Tipo de artículo: Resultado de investigación vinculado al proyecto "Diversificación internacional de portafolios: Una investigación empírica usando valor en riesgo", ejecutado por el Tecnológico de Antioquia, Medellín, Colombia, 2014 - 2015.

En Contexto
Revista de Investigación en Administración, Contabilidad, Economía y Sociedad

Diversificación internacional de portafolios con índices bursátiles: caso colombiano

International Diversification of Portfolios with Market Indices: Colombian Case

Recibido: 19/08/15 - Aprobado versión final: 08/10/15 - Página inicial: 79 - Página final: 104

Luis Miguel Jiménez Gómez*
Fred Restrepo Giraldo**
Natalia María Acevedo Prins***

Resumen: los inversionistas tienen la necesidad constante de obtener rentabilidades altas, además de minimizar su riesgo de acuerdo con las exposiciones a las que se enfrentan, por tanto la información sobre el Valor en Riesgo –VaR- (por sus siglas en inglés) de sus portafolios es una aproximación para conocer las posibles pérdidas en las que se puede incurrir. En el presente estudio se analiza el efecto de la diversificación internacional por medio del cálculo del VaR, añadiendo a un portafolio de acciones de la Bolsa de Valores de Colombia una serie de índices bursátiles internacionales. Los resultados muestran que los valores obtenidos para el VaR, luego de incluir en proporciones del 5% 10%, 15% y 20% los índices bursátiles disminuyen.

Palabras clave: diversificación internacional, valor en riesgo, índice bursátil, portafolio, rendimientos financieros.

Abstract: investors have the constant need for high returns, and for minimizing risk. Therefore, in-formation about their portfolios' Value at Risk (VaR) is an approach to finding out poten-tial loss. This study analyzes the effect of international diversification through the assess-ment of the VaR by adding a series of market indices to a Colombia Stock Exchange share portfolio. Results show that the values yielded for the VaR decrease after including market indices in proportions of 5% 10%, 15% and 20%.

Keywords: international diversification, value at risk, market index, portfolio, financial returns

JEL: G15

* Ingeniero Industrial, Especialista en Ingeniería Financiera y Magíster en Ingeniería Administrativa. Docente de tiempo completo del Instituto Tecnológico Metropolitano - ITM, Medellín - Colombia.
luisjimenez@itm.edu.co

** Administrador de Negocios, Especialista en Finanzas y Magíster en Administración Financiera. Docente de tiempo completo del Tecnológico de Antioquia, Medellín - Colombia.
frestrepo@tdea.edu.co

*** Ingeniera Administrativa, Especialista en Ingeniería Financiera y Magíster en Ingeniería Industrial. Docente de tiempo completo de la Institución Universitaria ESUMER, Medellín - Colombia.
natalia.acevedo4@esumer.edu.co

Diversification internationale de serviettes avec indices boursiers: cas colombien

Résumé: les investisseurs la nécessité de continuer d'obtenir rendements hautes, en outre de minimiser le risque d'accord avec les expositions sont confrontés, par conséquent l'information sur la valeur en risque – VAR- (par ses sigles en anglais) de ses serviettes est un rapprochement pour connaître les pertes potentielles qui peut encourir. Dans la présente étude étudie l'incidence de la diversification internationale par le biais du calcul du VAR, en ajoutant à un portefeuille d'actions de la bourse de valeurs de la Colombie, une série d'indices boursiers internationaux. Les résultats montrent que les valeurs obtenus pour le VAR, puis d'inclure dans des proportions de 5 % 10 % 15 % et 20 % des indices boursiers, diminuent.

Mots-clés: diversification internationale, valeur à risque, indice boursier, portfolio, revenus financiers.

Introducción

El valor en riesgo (Value at Risk, VaR) es definido como la mayor pérdida que se espera obtener en un instrumento financiero o un portafolio de inversión en un periodo de tiempo determinado y a un nivel de probabilidad o nivel de confianza (Crouhy, Galai & Mark, 2009, p. 154). El VaR ofrece una probabilidad sobre los cambios potenciales en el valor del portafolio provocados por un cambio en los factores del mercado en un período de tiempo específico.

Existen dos pasos claves para calcular el VaR: primero, ajustar una distribución de probabilidad del portafolio o de los rendimientos del portafolio. Luego, con esta distribución se utilizan tres métodos: distribución de precios históricos (VaR no paramétrico), uso del supuesto sobre distribución normal (VaR paramétrico), y simulación Monte Carlo (VaR paramétrico).

El segundo paso es identificar el percentil requerido de la distribución de probabilidad. Si se quiere un 99% de confianza, entonces elegir el primer percentil, el cual asumiendo una distribución normal, es el 1% de significancia correspondiente a un VaR con un 2,33 veces la desviación estándar. Así, el VaR del portafolio es la máxima pérdida con un 99% o 95% de confianza, medido con relación al valor esperado del portafolio en el horizonte de tiempo de interés. El VaR es la distancia del quinto percentil a la media de la distribución, ver Figura 1.

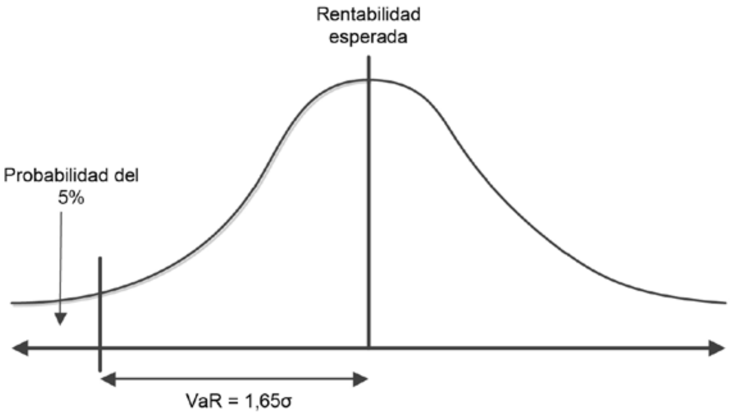

Figura 1. Definición del valor en riesgo

Fuente: Crouhy, Galai & Mark, 2009, p. 155.

Para calcular el VaR es necesario seleccionar los factores que conducen a la volatilidad de las rentabilidades del portafolio. Estos factores son usados para generar la distribución de probabilidad de los cambios en el valor del portafolio en un tiempo determinado Paso seguido, se calcula la media de los cuantíles de la distribución para llegar al VaR del portafolio. Las variaciones en el valor del portafolio son producidos por los cambios en los factores de mercado que influyen en el precio de cada instrumento financiero. Después de identificados estos factores de riesgo que generan volatilidad en la rentabilidad del portafolio, el riesgo es analizado desde tres alternativas: el análisis de la varianza-covarianza, la simulación histórica, y la simulación Monte Carlo.

La rentabilidad de un portafolio de inversión depende del riesgo asociado al mismo. Una forma de mitigar los riesgos es diversificar el portafolio (Kiani, 2011, p. 447). La diversificación del portafolio ayuda a disminuir los riesgos asociados a él, Levy y Sarnat afirman que la diversificación internacional ofrece oportunidades adicionales para reducir el riesgo del portafolio de inversión (Levy & Sarnat ,1970, p. 670).

Ragunathan & Mitchell (1997, p. 5) demostraron que correlaciones negativas o positivas bajas entre los rendimientos de los portafolios y los rendimientos de los índices bursátiles reducen el riesgo.

Hay evidencias de que la diversificación internacional de portafolios indican que es un método razonable para reducir el riesgo de un portafolio sin afectar negativamente su rendimiento esperado (Shawky, Kuenzel & Mikhail, 1997, p. 305).

Shawky, Kuenzel & Mikhail (1997, p. 305) argumentan que la diversificación internacional ayuda a los inversionistas a reducir el riesgo de una inversión manteniendo constante el rendimiento esperado.

Metodología

El objetivo de este estudio fue demostrar los beneficios de la diversificación internacional de portafolios. Se parte entonces de un portafolio de inversión conformado por acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia. Además, se utilizaron los índices bursátiles de varios países para diversificar el portafolio escogido. En consecuencia, el portafolio inicial se conformó con las siguientes acciones y sus respectivas proporciones.

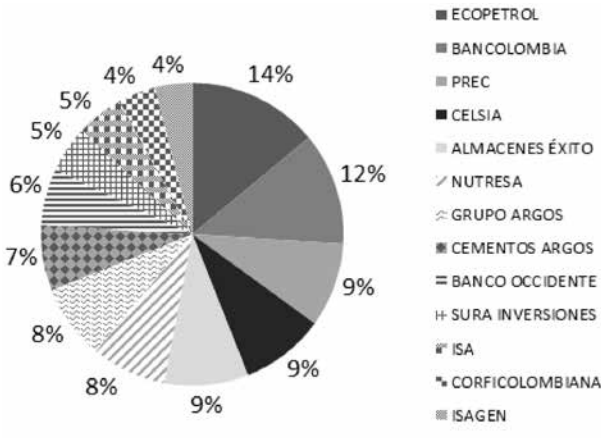

Figura 2. Conformación del portafolio inicial

Fuente: construcción propia.

Este portafolio inicial será diversificado introduciendo varias proporciones de cada uno de los siguientes nueve índices bursátiles.

1. S&P 500 (Estados Unidos)
2. DAX (Alemania)
3. FTSE 100 (Inglaterra)
4. CAC 40 (Francia)
5. NIKKIE 225 (Japón)
6. HANG SENG (Hong Kong)
7. IPC (México)
8. BOVESPA (Brasil)
9. COLCAP (Colombia)

Cada uno de estos índices bursátiles internacionales se utilizó por separado para diversificar el portafolio inicial en cuatro proporciones diferentes: 5%, 10%, 15% y 20%. Al conformar un portafolio nuevo con estas proporciones para los índices, se calculó el nuevo VaR del portafolio para ser comparado con el VaR del portafolio inicial, y determinar si la diversificación internacional reduce el VaR del portafolio. Al agregar al portafolio inicial un nuevo instrumento financiero, las proporciones de cada una de las acciones cambian de la siguiente manera:

Para proporciones del 5% en los índices bursátiles el portafolio resultante estará conformado como se muestra en la siguiente figura.

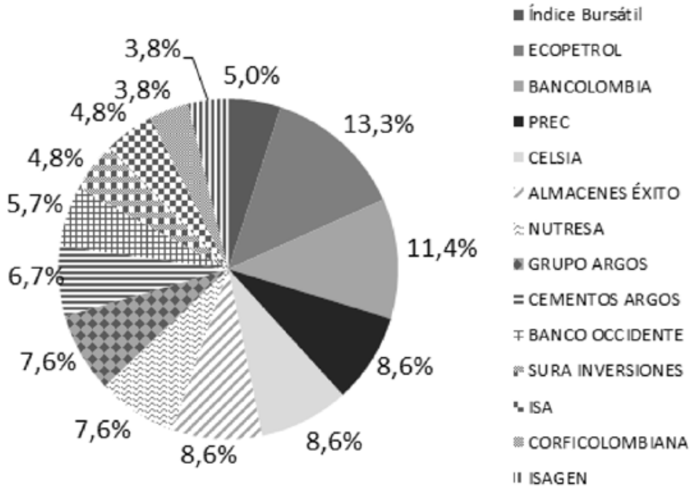

Figura 3. Portafolio diversificado con un 5% de índice bursátil

Fuente: construcción propia.

Para proporciones del 10% en los índices bursátiles el portafolio resultante estará conformado como se muestra en la siguiente figura.

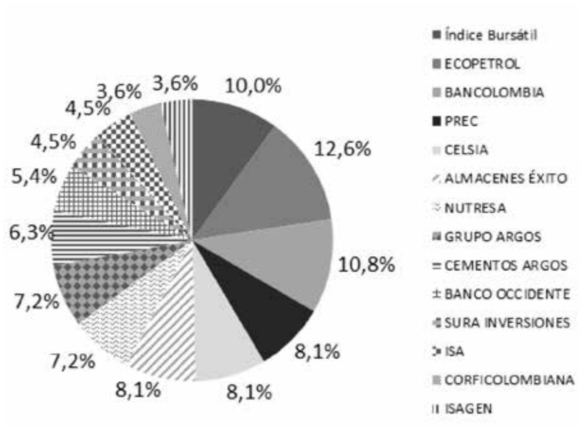

Figura 4. Portafolio diversificado con un 10% de índice bursátil

Fuente: construcción propia.

Para proporciones del 15% en los índices bursátiles el portafolio resultante estará conformado como se muestra en la siguiente figura.

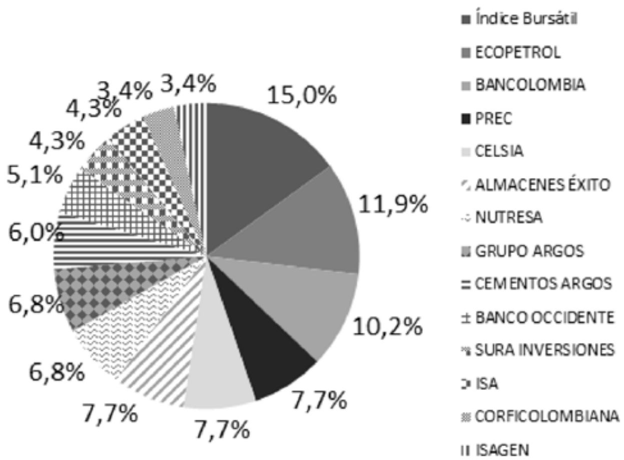

Figura 5. Portafolio diversificado con un 15% de índice bursátil

Fuente: construcción propia.

Para proporciones del 20% en los índices bursátiles el portafolio resultante estará conformado como se muestra en la siguiente figura.

En-Contexto N° 03 • Enero - Diciembre 2015 • Medellín - Colombia • pp. 84-238 ISSN: 2346-3279

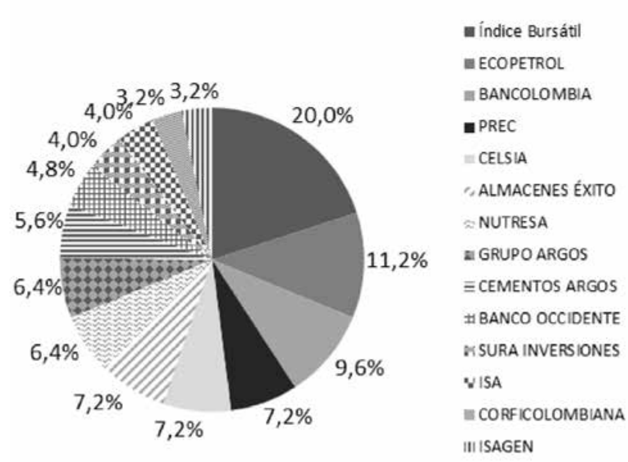

Figura 6. Portafolio diversificado con un 20% de índice bursátil

Fuente: construcción propia.

Con estos cuatro portafolios se calculó el VaR para cada uno, se computarón en los cuatro portafolios nueve índices bursátiles, y así se obtuvo un total de 36 portafolios. Para comprobar la hipótesis: la diversificación internacional logra disminuir el VaR de un portafolio, se utilizaron dos métodos para calcularlo, un método paramétrico y otro no paramétrico (el método de análisis de la varianza-covarianza o delta normal y el método de simulación histórica con crecimientos absolutos). Por esta razón, a los 36 portafolios resultantes se les calculó el VaR dos veces, por lo que se obtuvieron 72 VaRs diferentes. Se utilizaron para cada uno de los instrumentos financieros 747 datos, con los precios de cierre diarios de cada uno desde el 1 de octubre de 2010 hasta el 17 de octubre del 2013. Se trabajó con el supuesto de invertir 1.000 millones de pesos, una volatilidad diaria y un nivel de confianza del 95%, es decir, con un valor de z de 1,65. Con todos estos datos se calcularon los 72 VaR de los portafolios diversificados al igual que el VaR del portafolio inicial.

Resultados

Para el valor en riesgo de un portafolio de inversión se describen algunos conceptos que ayudan a comprender este tema. Inicialmente se define el rendimiento de un instrumento financiero.

El rendimiento: corresponde al cambio del valor del instrumento financiero con respecto a su valor inicial en un período de tiempo, ver ecuación 1.

$$R_i = \frac{\Delta valor}{valor\ inicial} = \frac{valor_{final} - valor_{inicial}}{valor_{inicial}} = \frac{valor_{final}}{valor_{inicial}} - 1 \qquad [1]$$

El rendimiento también se define en función del logaritmo, ver ecuación 2.

$$R_i = Ln\left(\frac{P_t}{P_{t+1}}\right) \qquad [2]$$

El rendimiento de un portafolio es la suma ponderada de los rendimientos individuales por el peso que tienen los activos dentro del portafolio, ver ecuación 3.

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \qquad [3]$$

El rendimiento promedio es la suma de los rendimientos de los activos, dividido entre el número de activos, ver ecuación 4.

$$R_{prom} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} \qquad [4]$$

Cuando se considera una muestra de tamaño *n* perteneciente a una población distribuida normalmente, con media μ y desviación estándar σ; entonces, la muestra tendrá una distribución normal de media X¯ y desviación estándar σ/√n. En un portafolio la media es el rendimiento promedio, y la desviación estándar se define como la volatilidad, ver las ecuaciones 5 y 6.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} \qquad [5]$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (R_i - \mu)^2}{n-1}} \qquad [6]$$

Covarianza: es una medida de relación lineal entre dos variables aleatorias describiendo el movimiento conjunto entre estas. La covarianza entre dos variables se muestra en la ecuación 7.

$$cov(R_i, R_j) = \sum_{i=1}^{n} P_i [R_i - \mu_i][R_j - \mu_j] \qquad [7]$$

Correlación: la correlación mide el grado de movimiento conjunto entre dos variables o la relación lineal entre ambas, ver ecuación 8.

$$corr(R_i, R_j) = \rho_{ij} = \frac{cov(R_i, R_j)}{\sigma_i \sigma_j} \qquad [8]$$

Mientras más cercano a uno sea al coeficiente de correlación, mayor será el grado de dependencia mutua. Por su parte, mientras más cercano a cero, mayor será el grado de independencia de las variables.

Volatilidad: la volatilidad es un indicador fundamental para la cuantificación de riesgos de mercado, porque representa una medida de dispersión de los rendimientos con respecto al promedio o la media de los mismos en un período determinado. Para las instituciones financieras es muy importante monitorear las volatilidades de las variables del mercado que hacen que el valor del portafolio cambie. La volatilidad de una variable σ es definida como la desviación estándar de los rendimientos de esta variable, por unidad de tiempo. Cuando la volatilidad es usada para la gestión del riesgo, la unidad de tiempo usada es un día, así que esta es la desviación estándar de los rendimientos por día. En general la expresión $\sigma\sqrt{T}$ es la desviación estándar de la ecuación 9 (Hull, 2010, p. 175).

$$ln \frac{S_T}{S_0} \qquad [9]$$

Donde S_T es el valor de mercado de la variable en el tiempo T y S_0 es el valor actual. Si la unidad de medida de σ son días, entonces T está medido también en días; sí σ está medido por años, entonces T está medido también en años. Son muchos los métodos para medir y pronosticar la volatilidad, pero para esta investigación sólo se utiliza la volatilidad histórica.

Volatilidad histórica: todas las observaciones tienen el mismo peso específico y el pronóstico está basado en las observaciones históricas. En la ecuación 10 se encuentra cómo calcular la volatilidad de un instrumento financiero.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(R_i - \mu)^2}{n-1}} \qquad [10]$$

Distribución normal estandarizada: la función de probabilidad normal es simétrica con respecto a su media y, por lo tanto, sólo tabula un área hacia un lado de la media. Estas áreas tabuladas son áreas a la derecha o a la izquierda de los valores de *z*, donde *z* es la distancia de un valor x con respecto a la media expresada en unidades de desviación estándar, como se describe en la ecuación 11.

$$x = \mu + z\sigma \qquad [11]$$

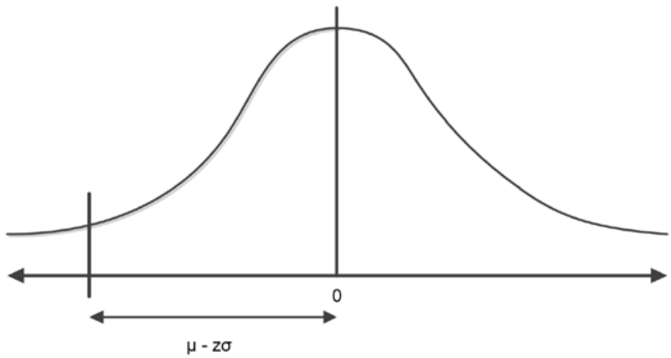

Figura 7. Distribución normal estandarizada

Fuente: Lara, 2010, p. 32.

Para transformar una curva normal en una estandarizada se debe hallar el valor de *z*, correspondiente a la variable normal estandarizada, ver ecuación 12.

$$z = \frac{R_i - \mu}{\sigma} \qquad [12]$$

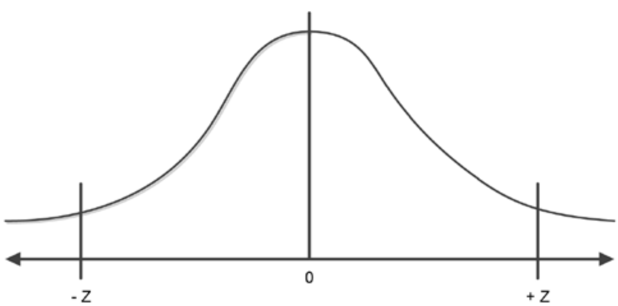

Figura 8. Distribución normal estandarizada con –z y +z

Fuente: Lara, 2010, p. 33.

El valor de z se busca en tablas de áreas de la curva normal estandarizada, existe un valor de z para cada probabilidad; por ejemplo, para una probabilidad del 99%, es decir, para un nivel de confianza del 99%, el valor de z en las tablas corresponde a ± 2,33, y para un nivel de confianza del 95%, $z=\pm 1{,}65$. Si z localiza un punto medido a partir de la media de una variable aleatoria normal con la distancia expresada en unidades de la desviación estándar de la variable aleatoria normal original, entonces el valor medio de z tiene que ser cero y su desviación estándar igual a 1.

Si la variable aleatoria x es el rendimiento de algún factor de riesgo como el precio de las acciones, tasas de interés, entre otros, entonces siempre será posible transformar dicha variable aleatoria normal en z mediante la ecuación 12.

Value At Risk - Var: es la medida estadística de riesgo de mercado estimando la pérdida máxima que podría registrar un portafolio en un intervalo de tiempo con cierto nivel de probabilidad o confianza (Lara, 2010, p. 65). Se define riesgo como la volatilidad de las rentabilidades que conducen a pérdidas inesperadas, alta volatilidad indica mayor riesgo. La volatilidad de los retornos son influenciados por algunas variables llamadas factores de riesgo y por interacción entre estos factores de riesgo (Crouhy, Galai & Mark, 2009, p. 160). Los factores de riesgo son clasificados en categorías: riesgo de mercado, de crédito, de liquidez, operacional, entre otros. El interés se centra en el riesgo de mercado, el cual es el riesgo por cambios de los precios del mercado financiero que reducen el valor de un instrumento financiero o de un portafolio.

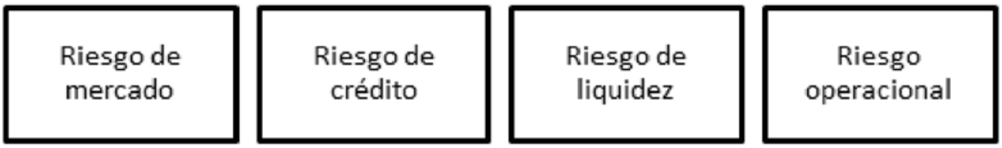

Figura 9. Clasificación de los riesgos

Fuente: construcción propia.

El VaR de un portafolio está en función de dos parámetros: el horizonte del tiempo t, y el nivel de confianza $X\%$. Este es el nivel de pérdida durante un período de tiempo de longitud t que no será excedido con un nivel de confianza del $X\%$. En otras palabras, "estamos X por ciento seguros que no perderemos más de V dólares en el tiempo t" (Hull, 2010, p. 165), donde V corresponde al VaR del portafolio.

Cuando se está calculando el riesgo de mercado, el horizonte de tiempo de un día es el más usado para el cálculo del VaR, el supuesto usado se observa en la ecuación 13 (Hull, 2010, p. 166).

$$t - día\ VaR = 1 - día\ VaR \times \sqrt{t} \qquad [13]$$

La ecuación 13 es útil cuando los cambios en el valor del portafolio son diarios y tienen una distribución normal idénticamente independiente con media cero. En relación con el horizonte de tiempo, Jorion (2001, p. 112) afirma que debe corresponder a tiempo requerido para cubrir el riesgo de mercado; no obstante, como las carteras de negociación de activos suelen ser objeto de cambio, es más apropiado usar un horizonte de tiempo de corto plazo, como un día.

El VaR puede ser calculado de dos formas: la primera es utilizando la distribución de probabilidad de las ganancias durante un tiempo *t*, en este caso, las pérdidas son negativas. La segunda con la distribución de probabilidad de las pérdidas durante un tiempo *t*, aquí las ganancias son pérdidas negativas. Cuando se utiliza la distribución de las ganancias, el VaR corresponde a las ganancias negativas, es decir, las pérdidas ubicadas en el *100 – X%* de la distribución, como se ilustra en la Figura 5 (Hull, 2010, p. 159). Por el contrario, cuando se usa la distribución de las pérdidas, el VaR es igual a las pérdidas en el *X* percentil de la distribución, como se indica en la Figura 10 (Hull, 2010, p. 159).

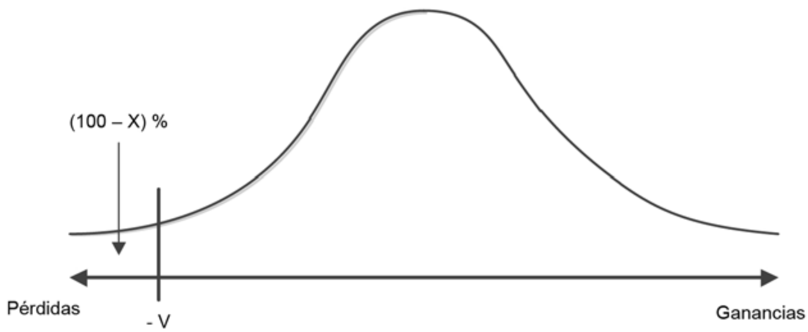

Figura 10. Valor en riesgo a partir de las ganancias

Fuente: Hull, 2010, p. 159.

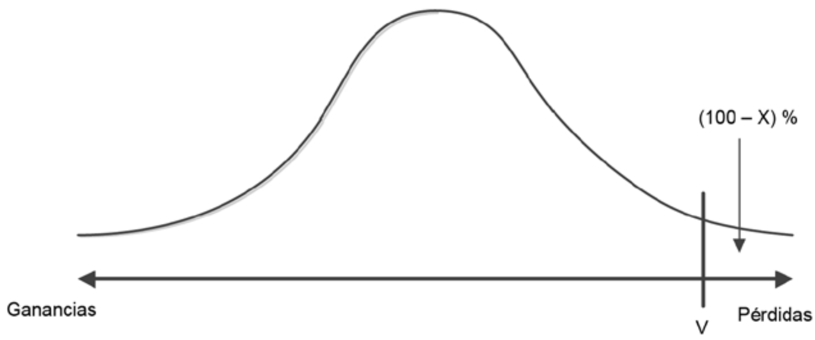

Figura 11. Valor en riesgo a partir de las pérdidas

Fuente: Hull, 2010, p. 159.

Cuando los rendimientos del portafolio son utilizados para el cálculo del VaR, se seleccionan dos parámetros: el horizonte de tiempo y el nivel de confianza. Los supuestos principales son: los cambios en el valor del portafolio a través del tiempo se distribuyen como distribución normal y la media de los cambios en el valor del portafolio se asume cero. En consecuencia, estos supuestos conducen a la ecuación 14.

$$VaR = \sigma N^{-1}(X) \qquad [14]$$

Donde *X* es el nivel de confianza, σ es la desviación estándar de los cambios en el portafolio en el horizonte de tiempo, y *N-1(.)* es la inversa de la distribución normal acumulativa, que puede ser calculada usando la función de Excel NORMSINV(). Esta ecuación muestra, con respecto a un horizonte de tiempo y para un nivel de confianza dado, el VaR es proporcional a σ.

El VaR es una medida que considera tanto los cambios positivos y negativos de las cotizaciones bursátiles como el riesgo que lo constituye, a pesar de esto la mayoría de los inversionistas ignoran los cambios positivos en un contexto de riesgo. El VaR se centra en los cambios negativos y en los intentos de derivar una sola medida de las posibles pérdidas, ya sea en términos nominales o porcentuales. El VaR proporciona una medida de la pérdida potencial en el valor de un portafolio en un período de tiempo específico. Mediante la diversificación internacional de portafolios los inversionistas pueden reducir el riesgo de los portafolios debido a las bajas o negativas correlaciones entre los instrumentos financieros en los mercados nacionales y los internacionales (Sirr, Garvey & Gallagher, 2011, p. 1755).

La baja correlación entre los mercados emergentes y los desarrollados se destaca como la razón para mejorar los rendimientos del portafolio. Harry Markowitz demostró que los inversionistas racionales seleccionan sus portafolios de inversión usando dos parámetros básicos: la rentabilidad y el riesgo. La rentabilidad es medida en términos de la media de la tasa de los rendimientos, y el riesgo es medido en función de la variación de los rendimientos alrededor de la media. Entre mayor sea la varianza de los rendimientos, mayor es el riesgo del portafolio.

De esta manera, los inversionistas seleccionan sus instrumentos financieros basados en la contribución de cada activo en la media y la varianza total de la cartera. Por lo que al formar un portafolio de inversión, los inversores lo hacen reduciendo la varianza tanto como sea posible mediante la diversificación. Por medio de la diversificación de portafolios, el riesgo puede reducirse, esta mitigación de riesgo puede conducir a reducir el rendimiento esperado. Con una selección adecuada de activos, la diversificación permite a los inversionistas obtener una tasa alta de rentabilidad para un nivel de riesgo específico.

Existen dos metodologías para calcular el VaR: Métodos paramétricos y métodos no paramétricos. Los métodos paramétricos son la simulación Monte Carlo y el análisis de varianza-covarianza. El primero, consiste en tomar los rendimientos actuales como punto de partida y la simulación de los rendimientos esperados en un período de tiempo, generando miles de posibles alternativas. El método de análisis de varianza-covarianza hace suposiciones sobre las distribuciones de los rendimientos para el riesgo de mercado, y las varianzas y las covarianzas entre las variables. Por último, entre los métodos no paramétricos se encuentra la simulación histórica, que utiliza datos históricos para crear una distribución de los rendimientos.

A continuación de describen estos tres métodos para calcular el VaR en un portafolio de inversión.

Métodos paramétricos: el supuesto primordial de estos métodos es que los rendimientos de los activos se distribuyen con una función de densidad de probabilidad normal. El VaR de un activo individual se calcula con la ecuación 15.

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t} \qquad [15]$$

Donde *F* corresponde al valor de *z* o al nivel de confianza, para un nivel de confianza del 99% es 2,33 o para un nivel de confianza del 95% es 1,65. El monto de la inversión en el portafolio corresponde a *S*, σ es la desviación estándar del activo y *t* es el horizonte de tiempo en que se desea calcular el VaR. Para calcular el VaR de un portafolio existen dos formas incluidos en los métodos paramétricos: método de la varianza-covarianza o delta normal y el método de la simulación Monte Carlo.

Método de la varianza-covarianza o delta normal: esta alternativa también es llamada enfoque delta normal. Este método asume que los factores de riesgo y los valores del portafolio se distribuyen lognormales, o que el logaritmo de los rendimientos tiene una distribución normal.

Los datos históricos permiten estimar la correlación de los precios entre los activos que conforman el portafolio. Esta correlación es importante porque cuando los activos están perfectamente correlacionados, el VaR del portafolio puede ser la suma de los VaRs de los activos individuales. Por el contrario, si los activos no están fuertemente correlacionados, el VaR del portafolio es menor que la suma de los VaRs de los activos individuales. Asumiendo que la tasa de los rendimientos de los instrumentos financieros tienen una distribución normal significa que se pueden utilizar los análisis de factores de riesgo para el portafolio presente para generar una distribución de los rendimientos del portafolio en el futuro. Por consiguiente, se debe tener en cuenta el precio actual del portafolio y el porcentaje de cada activo que lo conforma.

Si los retornos de los activos individuales de los factores de riesgo no siguen una distribución normal, se espera que los rendimientos del portafolio sí se comporten como una distribución normal. Esto es explicado por el Teorema del Límite Central, donde las variables aleatorias independientes con comportamientos de distribución podrán tener una media que converge a una distribución normal cuando la muestra es grande. Por lo tanto, el método de la varianza-covarianza asume un modelo para integrar las distribuciones de los cambios en las variables del mercado, y usa los datos históricos para estimar el modelo paramétrico.

Este método está basado en la teoría de Harry Markowitz. La media y la desviación estándar del valor del portafolio pueden ser calculados desde la media y la desviación estándar de los rendimientos de los productos subyacentes y las correlaciones entre estos rendimientos. Esto tiene la condición de que los rendimientos diarios en las inversiones se asumen normales multivariantes, la distribución de probabilidad de los cambios diarios en el valor del portafolio también se distribuyen normales. En este modelo se asume también que los cambios esperados en las variables del mercado son considerados cero en un período de tiempo. El cambio esperado en el precio de una variable del mercado en cortos períodos de tiempo es cero cuando es comparado con la desviación estándar de los cambios.

Caso de dos activos para el cálculo del VaR: al considerar un portafolio con dos activos X y Y, con desviación estándar σ_x y σ_y, respectivamente, y con coeficiente de correlación entre estos dos activos igual a ρ, la desviación estándar de $X+Y$ está dada por la ecuación 16.

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y} \qquad [16]$$

En un portafolio de valor *P*, el cual contiene *n* activos con una cantidad invertida en el activo *i* de α_i $(1 \leq i \leq n)$. Δx_i corresponde al rendimiento del activo *i* en un día. El cambio en la inversión hecha en el activo *i* en un día es $\alpha_i \Delta x_i$, por lo tanto, el cambio en el valor del portafolio en un día corresponde a la ecuación 17. Donde ΔP es el cambio en el valor del portafolio en un día.

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Delta x_i \qquad [17]$$

Para calcular la desviación estándar de ΔP, σ_i es definido como la desviación estándar del activo *i* y ρ_{ij} como el coeficiente de correlación entre los rendimientos del activo *i* y en activo *j*. Esto significa que σ_i es la desviación estándar de Δx_i, y ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre Δx_i y Δx_j. En este sentido, la varianza de ΔP, denotada σ_p^2, está dada por la ecuación 18.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_2 \sigma_i \sigma_j \qquad [18]$$

Esta ecuación también puede ser escrita de otra forma, ver ecuación 19 (Hull, 2010, p. 270) La desviación estándar para *N* días es $\sigma_P \sqrt{N}$.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j<i} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j \qquad [19]$$

Los rendimientos del portafolio en un día son $\Delta P/P$. Entonces la varianza del portafolio, partiendo de las ecuaciones 18 y 19 resulta en la ecuación 20 (Hull, 2010, p. 270).

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \qquad [20]$$

Donde $w_i = \alpha_i / P$ corresponde al peso de la inversión *i* en el portafolio. Este resultado lo obtuvo Markowitz en el año 1952.

Matrices de correlación y covarianza: una matriz de correlación es una matriz donde el valor de la fila *i* y de la columna *j* es la correlación *ρ_ij* entre la variable *i* y la *j*. Esto se puede apreciar en la siguiente matriz.

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & \rho_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Si una variable es perfectamente correlacionada con ella misma, entonces la diagonal de la matriz de correlaciones es *1*. Como *ρ_ij=ρ_ji*, la matriz de correlaciones es simétrica. Con la matriz de correlaciones y las desviaciones estándar de las variables se calcula la varianza del portafolio usando la ecuación 18.

La covarianza entre la variable *i* y la variable *j*, *cov _ij*, es el producto de la volatilidad de la variable *i*, con la volatilidad de la variable *j*, y con la correlación entre *i* y *j*, como se muestra en la ecuación 21.

$$cov_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \qquad [21]$$

En una matriz de covarianzas el valor de la fila *i* con la columna *j*, corresponde a la covarianza entre la variable *i* y la variable *j*. Así, la covarianza de una variable con ella misma es la varianza. Por lo tanto, la diagonal de la matriz de covarianzas es la varianza de las variables. Esto se muestra en la siguiente matriz. Por esta razón, la matriz de covarianzas es llamada también la matriz varianza-covarianza.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} cov_{ij} \alpha_i \alpha_j \qquad [22]$$

La ecuación 18 puede escribirse usando notaciones matriciales, ver ecuación 23.

$$\sigma_p^2 = \alpha^T C \alpha \qquad [23]$$

Donde α es el vector columna de los elementos *α_i*, *C* es la matriz varianza-covarianza, y *α^T* es el vector transpuesto de α. A este método se le conoce también como el VaR diversificado porque toma en cuenta las correlaciones de los rendimientos de entre los activos. De esta manera el VaR diversificado es menor que la suma aritmética de los VaR individuales. El VaR del método varianza-covarianza se calcula con la ecuación 24.

$$VaR = F\sigma S\sqrt{t} = F[w\sigma C\sigma w^T]^{1/2} S\sqrt{t} = [VaR \times C \times VaR^T]^{1/2} \qquad [24]$$

Donde VaR es el VaR de los activos individuales, corresponde a un vector *(1xn)*. *C* es la matriz de correlaciones *(nxn)* y VaRT es el vector transpuesto de los VaR individuales *(nx1)*. La matriz de varianza-covarianza se halla con el producto de las matrices de la ecuación 25.

$$[\Sigma] = [\sigma][C][\sigma] \qquad [25]$$

[∑]: Es la matriz de varianza-covarianza.
[σ]: Es la matriz de las desviaciones estándar de los activos.

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_n \end{bmatrix} \qquad [26]$$

Al realizar el producto de matrices se obtiene la matriz de varianza-covarianza:

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \rho_{2n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{n1}\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \qquad [27]$$

La diagonal de la matriz varianza-covarianza corresponde a la varianza de cada uno de los activos. La desviación estándar del portafolio, *σ_p*, se obtiene al multiplicar las matrices de la ecuación 28.

$$\sigma_p = \sqrt{[W]^T[\Sigma][W]} \qquad [28]$$

[W]^T: Es el vector de pesos transpuesto de las posiciones del portafolio *(1xn)*.
[∑]: Matriz de varianza-covarianza.
[W]: Vector de pesos de las posiciones del portafolio *(nx1)*.

Al calcular los vectores y las matrices anteriores, el VaR del portafolio se halla con la ecuación 15, anteriormente mencionada.

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t} \qquad [29]$$

En-Contexto N° 03 • Enero - Diciembre 2015 • Medellín - Colombia • pp. 96-238 ISSN: 2346-3279

F: Valor *z* para un nivel de confianza determinado.
S: Valor del portafolio.
σ: Volatilidad del portafolio.
t: Período de tiempo en que se desea calcular el VaR.

El método de la varianza-covarianza fue desarrollado por JP Morgan en su metodología Riskmetrics. En este método existen tres supuestos: normalidad, independencia de las series de tiempo, y la ausencia de posiciones no lineales (Hendricks, 1996, p. 43).

El supuesto de normalidad implica que los rendimientos de los factores de riesgo tienen una distribución normal y que su distribución conjunta es normal multivariante. Al asumir que los factores de riesgo del mercado tienen rendimientos distribuidos normalmente, permite que los rendimientos en el portafolio también tengan unos rendimientos distribuidos normalmente, debido a que está expuesto a los factores de riesgo.

El supuesto de independencia significa que la estimación del VaR en un día no tendrá ningún impacto en la estimación del VaR para un horizonte de tiempo más largo. La importancia de este supuesto es que el riesgo para un largo horizonte de tiempo se puede obtener multiplicando el VaR calculado para un día por la raíz cuadrada del número de días en el horizonte requerido.

El método de la varianza-covarianza sólo es adecuado para los portafolios que tienen una relación lineal entre el riesgo y las posiciones del portafolio.

Método de simulación Monte Carlo: consiste en replicar una simulación de procesos aleatoria que domina los precios de mercado. Cada simulación o escenario genera un posible valor del portafolio en el horizonte de tiempo. Al generar suficientes escenarios los valores simulados de los valores del portafolio convergen en alguna distribución de probabilidad. Por lo tanto, el VaR es calculado desde la distribución obtenida. Este proceso itera una gran cantidad de veces (10.000 escenarios) y los resultados son ordenados de tal forma que pueda determinarse un nivel de confianza específico.

Métodos no paramétricos: consisten en utilizar una serie histórica de precios. A partir del histograma de frecuencias de los rendimientos se calcula el cuantíl, el primer cuantíl corresponde a un nivel de confianza del 99% y el quinto cuantíl, un nivel de confianza del 95%. Existen tres métodos no paramétricos de simulación histórica: Crecimientos absolutos, crecimientos logarítmicos, y crecimientos relativos. En esta investigación sólo se utiliza el método de crecimientos absolutos.

Simulación histórica con crecimientos absolutos: el método de la simulación histórica es usado por los bancos. Involucra el uso de los cambios, día a día, del valor de mercado de las variables que han sido observadas en el pasado en forma directa para estimar la distribución de probabilidad de los cambios en el valor del actual portafolio entre hoy y mañana. La simulación histórica usa los datos del pasado para determinar los que pasarán en el futuro. Este método tiene una serie de pasos para poder calcular el VaR de un portafolio; el primer paso consiste en obtener una serie de tiempo de precios de los activos que conforman el portafolio. Después se calcula ΔP_t, ver ecuación 30.

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1} \quad [30]$$

3. A continuación se determina una serie de tiempo llamada serie de tiempo de precios simulados, ver ecuación 31.

$$P_i^* = P_0 + \Delta P_i \quad [31]$$

Donde P_0 es el precio más reciente o el precio actual de cada activo, este precio siempre es fijo para el cálculo de toda la serie de los precios simulados. Ahora, se calcula la serie de tiempo de los rendimientos simulados con la ecuación 32.

$$R_i^* = \frac{P_i^* - P_0}{P_0} \quad [32]$$

Para calcular el VaR se halla el percentil del histograma de los rendimientos simulados usando la función de Excel PERCENTIL (). Por último, el VaR del portafolio está dado como rendimiento en porcentaje, es por esto por lo que será necesario multiplicarlo por el valor del portafolio; es decir, el valor obtenido en el paso 5 se multiplica por el valor del portafolio, y así se calcula el VaR. El uso de la simulación histórica para calcular el VaR no utiliza supuestos de distribuciones. Pero, son necesarios al menos dos o tres años de datos históricos para producir buenos resultados. El método de simulación histórica es completamente no paramétrico, donde no es necesario preocuparse de configurar algún parámetro y no depende de cualquier supuesto sobre la distribución de los factores de riesgo. En general, no necesita asumir que los rendimientos de los factores de riesgo se distribuyen normales e independientes a través del tiempo. Esta característica no paramétrica de la simulación histórica también elimina la necesidad de estimar volatilidades y correlaciones.

Una limitación de la simulación histórica son los datos disponibles. Un año corresponde a 252 datos aproximadamente, lo que corresponde a 250 escenarios. Por el contrario, la simulación Monte Carlo involucra al menos 10.000 simulaciones, es decir, 10.000 escenarios.

Tabla 1. Ventajas y desventajas de los métodos

<table>
<tr><th>Método</th><th>Ventajas</th><th>Desventajas</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Varianza-covarianza</td><td rowspan="2">Es eficiente computacionalmente; no demanda mucho tiempo para realizar sus cálculos.</td><td>Asume normalidad en los rendimientos del portafolio.</td></tr>
<tr><td>Asume que los factores de riesgo siguen una distribución lognormal.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Con el Teorema del Límite Central, este método puede aplicar distribución normal a los factores de riesgo así estos no lo sean, siempre y cuando se cumpla que los factores sean numéricos y relativamente independientes.</td><td>Requiere de la estimación de las volatilidades de los factores de riesgos, así como las correlaciones de los rendimientos.</td></tr>
<tr><td>No puede ser utilizado para análisis de sensibilidad.</td></tr>
<tr><td>No puede ser usada para obtener intervalos de confianza del VaR.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Simulación Monte Carlo</td><td>Puede adaptar cualquier distribución de probabilidad a los factores de riesgo.</td><td rowspan="2">Los valores atípicos no están incluidos en las distribuciones.</td></tr>
<tr><td>Puede ser usado para modelar cualquier portafolio complejo.</td></tr>
<tr><td>Permite el cálculo de intervalos de confianza del VaR.</td><td rowspan="2">Requiere de hardware y de software sofisticados.</td></tr>
<tr><td>Permite usar análisis de sensibilidad.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Simulación histórica</td><td>No necesita asumir cualquier supuesto sobre la distribución de los factores de riesgo.</td><td>No permite la adaptación de cambios en la estructura del mercado.</td></tr>
<tr><td>No necesita estimar volatilidades y correlaciones.</td><td>Pocos datos puede conducir a imparcial e imprecisa estimación del VaR.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Las colas gruesas de las distribuciones y los eventos extremos son capturados cuando están contenidos en el conjunto de los datos.</td><td>No puede ser usado para análisis de sensibilidad.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">La computación puede llegar a ser ineficiente cuando la estructura de los activos que componen el portafolio es compleja.</td></tr>
<tr><td>Permite el cálculo de intervalos de confianza del VaR.</td></tr>
</table>

Fuente: construcción propia.

Se muestran los resultados obtenidos con cada uno de los portafolios con los dos métodos escogidos para calcular el VaR.

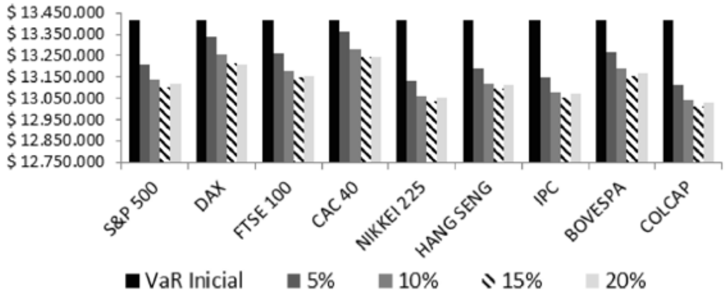

Figura 12. Resultados con el método de la varianza-covarianza o delta normal

Fuente: construcción propia.

En la figura anterior se puede apreciar el VaR obtenido con el método paramétrico del análisis de la varianza-covarianza o delta normal en cada uno de los 36 portafolios diversificados con índices bursátiles internacionales. Al diversificar los portafolios con índices bursátiles el VaR disminuye. Al incluir en un portafolio de inversión un 15% de un índice bursátil, se obtiene el VaR de menor valor. Sin embargo; al diversificar con un 5% con índices bursátiles, el VaR también disminuye pero en menor proporción. Con este método paramétrico al estimar el VaR se cumple que la diversificación internacional hace decrecer el VaR de los portafolios.

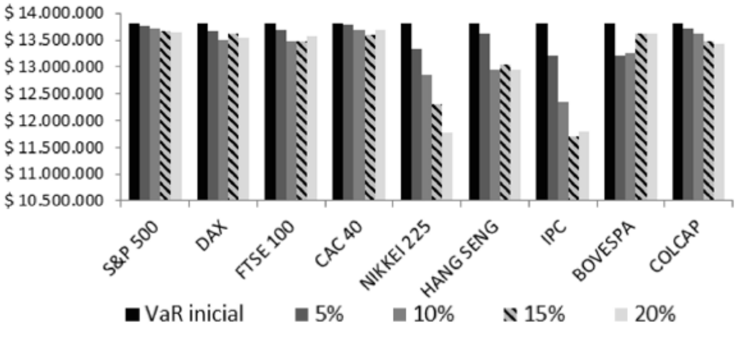

Figura 13. Resultados con el método de la simulación histórica con crecimientos absolutos

Fuente: construcción propia.

La figura anterior muestra los VaRs obtenidos por medio del método no paramétrico de simulación histórica de crecimientos absolutos. Al igual que el método de la varianza-covarianza, la diversificación internacional de portafolios es efectiva. El VaR de cada uno de los portafolios es menor que el VaR inicial (donde no se incluyen ningún índice bursátil).

En este caso es imposible evidenciar que existe una proporción de diversificación donde se optimice el valor del VaR. Finalmente, los 72 portafolios diversificados con los índices bursátiles obtuvieron un VaR menor que el VaR del portafolio inicial no diversificado con estos índices. En las siguientes tablas se muestra el porcentaje que disminuye el VaR con la diversificación internacional en cada uno de los 72 portafolios.

Tabla 2. VaR de los portafolios diversificados calculado con el método de la varianza-covarianza

VaR Inicial		$ 13.413.899	
Proporción		**VaR**	**Variación**
S&P 500	5%	$ 13.210.109	-1,52%
	10%	$ 13.134.768	-2,08%
	15%	$ 13.103.266	-2,32%
	20%	$ 13.115.920	-2,22%
DAX	5%	$ 13.340.025	-0,55%
	10%	$ 13.253.475	-1,20%
	15%	$ 13.215.496	-1,48%
	20%	$ 13.207.438	-1,54%
FTSE 100	5%	$ 13.258.293	-1,16%
	10%	$ 13.180.592	-1,74%
	15%	$ 13.146.569	-1,99%
	20%	$ 13.156.562	-1,92%
CAC 40	5%	$ 13.362.740	-0,38%
	10%	$ 13.279.919	-1,00%
	15%	$ 13.240.428	-1,29%
	20%	$ 13.244.653	-1,26%
NIKKEI 225	5%	$ 13.129.136	-2,12%
	10%	$ 13.059.009	-2,65%
	15%	$ 13.032.864	-2,84%
	20%	$ 13.050.964	-2,71%
HANG SENG	5%	$ 13.191.577	-1,66%
	10%	$ 13.120.963	-2,18%
	15%	$ 13.093.844	-2,39%
	20%	$ 13.110.489	-2,26%
IPC	5%	$ 13.149.725	-1,97%
	10%	$ 13.078.776	-2,50%
	15%	$ 13.051.718	-2,70%
	20%	$ 13.068.824	-2,57%
BOVESPA	5%	$ 13.264.604	-1,11%
	10%	$ 13.188.765	-1,68%
	15%	$ 13.156.352	-1,92%
	20%	$ 13.167.685	-1,84%
COLCAP	5%	$ 13.113.773	-2,24%
	10%	$ 13.041.970	-2,77%
	15%	$ 13.014.461	-2,98%
	20%	$ 13.031.527	-2,85%

Fuente: construcción propia.

Tabla 3. VaR de los portafolios diversificados con el método de la simulación histórica

VaR inicial		$ 13.809.147	
Índice bursátil	**Proporción**	**VaR**	**Variación**
S&P 500	5%	$ 13.761.152	-0,35%
	10%	$ 13.720.591	-0,64%
	15%	$ 13.675.691	-0,97%
	20%	$ 13.637.193	-1,25%
DAX	5%	$ 13.680.640	-0,93%
	10%	$ 13.508.206	-2,18%
	15%	$ 13.609.604	-1,45%
	20%	$ 13.556.291	-1,83%
FTSE 100	5%	$ 13.695.440	-0,82%
	10%	$ 13.486.570	-2,34%
	15%	$ 13.467.352	-2,48%
	20%	$ 13.580.883	-1,65%
CAC 40	5%	$ 13.780.013	-0,21%
	10%	$ 13.691.051	-0,86%
	15%	$ 13.587.594	-1,60%
	20%	$ 13.686.647	-0,89%
NIKKEI 225	5%	$ 13.335.751	-3,43%
	10%	$ 12.857.186	-6,89%
	15%	$ 12.299.358	-10,93%
	20%	$ 11.769.630	-14,77%
HANG SENG	5%	$ 13.613.178	-1,42%
	10%	$ 12.948.404	-6,23%
	15%	$ 13.051.364	-5,49%
	20%	$ 12.942.298	-6,28%
IPC	5%	$ 13.206.109	-4,37%
	10%	$ 12.341.940	-10,62%
	15%	$ 11.694.780	-15,31%
	20%	$ 11.784.530	-14,66%
BOVESPA	5%	$ 13.221.547	-4,26%
	10%	$ 13.262.132	-3,96%
	15%	$ 13.603.255	-1,49%
	20%	$ 13.613.541	-1,42%
COLCAP	5%	$ 13.721.123	-0,64%
	10%	$ 13.613.541	-1,42%
	15%	$ 13.466.904	-2,48%
	20%	$ 13.424.294	-2,79%

Fuente: construcción propia.

Conclusiones

La diversificación internacional de portafolios es un método útil para mitigar la variabilidad intrínseca en la composición del mismo. Siempre que se agreguen proporciones pequeñas de índices bursátiles los cambios en los rendimientos del portafolio inicial de acciones se estabilizaran, permitiendo que el Valor en Riesgo (medida que permite conocer la máxima perdida en la que se pueda incurrir) sea menor en éste.

Según los resultados obtenidos en el cálculo del VaR paramétrico por el método de varianza-covarianza, la mejor proporción a la que se debe invertir en un índice bursátil es 15% del total del portafolio. Lo anterior se evidencia con el mayor descenso para cada índice del Valor en Riesgo a esta proporción en el portafolio de acciones conformado en su totalidad por empresas colombianas.

El método de simulación histórica proporciona una estimación más riesgoza de la variabilidad del portafolio debido a que sus valores superan los del método paramétrico, otorgando una aproximación amplia a las máximas perdidas con las que cuenta un inversionista en el momento de estructurar un portafolio de acciones con las características que se describen en este estudio. Por lo anterior se recomienda su uso para aplicaciones de estas características.

Referencias bibliográficas

Crouhy, M.; Galai, D. & Mark, R. (2006). *The essentials of risk management*. New York: McGraw-Hill. USA

Hendricks, D. (1996). Evaluation of value-at-risk models using historical data. *Economic Policy Review*, (Apr), 39-69.

Hull, J. (2010). *Risk management and financial institutions*. USA: Pearson.

Jorion, P. (2007). *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. New York: McGraw-Hill.

Kiani, K. (2011). Relationship between portfolio diversification and value at risk: Empirical evidence. *Emerging Markets Review*, 12(4), 443-459.

Lara, A. (2005). *Medición y control de riesgos financieros*. México: Limusa.

Levy, H. & Sarnat, M. (1970). International portfolio diversification of investment portfolios. *The American Economic Review, 60(4)*, 668-675.

Ragunathan, V. & Mitchell, H. (1997). *Modelling the Time-Varying Correlations Between National Stock Market Returns* (Working Paper). Melbourne - Centre in Finance. Recuperado de http://econpapers.repec.org/paper/fthmelrfi/97-7.htm

Shawky, H.; Kuenzel, R. & Mikhail, A. (1997). International portfolio diversification: a synthesis and an update. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 7(4)*, 303-327. doi:10.1016/S1042-4431(97)00025-5

Sirr, G.; Garvey, J. & Gallagher, L. (2011). Emerging markets and portfolio foreign exchange risk: An empirical investigation using a value-at-risk decomposition technique. *Journal of International Money and Finance,* 30(8), 1749-1772. doi:10.1016/j.jimonfin.2011.08.002

Para citar este artículo:

Jiménez, L.; Restrepo, F. & Acevedo, N. (2015). Diversificación internacional de portafolios con índices bursátiles: caso colombiano. *En-Contexto*, 3, 79-104.