解析的手法によるレーザー光散乱のシミュレーション

安居賢二[1], 千川道幸[2,3], 森實有一朗[1]
手嶋政廣[4], 林田直明[4], 篠野雅彦[4], 山本常夏[4], 皆川和寛[4]
川上三郎[5]
P.Sokolsky[6], L.R.Wiencke[6]
[1]近畿大学 大学院 総合理工学研究科
[2]近畿大学 理工学部 数学物理学科
[3]近畿大学 理工学総合研究所
[4]東京大学 宇宙線研究所
[5]大阪市立大学 理学部
[6]Department of Physics, University of Utah

The simulation of laser scattering with analytic method

Kenji Yasui[1], Michiyuki Chikawa[2,3], Yuichiro Morizane[1],
Masahiro Teshima[4], Naoaki Hayashida[4], Masahiko Sasano[4],
Tokonatsu Yamamoto[4], Kazuhiro Minagawa[4],
Saburo Kawakami[5]
P.Sokolsky[6], L.R.Wiencke[6]
[1]*Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Kinki University, Osaka 577-8502, Japan*
[2]*Department of Physics, Kinki University, Osaka 577-8502, Japan*
[3]*Research Institute for Science and Technology, Kinki University, Osaka 577, Japan*
[4]*Institute for Cosmic Ray Research, University of Tokyo, Tokyo 188-8502, Japan*
[5]*Department of Physics, Osaka City University, Osaka 558-8585, Japan*
[6]*Department of Physics, University of Utah, Utah, USA*

(Received December 25, 2000)

Abstract

We have been studying property of atmosphere to determine transparency by laser experiment for Telescope Array Project. The scattering of laser beam in atmosphere is calculated with analytic method "recursive approach" so that the experiment data is compared with this calculation. According to a preliminary study, the qualitative agreement of the simulation result with the experiment data is very good. We will show this calculation method and its result briefly.

Key word: Telescope Array Project, atmospheric transparency, laser scattering, recursive approach

1. 緒言

現在,日本の宇宙線分野における将来研究の１つである宇宙線望遠鏡計画(TA: Telescope Array Project)の準備研究が行われている[1]. TA 計画は宇宙線空気シャワーが大気中で発する蛍光を 30～40km 間隔で配置された 10 台の検出器群を用いて観測することにより, そのエネルギーが 10^{18}～10^{20}eV の高エネルギー宇宙線を検出するという計画である. 発せられた蛍光は検出器に届くまでに大気において散乱･減衰されるが, TA 計画

では検出器での受光量を大気による減衰で補正することによって蛍光発生地点での光量を算出し，それを元に観測された宇宙線のエネルギーを求める．したがって，エネルギーを高精度で決定する為には蛍光発生地点から検出器までの大気の状態，特に透明度を精度良く測定する必要がある．TA 計画では宇宙線のエネルギーを 10%以下の精度で求めることを目的にしているので，大気の透明度は大気による減衰を指数関数的であるとすると数%の精度で決定しなければならないことになる．

高精度で透明度を決定するの為には，シミュレーションによって実験結果を検証するという作業も重要となってくる．シミュレーションの方法としてはモンテカルロ・シミュレーションの 1 つである"Ray Trace"と呼ばれる大気中に打ち出された光子 1 つ 1 つの軌跡をたどる方法が主として用いられるが，今回は解析的な方法を用いて計算を試みた(以下，この方法を"recursive approach"と呼ぶ)．本論文では，この recursive approach を用いたレーザー光散乱の計算について計算方法及び結果を報告する．

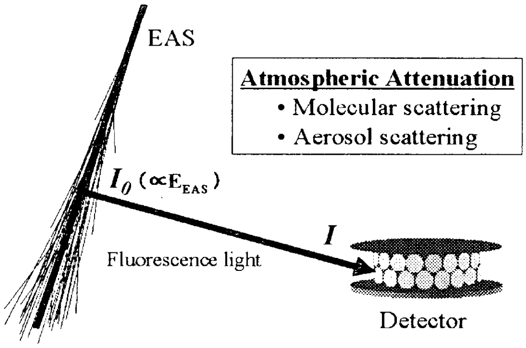


図 1: 空気シャワーから発生した蛍光は検出器に届くまでに大気により減衰される．

2. 実験

大気透明度の決定法を開発する為に，我々は現在までアメリカ ユタ州において測定を行ってきている[2]．その1つに7素子宇宙望遠鏡サイトで行ったレーザー実験がある．この実験は7素子宇宙線望遠鏡[3]の1台と望遠鏡より21.6km離れたHiRes II サイトに設置されているレーザー発射システム[4]を用いて行った実験で，その方法はレーザー発射台よりエネルギーが約 0.7mJ/pulse (パルス幅 6nsec)のビームを仰角3度で望遠鏡の真上に向けて打ち出し，そのビームからの散乱光を望遠鏡の様々な仰角で観測するというものである．観測データを図2に示す．今回，この実験の観測データと計算の比較を行う．

望遠鏡は口径3mの反射鏡を有しており，その焦点に紫外領域の光を通すフィルターを取り付けた256本の光電子増倍管(PMT)を2次元的に並べたカメラを取り付けている．個々のPMTは0.25°の視野を持っており望遠鏡全体では±2°の視野を持っている．又，望遠鏡の駆動部は経緯台になっており，方位角，仰角方向を自由に動かすことができる．以下に今回の計算で使用する望遠鏡の変数を示す．

鏡の面積(有効面積) $S = 6\ m^2$
視野 $\Omega = 4^\circ$ (3.8 msr)
gate幅 TW = 500 nsec
装置定数 $C = \varepsilon_{mirror} \cdot \varepsilon_{filter} \cdot \varepsilon_Q = 0.2$
　鏡の反射率 $\varepsilon_{mirror} = 0.9$
　フィルターの透過率 $\varepsilon_{filter} = 0.9$
　PMTの量子効率 $\varepsilon_Q = 0.25$
PMT : 1 photoelectron = 4 ADC counts

レーザーは波長が355nmで望遠鏡同様方位角,仰角方向を自由に動かすことができ，全天に向けてビームを打ち出すことができる．

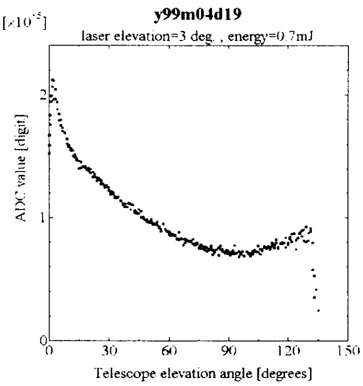


図2: 観測データ．横軸が望遠鏡の仰角，縦軸が観測光量である．

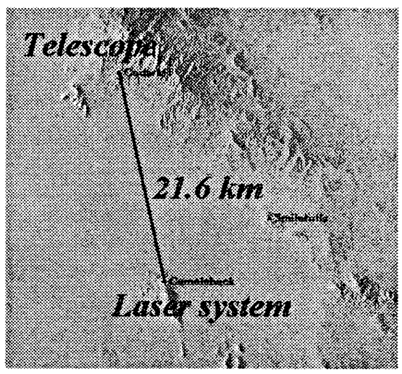


図3: 上空から見た実験場所．7素子望遠鏡がCedar Mt.にレーザーシステムがCamels Backに設置されている．

3. Recursive approach

図4(a)は点源から放射された光の1回散乱を表した図であるが，観測者が角度γで観測している時，観測点における光量は以下の操作により求めることができる．

1) 観測される光は図中矢印の方向から入射し，入射光は矢印上の各点を散乱点とする光路を通る．
2) 各々の光路について，その光路を走る間に散乱·吸収される光量を計算する．
3) 採り得る全ての光路にわたって光量を足し合わせる．

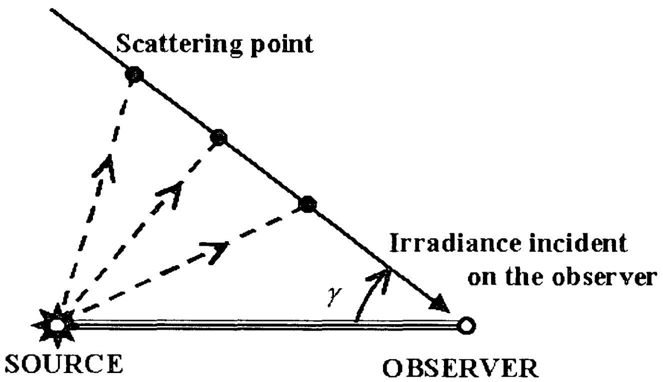
図4(b)は2回散乱を表した図であるが，観測者の観測方向が角度γであるとき，観測点における光量は以下の操作により求めることができる．

1) 観測される光は図中矢印の方向から入射し，入射光の光路は矢印上の各点を2回目の散乱点とする．
2) 2回目の散乱点に角度γ'で入射する光量を上記1回散乱の1)～2)の操作で計算する．
3) 全方向にわたり足し合わせることにより2回目の散乱点に入射する全光量を求める．
4) 2回目の散乱点全てについて光量を足し上げる．

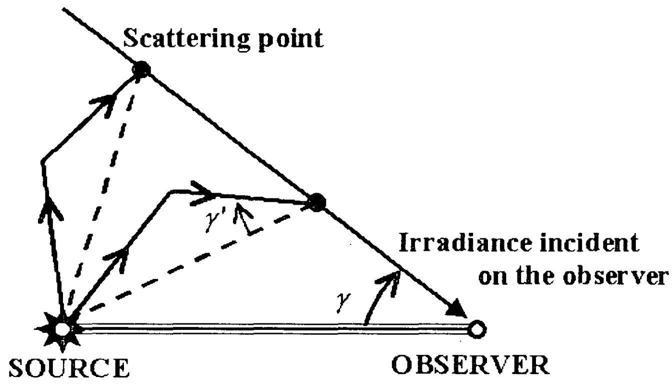
上記の様にrecursive approachではn回散乱して観測される光量は「光の通った光路を順に追っていき，その間における光量の減衰·吸収を採り得る全ての光路にわたって足し合わせる」という方法で求める．具体的な計算の説明は以下の章で行う．この考え方は太陽の紫外線遮蔽の問題に関連して点源から放射される光の媒質中における散乱·吸収を計算する方法として使用され現在まで様々な論文が発表されている([5]~[10])．

又，最近になり宇宙線分野においても報告がなされている[11]．

モンテカルロ計算のRay Traceも個々の光子の軌跡を追う方法であるわけだが，recursive approachを用いる利点の1つは追う軌跡を限定する解析的な手法である為に光子1つ1つ全てについて調べるRay traceに比べ大幅に計算速度が速いという特徴をもっていることである．



(a)



(b)

図4: recursive approachの概略図

4. レーザー光散乱計算

4.1. 計算概要

今回，recursive approachを用い大気中におけるレーザー光散乱の計算を行う．計算法の模式図を図5に示す．レーザー発射台より観測を行う望遠鏡の方向にレーザービームを打ち出し，レーザービームからの散乱光を望遠鏡が受光する場合を考える．

その打ち出されたレーザービームの1番最初の散乱点を光源と考え，その散乱点より先の光の散乱についてrecursive approachを適用する．recursive approachの計算は光源 (レーザー散乱点)から放射される光を距離R離れた観測者(望遠鏡)が時刻tに仰角γ,方位角ϕの方向で観測する光量を理論式で与え，これを数値的に計算するというものである．この座標系を図6に示す．

recursive approachでは光の散乱を3つのパターンに分けて考える．1つ目が光源から観測者まで散乱されずに直接伝わってくる光，2つ目が1回散乱されてくる光，3つ目が2回以上n回散乱されてくる光である．以下においては光源(レーザー散乱点)からの光の放射に対し，この3つのパターン各々についてrecursive approachの計算法を説明する．

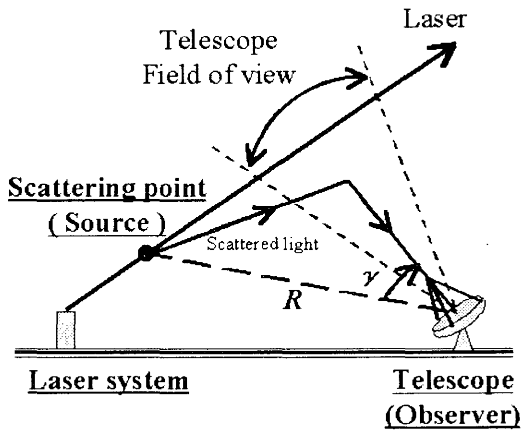


図5: recursive approachのレーザー光散乱への応用.

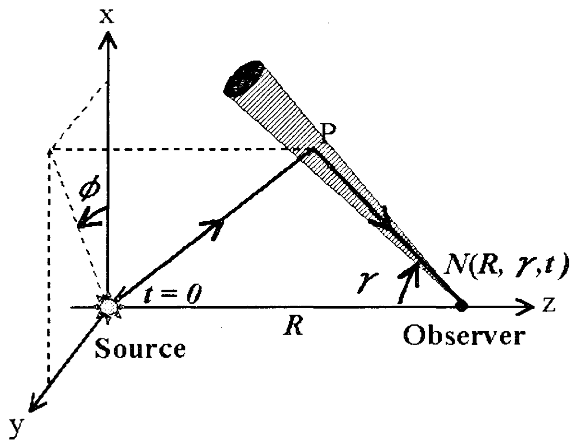


図6: recursive approachの計算の座標.
光源より時刻t=0に放射された光が距離R離れた観測者の位置で方向(γ , ϕ)で時刻tに観測する光量を算出.

4.2. Direct transmission

光源より直接伝播してくる光の観測者の位置における受光量は以下の様に書くことができる.

$$N_{dir} = I_{dir} \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \exp[-k_{ext} \cdot R] \qquad (1)$$

ここで, N_{dir}は単位面積当たりの受光量, I_{dir}は点源から観測者の方向に発せられる光量 [J], Rは点源と観測者間の距離 [m], k_{ext}は消散係数 [1/m]である.

上式は点源から観測者の方向に発せられた光量は点源と観測者間の距離の2乗で反比例して減少し,しかも距離に対し指数関数的に減少するということを表している.

4.3. 1st order scattering

1回散乱は以下のような3つの過程に分解して考える.

i.) 点源Sから散乱点Pまでの伝播
ii.) 散乱点上の微小体積dV内での散乱
iii.) 散乱点から観測者Oまでの伝播

1回散乱の模式図を図7に示す.

過程i.)は,

$$E = I(\theta_1, \phi_1) \cdot \frac{1}{r_1^2} \cdot \exp[-k_{ext} \cdot r_1] \qquad (2)$$

の様に書き表すことができる. ここで, Eは微小体積dV中に入射する光量, $I_0(\theta_1, \phi_1)$は点源から散乱点の方向に発せられる光量 [J], r_1は点源と散乱点の間の距離 [m]である. この式は直接伝播と同様に点源から散乱点の方向に発せられた光量が距離の2乗の反比例と指数関数的な減少を表している.

過程ii.)は,

$$dI_S = E \cdot k_{scat} \cdot P(\mu) \cdot dV \qquad (3)$$

の様に書き表すことができる. ここで, dIsは散乱点より観測者の方向に発せられる光量 [J], k_{scat}は散乱係数 [1/m], P (μ)は散乱角依存性で, μ=cos θ_S (θ_S: 散乱角) である. また, 微小体積dVは$dV = r_2\, dr_2\, d\Omega$と書き表すことができる. 過程ii)は散乱点に入ってきた光量に散乱の度合いを表す散乱係数と微小体積dVを掛け,この散乱点において散乱される光量を求め, また散乱角依存性を掛けることにより観測者の方向に放射される光量を算出している.

過程iii.)は

$$dE_S = dI_S \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \exp[-k_{ext} \cdot r_2] \qquad (4)$$

の様に書き表すことができる. ここでdE_Sは観測者上に降り注ぐ光量, r_2は散乱点と観測者間の距離 [m]である. 式(4)は過程i.)と同様に散乱点から観測者の方向に発せられた光量が距離の2乗の反比例と指数関数的な減少を表している.

上記3つの過程より観測者において単位立体角当たりに受光する光量は

$$\begin{aligned} dN_S &= \frac{dE_S}{d\Omega} \\ &= \frac{I(\theta_1, \phi_1) \cdot k_{scat} \cdot P(\mu)}{r_1^2} \cdot \exp[-k_{ext} \cdot (r_1 + r_2)] dr_2 \end{aligned} \qquad (5)$$

となる.

ここで, 時間の概念を導入する為に直交座標系から長球座標系(Prolate spheroidal coordinate system)に変換する. 長球座標は回転楕円体の座標系で$\xi \cdot \eta \cdot \phi$の3つの変数により空間中の全ての点を決定する座標系であ

る．ξは楕円体の側面の大きさ，ηは楕円体上の仰角，ϕは方位角を表す．この座標系において楕円体の焦点に光源と観測者をおくと，同じ大きさ(ξ)の楕円体上に散乱点があるとその光の光路長は等しくなる．つまり同じ時刻に観測者に届く光の放射をξで定義することができる様になる．

式(5)の各変数は$\xi \cdot \eta \cdot \phi$を用い,式(6)の様に書き表すことができる[8]．また，この座標系の模式図を図8に示す．

$$r_1 = \frac{R}{2}(\xi+\eta) \quad , \quad r_2 = \frac{R}{2}(\xi-\eta)$$
$$\cos\theta_1 = \frac{1+\xi\eta}{\xi+\eta} \quad , \quad \cos\gamma = \frac{1-\xi\eta}{\xi-\eta} \tag{6}$$

以上より，光源から距離R離れた観測者が時刻t_{min}～t_{max}に方向(γ,ϕ)で受光する1回散乱光の光量は式(5)をr_2で積分し，

$$N_1(R,\gamma,\phi,t_{\min}\sim t_{\max}) = \int_{r_{2\min}}^{r_{2\max}} \frac{I(\theta_1,\phi_1)\cdot k_{scat}\cdot P(\mu)}{r_1^{\,2}} \exp[-k_{ext}\cdot(r_1+r_2)]dr_2 \tag{7}$$

の様になる．ここで，積分式中の各変数は式(6)より以下の様に$R \cdot \gamma \cdot \phi \cdot t$を用いて書き表すことができる．

$$r_1 = \frac{R}{2}(\xi+\eta)$$
$$r_2 = \frac{R}{2}(\xi-\eta)$$
$$\theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{1+\xi\eta}{\xi+\eta}\right) \tag{8}$$
$$\mu = \cos\theta_S = \frac{2-\xi^2-\eta^2}{\xi^2-\eta^2}$$

ここで，$\xi \cdot \eta$は

$$\xi = \frac{r_1+r_2}{R} = \frac{ct}{R}$$
$$\eta = \frac{1-\xi\cos\gamma}{\xi-\cos\gamma} \tag{9}$$

である．

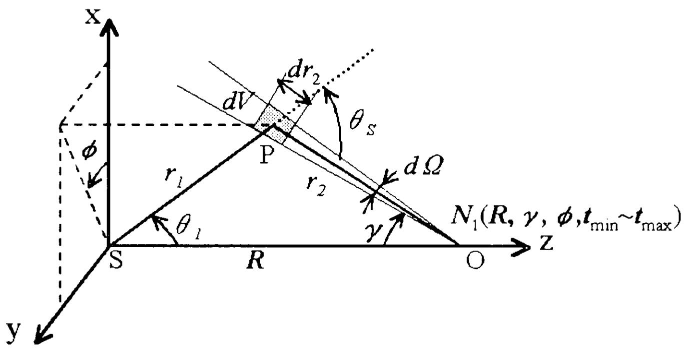


図7: 1回散乱の座標系

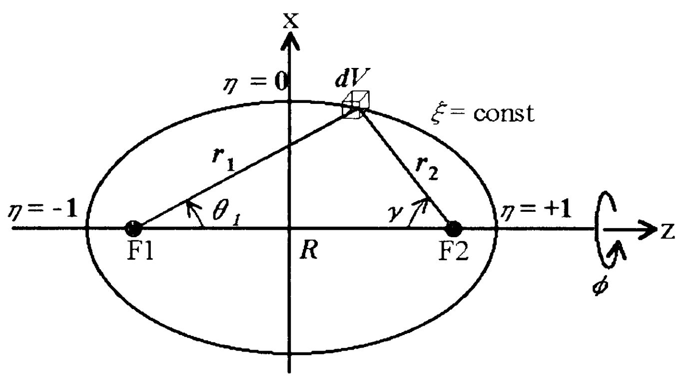


図8: 長球座標系

4.4. *n*-th order scattering

*n*回散乱の模式図を図9に示す．以下の説明はこの図を参照．

先ず，光源(S)から放射された光が距離R'離れた場所に位置する微小体積dVに時刻$t'_{\min}\sim t'_{\max}$の間に仰角γ'方位角ϕ'の方向で立体角$d\Omega'$を通って入射してくる*n-1*回散乱光の光量dE_{n-1}は

$$dE_{n-1} = N_{n-1}(R',\gamma',\phi',t'_{\min}\sim t'_{\max})d\Omega'$$
$$= N_{n-1}(R',\gamma',\phi',t'_{\min}\sim t'_{\max})\sin\gamma' d\gamma' d\phi' \tag{10}$$

と表すことができる．ここで，

$$R' = \left(R^2 + r'^2 - 2Rr'\cos\gamma\right)^{1/2}$$
$$\varepsilon = \cot^{-1}\left(\frac{\cos\gamma - \frac{r'}{R}}{\sin\gamma}\right) \tag{11}$$
$$t' = t - \frac{r'}{c}$$

となるのは幾何学的位置関係から明らかである．

次に，dVより観測者(O)の方向に散乱されていく光の光量dI_nは

$$dI_n = dE_{n-1}\cdot dV \cdot k_{scat}\cdot P(\mu) \tag{12}$$

と書ける．ここでP(μ)は散乱角依存性で，μ=cos θ_S (θ_Sは散乱角)である．又，μは

$$\mu = \cos\gamma'\cos\varepsilon' + \sin\gamma'\sin\varepsilon'\cos\phi' \tag{13}$$

で与えられる．

上記のことより観測者上に降り注ぐ光の光量dE_nは

$$dE_n = dI_n \cdot \frac{1}{r_2^{\,2}}\cdot\exp[-k_{ext}\cdot r_2] \tag{14}$$

で与えられ，観測者が単位立体角当たりに受光する光量は

$$dN_n = \frac{dE_n}{d\Omega}$$
$$= k_{scat} \cdot \exp[-k_{scat} \cdot r_2] \cdot \sin\gamma' \times N_{n-1}(R',\gamma',\phi',t'_{\min} \sim t'_{\max}) \cdot P(\mu) \qquad (15)$$

となる.

最終的にn回散乱はdVにおける全方向，またdVの位置すべてにわたって積分を行うことにより表すことができ，

$$N_n(R,\gamma,\phi,t_{\min} \sim t_{\max}) = \int_0^{r_{2\max}} dr_2 \cdot \int_0^{\pi} d\gamma' \cdot \int_0^{2\pi} d\phi' \times k_{scat} \cdot \exp[-k_{scat} \cdot r_2] \cdot \sin\gamma' \times N_{n-1}(R',\gamma',\phi',t'_{\min} \sim t'_{\max}) \cdot P(\mu) \qquad (16)$$

の様になる．ここで，積分領域の上限r_{2max}は以下の様に与えられる．

$$r_{2\max} = \frac{R}{2}(\xi - \eta) \qquad (17)$$

ここで，

$$\xi = \frac{t_{\max}}{(R/c)} \quad , \quad \eta = \frac{1-\xi\cos\gamma}{\xi - \cos\gamma}$$

である．

上記のことより，2回散乱以上n回散乱は1つ前の散乱の和として表せ，またその散乱はもう1つ前の散乱の和と言う様に再帰的に求めてゆき，最終的に1回散乱にたどり着く．これが"recursive"と名付けられた所以である．

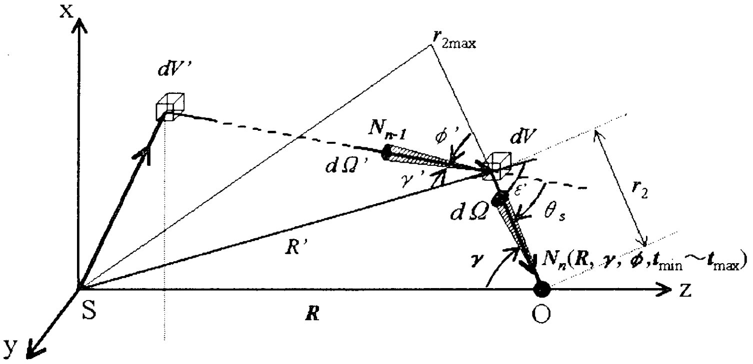


図9: recursive approachのn回散乱

4.5. レーザー光散乱計算

この節ではレーザー光散乱計算について説明する．レーザー発射台より光学望遠鏡の真上方向にレーザービームを打ち出し，レーザービームからの散乱光を視野Ω[sr]の望遠鏡が仰角EL_{tel}の方向で受光する場合を考え，その受光量を計算する．レーザー散乱計算の模式図を図10に示す．

レーザー発射台よりエネルギーQ_{laser}のビームを発射した時,望遠鏡より距離 $R_{(l)}$ 離れたレーザー光軸上の点l上でのビーム光量$Q_{(l)}$は$Q_{(l)} = Q_{laser}\ \exp(-k_{ext}\ l)$ に減衰している．そして,そのビームが距離lから$l+dl$の間に発する散乱光の光量は$Q_{(l)}\,k_{scat}\,dl$と書くことができ，よって dl から角度 θ の方向に発せられる光量は

$$Q(l,\theta) = Q_{laser} \cdot k_{scat} \cdot P(\mu) \cdot \exp[-k_{ext} \cdot l] \cdot dl \qquad (18)$$

となる．ここで，k_{scat},k_{ext} は散乱･消散係数，$P(\mu)$は散乱角依存性で$\mu = \cos(\theta)$である．

dlより先の光の散乱についてrecursive approachを適用すると，先ず dl から直接望遠鏡に入ってくる光，つまりレーザービームの1回散乱光の望遠鏡の位置での受光量 $dI_{1st}(l)$ [J/m^2] は式(1)より

$$dI_{1st}(l) = Q(l,\theta) \cdot \frac{1}{R_{(l)}^{\ 2}} \cdot \exp[-k_{ext} \cdot R_{(l)}] = Q_{laser} \cdot k_{scat} \cdot P(\mu) \cdot \exp[-k_{ext} \cdot l] \cdot dl \qquad (19)$$

となる．ここでレーザービームの発射時刻が $t=0$とするとビーム1回散乱光が観測される時刻は

$$t_{(l)} = \frac{(l + R_{(l)})}{c} \qquad (20)$$

となる．

式(19)より望遠鏡で観測される光量は望遠鏡の視野の範囲および光を観測する時間幅(gate)の範囲で決まるlの範囲 $l_{\min}$, $l_{\max}$ で積分を行うことにより求まる．gate は時刻 $t_{\min}$ から $t_{\max}$ まで開くとし，それぞれは

$$t_{\min} = t_{(l_0)} - \frac{TW}{2} \quad , \quad t_{\max} = t_{(l_0)} + \frac{TW}{2} \qquad (21)$$

と定義する．ここで, TW はgate 幅, l_0 は望遠鏡の仰角方向にある光軸上の点である．上記のことよりレーザービームの1回散乱光の観測される光量 I_{1st} [J/m^2] は

$$I_{1st} = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} dI_{1st}(l)\, dl \qquad (22)$$

となる．

次にdlよりn回散乱されてくる光，つまりビームの

$(n+1)$回散乱の受光量 $dI_{(n+1)th}$ [J/m^2/sr] は式(7)(16)より

$$dI_{2nd}(R_{(l)},\gamma_{(l)},\phi_{(l)}=0\ _{or}\pi,t_{(l)\min}\sim t_{(l)\max}) = \int_{r_{2\min}}^{r_{2\max}} \frac{I(\theta_1,\phi_1)\cdot k_{scat}\cdot P(\cos\theta_S)}{r_1^{\ 2}} \times\exp[-k_{ext}\cdot(r_1+r_2)]dr_2 \qquad (23)$$

$$dI_{(n+1)th}(R_{(l)},\gamma_{(l)},\phi_{(l)}=0\ _{or}\pi,t_{(l)\min}\sim t_{(l)\max}) = \int_0^{r_{2\max}} dr_2\cdot\int_0^{\pi} d\gamma'\cdot\int_0^{2\pi} d\phi' \times k_{scat}\cdot\exp[-k_{scat}\cdot r_2]\cdot\sin\gamma' \times N_{n-1}(R',\gamma',\phi',t'_{\min}\sim t'_{\max})\cdot P(\mu) \qquad (24)$$

となる．ここで $t_{(l)\min}, t_{(l)\max}$ は

$$t_{(l)\min}=t_{\min}-\frac{l}{c}\quad,\quad t_{(l)\max}=t_{\max}-\frac{l}{c}$$

である．また，式(23)の積分中各変数は式(8),(9)より求まり $I(\theta_1,\phi_1)$ は式(20)より求める．式(24)の積分中各変数は式(11)(13)(17)より求まる．

上記のことよりレーザービームの$(n+1)$回散乱光の観測される光量 $I_{(n+1)th}$ [J/m^2/sr]は l で積分を行い

$$I_{(n+1)th} = \int_0^{l_{\max}} dI_{(n+1)th}(R_{(l)},\gamma_{(l)},\phi_{(l)}=0\ _{or}\pi,t_{(l)\min}\sim t_{(l)\max})\,dl \qquad (25)$$

となる．ここで，l_{max}は

$$t_{(l_{\max})}=\frac{\left(l_{\max}+R_{(l_{\max})}\right)}{c} = t_{\max} \qquad (26)$$

を満たす値である．

以上全てのことより，仰角EL_{tel}の方向で望遠鏡により観測される全光量$I_{obs}(EL_{tel})$ [J] は望遠鏡の鏡の面積をS [m^2],視野をΩ [sr],装置定数をCとすると

$$I_{obs}(EL_{tel})=C\cdot\left(S\cdot I_{1st}+\sum_n S\cdot\Omega\cdot I_{(n+1)th}\right) \qquad (27)$$

となる．

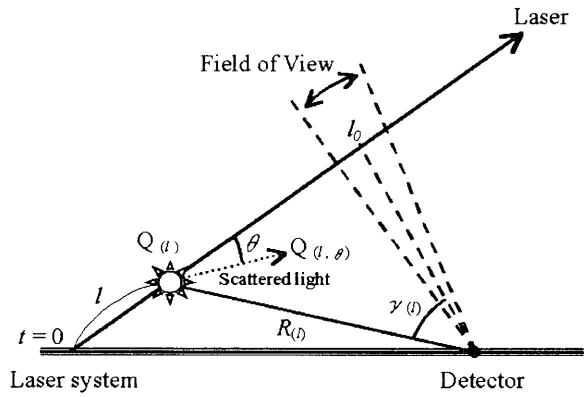


図10: recursive approachを用いたレーザー光散乱計算

5. 計算

5.1. 大気モデル

以下では計算に使用した大気モデルを説明する．

先ず,大気を一様大気として扱った．これは,比較する実験が低い仰角でレーザーを打ち出している為，レーザーがはしる大気は大半が高度1～2km程度までの範囲であるので大気分子,エアロゾルの密度変化が小さいと考えた為である．

又，大気の透明度を決める各係数は以下の値を用いた，

Rayleigh散乱係数 β_R= 0.055 km^{-1}

Mie散乱係数 β_A= variable

散乱係数 $\beta=\beta_R+\beta_A$ km^{-1}

消散係数 $k_{ext}=\alpha+\beta$ km^{-1}

ここで α は吸収定数でオゾンによる吸収のみを考慮し，α =0.0とした．Rayleigh散乱の散乱係数は海抜0mでの値を0.07 km^{-1}とした時，実験を行った場所での高度を考慮した値で減衰距離約18kmに相当する値である．Mie散乱の散乱係数は実験結果を定性的に最も再現する値を選んだ.

次に散乱角依存性であるがRayleigh散乱の依存性は

$$P_R(\mu)=\frac{3}{16\pi}\left(1+\mu^2\right) \qquad \left[\eta=\cos\theta_S,\theta_S:\text{散乱角}\right] \qquad (28)$$

のように書き表すことができる．Mie散乱の依存性は参考文献[6]によると，modified Henyey-Greenstein 関数を用いて書き表すことができる．この関数は以下のような式で記述される．

$$P_A(\mu)=\frac{1-g^2}{4\pi}\cdot\left[\frac{1}{\left(1+g^2-2g\mu\right)^{3/2}}+f\frac{\left(3\mu^2-1\right)}{2\left(1+g^2\right)^{3/2}}\right] \qquad (29)$$

$$\left[\eta=\cos\theta_S,\theta_S:\text{散乱角}\right]$$

ここで g, f が形を決める変数で第1項は主に前方散乱,第2項は後方散乱の形を決定している．今回 g, f の値は参考文献[6]と同じ,

$$g=0.72\ ,\quad f=0.5$$

を使用した．Rayleigh散乱とMie散乱を合成した散乱角依存性は

$$P(\mu)=\frac{\beta_R P_R(\mu)+\beta_A P_A(\mu)}{\beta_R+\beta_A} \qquad (30)$$

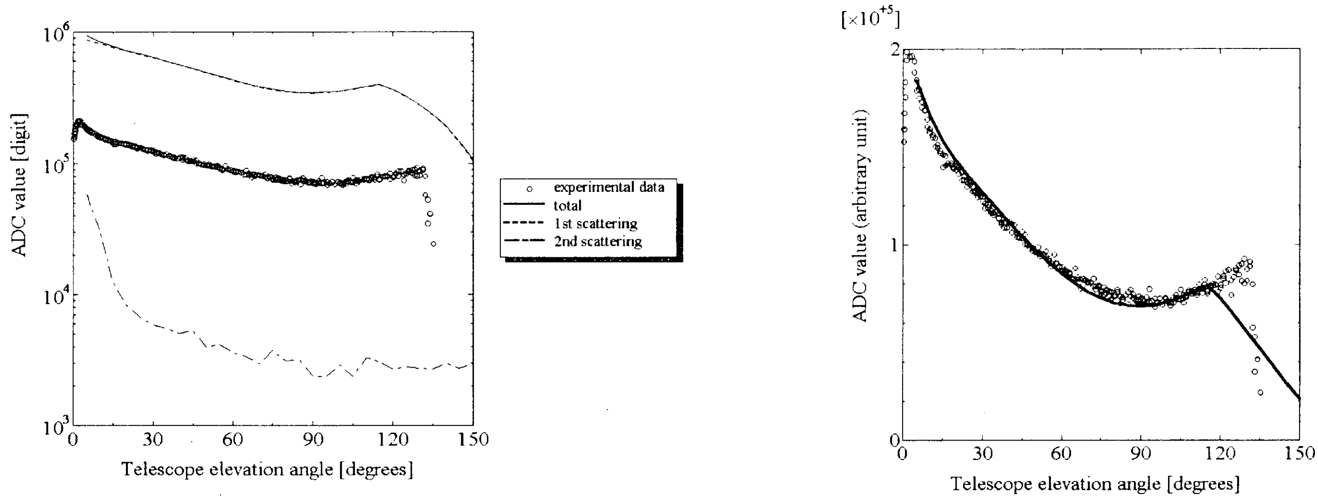
と定義する．

5.2. 実験データとの比較

ここでは，計算と2章で述べた実験データとの比較を行う．計算はレーザー散乱の1回および2回散乱について行った．予備解析の結果ではあるが比較の結果を図10に示す．

先ず図10(a)であるが，この図は横軸が望遠鏡の仰角，縦軸が観測光量で，点線が1回散乱，1点鎖線が2回散乱，実線が1回散乱と2回散乱の和である．この結果はMie散乱係数β_Aを0.001 km^{-1}とした時の計算結果である．この図を見ると計算値の観測光量は実験データに比べ5倍程度大きい値になっている．

次に図10(b)であるが，この図は計算値を45度の実験値で規格化したものである．この図を見ると計算は実験データを定性的によく再現していると考えてよい．



(a) (b)

図10: 実験データとの比較結果

6. Summary

今回，

(1) Recursive Approachを用いレーザー光散乱の計算を行った．

(2) 計算で得られた結果と実際の実験データとの比較を行った．

の２つのことを行った．

(2)においては，予備解析の結果としてRayleigh散乱の減衰距離を18km，Mie散乱の減衰距離を1000kmとした時，計算は実験データを定性的には再現していると考えられる．しかし，計算値の絶対量はデータの値に対し約5倍の値になった．この結果は定性的にほぼ一致していることから考えると大気中での散乱はRayleigh散乱が主であることを示唆している．また絶対値のズレについてであるが，この理由については

(ｉ) 装置定数等の誤差の為に生じた

(ii) 計算法に検討すべき点が存在する

の2つが考えられるが，(ｉ)に関しては式(27)を見ると観測光量は望遠鏡上に降り注ぐ光量に装置定数を掛けることによって得られている．そのため装置の系統誤差がそのまま計算値に影響を与える．今回の計算では第2章で述べたように望遠鏡の装置定数を鏡の反射率，フィルター透過率，PMTの量子効率の積で決めたが，もし各々の効率が1割低いとすると観測光量は6割程度に減少する．このことから考えても，非常に強く効いていると考えられる．(ii)に関しても大気について今回は一様として扱ったが，高度依存性等を考慮してより現実に近い形で計算を行う必要がある．また，モンテカルロ・シミュレーションと比較することによって比較検討することも必要である．これらは今後の課題として行っていく．

7. Reference

[1] 宇宙線望遠鏡計画のホームページ http://www-ta.icrr.u-tokyo.ac.jp
T.Aoki et al., Proc. 26th ICRC(Salt Lake city), OG.4.5.03 (1999)

[2] N.Hayashida et al., Proc. 26th ICRC(Salt Lake city), OG.4.5.05 (1999)
M.Chikawa et al., Proc. 26th ICRC(Salt Lake city), OG.4.5.17 (1999)

[3] N.Hayashida et al., APJ, 504, L71-L74 (1998)

[4] J.R.Mumford et al., Proc. 26th ICRC(Salt Lake city), OG.4.5.10 (1999)
[5] E.P.Shettle and A.E.S.Green, Appl.Opt. 13., 1567 (1974)
[6] A.S.Zachor, Appl.Opt. 17, 1911 (1978)
[7] F.Riewe and A.E.S.Green, Appl.Opt. 17, 1923 (1978)
[8] D.M. Reilly and C.Warde, J.Opt.Soc.Am. 69, 464 (1979)
[9] E.Trakhovsky and U.P.Oppenheim, Appl.Opt. 22, 1633 (1983)
[10] C.Lavigne et al., Appl.Opt. 38, 6237 (1999)
[11] X.Zhang, arXiv:astro-ph/0004173, 12 Apr 2000