada en función de su entrada; por el contrario, es inestable cuando existe una salida no acotada para las entradas delimitadas (Coughanowr et al., 1965; Shafiei & Shenton, 1994).

La Figura 1.7 muestra la clasificación de estabilidad de un sistema de control de acuerdo con el comportamiento de la señal de salida: a) muestra que la señal de salida consigue alcanzar fielmente la señal de referencia en un tiempo dado, por lo tanto, el sistema es estable, b) representa un sistema inestable ya que la señal de salida no logra converger a la señal de referencia. Finalmente, c) muestra una salida acotada en función de la señal de entrada, es decir, la amplitud de la oscilación no cambia con el tiempo por lo que se denomina sistema marginalmente estable.

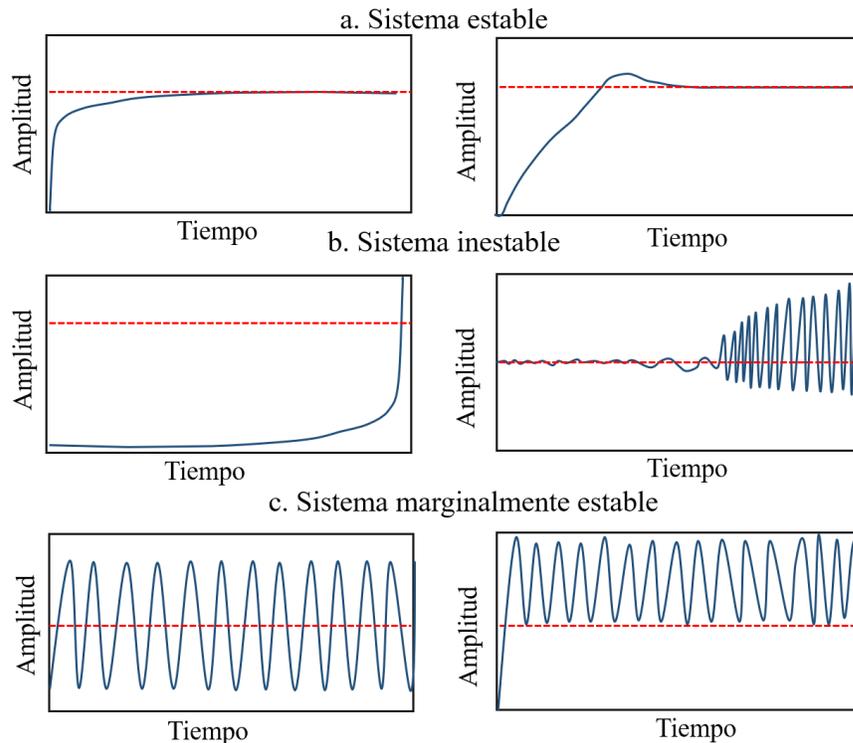


Figura 1.7. Estabilidad de un sistema de control.

Actualmente la mayoría de los procesos son estables en lazo abierto; sin embargo, existen excepciones como los reactores exotérmicos que representan sistemas difíciles de controlar.

Generalmente los procesos reales se vuelven inestables en lazo cerrado si las ganancias del controlador se incrementan lo suficiente, por lo cual evaluar la estabilidad del sistema de control en lazo cerrado es de gran interés en el diseño de sistemas de control (Luyben, 1986). Debido a esto se ha trabajado para generar sistemas estables, por lo que es indispensable tomar en consideración cada criterio establecido, como el criterio de estabilidad de Nyquist, el criterio de Hurwitz, el análisis de estabilidad de Liapunov, entre otros (de Freitas et al., 2015; Reynoso-Meza et al., 2014; Sato et al., 2019).

1.8.2. Robustez

Otra característica de ajuste importante es la robustez, la cual se define como la capacidad de un sistema de control para cumplir con las especificaciones requeridas a pesar de sufrir cambios en los parámetros del modelo del proceso. La robustez de un sistema representa el margen de la variación máxima que presentan las incertidumbres sin que el sistema se vuelva inestable (Kwang-Hyun et al., 1999). El sistema realiza una serie de ajustes para cumplir las características y especificaciones necesarias para considerar que el sistema es estable dentro de un rango establecido aun cuando existan errores de modelado. Se utiliza el término estabilidad robusta cuando el sistema controlado es estable ante la presencia de un rango establecido de perturbaciones.

1.8.3. Desempeño

El desempeño de un sistema de control es la habilidad para controlar el proceso con exactitud; usualmente incrementa tanto como incrementan las ganancias proporcionales del controlador; sin embargo, al acercarnos a la referencia del sistema con los incrementos en las ganancias del controlador el proceso puede volverse inestable (O'Dwyer, 2000).

En general, los sistemas de control deben cumplir con ser estables y robustos frente a perturbaciones y errores en los modelos. Además, deben ser eficiente según el criterio establecido, evitando comportamientos no deseados (Arrieta-Orozco & Alfaro-Ruiz, 2016; Carrillo-Ahumada et al., 2011). Para evaluar el desempeño de un controlador se ha trabajado sobre las señales del error y control por medio de los denominados índices integrales de desempeño (Quanzhong & Liang, 2019; Ranjan et al., 2019).

1.9. Índices integrales de desempeño

Una forma para evaluar el comportamiento de los lazos de control es a través de índices de desempeño basados en la señal de error obtenida (Arrieta-Orozco & Alfaro-Ruiz, 2016; Estévez-Sánchez et al., 2017). Los más utilizados son los índices integrales de desempeño que se basan en el teorema del valor final, el cual describe que es posible hallar el valor final de cualquier función de transferencia siempre que el límite exista en el dominio del tiempo (Bhandari et al., 2018; Vijay-Kumar et al., 2012). La herramienta útil para obtener estos índices de forma inmediata es por la integral cuadrática del error definida como el área bajo la curva del cuadrado del error (Ecuación 1.23) y la integral cuadrática del esfuerzo de control definida como el área bajo la curva de la señal de control al cuadrado (Ecuación 1.24) (Asbjornsen, 1985; Berk, 2013).

Notemos que al estudiar la respuesta de un sistema de control ante entradas escalón la integral cuadrática del error ICE tiene límite finito si la variable de salida alcanza el valor de referencia, mientras que físicamente la integral del control ICC no, por ello Vargas-González et al. (2013) introdujeron u_∞ para denotar el estado en el que la señal de control alcanza el estado estacionario eliminando la necesidad de especificar un tiempo final de integración.

$$ICE = \int_0^{\infty} (r - y)^T \mathbb{Q} (r - y) dt \quad (1.23)$$

$$ICC = \int_0^{\infty} (u - u_\infty)^T \mathbb{R} (u - u_\infty) dt \quad (1.24)$$

Garcia-Alvarado & Ruiz-López (2010) y Vargas-González et al. (2013) demostraron que dadas las soluciones analíticas para el sistema representado por la Ecuaciones (1.25) y (1.26), los índices de funcionamiento de la señal del error en la salida ICE y del esfuerzo de control ICC , también tienen soluciones analíticas. Esta aportación fue de gran impacto, permitiendo obtener de manera fácil y confiable los índices de desempeño, eliminando la necesidad de realizar simulaciones. En este sentido, se presenta un resumen de las herramientas utilizadas por dichos autores para obtener las soluciones analíticas.

Consideremos el sistema lineal e invariante con el tiempo en lazo cerrado denotado por:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbb{A}x(t) + \mathbb{B}U(t) \quad (1.25)$$

$$\dot{Y} = \mathbb{C}x(t) \quad (1.26)$$

donde \mathbb{A} , \mathbb{B} , \mathbb{C} son las matrices de estado en lazo cerrado:

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} A - BK_P C & B \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbb{B} = \begin{bmatrix} BK_P \\ K_I \end{bmatrix} \quad \mathbb{C} = [C \quad 0]$$

Para un sistema lineal e invariante con el tiempo, existen diversos criterios de estabilidad, entre ellos están el criterio de estabilidad de Nyquist y de Routh. Sin embargo, si el sistema es no lineal y/o variante con el tiempo, el método más general para la determinación de la estabilidad es el segundo método de Liapunov, también conocido como Método directo de Liapunov (Coughanowr et al., 1965; Ogata, 2010).

Liapunov presentó dos métodos para determinar la estabilidad de los sistemas dinámicos descritos mediante ecuaciones diferenciales ordinarias. El primer método usa la forma explícita de la solución de las ecuaciones diferenciales, mientras que el segundo método no requiere de las soluciones de las ecuaciones diferenciales para el análisis de estabilidad. Por lo que resulta más útil en la práctica, ya que, es muy difícil despejar las ecuaciones de estado no lineales y/o variantes con el tiempo (Ogata, 2010).

De acuerdo con el segundo método de estabilidad de Liapunov, para determinar la estabilidad asintótica del sistema definido por:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (1.27)$$

Se dice que una función variante con el tiempo $V(x, t)$ es definida positiva en una región Ω (que incluye el origen del espacio de estados) si está limitada desde abajo por una función definida positiva variante con el tiempo, es decir, si existe una función definida positiva $V(x)$ tal que:

$$V(x, t) > V(x); \text{ para toda } t \geq t_0 \quad (1.28)$$

$$V(0, t) = 0; \text{ para toda } t \geq t_0 \quad (1.29)$$

Además, la función debe contar con primeras derivadas parciales continuas que satisfacen:

$$\frac{d}{dt}V(0, t) = 0 \text{ para toda } t \quad (1.30)$$

$$-\frac{d}{dt}V(x,t) > 0 \text{ para toda } t \quad (1.31)$$

Si $V(x,t)$ satisface los requisitos mostrados en las Ecuaciones (1.30) y (1.31), entonces el estado de equilibrio en el origen es asintóticamente estable y la función que satisface las condiciones del segundo método de estabilidad de Liapunov se denomina función de Liapunov.

En la Tabla 1.2 se presentan las soluciones analíticas de los índices de funcionamiento cuadrático del error y del esfuerzo de control (PI) ante una entrada tipo escalón para un servoproblema.

Tabla 1.2. Solución analítica de los índices de desempeño cuadrático del error y de control.

Índice	ICE
Definición	$\int_0^\infty (r-y)^T Q (r-y) dt$
Solución (Garcia-Alvarado & Ruiz-López, 2010)	$\Omega^T P \Omega$
Ecuación asociada de Ricatti	$A^T P + P A + (A^{-1})^T C_1^T Q C_1 A^{-1} = 0$
Índice	ICC
Definición	$\int_0^\infty (u-u_\infty)^T R (u-u_\infty) dt$
Solución (Vargas-González et al., 2013)	$\Omega^T P \Omega$
Ecuación asociada de Ricatti	$A^T P + P A + (A^{-1})^T C_2^T R C_2 A^{-1} = 0$

Para Q y R definidas positivas según el criterio de Liapunov, $\Omega = \mathbb{B}_2 \mathbf{k}_2$; $\pi_{ICE} = -C_1 A^{-1} \Omega$; $\pi_{ICC} = -\mathbb{D}_2 \mathbf{k}_2 - C_2 A^{-1} \Omega$; $\Sigma_i = C_i (A^2)^{-1} (e^{At} - \mathbf{I}) \Omega (i = 1, 2)$.

La Figura 1.8 muestra el comportamiento de los índices cuadráticos; el índice del cuadrado del error ICE y el índice del cuadrado de la señal del esfuerzo de control ICC descritos por las Ecuaciones (1.23) y (1.24).

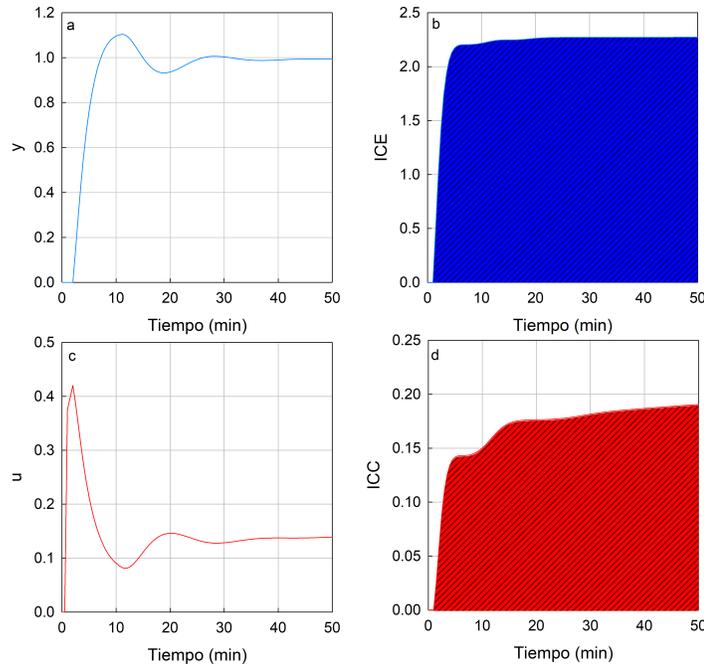


Figura 1.8. Comportamiento de la señal del error y del esfuerzo de control.
 a) variación de la señal de salida y , b) variación de ICE , c) variación de la señal de control u , d) variación de ICC en función del tiempo.

Otros índices de desempeño comúnmente utilizados son los denominados índices absolutos de la señal del error $e(t)$ y la señal del esfuerzo de control $u(t)$ ambas en función del tiempo. Estos índices se basan en obtener la integral del error absoluto y la integral del valor absoluto de la señal de control de la forma:

$$IEA = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (1.32)$$

$$ICA = \int_0^{\infty} |u - u_{\infty}| dt \quad (1.33)$$

Las Ecuaciones (1.32) y (1.33) no tienen solución analítica. Estos índices y los cuadráticos se han utilizado como método de ajuste para controladores PI y PID por diversos autores, donde se han obtenido controladores de buen desempeño (Arrieta-Orozco & Alfaro-Ruiz, 2016; Sinha et al., 2017).

1.10. Índice de robustez

El índice de robustez $\Phi_{\text{máx}}$ permite conocer la tolerancia máxima que presenta el control ante los cambios en los parámetros del modelo del proceso sin que el sistema se vuelva inestable y es posible obtenerlo únicamente con el modelo espacio de estados en lazo cerrado.

Para el sistema lineal e invariante con el tiempo en lazo cerrado descrito por las Ecuaciones (1.25) y (1.26) la estabilidad del sistema puede ser estudiado mediante los valores propios λ de la matriz de estados \mathbb{A} . Estos valores propios son las raíces de la ecuación:

$$\lambda(\mathbb{A}) : \det(s\mathbf{I} - \mathbb{A}) = 0 \quad (1.34)$$

Para que el sistema sea estable las raíces obtenidas deben tener parte real negativa (Ruiz-López et al., 2006).

Finalmente, para obtener el índice de robustez $\Phi_{\text{máx}}$ se genera la relación complejo/real de las raíces de la matriz de estados \mathbb{A} :

$$\Phi_{\text{máx}} = \text{máx} \left| \frac{\text{Im}(\lambda(\mathbb{A}))}{\text{Re}(\lambda(\mathbb{A}))} \right| \quad (1.35)$$

1.11. Métodos de sintonización para procesos *SISO*

Los sistemas de control poseen parámetros de ajuste que, al manipularse correctamente, reducen el error del sistema y generan un control con desempeño aceptable. El proceso de asignar valores a dichos parámetros de control recibe el nombre de sintonización y la eficiencia de los controladores depende de la eficiencia de esta. Por esto, es de gran importancia la selección cuidadosa del método por el cual se han de sintonizar dichos parámetros (Åström & Hägglund, 1995).

La sintonización de controladores *PID* consiste en determinar los parámetros: K_P , τ_I , τ_D , de acuerdo con algún criterio de desempeño establecido con el fin de lograr que el comportamiento del sistema de control sea aceptable y robusto. Los otros tipos de controladores se obtienen de manera similar de acuerdo con el parámetro de ajuste requerido.

Para realizar la sintonización de los controladores se debe identificar la dinámica del proceso y a partir de ésta, determinar los parámetros del controlador utilizando el método seleccionado.

1.11.1. Método de sintonización Ziegler y Nichols

El método de sintonización propuesto por Ziegler y Nichols (en adelante, ZN) en 1942, es un método empírico utilizado para el ajuste de los parámetros del controlador *PID* de tal forma que el sistema controlado genere un rechazo a las perturbaciones (Ziegler et al., 1942). Este método permite definir la ganancia proporcional K_P , el tiempo integral τ_I y derivativo τ_D , de manera que la combinación de éstos genere un proceso estable, aun cuando el modelo matemático de la planta sea desconocido. Existen dos interpretaciones de este método, la primera basada en la respuesta al escalón y la segunda basada en la respuesta en frecuencia (Åström & Hägglund, 1984).

1.11.1.1. Método basado en la respuesta escalón

El método ZN basado en la respuesta escalón, es válido para plantas estables con respuesta tipo sigmoideal. El procedimiento consiste en generar una entrada de tipo escalón, donde la parte proporcional genera un valor pequeño de K_P , luego se aumenta el valor hasta que el lazo alcance una oscilación sostenida, de manera que $K_P = K_C$ (ganancia crítica). Esta ganancia corresponde al período de oscilación P_C llamado período crítico.

De acuerdo con la respuesta sigmoideal la curva es definida por dos constantes de tiempo; el retardo del tiempo D que se refiere al tiempo que tarda el sistema en responder y la constante del tiempo τ , la cual se refiere al tiempo en el que se estabiliza la respuesta (Ziegler et al., 1942).

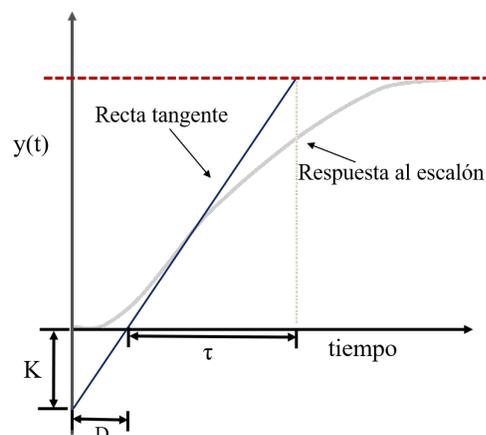


Figura 1.9. Parámetros de Ziegler-Nichols.

La función de transferencia de un proceso con respuesta tipo sigmoidal mostrado en la Figura 1.9 se puede aproximar por la Ecuación (1.8).

Los parámetros del controlador se ajustan de acuerdo con la Tabla 1.3. Al tomar estos valores para los parámetros del controlador se obtiene un control que regula de forma estable y con buena velocidad de respuesta. Sin embargo, como estos valores se obtienen por aproximación es conveniente realizar un ajuste más fino.

Tabla 1.3. Parámetros de Ziegler y Nichols basado en respuesta escalón.

Controlador	K_P	τ_I	τ_D
Proporcional	$1/K$	∞	0
Proporcional-Integral	$0.9/K$	3τ	0
Proporcional-Integral-Derivativo	$1.2/K$	2τ	$\tau/2$

1.11.1.2. Método basado en la respuesta en frecuencia

El diseño basado en la respuesta en frecuencia requiere conocimiento del punto donde la función de transferencia se interseca con el eje real negativo, el cual es caracterizado por la ganancia crítica (K_C) y el periodo crítico (P_C). El procedimiento para obtener estos parámetros es eliminar los efectos de la acción integral y derivativa, utilizando solo la ganancia proporcional se busca que el sistema tenga oscilaciones sostenidas. Se somete el sistema en lazo abierto a un barrido de frecuencia hasta obtener un ángulo de fase igual a -180° . Esta frecuencia es la ganancia crítica (K_C) y corresponde al periodo crítico (P_C). En la Tabla 1.4 son presentados los parámetros de ajuste por ZN basado en la respuesta en frecuencia en lazo cerrado.

Tabla 1.4. Parámetros de Ziegler y Nichols basado en la respuesta en frecuencia.

Controlador	K_P	τ_I	τ_D
Proporcional	$0.5K_C$	0	0
Proporcional integral	$0.45 K_C$	$P_C/1.2$	0
Proporcional integral derivativo	$0.6 K_C$	$P_C/2$	$P_C/8$

1.11.2. Método de estabilidad de Nyquist

El método Nyquist es utilizado para determinar la estabilidad global de un sistema de control en lazo cerrado a partir de las curvas de respuesta en lazo abierto. Una gráfica de Nyquist es una gráfica paramétrica de una respuesta en frecuencia ω que varía desde ∞ hasta 0. El gráfico se traza en coordenadas cartesianas; la parte real de la función de transferencia se traza en el eje de las abscisas y la parte imaginaria en el eje de las ordenadas.

La misma gráfica se puede describir usando coordenadas polares, donde la ganancia de la función de transferencia es la coordenada radial y la fase de la función de transferencia es la coordenada angular correspondiente.

Consideremos el siguiente sistema de control realimentado:

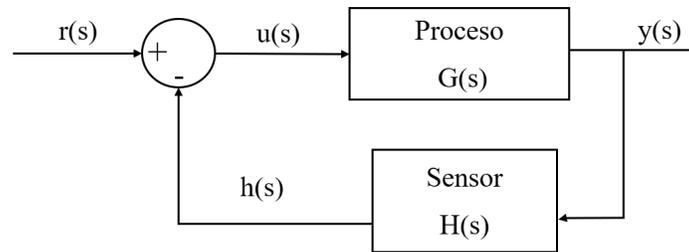


Figura 1.10. Sistema de control en lazo cerrado.

La función de transferencia de lazo cerrado del sistema anterior está definida por:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (1.36)$$

donde $G(s)$ representa una relación de polinomios en s . Dada la función de transferencia, la estabilidad del sistema se establece cuando las raíces de su ecuación característica se encuentran en la región real negativa del plano complejo, es decir, que las raíces que satisfacen la Ecuación (1.36) sean reales negativas o complejas con parte real negativa.

$$Q(s) = 1 + G(s)H(s) = 0 \quad (1.37)$$

Denotamos $Q(s)$ como la función característica que se representa como una relación de polinomios en s . Para un sistema físico el grado del polinomio del denominador de la función transferencia debe ser mayor o igual al del polinomio numerador (Coughanowr et al., 1965).

La función característica tiene la siguiente forma:

$$Q(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)}; n > m \quad (1.38)$$

donde z_1, z_2, \dots, z_m representan los ceros y p_1, p_2, \dots, p_n representan los polos de la función. Cuando $Q(s) = 0$ se obtienen las raíces de la ecuación característica. Una vez conociendo las raíces de la ecuación característica se realiza el gráfico de $G(\omega)H(\omega)$ donde la frecuencia ω toma valores de 0 a ∞ . El número de cercos del punto $(-1, 0)$ es igual al número de raíces de la ecuación característica. Si el punto $(-1, 0)$ está rodeado el sistema de lazo cerrado es inestable, a mayor distancia del punto $(-1, 0)$ más estable será el sistema.

1.12. Método de sintonización BLT para procesos *MIMO*

En un proceso multivariable, una variable manipulada puede afectar a más de una variable controlada y viceversa. La problemática al diseñar el sistema de control es el emparejamiento de las variables manipuladas y controladas para formar lazos que cumplan una tarea específica. Por todo esto, su campo de estudio es demandante, ya que las técnicas de control multivariable resultan ser muy complejas.

Para procesos multivariables, Luyben propuso un método para el ajuste de controladores análogo al método de Nyquist, conocido como sintonización BLT (Luyben, 1986). El autor propone que las ganancias y los tiempos de restablecimiento deben ser especificados con la finalidad de que el sistema multivariable global sea estable y genere una buena respuesta.

Los sistemas estudiados son procesos multivariables cuya función de transferencia se describe mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{U}(s) \quad (1.39)$$

donde $\mathbf{Y}(s)$ es igual al vector de las variables controladas ($\mathbf{Y}_i = 1, 2, 3, \dots, n$), $\mathbf{G}(s)$ representa la matriz de las funciones de transferencia del proceso en lazo abierto y $\mathbf{U}(s)$ representa el vector de las variables manipuladas ($\mathbf{U}_j = 1, 2, 3, \dots, m$).

Los elementos que conforman la matriz $\mathbf{G}(s)$ generalmente son representados como funciones de transferencia de primer orden representadas por la Ecuación (1.8).

La matriz del controlador $\mathbf{K}(s)$ es diagonal para controladores *PI* de la forma:

$$\mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} K_1(s) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K_2(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & K_3(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & K_n(s) \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

$$K_j(s) = K_{Cj} \left(1 + \frac{1}{\tau_{Ij} \cdot s} \right); \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.41)$$

El método propone obtener los parámetros del controlador de la manera clásica propuesta por Ziegler y Nichols para cada lazo de forma individual, donde la ganancia final K_C y la frecuencia final ω_C de cada elemento diagonal de la matriz $\mathbf{G}(s)$, se determina al correr la frecuencia ω hasta obtener el ángulo de fase igual a -180° . A continuación, se introduce el factor de desintonización F ; entre mayor sea este valor más estable es el sistema, pero mayor tiempo de respuesta (Luyben, 1986). Las ganancias de todos los controladores de realimentación (K_C) se calculan de la siguiente forma:

$$K_C = \frac{K_{ZN}}{F} \quad (1.42)$$

donde K_{ZN} es la ganancia del método propuesto por Ziegler y Nichols.

El tiempo de restablecimiento (τ_I) se obtiene de la siguiente manera:

$$\tau_I = F \tau_{ZN} \quad (1.43)$$

donde τ_{ZN} son los tiempos de restablecimiento de Ziegler y Nichols que se obtienen de la forma:

$$\tau_{ZN} = \frac{2\pi}{1.2\omega_C} \quad (1.44)$$

Para el sistema de lazo cerrado definido por la Ecuación (1.39)

Resolviendo para $\mathbf{Y}(s)$ para el sistema multivariable obtenemos:

$$\mathbf{Y}(s) + \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s) \mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s) \mathbf{R}(s) \quad (1.45)$$

$$\mathbf{Y}(s) [\mathbf{I} + \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s)] = \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s) \mathbf{R}(s) \quad (1.46)$$

De modo que:

$$\mathbf{Y}(s) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1} \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\mathbf{R}(s) \quad (1.47)$$

La solución a la ecuación anterior, se obtiene al dar solución al determinante:

$$[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s))} \text{Adj}([\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^T) \quad (1.48)$$

Dado que la inversa de una matriz tiene el determinante de la matriz en el denominador, la ecuación característica de lazo cerrado del sistema multivariable es dada por:

$$\det(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)) = 0 \quad (1.49)$$

Si se traza el lado izquierdo de la ecuación anterior como función de la frecuencia, es posible observar el número de cercos del punto $(-1, 0)$, por lo cual se puede hacer una similitud para obtener el gráfico de Nyquist. Para realizar dicha similitud se define la función $W(s)$ de la forma:

$$W(s) = -1 + \det(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)) \quad (1.50)$$

Se gráfica $W(s)$ en función de la frecuencia; entre más se acerca W al punto $(-1, 0)$ el sistema se acerca a la inestabilidad.

Se define el módulo logarítmico multivariable de lazo cerrado L_c de la siguiente manera:

$$L_c = 20 \log \left| \frac{W(s)}{1 + W(s)} \right| \quad (1.51)$$

La sintonización consiste en modificar el factor F hasta que el máximo módulo logarítmico $L_{c, \text{máx}}$ sea igual a un valor constante; para un sistema de primer orden, Nyquist definió un valor de $+2\text{dB}$. Por otro lado, Luyben sugiere que cuanto más grande sea el orden del sistema, el sistema debe tener poco amortiguamiento para lograr respuestas razonables, encontrando que la sintonía que presentó mejores respuestas fue:

$$L_{c, \text{máx}} = 2N \quad (1.52)$$

donde N es igual al orden del sistema. Este procedimiento garantiza que el sistema sea estable con todos los controladores en automático. En todos los casos estudiados el método BLT convergió rápidamente a ajustes razonables (Luyben, 1986; Monica et al., 1988). Por

otra parte, se ha demostrado que los valores singulares mínimos de $[\mathbf{I} + \mathbf{GK}]^{-1}$ son medidas fiables de la robustez de los sistemas multivariables. La evaluación del determinante para un sistema 2×2 y 3×3 se efectúa de la siguiente manera:

$$\det(\mathbf{I} + \mathbf{GK})_{2 \times 2} = 1 + K_1 G_{11} + K_2 G_{22} + K_1 K_2 (G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21}) \quad (1.53)$$

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{I} + \mathbf{GK})_{3 \times 3} = & 1 + K_1 G_{11} + K_2 G_{22} + K_3 G_{33} + K_1 K_2 \\ & (G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21}) + K_2 K_3 (G_{22} G_{33} - G_{23} G_{32}) + K_1 K_3 \\ & (G_{11} G_{33} - G_{13} G_{31}) + K_1 K_2 K_3 [G_{11} (G_{22} G_{33} - G_{23} G_{32}) + G_{12} \\ & (G_{23} G_{31} - G_{21} G_{33}) + G_{13} (G_{21} G_{32} - G_{22} G_{31})] \end{aligned} \quad (1.54)$$

2. Objetivos e Hipótesis

2.1. Objetivo general

Aplicar la teoría del método BLT para el análisis de sistemas de control sintonizados con diferentes metodologías.

2.2. Objetivos específicos

1. Determinar el funcionamiento de controladores de literatura en términos de la señal del error y la señal del control.
2. Determinar las características de robustez de los sistemas de control propuestos.
3. Estimar el máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) del método BLT para controladores de la literatura.
4. Establecer la relación entre $L_{c, \text{máx}}$ y los índices de funcionamiento y robustez.
5. Desarrollar un método para modificar el factor de desintonización del método BLT para mejorar su funcionamiento.

2.3. Hipótesis

Es posible modificar al método BLT para producir controladores *PI/PID* de mejor desempeño a partir del análisis de sistemas de control diseñados por diferentes metodologías.

3. Metodología

En esta sección se describen las técnicas y procedimientos empleados para realizar la sintonización de controladores multivariados basados en el método BLT.

Para los casos de estudio presentados se trabajó dividiendo los sistemas en dos grupos; el primero integrado por los sistemas Wood & Berry, Wardle & Wood, Ogunnaike & Ray y el reactor de polimerización. Estos sistemas se caracterizaron a partir de su representación exacta basada en funciones de transferencia y a partir de su representación aproximada basada en espacio de estados con el fin de generar la propuesta. Para validar la propuesta se realizó la caracterización al segundo grupo compuesto por los sistemas de Vinante & Luyben, Tyreus Stabilizer, Tyreus caso 1 y 4, Doukas & Luyben y Alatiqi caso 1 y 2. El resumen de los sistemas estudiados se muestra en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Casos de estudio.

Sistema	Abreviatura	Tamaño	Análisis	Uso
Wood & Berry	WB	2×2	ICE, ICC, IEA, ICA, $\Phi_{\text{máx}}, L_{c, \text{máx}}$	Caracterización de controladores de literatura y desarrollo del método.
Wardle & Wood	WW			
Reactor de polimerización	ISP			
Ogunnaike & Ray	OR	3×3		
Vinante & Luyben	VL	2×2		
Tyreus Stabilizer	TS			
Tyreus caso 1	TS1	3×3	ICE, ICC, IEA, ICA, $L_{c, \text{máx}}$	Validación del método propuesto.
Tyreus caso 4	TS4			
Doukas & Luyben	DL	4×4		
Alatiqi caso 1	AL1			
Alatiqi caso 2	AL2			

3.1. Representación espacio de estados para los casos de estudio

Mediante la revisión bibliográfica se definieron los sistemas a analizar. Estos son las columnas de destilación de Wood & Berry, Wardle & Wood, Ogunnaike & Ray y el reactor de polimerización. Las Tablas 3.2 a 3.4 muestran la representación en funciones transferencia para los casos de estudio.

Tabla 3.2. Funciones de transferencia para sistemas de 2 entradas y 2 salidas.

Sistema	G_{11}	G_{12}	G_{21}	G_{22}
Wood & Berry	$\frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1}$	$\frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1}$	$\frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1}$	$\frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1}$
Wardle & Wood	$\frac{0.126e^{-6s}}{60s+1}$	$\frac{-0.101e^{-12s}}{(48s+1)(45s+1)}$	$\frac{0.094e^{-8s}}{38s+1}$	$\frac{-0.12e^{-8s}}{35s+1}$
ISP	$\frac{22.89e^{-0.2s}}{4.572s+1}$	$\frac{-11.64e^{-0.4s}}{1.807s+1}$	$\frac{4.689e^{-0.2s}}{2.174s+1}$	$\frac{5.80e^{-0.4s}}{1.801s+1}$
Vinante & Luyben	$\frac{-2.2e^{-s}}{7s+1}$	$\frac{1.3e^{-0.3s}}{7s+1}$	$\frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5s+1}$	$\frac{4.3e^{-0.35s}}{9.2s+1}$
Tyreus Stabilizer	$\frac{-0.1153(10s+1)e^{-0.1s}}{(4s+1)^3}$	$\frac{0.2429e^{-2s}}{(33s+1)^2}$	$\frac{-0.0887e^{-12.6s}}{(43s+1)(22s+1)}$	$\frac{0.2429e^{-0.17s}}{(44s+1)(20s+1)}$

Tabla 3.3. Funciones de transferencia para sistemas de 3 entradas y 3 salidas.

Sistema	OR	TSC1	TSC4
G_{11}	$\frac{0.66e^{-2.6s}}{6.7s+1}$	$\frac{-1.986e^{-0.71s}}{66.67s+1}$	$\frac{-1.986e^{-0.71s}}{66.67s+1}$
G_{12}	$\frac{-0.61e^{-3.5s}}{8.64s+1}$	$\frac{5.984e^{-2.24s}}{14.29s+1}$	$\frac{5.24e^{-60s}}{400s+1}$
G_{13}	$\frac{-0.0049e^{-s}}{9.06s+1}$	$\frac{0.422e^{-8.72s}}{(250s+1)^2}$	$\frac{5.984e^{-2.24s}}{14.29s+1}$
G_{21}	$\frac{1.11e^{-6.5s}}{3.25s+1}$	$\frac{0.0204e^{-0.59s}}{(7.14s+1)^2}$	$\frac{0.0204e^{-0.59s}}{(7.14s+1)^2}$
G_{22}	$\frac{-2.36e^{-3s}}{5s+1}$	$\frac{2.38e^{-0.42s}}{(1.43s+1)^2}$	$\frac{-0.33e^{-0.68s}}{(2.38s+1)^2}$
G_{23}	$\frac{-0.01e^{-1.2s}}{7.09s+1}$	$0.513e^{-s}$	$\frac{2.38e^{-0.42s}}{(1.43s+1)^2}$
G_{31}	$\frac{-34.68e^{-9.2s}}{8.15s+1}$	$\frac{0.374e^{-7.75s}}{22.22s+1}$	$\frac{0.374e^{-7.75s}}{22.22s+1}$
G_{32}	$\frac{46.2e^{-9.4s}}{10.9s+1}$	$\frac{-9.811e^{-1.59s}}{11.36s+1}$	$\frac{-11.3e^{-3.79s}}{(21.74s+1)^2}$
G_{33}	$\frac{0.87(11.61s+1)e^{-s}}{(3.89s+1)(18.8s+1)}$	$\frac{-2.368e^{-27.33s}}{33.3s+1}$	$\frac{-9.811e^{-3.59s}}{11.36s+1}$

Tabla 3.4. Funciones de transferencia para sistemas de 4 entradas y 4 salidas.

Sistema	DL	AL1	AL2
G_{11}	$\frac{-9.811e^{-1.59s}}{11.36s+1}$	$\frac{2.22e^{-2.5s}}{(36s+1)(25s+1)}$	$\frac{4.09e^{-1.3s}}{(33s+1)(8.3s+1)}$
G_{12}	$\frac{0.374e^{-7.75s}}{22.22s+1}$	$\frac{-2.94(7.9s+1)e^{-0.05s}}{(23.7s+1)^2}$	$\frac{-6.36e^{-0.2s}}{(31.6s+1)(20s+1)}$
G_{13}	$\frac{-2.368e^{-27.33s}}{33.3s+1}$	$\frac{0.017e^{-0.2s}}{(31.6s+1)(7s+1)}$	$\frac{-0.25e^{-0.4s}}{21s+1}$
G_{14}	$\frac{-11.3e^{-3.79s}}{(21.74s+1)^2}$	$\frac{-0.64e^{-20s}}{(29s+1)^2}$	$\frac{-0.49e^{-5s}}{(22s+1)^2}$
G_{21}	$\frac{5.984e^{-2.24s}}{14.29s+1}$	$\frac{-2.33e^{-5s}}{(35s+1)^2}$	$\frac{-4.17e^{-4s}}{45s+1}$
G_{22}	$\frac{-1.986e^{-0.71s}}{66.67s+1}$	$\frac{-3.46e^{-1.01s}}{32s+1}$	$\frac{6.93e^{-1.01s}}{44.6s+1}$
G_{23}	$\frac{0.422e^{-8.72s}}{(250s+1)^2}$	$\frac{-0.51e^{-7.5s}}{(32s+1)^2}$	$\frac{-0.05e^{-5s}}{(34.5s+1)^2}$
G_{24}	$\frac{5.24e^{-60s}}{400s+1}$	$\frac{1.68e^{-2s}}{(28s+1)^2}$	$\frac{1.53e^{-2.8s}}{48s+1}$
G_{31}	$\frac{2.38e^{-0.42s}}{(1.43s+1)^2}$	$\frac{-1.06e^{-22s}}{(17s+1)^2}$	$\frac{-1.73e^{-17s}}{(13s+1)^2}$
G_{32}	$\frac{0.0204e^{-0.59s}}{(7.14s+1)^2}$	$\frac{3.511e^{-13s}}{(12s+1)^2}$	$\frac{5.11e^{-11s}}{(13.3s+1)^2}$
G_{33}	$\frac{0.513e^{-s}}{s+1}$	$\frac{4.41e^{-1.01s}}{16.2s+1}$	$\frac{4.61e^{-1.02s}}{18.5s+1}$
G_{34}	$\frac{-0.33e^{-0.68s}}{(2.38s+1)^2}$	$\frac{-5.38e^{-0.5s}}{17s+1}$	$\frac{-5.48e^{-0.5s}}{15s+1}$
G_{41}	$\frac{-11.3e^{-3.79s}}{(21.74s+1)^2}$	$\frac{-5.73e^{-2.5s}}{(8s+1)(50s+1)}$	$\frac{-11.18e^{-2.6s}}{(43s+1)(6.5s+1)}$
G_{42}	$\frac{-0.176e^{-0.48s}}{(6.9s+1)^2}$	$\frac{4.32(25s+1)e^{-0.01s}}{(50s+1)(5s+1)}$	$\frac{14.04e^{-0.02s}}{(45s+1)(10s+1)}$
G_{43}	$\frac{15.54e^{-s}}{s+1}$	$\frac{-1.25e^{-2.8s}}{(43.6s+1)(9s+1)}$	$\frac{-0.1e^{-0.05s}}{(31.6s+1)(5s+1)}$
G_{44}	$\frac{4.48e^{-0.52s}}{11.11s+1}$	$\frac{4.78e^{-1.15s}}{(48s+1)(5s+1)}$	$\frac{4.49e^{-0.6s}}{(48s+1)(6.3s+1)}$

3.1.1. Columna de destilación de Wood & Berry

Se consideró la columna de destilación binaria para separar el sistema metanol-agua propuesta por Wood & Berry, donde las composiciones de metanol en los productos de domo y fondo son las variables controladas, el reflujo y el flujo de vapor de la caldera son las variables manipuladas (Wood & Berry, 1973).

La representación en espacio de estados para las funciones de transferencia del sistema presentadas en la Tabla 3.2 se escribió en la forma general dada por las Ecuaciones (1.10) y (1.11) con $\mathbf{A} = \phi^{-1}a$ y $\mathbf{B} = \phi^{-1}b$, donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{18 \times 1}$, $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ y $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$. Los términos

diferentes de cero de las matrices de estado se representan como: $\phi_{11} = \phi_{33} = \phi_{44} = \phi_{55} = \phi_{66} = \phi_{77} = \phi_{88} = \phi_{99} = \phi_{11.11} = \phi_{12.12} = \phi_{13.13} = \phi_{15.15} = \phi_{16.16} = \phi_{17.17} = 1$, $\phi_{22} = 16.7$, $\phi_{10.10} = 10.9$, $\phi_{14.14} = 21$, $\phi_{18.18} = 14.4$, $a_{ii} = -1 (\forall i = 1, \dots, 18)$, $a_{43} = a_{54} = a_{65} = a_{76} = a_{87} = a_{98} = a_{12.11} = a_{13.12} = a_{16.15} = a_{17.16} = 1$, $a_{21} = 12.8$, $a_{10.9} = 6.6$, $a_{14.13} = -18.9$, $a_{18.17} = -19.4$, $b_{11} = b_{31} = b_{11.2} = b_{15.2} = 1$ y $C_{12} = C_{1.14} = C_{2.10} = C_{2.18} = 1$.

3.1.2. Columna de destilación de Wardle & Wood

En este trabajo se estudió el sistema 2×2 que corresponde a la columna de destilación binaria para separar el sistema etanol-agua de Wardle & Wood con dos entradas y dos salidas (Loh et al., 1993; Luyben, 1986). Las composiciones de domo y fondo son las variables controladas, el reflujo y flujo de vapor de la caldera son las variables manipuladas.

La matriz de transferencia expresada en la Tabla 3.2 se representó en su forma de espacio de estados aproximando cada tiempo de retardo como un modelo de primer orden en serie por las Ecuaciones (1.10) y (1.11), con $\mathbf{A} = \phi^{-1}a$ y $\mathbf{B} = \phi^{-1}b$, donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{21 \times 1}$, $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ y $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$. Los términos diferentes de cero de las matrices de estado se representan como: $\phi_{11} = \phi_{22} = \phi_{33} = \phi_{44} = 1.5$, $\phi_{55} = 60$, $\phi_{66} = \phi_{77} = \phi_{88} = \phi_{99} = \phi_{17.17} = \phi_{18.18} = \phi_{19.19} = \phi_{20.20} = 2$, $\phi_{10.10} = 38$, $\phi_{11.11} = \phi_{12.12} = \phi_{13.13} = \phi_{14.14} = 3$, $\phi_{15.15} = 48$, $\phi_{16.16} = 45$, $\phi_{21.21} = 35$, $a_{ii} = -1 (\forall i = 1, \dots, 21)$, $a_{21} = a_{32} = a_{43} = a_{76} = a_{87} = a_{98} = a_{12.11} = a_{13.12} = a_{14.13} = a_{16.15} = a_{18.17} = a_{19.18} = a_{20.19} = 1$, $a_{54} = 0.126$, $a_{10.9} = 0.094$, $a_{15.14} = -0.101$, $a_{21.20} = -0.12$, $b_{11} = b_{61} = b_{11.2} = b_{17.2} = 1$ y $C_{15} = C_{1.16} = C_{2.10} = C_{2.21} = 1$.

3.1.3. Reactor de polimerización

Para procesos de polimerización las variables controladas más comunes son la temperatura y la presión. Estas condiciones de operación a menudo afectan la cinética de la reacción, y con esto, la longitud de las cadenas poliméricas y la distribución de pesos moleculares, las cuales se encuentran relacionadas directamente con las propiedades finales del producto (Sánchez-Peña et al., 2007).

Los reactores de polimerización suelen presentar multiplicidad de estados estacionarios, son altamente exotérmicos e inestables. Debido a la ausencia de un control automático la operación se hace menos eficiente, ya que se requiere mayor intervención humana para manipular el sistema provocando que la calidad del producto sea variable en cada lote. Por esta razón, es necesaria la implementación de sistemas de control efectivos que garanticen una

operación segura. Un controlador puede ser bastante robusto si se sintoniza correctamente y mantiene condiciones estables al sistema en presencia de perturbaciones no medibles (Chien et al., 1999, 2000).

El reactor de polimerización mejor conocido como ISP (*Industrial Scale Polymerization*) es un sistema de dos entradas y dos salidas (Singh & Londhe, 2017). Las variables manipuladas son los flujos de alimentación al reactor, las variables controladas son dos medidas que representan el estado del reactor.

La matriz de transferencia del proceso expresada en la Tabla 3.2 fue representada en espacio de estados aproximando los tiempo de retardo como ecuaciones de primer orden en serie. El sistema se escribió en la forma general dada por las Ecuaciones (1.10) y (1.11), con $\mathbf{A} = \phi^{-1}a$ y $\mathbf{B} = \phi^{-1}b$, donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{10 \times 1}$, $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ y $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$. Los términos diferentes de cero de las matrices de estado se representan como: $\phi_{11} = \phi_{22} = \phi_{55} = \phi_{66} = \phi_{77} = \phi_{88} = 0.1$, $\phi_{33} = 4.572$, $\phi_{44} = 2.174$, $\phi_{99} = 1.807$, $\phi_{10.10} = 1.801$, $a_{ii} = -1 (\forall i = 1, \dots, 10)$, $a_{65} = a_{76} = 1$, $a_{32} = 22.89$, $a_{42} = 4.689$, $a_{98} = -11.64$, $a_{10.8} = 5.8$, $b_{11} = b_{52} = 1$ y $C_{13} = C_{19} = C_{24} = C_{2.10} = 1$.

3.1.4. Columna de destilación de Ogunnaike & Ray

Se consideró la columna de destilación de 3 entradas y 3 salidas de Ogunnaike & Ray para el sistema binario etanol-agua. La columna consta de 19 platos de cobre de 12 pulgadas de diámetro (Ogunnaike & Ray, 1979). Las variables manipuladas son la corriente de reflujo, el flujo de la descarga y la presión de vapor en el calentador. Las variables controladas corresponden a la fracción mol del etanol en el destilado, la fracción mol del etanol en la corriente de descarga y la temperatura de los fondos.

La matriz de transferencia del proceso expresada en la Tabla 3.3 fue representada en espacio de estados aproximando los tiempo de retardo como ecuaciones de primer orden en serie. El sistema se escribió en la forma general dada por las Ecuaciones (1.10) y (1.11), con $\mathbf{A} = \phi^{-1}a$ y $\mathbf{B} = \phi^{-1}b$, donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{25 \times 1}$, $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ y $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$. Los términos diferentes de cero de las matrices de estado se representan como: $\phi_{11} = \phi_{22} = 1.3$, $\phi_{33} = 6.7$, $\phi_{44} = \phi_{55} = 1.95$, $\phi_{66} = 3.25$, $\phi_{77} = \phi_{88} = 1.35$, $\phi_{99} = 8.15$, $\phi_{10.10} = \phi_{11.11} = 1.5$, $\phi_{12.12} = 5$, $\phi_{13.13} = \phi_{19.19} = \phi_{20.20} = 0.5$, $\phi_{14.14} = 8.64$, $\phi_{15.15} = 2$, $\phi_{16.16} = \phi_{17.17} = 1.95$, $\phi_{18.18} = 10.9$, $\phi_{21.21} = 9.06$, $\phi_{22.22} = 3.89$, $\phi_{23.23} = 1$, $\phi_{24.24} = 0.2$, $\phi_{25.25} = 7.09$, $a_{ii} = -1 (\forall i = 1, \dots, 25)$, $a_{21} = a_{42} = a_{54} = a_{75} = a_{87} = a_{11.10} = a_{13.11} = a_{15.13} = a_{16.15} = a_{17.16} = a_{20.19} = a_{23.22} = a_{24.20} = 1$, $a_{32} = 0.66$, $a_{65} = 1.11$, $a_{98} = -34.68$, $a_{12.11} = -2.36$, $a_{14.13} = -0.61$, $a_{18.17} =$

46.2, $a_{21.20} = -0.0049$, $a_{22.20} = 0.87$, $a_{23.23} = -0.0531$, $a_{25.24} = -0.012$, $b_{11} = b_{10.2} = b_{19.3} = 1$ y $C_{13} = C_{1.14} = C_{1.21} = C_{26} = C_{2.12} = C_{2.25} = C_{39} = C_{3.18} = 1$, $C_{3.22} = 0.6175$, $C_{3.23} = 0.0203$.

3.2. Caracterización de los controladores MIMO

Se estudiaron los parámetros de los sistemas de control seleccionados y se caracterizaron principalmente en términos de:

1. *Los índices integrales de desempeño*; índice del cuadrado del error (*ICE*), índice del error absoluto (*IEA*), índice del cuadrado de la señal de control (*ICC*) e índice del control absoluto (*ICA*).
2. *El índice de robustez* ($\Phi_{\text{máx}}$).
3. *El máximo módulo multivariado en lazo cerrado* ($L_{c, \text{máx}}$).

Los índices integrales se obtuvieron utilizando dos configuraciones; a partir de su representación exacta basada en funciones de transferencia y a partir de su representación aproximada basada en espacio de estados. En la primera considerando los tiempos de retardo en forma exponencial y, en la segunda configuración, aproximándose como una expansión de primer orden en serie, esta última con el fin de validar la aproximación realizada sobre el modelo en espacio de estados. El índice de robustez se determinó por medio de la representación aproximada al modelo de espacio de estados.

3.2.1. Cambios de referencia explorados

Los índices de funcionamiento se estudiaron evaluando una función escalón unitario como referencia con distintas combinaciones que se tomaron del conjunto $\{-1, 0, 1\}$, para obtenerlas se utilizó la regla de combinatoria que nos permite contar el número de situaciones que se pueden dar al someter a un conjunto finito a las acciones de elegir entre sus elementos. Para un sistema 2×2 se pueden obtener 9 posibles combinaciones, para un sistema 3×3 se obtienen 27 combinaciones posibles y para un sistema 4×4 , se obtienen 81 combinaciones. En la Tabla 3.5 se presentan los cambios de referencia explorados para los sistemas evaluados, eliminando los cambios de referencias espejo.

Tabla 3.5. Cambios de referencia explorados para los sistemas.

Sistema	Cambios de referencia
2×2	[1, 0], [0, 1], [1, 1], [1, -1]
3×3	[1, 1, 1], [1, 1, 0], [1, 0, 1], [0, 1, 1], [1, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [1, -1, -1], [-1, 1, 0], [1, -1, 1], [1, 0, -1], [1, 1, -1], [0, 1, -1]
4×4	[1, 1, 1, 1], [1, 1, -1, -1], [1, -1, 1, -1], [1, -1, -1, 1]

3.3. Evaluación del efecto del factor de desintonización (F)

La exploración del factor de desintonización se realizó mediante una interpolación donde se definieron los límites de estabilidad para el factor F , posteriormente con los parámetros de Ziegler & Nichols se realizó la interpolación para obtener nuevos parámetros de control PI . Finalmente, se realizó la caracterización de los controladores obtenidos.

Si F_1 y F_2 representan el factor de desintonización para el lazo 1 y 2 respectivamente, el método de Luyben trabaja con un mismo valor de desintonización para todos los lazos de control, es decir, $F_1/F_2 = 1$. Si nos movemos de dicha restricción significa que el factor de desintonización será distinto para cada lazo.

3.4. Propuesta para la modificación al método BLT

Se realizó un análisis de los índices de desempeño y robustez para los controladores de la literatura, donde para tener una comparación más efectiva sobre los controladores se calculó el porcentaje del error relativo representado por la Ecuación (3.1); el cual tiene la finalidad de mostrar la degradación o mejora de un índice de desempeño o robustez respecto al método BLT.

$$E_R (\%) = 100 \times \frac{I - I_{BLT}}{I_{BLT}} \quad (3.1)$$

Un valor positivo E_R indica la degradación del índice de desempeño o robustez, mientras que un valor negativo indica su mejora. Para un proceso específico el objetivo es determinar los parámetros del controlador de tal forma que minimicen la función de costo elegida (ín-

dice elegido). Cada índice posee un único valor mínimo, es por esto que en este trabajo se realizó el análisis siguiendo la minimización del porcentaje de error relativo de los índices de desempeño y robustez por separado y en conjunto; esto es sumando los índices elegidos y minimizando la suma obtenida. Las propuestas analizadas fueron la minimización de:

1. El porcentaje de error de los índices cuadráticos de la señal del error y de control añadiendo el índice de robustez: $E_R(ICE) + E_R(ICC) + E_R(\Phi_{\text{máx}})$, $F_1 = F_2$.
2. El porcentaje de error de los índices cuadráticos de la señal del error y de control añadiendo el máximo módulo multivariado en lazo cerrado: $E_R(ICE) + E_R(ICC) + E_R(L_{c, \text{máx}})$, $F_1 = F_2$.
3. El porcentaje de error del índice cuadrado de la señal del error añadiendo el índice de robustez: $E_R(ICE) + E_R(\Phi_{\text{máx}})$, $F_1 = F_2$.
4. La función del error de la suma del índice cuadrado de la señal del error y el índice de robustez: $E_R(ICE) + E_R(\Phi_{\text{máx}})$, $F_1 \neq F_2$.
5. La función del error de la suma del índice cuadrado de la señal del error y el índice de robustez: $E_R(ICE) + E_R(\Phi_{\text{máx}})$. Con las condiciones de: $F_1 \Rightarrow 2\text{dB}$, $F_2 \Rightarrow 2\text{dB}$, *factor de ajuste* $\Rightarrow 2N$.

Para obtener el valor mínimo (valor óptimo) de las primeras 3 propuestas se consideró la restricción de conservar un mismo valor para el factor de desintonización (F) para todos lazo de control.

Por otro lado, para la propuestas 4 se realizó la búsqueda del valor óptimo con el método de máximo ascenso de la función suavizada para la suma de los errores relativos de los índices de la señal del error y el índice de robustez: $E_R(ICE) + E_R(\Phi_{\text{máx}})$, esto sin conservar la restricción de un mismo valor de F para los lazos de control. Finalmente, para la propuesta 5 se condicionó el valor de F igual a 2 dB para cada lazo de control, posteriormente se introdujo el factor de juste que sintoniza simultáneamente cada lazo de control y se obtenga un $L_{c, \text{máx}}$ igual a $2N$ dB.

La propuesta que presento mejores resultados se desarrolló considerando el sistema como un lazo cerrado de control, donde la estrategia de trabajo seguida fue:

1. Sintonización de cada lazo de control a un margen de ganancia de 2 dB.

2. Determinación del factor de ajuste que sintoniza simultáneamente a cada lazo de control, tal que se obtenga un $L_{c, \text{máx}}$ igual a $2N$.
3. Estimación de los parámetros para un control PI .

3.5. Herramientas de cómputo

La implementación de la metodología BLT, la obtención de índices de funcionamiento, así como el índice de robustez ($\Phi_{\text{máx}}$) y las simulaciones se realizaron con el software Matlab R2017a y sus herramientas adicionales Simulink (MathWorks Inc., Natick, MA, USA).

Los pasos que se siguieron para realizar las simulaciones que ayudaron a la obtención de los índices de funcionamiento y robustez son los siguientes:

1. Crear archivo tipo SLX de Simulink de Matlab.
2. Desarrollar el diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado de los sistemas propuestos, formado por las referencias tipo escalón unitario, funciones de transferencia de control y proceso.
3. Introducir las ganancias para el control a evaluar.
4. Obtener los índices de funcionamiento por la adición de bloques multiplicativos e integrales, representados por las Ecuaciones (1.23), (1.24), (1.32) y (1.33).

Adicionalmente, se desarrollaron diversos algoritmos en Matlab para obtener los diagramas de Bode, para determinar numéricamente el índice de robustez empleando la Ecuación (1.35) y para obtener los índices analíticos representados por las Ecuaciones (1.23) y (1.24).

4. Resultados y discusión

4.1. Ganancias PI para los casos de estudio

De acuerdo a la búsqueda bibliográfica se obtuvieron las ganancias de los sistemas multi-variables para los casos de estudio. Estas ganancias se presentan en las Tablas 4.1 a 4.4.

Tabla 4.1. Ganancias de controladores PI multivariable para la columna Wardle & Wood.

Control	K_{P1}	K_{P2}	τ_{I1}	τ_{I2}	Referencia
BLT	27.4	-13.3	41.4	52.9	Luyben (1986)
ZN	59	-28.5	19.3	24.6	Luyben (1986)
LQR	42.5	-26.3	61.06	40.46	Estévez-Sánchez et al. (2017)
IMC	51.5	-21.3	63	39	Lee et al. (1998)
ICC	53.8	-20.3	31.1	29.7	Lee et al. (1998)
DLT	33.33	-21.67	63	39	Jung et al. (1999)
JUNG	19.1	-10.81	23.48	16.09	Jung et al. (1999)
SAT	48.1	-25.4	18.99	26.3	Loh et al. (1993)
MST	53.4	-20.9	63.2	38.8	Vu & Lee (2008)
KHAN	45.736	-22.093	24.897	31.734	Khandelwal & Detroja (2017)
CHIEN	38.8	-14.26	22.96	18.64	Khandelwal & Detroja (2017)
VU	67.06	-40.42	66.04	41.52	Vu & Lee (2010)
XIONG	41.55	-19.089	60	35	Xiong & Cai (2006)

Tabla 4.2. Ganancias de controladores *PI* multivariable para la columna Wood & Berry.

Control	K_{P1}	K_{P2}	τ_{I1}	τ_{I2}	Referencia
BLT	0.375	-0.075	8.29	23.6	Luyben (1986)
ZN	0.96	-0.19	3.25	9.2	Luyben (1986)
SHEN	0.54	-0.072	7.92	26.7	Chien et al. (1999)
PAL	0.183	-0.119	10.7	10.7	Chien et al. (1999)
SAT	0.868	-0.087	3.25	10.4	Loh et al. (1993)
CHIEN	0.637	-0.096	3.84	7.4	Chien et al. (2000)
CHIEN1	0.47	-0.089	8.31	7.17	Chien et al. (2000)
DLT	0.22	-0.14	17.2	15.9	Jung et al. (1999)
JUNG	0.19	-0.099	8.51	8.58	Jung et al. (1999)
LQR	0.744	-0.106	26.57	7.57	Estévez-Sánchez et al. (2017)
IMC	0.737	-0.103	17.2	15.9	Lee et al. (1998)
ICC	0.85	-0.0885	7.21	8.86	Lee et al. (1998)
MST	0.5	-0.09	10.54	7.32	Vu & Lee (2010)
VU	0.75	-0.08	10.07	7.98	Vu & Lee (2008)
EVO1	0.924	-0.078	8.72	6	Reynoso-Meza et al. (2012)
EVO2	0.74	-0.06	9.5	3.33	Reynoso-Meza et al. (2016)
IMC2	0.932	-0.124	16.7	14.418	Maghade & Patre (2012)
HO	0.57	-0.11	20.7	12.88	Ho et al. (1997)
HO1	0.38	-0.07	21.64	14.8	Ho et al. (1997)
LEE	0.219	-0.0964	8.35	7.45	Lee et al. (2004)
LIU	0.2448	-0.0723	5.458	6.278	Liu et al. (2005)
CHEN	0.436	-0.0945	11	15.5	Chen & Seborg (2003)
CHEN1	0.44	-0.1	4.85	11.6	Chen & Seborg (2001)
CHEN2	0.31	-0.074	6.79	16.3	Chen & Seborg (2001)
SAD	0.3236	-0.0909	10.405	5.7531	Abdul-Kadhar et al. (2015)
MAGHA	0.4867	-0.1567	5.524	5.1546	Abdul-Kadhar et al. (2015)

Tabla 4.3. Ganancias de controladores *PI* multivariable para el reactor de polimerización.

Control	K_{P1}	K_{P2}	τ_{I1}	τ_{I2}	Referencia
BLT	0.21	0.175	2.26	4.25	Chien et al. (2000)
SHEN	0.459	0.183	1.5	4.45	Chien et al. (2000)
PAL	0.0978	0.375	1.6	1.6	Chien et al. (2000)
LOH	0.62	0.247	0.6	1.78	Chien et al. (1999)
CHIEN	0.263	0.163	1.42	1.77	Chien et al. (1999)
CHIEN1	0.36	0.279	1.8	2.54	Chien et al. (2000)
LIU	0.2908	0.0869	4.6962	1.3518	Liu et al. (2005)
VU	0.43	0.13	3.95	1.18	Vu & Lee (2010)
LEE	0.51	0.19	6.52	2.61	Vu & Lee (2010)
XIONG	0.219	0.1703	4.572	1.801	Xiong & Cai (2006)
ZN	0.7258	0.6052	0.6553	1.2315	Ziegler et al. (1942)

Tabla 4.4. Ganancias de controladores *PI* multivariable para la columna Ogunnaike & Ray.

Control	K_{P1}	K_{P2}	K_{P3}	τ_{I1}	τ_{I2}	τ_{I3}	Referencia
BLT	1.51	-0.295	2.63	16.4	18	6.61	Luyben (1986)
SHEN	2.55	-0.235	3.39	16.5	26.1	7.39	Luyben (1986)
HALEVI	1.25	-0.339	0.923	10.5	10.5	10.5	Chien et al. (1999)
CHIEN	1.08	-0.233	2.78	4.25	3.32	5.24	Chien et al. (1999)
DLT	0.606	-0.138	0.394	8	6.5	6.848	Jung et al. (1999)
JUNG	0.0062	-0.0036	0.24	0.0457	0.1084	2.98	Jung et al. (1999)
MST	1.62	-0.32	9.43	9.32	7.27	12.4	Vu & Lee (2008)
SAT	2.71	-0.366	4.56	7.44	10.52	3.09	Lee et al. (2004)
LEE	0.593	-0.124	3.22	3.43	2.88	7.65	Lee et al. (2004)
VU	1.57	-0.31	6.1	5.96	4.81	9.6	Vu & Lee (2010)
LEE1	1.06	-0.22	5.08	3.59	2.87	7.42	Vu & Lee (2010)
ZN	3.24	-0.63	5.66	7.62	8.36	3.08	Luyben (1986)

4.2. Cálculo de la ganancia y frecuencia crítica

Para obtener las ganancias y períodos críticos para los casos de estudio se realizaron los diagramas de Bode correspondientes a cada lazo de control. En la Tabla 4.5 se presenta los valores obtenidos. Estos valores validaron las ganancias de Ziegler y Nichols, que a su vez se utilizaron para validar las ganancias propuestas por Luyben. Las ganancias obtenidas validaron las ganancias de Ziegler y Nichols en su mayoría, exceptuando el último lazo de control del sistema de Alatiqi caso 2, donde Luyben (1986) reportó valores de 18.94 dB y 0.52 rad/s para la ganancia y frecuencia crítica, respectivamente. En cambio, los valores obtenidos en el presente trabajo son 20.5 dB y 0.54 rad/s; esto demuestra un desfase de -1.58 dB y de 0.02 rad/s para la ganancia y frecuencia crítica, respectivamente.

Tabla 4.5. Ganancias y frecuencias críticas para los casos de estudio.

Sistema	K_{C1}	ω_{C1}	K_{C2}	ω_{C2}	K_{C3}	ω_{C3}	K_{C4}	ω_{C4}
WW	129.76	0.27	-62.6	0.213	-	-	-	-
WB	2.09	1.60	-0.422	0.564	-	-	-	-
ISP	1.59	7.99	1.33	4.252	-	-	-	-
VL	-5.29	1.65	9.75	4.55	-	-	-	-
TS	-364	2.54	1553	0.65	-	-	-	-
OR	7.13	0.68	-1.39	0.62	12.45	1.70	-	-
TS1	-74.59	2.22	3.14	1.78	-1.096	0.07	-	-
TS4	-74.58	2.22	-23.32	1.09	-1.21	1.05	-	-
DL	-1.21	1.041	-74.59	2.22	4.409	2.02	7.63	3.07
AL1	11.30	0.16	14.56	1.57	5.85	1.59	10.03	0.425
AL2	8.03	0.33	10.10	1.57	6.31	1.57	20.52	0.54

La Figura 4.1 muestra el diagrama de Bode para la columna de destilación de Wood & Berry para sus dos lazos abiertos de control dada una función de transferencia de primer orden. Se observa que el lazo 1 se tiene una ganancia de 2.09 dB que corresponde a 1.60 rad/s de frecuencia crítica y para el lazo 2 se observa una ganancia de -0.422 dB que corresponde a una frecuencia crítica de 0.564 rad/s.

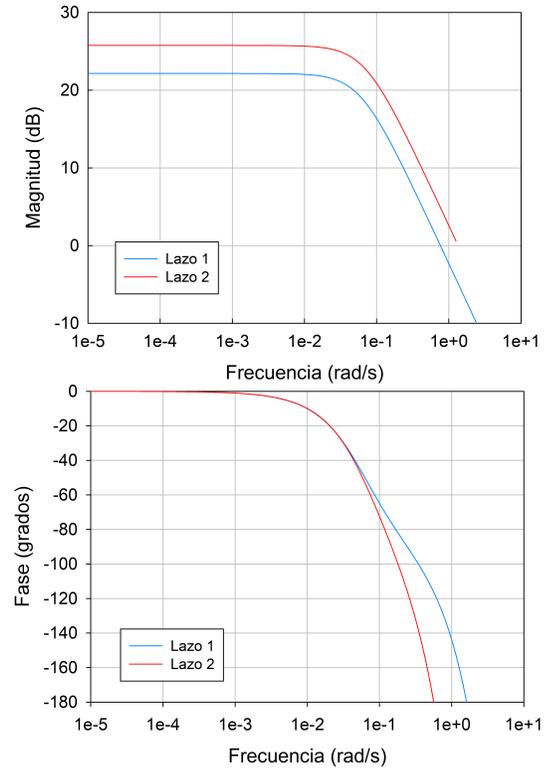


Figura 4.1. Diagrama de Bode en lazo abierto para la columna de destilación de Wood & Berry.

4.3. Cálculo del máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para los casos de estudio

Para obtener el máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) de los casos de estudio se obtuvieron los diagramas de Bode en lazo cerrado.

La Figura 4.2 presenta el diagrama de Bode en lazo cerrado para la columna de destilación de Wood & Berry, se observa el pico característico que corresponde a un $L_{c, \text{máx}}$ de 4 dB a una frecuencia de 0.32 rad/s.

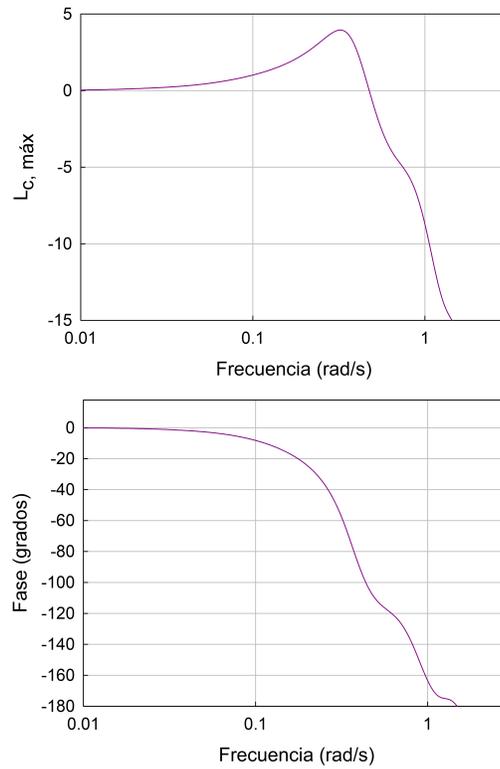


Figura 4.2. Diagrama de Bode en lazo cerrado para la columna de destilación de Wood & Berry mostrando el módulo logarítmico en lazo cerrado con las ganancias BLT del control PI .

En las Tablas 4.7 a 4.9 se presenta el valor obtenido del máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) y sus frecuencias correspondientes para los controladores de la literatura de los casos de estudio.

Tabla 4.6. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para los controladores de la literatura para la columna de destilación de Wardle & Wood.

Control	$L_{c, \text{máx}}$	$W(L_{c, \text{máx}})$
BLT	4.0	0.086
ZN	18.6	0.148
LQR	9.9	0.141
IMC	8.9	0.141
ICC	10.5	0.137
DLT	7.1	0.122
JUNG	7.9	0.067
SAT	15.0	0.135
MST	8.9	0.143
KHAN	11.2	0.130
CHIEN	9.4	0.100
VU	21.5	0.173
XIONG	7.3	0.123

Tabla 4.7. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para los controladores de la literatura para la columna de destilación Wood & Berry.

Control	$L_{c, \text{máx}}$	$W(L_{c, \text{máx}})$
BLT	4.0	0.323
ZN	39.5	0.470
SHEN	4.2	0.366
PAL	5.4	0.296
SAT	7.1	0.451
CHIEN	9.1	0.404
CHIEN1	5.9	0.316
DLT	5.7	0.344
JUNG	5.5	0.268
LQR	4.8	0.380
IMC	4.6	0.401
ICC	5.1	0.401
MST	5.5	0.342
VU	4.2	0.373
EVO1	4.1	0.377
EVO2	4.2	0.301
IMC2	5.6	0.427
HO	5.1	0.383
HO1	2.1	0.299
LEE	6.2	0.276
LIU	7.0	0.265
CHEN	4.8	0.353
CHEN1	8.7	0.370
CHEN2	4.5	0.298
SAD	6.5	0.297
MAGHA	27.3	0.389

Tabla 4.8. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para los controladores de la literatura para el reactor de polimerización.

Control	$L_{c, \text{máx}}$	$W(L_{c, \text{máx}})$
BLT	4.0	1.224
SHEN	6.0	2.016
PAL	6.9	1.267
LOH	14.3	2.645
CHIEN	6.9	1.364
CHIEN1	8.8	1.977
LIU	2.6	0.882
VU	3.9	1.339
LEE	4.1	1.986
XIONG	4.0	1.165

Tabla 4.9. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para los controladores de la literatura para la columna Ogunnaike & Ray.

Control	$L_{c, \text{máx}}$	$W(L_{c, \text{máx}})$
BLT	6.0	0.387
SHEN	8.20	0.431
HALEVI	4.24	0.344
CHIEN	9.12	0.308
DLT	1.67	0.054
JUNG	9.44	0.141
MST	11.73	1.544
SAT	18.82	0.438
LEE	4.05	0.222
VU	7.11	0.372
LEE1	7.43	0.308
ZN	9.26	0.467

4.4. Exploración del máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias

Se estimó el máximo módulo multivariado en lazo cerrado $L_{c, \text{máx}}$ del método BLT respecto a las ganancias obtenidas. La exploración de los controladores se analizó bajo dos representaciones; la representación original en matriz transferencia y la representación en espacio de estados.

En la Figura 4.3 se muestra el valor de $L_{c, \text{máx}}$ en función de las constantes proporcionales. Se observa una distribución de colores desde el color azul hasta el color amarillo que corresponden al aumento de $L_{c, \text{máx}}$. Se observó que todos los controladores de la literatura se encontraban en un rango de 0.15 a 0.98 para la ganancia K_P del lazo 1 y entre 0 a -0.25 para el lazo 2. Adicionalmente, se observó que la zona de $L_{c, \text{máx}}$ con valores máximos en el sistema aproximado presentó un desfase respecto a la zona del sistema exacto.

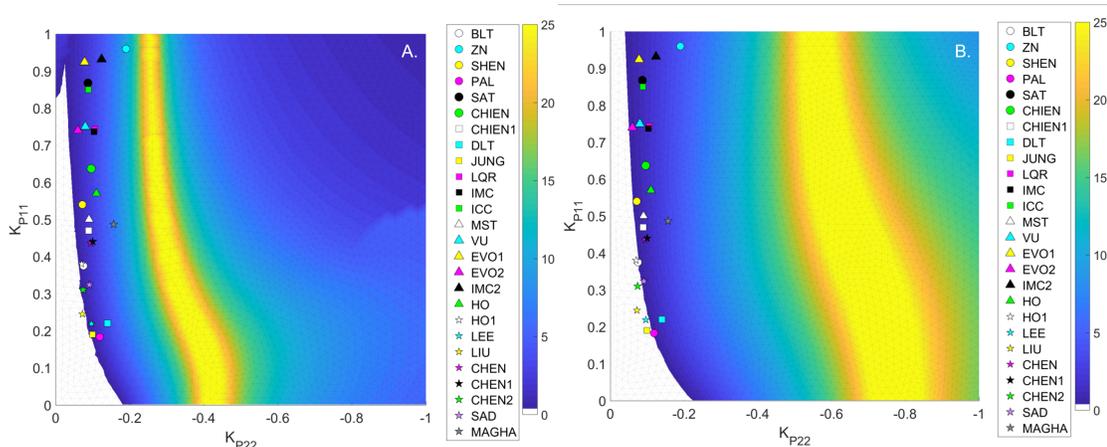


Figura 4.3. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control P para la columna de destilación de Wood & Berry.

A. Representación original en matriz transferencia y B. Representación en espacio de estados.

Notemos que si consideramos solo la parte proporcional; el sistema aproximado tiene una zona de $L_{c, \text{máx}}$ con valores máximos mayores que en el sistema exacto y la adición de la parte integral indica un efecto significativo en la sintonización, esto se observa en la Figura 4.4 donde se muestra el valor de $L_{c, \text{máx}}$ en función de las ganancias proporcionales e integrales.

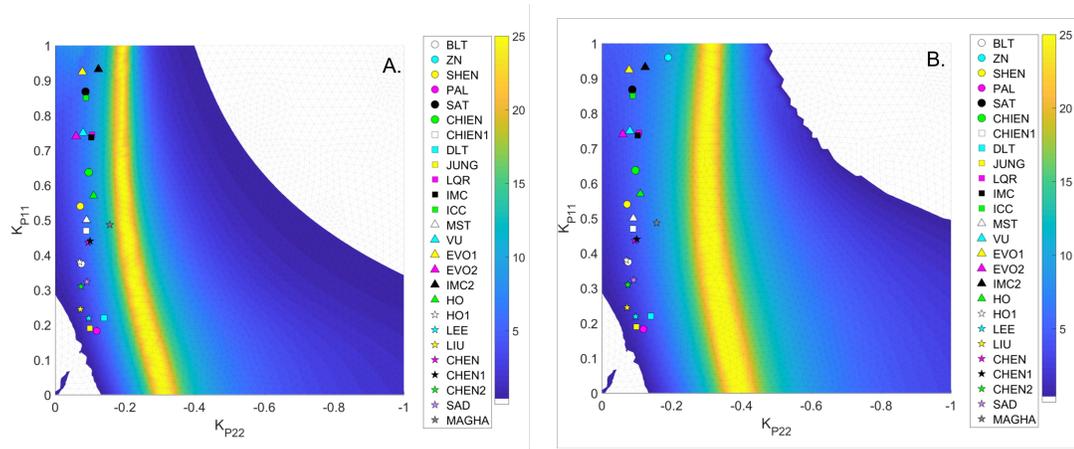


Figura 4.4. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control PI para la columna de destilación de Wood & Berry.

A. Representación en matriz transferencia y B. Representación en espacio de estados.

La Figura 4.5 muestra la distribución de $L_{c, \text{máx}}$ en función de las ganancias proporcionales para los dos lazos de control del sistema Wardle & Wood para los controladores de la literatura. Este análisis demostró que existe zonas con un valor pequeño de $L_{c, \text{máx}}$ que no necesariamente son estables, y que los controladores de la literatura se encontraban en una única zona la cual tiene una limitación de 0 a 80 de K_P para el lazo 1 y de 0 a -50 para el lazo 2.

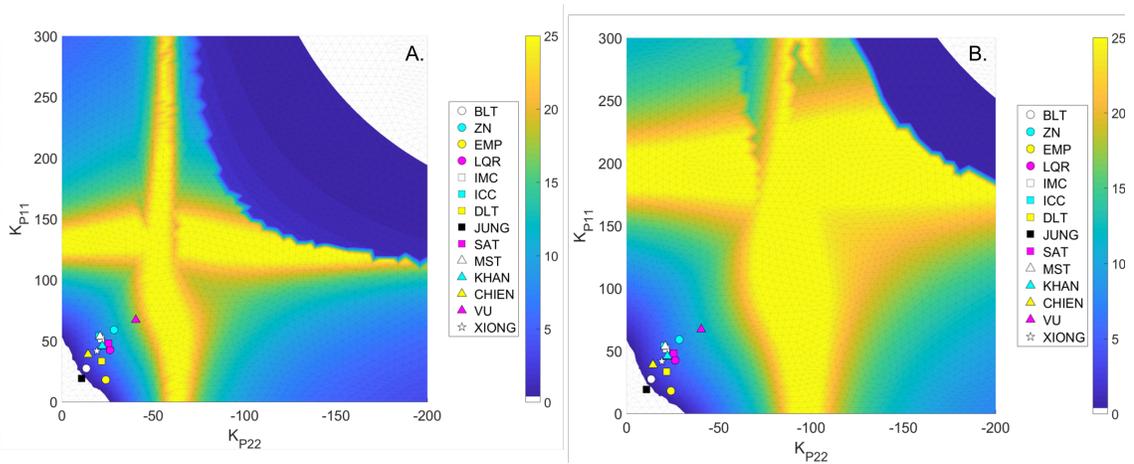


Figura 4.5. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control P para la columna de destilación de Wardle & Wood.

A. Representación en matriz transferencia y B. Representación en espacio de estados.

La adición de la parte integral mostró una limitación significativa de la zona de búsqueda de controladores estables. En la Figura 4.6 es posible observar que al considerar las ganancias integrales la zona donde se obtienen los valores máximos para $L_{c, \text{máx}}$ se desplaza en dirección al origen, esto hace que los controladores PI de la literatura obtengan un valor distinto de $L_{c, \text{máx}}$.

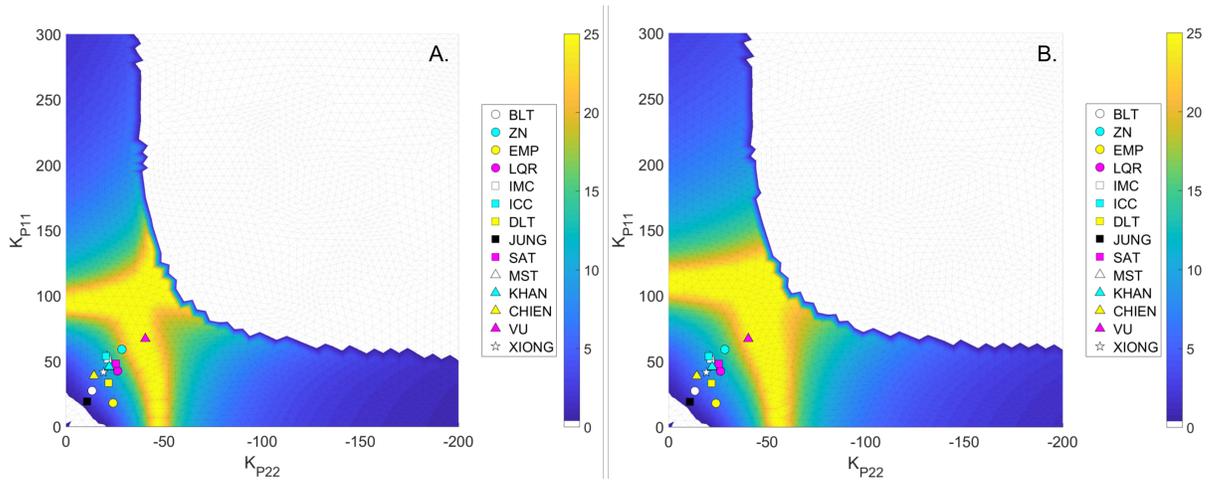


Figura 4.6. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) en función de las ganancias proporcionales de un control PI para la columna de destilación de Wardle & Wood.

A. Representación en matriz transferencia y B. Representación en espacio de estados.

La Figura 4.7 muestra la distribución de $L_{c, \text{máx}}$ en función de las ganancias proporcionales de un control PI para el reactor de polimerización. Este análisis demostró que valores pequeños y positivos de $L_{c, \text{máx}}$ no necesariamente garantizan la estabilidad del sistema.

Por otro lado, los controladores de la literatura se localizaron en una distribución de $L_{c, \text{máx}}$ de K_P de 0 a 0.8 para el lazo 1 y de K_P 0 a 0.39 para el lazo 2.

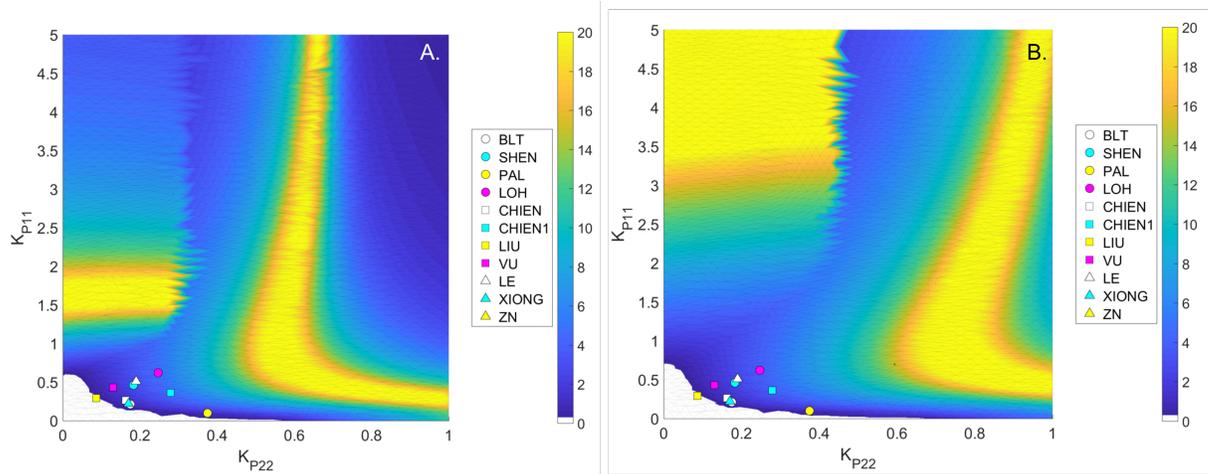


Figura 4.7. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_c, \text{máx}$) en función de las ganancias proporcionales de un control P para el reactor de polimerización.
 A. Representación en matriz transferencia y B. Representación en espacio de estados.

Si solo consideramos la parte proporcional el sistema aproximado tiene una zona de $L_c, \text{máx}$ con valores máximos mayor que el sistema exacto. La adición de la parte integral acota esta zona, lo cual indica un efecto significativo en la sintonización.

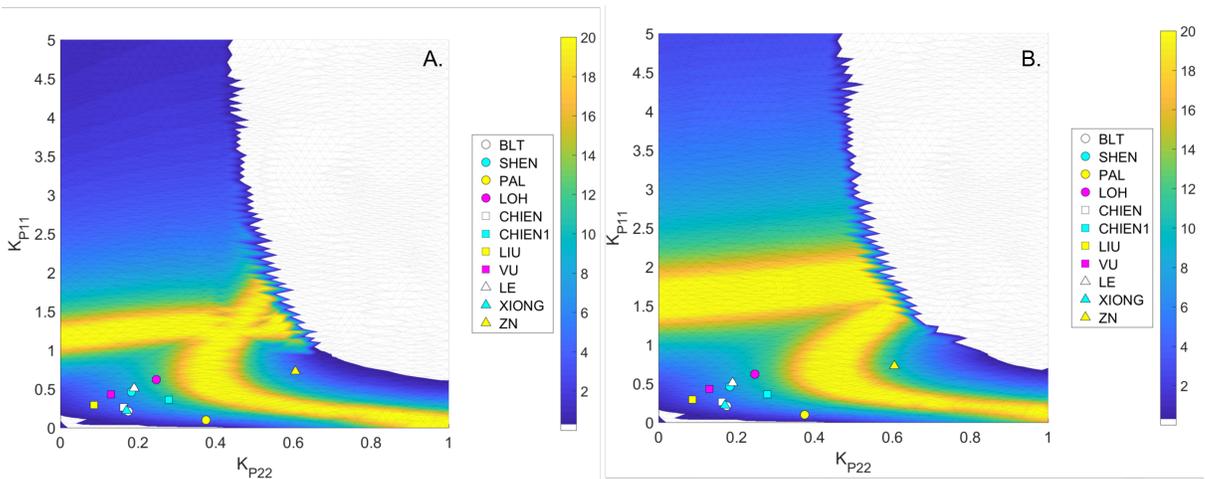


Figura 4.8. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_c, \text{máx}$) en función de las ganancias proporcionales de un control PI para el reactor de polimerización.
 A. Representación en matriz transferencia y B. Representación en espacio de estados.

4.5. Caracterización de controladores *PI* diagonales por el método BLT

La Figura 4.9 muestra los índices cuadráticos de desempeño para la columna de destilación de Wood & Berry; la zona blanca indica inestabilidad y la azul se definió como la zona donde la integral del cuadrado del error y control poseen un valor mínimo, para alcanzarlos debemos movernos hacia la dirección indicada por las flechas.

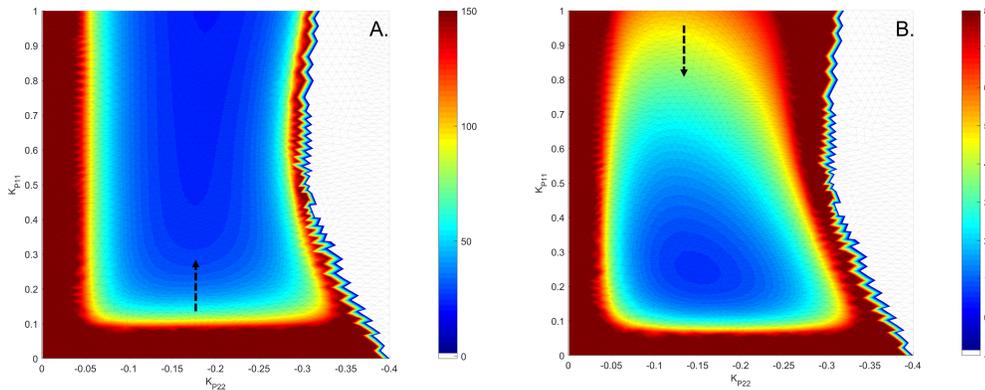


Figura 4.9. Distribución de los índices cuadráticos de desempeño en función de las ganancias *PI* para la columna de destilación de Wood & Berry.

A. Índices cuadráticos de la señal del error (*ICE*) y B. Índices cuadráticos de la señal del control (*ICC*). La flecha indica el desplazamiento para obtener el valor mínimo.

Es evidente observar que la zona donde se encuentran el valor mínimo de *ICE* y opuesta a la zona del valor mínimo de *ICC*. Esto da lugar a considerar que los índices de la señal del error y control son antagonistas porque al minimizar *ICE* se minimiza el error del control pero al minimizar *ICC* aumenta la tolerancia del desempeño ante errores de modelado porque éstos moderan la acción de control y evitan que el estado del proceso se salga de los límites de validez del modelo (Carrillo-Ahumada et al., 2011).

En la Figura 4.10 se presenta el comportamiento de $\Phi_{\text{máx}}$ y $L_{c, \text{máx}}$ en función de las ganancias *PI*, para obtener un valor mínimo debemos desplazarnos hacia la dirección mostrada por las flechas.

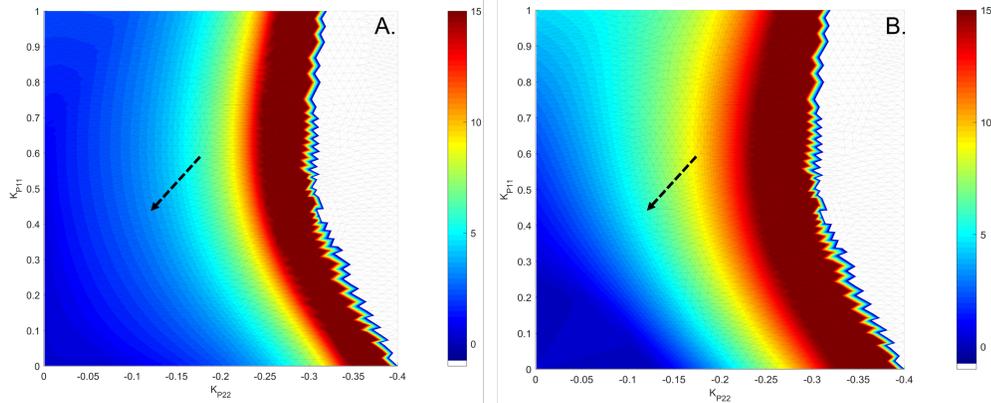


Figura 4.10. Distribución del índice de robustez y módulo logarítmico en función de las ganancias PI para la columna de destilación de Wood & Berry.

A. Índice de robustez ($\Phi_{\text{máx}}$) y B. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$). La flecha indica el desplazamiento para obtener el valor mínimo.

En la Figura 4.11 se presenta el comportamiento de $F1/F2$ en función de las ganancias PI , donde se visualiza que al desplazarnos hacia la dirección mostrada por la flecha se obtiene un único valor para el factor de desintonización para todos los lazos de control, pero si nos movemos en una dirección distinta a la indicada significa que el factor será distinto para cada lazo. Este análisis demostró que los índices se minimizan para una relación $F1/F2$ diferente a la unidad.

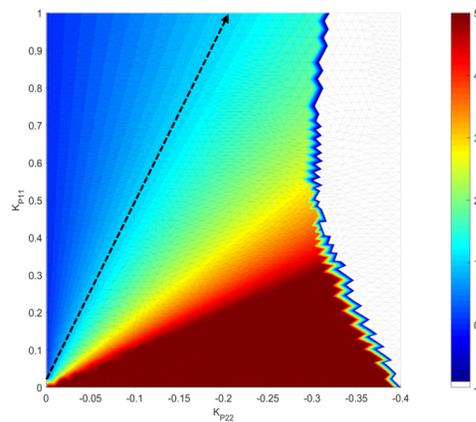


Figura 4.11. Distribución de la relación del factor de desintonización para cada lazo de control (F_1/F_2) en función de las ganancias PI para la columna de destilación de Wood & Berry.

La flecha indica el desplazamiento para obtener un mismo factor de desintonización para cada lazo de control.

4.6. Exploración del factor de desintonización (F)

Se obtuvieron los índices del esfuerzo de control, de la señal del error, $\Phi_{\text{máx}}$ y la variación de $L_{c, \text{máx}}$ en función de F ; estos valores se muestran en la Figura 4.12 donde se visualiza que la señal de control tiene un comportamiento parabólico con un valor mínimo en 2 aproximadamente, la señal de control tiene una tendencia creciente. Se observa que $L_{c, \text{máx}}$ y $\Phi_{\text{máx}}$ disminuyen a lo largo de F . Este análisis demostró que un valor mínimo de ICE no necesariamente se alcanza con el valor de F que produce el $L_{c, \text{máx}}$ recomendado por Luyben.

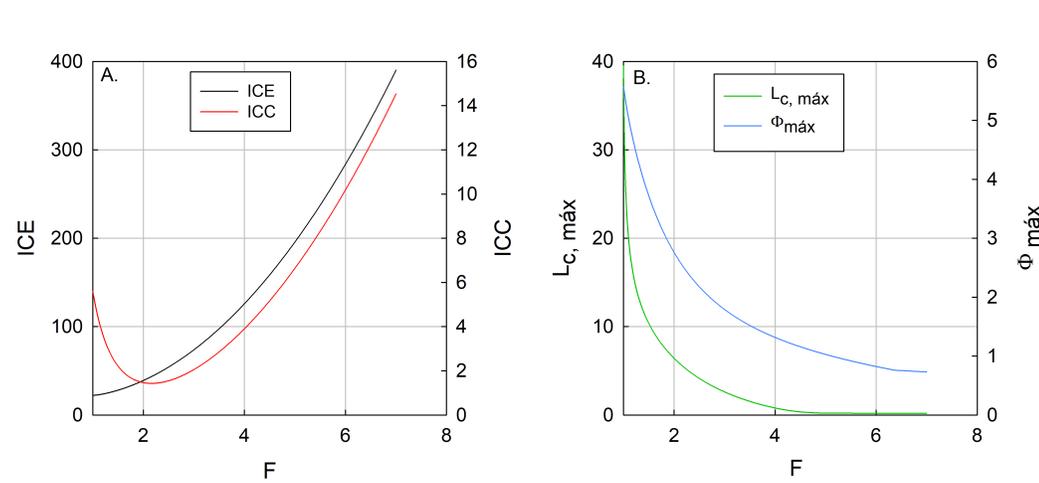


Figura 4.12. Exploración del factor de desintonización (F) para el sistema Wood & Berry. A. Índices cuadráticos de desempeño en función de F y B. Máximo módulo multivariado en lazo cerrado y $\Phi_{\text{máx}}$ en función de F .

En la Tabla 4.10 se muestran los valores para el factor de desintonización F del método BLT y los obtenidos mediante la propuesta realizada en el presente trabajo para los casos de estudio. Notemos la restricción del método BLT de sintonizar todos los lazos de control con un único valor de F , esto es: $F_1 = F_2$. Por otro lado, el análisis de la propuesta presentada demostró que los índices se minimizan para una relación F_1/F_2 diferente a la unidad, esto es un valor distinto de F para cada lazo de control.

Tabla 4.10. Factor de desintonización F para los casos de estudio.

Sistema	F_{BLT}	F_{1P_5}	F_{2P_5}	F_{3P_5}	F_{4P_5}
WW	2.15	1.43	1.19	-	-
WB	2.55	1.68	1.21	-	-
ISP	3.45	1.87	1.20	-	-
VL	2.25	1.31	1.96	-	-
TS	10	6.48	28.06	-	-
OR	2.15	1.09	1.02	1.19	-
TS1	1.91	3.15	1.60	0.98	-
TS4	3.0	3.15	1.63	1.32	-
DL	4.67	1.31	3.14	0.96	1.81
AL1	2.25	3.27	2.1	1.65	3.05
AL2	4.0	3.23	2.38	1.72	4.87

4.7. Índices de desempeño y robustez

Se muestran los índices de desempeño y robustez obtenidos para los casos de estudio. En la Tabla 4.11 se presentan los índices de desempeño y robustez obtenidos para la columna WB, los índices de la señal del error y control indican controladores con un esfuerzo de control relativamente bajo.

Tabla 4.11. Síntesis de índices de desempeño y robustez para la columna de destilación de Wood & Berry.

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	Φ_{\max}
BLT	20.58	7.22	117.27	50.76	17.83	1.36	9.16	0.26	2.13
ZN	175.31	26.41	547.47	219.40	198.59	32.51	106.03	8.06	5.56
SHEN	16.61	5.67	174.54	71.29	27.08	2.07	14.07	0.39	2.13
PAL	54.36	20.80	43.16	20.12	8.33	0.50	3.58	0.10	2.44
SAT	13.69	6.71	51.75	34.68	13.89	5.71	2.83	0.11	2.40
CHIEN	17.80	7.13	48.51	30.36	12.75	3.14	4.04	0.16	3.20
CHIEN1	18.56	7.39	42.09	25.90	7.22	1.21	3.08	0.10	2.56
DLT	56.45	19.14	46.68	19.90	10.95	0.64	5.16	0.18	2.70
JUNG	35.96	15.78	39.82	21.63	6.07	0.48	2.88	0.10	2.38
LQR	27.02	7.11	39.17	23.73	10.07	2.21	3.50	0.13	2.42
IMC	19.32	5.67	61.33	30.40	12.85	2.32	4.40	0.12	2.39
ICC	12.26	5.40	45.60	29.53	10.22	3.54	2.78	0.10	2.23
MST	19.41	7.30	40.94	25.33	7.33	1.25	2.87	0.10	2.42
VU	13.89	5.48	44.73	28.90	9.06	2.53	2.54	0.08	2.02
EVO1	12.40	5.20	42.14	28.27	10.20	3.91	3.20	0.10	1.89
EVO2	14.79	5.82	44.41	28.91	9.96	2.57	3.97	0.16	1.74
IMC2	16.74	5.41	50.26	27.26	12.33	3.68	3.89	0.16	2.71
HO	27.83	7.64	49.00	25.59	10.25	1.45	3.58	0.11	2.56
HO1	41.21	9.87	79.34	36.85	15.66	1.17	6.70	0.18	1.77
LEE	32.09	13.94	39.14	22.00	5.86	0.49	2.98	0.11	2.59
LIU	25.67	11.09	46.33	27.29	6.46	0.65	3.17	0.10	2.87
CHEN	21.80	7.36	64.21	31.21	10.36	1.10	4.13	0.12	2.41
CHEN1	19.36	7.89	52.12	30.00	9.89	1.51	3.44	0.12	3.37
CHEN2	21.47	8.34	83.76	40.47	12.49	1.00	5.76	0.16	2.20
SAD	27.82	11.07	39.43	23.11	6.08	0.67	3.26	0.12	2.71
MAGHA	101.96	23.78	209.88	90.18	53.39	6.15	36.43	2.61	7.42

La Figura 4.13 muestra el comportamiento de los índices de desempeño y robustez en función del $L_{c, \text{máx}}$ para la columna de destilación WB. Se observó una relación directa entre los índices cuadráticos de la señal de control y del error. También, se demostró que los índices cuadráticos poseen una relación inversamente proporcional a $L_{c, \text{máx}}$ y el error relativo del índice cuadrático de la señal de control posee un mínimo a un valor no mayor a 10 dB, mientras que para el índice cuadrado de la señal del error muestra ser constante en 15 dB. Por último, se observó que $\Phi_{\text{máx}}$ mantienen una relación directamente proporcional a $L_{c, \text{máx}}$.

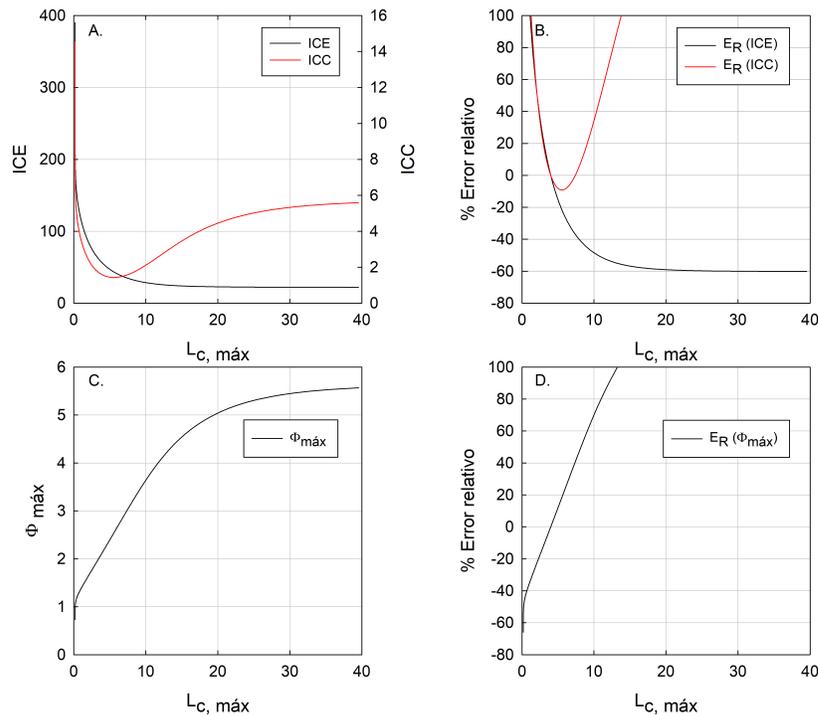


Figura 4.13. Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación Wood & Berry.

A. Índices cuadráticos de la señal del error (ICE) y la señal de control (ICC) en función de $L_{c, \text{máx}}$, B. Error relativo de los índices cuadráticos de la señal de error y la señal de control en función de $L_{c, \text{máx}}$, C. Variación de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$ y D. Error relativo de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$.

Para el sistema WB se observó un comportamiento parabólico para todas las combinaciones estudiadas; para la primera combinación que involucra $ICE + ICC$ se obtuvo un mínimo en aproximadamente 7 dB, para el estudio del conjunto de $ICE + ICC + \Phi_{\text{máx}}$ se obtuvo un

mínimo en un valor mayor a 5 dB, para el análisis del conjunto $ICE + ICC + L_{c, \text{máx}}$ se obtuvo un mínimo en un valor menor a los 5 dB. Finalmente, para el error relativo de $ICE + \Phi_{\text{máx}}$ se obtuvo un mínimo menor a los 5 dB. Esta última permite que los índices de la señal de control y la señal del error se minimicen en automático, ya que estos índices poseen una relación directa por lo tanto al disminuir ICE se disminuye ICC .

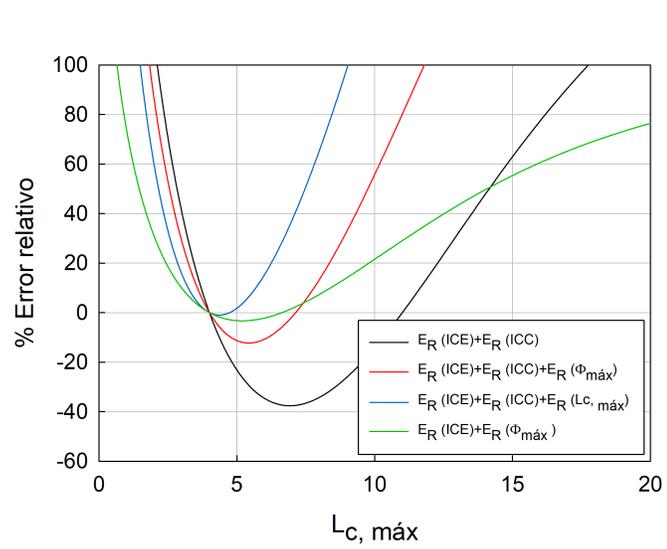


Figura 4.14. Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Wood & Berry.

En la Tabla 4.12 se muestra los índices de la señal de control, del esfuerzo de control y el índice de robustez para la columna de destilación de WW.

Tabla 4.12. Síntesis de índices de desempeño y robustez para la columna de destilación de Wardle & Wood.

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	$\Phi_{\text{máx}}$
BLT	143.49	43.26	349.52	134.03	12224	122985	11500	103809	1.40
ZN	97.19	41.49	284.06	214.94	8470	174978	9081	181054	5.11
LQR	134.55	39.00	172.78	79.89	8926	98560	7802	73228	2.75
IMC	119.42	34.80	191.45	95.35	9408	118663	7713	66962	2.34
ICC	79.81	32.12	183.13	112.18	8243	122390	6518	59567	2.59
DLT	170.83	47.99	177.02	73.75	9714	98607	8302	68922	2.10
JUNG	132.89	50.54	185.47	93.21	7968	77655	6661	52778	2.79
SAT	86.11	37.87	211.44	140.40	7679	120210	7045	95732	4.22
MST	116.96	34.23	193.73	98.11	9471	123176	7698	66751	2.29
KHAN	80.55	33.70	183.74	106.23	7909	104784	6573	62745	3.00
CHIEN	85.62	35.55	183.37	113.72	7463	91126	5833	46038	2.62
VU	116.29	35.98	329.83	219.29	9089	161279	13806	356820	5.54
XIONG	134.29	38.73	182.17	86.05	9320	104142	7745	63333	2.09

En la Figura 4.15 se observa el comportamiento de los índices de desempeño y robustez y sus errores relativos en función de $L_{c, \text{máx}}$, se observa que ICE disminuye a medida que aumenta el valor de $L_{c, \text{máx}}$. Los índices ICE y ICC tienen un punto mínimo, lo que se traduce en una mejora potencial. Asimismo, se presenta el porcentaje del error relativo respecto a los índices del método BLT para los índices de la señal de control y de la señal del error, donde se evidencia que este porcentaje relativo presenta una tendencia parabólica teniendo un punto mínimo, lo que nos indica que este puede ser mejorado. Además, $\Phi_{\text{máx}}$ mantienen una relación directamente proporcional al valor de $L_{c, \text{máx}}$.

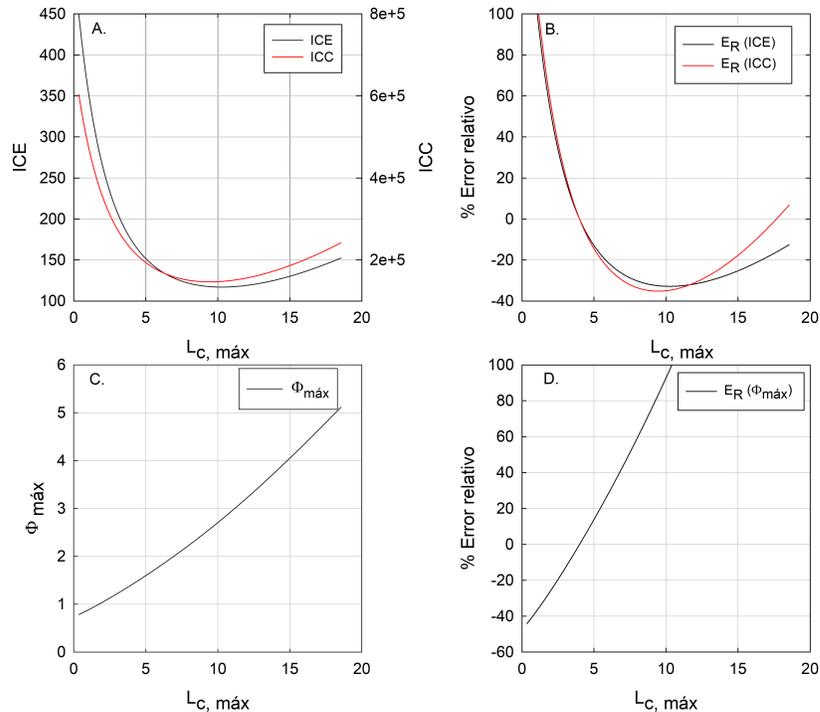


Figura 4.15. Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Wardle & Wood.

A. Índices cuadráticos de la señal del error (ICE) y la señal de control (ICC) en función de $L_{c, \text{máx}}$, B. Error relativo de los índices cuadráticos de la señal de error y la señal de control en función de $L_{c, \text{máx}}$, C. Variación de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$ y D. error relativo de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$.

Se analizó el porcentaje del error relativo de los índices cuadráticos en conjunto. Para el porcentaje de error relativo de la suma de $ICE+ICC$ se observó que se alcanza un valor mínimo de $L_{c, \text{máx}}$ a 10 dB aproximadamente. Para la suma del error relativo de $ICE+ICC+\Phi_{\text{máx}}$ se observa un mínimo de $L_{c, \text{máx}}$ a un valor aproximado de 6 dB. La suma del error relativo de $ICE+ICC+L_{c, \text{máx}}$ reveló que se alcanza un mínimo a un valor no mayor a 5 dB. Finalmente, para la suma del error relativo de $ICE+\Phi_{\text{máx}}$ se observa un valor mínimo menor a 5 dB. Para la columna de destilación de WW se observó un comportamiento parabólico para todas las combinaciones estudiadas.

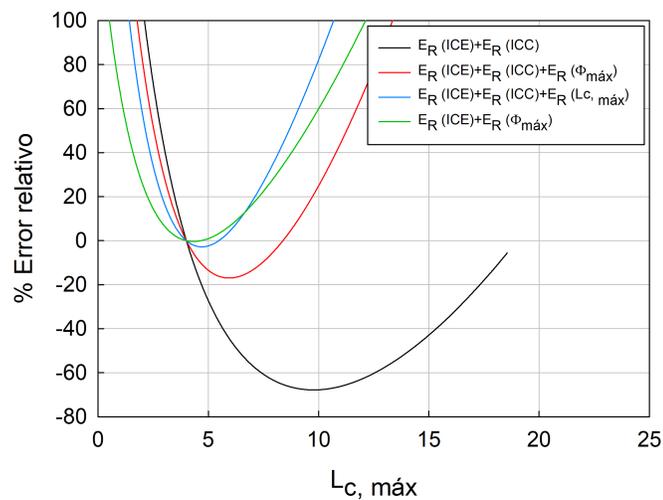


Figura 4.16. Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Wardle & Wood.

Para el reactor de polimerización ISP se obtuvieron los índices mostrados en la Tabla 4.13; es importante notar que los valores de los índices para la señal del error y control tienen un desempeño aceptable. El índice de robustez $\Phi_{\text{máx}}$ indica que los controladores obtenidos son controladores robustos.

Tabla 4.13. Síntesis de índices de desempeño y robustez para el reactor de polimerización.

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	$\Phi_{\text{máx}}$
BLT	5.57	2.88	9.51	3.84	1.12	0.11	0.94	0.02	1.72
SHEN	3.60	1.72	9.59	3.84	1.70	0.37	1.03	0.03	2.27
PAL	13.45	12.39	4.90	2.50	1.31	0.13	1.77	0.31	2.02
LOH	7.21	3.40	7.21	3.92	5.15	1.79	1.64	0.17	5.73
CHIEN	6.44	3.00	5.73	3.34	1.76	0.23	0.69	0.03	2.66
CHIEN1	6.44	3.24	5.45	2.85	2.32	0.43	1.28	0.13	3.61
LIU	4.91	2.08	6.54	4.31	1.03	0.13	0.27	0.003	0.87
VU	3.61	1.73	5.17	3.40	1.41	0.27	0.50	0.02	1.30
LEE	3.90	1.56	5.47	3.04	1.35	0.33	0.63	0.03	1.74
XIONG	6.17	3.42	5.03	3.10	1.10	0.11	0.61	0.03	1.69

La Figura 4.17 muestra tendencias decrecientes para los índices cuadráticos de la señal de control y error hasta alcanzar un mínimo y posteriormente crecen al aumenta el valor de $L_{c, \text{máx}}$. Además, las curvas del error relativo de los índices cuadrático mostraron que trabajar con un $L_{c, \text{máx}}$ alrededor de 4 dB los índices de desempeño alcanzan un rango limitado de mejora. Asimismo, se exhibe una relación directa entre el índice de robustez $\Phi_{\text{máx}}$ y el máximo módulo multivariable de Luyben $L_{c, \text{máx}}$.

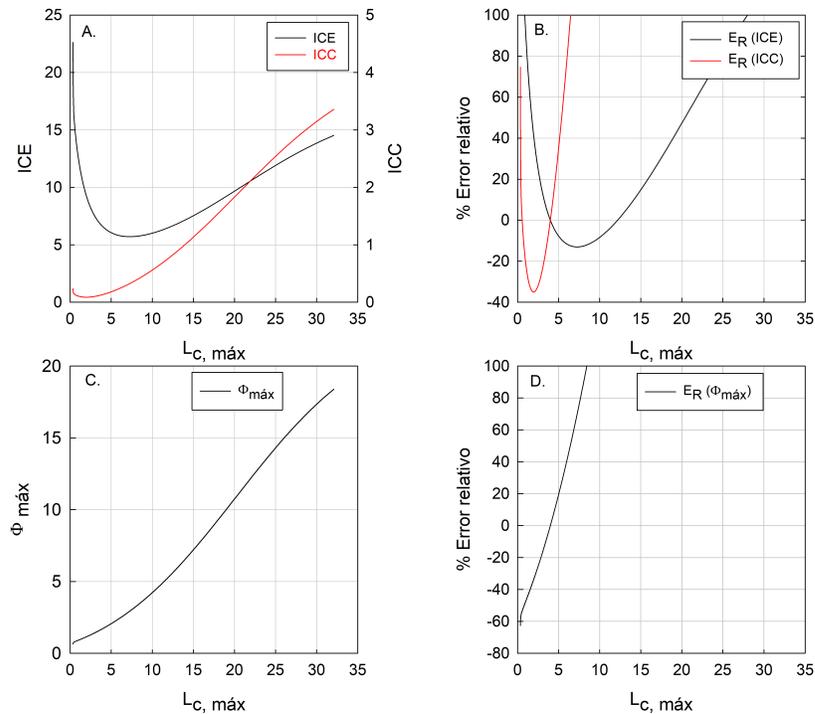


Figura 4.17. Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para el reactor de polimerización.

A. Índices cuadráticos de la señal del error (ICE) y la señal de control (ICC) en función de $L_{c, \text{máx}}$, B. Error relativo de los índices cuadráticos de la señal de error y la señal de control en función de $L_{c, \text{máx}}$, C. variación de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$ y D. Error relativo de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$.

El estudio del porcentaje del error relativo para las combinaciones presentadas mostró que para el sistema ISP se debe minimizar el valor del módulo logarítmico del método BLT para alcanzar los valores mínimos de las propuestas y obtener una mejora al control propuesto por Luyben, para este sistema se obtuvo un rango delimitado de mejora.

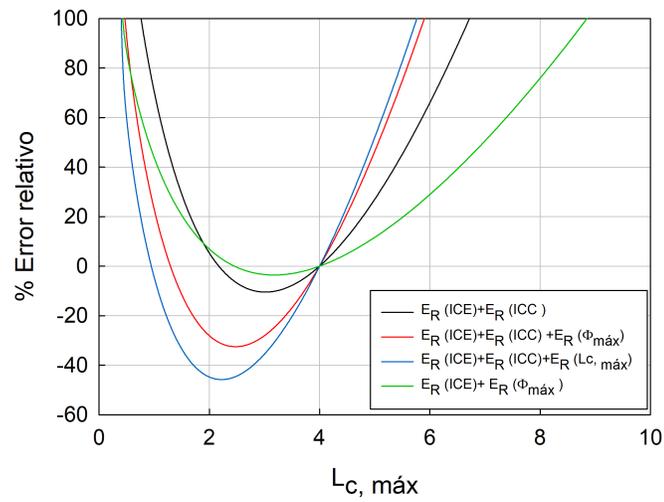


Figura 4.18. Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para el reactor de polimerización.

Para el sistema 3×3 que representa la columna de destilación de Ogunnaike & Ray, se obtuvieron los índices mostrados en la Tabla 4.14, donde se visualiza que los valores para los lazos de la señal del error varían de los cientos a los miles, lo cual indica que el sistema posee lazos no balanceados.

Tabla 4.14. Síntesis de índices de desempeño y robustez para para la columna de destilación de Ogunnaike & Ray.

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3	$\Phi_{\text{máx}}$
BLT	316	103	834	426	1593	9879	1280	1157	937	338560	13083	389446	2.11
SHEN	188	57.91	1490	985	1877	15700	1271	876	1288	760	28702	553011	2.49
HALEVI	244	97.19	437	219	6705	70693	879	857	542	316	16896	590617	1.86
CHIEN	116	58.47	244	191	1715	13509	309	285	229	160	10946	396158	3.12
DLT	378	145.18	656	328	10167	113769	1457	1714	864	566	27289	967615	0.72
JUNG	219	113.61	473	359	8086	148327	786	1049	497	392	19200	793960	4.04
MST	167	65.64	336	204	858	2785	530	448	378	228	9812	351174	2.88
SAT	170	58.26	659	600	4705	30982	502	377	387	235	31511	1261176	3.70
LEE	168	78.99	344	217	1641	8684	543	593	383	270	10641	396807	2.04
VU	111	53.05	257	204	1163	6249	304	245	238	156	11043	380362	2.71
LEE1	104	55.32	245	205	1269	7290	252	226	200	148	11245	401953	3.35

La Figura 4.19 muestra el comportamiento de los índices de desempeño para la columna de destilación de OR. Los índices cuadráticos disminuyen a lo largo de $L_{c, \text{máx}}$ y alcanza un mínimo finito lo cual nos indica que este índice puede ser mejorado. Además, ICC también alcanza un punto mínimo en un rango de 10 a 12 dB de $L_{c, \text{máx}}$. Asimismo, se presentan el porcentaje del error relativo para los índices de la señal de control y de la señal del error, donde se evidencia que el error relativo de los índices posee una relación inversa respecto al módulo logarítmico. Además, se observa una relación totalmente directa entre el índice de robustez y el módulo logarítmico de Luyben $L_{c, \text{máx}}$.

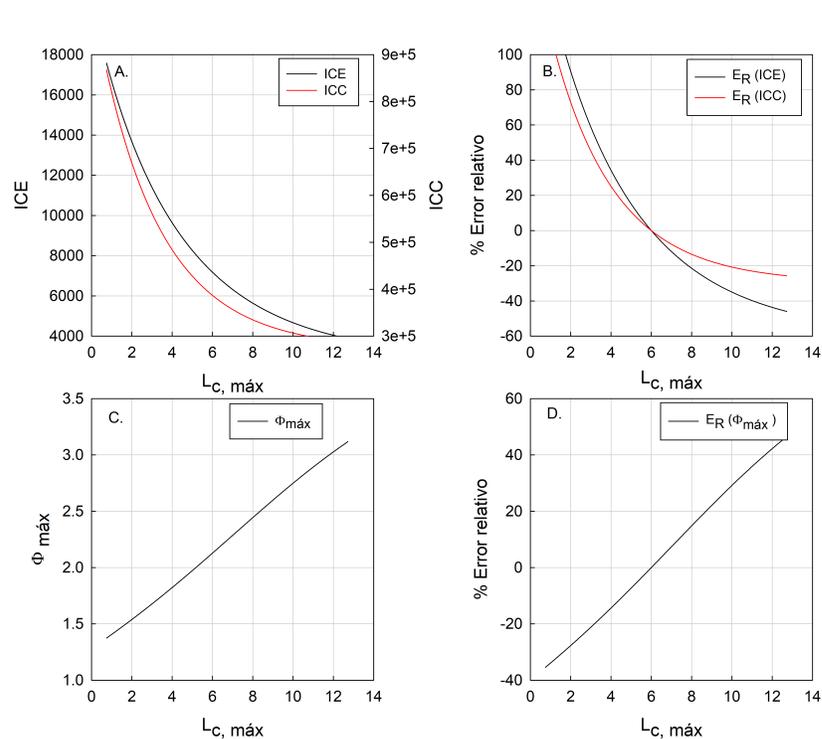


Figura 4.19. Índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para la columna de destilación de Ogunnaike & Ray.

A. Índices cuadráticos de la señal del error (ICE) y la señal de control (ICC) en función de $L_{c, \text{máx}}$, B. Error relativo de los índices cuadráticos de la señal de error y la señal de control en función de $L_{c, \text{máx}}$, C. Variación de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$ y D. Error relativo de $\Phi_{\text{máx}}$ en función de $L_{c, \text{máx}}$.

El estudio del porcentaje del error relativo para las combinaciones presentadas mostró para el sistema OR considerando el error relativo de $ICE + ICC$ una tendencia decreciente a lo largo de $L_{c, \text{máx}}$. Para el conjunto de errores relativos de $ICE + ICC + \Phi_{\text{máx}}$ se mantiene una

tendencia decreciente con menor porcentaje de mejora. El análisis de $ICE + ICC + L_{c, \text{máx}}$ mostró una forma parabólica con ligera mejora en un rango de los 6 a 8 dB. Finalmente, al analizar el error relativo de $ICE + \Phi_{\text{máx}}$ la curva no mostró un rango de mejora.

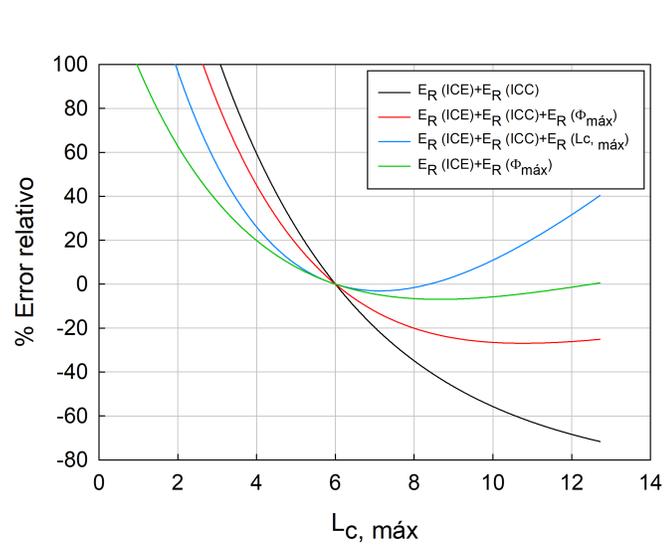


Figura 4.20. Error relativo de los índices integrales vs máximo módulo multivariado en lazo cerrado ($L_{c, \text{máx}}$) para el sistema Ogunnaike & Ray.

Los resultados de las simulaciones para cada control PI multivariable con sus respectivos cambios de referencia tipo escalón unitario, se muestran los apartados 7.1 a 7.8 de los apéndices para cada caso de estudio.

4.8. Propuesta para la modificación al método BLT

En la Tabla 4.15 se muestran los parámetros de control PI del método BLT y para la propuesta seleccionada, se observa que los valores de ambos métodos son muy semejantes. En 6 de los sistemas se observó que los pequeños cambios en las ganancias PI de la propuesta producen controladores con desempeños mejores a los del método BLT.

Tabla 4.15. Ganancias para el control PI para el método BLT y la propuesta seleccionada.

Sistema	Control	K_{P1}	K_{P2}	K_{P3}	K_{P4}	τ_{I1}	τ_{I2}	τ_{I3}	τ_{I4}
WW	BLT	27.4	-13.3	-	-	41.4	52.9	-	-
	P5	25.08	-14.56	-	-	45.40	48.14	-	-
WB	BLT	0.375	-0.075	-	-	8.29	23.6	-	-
	P5	0.317	-0.087	-	-	9.855	20.010	-	-
ISP	BLT	0.21	0.175	-	-	2.26	4.25	-	-
	P5	0.169	0.221	-	-	2.811	3.379	-	-
VL	BLT	-1.07	1.97	-	-	7.1	2.58	-	-
	P5	-1.30	1.60	-	-	5.85	3.20	-	-
TS	BLT	-16.6	70.6	-	-	20.6	80.1	-	-
	P5	-33.8	33.1	-	-	10.1	170.6	-	-
OR	BLT	1.51	-0.295	2.63	-	16.4	18	6.61	-
	P5	1.51	-0.31	2.41	-	16.34	16.75	7.23	-
TSC1	BLT	-17.8	0.749	-0.261	-	4.5	5.61	139	-
	P5	-10.253	0.849	-0.484	-	7.803	4.952	75.217	-
TSC4	BLT	-11.26	-3.52	-0.182	-	7.09	14.5	15.1	-
	P5	-6.14	-3.71	-0.24	-	13.03	13.77	11.57	-
DL	BLT	-0.118	-7.26	0.429	0.743	23.5	11	12.1	7.94
	P5	-0.130	-3.342	0.647	0.593	21.352	23.939	7.976	9.940
AL1	BLT	0.923	1.16	0.727	2.17	61.7	13.2	13.2	40
	P5	1.042	1.777	1.533	1.628	54.724	8.629	6.235	53.417
AL2	BLT	2.28	2.94	1.18	2.02	72.2	7.48	7.39	27.8
	P5	1.585	3.184	1.628	1.507	103.917	6.923	5.374	37.140

La Tabla 4.16 muestra los índices de desempeño obtenidos por el método BLT y la propuesta planteada para cada sistema estudiado, se observa que en forma global la propuesta es favorable para cada índice de desempeño.

Tabla 4.16. Comparación de los índices de desempeño obtenidos para el método BLT y la propuesta seleccionada.

Sistema	Control	<i>IAE</i>	<i>ICE</i>	<i>ICA</i>	<i>ICC</i>	$\Phi_{\text{máx}}$
WW	BLT	493.02	177.30	23725	226795	1.41
	P5	462.16	158.13	22335	211166	1.40
WB	BLT	137.86	57.98	27.01	1.63	2.14
	P5	112.88	46.81	20.00	1.16	2.19
ISP	BLT	15.09	6.73	2.07	0.14	1.73
	P5	12.84	7.12	1.85	0.14	1.71
VL	BLT	21.99	11.59	18.22	12.12	1.54
	P5	20.23	10.42	23.22	12.11	1.58
TS	BLT	321.83	59.37	71449	1528796	5.12
	P5	417.40	70.88	76671	1488411	3.18
OR	BLT	2745	10848	15282	392702	2.18
	P5	2899	13375	14026	398648	2.14
TSC1	BLT	41369	74990	124990	329691	-
	P5	33352	107852	48446	107624	-
TSC4	BLT	2309	1460	8591	17554	-
	P5	1198	672.79	6072	10752	-
DL	BLT	940.67	997.37	2098	3310	-
	P5	1029	1531	1922	2520	-
AL1	BLT	1534	1826	3860	9426	-
	P5	1055	927	4309	7398	-
AL2	BLT	1131	1181	1826	3724	-
	P5	825.54	565.73	1557	3442	-

En la Tabla 4.17 se presentan los porcentajes de mejora del error relativo de la propuesta respecto al método BLT. Si se analiza la suma de los índices para cada sistema se observa un comportamiento de mejora global aceptable.

Tabla 4.17. Porcentaje de mejora de los índices de desempeño.

Sistema	%IEA	%ICE	%ICA	%ICC
WW	-6.260	-10.810	-5.861	-6.891
WB	-18.120	-19.276	-25.950	-28.603
ISP	-14.883	5.761	-10.383	-0.276
VL	-7.976	-10.049	27.456	-0.038
TS	29.695	19.384	7.308	-2.642
OR	5.617	23.289	-8.215	1.514
TSC1	-19.380	43.823	-61.239	-67.356
TSC4	-48.115	-53.948	-29.328	-38.746
DL	9.494	53.582	-8.372	-23.856
AL1	-31.198	-49.237	11.646	-21.513
AL2	-27.028	-52.104	-14.699	-7.557

En la Figura 4.21 se presenta la señal de salida del error y de control para cada lazo de la columna de destilación de WB ante un cambio de referencia escalón unitario. El comportamiento de la respuestas de la señal de salida, al igual que el comportamiento de la acción de control u_1 del método BLT presentó un sobreimpulso mayor que la propuesta planteada, mientras que para la acción de control u_2 generó un sobreimpulso menor. Además, se observó que la propuesta planteada tiene un tiempo de estabilización menor al tiempo del método BLT. Por lo tanto, se demostró que la propuesta planteada tienen una ventaja positiva respecto al método BLT.

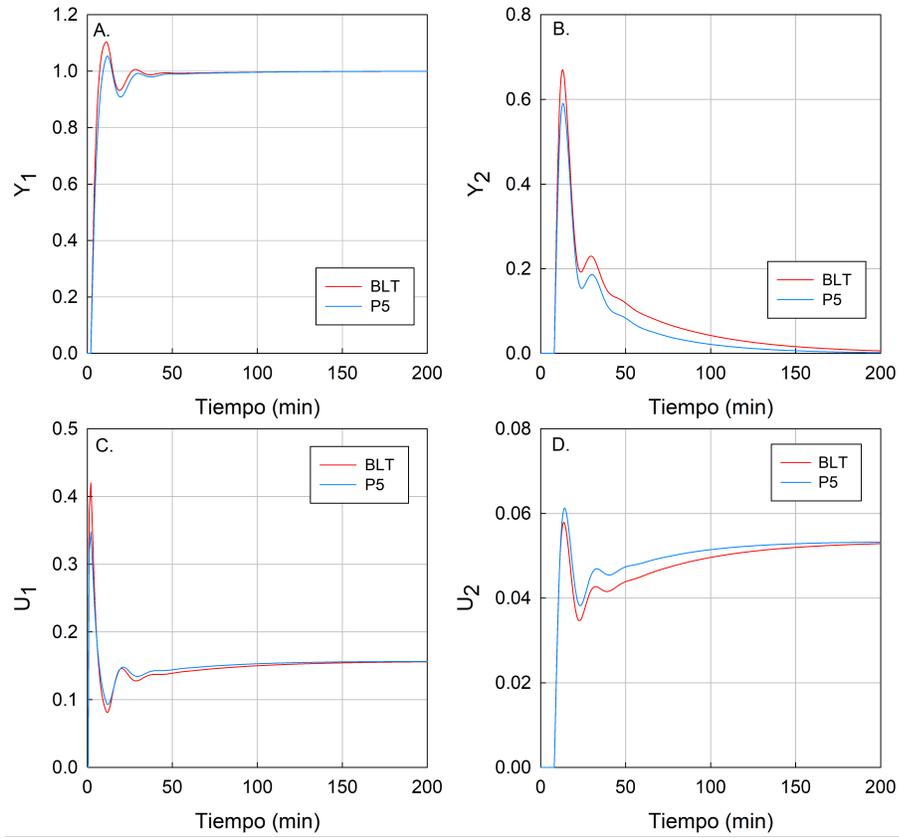


Figura 4.21. Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control de la columna de destilación de Wood & Berry ante un cambio de referencia escalón unitario.

A. Señal de salida del error del lazo de control 1, B. Señal de salida del error del lazo de control 2, C. Señal de salida del control del lazo 1 y D. Señal de salida del control del lazo 2.

En la Figura 4.22 se presenta la señal de salida del error y de la acción de control para cada lazo de la columna de destilación de WW ante un cambio de referencia escalón unitario. El comportamiento de las respuestas de salida y el comportamiento de la acción de control u_1 del método BLT presentó mayor sobreimpulso que la propuesta planteada, mientras que para la acción de control u_2 generó un sobreimpulso similar a la propuesta. El tiempo de estabilización fue semejante para ambos métodos.

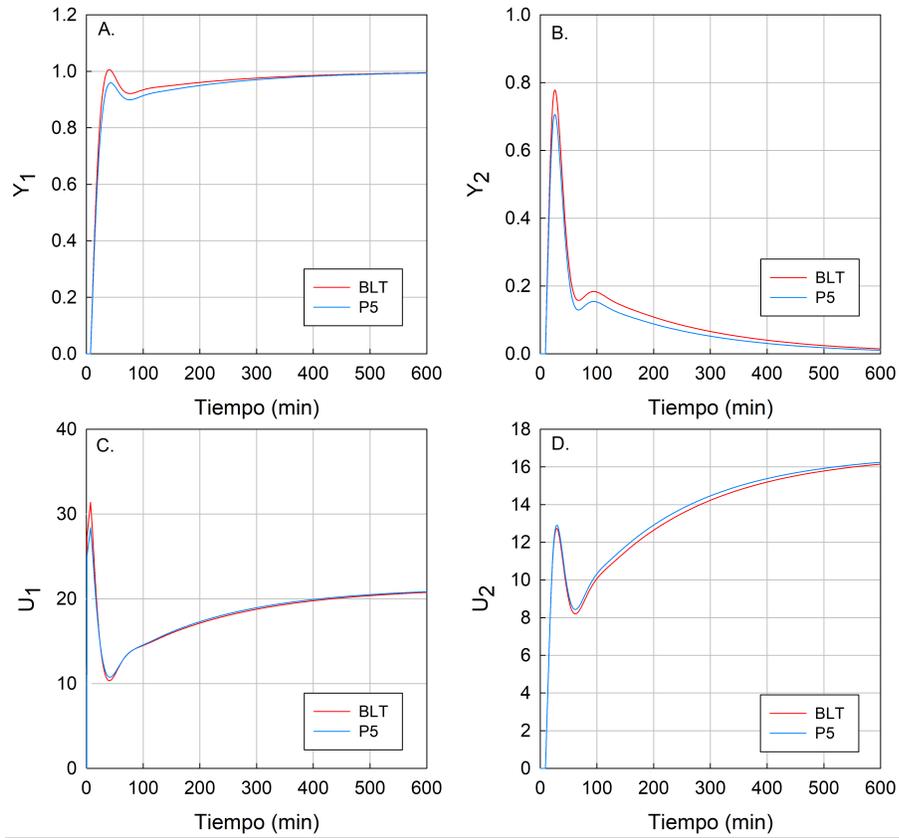


Figura 4.22. Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control de la columna de destilación de Wardle & Wood ante un cambio de referencia escalón unitario.

A. Señal de salida del error del lazo de control 1, B. Señal de salida del error del lazo de control 2, C. Señal de salida del control del lazo 1 y D. Señal de salida del control del lazo 2.

En la Figura 4.23 se presenta la señal de salida del error y de la acción de control para cada lazo del reactor de polimerización ISP ante un cambio de referencia escalón unitario. Notemos que el comportamiento de la respuestas de salida y el comportamiento de la acción de control u_1 y u_2 del método BLT presentó un sobreimpulso mayor que la propuesta planteada.

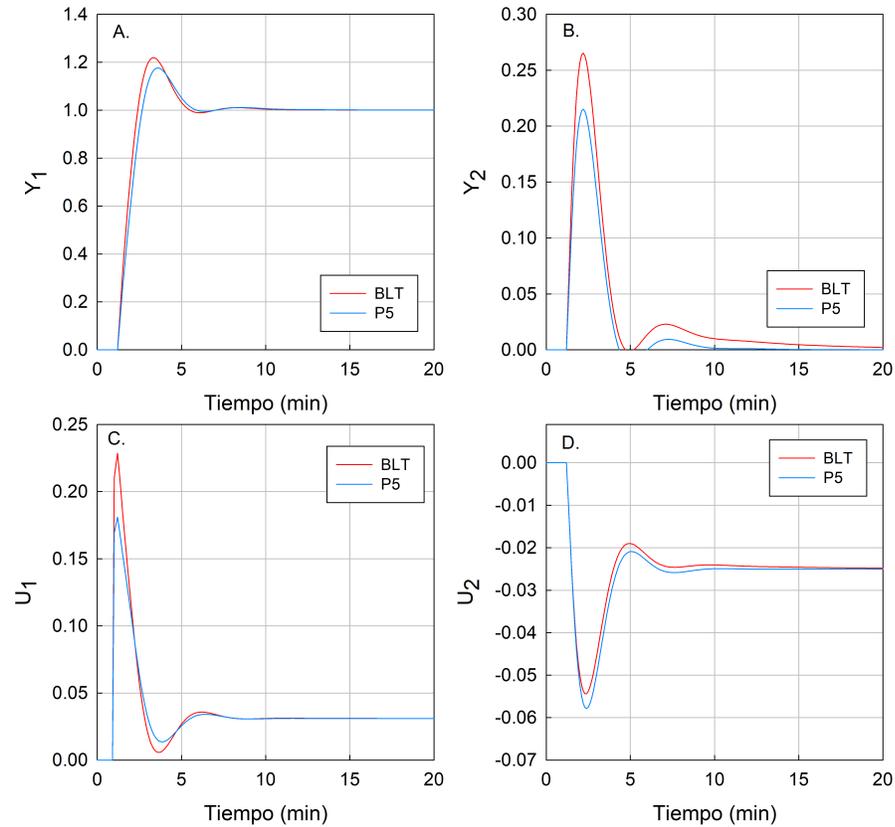


Figura 4.23. Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control para el reactor de polimerización ante un cambio de referencia escalón unitario.

A. Señal de salida del error del lazo de control 1, B. Señal de salida del error del lazo de control 2, C. Señal de salida del control del lazo 1 y D. Señal de salida del control del lazo 2.

En la Figura 4.24 se presenta la señal de salida del error y de la acción de control para cada lazo de la columna de destilación OR ante un cambio de referencia escalón unitario.

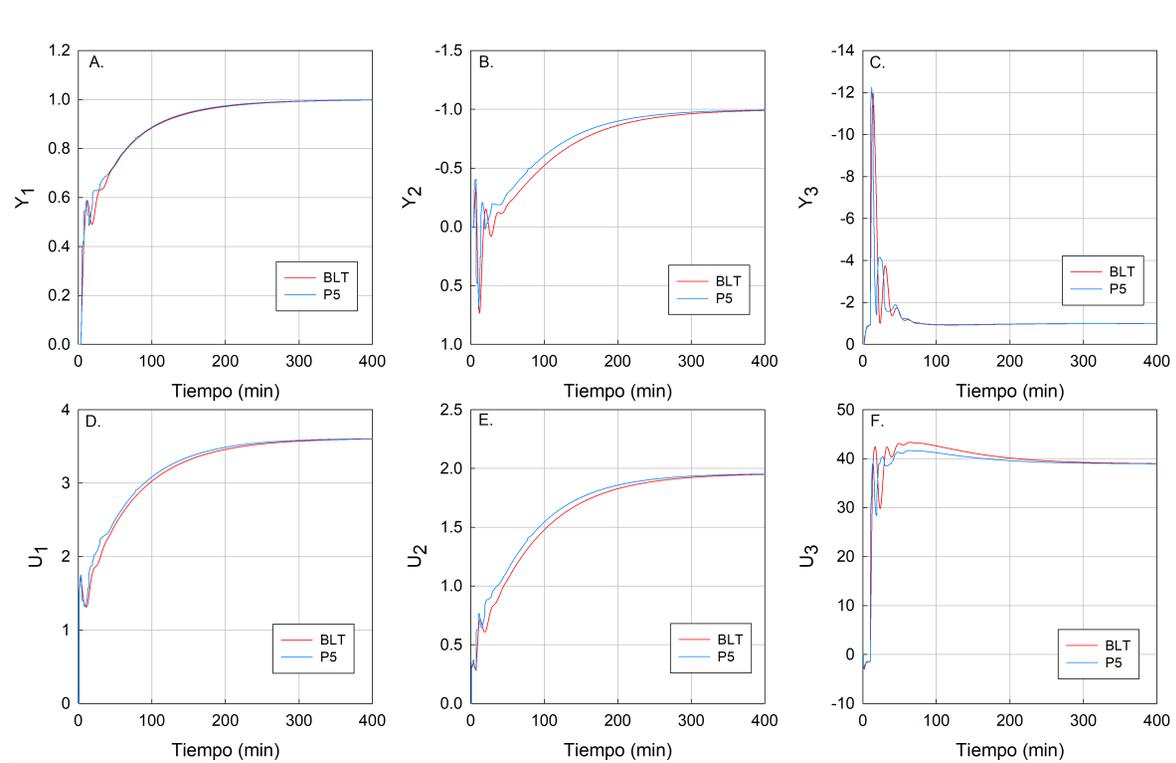


Figura 4.24. Comportamiento de las respuestas de salida y de la acción de control de la columna de destilación de Ogunnaike & Ray ante un cambio de referencia escalón unitario.

A. Señal de salida del error del lazo de control 1, B. Señal de salida del error del lazo de control 2, C. Señal de salida del error del lazo de control 3, D. Señal de salida del control del lazo 1, E. Señal de salida del control del lazo 2 y F. Señal de salida del control del lazo 3.

5. Conclusiones

De acuerdo con la metodología planteada se logró determinar el funcionamiento de los controladores de la literatura en términos de los índices desempeño de la señal del error y control. Asimismo, se determinó el índice de robustez y el módulo logarítmico del método BLT. Adicionalmente, se realizó un análisis sobre la relación entre los índices de funcionamiento y robustez para los sistemas estudiados, donde se demostró una relación directa entre el índice de robustez y el módulo logarítmico $L_{c, \text{máx}}$. Por otra parte, los índices cuadráticos de la señal de control y del error muestran una tendencia decreciente hasta alcanzar un mínimo que aumenta a lo largo de $L_{c, \text{máx}}$. Finalmente, se desarrolló una propuesta para la modificación del factor de desintonización del método BLT, el proceso para la sintonización se llevó a cabo explorando los rangos de los índices relacionados con la minimización del error y la señal de control, se observó que el método de sintonización propuesto permite obtener controladores *PI* multivariados con un desempeño comparable a otros reportados en la literatura, cumpliendo con el fin de sintetizar un método de sintonización para controladores multivariados que sea fácil de usar e implementar en la industria.

6. Apéndice

6.1. Índices integrales de desempeño para la columna de destilación Wood & Berry

Los índices para el sistema de destilación WB con sus cambios de referencias se presentan. Se obtuvieron los siguientes límites finitos de la señal de control para cada combinación realizada, $u_{\infty 1} = 0.157$ y $u_{\infty 2} = 0.053$ primera combinación, $u_{\infty 1} = -0.153$ y $u_{\infty 2} = -0.104$ segunda combinación, $u_{\infty 1} = 0.004$ y $u_{\infty 2} = -0.050$ tercera combinación y $u_{\infty 1} = 0.301$ y $u_{\infty 2} = 0.156$ para la última combinación de referencias.

Tabla 6.1. Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna de destilación de Wood & Berry.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
BLT	1	0	4.55	2.23	16.80	4.32	3.00	0.20	1.44	0.03
	0	1	3.38	0.22	32.59	12.60	4.80	0.25	2.45	0.05
	1	1	5.77	2.50	18.47	7.23	3.61	0.52	1.50	0.03
	1	-1	6.88	2.26	49.39	26.59	6.41	0.38	3.77	0.14
ZN	1	0	46.25	6.17	140.48	43.40	52.28	7.40	27.65	1.64
	0	1	36.01	2.84	118.41	31.93	41.38	3.71	22.81	1.12
	1	1	79.81	15.08	252.03	136.28	90.73	19.38	49.11	5.16
	1	-1	13.23	2.30	36.55	7.77	14.18	2.00	6.45	0.13
SHEN	1	0	3.80	1.87	19.80	5.21	3.79	0.43	1.70	0.03
	0	1	2.25	0.09	38.40	14.62	5.50	0.28	2.98	0.07
	1	1	6.00	1.94	58.11	19.77	9.24	0.71	4.65	0.10
	1	-1	4.54	1.75	58.21	31.68	8.53	0.64	4.73	0.18

Tabla 6.2. Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna de destilación de Wood & Berry.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
CHIEN1	1	0	4.32	2.08	6.41	2.82	1.90	0.30	0.86	0.03
	0	1	2.71	0.37	8.93	5.79	1.15	0.10	0.37	0.004
	1	1	6.00	2.64	12.69	7.87	2.87	0.69	1.08	0.05
	1	-1	5.53	2.28	14.04	9.41	1.29	0.11	0.76	0.01
DLT	1	0	12.27	4.24	6.06	1.14	1.58	0.04	0.90	0.02
	0	1	11.95	2.08	11.96	5.48	3.13	0.17	1.29	0.03
	1	1	7.99	3.17	10.82	5.84	2.05	0.19	1.42	0.08
	1	-1	24.23	9.63	17.83	7.43	4.18	0.23	1.52	0.03
JUNG	1	0	7.15	3.67	5.11	1.56	0.64	0.01	0.72	0.02
	0	1	6.85	1.59	9.30	5.65	1.68	0.14	0.44	0.009
	1	1	8.07	3.81	11.54	6.78	1.90	0.20	1.12	0.05
	1	-1	13.88	6.69	13.84	7.64	1.84	0.11	0.59	0.01
LQR	1	0	5.79	1.88	5.73	2.54	2.48	0.64	0.88	0.03
	0	1	5.46	0.49	8.32	5.36	1.63	0.09	0.56	0.01
	1	1	4.69	1.85	12.69	7.81	3.36	1.05	1.38	0.07
	1	-1	11.06	2.87	14.42	8.01	2.59	0.41	0.66	0.01
IMC	1	0	4.03	1.67	8.26	3.02	2.84	0.64	0.93	0.02
	0	1	3.56	0.22	15.99	7.20	2.24	0.11	0.80	0.01
	1	1	4.49	1.80	12.84	6.98	3.33	1.05	1.22	0.05
	1	-1	7.23	1.96	24.24	13.19	4.42	0.50	1.44	0.03
ICC	1	0	3.26	1.69	6.46	3.55	2.84	1.08	0.81	0.03
	0	1	1.30	0.10	10.57	6.27	1.19	0.09	0.26	0.002
	1	1	4.26	1.94	11.93	7.64	3.54	1.56	0.98	0.04
	1	-1	3.43	1.65	16.62	12.05	2.62	0.79	0.72	0.02
MST	1	0	4.08	2.02	6.08	2.67	1.84	0.31	0.82	0.03
	0	1	3.22	0.41	8.78	5.76	1.16	0.10	0.32	0.003
	1	1	5.56	2.43	12.21	7.63	2.75	0.68	1.04	0.05
	1	-1	6.53	2.43	13.84	9.26	1.56	0.14	0.67	0.01

Continúa Tabla 6.1 Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna Wood & Berry.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
LEE	1	0	6.37	3.31	5.36	1.73	0.87	0.03	0.80	0.02
	0	1	5.84	1.36	8.83	5.61	1.46	0.13	0.46	0.008
	1	1	8.06	3.75	12.32	7.31	2.01	0.25	1.16	0.06
	1	-1	11.81	5.51	12.61	7.33	1.50	0.07	0.55	0.01
VU	1	0	3.26	1.68	6.34	3.26	2.36	0.75	0.75	0.02
	0	1	2.05	0.15	10.51	6.37	1.26	0.09	0.22	0.001
	1	1	4.16	1.88	11.25	7.23	3.02	1.16	0.85	0.03
	1	-1	4.40	1.75	16.61	12.02	2.41	0.51	0.71	0.02
EVO1	1	0	3.12	1.63	6.40	3.51	2.99	1.21	0.91	0.03
	0	1	1.47	0.10	9.20	5.94	0.92	0.08	0.35	0.003
	1	1	3.83	1.81	11.41	7.75	3.31	1.67	0.84	0.04
	1	-1	3.97	1.64	15.12	11.06	2.96	0.92	1.08	0.03
EVO2	1	0	3.62	1.72	7.48	3.60	2.79	0.75	1.07	0.04
	0	1	2.08	0.21	8.91	6.07	1.23	0.10	0.63	0.01
	1	1	4.45	1.98	12.97	8.91	3.09	1.18	0.92	0.04
	1	-1	4.62	1.89	15.04	10.32	2.83	0.52	1.33	0.06
IMC2	1	0	3.61	1.63	6.59	3.03	3.05	1.13	0.94	0.03
	0	1	2.74	0.19	12.04	6.05	1.89	0.11	0.72	0.01
	1	1	4.42	1.78	13.35	7.78	3.87	1.61	1.50	0.09
	1	-1	5.96	1.80	18.27	10.39	3.49	0.82	0.71	0.01
HO	1	0	5.70	2.03	6.37	2.44	2.15	0.36	0.83	0.02
	0	1	5.55	0.49	12.12	6.10	2.09	0.11	0.68	0.01
	1	1	5.32	2.10	12.06	6.90	2.86	0.72	1.20	0.06
	1	-1	11.25	3.01	18.43	10.13	3.14	0.24	0.86	0.01
HO1	1	0	8.93	2.54	11.29	2.89	2.86	0.15	1.22	0.02
	0	1	8.70	0.72	21.91	9.33	4.19	0.24	1.70	0.03
	1	1	5.92	2.24	12.91	6.50	2.72	0.39	0.98	0.01
	1	-1	17.64	4.37	33.21	18.12	5.88	0.38	2.80	0.10

Continúa Tabla 6.1 Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna Wood & Berry.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
CHIEN	1	0	5.38	2.21	8.55	4.31	3.70	0.93	1.12	0.04
	0	1	1.66	0.16	9.31	5.77	1.50	0.11	0.46	0.007
	1	1	7.07	2.94	15.93	9.83	5.01	1.60	1.48	0.08
	1	-1	3.68	1.80	14.70	10.44	2.53	0.48	0.97	0.02
LIU	1	0	6.32	3.00	7.25	2.83	1.40	0.08	0.89	0.03
	0	1	3.53	0.70	9.89	6.25	1.32	0.13	0.35	0.003
	1	1	8.61	4.02	13.63	8.13	2.55	0.39	0.96	0.03
	1	-1	7.19	3.36	15.56	10.07	1.17	0.04	0.96	0.03
CHEN	1	0	4.43	2.12	8.75	2.85	1.83	0.22	0.75	0.02
	0	1	3.85	0.34	16.98	7.49	2.61	0.15	0.93	0.01
	1	1	5.68	2.37	12.71	6.66	2.78	0.55	1.08	0.03
	1	-1	7.81	2.52	25.74	14.20	3.11	0.17	1.35	0.03
CHEN1	1	0	5.61	2.35	7.62	3.49	2.50	0.38	0.94	0.03
	0	1	2.14	0.27	12.01	6.46	1.68	0.11	0.48	0.007
	1	1	7.66	3.23	14.26	8.19	3.74	0.86	1.30	0.06
	1	-1	3.95	2.04	18.21	11.85	1.96	0.14	0.70	0.01
CHEN2	1	0	4.96	2.46	11.76	3.64	2.00	0.13	0.90	0.02
	0	1	3.34	0.28	22.81	9.79	3.39	0.20	1.46	0.02
	1	1	6.36	2.93	14.60	6.90	3.00	0.44	1.11	0.02
	1	-1	6.78	2.65	34.57	20.12	4.08	0.21	2.28	0.08
SAD	1	0	5.56	2.69	5.98	2.12	1.37	0.10	0.88	0.03
	0	1	4.91	0.99	8.67	5.58	1.26	0.11	0.48	0.009
	1	1	7.37	3.26	13.57	8.31	2.46	0.40	1.28	0.07
	1	-1	9.96	4.12	11.20	7.09	0.97	0.04	0.61	0.01
MAGHA	1	0	24.23	4.57	46.69	13.06	12.71	1.11	8.45	0.41
	0	1	23.28	3.31	51.52	16.77	12.57	0.92	8.75	0.45
	1	1	47.68	13.74	98.73	55.39	25.42	3.96	17.27	1.69
	1	-1	6.74	2.15	12.92	4.95	2.68	0.15	1.94	0.05

Continúa Tabla 6.1 Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna Wood & Berry.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
SAT	1	0	4.26	2.19	7.12	4.67	3.98	1.80	0.83	0.03
	0	1	0.80	0.05	12.38	6.87	1.51	0.11	0.27	0.003
	1	1	4.86	2.49	13.30	8.49	4.64	2.43	0.98	0.04
	1	-1	3.76	1.96	18.93	14.63	3.75	1.36	0.73	0.02
PAL	1	0	9.17	4.11	4.80	1.21	0.74	0.01	0.65	0.02
	0	1	8.94	2.00	9.71	5.37	2.09	0.15	0.74	0.01
	1	1	18.12	6.13	14.52	6.59	2.84	0.16	1.39	0.04
	1	-1	18.12	8.54	14.11	6.93	2.64	0.16	0.78	0.01
P5	1	0	5.25	2.56	12.28	3.12	2.07	0.11	1.04	0.03
	0	1	4.77	0.48	23.82	9.43	3.74	0.21	1.63	0.03
	1	1	6.32	2.77	14.66	6.59	2.90	0.39	1.24	0.03
	1	-1	9.67	3.32	36.11	18.53	4.77	0.26	2.61	0.09

6.2. Índices integrales de desempeño para la columna de destilación de Wardle & Wood

Se obtuvieron los límites finitos de la señal de control para cada combinación realizada, $u_{\infty 1} = 21.330$ y $u_{\infty 2} = 16.708$ primera combinación, $u_{\infty 1} = -17.952$ y $u_{\infty 2} = -22.396$ segunda combinación, $u_{\infty 1} = 3.377$ y $u_{\infty 2} = -5.688$ tercera combinación y $u_{\infty 1} = 39.282$ y $u_{\infty 2} = 39.104$ para la última combinación de referencias.

Tabla 6.3. Índices integrales de desempeño para controladores PI para la columna de destilación de Wardle & Wood.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
BLT	1	0	32.13	12.65	66.03	17.76	2160	11560	2142	12243
	0	1	26.90	1.76	88.47	26.91	3354	29434	3049	22359
	1	1	25.47	12.33	40.50	14.98	1386	12828	1115	4221
	1	-1	58.97	16.51	154.51	74.36	5323	69161	5192	64984
LQR	1	0	31.39	11.16	32.54	12.67	1646	12823	1464	10303
	0	1	25.83	1.82	38.29	13.96	2418	20565	2014	14454
	1	1	20.97	10.28	39	23.28	1248	20529	1319	17424
	1	-1	56.35	15.72	62.92	29.97	3613	44642	3002	31046
DLT	1	0	40.24	13.11	31.67	9.90	1736	10017	1519	8582
	0	1	33.92	2.87	41.51	14.67	2693	23402	2167	14736
	1	1	22.59	11.25	33.57	17.82	1193	14172	1091	9415
	1	-1	74.07	20.75	70.25	31.35	4090	51015	3523	36187
JUNG	1	0	29.90	14.67	35.64	13.53	1111	4677	1099	6857
	0	1	22.17	2.16	39.15	17.59	2320	21746	1779	11053
	1	1	32.54	16.11	47.41	24.10	1211	11545	958	5607
	1	-1	48.26	17.58	63.26	37.98	3325	39686	2823	29259
SAT	1	0	25.05	12.19	50.39	32.62	1517	25111	1536	21340
	0	1	7.35	0.42	31.80	14.23	1819	15465	1489	10914
	1	1	27.32	13.60	64.11	48.72	1658	42092	1813	35353
	1	-1	26.37	11.65	65.12	44.82	2684	37540	2205	28123
MST	1	0	28.38	10.19	37.68	17.60	1822	20741	1461	9590
	0	1	21.29	1.20	42.20	15.08	2448	20867	1970	13002
	1	1	19	9.58	37.78	21.89	1386	29438	1135	11029
	1	-1	48.29	13.24	76.04	43.52	3814	52129	3130	33129
IMC	1	0	28.80	10.30	37.08	16.81	1800	19187	1462	9555
	0	1	22	1.29	41.84	14.96	2453	20918	1977	13109
	1	1	19.22	9.65	37.74	21.77	1359	27697	1145	11318
	1	-1	49.38	13.55	74.78	41.8	3796	50860	3128	32979

Continúa Tabla 6.3 Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna de destilación de Wardle & Wood.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
KHAN	1	0	21.43	10.74	38.12	21.25	1509	18269	1280	10831
	0	1	9.76	0.49	34.90	14.15	1985	16658	1573	10082
	1	1	22.22	11.62	45.79	30.13	1403	31181	1267	16810
	1	-1	27.13	10.84	64.92	40.69	3011	38674	2451	25021
CHIEN	1	0	22.63	11.24	39.30	22.56	1376	13442	1105	7214
	0	1	10.62	0.60	32.90	15.34	1952	16932	1456	8130
	1	1	23.58	12.18	44.58	27.19	1312	25549	970	8146
	1	-1	28.78	11.52	66.57	48.62	2823	35202	2300	22546
VU	1	0	28.56	10.88	82.98	53.09	1857	36930	3471	86253
	0	1	17.75	1.11	47.74	20.10	2041	17351	2232	33184
	1	1	27.01	10.82	108.29	88.12	1887	50582	4421	147613
	1	-1	42.95	13.17	90.81	57.97	3303	56415	3679	89769
ICC	1	0	20.54	10.23	37.73	23.11	1569	23659	1242	10055
	0	1	10.46	0.47	35.04	14.3	2061	17668	1602	10127
	1	1	20.27	10.64	42.88	28.21	1482	36616	1184	13791
	1	-1	28.53	10.77	67.46	46.55	3130	44445	2489	25592
XIONG	1	0	31.63	11.11	34.20	13.46	1769	13502	1454	8411
	0	1	25.86	1.80	41.25	15.22	2487	21210	1977	12700
	1	1	20.16	10.20	34.50	18.69	1202	19483	1009	7976
	1	-1	56.63	15.61	72.20	38.67	3861	49946	3303	34245
ZN	1	0	29.32	13.43	74.31	56.16	1902	44083	2293	47186
	0	1	6.78	0.40	34.63	15.59	1724	14744	1491	13545
	1	1	31.06	14.57	88.89	76.06	2070	62599	2663	67847
	1	-1	30.03	13.09	86.23	67.13	2774	53551	2633	52474
P5	1	0	38.46	13.88	54.99	13.78	2030	10600	2002	11416
	0	1	32.28	2.56	73.68	22.50	3206	28356	2809	20015
	1	1	26.63	12.87	36.70	14.71	1298	10958	1060	4329
	1	-1	70.74	19.99	128.67	57.85	5114	66957	4812	58532

6.3. Índices integrales de desempeño para el reactor polimerización

Los límites finitos de la señal de control para el reactor ISP son: $u_{\infty 1} = 0.031$ y $u_{\infty 2} = -0.025$ primera combinación, $u_{\infty 1} = 0.062$ y $u_{\infty 2} = 0.122$ segunda combinación, $u_{\infty 1} = 0.093$ y $u_{\infty 2} = 0.097$ tercera combinación y $u_{\infty 1} = -0.031$ y $u_{\infty 2} = -0.147$ para la última combinación de referencias.

Tabla 6.4. Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para el reactor de polimerización.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
BLT	1	0	1.14	0.59	0.60	0.09	0.22	0.02	0.07	0.001
	0	1	1.04	0.36	2.96	1.18	0.21	0.01	0.28	0.007
	1	1	1.75	1.06	2.35	0.81	0.32	0.03	0.29	0.009
	1	-1	1.63	0.86	3.57	1.74	0.34	0.04	0.30	0.008
SHEN	1	0	0.85	0.43	0.68	0.14	0.38	0.09	0.09	0.003
	0	1	0.57	0.13	2.97	1.13	0.29	0.02	0.29	0.009
	1	1	0.85	0.42	2.36	0.69	0.40	0.08	0.28	0.008
	1	-1	1.31	0.71	3.57	1.86	0.62	0.16	0.35	0.015
PAL	1	0	1.68	0.92	0.31	0.02	0.16	0.009	0.11	0.004
	0	1	3.52	3.20	1.50	0.80	0.36	0.03	0.54	0.099
	1	1	4.90	5.59	1.58	0.80	0.44	0.05	0.59	0.109
	1	-1	3.35	2.66	1.49	0.86	0.34	0.03	0.52	0.097
LOH	1	0	1.75	0.75	1.32	0.38	1.22	0.38	0.32	0.023
	0	1	1.35	0.37	1.78	0.92	0.99	0.21	0.39	0.035
	1	1	1.10	0.42	1.08	0.47	0.80	0.22	0.24	0.017
	1	-1	2.99	1.84	3.02	2.13	2.13	0.96	0.68	0.101

Continúa Tabla 6.4 Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para el reactor de polimerización.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
LIU	1	0	0.86	0.46	0.66	0.12	0.23	0.03	0.05	0.0008
	0	1	1.00	0.22	1.90	1.31	0.17	0.007	0.05	0.0004
	1	1	1.50	0.68	1.51	0.78	0.23	0.02	0.06	0.0004
	1	-1	1.53	0.70	2.46	2.08	0.38	0.06	0.09	0.0021
VU	1	0	0.74	0.39	0.62	0.13	0.30	0.06	0.08	0.002
	0	1	0.67	0.18	1.50	1.00	0.26	0.02	0.13	0.005
	1	1	0.87	0.47	0.96	0.57	0.30	0.05	0.09	0.002
	1	-1	1.32	0.68	2.09	1.69	0.54	0.12	0.19	0.013
LEE	1	0	0.68	0.35	0.43	0.10	0.30	0.08	0.07	0.002
	0	1	0.79	0.16	1.67	0.90	0.23	0.02	0.17	0.008
	1	1	1.19	0.45	1.33	0.54	0.30	0.07	0.15	0.006
	1	-1	1.23	0.59	2.02	1.48	0.51	0.15	0.22	0.015
XIONG	1	0	1.03	0.56	0.48	0.07	0.21	0.02	0.07	0.001
	0	1	1.33	0.57	1.47	0.96	0.23	0.01	0.17	0.008
	1	1	1.96	1.27	1.22	0.68	0.29	0.02	0.16	0.007
	1	-1	1.82	1.01	1.85	1.38	0.36	0.04	0.20	0.012
CHIEN	1	0	1.35	0.61	0.71	0.13	0.37	0.04	0.11	0.003
	0	1	1.22	0.38	1.57	0.97	0.34	0.03	0.17	0.007
	1	1	1.69	0.84	1.29	0.65	0.45	0.05	0.17	0.007
	1	-1	2.16	1.16	2.14	1.56	0.60	0.10	0.23	0.015
CHIEN1	1	0	1.17	0.53	0.61	0.11	0.42	0.07	0.16	0.008
	0	1	1.37	0.55	1.53	0.83	0.50	0.07	0.34	0.037
	1	1	1.70	0.86	1.33	0.60	0.60	0.10	0.31	0.032
	1	-1	2.18	1.29	1.96	1.29	0.79	0.18	0.44	0.058
P5	1	0	1.20	0.66	0.41	0.06	0.18	0.01	0.06	0.002
	0	1	1.40	0.71	1.87	0.93	0.21	0.01	0.25	0.01
	1	1	2.25	1.69	1.60	0.71	0.30	0.02	0.27	0.01
	1	-1	1.81	1.05	2.26	1.27	0.29	0.03	0.26	0.01

6.4. Índices integrales para la columna de Vinante & Luyben

Se obtuvieron los siguientes valores para los límites finitos de la señal de control para cada combinación realizada, $u_{\infty 1} = -0.739$ y $u_{\infty 2} = -0.481$ primera combinación de referencias, $u_{\infty 1} = 0.223$ y $u_{\infty 2} = 0.378$ segunda combinación, $u_{\infty 1} = -0.515$ y $u_{\infty 2} = -0.103$ tercera combinación y $u_{\infty 1} = -0.962$ y $u_{\infty 2} = -0.859$ para la última.

Tabla 6.5. Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna de Vinante & Luyben.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2
BLT	1 0	4.903	2.611	0.794	0.145	1.684	0.388	2.212	0.683
	0 1	1.588	0.367	1.333	0.740	1.192	0.179	2.571	2.789
	1 1	3.420	1.374	1.994	0.994	1.154	0.357	3.874	5.349
	1 -1	6.385	4.582	1.572	0.774	2.620	0.778	2.914	1.595
ZN	1 0	2.597	1.549	1.212	0.258	6.038	8.379	6.815	7.862
	0 1	1.616	0.505	2.096	0.929	3.870	3.099	9.913	21.689
	1 1	1.545	0.739	1.898	0.894	3.610	3.712	8.976	22.915
	1 -1	4.077	3.369	3.159	1.480	9.369	19.243	15.257	36.173
SAT	1 0	3.509	1.900	0.675	0.101	4.991	2.936	4.316	2.324
	0 1	1.473	0.418	1.537	0.762	2.343	0.882	5.465	10.150
	1 1	2.104	0.909	1.711	0.864	2.852	1.185	6.277	13.493
	1 -1	4.916	3.727	1.953	0.862	7.140	6.450	8.152	11.450
EMP	1 0	2.601	1.551	1.217	0.259	6.008	8.237	6.770	7.712
	0 1	1.617	0.503	2.102	0.928	3.842	3.040	9.814	21.135
	1 1	1.566	0.746	1.924	0.900	3.619	3.681	8.973	22.541
	1 -1	4.077	3.362	3.157	1.473	9.290	18.871	15.057	35.125

Continúa Tabla 6.5 Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna de Vinante & Luyben.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	
IMC	1	0	3.598	1.930	1.904	0.328	2.385	1.465	2.244	0.828
	0	1	1.117	0.223	1.496	0.713	1.213	0.254	2.466	2.831
	1	1	2.510	1.121	2.192	0.834	1.696	1.149	3.500	5.074
	1	-1	4.686	3.185	3.400	1.247	3.381	2.287	3.346	2.243
LIU	1	0	3.100	1.887	0.827	0.112	3.039	1.736	2.804	1.228
	0	1	1.135	0.285	1.001	0.554	1.507	0.437	4.115	9.471
	1	1	2.093	0.933	1.372	0.593	1.706	0.895	4.159	11.714
	1	-1	4.193	3.411	1.769	0.738	4.732	3.451	6.122	9.679
VU	1	0	2.629	1.676	0.818	0.113	3.320	2.906	2.963	1.868
	0	1	0.953	0.274	1.037	0.562	1.574	0.704	4.988	14.017
	1	1	1.833	0.820	1.315	0.592	1.912	1.453	5.165	16.390
	1	-1	3.521	3.079	1.851	0.758	4.732	5.764	7.144	15.362
HE	1	0	3.118	1.834	1.865	0.361	2.715	1.733	2.449	0.900
	0	1	1.063	0.211	1.467	0.728	1.328	0.287	2.504	2.665
	1	1	2.175	1.093	2.232	0.872	1.898	1.338	3.562	4.920
	1	-1	4.110	2.996	3.331	1.307	3.834	2.702	3.559	2.210
LEE	1	0	3.479	1.893	0.812	0.112	5.766	3.840	4.848	2.478
	0	1	1.482	0.366	1.231	0.612	2.672	0.940	5.137	9.962
	1	1	2.027	0.867	1.519	0.692	3.291	1.390	5.762	12.676
	1	-1	4.939	3.650	1.905	0.755	8.249	8.171	8.972	12.206
KHAN	1	0	2.884	1.780	1.048	0.247	3.455	2.509	3.372	1.972
	0	1	1.203	0.324	1.540	0.766	1.761	0.739	3.679	4.698
	1	1	2.010	1.073	2.275	1.188	2.765	1.850	5.898	8.787
	1	-1	3.954	3.135	1.906	0.838	4.977	4.646	4.740	4.553
P5	1	0	3.639	2.067	1.357	0.320	2.795	1.049	2.871	0.872
	0	1	1.389	0.267	1.469	0.820	1.528	0.266	2.635	1.852
	1	1	2.390	1.234	2.472	1.185	1.928	0.870	3.885	4.090
	1	-1	4.970	3.435	2.548	1.094	4.061	1.759	3.521	1.357

6.5. Índices integrales para la columna de destilación Tyreus Stabilizer

Se obtuvieron los siguientes límites finitos de la señal de control para cada combinación realizada, $u_{\infty 1} = -37.594$ y $u_{\infty 2} = -13.728$ primera combinación de referencias, $u_{\infty 1} = 37.594$ y $u_{\infty 2} = 17.845$ segunda combinación, $u_{\infty 1} = 0$ y $u_{\infty 2} = 4.117$ tercera combinación y $u_{\infty 1} = -75.188$ y $u_{\infty 2} = -31.573$ para la última.

Tabla 6.6. Índices integrales de desempeño para controladores *PI* para la columna de Tyreus Stabilizer.

Control	Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2
BLT	1 0	46.56	4.82	15.54	0.29	12173	196635	4693	29582
	0 1	46.55	3.95	36.89	10.73	12482	208162	5521	74996
	1 1	8.09	2.30	25.07	10.67	357	826	1794	52194
	1 -1	93.11	15.23	50.02	11.37	24664	809318	9767	157084
KHAN	1 0	11.40	1.54	3.44	0.02	10364	163338	3983	24414
	0 1	11.83	0.57	36.88	14.27	10491	168037	7658	343839
	1 1	7.29	1.71	35.45	14.28	332.30	2362	5351	326791
	1 -1	21.80	2.51	38.75	14.36	20822	658287	10601	410469
XIONG	1 0	49.50	7.14	50.73	3.08	13595	223062	5357	35160
	0 1	49.49	4.46	73.10	18.33	14310	250243	5417	35924
	1 1	17.98	5.86	33.79	16.46	715.71	1164	629.65	3147
	1 -1	98.99	17.34	117.53	26.35	27906	945498	10774	139031
P5	1 0	12.23	1.55	70.14	4.46	12883	197850	5177	31913
	0 1	11.23	0.27	98.14	17.35	13811	225700	5604	40506
	1 1	4.99	1.47	32.36	11.61	946	2786	1021	10961
	1 -1	23.36	2.17	164.95	32.01	26700	844748	10529	133946

6.6. Índices integrales para la columna de destilación Ogunnaike & Ray

Se obtuvieron los siguientes los límites finitos de la señal de control para cada combinación realizada.

Tabla 6.7. Límites finitos de la señal de control para la columna de destilación de Ogunnaike & Ray.

r_1	r_2	r_3	$u_{\infty 1}$	$u_{\infty 2}$	$u_{\infty 3}$
1	1	1	2.472	0.408	77.991
1	1	0	2.461	0.410	76.307
1	0	1	3.054	1.181	60.135
0	1	1	-0.572	-0.775	19.539
1	0	0	3.043	1.184	58.451
0	0	1	0.010	-0.002	1.684
0	1	0	-0.582	-0.773	17.855
1	-1	-1	3.615	1.959	38.912
-1	1	0	-3.625	-1.957	-40.596
1	-1	1	3.636	1.955	42.280
1	0	-1	3.033	1.186	56.767
1	1	-1	2.451	0.413	74.623
0	1	-1	-0.592	-0.771	16.171

La Tabla 6.8, muestra los índices de desempeño para cada lazo por separado para el sistema Ogunnaike & Ray.

Tabla 6.8. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control BLT.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	26.84	9.21	39.41	12.01	199.92	1671	83.41	54.77	49.86	15.35	1444	68258
1 1 0	26.73	9.13	39.41	11.98	195.69	1650	83.17	54.42	49.81	15.32	1445	68441
1 0 1	33.16	11.33	72.16	30.23	161.79	1146	127.60	116.92	90.60	51.36	1153	38037
0 1 1	6.22	0.21	47.31	17.21	49.11	55.57	43.96	11.99	40.68	10.89	667.35	5424
1 0 0	33.05	11.25	72.22	30.37	157.58	1131	127.37	116.41	90.54	51.32	1153	38176
0 0 1	0.11	0.0002	0.18	0.001	4.23	2.17	0.23	0.001	0.07	0.00003	6.16	3.22
0 1 0	6.32	0.22	47.17	17.04	44.88	42.08	44.21	12.16	40.76	10.92	667.61	5406
1 -1 -1	39.26	13.71	119.53	83.09	125.53	659.15	171.48	202.08	131.37	109.16	1090	18702
-1 1 0	39.37	13.80	119.39	82.80	123.29	670.20	171.67	202.72	131.39	109.20	1086	18587
1 -1 1	39.48	13.89	119.26	82.50	127.52	675.81	171.90	203.44	131.43	109.26	1086	18465
1 0 -1	32.94	11.16	72.35	30.46	159.58	1033	127.30	115.97	90.62	51.33	1152	37830
1 1 -1	26.62	9.06	39.36	11.88	197.86	1540	82.96	54.03	49.75	15.27	1447	68198
0 1 -1	6.43	0.23	47.04	16.88	47.13	43.89	44.44	12.32	40.81	10.93	668.44	5457

∞

Tabla 6.9. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control SHEN .

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	15.99	5.82	62.07	23.24	201.06	2161.44	64.01	31.83	52.92	13.17	1788	64561
1 1 0	15.92	5.78	62.15	23.24	197.34	2165.11	63.93	31.70	52.97	13.20	1800	65054
1 0 1	19.76	6.41	131.27	76.11	194.61	1732.50	120.91	82.20	120.49	64.08	2634	50087
0 1 1	3.71	0.06	86.10	33.40	42.60	11.05	58.98	15.19	67.71	19.86	1497	10749
1 0 0	19.69	6.37	131.43	76.37	192.15	1723.49	120.89	82.18	120.56	64.15	2643	50531
0 0 1	0.07	0.0001	0.25	0.001	3.79	1.89	0.11	0.0003	0.09	4.58	9.08	7.41
0 1 0	3.77	0.07	85.85	33.15	38.94	10.20	58.98	15.23	67.61	19.81	1497	10831
1 -1 -1	23.39	7.05	217.53	196.37	189.90	1336.55	179.76	162.74	188.22	154.80	3631	58142
-1 1 0	23.45	7.09	217.28	195.73	188.78	1388.31	179.98	163.21	188.21	154.76	3632	58528
1 -1 1	23.52	7.14	217.03	195.27	193.07	1302.23	179.85	163.12	188.09	154.56	3624	57351
1 0 -1	19.62	6.32	131.67	76.65	194.08	1710.21	120.90	82.10	120.64	64.22	2644	50796
1 1 -1	15.86	5.74	62.30	23.31	200.18	2146.05	64.00	31.76	53.05	13.24	1802	65448
0 1 -1	3.83	0.07	85.60	32.89	40.92	11.64	59.01	15.28	67.53	19.76	1501	10927

Tabla 6.10. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control HALEVI .

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	20.76	7.64	24.55	10.10	889	12264	65.10	47.47	31.66	10.67	2285	106408
1 1 0	20.67	7.60	24.63	10.19	870	11936	64.77	46.92	31.68	10.72	2256	104085
1 0 1	25.65	9.61	36.62	15.35	688	7567	89.85	89.29	53.23	30.00	1690	60817
0 1 1	4.80	0.24	24.01	9.07	222	661	24.38	6.56	21.45	5.23	629	6859
1 0 0	25.56	9.56	36.66	15.43	669	7261	89.49	88.55	53.16	29.99	1669	59282
0 0 1	0.09	8.94	0.10	0.00	19.17	7.87	0.35	0.002	0.06	0.00003	23.18	10.69
0 1 0	4.89	0.25	23.95	9.00	203	577	24.72	6.77	21.48	5.23	605	6324
1 -1 -1	30.36	11.96	60.68	38.83	463	3578	113.78	142.58	74.51	59.54	1069	26016
-1 1 0	30.45	12.00	60.61	38.61	468	3770	114.24	143.73	74.65	59.70	1091	27096
1 -1 1	30.54	12.07	60.54	38.54	488	3978	114.47	144.48	74.61	59.56	1116	28166
1 0 -1	25.47	9.51	36.73	15.51	662	7003	89.12	87.77	53.13	29.98	1644	57669
1 1 -1	20.58	7.56	24.59	10.13	863	11579	64.43	46.41	31.59	10.67	2234	102060
0 1 -1	4.98	0.26	23.88	8.94	197	507	25.07	6.98	21.53	5.23	583	5823

Tabla 6.11. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control CHIEN .

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	10.16	5.80	24.01	19.05	223.00	2296	19.82	12.82	14.95	8.07	1369	67099
1 1 0	10.13	5.75	23.95	18.93	219.36	2277	19.82	12.77	14.91	8.03	1369	67374
1 0 1	12.02	6.37	18.57	15.03	174.88	1436	30.71	28.33	22.90	16.12	1115	40074
0 1 1	2.26	0.16	11.05	6.37	45.37	95.20	10.94	3.50	7.94	1.77	278.93	3614
1 0 0	11.97	6.33	18.47	14.90	170.40	1383	30.55	28.02	22.85	16.08	1112	40158
0 0 1	0.05	0.0001	0.15	0.001	3.93	2.02	0.09	0.0004	0.06	0.0001	11.38	5.39
0 1 0	2.29	0.17	11.02	6.29	42.20	90.70	11.00	3.56	7.99	1.78	281.63	3701
1 -1 -1	14.22	7.19	27.91	23.76	133.48	723.68	41.55	50.50	30.80	27.64	881.98	20935
-1 1 0	14.27	7.23	27.88	23.66	130.43	710.03	41.61	50.72	30.83	27.68	880.89	20625
1 -1 1	14.31	7.28	27.85	23.61	134.36	744.20	41.65	50.92	30.89	27.75	887.45	20684
1 0 -1	11.94	6.29	18.59	15.04	174.41	1410	30.57	27.99	22.80	16.02	1111	40526
1 1 -1	10.07	5.73	23.81	18.87	219.45	2251	19.69	12.61	14.80	7.99	1364	67564
0 1 -1	2.33	0.17	10.98	6.20	44.28	90.87	11.06	3.61	8.04	1.80	283	3800

Tabla 6.12. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control DLT .

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	32.63	12.31	34.26	10.55	1355.54	20261	109.98	98.81	49.81	16.37	3634	173157
1 1 0	32.49	12.24	34.39	10.66	1326.31	19619	109.43	97.79	49.80	16.42	3589	168746
1 0 1	40.31	15.80	55.66	21.64	1045.22	12073	149.40	179.91	84.54	52.56	2788	101192
0 1 1	7.55	0.40	36.52	14.83	339.80	1221	38.79	11.66	34.63	10.44	892	10657
1 0 0	40.17	15.72	55.75	21.78	1016	11565	148.82	178.43	84.49	52.59	2744	97877
0 0 1	0.14	0.0002	0.17	0.0003	29.27	13.45	0.59	0.003	0.12	0.0001	43.80	28.02
0 1 0	7.68	0.41	36.42	14.71	310.51	1063	39.38	12.05	34.68	10.42	848	9602
1 -1 -1	41.72	19.93	92.27	62.55	691.93	5302	187.59	281.28	119.07	110	1856	43975
-1 1 0	47.85	20.02	92.16	62.31	705.70	5641	188.22	283.26	119.18	110	1899	46198
1 -1 1	47.99	20.12	92.06	62.04	734.80	6000	188.78	285.03	119.19	109	1944	48511
1 0 -1	40.03	15.64	55.83	21.92	1002	11087	148.22	176.94	84.42	52.61	2700	94600
1 1 -1	32.35	12.18	34.39	10.61	1313	18991	108.80	96.61	49.70	16.39	3546	164474
0 1 -1	7.82	0.43	36.31	14.60	297.79	932	39.96	12.43	34.73	10.40	804	8598

Tabla 6.13. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control JUNG.

Referencias			IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1	1	1	19.65	11.18	39.48	27.56	1051.10	25139	57.87	59.21	28.16	11.83	2536	141929
1	1	0	19.61	11.14	39.52	27.63	1029.77	24694	57.57	58.55	28.14	11.84	2508	138663
1	0	1	22.52	12.29	36.12	27.21	831.32	15693	80.24	109.30	48.49	35.55	1930	82433
0	1	1	4.21	0.36	23.35	12.63	245.01	1195	21.97	7.97	20.25	7.06	686	9044
1	0	0	22.45	12.25	36.18	27.36	809.97	15350	79.93	108.33	48.47	35.58	1902	79942
0	0	1	0.08	0.00	0.14	0.0004	21.59	11.16	0.34	0.002	0.09	8.79	28.41	20.28
0	1	0	4.29	0.37	23.28	12.56	224	1096	22.28	8.23	20.27	7.05	660	8246
1	-1	-1	26.65	14.06	59.00	52.51	597	8032	101.88	173.35	68.75	73.51	1294	36078
-1	1	0	26.73	14.11	58.94	52.28	601	8260	102.20	174.59	68.76	73.44	1322	37727
1	-1	1	26.81	14.16	58.88	52.05	622.52	8533	102.56	175.80	68.79	73.39	1349	39426
1	0	-1	22.38	12.21	36.26	27.51	805.94	15015	79.64	107.41	48.45	35.62	1872	77514
1	1	-1	19.58	11.11	39.56	27.75	1025.97	24292	57.25	57.85	28.13	11.86	2479	135448
0	1	-1	4.37	0.38	23.22	12.48	221.59	1018	22.61	8.50	20.29	7.03	635	7488

Tabla 6.14. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control MST.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	14.22	6.11	23.37	13.47	109.83	457.12	34.89	21.02	23.05	9.15	1182	59036
1 1 0	14.16	6.05	23.29	13.35	105.55	443.73	34.80	20.88	22.98	9.11	1183	59243
1 0 1	17.57	7.19	26.95	15.21	87.53	302.96	53.03	44.97	37.26	22.22	970	35207
0 1 1	3.31	0.15	17.61	7.64	27.71	19.56	18.05	5.04	14.22	3.21	274	3458
1 0 0	17.51	7.13	26.89	15.18	83.75	294.12	52.92	44.73	37.22	22.16	984	35623
0 0 1	0.06	0.0001	0.13	0.001	4.58	2.05	0.10	0.0003	0.07	0.0001	40.45	158
0 1 0	3.35	0.16	17.56	7.53	23.48	16.56	18.14	5.10	14.29	3.24	287	3525
1 -1 -1	20.79	8.47	44.50	32.20	64.87	161.68	71.00	78.56	51.50	41.64	805	18443
-1 1 0	20.85	8.53	44.45	32.13	62.25	171.15	71.04	78.77	51.48	41.62	802	18384
1 -1 1	20.92	8.59	44.40	32.04	66.68	175.73	71.17	79.06	51.60	41.82	796	18062
1 0 -1	17.45	7.08	26.94	15.18	86.01	290.56	52.86	44.57	37.19	22.11	982	36289
1 1 -1	14.10	6.00	23.20	13.23	110.20	434.09	34.72	20.76	22.92	9.05	1211	59946
0 1 -1	3.41	0.16	17.51	7.42	25.90	16.52	18.24	5.16	14.35	3.26	295	3801

Tabla 6.15. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control SAT.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	19.91	6.89	69.41	59.07	573.05	4425	51.43	35.21	29.46	12.51	3791	176498
1 1 0	19.80	6.84	68.98	58.47	567.03	4380	51.15	34.85	29.30	12.41	3778	175968
1 0 1	18.27	6.42	61.18	57.33	505.07	3404	48.74	37.71	35.37	22.51	3316	134478
0 1 1	2.18	0.09	22.34	9.67	64.57	64.44	15.59	4.27	15.74	3.75	544	5562
1 0 0	18.36	6.41	61.55	57.61	505.59	3411	49.05	37.82	35.45	22.48	3337	135324
0 0 1	0.12	0.0002	0.45	0.003	6.02	1.83	0.33	0.001	0.17	0.0003	30.97	34.32
0 1 0	2.16	0.09	22.27	9.54	60.98	59.79	15.57	4.24	15.79	3.77	547	5710
1 -1 -1	16.60	6.05	67.16	74.56	429.57	2465	51.67	48.83	48.63	39.82	2842	103547
-1 1 0	16.62	6.08	67.11	74.46	427.27	2475	51.57	48.53	48.64	39.85	2839	103488
1 -1 1	16.70	6.14	67.18	74.78	432.00	2506	51.69	49.00	48.65	39.95	2845	104125
1 0 -1	18.22	6.36	61.16	57.15	503.84	3373	48.75	37.64	35.35	22.41	3316	134528
1 1 -1	19.75	6.80	68.82	58.18	568.05	4357	51.10	34.82	29.26	12.37	3775	175984
0 1 -1	2.15	0.09	22.21	9.42	62.32	59.52	15.57	4.24	15.81	3.78	550	5931

Tabla 6.16. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control LEE.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	14.30	7.42	23.82	13.31	209	1473	36.16	28.39	23.12	9.49	1272	68260
1 1 0	14.23	7.37	23.77	13.25	205	1439	36.07	28.18	23.09	9.48	1273	68332
1 0 1	17.66	8.64	27.52	15.26	169	901	54.43	60.29	37.78	25.95	1075	39794
0 1 1	3.32	0.19	18.01	9.02	46.49	65.37	18.13	5.95	14.61	4.16	311	4023
1 0 0	17.60	8.57	27.47	15.31	165.19	891.61	54.24	59.78	37.71	25.89	1074	39945
0 0 1	0.06	0.0002	0.14	0.001	4.35	1.95	0.12	0.001	0.07	0.0001	11.28	6.54
0 1 0	3.37	0.20	17.96	8.90	42.42	59.33	18.25	6.05	14.67	4.18	317	4063
1 -1 -1	20.91	10.12	45.50	35.25	127	491	72.45	103.42	52.34	50.64	881	19999
-1 1 0	20.97	10.19	45.45	35.08	126	498	72.53	103.81	52.37	50.68	883	19909
1 -1 1	21.03	10.26	45.39	34.94	130	503	72.67	104.29	52.45	50.79	886	19786
1 0 -1	17.54	8.52	27.56	15.32	166	866	54.16	59.60	37.64	25.83	1068	39972
1 1 -1	14.17	7.31	23.67	13.13	206	1439	35.97	27.95	23.04	9.44	1269	68604
0 1 -1	3.43	0.21	17.91	8.78	44.20	56.77	18.36	6.16	14.73	4.20	321	4113

Tabla 6.17. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control VU.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	9.74	5.32	23.87	19.25	145.94	1046	18.63	11.24	15.20	7.94	1342	63665
1 1 0	9.70	5.27	23.65	18.98	142.33	1042	18.58	11.12	15.26	7.95	1334	64391
1 0 1	11.59	5.80	19.86	16.63	120.41	664	30.06	24.02	23.55	15.67	1125	38182
0 1 1	2.19	0.13	12.03	6.28	31.42	38.13	11.33	3.36	8.58	1.79	268	3378
1 0 0	11.55	5.76	19.79	16.54	116.77	647	30.03	23.88	23.58	15.62	1132	38369
0 0 1	0.05	0.0001	0.15	0.001	3.37	1.54	0.07	0.0003	0.06	0.0001	17.93	37.60
0 1 0	2.21	0.13	12.00	6.18	28.24	35.73	11.39	3.40	8.61	1.81	269	3524
1 -1 -1	13.72	6.47	30.39	26.43	94.09	359	41.33	43.26	32.13	26.86	932	20914
-1 1 0	13.76	6.51	30.36	26.39	92.97	358	41.41	43.43	32.19	26.94	938	20482
1 -1 1	13.80	6.56	30.33	26.35	95.83	378	41.46	43.60	32.23	27.02	933	20531
1 0 -1	11.51	5.72	19.78	16.50	118.44	641	29.99	23.78	23.49	15.55	1129	38847
1 1 -1	9.66	5.24	23.62	18.90	144.29	1007	18.53	11.07	15.14	7.85	1346	64371
0 1 -1	2.25	0.14	11.96	6.09	29.62	33.64	11.43	3.44	8.68	1.83	276	3671

Tabla 6.18. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para el control LEE1.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	10.12	5.70	26.40	22.21	162	1229	16.00	9.74	13.73	8.12	1388	67136
1 1 0	10.06	5.65	26.16	21.87	159	1209	15.96	9.65	13.64	8.05	1385	67379
1 0 1	10.53	6.03	19.52	16.80	133	796	24.69	22.03	19.93	15.06	1152	41277
0 1 1	1.96	0.16	10.54	6.33	33.86	51.36	9.54	3.21	6.82	1.52	286	3527
1 0 0	10.48	5.98	19.29	16.64	129.42	771.77	24.65	21.90	19.84	14.98	1139	41176
0 0 1	0.05	0.00	0.17	0.001	3.16	1.56	0.08	0.0003	0.06	0.0002	16.41	24.56
0 1 0	1.97	0.16	10.44	6.22	31.05	46.36	9.57	3.25	6.87	1.54	288	3609
1 -1 -1	12.26	6.59	25.80	23.82	98.23	374.01	33.95	40.51	26.56	24.85	924	21560
-1 1 0	12.29	6.63	25.75	23.77	96.79	405.56	33.99	40.65	26.61	24.92	925	21813
1 -1 1	12.33	6.68	25.84	23.82	101.24	399.11	34.01	40.86	26.67	25.03	927	21398
1 0 -1	10.43	5.96	19.21	16.63	129.70	764.32	24.48	21.64	19.70	14.87	1141	41519
1 1 -1	10.00	5.61	26.03	21.74	159.57	1197	15.87	9.56	13.61	8.01	1383	67788
0 1 -1	2.01	0.16	10.35	6.11	32.39	44.97	9.60	3.29	6.91	1.55	290	3746

Tabla 6.19. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para el sistema Ogunnaike & Ray para la propuesta.

Referencias	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3
1 1 1	26.72	9.15	36.12	11.49	236.55	2065	81.62	54.77	47.21	14.90	1458	70089
1 1 0	26.61	9.09	36.11	11.50	231.51	2039	81.37	54.40	47.15	14.87	1456	70107
1 0 1	33.02	11.37	63.08	25.78	187.77	1383	122.18	113.69	83.35	47.09	1088	38979
0 1 1	6.19	0.22	41.35	14.93	58.58	77.31	40.31	10.92	36.07	9.38	578	5113.48
1 0 0	32.91	11.29	63.13	25.90	182.74	1359	121.93	113.14	83.28	47.03	1087	39019
0 0 1	0.11	0.0002	0.17	0.001	5.05	2.39	0.25	0.001	0.08	4.27	5.81	2.25
0 1 0	6.29	0.23	41.24	14.79	53.53	70.43	40.56	11.09	36.13	9.40	577	5105
1 -1 -1	39.09	13.88	104.48	70.14	139.69	810.77	162.25	193.34	119.35	97.92	859	18155
-1 1 0	39.20	13.97	104.37	69.87	137.55	823.38	162.49	194.04	119.41	98.00	860	18121
1 -1 1	39.31	14.06	104.25	69.60	142.57	842.12	162.74	194.77	119.48	98.07	860	18083
1 0 -1	32.79	11.22	63.25	26.02	184.86	1342	121.69	112.60	83.21	46.98	1086	39040
1 1 -1	26.50	9.02	36.10	11.48	233.62	2019	81.13	54.04	47.08	14.84	1454	70100
0 1 -1	6.41	0.25	41.12	14.64	55.69	68.42	40.81	11.26	36.20	9.43	575	5099

6.7. Índices integrales de desempeño sistemas 4×4

Sistema Alatiqi

Se obtuvieron los siguientes valores para los límites finitos de la señal de control para cada combinación realizada para el sistema Alatiqi caso 1 y caso 2 respectivamente.

Tabla 6.20. Límites finitos de la señal de control para el sistema de Alatiqi caso 1.

r_1	r_2	r_3	r_4	$u_{\infty 1}$	$u_{\infty 2}$	$u_{\infty 3}$	$u_{\infty 4}$
1	1	1	1	2.978	1.012	5.332	4.259
1	1	-1	-1	3.085	1.319	3.328	3.167
1	-1	1	-1	0.426	-0.207	1.599	0.906
1	-1	-1	1	-0.135	-0.662	1.551	1.052

Tabla 6.21. Límites finitos de la señal de control para el sistema de Alatiqi caso 2.

r_1	r_2	r_3	r_4	$u_{\infty 1}$	$u_{\infty 2}$	$u_{\infty 3}$	$u_{\infty 4}$
1	1	1	1	1.745	0.625	3.375	2.689
1	1	-1	-1	2.187	1.007	2.005	2.118
1	-1	1	-1	-0.129	-0.321	1.098	0.483
1	-1	-1	1	-0.764	-0.745	1.123	0.674

Sistema Doukas & Luyben

Tabla 6.22. Límites finitos de la señal de control para el sistema de Doukas & Luyben.

r_1	r_2	r_3	r_4	$u_{\infty 1}$	$u_{\infty 2}$	$u_{\infty 3}$	$u_{\infty 4}$
1	1	1	1	0.282	-0.725	0.388	-0.439
1	1	-1	-1	-0.304	-0.917	-0.360	0.221
1	-1	1	-1	0.303	0.438	0.274	-0.394
1	-1	-1	1	-0.332	0.124	-0.249	0.256

Tabla 6.23. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para la columna de destilación de Alatiqui (caso 1).

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	IEA_4	ICE_4	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3	ICA_4	ICC_4
BLT	120	80.5	11	2.5	192	253	169	183	282	390	121	66	524	1575	443	1130
	132	103	13	2.7	245	461	201	271	281	400	105	53	591	2448	493	1686
	27.3	5.9	5.7	2.2	59	55	43	25	70	34	33	26	123	130	110	106
	54.5	19.7	7.5	2.2	139	232	110	123	124	104	43	24	275	713	236	533
P5	193	107	6.5	2.1	52	40	141	136	388	351	148	63	715	1496	587	1012
	200	130	6.8	2.1	67	78	154	195	357	301	129	47	725	2007	589	1311
	33	4.8	4.6	2.1	20	16	30	23	76	17	35	29	138	80	119	59
	29	10	4.4	2	41	62	70	111	45	26	24	21	123	347	103	225

Tabla 6.24. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para la columna de destilación de Alatiqui (caso 2).

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	IEA_4	ICE_4	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3	ICA_4	ICC_4
BLT	117	72	9	3	67	57	50	17	59	18	14	2	145	175	111	102
	146	101	14	7	131	170	68	33	94	65	16	1	304	992	227	581
	31	9	11	4	100	190	43	24	30	14	15	5	139	222	103	135
	75	31	11	4	177	392	81	65	72	63	15	2	276	858	208	490
P5	92	62	5	2	23	11	88	51	23	6	12	5	113	176	87	105
	115	80	6	3	35	19	112	80	55	42	15	3	267	956	199	536
	28	8	8	4	31	26	54	34	31	16	17	12	125	205	89	95
	63	25	7	3	46	39	112	120	66	65	16	6	254	790	189	424

Tabla 6.25. Índices integrales de desempeño para los controladores *PI* multivariable para la columna de destilación de Doukas & Luyben.

Control	IEA_1	ICE_1	IEA_2	ICE_2	IEA_3	ICE_3	IEA_4	ICE_4	ICA_1	ICC_1	ICA_2	ICC_2	ICA_3	ICC_3	ICA_4	ICC_4
	148	194	34	8.9	26	8.2	75	92	19	3.3	551	1072	14	2.0	88	85
BLT	82	86	14	3.4	12	3.6	39	48	7	0.6	280	388	11	1.4	41	33
	138	185	27	6.0	22	6.1	70	98	16	2.7	485	855	13	1.9	77	84
	133	159	28	6.7	19	4.4	67	84	14	1.6	390	703	13	2.0	72	71
	107	148	63	33	15	4.9	104	252	15	2.8	477	668	15	3.0	84	121
P5	76	87	44	18	10	2.8	72	150	8	0.8	281	348	11	2.0	53	64
	108	169	60	29	15	4.6	108	288	15	2.9	455	690	15	3.4	83	136
	92	112	49	21	11	3.0	88	204	10	1.2	315	381	13	2.6	66	91

Bibliografía

- Abdul-Kadhar, K. M., Baskar, S., & Joe-Amali, S. M. (2015). Diversity controlled self adaptive differential evolution based design of non-fragile multivariable pi controller. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 46, 209–222.
- Ablay, G. (2015). Variable structure controllers for unstable processes. *Journal of Process Control*, 32, 10–15.
- Arrieta-Orozco, O. & Alfaro-Ruiz, V. M. (2016). Sintonización de controladores pi y pid utilizando los criterios integrales iae e itae. *Revista Ingeniería*, 13(1,2), 31–39.
- Asbjornsen, O. A. (1985). Chemical process control: An introduction to theory and practice: George stephanopoulos. *Automatica*, 21(4), 502–504.
- Åström, K. J. & Hägglund, T. (1984). Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica*, 20(5), 645–651.
- Åström, K. J. & Hägglund, T. (1995). *PID controllers: theory, design, and tuning*, volume 2. Instrument society of America Research Triangle Park, NC.
- Berk, Z. (2013). *Elements of Process Control en Food Process Engineering and Technology*, volume 2. San Diego, California: Food Science and Technology, second edition.
- Bhandari, J., Russo, D., & Singal, R. (2018). A finite time analysis of temporal difference learning with linear function approximation. In *Conference On Learning Theory* (pp. 1691–1692): PMLR.
- Carrillo-Ahumada, J., Rodríguez-Jimenes, G., & García-Alvarado, M. (2011). Tuning optimal-robust linear mimo controllers of chemical reactors by using pareto optimality. *Chemical Engineering Journal*, 174(1), 357–367.
- Chen, D. & Seborg, D. E. (2001). Multiloop pi/pid controller design based on gershgorin bands. In *Proceedings of the 2001 American Control Conference.(Cat. No. 01CH37148)*, volume 5 (pp. 4122–4127): IEEE.
- Chen, D. & Seborg, D. E. (2003). Design of decentralized pi control systems based on nyquist stability analysis. *Journal of Process Control*, 13(1), 27–39.
- Chien, I.-L., Huang, H.-P., & Yang, J.-C. (1999). A simple multiloop tuning method for pid

- controllers with no proportional kick. *Industrial & engineering chemistry research*, 38(4), 1456–1468.
- Chien, I.-I., Huang, H.-P., & Yang, J.-C. (2000). A simple tito pi tuning method suitable for industrial applications. *Chemical Engineering Communications*, 182(1), 181–196.
- Coughanowr, D. R., Koppel, L. B., et al. (1965). *Process systems analysis and control*, volume 2. McGraw-Hill New York.
- Creus, A. (2011). *Instrumentación industrial*. Alfaomega, octava edition.
- de Freitas, A. R., Fleming, P. J., & Guimaraes, F. G. (2015). Aggregation trees for visualization and dimension reduction in many-objective optimization. *Information Sciences*, 298, 288–314.
- Estévez-Sánchez, K. H., Sampieri-Croda, A., García-Alvarado, M. A., & Ruiz-López, I. I. (2017). Design of multiloop pi controllers based on quadratic optimal approach. *ISA Transactions*, 70, 338–347.
- Garcia-Alvarado, M. & Ruiz-López, I. (2010). A design method for robust and quadratic optimal mimo linear controllers. *Chemical Engineering Science*, 65(11), 3431–3438.
- Ho, W. K., Lee, T. H., & Gan, O. P. (1997). Tuning of multiloop proportional- integral-derivative controllers based on gain and phase margin specifications. *Industrial & engineering chemistry research*, 36(6), 2231–2238.
- Jung, J., Choi, J. Y., & Lee, J. (1999). One-parameter method for a multiloop control system design. *Industrial & engineering chemistry research*, 38(4), 1580–1588.
- Khandelwal, S. & Detroja, K. P. (2017). Optimal detuning parameter design for decentralized control of mimo processes. *TENCON 2017-2017 IEEE Región 10*, (pp. 597–601).
- Kwang-Hyun, P., Zeungnam, B., & Dong-Hwan, H. (1999). A study on the robustness of a pid-type iterative learning controller against initial state error. *International Journal of Systems Science*, 30(1), 49–59.
- Lee, J., Cho, W., & Edgar, T. F. (1998). Multiloop pi controller tuning for interacting multi-variable processes. *Computers & chemical engineering*, 22(11), 1711–1723.
- Lee, M., Lee, K., Kim, C., & Lee, J. (2004). Analytical design of multiloop pid controllers for desired closed-loop responses. *AIChE journal*, 50(7), 1631–1635.
- Liu, T., Zhang, W., & Gu, D. (2005). Analytical multiloop pi/pid controller design for two-by-two processes with time delays. *Industrial & engineering chemistry research*, 44(6), 1832–1841.
- Loh, A. P., Hang, C. C., Quek, C. K., & Vasnani, V. U. (1993). Autotuning of multiloop proportional-integral controllers using relay feedback. *Industrial & engineering che-*

- mistry research*, 32(6), 1102–1107.
- Luyben, W. L. (1986). Simple method for tuning siso controllers in multivariable systems. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 25(3), 654–660.
- Maghade, D. & Patre, B. (2012). Decentralized pi/pid controllers based on gain and phase margin specifications for tito processes. *ISA Transactions*, 51, 550–558.
- Monica, T. J., Yu, C. C., & Luyben, W. L. (1988). Improved multiloop single-input/single-output (siso) controllers for multivariable processes. *Industrial & engineering chemistry research*, 27(6), 969–973.
- Nise, N. S. (2020). *Control systems engineering*. John Wiley & Sons.
- O’Dwyer, A. (2000). A summary of pi and pid controller tuning rules for processes with time delay. part 1: Pi controller tuning rules. *IFAC Proceedings Volumes*, 33(4), 159–164.
- Ogata, K. (1998). *Ingeniería de control moderna*. Calle 4 No. 25 -piso, Fracc. Industrial Alce Blanco 53370 Naucalpan de Juárez, Edo. de México: Pearson, Prentice Hall, third edition.
- Ogata, K. (2010). *Modern control engineering*. Prentice hall.
- Ogunnaike, B. & Ray, W. (1979). Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays. *AIChE journal*, 25(6), 1043–1057.
- Oka, Y. & Suzuki, K. (2013). *Control System Basics and PID Control en Nuclear Reactor Kinetics and Plant Control*. Tokyo, Japan: Springer, third edition.
- Pérez, E. M., Acevedo, J. M., & Silva, C. F. (2009). *Automatas programables y sistemas de automatización/PLC and Automation Systems*. Marcombo.
- Quanzhong, L. & Liang, Y. (2019). Robust optimization for energy efficiency in mimo two-way relay networks with swipt. *IEEE Systems Journal*, 14(1), 196–207.
- Ranjan, M. S., Bidyadhar, S., & Sandip, G. (2019). Design and experimental realization of a robust decentralized pi controller for a coupled tank system. *ISA transactions*, 89, 158–168.
- Reynoso-Meza, G., Blasco, X., Sanchis, J., & Martínez, M. (2014). Controller tuning using evolutionary multi-objective optimisation: current trends and applications. *Control Engineering Practice*, 28, 58–73.
- Reynoso-Meza, G., Sanchis, J., Blasco, X., & Freire, R. (2016). Evolutionary multi-objective optimisation with preferences for multivariable pi controller tuning. *Expert Systems with Applications*, 51, 120–133.
- Reynoso-Meza, G., Sanchis, J., Blasco, X., & Herrero, J. (2012). Multiobjective evolutio-

- nary algorithms for multivariable pi controller design. *Expert Systems with Applications*, 39, 7895–7907.
- Reynoso-Meza, G. & Sánchez, H. S. (2018). Multidisciplinary optimisation and controller tuning: an analysis with multi-objective techniques. *IFAC-PapersOnLine*, 51(4), 280–285.
- Rodríguez-Molina, A., Villarreal-Cervantes, M. G., & Aldape-Pérez, M. (2020). Indirect adaptive control using the novel online hypervolume-based differential evolution for the four-bar mechanism. *Mechatronics*, 69, 102384.
- Ruiz-López, I. I., Rodríguez-Jimenes, G. C., & García-Alvarado, M. A. (2006). Robust mimo pid controllers tuning based on complex/real ratio of the characteristic matrix eigenvalues. *Chemical Engineering Science*, 61, 4332–4340.
- Sato, T., Hayashi, I., Horibe, Y., Vilanova, R., & Konishi, Y. (2019). Optimal robust pid control for first-and second-order plus dead-time processes. *Applied Sciences*, 9(9), 1934.
- Shafiei, Z. & Shenton, A. (1994). Tuning of pid-type controllers for stable and unstable systems with time delay. *Automatica*, 30(10), 1609–1615.
- Shubham, K. & P, D. K. (2020). The optimal detuning approach based centralized control design for mimo processes. *Journal of Process Control*, 96, 23–36.
- Singh, A. & Londhe, P. (2017). Design of signed distance method based fuzzy logic controller for tito process. In *2017 Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE)* (pp. 13–17).: IEEE.
- Sinha, A., Malo, P., & Deb, K. (2017). A review on bilevel optimization: from classical to evolutionary approaches and applications. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 22(2), 276–295.
- Sánchez-Peña, R., Quevedo-Casín, J., & Puig-Cayuela, V. (2007). *Identification and control*. Springer, third edition.
- Vargas-González, S., Rodríguez-Jimenes, G., García-Alvarado, M. A., & Carrillo-Ahumada, J. (2013). Relation between first order dynamic parameters with pi control parameters in nash equilibrium. *Proceedings of the 2013 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering IEEE*, (pp. 123–126).
- Vijay-Kumar, V., Rao, V., & Chidambaram, M. (2012). Centralized pi controllers for interacting multivariable processes by synthesis method. *ISA Transactions*, 51(3), 400–409.
- Vu, T. N. L. & Lee, M. (2008). Multi-loop pi controller design for enhanced disturbance rejection in multi delay processes. *International Journal of Mathematics and computers*

- in simulation*, 2(1), 89–94.
- Vu, T. N. L. & Lee, M. (2010). Multi-loop pi controller design based on the direct synthesis for interacting multi-time delay processes. *ISA Transactions*, 49(1), 79–86.
- Wood, R. & Berry, M. (1973). Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, 28(9), 1707–1717.
- Xiong, Q. & Cai, W.-J. (2006). Effective transfer function method for decentralized control system design of multi-input multi-output processes. *Journal of Process Control*, 16(8), 773–784.
- Ziegler, J. G., Nichols, N. B., et al. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, 64(11).