



Uma Engenharia Didática (ED) aplicada a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas (OBMEP): Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de geometria Euclidiana plana

José Gleison Alves da Silva¹

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, CE, Brasil

Francisco Régis Vieira Alves²

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, CE, Brasil

Daniel Brandão Menezes³

Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, Sobral, CE, Brasil

Resumo

Este artigo apresenta elementos de ordem teórico-conceitual característicos de um *design* de investigação em Didática da Matemática com o escopo de assinalar uma discussão e a possibilidade do ganho de conhecimentos didático-metodológicos acerca do ensino de geometria Euclidiana plana por meio de Problemas Olímpicos (PO) retirados das provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP). O objetivo é realizar uma Engenharia Didática (ED) visando a construção de uma Situação Didática Olímpica (SDO), com foco no ensino de geometria Euclidiana Plana, com o auxílio do *software* GeoGebra como recurso tecnológico com o intuito de possibilitar a percepção de novas estratégias aos estudantes por meio da movimentação e visualização das figuras apresentadas na situação-problema. Foi usada a metodologia Engenharia Didática (ED) pautado nas suas duas etapas iniciais: Análises preliminares e Concepção e Análise a priori da situação didática, com atenção especial dedicada à concepção e a modelização de uma situação-problema em complemento com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e o *software* GeoGebra como

Submetido em: 21/07/2020

Aceito em: 23/09/2020

Publicado em: 15/10/2020

¹ Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFCE, Professor permanente da Secretaria de Educação do Município de Sobral – SEDUC, Av: Prof. Joaquim B. Lima, 19, CEP: 62114-000, Dt Apazível – Sobral – Ceará – Brasil. E-mail: gleison.profnat.seduc@gmail.com

² Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará, Bolsista de produtividade do CNPQ – PQ2. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE, Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Educação profissional tecnológica. Líder do Grupo de Pesquisa CNPQ Ensino de Ciências e Matemática. Página pessoal: <https://ifce.academia.edu/RegisFrancisco/Journal-Articles> .Endereço para correspondência: Avenida Treze de Maio, 2081, 60040-215, Fortaleza, Ceará, Brasil. E-mail: fregis@ifce.edu.br.

³ Doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa Educação, currículo e ensino no eixo Ensino de Matemática pela UFC e Pós-doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa História e Educação Comparada pela UFC. Docente da Universidade Estadual Vale do Acaraú e Coordenador do Projeto Federal Residência Pedagógica. Endereço para correspondência: Rua João Gentil, 479, 304 B, Bairro Benfica, 60020100, Fortaleza – Ceará - Brasil. E-mail: bradaomenezes@hotmail.com

recurso tecnológico auxiliadora na visualização e modelização. Apresentou-se uma proposta através de uma SDO para os professores utilizarem em sala de aula ou em preparações para a OBMEP e com isso, espera-se que ela contribua para o planejamento e na diversidade metodológica aplicada no ambiente escolar.

Palavras-chave: OBMEP; Engenharia Didática; Teoria das Situações Didáticas.

A Didactic Engineering (ED) applied to the Brazilian Mathematical Olympiad of Public and Private Schools (OBMEP): Olympic Didactic Situations (SDO) for teaching plane Euclidean geometry

Abstract

This article presents theoretical and conceptual elements characteristic of a research design in Didactics of Mathematics with the aim of highlighting a discussion and the possibility of gaining didactic-methodological knowledge about teaching plane Euclidean geometry through Olympic Problems (PO) taken from the tests of the Brazilian Mathematical Olympiad of Public and Private Schools (OBMEP). The objective is to carry out a Didactic Engineering (ED) aiming at the construction of an Olympic Didactic Situation (SDO), with a focus on teaching Flat Euclidean geometry, with the aid of the GeoGebra software as a technological resource in order to enable the perception of new strategies students by moving and viewing the figures presented in the problem situation. The Didactic Engineering (ED) methodology based on its two initial stages was used: Preliminary analyzes and Conception and Analysis a priori of the didactic situation, with special attention dedicated to the design and modeling of a problem situation in addition to the Theory of Didactic Situations (TSD) and GeoGebra software as a technological resource to assist in visualization and modeling. A proposal was presented through an SDO for teachers to use in the classroom or in preparation for OBMEP and with that, it is expected that it will contribute to the planning and methodological diversity applied in the school environment.

Keywords: OBMEP; Didactic Engineering; Didactic Situations Theory.

Una Ingeniería Didáctica (ED) aplicada a la Olimpiada Matemática Brasileña de Escuelas Públicas y Privadas (OBMEP): Situaciones Didácticas Olímpicas (SDO) para la enseñanza de la geometría euclidiana plana

Resumen

Este artículo presenta elementos teóricos y conceptuales característicos de un diseño de investigación en Didáctica de las Matemáticas con el objetivo de resaltar una discusión y la posibilidad de adquirir conocimientos didáctico-metodológicos sobre la enseñanza de la geometría plana euclidiana a través de Problemas Olímpicos (PO) extraído de las pruebas de la Olimpiada Brasileña de Matemáticas de Escuelas Públicas y Privadas (OBMEP). El objetivo es la realización de una Ingeniería Didáctica (ED) orientada a la construcción de una Situación Didáctica Olímpica (SDO), con enfoque en la enseñanza de la geometría plana euclidiana, con la ayuda del software GeoGebra como recurso tecnológico para posibilitar la percepción de nuevas estrategias. estudiantes moviéndose y viendo las figuras presentadas en la situación del problema. Se utilizó la metodología de Ingeniería Didáctica (ED) basada en sus dos etapas iniciales: Análisis Preliminar y Concepción y Análisis a priori de la situación didáctica, con especial atención dedicada al diseño y modelado de una situación problema además de la Teoría de Situaciones Didácticas. (TSD) y el software GeoGebra como recurso tecnológico para ayudar en la visualización y el modelado. Se presentó una propuesta a través de un

SDO para que los docentes la utilicen en el aula o en preparación para OBMEP y con ello, se espera que contribuya a la planificación y diversidad metodológica aplicada en el ámbito escolar.

Palabras clave: OBMEP; Ingeniería didáctica; Teoría de situaciones didácticas.

1. Introdução

As Olimpíadas de Matemática são competições realizadas por muitos países do mundo, podemos citar como exemplo a Olimpíada Internacional de Matemática – IMO que tem participação de 100 países em âmbito mundial (IMO)⁴. No Brasil, temos a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas – OBMEP, que acontece anualmente para alunos da rede pública e privada. É uma competição criada em 2005 com o objetivo de estimular o ensino da Matemática e identificar alunos talentosos e que vem crescendo a cada ano, a quantidade de escolas participantes, o que possibilita uma maior interação com a disciplina (OBMEP, 2019).

Essa competição dispõe de materiais diversificados para subsidiar o professor em preparações para este certame, como: banco de questões, provas das edições anteriores, simulados e vídeos com resoluções de problemas, assim como portais disponibilizados em seu site. Além disso, os problemas propostos nesses materiais, “[...] não são de repetição mecânica de procedimentos, sua ênfase está no raciocínio e na capacidade de entender e tratar situações que envolvam a Matemática” (VALERIO, 2017, p. 45).

Dessa forma, a problemática do referido trabalho é a maneira e a abordagem como o professor se utiliza desse material disponibilizado pela OBMEP, uma vez que o mesmo se detém a métodos tradicionais por meio de aulas mecanizadas, apresentando situações problema na expectativa que o aluno fixe o conteúdo (BRASIL, 1997). Essa competição apresenta “[...] questões que contrapõem o método de ensino há tempos dominante nas salas de aulas que, resumidamente, é o de transmitir modelos prontos na resolução de problemas padronizados por muitos livros didáticos”. (PINHEIRO, 2013, p. 10).

Diante disso, o que justifica a escolha de trabalhar com problemas de olimpíadas é o seu diferencial, isso porque são desafiadores, apresentam propriedades e conceitos que motivam os estudantes a realizarem pesquisas e discussões sobre eles, com autonomia e coletividade. De acordo com Santos e Alves (2017, p. 280) esses problemas são diferentes dos que são abordados nos livros didáticos que “[...] exigem apenas a mecanização de pensamento”, já “[...] os Problemas Olímpicos exigem elaboração, experimentação e validação de conjecturas que auxiliam os estudantes na resolução do problema proposto”, o que contribui para a melhoria do ensino de Matemática.

⁴ Disponível em: <http://www.imo-official.org/> acesso em 23 de setembro de 2020.

Sobre esses problemas, Lara e Lopes (2013) afirmam que eles podem ser utilizados como uma estratégia de ensino por apresentarem diversos conceitos, além de relacionar-se com o cotidiano do discente possibilitando a utilização de diferentes raciocínios e conhecimentos. Ademais, a olimpíada quando bem aproveitada possibilita um maior número de professores bem qualificados nessa área, promovendo um aprendizado significativo para a escola e a comunidade (IMPA, 2017).

Partindo desse pressuposto, este artigo tem o objetivo de: *realizar uma Engenharia Didática - ED visando a construção de uma Situação Didática Olímpica (SDO), com foco no ensino de geometria Euclidiana Plana, com o auxílio do software GeoGebra como recurso tecnológico com o intuito de possibilitar a percepção de novas estratégias aos estudantes por meio da movimentação e visualização das figuras apresentadas na situação-problema.*

Nos estudos de Santos e Alves (2017; 2018a; 2018b), Oliveira, Alves e Silva (2017), Azevedo, Alves e Oliveira (2018) e Alves (2019; 2020) foram abordados esses problemas por meio de situações didáticas, utilizando os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas – TSD de Guy Brousseau (1986) que, segundo o autor, tem o objetivo de criar um meio de interação envolvendo o triângulo didático professor – aluno – *milieu* (meio) (ALMOULOU, 2007). Essas situações didáticas voltadas para o contexto de competição são denominadas “[...] Situação Didática Olímpicas (SDO) ou, resumidamente, Situação Olímpica” (OLIVEIRA; ALVES; SILVA, 2017, p. 251).

Alves (2019) aborda a SDO como um meio de diferenciar métodos tradicionais frequentes utilizados no trabalho do professor junto a sala de aula, ainda sobre a atuação do professor segundo o autor, “[...] apesar de atuando direta ou indiretamente em competições olímpicas, precisa desenvolver mecanismos para a inclusão e repercussão de uma cultura matemática expandida que emana naturalmente do estilo adotado” (ALVES, 2019, p. 113). Com isso, o autor, visa uma abrangência em relação a utilização destes problemas em sala de aula que possibilite a participação de todos os alunos, e não apenas alunos competidores.

Esse modelo de ensino parte de uma equação caracterizada da seguinte maneira: $SDO = PO + TSD$, isso significa que a Situações Didáticas Olímpicas (SDO) parte de uma soma de duas parcelas, A PO que são Problemas Olímpicos oriundos de competições, nesse caso OBMEP, e a Teoria das Situações Didáticas (TSD) adotada como teoria de ensino em que esse PO será sistematizado permitindo a concepção/previsão e o controle por parte do professor em relação aos caminhos e obstáculos que os discentes irão se defrontar (ALVES, 2019).

No próximo segmento, apresentamos elementos sobre a metodologia de pesquisa ED e a teoria de ensino TSD, referente a esta investigação.

2. Metodologia

A referida investigação se baseou em um estudo pautado por uma Engenharia Didática (ED) restringindo-se em suas fases iniciais (Análises preliminares e Concepção e Análises a priori das situações didáticas) e que visa a concepção de situações de ensino (ALVES, 2016; 2017, PAIVA; ALVES, 2018). Essa metodologia é adotada em alguns trabalhos como *Design* de investigação, como por exemplo os trabalhos de Alves (2017), Alves e Dias (2018; 2019), se referindo a um estudo teórico-conceitual de uma forma sistemática para um acúmulo de conhecimentos dotados de perspectivas, visando atingir o objetivo deste trabalho.

A ED surgiu no final da década de 1960, a partir de discussões realizadas no IREM (Instituto de Investigação do Ensino de Matemática) que tinha como foco a construção de material para apoio em sala de aula e em complemento a formação de professores (POMMER, 2013), essa metodologia tem característica de uma abordagem qualitativa.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008, p. 66)

A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

Essa metodologia de pesquisa permite ao pesquisador se basear em conhecimentos teóricos com o propósito de identificar os problemas recorrentes do ensino, referente ao a OBMEP, o que nos proporciona um suporte teórico e metodológico para o planejamento das situações didáticas em sala de aula antes de coloca-los em prática (ALVES; DIAS; LIMA, 2018).

Baseado nisso, Artigue (1995) distingue esse processo investigativo em quatro fases, são elas: análises preliminares, concepção e análise a priori das situações didáticas, experimentação e análise a posteriori e validação. Diante deste estudo, apresentado como proposta, realizou-se a referida pesquisa pautada nas duas fases iniciais da ED em um contexto de Olimpíadas de Matemática, visando a construção de Situações Didáticas Olímpicas (SDO), na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas – TSD, adotada como metodologia de ensino (SANTOS, 2018).

Nos estudos de Paiva e Alves (2018), Alves (2016), Santos e Alves (2017; 2018a; 2018b) e Oliveira, Alves e Silva (2017) utilizam a ED como metodologia de pesquisa e a TSD como teoria, em complementariedade como uma maneira de diferenciar o ensino dos métodos tradicionais, consubstanciada por meio de uma ferramenta tecnológica (o *software* GeoGebra) com vista em seu potencial, a visualização e movimentação dos elementos pertencentes a situação de ensino. A ED permite o professor/pesquisador através da pesquisa construir boas situações didáticas e a TSD

sistematizada em quatro etapas (ação, formulação, validação e institucionalização) possibilita o professor estruturar a sua aula partindo de um planejamento, que visa ter um controle sobre determinadas ações que os estudantes poderão realizar durante a resolução do problema proposto em uma eventual experimentação.

3. Análises preliminares

Nesta etapa, buscamos realizar um estudo bibliográfico sobre determinados assuntos relacionados ao ensino em um contexto de olimpíadas de Matemática. Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 66) a pesquisa é baseada nos seguintes aspectos:

Epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; do ensino usual e seus efeitos; das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução; das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva; a consideração dos objetivos específicos da pesquisa e; o estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual insere-se o trabalho.

Desse modo, realizamos a pesquisa baseada em materiais como: artigos, dissertações e sites, etc, cujo assunto se refere ao tema proposto. Sobre essa fase Almouloud e Coutinho (2008, p. 67) afirma que ela “[...] deve permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise a priori e construção da sequência de ensino”. Sendo assim, torna-se importante e deve sempre ser revista durante a realização da pesquisa.

No contexto das olimpíadas de Matemática, foram realizados estudos bibliográficos sobre alguns aspectos que podem ser causas desses entraves/dificuldades na inclusão dos Problemas Olímpicos - PO em sala de aula. Alguns desses obstáculos podem ser causados pela não exploração desses problemas nos livros didáticos do ensino médio.

3.1 Análise dos livros didáticos do Ensino Médio

Os livros didáticos são ferramentas essenciais para o trabalho do professor em sala de aula, os mesmos dão suporte ao ensino por meio das organizações dos conteúdos, neste caso da Matemática, que serão abordados durante todo o ano letivo, além de atividades e exercícios que são desenvolvidos com os alunos para fixação ou aprendizado dos mesmos. Desse modo, neste capítulo, analisamos as coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2018 referente ao Ensino Médio.

Os livros didáticos analisados são organizados pelos seguintes autores: Paiva (2015), Balestri (2016), Chavante e prestes (2016), Leonardo (2016), Sousa e Garcia (2016), Smole e Diniz (2016), Dante (2017) e Iezzi *et al.* (2017), em um total de oito coleções (BRASIL, 2017). A análise seguiu o

seguinte critério: se os problemas abordados na OBMEP são utilizados como atividade no livro didático.

Quando diz respeito a esse critério de todos os livros analisados, apenas Sousa e Garcia (2016) apresenta problemas de OBMEP, no caso apenas só uma questão. Dessa forma, todos esses livros dão mais atenção ao Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM e aos vestibulares. Essa ausência de problemas presente em provas de competições podem ser um dos fatores que desestimulam os professores para o seu uso em sala de aula, deixando essa importante competição para alunos mais habilidosos que desenvolvem atividades apenas em turmas preparatórias. Conforme Araújo e Monsore (2017, p. 3) “[...] pode-se argumentar, por exemplo, que a competição é excluyente para boa parte dos alunos e não motivadora ou que as habilidades avaliadas nas competições não são relevantes para o aluno médio, que não pretenda seguir carreira na área de ciências exatas”

Diante deste contexto, pretende-se neste artigo a utilização de um Problema Olímpico - PO para o ensino de geometria Euclidiana plana com o propósito de disponibilizar aos professores um material diferenciado dos problemas que se apresenta nos livros didáticos, que segundo Santos e Alves (2017, p. 280) a maioria de seus exercícios “[...] exigem a mecanização do pensamento”. Já as questões da OBMEP, Segundo Bragança (2013, p. 7), são “[...] problemas que vão desde questões que necessitam de ferramentas básicas de matemática, criatividade, imaginação com um apelo à qualidade de raciocínio, até questões com alto grau de formalismo matemático”.

4. Concepção e análise a priori

A partir do estudo realizado anteriormente, esta fase se consubstancia em definir as variáveis de comando que permitirão a progressão do estudante na aquisição dos conhecimentos através de situações didáticas escolhidas pelos pesquisadores com o objetivo de ensinar, neste caso, conceitos de geometria Euclidiana plana.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008) “[...] o objetivo de uma análise a priori é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”, ainda segundo o autor essa fase é o momento de:

Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação adidática desenvolvida. Analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem; Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem. (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 67)

Na perspectiva de Artigue (1995) essas variáveis podem ser distinguidas de duas maneiras: *As variáveis macrodidáticas ou globais*: quando diz respeito a organização global da engenharia e *as variáveis microdidáticas ou locais*: quando diz respeito a organização local da engenharia, ou seja, da organização das Situações Didáticas.

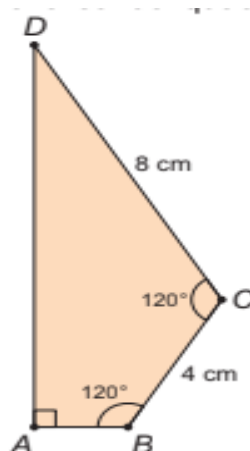
Nesse caso, nosso estudo permitirá a identificação das variáveis microdidáticas ou locais com o intuito de construir uma Situação Didática Olímpica - SDO que propicie ao aluno a adaptação e a construção dos conhecimentos. Para Pommer (2013) as variáveis didáticas são aquelas que através das escolhas dos estudantes provocam modificações nas estratégias de resolução dos mesmos fazendo evoluir seu desempenho.

Desse modo definimos a seguinte variável de comando: (a) O *software* GeoGebra permitirá ao estudante a percepção de novas estratégias relacionadas a Situação Didática Olímpica – SDO, por meio da movimentação e visualização da figura.

4.1. Proposta didática

A questão apresentada foi retirada da prova da OBMEP realizada no ano de 2017 para alunos do Ensino Médio (Nível 3/1º fase) referente ao conteúdo de geometria Euclidiana plana. Esse problema deve abordar conceitos como: Teorema de Pitágoras, Classificação de Triângulos, Simetria, Área de Triângulos e ângulos suplementares, dando ênfase o cálculo da área por intermédio da fórmula da área do triângulo equilátero.

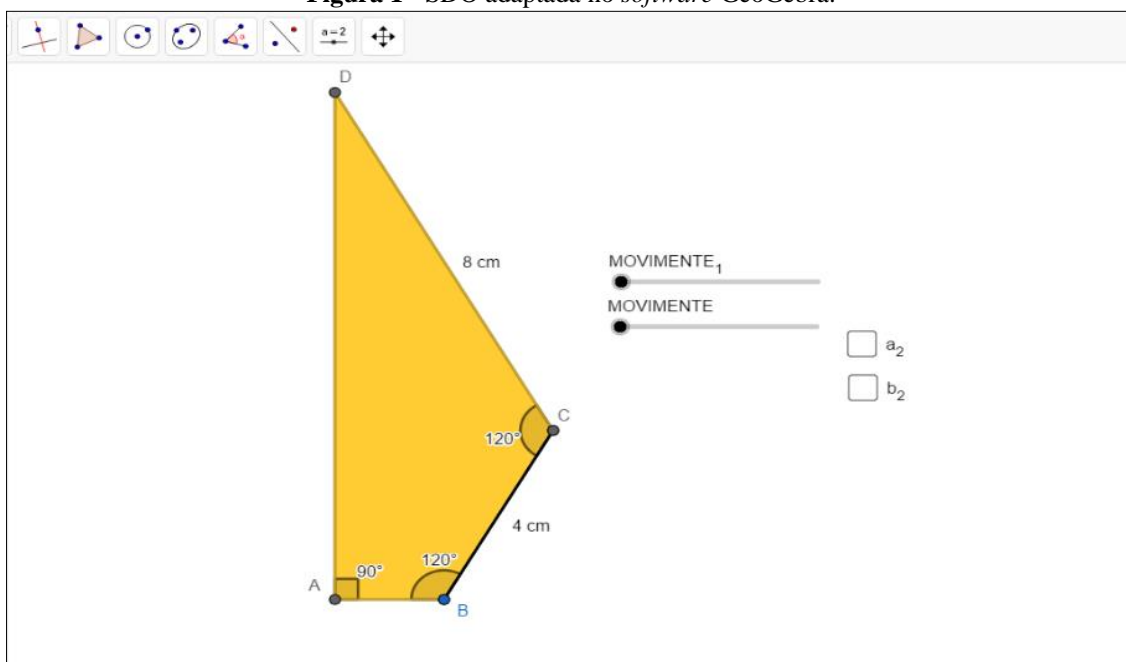
Questão 1: (OBMEP/2017) Na figura, os ângulos $\Delta A\hat{B}C$ e $\Delta B\hat{C}D$ medem 120° , o ângulo $\Delta B\hat{A}D$ é reto, e os segmentos \overline{BC} e \overline{CD} medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero ABCD em cm^2 ?



Fonte: Disponível em: https://drive.google.com/file/d/IO_nEyPi-LqIBE7aZYGb6CXclkPhL7qXO/view.
Acesso em: 18 de jan. 2020.

Nesse caso, estruturamos esse PO sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD) em suas quatro etapas ou fases: ação, formulação, validação e institucionalização. A SDO construída tem o apoio tecnológico do *software* GeoGebra, a figura disposta no problema foi adaptada (Figura 1) a essa ferramenta permitindo a movimentação e visualização dos elementos, dando mais subsídios aos estudantes durante a resolução.

Figura 1 - SDO adaptada no *software* GeoGebra.



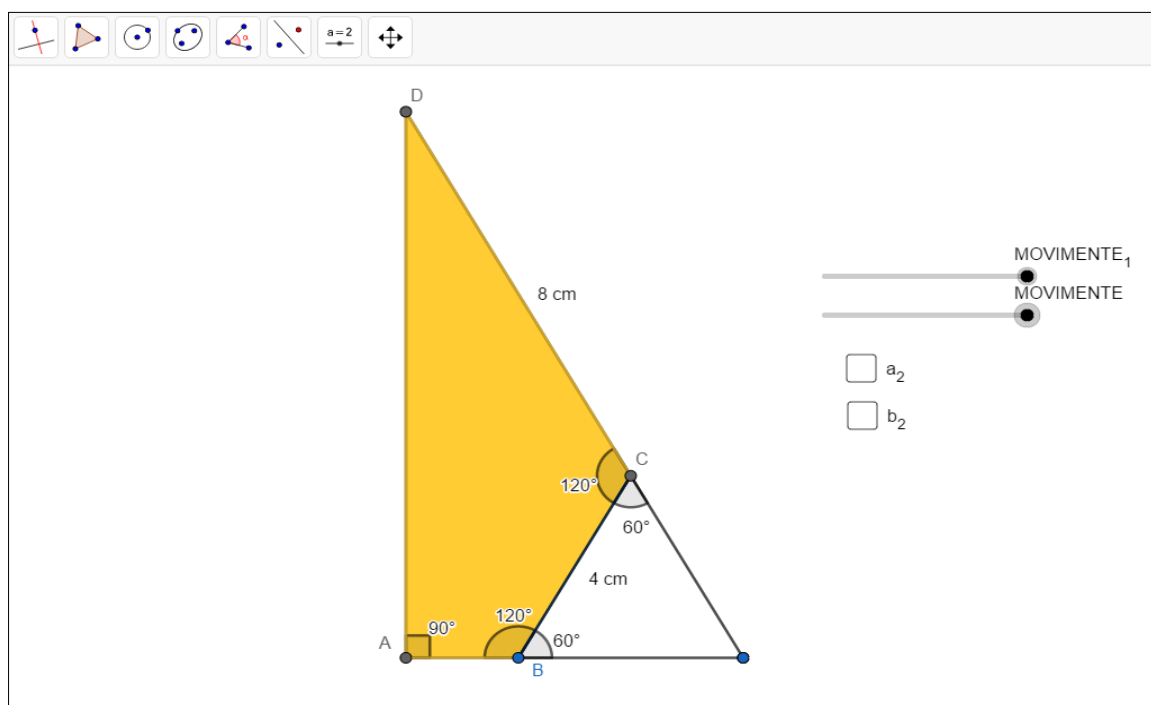
Fonte: Elaborado pelos autores (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/rwmhbqfs>)

Na fase de *ação*, segundo Almouloud (2007, p. 38), “[...] é essencial para o aluno exprimir suas escolhas e decisões por ações sobre o milieu”. Sendo assim esse será o momento onde o estudante iniciará a leitura da questão identificando dados relevantes a serem utilizadas em sua estratégia.

Dessa forma, o estudante interpretando a questão, deve observar alguns dados que o leve para a melhor estratégia a ser utilizada. É importante que eles verifiquem os ângulos de 120° como uma possibilidade de prolongamento a um ângulo raso, nesse caso apresentar o suplemento de 120° , ou seja, 60° . O professor deve estimular os alunos a verificarem a partir da movimentação dos controles deslizantes no *software* GeoGebra informações que contribuirão para a continuidade da resolução do problema.

A partir das movimentações realizadas no GeoGebra, por meio do controle deslizante, o estudante chegará a seguinte situação (Figura 2).

Figura 2 - Prolongamento dos ângulos de 120° graus a medida de um ângulo raso.

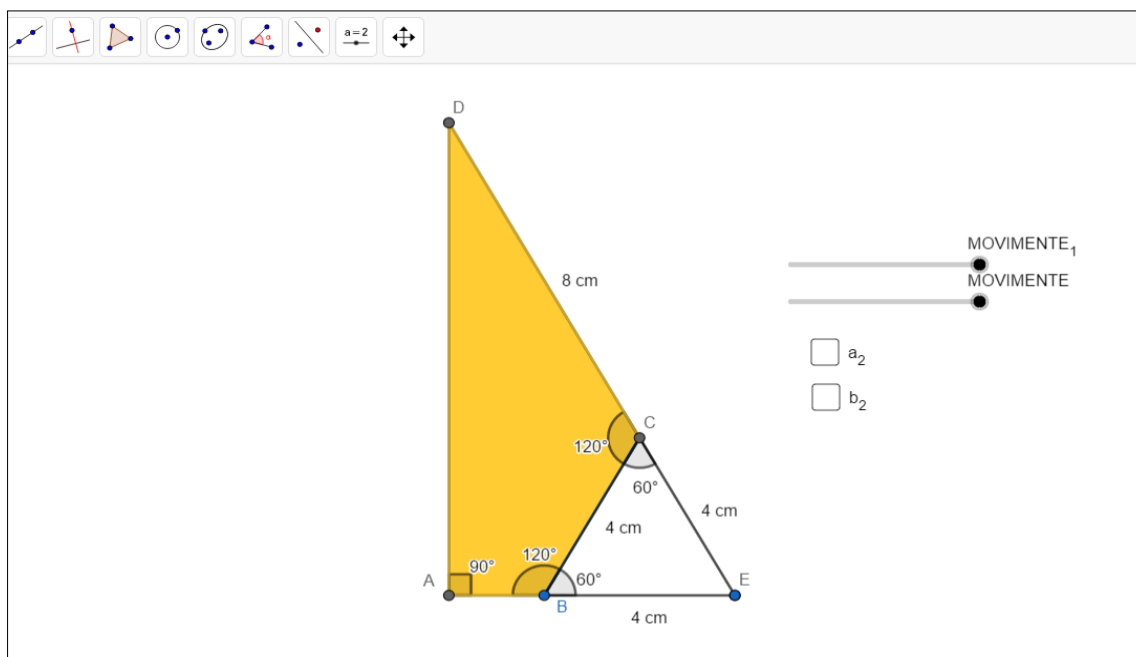


Fonte: Elaborado pelos autores.

Com a movimentação apresentada na figura anterior o estudante poderá encontrar uma estratégia cabível e superar alguns entraves/dificuldades, caso não consiga identificar esse prolongamento dos segmentos. Por exemplo, utilizando o conteúdo de razões trigonométricas ou por divisão em triângulos, esses que exigem mais conhecimentos não triviais.

Na fase de *formulação*, segundo Almouloud (2007, p. 38), “[...] o objetivo desta etapa é a troca de informações”. Neste momento, é importante a motivação pelo professor para discussões a partir das informações obtidas na fase anterior pelos estudantes, com o propósito de formular conjecturas suscetíveis a resolução do problema que podem ser apresentadas de forma escrita ou oral. Nesta etapa, os estudantes vão debater a partir das informações obtidas da interpretação em relação ao prolongamento até o encontro do triângulo $\triangle ADE$.

A partir das modelagens realizadas pelo *software* GeoGebra e com a extensão desses dois segmentos, além da construção do triângulo retângulo $\triangle ADE$ também se percebe um triângulo equilátero de lado medindo 4 cm e assim obtém-se a medida da hipotenusa desse triângulo, ou seja, segmento $\overline{DC} = 8\text{ cm}$ e $\overline{CE} = 4\text{ cm}$ totalizando 12 cm . Essas informações são confirmadas na figura 3.

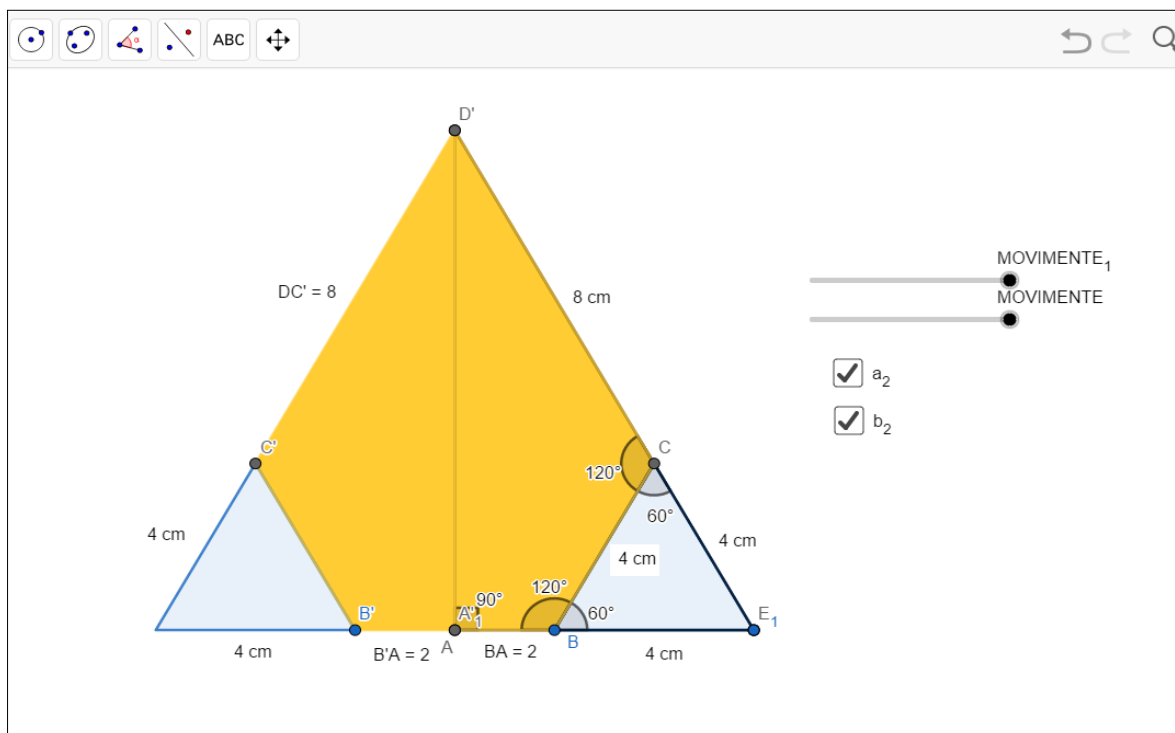
Figura 3 - Medida do lado \overline{ED} .


Fonte: Elaborado pelos autores.

Dessa forma, dando continuidade à resolução é esperado que construam a partir da identificação de um eixo de simetria, o segmento \overline{AD} , um triângulo simétrico $\triangle EDE'$ formando um triângulo equilátero de lado medindo 12 cm , visto que todos os ângulos internos são 60° graus. O estudante caso lembre conceitos referente de como calcular a área de um triângulo equilátero facilitaria o desenvolvimento do problema.

Na fase de *validação*, segundo Almouloud (2007, p. 39), “[...] é a etapa na qual o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática ao julgamento do interlocutor”. Sendo assim, o aluno demonstrará as estratégias utilizadas ao público presente com o propósito de validá-las submetendo ao julgamento e opiniões contrárias.

Nesse momento, o estudante deverá demonstrar todos os processos de resoluções encontrados para expor aos colegas, validando sua linha de raciocínio mais cabível para se chegar ao resultado final. Na figura 4 será utilizada a estratégia prevista pelo professor, é que se espera do estudante ao utilizar esse raciocínio.

Figura 4 - Triângulo Equilátero de lado 12 cm.


Fonte: Elaborado pelos autores.

A figura 4 apresenta um triângulo equilátero de lado 12 cm, podendo ser também identificado pela igualdade dos ângulos de 60°. Com o uso do *software* GeoGebra, o estudante irá perceber a possibilidade do uso da fórmula do cálculo da área do triângulo equilátero e com isso poderá explicar para a turma a importância do GeoGebra na visualização dessa estratégia.

Na fase de institucionalização, segundo Almouloud (2007, p. 40), define-se “[...] como aquela em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Desta forma, o professor retomará a sua ação com o propósito de modelar em linguagem matemática as validações apresentadas pelos estudantes e caso os alunos não consigam chegar ao resultado esperado.

Diante de todas as possibilidades apresentadas, o professor, nesse momento, retoma seu posto para explanação dos conceitos que se propôs a ensinar, no caso o cálculo da área do triângulo equilátero, e confrontando com as estratégias expostas. Ademais, durante a resolução deve aparecer os outros conceitos abordados nos conhecimentos previstos no início da proposta.

A SDO apresentada buscou por meio da movimentação e visualização da figura encontrar outros meios para a resolução do problema, o que poderá ser um diferencial para sala de aula do professor de Matemática e atrativo para os estudantes, além disso poderá abranger um maior número de alunos e não apenas alunos competidores.

5. Considerações finais

Este artigo realizou uma Engenharia Didática (ED) em suas duas fases iniciais (Análises preliminares e Análise a priori) visando a construção de uma Situação Didática Olímpica (SDO) para o ensino de conceitos referente a geometria Euclidiana plana, com ênfase no cálculo da área do triângulo equilátero, por intermédio de um problema da OBMEP, junto a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta que proporcione o estudante através da movimentação e visualização a percepção de novas estratégias no momento da sua resolução.

A ED como *design* de investigação obteve um conjunto de dados e conhecimentos por meio da pesquisa permitindo o professor/pesquisador identificar alguns problemas recorrentes sobre o ensino de geometria, dando suporte para a construção de uma SDO com o auxílio do *software* GeoGebra. Ademais, possibilitou estabelecer variáveis de comando propiciando ao estudante a superação de obstáculos que podem vir a se defrontar no momento da resolução da SDO.

A TSD utilizada como teoria de ensino com auxílio do *software* GeoGebra deve criar um meio de discussão controlado e planejado pelo professor/pesquisador embasado pelo conhecimento adquirido por meio da ED, que oportunizará o estudante a capacidade de ação, formulação e validação das estratégias e das soluções apresentadas, e que lhe garanta uma total autonomia, o que poderá tornar a aula mais atrativa e dinâmica.

A SDO buscou extrair conhecimentos de conceitos em geometria Euclidiana plana em meio a vivência da sequência didática, junto aos elementos disponibilizados pelo pesquisador e com a utilização do *software* GeoGebra que fornece apoio na movimentação e visualização, o que poderá provocar a aparição desses conceitos por parte dos estudantes.

Portanto, esperamos que essa proposta sirva como material de apoio aos professores que pretendem ensinar os conceitos de geometria Euclidiana plana por meio deste modelo de ensino apresentado neste artigo, utilizando problemas da OBMEP. A referida pesquisa faz parte de um estudo em andamento que comporá a dissertação de mestrado na área do Ensino de Matemática deste autor, onde o mesmo disponibiliza o uso de problemas de Olimpíadas para o ensino de geometria Euclidiana plana auxiliado pelo *software* GeoGebra na construção de situações de ensino.

6. Referências

ALMOULOUD, S.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **Revemat**. v. 3. n. 6, p. 62-77, UFSC: 2008. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p62/12137>> acesso em 06 de jul. 2020.

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**: 121. ed. São Paulo: UFPR, 2007.

ALVES, F. R. V. Visualizing the olympic didactic situation (ods): teaching mathematics with support of the geogebra software. **Acta Didactica Napocensia**, România, v. 12, n. 2, p. 97-116, 2019. Disponível em: <<https://search.proquest.com/openview/9ffc4401d2c7015ec440b3081746ba6c/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2028913>> acesso em: 06 de jul. 2020.

ALVES, F. R. V. Transição complexa do cálculo - tcc: engenharia didática para as noções de sequências, séries e série de potências. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 1, p. 83/3-97, 2016. disponível em: <https://www.academia.edu/27660725/TRANSI%C3%87%C3%83O_COMPLEXA_DO_C%C3%81LCULO_-_TCC_ENGENHARIA_DID%C3%81TICA_PARA_AS_NO%C3%87%C3%95ES_DE_SEQU%C3%84NCIAS_S%C3%89RIES_E_S%C3%89RIE_DE_POT%C3%84NCIAS> acesso em: 22 de mar. 2020.

ALVES, F. R. V. Engenharia didática com o tema integração de funções na variável complexa: análises preliminares, a priori e modelização de situações. **Ensino de ciências e tecnologia em revista**, v. 7, p. 25-40, 2017. Disponível em: <<http://srvapp2s.urisan.tcche.br/seer/index.php/encitec/article/view/2013/pdf-2013>> acesso em: 04 de jan. 2020.

ALVES, F. R. V. Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): ensino de Olimpíadas de Matemática com arrimo no software Geogebra como recurso na visualização. **ALEXANDRIA: R. Educ. Ci. Tec.**, v. 13, n. 1, p. 1-30, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319>

ALVES, F. R. V.; DIAS, M. A. Engenharia Didática para o Teorema de Binet, ou Lamé, ou de De Moivre: Análises Preliminares e a Priori. **Revista de ensino, educação e ciências humanas**, v. 19, p. 103-113, 2018. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/ensino/article/view/6064> acesso em: 06 de jul. 2020.

ALVES, F. R. V.; DIAS, M. A. Engenharia Didática para a Teoria do Resíduo: Análises Preliminares, Análise a Priori e Descrição de Situações-Problema. **Revista de ensino, educação e ciências humanas**, v. 20, p. 2, 2019. Disponível em: <<https://revista.pgsskroton.com/index.php/ensino/article/view/6170>> acesso em: 19 de jan. 2020.

ALVES, F. R. V.; DIAS, M. A.; LIMA, M. V. M. Sobre o ensino de integrais generalizadas (ig): um contributo da engenharia didática. **Jornal internacional de estudos em educação matemática**, v. 11, p. 130/2-144, 2018.

ARAÚJO, O.; MONSORES, J. F. Educação e competição: a OBMEP como fator de aprimoramento do ensino da Matemática. **Revista caleidoscópio**. v. 9, n. 1, 2017. Disponível em: <<https://ojs.eniac.com.br/index.php/Anais/article/view/484/549>> acesso em 07 de mai. 2020.

ARTIGUE, M. Ingeniería Didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GOMEZ, P. (Org.). **Ingeniería didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano, p. 33-61, 1995.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V.; OLIVEIRA, J. C. Obmep e teoria das situações didáticas: uma proposta para o professor de matemática. **EMR-RS**, v.2, n.19, p.82-92, 2018. Disponível em: <https://www.academia.edu/38022128/EDUCA%C3%87%C3%83O_MATEM%C3%81TICA_EM>

[REVISTA - RS OBMEP E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS UMA PROPOSTA PARA O PROFESSOR DE MATEMÁTICA OBMEP and Theory of Didactic Situations A proposal for the mathematics teacher](#)> acesso em: 03 de jul. 2020.

BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia**: 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

BRAGANÇA, B. **Olimpíada de Matemática para a Matemática avançar**. 2013. 97f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade Federal de Viçosa, 2013.

BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. – Brasília, Brasil. MEC, 1997.

BRASIL. **Ministério da Educação. PNLD 2018: Matemática – guia de Livros Didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 122 p. 2017.

BROUSSEAU, G. **Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Mathematics. Université Sciences et Technologies**. 1986. 906f. Tese (Doutorado). L'université de Bordeaux I – França, 1986.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática**. 1 ed. São Paulo: edições SM, 2016.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**: 3.ed. São Paulo: Ática, 2017.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações**: 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

IMPA. **OBMEP 12 anos**. Rio de Janeiro. Biênio 2017-2018. Disponível em: http://www.obmep.org.br/images/Revista_OBMEP_12_anos.pdf Acesso em: 17 de nov. 2019.

LARA, M. T. V.; LOPES, M. R. C. M. **Olimpíadas de Matemática: Uma estratégia de Ensino**. 2013. Disponível em: [:http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_u nicentro_mat_artigo_marcia_terezinha_veronese.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_u nicentro_mat_artigo_marcia_terezinha_veronese.pdf). Acesso em 22 de out. 2019.

LEONARDO, F. M. de. **Conexões com a Matemática**. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2016.

OBMEP. 2019. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>> Acesso em: 26 de out. 2019.

OLIVEIRA, C. C. do N.; ALVES, F. R. V.; SILVA, R. S. da S. Concepção e descrição de situações olímpicas com auxílio do GeoGebra. **THEMA**, n. 3, v. 14, p. 250 a 263, 2017. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/170026/001045033.pdf?sequence=1&isAllowed=y>> acesso em: 21 de jul. 2020.

PINHEIRO, T. A. Soluções não clássicas para os problemas da OBMEP. 2013. 48f. Dissertação (Mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT) Universidade Federal de Santa Maria, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/10936/PINHEIRO%2c%20TARCIUS%20ALIEVI.pdf?sequence=1&isAllowed=y> acesso em: 07 de maio de 2020.

PAIVA, M. **Matemática Paiva**. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015.

PAIVA, A. C. P.; ALVES, F. R. V. Engenharia Didática para o teorema fundamental das curvas planas: análises preliminares e a priori'. Educação Matemática em Revista - RS, v. 19, p. 123/4-131, 2018. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/ojs3/index.php/EMR-RS/article/view/1795> acesso em: 21 de jul. 2020.

POMMER, W. M. A **Engenharia Didática em sala de aula**: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações Diofantinas Lineares, São Paulo, 2013.

SANTOS, A. P. R. A. **Situações Didáticas Olímpicas**: Um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas. 141f. 2018. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. Fortaleza, 2018.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A Teoria das Situações Didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma Aplicação do Teorema de Pitot. **Revista IndagatioDidactica**, Portugal, v. 9, n. 4, p. 279-296, 2017. Disponível em: < <https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/976/802> > acesso em: 03 de jul. 2020.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. O cálculo de áreas: uma aplicação da engenharia didática no contexto das Olimpíadas de Matemática. **Revista IndagatioDidactica**. 2018, n. 2 (10), p. 199-222, 2018a. disponível em: <<https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/11133/7253>> acesso em: 21 de jul. 2020.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática para o ensino de olimpíadas de matemática: situações olímpicas com o amparo do software geogebra. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**. n. 1 (13), p. 141-154, ene-jun 2018b. disponível em: <<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/12326/html>> acesso em: 21 de jul. 2020.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

SOUZA, J.; GARCIA, J. **Contato Matemática**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2016.

VALÉRIO, W. **Resolução de problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula**. 2017. 87f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2017.