Automatisierte Integration von funkbasierten Sensornetzen auf Basis simultaner Lokalisierung und Kartenerstellung

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) der Fakultät für Verkehrswissenschaften "Friedrich List" der TU Dresden

> vorgelegt von Richard Weber, geb. am 19. März 1986 in Annaberg-Buchholz

Gutachter:

eingereicht am: verteidigt am: Prof. Dr.-Ing. Oliver Michler, TU Dresden Prof. Dr.-Ing. Sven Zeisberg, HTW Dresden 02. November 2018 03. Dezember 2020

Danksagung

Die vorliegende Dissertation reflektiert nicht nur eine lange Zeit anspruchsvoller und zugleich interessanter Forschungsarbeit, sondern ermöglicht mir darüber hinaus, all denen zu danken, die am Gelingen Anteil haben.

Herzlich danken möchte ich meinen beiden Gutachtern Herrn Prof. Dr.-Ing. Oliver Michler und Herrn Prof. Dr.-Ing. Sven Zeisberg, welche die Arbeit betreut und in jeder Hinsicht unterstützt haben. Mein Dank gilt ebenfalls Herrn Burghard Wrase, Herrn Paul Balzer, Herrn Frank Stephan und Herrn Robert Richter sowie dem gesamten ITVS- und Zigpos-Team. Sie haben dazu beigetragen, die Arbeit durch wissenschaftlich wertvolle Anregungen im Rahmen fachlicher Diskussionen und durch ihre organisatorische Unterstützung voranzutreiben. Ebenso danke ich Herrn Jürgen Gableske und Herrn Andree Martin von der Dresdner Verkehrsbetriebe AG für die hilfreiche Kooperation.

Schließlich möchte ich meiner Frau Anita Kenner für den moralischen Beistand bei der Anfertigung der Dissertation und das unglaublich liebevolle Verständnis in dieser Zeit danken.

Kurzfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens zur automatisierten Integration funkbasierter drahtloser Sensornetze (engl. Wireless Sensor Network, kurz WSN) in die jeweilige Anwendungsumgebung. Die Sensornetze realisieren dort neben Kommunikationsaufgaben vor allem die Bestimmung von Ortsinformationen. Das Betriebshofmanagement im ÖPNV stellt dabei eine typische Anwendung dar. So wird auf der Grundlage permanent verfügbarer Positionskoordinaten von Bussen und Bahnen als mobile Objekte im Verkehrsumfeld eine effizientere Betriebsführung ermöglicht.

Die Datenbasis in dieser Arbeit bilden zum einen geometrische Beziehungen im Sensornetz, die aus Gründen der Verfügbarkeit lediglich durch paarweise Distanzen zwischen den mobilen Objekten und den im Umfeld fest installierten Ankern beschrieben sind. Zum anderen kann auf vorhandenes digitales Kartenmaterial in Form von Vektor- und Rasterkarten bspw. von GIS-Diensten zurückgegriffen werden. Die Argumente für eine Automatisierung sind naheliegend. Einerseits soll der Aufwand der Positionskalibrierung nicht mit der Anzahl verbauter Anker skalieren, was sich ausschließlich automatisiert realisieren lässt. Dadurch werden gleichzeitig symptomatische Fehlerquellen, die aus einer manuellen Systemintegration resultieren, eliminiert. Andererseits soll die Automatisierung ein echtzeitfähiges Betreiben (z.B. Rekalibrierung und Fernwartung) gewährleisten, sodass kostenintensive Wartungs- und Servicedienstleistungen entfallen.

Das entwickelte Verfahren generiert zunächst aus den Sensordaten mittels distanzbasierter simultaner Lokalisierung und Kartenerstellung (engl. Range-Only Simultaneous Localization and Mapping, kurz RO-SLAM) relative Positionsinformationen für Anker und mobile Objekte. Anschließend führt das Verfahren diese Informationen im Rahmen einer kooperativen Kartenerstellung zusammen. Aus den relativen, kooperativen Ergebnissen und dem zugrundeliegenden Kartenmaterial wird schließlich ein anwendungsspezifischer absoluter Raumbezug hergestellt. Die Ergebnisse der durchgeführten Verfahrensevaluation belegen anhand generierter semi-realer Sensordaten sowie definierter Testszenarien die Funktions- und Leistungsfähigkeit des entwickelten Verfahrens. Sie beinhalten qualifizierende Aussagen und zeigen darüber hinaus statistisch belastbare Genauigkeitsgrenzen auf.

Abstract

The aim of this work is the development of a method for the automated integration of Wireless Sensor Networks (WSN) into the respective application environment. The sensor networks realize there beside communication tasks above all the determination of location information. Therefore, the depot management in public transport is a typical application. Based on permanently available position coordinates of buses and trams as mobile objects in the traffic environment, a more efficient operational management is made possible.

The database in this work is formed on the one hand by geometric relationships in the sensor network, which for reasons of availability are only described by pairwise distances between the mobile objects and the anchors permanently installed in the environment. On the other hand, existing digital map material in the form of vector and raster maps, e.g. obtained by GIS services, is used. The arguments for automation are obvious. First, the effort of position calibration should not scale with the number of anchors installed, which can only be automated. This at once eliminates symptomatic sources of error resulting from manual system integration. Secondly, automation should ensure real-time operation (e.g. recalibration and remote maintenance), eliminating costly maintenance and service.

Initially, the developed method estimates relative position information for anchors and mobile objects from the sensor data by means of Range-Only Simultaneous Localization and Mapping (RO-SLAM). The method then merges this information within a cooperative map creation. From the relative, cooperative results and the available map material finally an applicationspecific absolute spatial outcome is generated. Based on semi-real sensor data and defined test scenarios, the results of the realized method evaluation demonstrate the functionality and performance of the developed method. They contain qualifying statements and also show statistically reliable limits of accuracy.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis X					
TabellenverzeichnisXI					
Abkürzungsverzeichnis XII					
Sy	mbo	lverzeichnis XV	II		
1	Ein) 1.1 1.2 1.3 1.4	eitung Stand der Technik	1 3 4 7 8		
2	Gru 2.1 2.2 2.3	ndlagen zur Verfahrensumsetzung 1 Überblick zu funkbasierten Sensornetzen 1 2.1.1 Aufbau und Netzwerk 1 2.1.2 System- und Technologiemerkmale 1 2.1.3 Selbstorganisation 1 2.1.4 Räumliche Beziehungen 1 Umgebungsrepräsentation 1 2.2.1 Koordinatenbeschreibung 1 2.2.2 Kartentypen 1 2.3.1 Positionierung 1 2.3.2 Tracking 2 2.3.3 Koordinatentransformation 2	L 0 110 111 112 113 114 118 119 220 222 223 228 229		
3	Zus 3.1	andsschätzung dynamischer Systeme3Probabilistischer Ansatz53.1.1Satz von Bayes53.1.2Markov-Kette63.1.3Hidden Markov Model63.1.4Dynamische Bayes'sche Netze6	37 38 39 40 42 43		

INHALTSVERZEICHNIS

	3.2	Bayes-	Filter					. 45
		3.2.1	Extended Kalman-Filter					. 48
		3.2.2	Histogramm-Filter					. 51
		3.2.3	Partikel-Filter					. 52
	3.3	Markov	v Lokalisierung				•	. 58
4	Sim	ultane	Lokalisierung und Kartenerstellung					61
	4.1	Überbl	ick					. 62
		4.1.1	Objektbeschreibung					. 63
		4.1.2	Umgebungskarte					. 65
		4.1.3	Schließen von Schleifen					. 70
	4.2	Numer	ische Darstellung					. 72
		4.2.1	Formulierung als Bayes-Filter					. 72
		4.2.2	Diskretisierung des Zustandsraums					. 74
		4.2.3	Verwendung von Hypothesen					. 74
	4.3	Initiali	sierung des Range-Only SLAM					. 75
		4.3.1	Verzögerte und unverzögerte Initialisierung					. 75
		4.3.2	Initialisierungsansätze					. 76
	4.4	SLAM	-Verfahren					. 80
		4.4.1	Extended Kalman-Filter-SLAM					. 81
		4.4.2	Incremental Maximum Likelihood-SLAM					. 90
		4.4.3	FastSLAM		•		•	. 99
5	Koo	operativ	ve Kartenerstellung					107
5	Koo 5.1	o perati Aufber	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse					107 . 108
5	Koo 5.1 5.2	o perativ Aufber Ankerk	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse rarten-Merging-Verfahren		•		•	107 . 108 . 110
5	Koo 5.1 5.2	operativ Aufber Ankerk 5.2.1	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse karten-Merging-Verfahren	 	•			107 . 108 . 110 . 110
5	Koo 5.1 5.2	Aufber Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse arten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte	 	•	 		107 . 108 . 110 . 110 . 115
5	Koo 5.1 5.2 Her	Aufber Aufber 5.2.1 5.2.2 stellun	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse karten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs	 	•	 		107 . 108 . 110 . 110 . 115 117
5 6	Koo 5.1 5.2 Her 6.1	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 rstellun Aufber	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse karten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse	· · ·	• • •		· · ·	107 108 110 110 115 117 117
5 6	Koo 5.1 5.2 Her 6.1	Aufber Aufber 5.2.1 5.2.2 stellun Aufber 6.1.1	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse arten-Merging-Verfahren	· · ·	• • •	· · ·	• • •	107 108 110 110 115 117 117 119
5	Koo 5.1 5.2 Her 6.1	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 •stellun Aufber 6.1.1 6.1.2	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse arten-Merging-Verfahren	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		107 108 110 110 115 117 117 119 122
5	Koo 5.1 5.2 Her 6.1	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 *stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten-	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse karten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Generierung eines Graphen Matching-Verfahren	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • •	107 108 110 110 115 117 117 119 122 123
5	Koo 5.1 5.2 Her 6.1 6.2	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 Stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse karten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen	· · · · · ·	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·	107 108 110 110 115 117 117 119 122 123 125
5	Koo 5.1 5.2 Her 6.1 6.2	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 estellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse karten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Generierung eines Graphen Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	107 108 110 110 115 117 117 117 119 122 123 125 129
5	Koo 5.1 5.2 Her 6.1 6.2 Ver	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 *stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2 fahrens	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse carten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Frstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen	· · · · · · · · ·	· · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · ·	<pre>107 . 108 . 110 . 110 . 115 117 . 117 . 117 . 122 . 123 . 125 . 129 133</pre>
5 6	Koo 5.1 5.2 Her 6.1 6.2 Ver 7.1	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 Stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2 fahrens Methoo	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse carten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen sevaluation discher Ansatz	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	<pre>107 . 108 . 110 . 110 . 115 117 . 117 . 117 . 122 . 123 . 125 . 129 133 . 133</pre>
5 6	Koo 5.1 5.2 Her 6.1 6.2 Ver 7.1 7.2	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 Stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2 fahrens Methoo Datenk	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse carten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Ferstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen sevaluation discher Ansatz	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·		107 108 110 110 115 117 117 119 122 123 125 129 133 133 135
5 6	 Kod 5.1 5.2 Her 6.1 6.2 Ver 7.1 7.2 	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 *stellum Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2 fahrens Methoo Datenk 7.2.1	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse carten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen sevaluation discher Ansatz Sensordaten	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	107 108 110 110 115 117 117 117 122 123 125 129 133 135 137
5 6 7	 Kod 5.1 5.2 Her 6.1 6.2 Ver 7.1 7.2 	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 Stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2 fahrens Methoo Datenk 7.2.1 7.2.2	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse carten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen Sevaluation discher Ansatz Digitales Kartenmaterial	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	107 108 110 110 115 117 117 117 122 123 125 129 133 135 137 143
5	 Kod 5.1 5.2 Her 6.1 6.2 Ver 7.1 7.2 7.3 	Aufber Ankerk 5.2.1 5.2.2 stellun Aufber 6.1.1 6.1.2 Daten- 6.2.1 6.2.2 fahrens Methoo Datenk 7.2.1 7.2.2 Definit	ve Kartenerstellung reitung der Ankerkartierungsergebnisse carten-Merging-Verfahren Auflösen von Mehrdeutigkeiten Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte g eines absoluten Raumbezugs reitung der Lokalisierungsergebnisse Generierung von Geraden Matching-Verfahren Vektorbasierte Karteninformationen Rasterbasierte Karteninformationen Sevaluation discher Ansatz Digitales Kartenmaterial ion von Testszenarien	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	107 108 110 110 115 117 117 117 119 122 123 125 129 133 135 137 143 145

INHALTSVERZEICHNIS

		7.4.1 SLAM-Verfahren	48
		7.4.2 Ankerkarten-Merging-Verfahren	51
		7.4.3 Daten-Matching-Verfahren	52
8	Zusa	mmenfassung und Ausblick 10	63
	8.1	Ergebnisse der Arbeit	64
	8.2	$Ausblick \dots \dots$	65
Li	terat	ırverzeichnis 10	66
\mathbf{A}	Erg	nzungen zum entwickelten Verfahren A-	- 1
	A.1	Generierung von Bewegungsinformationen A	1
	A.2	Erweiterung des FastSLAM-Verfahrens	- 2
	A.3	Ablauf des konzipierten Greedy-Algorithmus A	- 4
	A.4	Lagewinkel der Kanten in einer Rastergrafik A	- 5
в	Erg	nzungen zur Verfahrensevaluation A	- 9
	B.1	Geschwindigkeitsprofile der simulierten Objekttrajektorien A	- 9
	B.2	Gesamtes SLAM-Ergebnis eines Testszenarios	- 9
	B.3	Statistische Repräsentativität	- 10
	B.4	Gesamtes Ankerkarten-Merging-Ergebnis eines Testszenarios . A	11
	B.5	Gesamtes Daten-Matching-Ergebnis eines Testszenarios A	- 18
	B.6	Qualitative Ergebnisbewertung	- 18
	B.7	Divergenz des Gesamtverfahrens	- 18

Abbildungsverzeichnis

1.1	Betriebshof Gruna	3
1.2	Verfahrenskonzeption	6
2.1	Aufbau und Komponenten eines Sensorknotens	32
2.2	Netztopologien	33
2.3	Klassifikation von Kartentypen	34
2.4	Positionierungsverfahren	35
2.5	Koordinatentransformation	36
3.1	Probabilistische Modellübersicht	39
3.2	Zustandssequenz zweier Markov-Ketten	41
3.3	Markov-Kette	42
3.4	Hidden Markov Model	44
3.5	Prädiktor-Korrektor-Struktur	47
3.6	Gegenüberstellung von Zustandsrepräsentationen	48
3.7	Zustandsrepräsentationen des Histogramm-Filters	51
3.8	Sampling- und Gewichtungsschritt des SIR-Ansatzes	54
3.9	Historienverluste innerhalb eines Partikelsets	58
3.10	Klassisches Beispiel der Markov Lokalisierung	60
4.1	Odometrie-basierte Objektbewegung	65
4.2	Range-Only-basierte Beobachtung eines Kartenmerkmals	67
4.3	RO-SLAM-Kartenerstellung	69
4.4	Schleifenschluss einer RO-SLAM-Trajektorie	71
4.5	SLAM-Problem als DBN	73
4.6	Parametrisierung der SOG-Approximation	78
4.7	Informationsstruktur des EKF-SLAM	83
4.8	Zustands- und Kovarianzergebnisse des EKF-SLAM	89
4.9	Informationsstruktur des IML-SLAM	92
4.10	Mobile- und Ankerergebnisse des IML-SLAM	97
4.11	Informationsstruktur des FastSLAM	102
4.12	Mobile- und Ankerergebnisse des FastSLAM	106
5.1	Bestimmung einer Ankermehrdeutigkeit	109

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

5.2	Kooperatives Auflösen von Ankermehrdeutigkeiten	111
5.3	Verfahrensprinzip des konzipierten Greedy-Algorithmus	115
6.1	Verfahrensprinzip des Split-and-Merge-Algorithmus	122
6.2	Generierung eines Graphen	123
6.3	Vektorbasiertes Daten-Matching-Verfahren	128
6.4	Rasterbasiertes Daten-Matching-Verfahren	131
7.1	Verkehrsumfeld für reale Sensordaten	138
7.2	Auswertung realer Sensordaten und Modellentwicklung	139
7.3	Generierung von Sensordaten	143
7.4	Karte vom Betriebshof Gruna	144
7.5	Simulierte Anker und Objekttrajektorien	155
7.6	IML-SLAM-Ergebnis eines Objekts	156
7.7	Qualitative Bewertung der SLAM-Ergebnisse	157
7.8	Ankerkarten-Merging-Ergebnis auf Basis des IML-SLAM	158
7.9	Qualitative Bewertung der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse	159
7.10	Daten-Matching-Details	160
7.11	Daten-Matching-Ergebnis auf Basis des IML-SLAM	161
7.12	Qualitative Bewertung der Daten-Matching-Ergebnisse	162
A.1	Qualität der generierten Bewegungsinformationen	A - 2
A.2	Historienverluste des FastSLAM	A - 4
A.3	Ablauf des konzipierten Greedy-Algorithmus	A - 6
A.4	Kantendetektion	A - 7
A.5	Geradenerkennung und Lagewinkelbestimmung	A - 8
B.1	Geschwindigkeitsprofile der Objekttrajektorien	A - 10
B.2	SLAM-Ergebnis eines Testszenarios	A - 17
B.3	Ankerkarten-Merging-Ergebnis eines Testszenarios	A - 19
B.4	Daten-Matching-Ergebnis eines Testszenarios	A - 21
B.5	Beispiel für die Divergenz des Gesamtverfahrens	A - 26

Tabellenverzeichnis

B.1	Bewertung der Reproduzierbarkeit der SLAM-Ergebnisse	Α-	11
B.2	Qualitative Bewertung der SLAM-Ergebnisse	Α-	22
B.3	Qualitative Bewertung der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse	А-	23

B.4 Qualitative Bewertung der Daten-Matching-Ergebnisse A - 24

Abkürzungsverzeichnis

ADC	Analog to Digital Converter
ANT	Advanced and Adaptive Network Technology
AoA	Angle of Arrival
APIT	Approximate Point in Triangulation
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BBF	Binary Bayesian Filter
BHF	Bayesian Histogram Filter
BLE	Bluetooth Low Energy
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator
BMS	${ m Betriebshofmanagement system}$
BN	Bayes'sche Netze
BNetzA	$\operatorname{Bundesnetzagentur}$
BOF	Bayesian Occupancy Filter
CA	Constant Acceleration
CAD	Computer-Aided Design
CDF	Cumulative Distribution Function
CL	Centroid Localization
CLSF	Constrained Local Submap Filter
CMDS	Classical Multidimensional Scaling
CP	Constant Position
CRLB	Cramér-Rao Lower Bound
CSMA/CA	Carrier Sense Multiple Access/Collision Avoidance
CTR	Constant Turn Rate
CTRV	Constant Turn Rate and Velocity
CV	Constant Velocity
DBF	Diskretes Bayes-Filter
DBN	Dynamisches Bayes'sches Netz
DIN	Deutsche Industrienorm
DoA	Direction of Arrival
DPRM	Dynamic Probabilistic Relational Model

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

DSME	Deterministic and Synchronous Multi-channel
	Differential Time Difference of Arrival
DIDOA	Dresdner Verkehrsbetriebe AC
DV Hop	Distance Vector Hop
Dv-110p	Distance vector-mop
EKF	Extended Kalman-Filter
$\mathbf{E}\mathbf{M}$	Expectation-Maximization
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
FCC	Federal Communications Commission
FIS	Federated Information Sharing
GED	Graph Edit Distance
GeoSN	Staatsbetrieb Geobasisinformation und Vermessung
000011	Sachsen
GIS	Geographisches Informationssystem
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPA	Generalized Procrustes Analysis
CPS	Clobal Positioning System
CSE	Coursian Sum Filter
CCM	Clobal System for Mobile Communications
GM	Generalized Veneral Disgram
GVD	Generalized Voronoi Diagram
HART	Highway Addressable Remote Transducer
$_{ m HF}$	$\operatorname{Hochfrequenz}$
HMM	Hidden Markov Model
HOG-Man	Hierarchical Optimization for Pose Graphs on
	Manifolds
HVAC	Heating, Ventilation and Air Conditioning
IC	Integrated Circuit
ICP	Iterative Closest Point
ID	Identifikator
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IML-SLAM	Incremental Maximum Likelihood-Simultaneous
	Localization and Mapping
IMM	Interacting Multiple Model
IMU	Inertial Measurement Unit
IoT	Internet of Things
iSAM	Incremental Smoothing and Mapping
ITCS	Intermodal Transport Control System
ITU R	International Talacommunication Union
110-10	Radiocommunication Sector
	Hadrocommunication sector

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

KLD	Kullback-Leibler-Divergenz
LMS	Least Median Squares
LP	Linear Programming
LPWAN	Low Power Wide Area Network
LS	Least Squares
MAC	Media Access Control
MAE	Mean Absolute Error
MCL	Monte Carlo Localization
MDS	Multidimensional Scaling
MEMS	Micro-Electro-Mechanical Systems
MHT	Multi-Hypothesis Tracking
ML	Maximum Likelihood
NLOS	non-line-of-sight
NP	nichtdeterministisch polynomielle Zeit
ÖPNV	Öffentlicher Personennahverkehr
OSI	Open Systems Interconnection
OSM	OpenStreetMap
PCA	Principal Component Analysis
PDOP	Position Dilution of Precision
PHD	Probability Hypothesis Density
PHY	Physical Layer
PLICP	Point-to-Line Iterative Closest Point
PMF	Point-mass Filter
PoA	Phase of Arrival
PRM	Probabilistic Relational Model
PS	Procrustes Superimposition
RANSAC	Random Sample Consensus
RBPF	Rao-Blackwellized Partikel-Filter
RD-LS	Range-Difference Least Squares
RHMM	Relational Hidden Markov Model
RMM	Relational Markov Model
RMSE	Root Mean Square Error
ROS	Robot Operating System
RO-SLAM	Range-Only Simultaneous Localization and Mapping
RSSI	Received Signal Strength Indicator
RTK	Real Time Kinematic

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

Round-Trip Time
Semidefinite Programming
Symmetrical Double-Sided Two-Way Ranging
Sparse Extended Information Filter
Subgraph Isomorphism
Sampling Importance Resampling
Sequential Importance Sampling
Simultaneous Localization and Mapping
Scaling by Majorizing a Complicated Function
Sequential Monte Carlo
Super Multidimensional Scaling
Sum of Gaussians
Self-organizing Map
Sound Surveillance System
Sigma-Punkt Kalman-Filter
Sequential Quadratic Programming
${ m Sphere}/{ m Rectangle-Baum}$
Squared-Range-Difference Least Squares
Squared-Range Least Squares
Time Difference of Arrival
Total Least Squares
Time of Arrival
Time of Flight
Tree-based netwORk Optimizer
Two-Wave with Diffuse Power
Two-Way Time of Arrival
Unscented Kalman-Filter
Ultra-wideband
Weighted Centroid Localization
Wireless Local Area Network
Web Map Service
Wireless Personal Area Network
Wireless Sensor Network

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

А	Designmatrix der LS-Schätzung
A	Anzahl aller Strecken
\mathcal{A}	Menge von Kanten
b	Beobachtungsvektor der LS-Schätzung
Bel	a-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung
с	Korrespondenz
с	Faktor oder Exponent
d	Distanz
d	Datenbasis
$\mathcal{D}(\cdot)$	Distanzmatrixfunktion
D	Kullback-Leibler-Divergenz
D	Distanzmatrix
е	Einheitsvektor
ε	Matrix der Einheitsvektoren
Ε	Erwartungswert
$\mathcal{F}(\cdot)$	Funktion
g	$\operatorname{Beobachtungsmodell}$
h	Aktions- bzw. Bewegungsmodell
Η	centering-Matrix
\mathcal{I}	Rasterkarte
Ι	Indexmenge
Ι	Einheits matrix
Κ	Kalman-Matrix
K	Anzahl aller Hypothesen der Ankerposition
$\mathcal{L}(\cdot)$	Likelihood-Funktion
$\mathcal{LN}(\cdot)$	Logarithmische Normalverteilung
L	Anzahl
M	Anzahl aller Anker
n	Dimension
$\mathcal{N}(\cdot)$	Normalverteilung
N	Anzahl aller Objektpositions- oder -trajektorien-
	$\operatorname{hypothesen}$

SYMBOLVERZEICHNIS

p	$\operatorname{Wahrscheinlichkeit}$
P	${\it Wahrscheinlichkeitsverteilung}$
Р	Partikel
\mathcal{P},\mathcal{Q}	Endpunkte einer Strecke
Q	Kovarianzmatrix des Systemrauschens
Q	Qualitätsangabe
r	Messvektor
\mathcal{R}	Rotationsmatrix
R	Varianzmatrix des Messrauschens
R	Fehler, Residuum
\mathbb{R}	Vektorraum
r	Distanzmessung
s	empirische Standardabweichung
s	Systemzustand
S	Zufallsvariable
S	Menge von Zufallsvariablen oder Knoten
t	Translationsvektor
Т	Matrix des Dualraums der Radon- und Hough-
	Transformation
u	${ m Zustands}$ übergangswahrscheinlichkeit
u	Steuersignal der Objektbewegung
$\mathcal{U}(\cdot)$	$\operatorname{Gleichverteilung}$
U	Matrix der Zustandsübergangswahrscheinlichkeiten
U, V	unitäre Matrizen
v	Geschwindigkeit
V	$\operatorname{Geradenvektor}$
Var	Varianz
$\mathcal{WN}(\cdot)$	weiße bzw. mittelwertfreie Normalverteilung
w	Hypothesenge wicht
W	Gewichtsvektor
W	Gewichtsmatrix
Х	Positionskoordinaten
х	Objektzustand
x, y	Koordinaten
У	Innovation
z	${\it Zustand semissions wahrscheinlichkeit}$
Z	Sensorbeobachtung
Ζ	Matrix der Zustandsemissionswahrscheinlichkeiten

Griechische Buchstaben

Γ	Matrix der Eigenvektoren
Δ	Differenz bzw. Änderung einer Größe

XVIII

SYMBOLVERZEICHNIS

Θ	Merkmalskarte
Λ	Matrix der Eigenwerte
Ξ	Residualkovarianzmatrix
Π	unbekannte Verteilung
Σ	Kovarianzmatrix des Systemzustands
$lpha,eta,\gamma$	Drehwinkel
δ	Dirac'sche δ -Distribution
δ, ϵ	Fehlervariable
ε	Grenzwert
η	Normierungsfaktor
θ	Kartenmerkmal
θ	Lagewinkel, Richtung bzw. Orientierung
λ	Likelihood
μ	geschätzter Zustandsvektor
π	Kreiszahl
σ	Standardabweichung
au	Zeitpunkt
ϕ	Winkelmessung
ω	Rotationsgeschwindigkeit

Indizes und Notationen

a	Index eines Ankers
m	Index eines mobilen Objekts
0	Index eines Initialwerts
.[·]	Indexnotation
1	Einsmatrix
T	${ m transponiert}$
$\mathcal{O}(\cdot)$	Landau-Notation der asymptotischen oberen Schranke
∇	Nabla-Operator für partielle Ableitungen
!	Fakultät
$\ \cdot\ _2$	Euklidische Norm bzw. l_2 -Norm
$\ \cdot\ _{\mathbf{F}}$	${f Frobenius norm}$
A	Allquantor, gilt für alle bzw. jedes
∃!	es existiert genau ein
	erfüllt die Bedingung
[.]	wird <i>kaufmännisch</i> gerundet
[.]	wird aufgerundet
Ê	${ m entspricht}$
\approx	ungefähr gleich bzw. gerundet
\propto	proportional zu
\sim	Präferenzrelation (wird genauso geschätzt wie) oder
	$\ddot{\mathrm{A}}\mathrm{quivalenz relation}$

SYMBOLVERZEICHNIS

×	kartesisches Produkt
0	elementweise Operation (Hadamard- bzw. Schur-
	Produkt)
$\emptyset, \{\}$	leere Menge
\subset	echte Teilmenge
\subseteq	Teilmenge
\in	Element einer Menge
\cap	$\operatorname{Schnittmenge}$
	Differenzmenge bzw. mengentheoretisches Komplement
\rightarrow	wird abgebildet in
\longrightarrow	konvergiert gegen
\perp	steht senkrecht auf
^	Schätzgröße
*	wahre Größe
+	erweiterte Größe
_	prädizierte Größe oder Mittelwert
1	transformierte Größe

Kapitel 1

Einleitung

Wer sich umschaut in der Welt, wird feststellen, dass Fortbewegung eines der grundlegenden Bedürfnisse menschlichen Lebens darstellt und die Lebensqualität sowie die Leistungs- und Wettbewerbsfähigkeit der Wirtschaft nachhaltig beeinflusst. Die Konzentration des Phänomens Verkehr führt dabei zu einem stetigen Anstieg des Ressourcenverbrauchs und lässt die Kapazitätsgrenzen der vorhandenen Verkehrsinfrastruktur erreichen, in manchen Fällen sogar überschreiten. Vielerorts steht jedoch ein weiterer Infrastrukturausbau aus planerischen, wirtschaftlichen, aber auch ökologischen Gesichtspunkten nicht zur Diskussion. An dieser Stelle kann die Verkehrstelematik durch Steuerung von Verkehrsströmen und -prozessen zur effizienteren Nutzung und damit zur Erhöhung des Wirkungsgrades vorhandener Ressourcen beitragen. Den Ausgangspunkt dafür bildet eine gezielte Informationsgenerierung und allen voran die Bestimmung des Aufenthaltsorts relevanter Verkehrsteilnehmer. So werden verkehrstelematische Anwendungen, die auf immer genauere und zuverlässigere Ortsinformationen zurückgreifen, derzeit als wirkungsvolles Instrument zur Bewältigung oder Vermeidung aktueller und zukünftiger Verkehrsprobleme angesehen.

Gleichzeitig steigert die rasante Entwicklung der Mikroelektronik die Funktionalität elektronischer Bauelemente kontinuierlich und verringert deren Herstellungskosten. Dies erlaubt die massenweise Produktion immer umfangreich werdender Baugruppen, die aufgrund gestiegener Kommunikationsanforderungen sowie nur im Verbund zu lösender Aufgabenstellungen eine weitläufige Vernetzung erfordern. Die verstärkt einsetzende Miniaturisierung eng miteinander verzahnter Standardkomponenten und die fortschreitende Entwicklung der Mikrosystemtechnik (engl. Micro-Electro-Mechanical Systems, kurz MEMS) führt dabei zur Konzeption hochkomplexer Sensorknoten. Diese können in einem selbstorganisierenden und teilweise infrastrukturbzw. drahtlosen Sensornetz (engl. Wireless Sensor Network, kurz WSN) zusammengefasst werden. Der Informationsaustausch innerhalb solcher Netze erfolgt ad hoc oder zentralisiert und im Gegensatz zu drahtgebundenen Variationen in der Regel funkbasiert. Sensornetze sind so in der Lage, lokal begrenzte, schwer zugängliche Gebiete oder umfangreiche Prozessketten mit verhältnismäßig geringem Aufwand zu überwachen.

Während die Generierung von Ortsinformationen unter freiem Himmel häufig GNSS-basiert erfolgt, eignen sich Sensornetze technologisch gleichermaßen zur Ortsbestimmung, auch innerhalb von Gebäuden. Dabei werden paarweise gemessene geometrische Beziehungen (z.B. Distanzen oder Winkel) zwischen den Sensorknoten hergestellt und algorithmisch in Positionsinformationen umgewandelt. Immer genauere Sensormessdaten, längeres autarkes Betreiben und intelligentere Kommunikationsverfahren können zudem GNSS in Außenbereichen ergänzen oder infolge höherer Genauigkeitsanforderungen sogar ersetzen. Die Aussage

"Indoor location will be bigger than GPS or Maps." (Don Dodge, Developer Advocate und Start-up Evangelist)

lässt erahnen, dass mit Hilfe umfassender Ortsinformationen derzeit eine Vielzahl innovativer Anwendungsfelder auch in der Verkehrstelematik erschlossen werden. Dazu gehören u.a.

- Fuhrpark- und Parkraum-Management (z.B. in Betriebshöfen, Abstellanlagen, Parkhäusern und Tiefgaragen für Busse und Bahnen im ÖPNV sowie Züge im Personen- und Güterverkehr),
- Personennavigation und E-Ticketing-Anwendungen (z.B. in Flughafenterminals, Bahnhofshallen, Shoppingmalls und Fahrgastkabinen),
- Individualverkehr im öffentlichen Verkehrsraum (z.B. Assistenz zum fahrspurgenauen autonomen Fahren, Navigation und Sicherheit für Fahrzeuge, Radfahrer und Fußgänger) und
- Logistikanwendungen (z.B. Warendistribution, Fertigungsstraßen, Lagerhaltung, Prozessverwaltung und -überwachung).

Die innerhalb dieser Arbeit vorrangig adressierte Anwendung ist ein Betriebshofmanagement im ÖPNV, welches die stellplatz- bzw. bereichsgenaue Ortsbestimmung von Bussen und Bahnen auf Betriebshöfen (s. Abbildung 1.1) beinhaltet. Ein professionelles Betriebshofmanagementsystem (BMS) bildet dabei die Schnittstelle zum Fahr- und Dienstplan, zum rechnergesteuerten Betriebsleitsystem bzw. Intermodal Transport Control System (ITCS) sowie zu Werkstattprogrammen und realisiert effizientere Betriebsprozesse mit nahezu automatisierter Betriebsführung. Diese ermöglichen die Navigation zu Fahrtzielen (z.B. Tankstelle, Waschanlage, Werkstatt oder Stellplatz), die Reduzierung von Such- und Wegezeiten durch die Visualisierung der Fahrzeuge in Echtzeit sowie das Monitoring des Fahrzeugeinsatzes (Einund Ausrücken) und der Endabstellung. Zudem lassen sich die Abwicklung von Planungs- und Dispositionsprozessen, die Fahrzeugbereitstellung für Instandhaltungs- und Wartungsarbeiten sowie die Steuerung von Leitund Informationssystemen (Signale, Anzeigen, Schranken und Tore) optimieren. Dabei werden Faktoren wie aktuelle Fahrzeugbewegungen, die Hofbelegung, diverse Sperrungen oder der Status externer Gewerke berücksichtigt.



Abbildung 1.1: DVB-Standort Betriebshof Gruna in Dresden.

1.1 Stand der Technik

Funkbasierte Sensornetze bilden auch im Verkehrsbereich eine Informationsquelle mit signifikanter räumlicher Ausdehnung, hoher Flexibilität und nahezu uneingeschränktem Skalierungsverhalten. Die spezifische Konfiguration der Sensorknoten zur Ortsbestimmung kann als System¹ beschrieben werden, bei welchem die Knoten als zentrale Systemelemente in mobile Knoten (engl. mobile, tag, badge) und Anker (engl. anchor, satellite) unterteilt werden. Mobile Knoten sind dabei starr mit den mobilen Objekten verbunden, für die der jeweilige Aufenthaltsort bestimmt werden soll. Ankerknoten hingegen sind (zumindest temporär) ruhende Knoten. Sie werden an innerhalb der Anwendungsumgebung sinnvoll gewählten Positionen fest installiert oder sind in mobilen Objekten verbaut, welche den Knotenstatus bewegungsabhängig definieren. Für die paarweise gemessenen geometrischen Beziehungen im Sensornetz ergeben sich somit drei Arten: Anker-Anker-, Anker-Mobile- und Mobile-Mobile-Beziehungen. Die Anzahl der für die jeweilige Anwendung erforderlichen Beziehungen beeinflusst dabei in hohem Maße die Flexibilität des Funkfrequenz-, Zeit- und Energiemanagements während der Messung.

Allerdings ist der gegenwärtige Aufwand zur produktiven Integration solcher Netze in das jeweilige Verkehrsumfeld noch relativ hoch. Stand der Technik diesbezüglich ist die nichtautomatisierte, manuelle Integration durch In-

¹Der Terminus System beschreibt die Gesamtheit von Elementen, welche aufeinander bezogen sind und eine nach außen hin abgegrenzt organisierte Struktur bilden.

genieure bzw. qualifiziertes Servicepersonal. Dabei müssen nach physischer Installation der Anker diese jeweils eindeutig identifiziert, deren Positionen kalibriert (Einmessen und Zuordnen) und ein Raumbezug hergestellt werden. Dies erfolgt gegenwärtig durch Software mit manueller *Drag and Drop*-Funktion, die durch audiovisuelle Knotenzuordnung, Laser-Entfernungsmesser, Tachymeter oder RTK-Vermessung unterstützt werden kann. Eine automatisierte Integration würde aus den in Abschnitt 1.2 genannten Gründen helfen, Hürden hinsichtlich der weiteren Verbreitung und Migration der Technologie abzubauen, deren Effizienz zu steigern und die Kosten beteiligter Akteure zu minimieren.

1.2 Entwickeltes Verfahren im Überblick

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens, das die automatisierte Integration funkbasierter Sensornetze zur Generierung von Ortsinformationen ermöglicht. Die Gründe für eine Automatisierung sind naheliegend. Einerseits soll der Aufwand der Positionskalibrierung nicht mit der Anzahl verbauter Anker skalieren, was ausschließlich automatisiert, d.h. nicht manuell, realisiert werden kann. Dadurch werden gleichzeitig symptomatische Fehlerquellen, die aufgrund der Interaktion durch einen Bearbeiter bei der Systemintegration resultieren, eliminiert. Andererseits soll die Automatisierung ein echtzeitfähiges Betreiben (z.B. Rekalibrierung und Fernwartung) gewährleisten, sodass kostenintensive Wartungs- und Servicedienstleistungen entfallen. Damit lassen sich zum einen präventive Maßnahmen implementieren, die Schutz vor unabsichtlich oder mutwillig herbeigeführten Systembeeinträchtigungen bspw. durch veränderte Ankerpositionen bieten. Zum anderen wird die Realisierung hochdynamischer Szenarien, in welchen weitgehend oder komplett auf fest verbaute Anker verzichtet wird, möglich wie bspw. die während der Positionsbestimmung durchgeführte Kooperation zwischen (innerhalb verschiedener Kreuzungsarme temporär wartender und fahrender) Fahrzeugen im öffentlichen Verkehrsraum. Diese Argumentation ist darüber hinaus Basis für die Erweiterung bestehender und für das Erschließen zukünftiger Anwendungen in diesem Bereich.

Daraus sowie aus prinzipiellen Bedingungen zur Umsetzung lassen sich konkrete Anforderungen an die Systemintegration ableiten:

- Funktionalität, d.h., Positionen aus paarweise gemessenen geometrischen Beziehungen bestimmen (s. Kapitel 4 und 5) und Raumbezug anwendungsorientiert herstellen (s. Kapitel 6)
- Verfügbarkeit, d.h., Integration echtzeitfähig, skalierbar, fehlerfrei und robust gegenüber der benötigten Datenbasis sowie potentiell vorhandenem Vorwissen gestalten

• Wirtschaftlichkeit, d.h., kostengünstige Hardware verwenden und Integrations- und Servicekosten minimieren

Mit Hilfe der aufgelisteten Punkte kann das entwickelte Verfahren zur automatisierten Integration wie folgt spezifiziert werden. Das Verfahren generiert zum einen relative² Positionsinformationen mit hoher Verfügbarkeit, d.h. limitierten Anforderungen hinsichtlich der zugrundeliegenden Sensordatenbasis. Dies beinhaltet die Messung einer minimalen Anzahl notwendiger geometrischer Beziehungen im Sensornetz, welche aus Effizienzgründen als paarweise Distanzmessungen (engl. ranging) realisiert sind. Das entwickelte Verfahren stellt zum anderen einen (georeferenzierten) absoluten Raumbezug durch Daten-Matching- und Transformationsmethoden her, falls erforderlich auch unter Verwendung kooperativer Ansätze, d.h. durch das Zusammenwirken mehrerer mobiler Objekte. Hierzu dienen die ermittelten relativen Positionsinformationen sowie vorhandenes digitales Kartenmaterial in Form von Vektor- oder Rasterkarten bspw. von (Online-)GIS-Diensten. Abbildung 1.2 zeigt die modulare Konzeption des Verfahrens, dessen Umsetzung sich räumlich auf 2D-Umgebungen konzentriert, wobei die dritte Dimension mittels Anwendungskontext nicht vollwertig, jedoch als Attribut von 2,5D-Informationen einbezogen werden kann.



Abbildung 1.2: Konzeption des entwickelten Verfahrens zur automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze.

Zur Bestimmung relativer Positionen existieren zwei Möglichkeiten, die simultane Lokalisierung und Kartenerstellung (engl. Simultaneous Localization and Mapping, kurz SLAM) sowie die multidimensionale Skalierung (engl. Multidimensional Scaling, kurz MDS) und Ähnliche (s. Abschnitt 2.3.1.1). Während MDS-basierte Ansätze eine hohe Konnektivität³ im Sen-

 $^{^{2}}$ Relative Positionsangaben besitzen per se keinen Raumbezug zu absoluten, meist erdfesten oder kartenbasierten Referenzpositionen. Sie erfordern daher eine zielführende Interpretation (z.B. Transformation), sodass die relativen Angaben als absolute Positions-informationen auf der Erdoberfläche oder im Zusammenhang mit digitalen Straßen- oder Gebäudeplänen dargestellt werden können.

³Konnektivität (engl. connectivity) bezeichnet die Art und Weise einer Verbindung (engl. connection, link) bzw. die Verbindungsdichte im Netz.

sornetz, d.h. Anker-Mobile- und Anker-Anker-Beziehungen, voraussetzen, benötigen SLAM-basierte Ansätze lediglich Anker-Mobile-Beziehungen und damit eine Minimalkonfiguration hinsichtlich Konnektivität. Da die Verfügbarkeit der Automatisierung durch zu hohe Konnektivitätsanforderungen aus praktischer Sicht (z.B. Funkfrequenz-, Zeit- und Energiemanagement) substantiell eingeschränkt würde, erfolgt die Bestimmung relativer Positionen innerhalb dieser Arbeit auf Basis von SLAM-Verfahren. Besteht die Sensordatenbasis wie im vorliegenden Fall aus Distanzbeziehungen, können solche Verfahren als Range-Only SLAM (RO-SLAM) bezeichnet werden.

SLAM beschreibt im Allgemeinen ein Problem, bei welchem ein mobiles Objekt in einer ihm unbekannten Umgebung gleichzeitig eine Karte dieser Umgebung erstellen und sich lokalisieren, d.h., seine Position innerhalb dieser Karte schätzen, soll. Um den Einstieg in die Thematik zu vereinfachen, schlagen [TBF05] und [CT12] vor, die Begriffe Lokalisierung und Kartenerstellung im konkreten Bezugsrahmen zunächst zu definieren:

- Der Begriff Lokalisierung (engl. location, localization) bezeichnet die Bestimmung von Objektpositionen in Relation zu Umgebungsmerkmalen wie Anker oder Landmarken mit bekannten Positionskoordinaten, welche bspw. Elemente einer Merkmalskarte (s. Abschnitt 2.2.2) sein können. Unter dieser Voraussetzung lassen sich auch mobile Objekte innerhalb bekannter Umgebungskarten lokalisieren.
- Der Begriff Kartenerstellung bezeichnet hingegen das Erstellen einer Umgebungskarte und beinhaltet die Kartierung (engl. mapping) von Umgebungsmerkmalen mit dazugehörigen Positionskoordinaten. Verfügt ein mobiles Objekt zu jedem Zeitpunkt über bekannte Positionen, können auf Basis der eingesetzten Sensorik Merkmale erfasst und damit entsprechende Karten erstellt werden.

Vereinfacht ausgedrückt setzt die Objektlokalisierung eine Karte und die Kartenerstellung eine Objektposition voraus. Die Bearbeitung beider Problemstellungen ist vergleichsweise trivial. Sind jedoch weder für sensorisch wahrgenommene Kartenmerkmale noch für mobile Objekte Positionskoordinaten verfügbar, kann von einem *Henne-Ei-Problem* gesprochen werden, für dessen Lösung sich SLAM-Verfahren als überaus wirkungsvoll erweisen.

SLAM-basierte Ansätze setzen allgemein ein gewisses Bewegungsverhalten der mobilen Objekte voraus, was die Verfahrensentwicklung in keinster Weise konterkariert, weil Anwendungen im Verkehrsbereich dieses Kriterium naturgemäß erfüllen. Auf die Einbeziehung sensorisch gemessener Bewegungsinformationen (z.B. IMU- oder Odometriedaten) wird aus Gründen der Verfahrensverfügbarkeit verzichtet. Obwohl sämtliche SLAM-Verfahren die Verarbeitung von Bewegungsdaten beherrschen, soll das entwickelte Verfahren nicht davon abhängig sein, ob und mit welcher Qualität solche Informationen zur Verfügung stehen. Der Bewegungsverlauf bzw. die Trajektorie mobiler Objekte ist darüber hinaus Ausgangspunkt für die in Kapitel 6 umgesetzte absolute Positionsbestimmung innerhalb des entwickelten Verfahrens, indem ein Zusammenhang zwischen SLAM-Ergebnissen und vorhandenem digitalen Kartenmaterial hergestellt wird. Zudem hat jegliche Objektbewegung den Vorteil, dass die korrespondierenden Anker-Mobile- (und Mobile-Mobile-)Messungen im Gegensatz zu Anker-Anker-Messungen in ihrer Gesamtheit eine höhere Genauigkeit aufweisen, da potentielle Ungenauigkeiten (s. Abschnitt 2.1.4.3) aufgrund sich bewegungsbedingt ändernder Funkumgebungsbedingungen im Regelfall nur temporär, nicht systematisch auftreten.

1.3 Wissenschaftlicher Beitrag

Das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren zur automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze ordnet sich in das Forschungsgebiet Indoor-Lokalisierung ein. Die Verfahrensumsetzung bedient sich dabei auch Methoden aus anderen Bereichen wie etwa den Forschungsgebieten Robotik, Computer Vision und Bildverarbeitung (engl. Image Processing). Die Evaluation des entwickelten Verfahrens erfolgt am Anwendungsbeispiel Betriebshofmanagement, welches eine Kooperation mit der DVB, dem kommunalen Nahverkehrsunternehmen der Stadt Dresden einschließt und gleichzeitig die anwendungsorientierte Motivation der Arbeit bildet.

Der wissenschaftliche Beitrag der Dissertation beinhaltet die Entwicklung des in Abbildung 1.2 dargestellten Verfahrens. Dieses umfasst als Gesamtverfahren die Verarbeitung von gegebenen Distanzmess- und Kartendaten hin zu (kooperativen) absoluten Ankerpositionen, ohne dabei von bestimmten Bewegungsinformationen abhängig zu sein. Das Gesamtverfahren ist hinsichtlich der zugrundeliegenden Datenbasis neuartig. Der wissenschaftliche Beitrag enthält des Weiteren Teile der RO-SLAM-Verfahrensumsetzung in Abschnitt 4.4.2, das Verfahren zur kooperativen Kartenerstellung in Abschnitt 5.2 sowie die konkrete Realisierung von Daten-Matching- und Transformationsverfahren zur Herstellung eines absoluten Raumbezugs im Kontext der vorliegenden Anwendung in Abschnitt 6.2.1 und 6.2.2. Die spezifischen Algorithmen (Struktur und Abläufe) und deren Parametrisierung bewegen sich dabei im Spannungsfeld zwischen Genauigkeit, Komplexität und Verfügbarkeit des Gesamtverfahrens. Weiterhin vervollständigt die methodisch durchgeführte Verfahrensevaluation den wissenschaftlichen Beitrag, indem die Vergleichbarkeit der SLAM-Verfahren sowie eine qualitative Ergebnisbewertung realisiert wird. Die Aussagen und Erkenntnisse dieser Arbeit stützen sich in weiten Teilen auf die angegebene Literatur.

Darüber hinaus verdeutlicht die folgende grobe Abgrenzung den geleisteten wissenschaftlichen Beitrag. Das Verfahren grenzt sich vom in Abschnitt 1.1 diskutierten Stand der Technik für die adressierte Anwendung in erster Linie durch die Funktionalität einer Automatisierung ab. Es beinhaltet ausschließlich die in Abbildung 1.2 dargestellten Verfahrensteile, d.h., auf die spezifische Sensordaten- und Kartengenerierung im Vorfeld und die nachträgliche Weiterverarbeitung der Ergebnisse innerhalb von Anwendungen des Betriebshofmanagements wird demnach nicht näher eingegangen. Hinsichtlich einbezogener Sensordaten grenzt sich das Verfahren von bisherigen Untersuchungen u.a. von [HMQ⁺11] oder [AKWT12] dadurch ab, dass lediglich paarweise Distanzmessungen verwendet werden, während auf die Einbeziehung von Bewegungsinformationen aus den genannten Gründen größtenteils verzichtet wird. Zudem bleiben hochdynamische Anwendungen ohne fest verbaute Anker, die Evaluation anhand von Langzeittests und diverse Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen weitgehend unberücksichtigt.

1.4 Gliederung der Arbeit

Nachdem in diesem Kapitel die Einleitung in die vorliegende Arbeit und insbesondere das entwickelte Verfahren erfolgt, widmet sich Kapitel 2 den theoretischen Grundlagen zur Verfahrensumsetzung. Dies umfasst einen Überblick zu funkbasierten Sensornetzen, deren Möglichkeiten zur Generierung geometrischer Beziehungen, Ausführungen zur Umgebungsrepräsentation sowie die Lokalisierung innerhalb von Sensornetzen mit Fokus auf Positionierung, Tracking und Koordinatentransformation.

An diese Betrachtungen schließt sich in Kapitel 3 die Zustandsschätzung dynamischer Systeme an. Dazu werden relevante probabilistische Ansätze und das Bayes-Filter vorgestellt, dessen drei Realisierungen, Extended Kalman-Filter (EKF), Histogramm-Filter und Partikel-Filter, das algorithmische Grundkonzept für die Lösung des SLAM-Problems in Kapitel 4 bilden. Auf Basis einer grundlegenden Objekt- und Umgebungsbeschreibung sowie geeigneter Möglichkeiten zur numerischen Darstellung und Verfahrensinitialisierung werden dort wiederum drei SLAM-Verfahren, EKF-SLAM, Incremental Maximum Likelihood-SLAM (IML-SLAM) und FastSLAM, zur relativen Positionsbestimmung beschrieben, die anhand der Ausführungen in Kapitel 5 auch kooperativ erfolgt. Kapitel 6 widmet sich schließlich der absoluten Positionsbestimmung, indem anwendungsbedingt ein vektor- oder rasterbasiertes Daten-Matching zur Herstellung eines absoluten Raumbezugs realisiert wird.

Kapitel 7 beinhaltet die Evaluation des entwickelten Verfahrens. Unter Berücksichtigung des gewählten methodischen Ansatzes, der modellierten semi-realen Sensordatenbasis sowie des gegebenen Kartenmaterials werden für die beschriebenen Testszenarien SLAM-, Ankerkarten-Merging- und Daten-Matching-Verfahren untersucht und anhand ausgewählter Kriterien bewertet. Die Arbeit schließt in Kapitel 8 mit der Zusammenfassung behandelter Inhalte, diskutiert Verfahren sowie evaluierte Ergebnisse kritisch und gibt einen Ausblick auf weiterführende, zukünftige Zielsetzungen.

Kapitel 2

Grundlagen zur Verfahrensumsetzung

Die Umsetzung der automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze erfordert eine Reihe grundlegender Betrachtungen. Daher erfolgt in diesem Kapitel zunächst der Einstieg in den Bereich Sensornetze. Dies umfasst deren Aufbau, System- und Technologiemerkmale, die Möglichkeit der Selbstorganisation sowie die Generierung einer Messdatenbasis in Form von räumlichen Beziehungen der Sensorknoten untereinander. Daran schließen sich Ausführungen zur Umgebungsrepräsentation durch unterschiedliche Koordinatenbeschreibungen und Kartentypen an. Grundlagen zur Lokalisierung innerhalb von Sensornetzen mit den Themen Positionierung, Tracking und Koordinatentransformation vervollständigen das Kapitel.

2.1 Überblick zu funkbasierten Sensornetzen

Die Automatisierung der innerhalb der Arbeit adressierten Anwendung erfolgt auf Basis ortsbezogener Informationen, welche durch funkbasierte Distanzmessungen in einem Sensornetz generiert werden.

Ein funkbasiertes Sensornetz ist im Allgemeinen ein Rechnernetz von Sensorknoten, welche ihre Umgebung mittels Sensoren wahrnehmen können. Die Knoten sind per Funk kommunizierende Computer unterschiedlicher Größe, die entweder zentral gesteuert werden oder in einem sich selbst organisierenden Ad-hoc-Netz zusammenarbeiten. Die Geschichte solcher Sensornetze reicht bis in die 1950er Jahre zurück. So kann das Sound Surveillance System (SOSUS), ein unter Wasser installiertes Netz aus Schallsensorbojen zur U-Boot-Ortung, als Vorläufer der modernen Sensornetzforschung betrachtet werden, welches die Idee einer flächendeckenden Sensorknotenanordnung auf den Weg brachte. In den 1990er Jahren führte die verstärkt einsetzende Miniaturisierung sowie die fortschreitende Weiterentwicklung der Mikrosystemtechnik zur Konzeption hochintegrierter leistungsfähiger Standardkomponenten und damit zu einem Forschungsaufschwung, sodass sich gegenwärtig eine Vielzahl verschiedenster Sensornetzsysteme am Markt und in der Entwicklung befinden. Diese Systeme weisen anwendungsbedingt teils erhebliche Unterschiede in Technologie, Funktionsweise, Formfaktor, Energieverbrauch und Kosten auf, was eine nicht immer stringente Abgrenzung zu anderen Systemen impliziert.

2.1.1 Aufbau und Netzwerk

Der funktionale Aufbau und die verwendeten Komponenten sind für die meisten Sensorknoten gleich. An die als eingebettetes System (engl. embedded system) konzipierte Berechnungseinheit schließen sich Sensorik, Kommunikationseinheit, Energieversorgung und mögliche zusätzliche Komponenten an. Dazu ist in Abbildung 2.1 der von [Rei07] erarbeitete schematische Aufbau eines Sensorknotens dargestellt. Erklärtes Ziel ist die weitere Miniaturisierung zukünftiger Sensorknotengenerationen u.a. im Rahmen der durch [PKB⁺99] motivierten Idee *Smart Dust.* Der im unteren Teil der Abbildung dargestellte Energiespeicher ist dabei häufig formgebender Faktor. Für den Knotenbetrieb ist die verfügbare Energie in der Regel die knappste Ressource, weshalb zumeist diverse Betriebsfunktionen zur Energieeinsparung in Form von Sleep-Modi umgesetzt sind.



Abbildung 2.1: Aufbau und Komponenten eines Sensorknotens nach [Rei07].

Die Kommunikationseinheit des Sensorknotens besteht im Allgemeinen aus einem Transceiver und einer oder mehreren Antennen (Antennendiversität). Der Transceiver generiert die durch Modulationsverfahren¹ und Zu-

¹Modulation beschreibt die Veränderung eines Trägersignals und ermöglicht die hochfrequente Übertragung eines niederfrequenten Nutzsignals.

griffsverfahren² bereitgestellten zu übertragenden HF-Signale und sorgt für die elektrische Anregung der Antenne. Diese dient zum Senden und Empfangen elektromagnetischer Wellen und überträgt die generierten Signale je nach Bauart und Funktionsprinzip mit einer bestimmten Sendeleistung, Abstrahlcharakteristik (quasi omnidirektional oder gerichtet) und Polarisation (vertikal, horizontal oder zirkular).

Den Sensorknoten eines Netzwerks werden je nach Funktionsebene zum Teil spezielle Aufgaben zugeordnet. Knoten mit solchen Aufgaben können z.B. aus Sicht der Netzgeometrie in mobile Knoten und Ankerknoten, aus Sicht des Datenmanagements (mit zentraler oder dezentraler Architektur) in Datenquelle und Datensenke sowie aus Sicht der Netzwerkkommunikation in Netzwerkkoordinator, Router und Leaf unterteilt werden. Die Netztopologie (s. Abbildung 2.2) beschreibt dabei die Struktur der physikalischen und logischen Verbindungen zum gemeinsamen Datenaustausch innerhalb des Netzes, wobei jeder Knoten mit Hilfe einer spezifischen ID-Nummer eineindeutig im Netz identifizierbar ist. Für die logische Kommunikation in funkbasierten Sensornetzen wird häufig die Mesh-Topologie gewählt, da diese über eine prinzipiell hohe Konnektivität und Bisektionsweite³ verfügt.



Abbildung 2.2: Schematische Darstellung aller Netztopologien.

Die Kommunikation im Funksensornetz erfolgt auf Basis von Netzwerkprotokollen (z.B. ZigBee, WirelessHART, ANT+, 6LoWPAN, BLE, IEEE 802.15.4 oder LPWAN). Diese umfassen spezielle Vereinbarungen des Nachrichtenaustauschs, nach denen die Datenübertragung zwischen zwei oder mehreren Parteien abläuft. Solche Vereinbarungen beinhalten die Gesamtheit aller Regeln, welche Syntax, Semantik und Synchronisation der Kommunikation bestimmen. Sie finden sich immer öfter in intelligenten Protokollen wieder, welche z.B. in Ad-hoc-Netzen Kommunikation und Routing auch ohne Topologieinformationen effizient organisieren. Dabei bezeichnet Routing das Festlegen von Kommunikationswegen für sämtliche Informationsströme im Netz, wobei z.B. [KV00] gezielt Positions- und Umgebungsinformationen zur Umsetzung effizienter Routingstrategien, insbesondere beim Multi-Hop-Routing, einsetzen.

 $^{^2 \}rm Zugriffsverfahren beinhalten die Kommunikation zwischen PHY und MAC des OSI-Modells bezüglich selektiver Informationsübertragung.$

³Die Bisektionsweite beschreibt die Stabilität und Ausfallsicherheit eines Netzes. Sie ist ein Maß für die minimale Anzahl logischer Verbindungen im Netz, die entfernt werden müssen, um das Netz in zwei Teile zu teilen.

2.1.2 System- und Technologiemerkmale

Das zur Realisierung bestimmter Anwendungen erforderliche Systemdesign richtet sich nach den Anforderungen an das System. Dazu sind wesentliche Unterscheidungsmerkmale, die nach [LDBL07] zugleich Kriterien für die Leistungsfähigkeit funkbasierter Sensornetze darstellen, aufgelistet:

- Knotenanzahl (Skalierbarkeit des Netzes)
- Mobilität der Knoten (Ankerknoten vs. mobiler Knoten)
- Autarkie der Knoten (Energieversorgung und -management, Lebensdauer, Robustheit gegenüber äußeren Einflüssen)
- Ausbringen (engl. deployment) der Knoten (geplant vs. zufällig, einmalig vs. ständige Erweiterung des Netzes, Aufwand und Flexibilität von Installation und Integration)
- Abdeckung der Umgebung durch Sensoren (vereinzelt vs. räumlich verdichtet und ggf. redundant, homogen vs. heterogen z.B. bezüglich der eingesetzten Sensorik)
- Netztopologie (Stern, Mesh, ad hoc vs. gesteuert)
- Registrierung (permanent vs. sporadisch, zufällig z.B. CSMA/CA vs. deterministisch, zeitgesteuert z.B. DSME vs. ereignisgesteuert)
- Datenkommunikation (Datenrate, unidirektional vs. bidirektional, permanent vs. sporadisch vs. auf Anfrage)
- Lokalisierung (vorhanden vs. nicht vorhanden, hohe vs. geringe Qualität, beim Ausbringen vs. permanent vs. sporadisch vs. auf Anfrage, selbstorganisiert vs. gesteuert, zentral vs. verteilt)
- Funkübertragungstechnologie (Transceiver, Modulationsverfahren, Zugriffsverfahren, Bandbreite, Mittenfrequenz)
- Funkreichweite (Signalstärke, Antenne, Indoor-Fähigkeit)
- äußere Form der Knoten
- Standardisierung, Zertifizierung, Regulierung, Lizenzierung (BNetzA, ETSI, FCC, IEEE)
- Anpassungsflexibilität (Bedienkomfort, Schnittstellen)

Systeme zur Generierung der dieser Arbeit zugrundeliegenden Datenbasis bestehen mehrheitlich aus einer zwei- bis vierstelligen Knotenanzahl, von denen einige als zumeist batterieversorgte Ankerknoten an geometrisch sinnvoll gewählten Positionen fest verbaut sind, sodass eine vollständige räumliche Abdeckung des gesamten Anwendungsareals gewährleistet werden kann. Alle übrigen Knoten sind fest mit den zu lokalisierenden mobilen Objekten verbunden und führen, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, Distanzmessungen mit den umliegenden, in Funkreichweite befindlichen Ankerknoten durch. Die Distanzmessungen werden dabei häufig permanent bzw. zyklisch durchgeführt und die erfassten Messdaten ereignisbasiert, in der Regel nach jeder Messung, an eine zentrale Datensenke (einen vergleichsweise performanten Rechner) übermittelt. In dieser kann schließlich das innerhalb der Arbeit entwickelte Verfahren umgesetzt werden.

2.1.3 Selbstorganisation

Selbstorganisation wird im Allgemeinen als Methode angesehen, um aus Chaos Ordnung zu schaffen. Dies trifft für Einzelkomponenten funkbasierter Sensornetze jeglicher Art und deren Interaktion in einem hochskalierbaren Gesamtsystem zu, wobei die einzelnen Sensorknoten weder zentral noch dezentral gesteuert werden müssen. Ihre Handlungsweise orientiert sich eng an vorgegebene Muster, sodass jede einzeln ausgeführte Handlung zur Lösung eines globalen Problems beiträgt. Hierbei ist auch der Terminus Emergenz anzutreffen, der die spontane Herausbildung von neuen Eigenschaften oder Strukturen eines Systems infolge des Zusammenspiels seiner Elemente beschreibt. $[D^+06]$ unterteilen Selbstorganisation in sog. Self-X-Fähigkeiten, welche die Gesamtheit aller Kompetenzen eines Netzes beinhalten:

- Self-healing bezeichnet das Erkennen, Lokalisieren und Beheben auftretender Fehler oder Knotenausfälle durch das System zur Gewährleistung einer möglichst langen Lebenszeit.
- Self-configuration bezeichnet die automatische Anpassung der Systemkonfiguration an aktuelle Umgebungsbedingungen (z.B. Konnektivität und Servicequalität) durch Methoden der (Re-)Generierung.
- Self-management bezeichnet die Knoten- und Netzwerkinstandhaltung in Abhängigkeit aktueller Systemparameter.
- Self-optimization bezeichnet die Optimierung der genannten selbstorganisierten Abläufe im System unter den Gesichtspunkten Systemverhalten und begrenzte Ressourcen.

Für die im entwickelten Verfahren umgesetzte automatisierte Bestimmung relativer Ankerkoordinaten gilt, dass diese aus Datensicht allein durch die im Sensornetz generierten Informationen und stattfindenden Prozesse realisiert wird. Damit kann die Lösung des SLAM-Problems als Element der Fähigkeiten Self-configuration und -optimization angesehen werden.

2.1.4 Räumliche Beziehungen

Sämtliche Verfahren zur Lokalisierung der Knoten im Sensornetz basieren auf der Herstellung räumlicher bzw. geometrischer Beziehungen der Knoten untereinander. Die sensorische Wahrnehmung solcher Beziehungen wird als Beobachtung (engl. observation, perception) bezeichnet. Beobachtungen, welche die räumlichen Beziehungen mobiler Knoten beschreiben, gelten dabei nur für den jeweils aktuellen Zeitpunkt.

Die Erzeugung der Beobachtungen erfolgt zumeist durch den in jedem Knoten verbauten Transceiver, der, wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben, in vielen Anwendungen lediglich zur funkbasierten Kommunikation der Knoten dient. Die dabei übertragenen Knoten-spezifischen ID-Nummern ermöglichen eine eindeutige Zuordnung der generierten Beobachtungen im Netz.

2.1.4.1 Kategorisierung

Die Herstellung räumlicher Beziehungen erfolgt im Wesentlichen durch die Beobachtung von drei unterschiedlichen Größen.

Distanz Prinzipiell existieren nach [Ben16] verschiedene Möglichkeiten zur Generierung von Distanzwerten zwischen zwei Knoten, die sich auf die Messung der Größen

- Laufzeit: Time of Arrival (ToA), Time of Flight (ToF), Round-Trip Time (RTT), Two-Way ToA (TW-ToA), Symmetrical Double-Sided Two-Way Ranging (SDS-TWR), Time Difference of Arrival (TDoA), Differential Time Difference of Arrival (DTDoA),
- Phase: Phase of Arrival (PoA) und
- Signalstärke: Received Signal Strength Indicator (RSSI)

stützen. Obwohl Distanzen nicht direkt beobachtet, sondern auf Basis der genannten Größen bestimmt werden, kann der Einfachheit halber der Begriff Distanzmessung verwendet werden. Wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, bilden die Distanzmessungen die alleinige Sensordatenbasis für das entwickelte Verfahren zur automatisierten Integration von Sensornetzen.

Winkel Der zwischen zwei Knoten gemessene Einfallswinkel stellt eine richtungsbasierte Beziehung her und kann u.a. nach [NL02] mittels Angle of Arrival (AoA) bzw. Direction of Arrival (DoA) bestimmt werden. Dabei ist ein vergleichsweise umfangreicher Hardwareaufwand mit sog. Array-Antennen erforderlich. Zur Generierung eindeutiger Messergebnisse muss zudem die Orientierung der an der Messung beteiligten Knoten bekannt sein. Nachbarschaftsbeziehung (engl. proximity) Durch die Auswertung der Signale, die ein Knoten empfängt, werden Rückschlüsse bezüglich dessen Nachbarschaft impliziert. Dies nutzen [NN03] zur Herstellung räumlicher Beziehungen mittels Distance Vector-Hop (DV-Hop). Allerdings führt dieser Ansatz teilweise zu hohen Ungenauigkeiten, da u.a. nach [ZHKS04] die Wellenausbreitung (engl. signal propagation) so gut wie nie ideal konzentrisch erfolgt.

2.1.4.2 Messwerte und Messunsicherheiten

Um real aufgenommene Messdaten in geeigneter Weise beschreiben und bewerten zu können, eignet sich das Konzept der Zufallsvariablen. Diese charakterisiert eine physikalisch oder logisch definierte Größe, der durch Ausführung eines beliebig wiederholbaren Zufallsexperiments ein bestimmter Messwert r als unvorhersehbares zufällig beobachtetes Ergebnis zugeordnet werden kann. Dieses wird als Beobachtung bzw. Realisierung der Zufallsvariablen S in Form von reellen Zahlen innerhalb eines bestimmten Intervalls bezeichnet, wobei eine hinreichende Anzahl von Realisierungen als repräsentative Stichprobe (engl. sample) einen Schluss auf die Grundgesamtheit der Beobachtungen erlaubt. Die beobachteten Messwerte sind aufgrund der Auflösungsbegrenzung (z.B. durch Nachkommastellen) zwar streng genommen immer diskret, dem Charakter nach aber meist kontinuierlich.

Die Unregelmäßigkeiten innerhalb eines Messdatensatzes sind maßgeblich für die erzielbare Genauigkeit (engl. accuracy) verantwortlich und umfassen grob fehlerhafte bzw. kontaminierte Beobachtungen ebenso wie verborgene Störeffekte. Solche Effekte bleiben selten konstant und variieren zeitund situationsabhängig. Die resultierenden Ungenauigkeiten lassen sich nach [Tay97] im Wesentlichen auf drei Arten von Fehlern zurückführen:

- Grobe Fehler (Ausreißer) sind gravierende Abweichungen der Messwerte vom wahren Wert infolge von Verfahrensmängeln, Zielverwechslungen oder Hardwaredefekten.
- Systematische Fehler (engl. bias, offset) kennzeichnen das Kriterium Richtigkeit (engl. trueness) der Genauigkeit. Solche Fehler sind Abweichungen (z.B. konstanter Messversatz), denen funktional beschreibbare Ursachen zugrunde liegen.
- Zufällige Fehler (Messrauschen) kennzeichnen das Kriterium Präzision (eng. precision) der Genauigkeit. Solche Fehler sind Restabweichungen, welche aufgrund von Unzulänglichkeiten des Messverfahrens weder nach Betrag noch nach Richtung beschrieben werden können.

Zufällige Messunsicherheiten setzen sich nach dem Zentralen Grenzwertsatz aus einer Vielzahl sog. Elementarfehler zusammen, was die Grundlage zur Modellierung einer Verteilungsfunktion (engl. Cumulative Distribution

KAPITEL2

Function, kurz CDF) und für die Anwendung entsprechender statistischer Methoden ist. Das bis heute weitgehend akzeptierte Modell für die statistische Verteilung von Messwerten ist die Gauß'sche Normalverteilung. Bspw. seien L Messungen $r_i \in S$ mit i = 1, 2, ..., L durchgeführt und dem Messvektor $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & ... & r_L \end{pmatrix}^T$ zugeordnet worden. Unter der Annahme normalverteilter Messwerte können diese durch zwei Parameter beschrieben werden, das arithmetische Mittel

$$\mathcal{E}(S) \approx \overline{r} = \frac{1}{L} \sum_{i} r_i \tag{2.1}$$

als ML-Schätzung⁴ des in der Regel unbekannten wahren Werts r^* und die empirische Messvarianz

$$\operatorname{Var}(S) \approx s^{2} = \frac{1}{L-1} \sum_{i} \left(r_{i} - \overline{r} \right)^{2} = \frac{1}{L-1} \left(\mathbf{r} - \overline{r} \mathbb{1}_{L} \right)^{T} \left(\mathbf{r} - \overline{r} \mathbb{1}_{L} \right) \quad (2.2)$$

mit dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_L$ der Länge L als ML-Schätzung der theoretischen Varianz σ^2 und erstes Maß für die Qualität von \overline{r} . Aus der summarischen Betrachtung scheinbar unregelmäßiger Einzelerscheinungen, den Beobachtungen $r_i \sim \mathcal{N}(r^*, \sigma^2)$, werden so Gesetzmäßigkeiten für die betreffende Massenerscheinung bestimmt. Sind solche Gesetzmäßigkeiten gefunden, erschließt sich daraus auch für die Einzelerscheinung eine Genauigkeitsaussage.

Systematische Messabweichungen hingegen entstehen durch Einflüsse, die weder bekannt noch beherrschbar sind, sodass sich selbst bei einer theoretisch unendlichen Anzahl von Beobachtungen der resultierende Schätzwert \bar{r} vom wahren Wert r^* unterscheidet. Typische systematische Distanzmessfehler werden häufig durch Mehrwegeausbreitung (s. Abschnitt 2.1.4.3) verursacht. Durch eine sorgfältige Analyse des Messprozesses können solche Effekte beherrscht und wenigstens teilweise eliminiert werden.

2.1.4.3 Qualität

Die Qualität der Beobachtungen ist ein Maß für die sensorische Wahrnehmung der Realität und hat direkten Einfluss auf die Qualität nachstehender Verfahren, die Beobachtungen als Eingangsdaten nutzen. Die wichtigsten Kenngrößen der Beobachtungsqualität sind Genauigkeit (s. Abschnitt 2.1.4.2) und Verfügbarkeit. Weiterhin stehen einige der in Abschnitt 2.1.2 aufgezählten Systemmerkmale eng mit der Herstellung räumlicher Beziehungen im Sensornetz in Verbindung. Dazu zählen die verwendete Technologie

⁴Dem ML-Schätzer liegt die ML-Methode zugrunde. Diese bezeichnet ein parametrisches Schätzverfahren, welches denjenigen Parameter als Schätzung auswählt, entsprechend dessen Verteilung die Realisierung beobachteter Daten am plausibelsten erscheint. Als ML-Schätzer fungieren diverse Suchalgorithmen wie das Downhill-Simplex-Verfahren, SQP oder Innere-Punkte-Verfahren.
(Übertragungsverfahren, Bandbreite und Mittenfrequenz), die im Knoten implementierte Software zur Messwertgenerierung, die Funkreichweite und die jeweiligen Reglements zuständiger Behörden. Die genannten Merkmale beeinflussen die Qualität der resultierenden Beziehungen maßgeblich.

Nach [SGMS05] lassen sich die in Abschnitt 2.1.4.2 behandelten Messfehler in Modellfehler (Systemdynamik und konzentrische Ausbreitung), Berechnungsfehler (Speicherbegrenzung und Auflösung von Datentypen) sowie intrinsische und extrinsische Setupfehler einteilen. Intrinsische Setupfehler bezeichnen hardwareseitige Einflussfaktoren wie diverse Signalstärkeschwankungen, Schaltkreistoleranzen, die Hardwarekalibrierung während der Fertigung, die Genauigkeit von Uhren bzw. Taktgebern wie Quarzoszillatoren, der hardwarebedingte konstante Messversatz und die Stabilität der Energieversorgung. Extrinsische Setupfehler hingegen resultieren aus der Antennenorientierung und dem zugrundeliegenden Funkübertragungskanal⁵. Folgende charakteristische Effekte zeigen dabei limitierende Auswirkungen auf die zu übertragenden elektromagnetischen Wellen:

- Reflexion an Hindernissen wirft die Welle entsprechend dem Reflexionsgesetz zurück und führt häufig zu Signalveränderungen in Form von Mehrwegeausbreitung und ggf. Polarisationsänderung.
- Beugung (engl. diffraction) an bestimmten Hindernissen wie Kanten oder Gitter führt zur Wellenablenkung und damit zu einer veränderten Signalausbreitungsrichtung.
- Abschattung (engl. non-line-of-sight, kurz NLOS) führt zu Signalstärkedämpfung (engl. attenuation) oder völliger Signalblockierung sowie zu Laufzeitverzögerungen (engl. delay) während der Durchdringung (engl. signal penetration) von Hindernisobjekten, deren Ausdehnung weitaus größer als die Wellenlänge des Übertragungssignals ist.
- Brechung bei der Durchdringung anisotroper Materialien führt ebenso zu einer veränderten Ausbreitungsrichtung.
- Streuung (engl. scattering) der Wellen beim Passieren von Hindernissen (z.B. Reflexion an rauen Oberflächen), deren Ausdehnung weitaus kleiner als die Wellenlänge ist, verursacht Signalveränderungen.
- Bewegung der Antenne während der Signalübertragung verursacht Frequenzverschiebungen (Doppler-Effekt).
- Resultierende Interferenzen bzw. Überlagerungserscheinungen im Übertragungssignal oder mit externen elektromagnetischen Feldern erzeu-

⁵Der Funkübertragungskanal ist ein Konzept zur Übertragungsmodellierung. Er wird entscheidend durch die Umgebung, d.h. das Luftvolumen innerhalb der 1. Fresnelzone, zwischen den an der Messung beteiligten Knoten beeinflusst.

gen Signalstärkeschwankungen, auch Schwund (z.B. TWDP-, Riceund Rayleigh-Fading) genannt.

Die Beobachtungsverfügbarkeit wird stark durch die Messrate im gesamten Netz beeinflusst, die protokollseitig durch Raum-, Zeit- und Frequenzmultiplexverfahren, Sendeleistungsmanagement sowie Knoten-Scheduling angepasst werden kann. In diesem Zusammenhang ist auch die Robustheit gegenüber etablierten Funkdiensten, Jamming und Spoofing zu nennen, welche z.B. durch Frequenz-Blacklisting oder die Verwendung von Overlay-Systemen wie Ultrabreitband (engl. Ultra-wideband, kurz UWB) gewährleistet werden kann. Darüber hinaus beeinflussen geometrische Mehrdeutigkeiten die Beobachtungsqualität bspw. bei den Verfahren AoA und PoA.

2.2 Umgebungsrepräsentation

Die Repräsentation der Umgebung ist in zahlreichen Forschungsfeldern, insbesondere im Zusammenhang mit der sensorischen Umgebungswahrnehmung, von grundlegender Bedeutung. Häufig bildet bereits die Beobachtung der Umgebung, d.h. die Sensormessungen, eine lokale Umgebungsrepräsentation, welche abhängig von der jeweiligen Repräsentationsart in einem bestimmten Bezug zu der bisher vorhandenen globalen Umgebungsrepräsentation steht. Diese wird im Allgemeinen als Karte bezeichnet und sollte mit der realen Umgebung übereinstimmen, also korrekt und konsistent sein.

Die Begriffe lokal und global werden nicht immer stringent verwendet, d.h., ob eine Umgebung lokal oder global repräsentiert wird, liegt im Auge des Betrachters. Die Umgebung aller Knoten eines Sensornetzes mag aus dem Blickwinkel eines einzelnen Knotens global erscheinen, wird z.B. aus Sicht der GNSS-Lokalisierung jedoch als lokal bezeichnet. Als die im weiteren Verlauf der Arbeit favorisierte Variante rückt der einzelne Knoten in den Mittelpunkt, dessen Umgebung lokal, global oder georeferenziert repräsentiert werden kann.

Im entwickelten Verfahren kommt sowohl der Repräsentation der Knoten im Sensornetz als auch dem absoluten Kartenbezug besondere Bedeutung zu. Auf der Grundlage einer geeigneten Koordinatenbeschreibung werden daher im Folgenden eine Auswahl verschiedener Kartentypen vorgestellt und deren Einsatzmöglichkeiten innerhalb des Verfahrens aufgezeigt.

2.2.1 Koordinatenbeschreibung

Für eine geeignete Beschreibung von Ortsinformationen kommen sowohl kartesische bzw. metrische als auch polare Koordinaten in Frage. Beispiele aus dem Bereich Geokoordinaten sind für kartesische Koordinaten Rechtswert bzw. Ostwert und Hochwert bzw. Nordwert sowie für polare Koordinaten Latitude und Longitude im Sexagesimalsystem (Grad, Minute, Sekunde).

2.2.1.1 Kartesische Koordinaten

Kartesische Koordinaten stellen die populärste und zugleich primitivste Art der Koordinatenbeschreibung dar. Hierbei können Ortsinformationen (von bspw. ruhenden oder mobilen Objekten) in 2D-Umgebungen als Punkte $\mathbf{x}_{cart} = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}^T$ in einem lokalen oder globalen Koordinatensystem dargestellt werden (analog dazu auch in 3D-Umgebungen). Die Verfahrensumsetzung in den Kapiteln 4 bis 6 erfolgt zum überwiegenden Teil auf Basis dieser Koordinatenbeschreibung.

2.2.1.2 Polare Koordinaten

Auch polare Koordinaten stellen eine übliche Koordinatenbeschreibung dar. Sie kommen insbesondere dann zum Einsatz, wenn sich das Verhältnis zweier Punkte oder deren Wahrscheinlichkeit eher durch Richtung und Abstand beschreiben lässt, als durch kartesische Koordinaten. Die 2D-Polarkoordinaten einer Ortsinformation können durch $x_{polar} = \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & d & \theta \end{pmatrix}^T$ beschrieben werden mit dem Abstand *d* und der Richtung θ in Bezug auf den Koordinatenursprung bzw. Pol $\begin{pmatrix} x_0 & y_0 \end{pmatrix}^T$ in der Euklidischen Ebene. Die Umrechnung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten und umgekehrt erfolgt unter bestimmten Voraussetzungen⁶ durch

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}_{\text{cart}}) = \begin{pmatrix} \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \\ \operatorname{atan2}(y-y_0, x-x_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ \theta \end{pmatrix}$$
(2.3)

$$\mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x}_{\text{polar}}) = \begin{pmatrix} x_0 + d\cos\theta \\ y_0 + d\sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
(2.4)

mit der Arcustangensfunktion atan $2(\cdot)$ für vier Quadranten, $d \ge 0$ und θ im Intervall [0; 2π). Räumliche bzw. 3D-Polarkoordinaten können als Zylinderoder Kugelkoordinaten angegeben werden, finden im weiteren Verlauf der Arbeit jedoch keine Verwendung.

2.2.2 Kartentypen

Generell existieren eine Vielzahl von Kartentypen, welche je nach eingesetztem Sensorsystem, konkreter Verfahrensumsetzung oder adressierter Anwendung voneinander abweichen. In Abbildung 2.3 und in den folgenden Abschnitten erfolgt eine Klassifizierung solcher Kartentypen, ähnlich wie von [SPTL11] vorgeschlagen, anhand ihrer Struktur.

⁶Das kartesische Koordinatensystem hat den gleichen Ursprung wie das Polarkoordinatensystem. Die x-Achse zeigt in Richtung der Polarachse und die y-Achse in Richtung des mathematisch positiven Drehsinns (linksdrehend bzw. gegen den Uhrzeigersinn).



Abbildung 2.3: Klassifikation von Kartentypen.

2.2.2.1 Rasterkarten

Rasterkarten, teilweise auch Belegtheitskarten genannt, sind positionsdiskrete Karten und repräsentieren die Umgebung anhand metrischer Informationen innerhalb eines diskretisierten kartesischen (seltener auch polaren) Positionsraums durch Quadrate einer festen Größe, die Zellen genannt werden. Die Daten einer Rasterkarte liegen im Regelfall als Rastergrafik bzw. Pixelgrafik (engl. raster graphics, digital image, pixmap, bitmap) vor, welche georeferenziert oder zumindest mit zugeordneten lokalen Koordinaten aufgewertet ist. Die Gesamtheit aller Zellen wird kontextabhängig als Positionsraster (engl. position grid), Belegtheitsgitter (engl. occupancy grid) oder Heatmap bezeichnet. Gemäß [ME85] und [TBF98] enthält jede Rasterzelle als Element einer diskreten Abbildung die Wahrscheinlichkeit, mit welcher sie frei oder durch das Objekt belegt ist.

Eine Rasterkarte verfügt grundsätzlich über die Eigenschaften Ausdehnung, Auflösung und Anordnung:

Die räumliche Ausdehnung des Positionsrasters ist ein Maß dafür, welcher Bereich in der Ebene bzw. im Raum durch Rasterzellen abgedeckt ist, d.h., in welchem Bereich sich Rasterzellen befinden. Die Quantifizierung dieses Bereichs richtet sich im Wesentlichen nach anwendungsbezogenen Randbedingungen (z.B. Fahrbahnmarkierungen für Fahrzeugortung oder Wände bzw. Gebäudebegrenzungen für Indoor-Lokalisierung) und kann durch feste Grenzen eingeschränkt werden. Zudem können Distanzmessungen oder Objekte mit bekannten Positi-

onskoordinaten Anhaltspunkte für die Dimensionierung dieses Bereichs liefern. Bei vollständiger Abdeckung des zu untersuchenden Bereichs kann in diesem Zusammenhang von einer globalen Repräsentation ausgegangen werden.

- Die Auflösung des Positionsrasters gibt die Anzahl der verwendeten Rasterzellen innerhalb eines bestimmten Bereichs entlang der jeweiligen Dimension an, wobei jedoch nicht jede Dimension die selbe Auflösung aufweisen muss. Die Auflösung ist gleichzeitig ein Maß für die erzielbare Genauigkeit einer rasterbasierten Ortsangabe.
- Die Anordnung der Rasterzellen gibt die Art der Verteilung innerhalb des Positionsrasters an und ist in der Regel äquidistant entlang der jeweiligen Dimension.

Zwei Beispiele, bei denen sich die Anwendung von Rasterkarten besonders eignet, sind der Histogramm-Filter und das darauf aufbauende IML-SLAM-Verfahren (s. Abschnitt 3.2.2 und 4.4.2). Dazu wird von der kontinuierlichen Darstellung der Ortsinformationen abgewichen und eine diskretisierte Koordinatenbeschreibung in Form eines Rasters mit einer bestimmten Anzahl von Rasterzellen eingeführt. Für Anwendungen mit Echtzeitanforderungen sollte berücksichtigt werden, dass die resultierende Rechen- und Speicherkomplexität im Allgemeinen linear mit der Anzahl verwendeter Rasterzellen skaliert.

2.2.2.2 Merkmalskarten

Eine Merkmalskarte (engl. feature map) repräsentiert die Umgebung durch Merkmale wie markante Punkte bzw. Landmarken und Linien entlang charakteristischer Umgebungsstrukturen wie Wände oder Ecken. Diese Merkmale müssen vorher definiert werden und enthalten neben kartesischen oder polaren Ortsangaben häufig auch Metadaten. Bei der sensorischen Wahrnehmung der Merkmale werden alle Informationen von der eingesetzten Sensorik extrahiert und bereitgestellt, was unter Umständen eine Datenassoziation (s. Abschnitt 4.1.2.3) nach sich zieht. Ein typisches Beispiel für Landmarken einer Merkmalskarte sind Bäume, da ihr runder Stamm vergleichsweise leicht durch Laser-Scanner erkannt wird. Nach [LDW91] besteht die Möglichkeit, solche Merkmale räumlich-zeitlich zu verfolgen, was speziell scanbasierte Anwendungen recheneffizienter und genauer werden lässt.

Für die innerhalb der Arbeit zu lösenden Problemstellungen können z.B. Ankerknoten als Merkmale solcher Merkmalskarten definiert werden (s. Abschnitt 4.1.2). Die Knoten-spezifischen ID-Nummern dienen dabei als Metadaten zur eindeutigen Identifikation der jeweiligen Anker.

2.2.2.3 Topologische Karten

Topologische Karten, welche teilweise auch als Graphen bezeichnet werden, dienen gemäß [Kui78] der topologischen Umgebungsrepräsentation, d.h. der Darstellung kompakter topologischer Zusammenhänge. Diese ermöglichen zwar das Schlussfolgern über Beziehungen von Kartenelementen untereinander, jedoch ohne konkreten Ortsbezug. Bspw. können nach [Thr98] durch das Zusammenfassen expliziter Freiräume aus Rasterkarten topologische Karten (als Baumstruktur) generiert werden, die dann häufig in höheren Abstraktionsebenen zum Einsatz kommen.

Unter Berücksichtigung der vorliegenden Zielstellung bezieht sich die topologische Umgebungsrepräsentation vor allem auf die Generierung der benötigten Messdaten durch das Sensornetz. Da, wie in Abschnitt 1.2 erläutert, in erster Linie Distanzmessungen zwischen den Ankern und dem jeweiligen mobilen Objekt verfügbar sind, kann für die in Kapitel 4 umgesetzten SLAM-Verfahren aus Sicht der Messdatengenerierung von einer Sterntopologie ausgegangen werden.

2.2.2.4 Hybride Karten

Hybride Karten bezeichnen die Kombination von mindestens zwei der in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Kartentypen. [KB91] und [GMR01] zeigen, dass sich die komplementären Eigenschaften der einzelnen Kartentypen vorteilhaft in einer Gesamtkarte vereinen lassen.

So können bspw. im Rahmen der in Kapitel 4 umgesetzten SLAM-Verfahren die Positionsinformationen der innerhalb einer Merkmalskarte erfassten Knoten wiederum durch Rasterkarten als hybrider Kartenansatz repräsentiert werden. Ebenso lassen sich in Kapitel 5 die Informationen der Merkmalskarten topologisch verknüpfen.

2.3 Lokalisierung

Die Lokalisierung ist wesentliche Grundlage der automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze und umfasst prinzipielle Techniken zur Umsetzung des entwickelten Verfahrens. Unter Berücksichtigung der Definition in Abschnitt 1.2 kann die Lokalisierung als Resultat des technischen und logischen Vorgangs zur Ermittlung des momentanen Objektstandorts in Relation einer Umgebungskarte angesehen werden. Die Lokalisierung (zumindest für eine betrachtete Zeitspanne) ruhender Objekte wird als Positionierung (engl. positioning) bezeichnet, während die Lokalisierung mobiler Objekte als Tracking bezeichnet wird. Im erweiterten Sinne kann auch die Bestimmung der Geschwindigkeit, der Beschleunigung und der Richtungskomponenten, d.h. des gesamten Bewegungszustands eines Objekts, einen Beitrag zur Lokalisierung leisten. Der Begriff Lokalisierung taucht häufig in Verfahrensbezeichnungen wie z.B. SLAM auf und assoziiert, dass solche Verfahren im Ursprung die Standortermittlung gemäß Definition meist in Relation einer Umgebungskarte beinhaltet. Allerdings geht während etwaiger Verfahrensweiterentwicklung oder Änderung des Anwendungskontexts der Kartenbezug bei unveränderter Verfahrensbezeichnung zum Teil verloren, weshalb die Verwendung des Begriffs manchmal nicht stringent ist.

Neben den in den folgenden Abschnitten behandelten Verfahren zu Positionierung und Tracking existieren eine Reihe weiterer Ansätze, die dem Themenbereich Lokalisierung zugerechnet werden. Dazu zählen:

- Fingerprinting bezeichnet das Erstellen einer Datenbank von Signalen (Signalstärke, Phasenlage und Zusammensetzung von z.B. WLAN oder BLE) mit Orts- und Zeitinformationen. Die Lokalisierung erfolgt durch (differenzielle) Szenenanalyse, d.h. die Zuordnung von gemessenen zu hinterlegten Signalen, die dabei als Metadaten fungieren.
- Map-Matching bezeichnet den Abgleich von Standortergebnissen mit Ortsinformationen einer digitalen Karte (s. Kapitel 6).
- Datenfusion bezeichnet die Einbeziehung von Informationen, d.h. das Zusammenführen und Vervollständigen von (lückenhaften) Datensätzen, zur Erhöhung von Positionsgenauigkeit, -verfügbarkeit, -kontinuität und -integrität unter Verwendung (unterschiedlicher) Sensorarten und möglichst komplementärer Sensordaten, wobei die Vorteile der einen die Nachteile der anderen Daten kompensieren.
- Koppelnavigation (engl. dead reckoning) bezeichnet die laufende Positionsbestimmung eines mobilen Objekts auf Basis von Bewegungsinformationen (typischerweise Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung), die als Steuersignale bzw. Kontrollparameter bezeichnet werden. Da neue Positionen ständig relativ zu ihren jeweiligen Vorgängerpositionen bestimmt werden, unterliegen resultierende Positionsfehler einer Fehlerfortpflanzung.
- Kontextabhängigkeit (engl. context awareness) bezeichnet die Lokalisierung auf Basis kontextbezogener Umgebungsdaten (z.B. IoT-, HVACoder Smart-Home-Daten).

2.3.1 Positionierung

Die Positionierung beschreibt die Ermittlung des Standorts eines ruhenden Objekts. Der Ruhezustand gilt dabei permanent oder für eine bestimmte Zeitspanne, die praktisch so gering sein kann, dass mobile Objekte durch sequentiell an unterschiedlichen Standorten ruhende Objekte modelliert werden können. So beinhaltet die Positionierung aus verfahrenstechnischer Sicht die Generierung des Objektstandorts unter Verwendung der während des Ruhezustands beobachteten geometrischen Beziehungen (s. Abschnitt 2.1.4.1). Es besteht zudem die Möglichkeit, Positionierungsergebnisse im Rahmen des Trackings weiterzuverarbeiten.

Als Datenbasis können verschiedene Beobachtungskonfigurationen zugrunde liegen, die sich aus paarweisen Anker-Anker-, Anker-Mobile- und Mobile-Mobile-Messungen ergeben. Letztere beschreiben geometrische Beziehungen mobiler Objekte untereinander und lassen auf ein Zusammenwirken dieser schließen, weshalb hierbei häufig von kooperativer Positionierung gesprochen wird. In Hinblick auf die mathematische Formulierung einiger Positionierungsverfahren kann die beschriebene Konfiguration im Gebiet der Graphentheorie als ungerichteter Graph mit Knoten (engl. vertices, nodes, points) und Kanten (engl. edges, arcs, lines) dargestellt werden.

Wie in Abschnitt 2.1.4.2 und 2.1.4.3 erläutert, ist die der Positionierung zugrundeliegende Datenbasis prinzipiell fehlerhaft. Es existieren jedoch einige Strategien, resultierende Messschwankungen in geeigneter Weise zu korrigieren oder zumindest auszugleichen, um damit die Positionierung zu verbessern. Dazu zählen eine geeignete Messdatenkorrektur (z.B. distance contraction), eine adaptive und korrekte Parametrierung des Algorithmus und eine Überbestimmung, d.h. die Verwendung einer höheren Anzahl von Messungen, als zur eindeutigen Lösung benötigt. Letzteres führt dazu, dass die Einzelinformation zunehmend redundant wird, jedoch der Informationsgehalt der Gesamtheit aller Messungen steigt.

Die algorithmische Bestimmung der unbekannten Positionskoordinaten X_m umfasst verschiedenartige Lösungskonzepte, die Konfigurationsmerkmale, Umgebungsinformationen (z.B. NLOS) und Genauigkeitsanforderungen gezielt aufgreifen und die häufig überbestimmte Problemstellung

$$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}} = \mathcal{F}(\mathbf{X}_{\mathrm{a}}, \mathbf{r}) \tag{2.5}$$

mit den Ankerkoordinaten X_a und den Distanzmessungen r definieren. In der Vergangenheit wurden dazu zahlreiche Positionierungsverfahren vorgestellt, die an dieser Stelle nicht alle explizit beschrieben werden sollen. Stattdessen wird auf die von [HB01], [Sto05] und [RT06] vorgenommene Verfahrensgegenüberstellungen zurückgegriffen, welche die Klassifizierung in Verfahren zur genauen und groben Lösungsberechnung beinhaltet. Die folgenden beiden Abschnitte beschränken sich daher auf die Auflistung bzw. kurze Beschreibung der wichtigsten Vertreter beider Klassen.

2.3.1.1 Verfahren zur genauen Lösungsberechnung

Verfahren zur genauen Lösungsberechnung stellen die in Wissenschaft und Praxis am häufigsten benutzten Verfahren dar. Diese sind prinzipiell genauer als Verfahren zur groben Lösungsberechnung, was zumeist durch einen höheren Ressourcenaufwand erreicht wird. Im Folgenden sind die wichtigsten Positionierungsverfahren und -algorithmen dieser Klasse aufgeführt:

- Multilaterationsverfahren u.a. nach [SA87]: Trilateration bzw. Bogenschnitt, Least Squares (LS), Least Median Squares (LMS), Squared-Range LS (SR-LS), Range-Difference LS (RD-LS), Squared-RD-LS (SRD-LS)
- Multidimensionale Skalierung u.a. nach [BG05]: Classical MDS (CMDS), Super MDS (SMDS), Scaling by Majorizing a Complicated Function (SMACOF)
- Lineare und nichtlineare Optimierung u.a. nach [BV04]: Linear Programming (LP), Sequential Quadratic Programming (SQP), Semidefinite Programming (SDP)
- Sampling- und rasterbasierte Positionierung

Multilateration Bei der Multilateration werden standardmäßig die Positionskoordinaten eines mobilen Objekts im \mathbb{R}^n mit $n \in \{2,3\}$ bestimmt. Die Koordinaten sind dabei als Spaltenvektor X_m der Länge n definiert. Gegeben sind die $M \times n$ -Koordinatenmatrix X_a der M Anker sowie die zwischen den Ankern und dem mobilen Objekt durchgeführten Distanzmessungen $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & \dots & r_M \end{pmatrix}^T$, was aus Messdatensicht einer Sterntopolo-gie entspricht. Nach [SA87] wird zunächst die Kreis- bzw. Kugelgleichung $\forall l: \left\|\mathbf{X}_{\mathrm{m}}^{T} - \mathbf{X}_{\mathrm{a},l}\right\|_{2} \approx r_{l} \text{ mit } l = 1, 2, \dots, M \text{ und } M \geq n+1 \text{ linearisiert und}$ anschließend in das lineare Gleichungssystem

$$AX_{m} = b \tag{2.6}$$

überführt, welches für $M \ge n+2$ überbestimmt ist. Die $(M-1) \times n$ -Designmatrix A und der Beobachtungsvektor b der Länge M-1 ergeben sich durch

$$A = 2(X_{a,\{1\}\{\}} - X_{a,\{M\}\{\}})$$
(2.7)

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}_{\mathbf{a},\{1\}\{\}}^{+} - \mathbf{X}_{\mathbf{a},\{M\}\{\}}^{+})\mathbb{1}_{n+1}$$
(2.8)

mit der Matrixerweiterung $X_a^+ = \begin{pmatrix} X_a^{\circ 2} & -r^{\circ 2} \end{pmatrix}$, den Untermatrizen⁷ $X_{a,\{1\}\{\}}^+$ und $X^+_{a,\{M\}}$ und dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_{n+1}$ der Länge n+1. Zur Bestimmung der Positionskoordinaten des mobilen Objekts wird

Gleichung 2.6 schließlich mit dem Kriterium

$$\min_{\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}}} \left\| \mathbf{A} \hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}} - \mathbf{b} \right\|_{2}^{2}, \tag{2.9}$$

⁷Eine Untermatrix X_{{-}{-}} entsteht, wenn die in den Indexmengen enthaltenen Zeilen und Spalten aus X gestrichen werden.

welches die Summe der Fehlerquadrate minimiert, durch

$$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{b}$$
(2.10)

als LS-Schätzung (engl. Best Linear Unbiased Estimator, kurz BLUE) optimal gelöst, was im Ergebnis in Abbildung 2.4(a) dargestellt ist. Liegen die empirischen Standardabweichungen s_i der Distanzmessungen vor, ergibt sich die Gewichtsmatrix

W = diag
$$((s_2^2 \dots s_M^2) + (s_1^2 \dots s_{M-1}^2))^{\circ-1},$$
 (2.11)

andernfalls entspricht die Gewichtsmatrix $W = I_{M-1}$ der $M - 1 \times M - 1$ -Einheitsmatrix. Nichtlineare Multilaterationsansätze können im Übrigen z.B. mit dem Gauß-Newton-Verfahren gelöst werden.

Classical Multidimensional Scaling CMDS ist ein allgemeines Verfahren, um für gegebene paarweise Unähnlichkeiten eine niedrigdimensionale Repräsentation zu finden. Bei der Bestimmung der Positionskoordinaten X_m eines mobilen Objekts im \mathbb{R}^n folgen diese Unähnlichkeiten der Euklidischen Metrik. Dazu gehören die Distanzen zwischen den Ankern, welche in der quadratischen $M \times M$ -Distanzmatrix

$$\mathcal{D}(\mathbf{X}_{\mathbf{a}}) = \mathbf{D} = \sqrt[9^2]{\mathbbm{1}_M \operatorname{diag}(\mathbf{X}_{\mathbf{a}}\mathbf{X}_{\mathbf{a}}^T)^T + \operatorname{diag}(\mathbf{X}_{\mathbf{a}}\mathbf{X}_{\mathbf{a}}^T)\mathbbm{1}_M^T - 2\mathbf{X}_{\mathbf{a}}\mathbf{X}_{\mathbf{a}}^T} \\ = \begin{pmatrix} 0 & d_{1,2} & \dots & d_{1,M-1} & d_{1,M} \\ d_{2,1} & 0 & \dots & d_{2,M-1} & d_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d_{M-1,1} & d_{M-1,2} & \dots & 0 & d_{M-1,M} \\ d_{M,1} & d_{M,2} & \dots & d_{M,M-1} & 0 \end{pmatrix}$$
(2.12)

mit den Ankerkoordinaten X_a zusammengefasst werden. Die zwischen den M Ankern und dem mobilen Objekt durchgeführten Distanzmessungen regänzen die Distanzmatrix zu

$$D^{+} = \begin{pmatrix} D & r \\ r^{T} & 0 \end{pmatrix}.$$
 (2.13)

Hierbei existieren eine Reihe von Varianten, bei denen einerseits X_a nicht bzw. nur partiell gegeben sein kann, wobei sich die folglich fehlenden Distanzen in D durch Distanzmessungen ersetzen lassen. Andererseits können in D⁺ die Distanzmessungen weiterer mobiler Objekte und potenzielle Mobile-Mobile-Messungen zur kooperativen Positionierung einbezogen werden. CMDS setzt dabei stets vollständige Konnektivität voraus, d.h., D⁺ ist bis auf die Hauptdiagonale vollbesetzt. Mittelpunkt des Verfahrens ist nach [CC00] und [BG05] die Eigenwertzerlegung des Euklidischen Kerns

$$-\frac{1}{2}\mathrm{HD}^{+\circ 2}\mathrm{H} = \Gamma\Lambda\Gamma^{T}$$
(2.14)

mit der centering-Matrix $\mathbf{H} = \mathbf{I}_M - \frac{1}{M} \mathbb{1}_{M,M}$, der $M \times M$ -Einsmatrix $\mathbb{1}_{M,M}$, der Matrix Γ der Eigenvektoren und der Diagonalmatrix Λ der Eigenwerte. Für das Kriterium

$$\min_{\hat{X}_{m}^{+}} \left\| \mathcal{D}(\hat{X}_{m}^{+}) - D^{+} \right\|_{F}^{2}, \qquad (2.15)$$

welches mit der Frobeniusnorm⁸ $\|\cdot\|_F$ die Summe der Fehlerquadrate minimiert, lassen sich die *n*-dimensionalen Positionskoordinaten

$$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}}^{+} = \Gamma_{\{\}\{I \setminus I_n\}} \sqrt[\circ_2]{\Lambda_{\{I \setminus I_n\}\{I \setminus I_n\}}}$$
(2.16)

der Anker und des mobilen Objekts unter Verwendung der n größten positiven Eigenwerte mit der Indexmenge $I_n \subset I = \{1, 2, \ldots, M\}$ sowie den Untermatrizen $\Gamma_{\{\}\{I\setminus I_n\}}$ und $\Lambda_{\{I\setminus I_n\}\{I\setminus I_n\}}$ erzeugen. Die berechneten Positionskoordinaten \hat{X}_m^+ sind relativ um den Koordinatenursprung angeordnet und müssen gemäß Gleichung 2.23 mit $X_1 = X_a$ und $X_2 = \hat{X}_{m,\{M\}\{\}}^+$ transformiert werden, woraus sich auf Basis der resultierenden Transformationsparameter \hat{t} und \hat{R} schließlich die geschätzten Positionskoordinaten

$$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}} = \hat{\mathbf{t}} + \hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m},\{1,\dots,M-1\}\{\}}^{+} \hat{R}^{T}$$
(2.17)

des mobilen Objekts ergeben.

Neben den u.a. durch [CPHI06], [CS09] und [MdA07] vorgeschlagenen gewichteten und dynamischen MDS-Ansätzen existieren darüber hinaus gemäß [dAD07], [dLM11] und [WRMZ11] einige Verfahrenserweiterungen wie SMDS und SMACOF für nicht vollbesetzte Distanzmatrizen D⁺. Hierfür formulieren [Hen92], [TD99] und [MLRT04] zudem grundsätzliche Bedingungen hinsichtlich Konnektivität sowie (globaler) Stabilität (engl. rigidity).

2.3.1.2 Verfahren zur groben Lösungsberechnung

Verfahren zur groben Lösungsberechnung umfassen stark approximative und vereinfachte Berechnungsmethoden. Aufgrund der häufig geringen Rechenkomplexität lassen sich diese auch auf erheblich ressourcenlimitierten Systemen (z.B. im Sensornetz verteilt) umsetzen. Allerdings werden verfahrensbedingt selbst bei Verwendung fehlerfreier Daten deutlich höhere durchschnittliche Positionierungsfehler erzielt, weshalb sich solche Berechnungsmethoden

⁸Die Frobeniusnorm ist definiert durch $\|\mathbf{D}\|_{\mathbf{F}} = \sqrt{\sum_{i} \sum_{j} |d_{i,j}|^2} = \sqrt{\operatorname{spur}(\mathbf{D}^T \mathbf{D})}.$

zwar zur Initialisierung einiger in Abschnitt 2.3.1.1 aufgeführter Verfahren eignen, ihnen aber je nach Anwendung zum Teil eine geringere praktische Bedeutung zugesprochen wird. Die wichtigsten Positionierungsverfahren und -algorithmen dieser Klasse sind:

- Flächenüberlagerung: Bounding-Box bzw. MinMax, Approximate Point in Triangulation (APIT)
- Schwerpunktbildung: Centroid Localization (CL), Weighted CL (WCL)

Bounding-Box Die Bestimmung der Positionskoordinaten X_m eines mobilen Objekts im \mathbb{R}^n erfolgt beim Bounding-Box-Verfahren durch Überlagerungen von Schnittflächen, die sich mit den Distanzmessungen r um die Ankerkoordinaten X_a herum als Quadrat bzw. Würfel (sog. Bounding-Box) bilden. Nach [SS02] lassen sich die Positionskoordinaten als Schwerpunkt der größten Schnittmenge durch

$$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} \left(\min_{1 \le j \le n} \left(\mathbf{X}_{\mathrm{a}} + \mathbf{r} \mathbb{1}_{n}^{T} \right)_{i,j} + \max_{1 \le j \le n} \left(\mathbf{X}_{\mathrm{a}} - \mathbf{r} \mathbb{1}_{n}^{T} \right)_{i,j} \right)$$
(2.18)

mit dem spaltenweisen Minimum bzw. Maximum und dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_n$ der Länge *n* schätzen, was Abbildung 2.4(b) zeigt. Das Verfahren ist nach [WC02] nur wenig robust gegenüber starkem Messrauschen und führt nur für X_m innerhalb des Ankerbereichs, d.h. der durch die Ankerpositionen begrenzten konvexen Hüllfläche, zu sinnvollen Lösungen, weshalb sich die resultierenden Positionsergebnisse prinzipiell nur eingeschränkt eignen.



Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der Positionierung durch Multilateration in (a) und Bounding-Box in (b).

Weighted Centroid Localization WCL bestimmt die Positionskoordinaten X_m eines mobilen Objekts durch Mittelung der Ankerkoordinaten X_a , die mit Hilfe der Distanzmessungen r gewichtet werden. Nach [BHE00] und [BRT05] lassen sich die Positionskoordinaten durch

$$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\sum \mathbf{w}} \mathbf{w}^T \mathbf{X}_{\mathrm{a}} \tag{2.19}$$

mit dem empirischen Gewichtsvektor $w = r^{\circ-2}$ schätzen. Auch hier sollte die Schätzung innerhalb des Ankerbereichs erfolgen, wobei auch für die Ankerpositionen eine geometrisch günstige Anordnung vorausgesetzt wird.

2.3.2 Tracking

Tracking bezeichnet die Verfolgung eines mobilen bzw. bewegten Objekts zur Ermittlung der Objekttrajektorie, d.h. der zeitlich aufeinanderfolgenden Standorte. Die beim Tracking charakteristische zeitliche Abhängigkeit der sequentiell ermittelten Standorte von ihrer Historie trägt im Gegensatz zur Positionierung maßgeblich zur Verbesserung der Genauigkeit und zum Auflösen potentieller räumlicher Mehrdeutigkeiten bei.

Die Verfolgung eines Objekts und die Beschreibung seines Bewegungsverhaltens beruht auf den Konzepten der klassischen Navigation⁹. Der Bewegungsverlauf kann dabei als nicht notwendigerweise stationärer Zufallsprozess mit einer gewissen Stochastizität modelliert und durch Steuersignale wahrgenommen werden. In der Praxis auftretende Bewegungen lassen sich als zeitlich-kontrollierte Prozesse durch die kinematischen Modelle Constant Position (CP)¹⁰, Constant Velocity (CV), Constant Acceleration (CA), Constant Turn Rate (CTR) und Constant Turn Rate and Velocity (CTRV) beschreiben. Die Qualität der Modellumsetzung, d.h. der Grad der Annäherung an die Realität, bestimmt das Ergebnis des Trackings entscheidend.

Weiterhin werden für das Tracking Informationen über die Position des Objekts direkt erlangt oder aus verschiedenartigen Beobachtungsdaten extrahiert. Grundlage dafür bilden typischerweise die in Abschnitt 2.1.4.1 aufgeführten, fortlaufend und möglichst in Echtzeit erfassten geometrischen Größen, welche sich zum Teil auch innerhalb von Positionierungsergebnissen in verarbeiteter Form wiederfinden.

Tracking wird nach [May82] und [BSLK04] als messdatenbasierte Schätzung dynamischer Zustände (s. Kapitel 3) definiert. In diesem Zusammenhang existiert eine Vielzahl von Verfahren, deren Qualität vom Verfahren selbst sowie von der Güte der Steuersignale, Beobachtungen und vorgenommenen Modellentwicklung abhängt. Zu den wichtigsten Verfahren zählen:

⁹Nach DIN 13312:2005-02 werden unter Navigation Maßnahmen zur Objektsteuerung verstanden, die über die Standortermittlung hinaus zugleich Maßnahmen zur Erreichung eines gewünschten Zielorts auf einem vorgegebenen Weg beinhalten.

¹⁰CP-Tracking wird mathematisch häufig durch den als Brown'sche Bewegung modellierten Wiener-Prozess beschrieben.

- Kalman-Filter Localization und Ähnliche: EKF (s. Abschnitt 3.2.1), Multi-Hypothesis Tracking (MHT), Information Filter, α - β - γ -Filter
- Grid Localization: Bayesian Histogram Filter (BHF) (s. Abschnitt 3.2.2)
- Monte Carlo Localization (MCL): Partikel-Filter bzw. Sequential Monte Carlo-Filter (SMC-Filter) (s. Abschnitt 3.2.3)

Zudem existieren übergeordnete Konzepte wie Probability Hypothesis Density (PHD) oder Interacting Multiple Model (IMM), deren Einordnung in die obige Aufzählung nicht zielführend wäre.

2.3.3 Koordinatentransformation

Die Transformation von Positionskoordinaten ist ein überaus hilfreiches Werkzeug im Bereich Lokalisierung und darüber hinaus, sodass auch in anderen Forschungsgebieten wie der Geodäsie, Bildverarbeitung und Photogrammetrie eine Vielzahl von Transformationsmethoden diskutiert wird. Die in dieser Arbeit relevante Transformation ist die Ähnlichkeitstransformation (anwendungsbedingt auch 7-Parameter- oder Helmert-Transformation genannt), die einen Spezialfall der affinen Transformation darstellt, bei welchem Streckenverhältnisse und Winkelgrößen im Euklidischen Raum sowie die Orthogonalität der kartesischen Koordinatenachsen beibehalten werden. Formal wird dabei die $M \times n$ -Koordinatenmatrix X im \mathbb{R}^n , die bekannt ist oder mit den in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten Verfahren bestimmt wird, durch Parameter der Translation bzw. Verschiebung, Skalierung, Spiegelung und Rotation bzw. Drehung (ohne Scherung) in die neue Koordinatenmatrix

$$\mathbf{X}' = \mathbb{1}_M \mathbf{t} + c \mathbf{X} \mathcal{E} \mathcal{R}^T \tag{2.20}$$

umgewandelt. Dabei sind der Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_M$ der Länge M, der Translationszeilenvektor t der Länge n, der Skalierungsfaktor c und die orthogonale $n \times n$ -Rotationsmatrix \mathcal{R} gegeben. Soll X gespiegelt transformiert werden, ist $\mathcal{E} = \begin{pmatrix} e_1 & \dots & -e_n \end{pmatrix}$ mit dem Einheitsspaltenvektor e, ansonsten ist $\mathcal{E} = \begin{pmatrix} e_1 & \dots & -e_n \end{pmatrix}$. Die Rotation im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 erfolgt durch

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$
(2.21)

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{z}(\gamma)\mathcal{R}_{x}(\beta)\mathcal{R}_{z}(\alpha)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0\\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\beta & \sin\beta\\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0\\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.22)

mit den Drehwinkeln α , β und γ linksdrehend um den Ursprung bzw. um die jeweiligen Achsen (Standard-x- bzw. intrinsische Euler-Konvention zx'-z"), wobei nach [Die06] auch eine Reihe anderer Drehkonventionen und Beschreibungen wie Quaternionen, Cardani'sche oder Tait-Bryan-Drehungen existieren. Für die Formulierung der Transformation eignen sich alternativ auch homogene Koordinaten aus dem Bereich der projektiven Geometrie.

Die Bestimmung der Transformationsparameter in Gleichung 2.20 erfolgt für gegebene Koordinatenmatrizen X_1 und X_2 standardmäßig mit Hilfe des iterativen Gauß-Newton-Verfahrens oder der Procrustes Superimposition (PS), wobei letztere die effizientere Lösung darstellt und im Folgenden beschrieben wird. Die PS optimiert nach [GD04] und [Seb09] deterministisch die lineare Transformation der Matrix X_2 , sodass diese bestmöglich der Matrix X_1 entspricht, d.h., die Summe der Fehlerquadrate wird minimiert. Als Optimierungskriterium lässt sich die Procrustes-Distanz formulieren, welche die Grundlage der Schätzung

$$\left\{\hat{\mathbf{t}}, \hat{c}, \hat{\mathcal{R}}\right\} = \underset{\mathbf{t}, c, \mathcal{R}}{\operatorname{arg\,min}} \left\| \mathbf{X}_1 - \mathbb{1}_M \mathbf{t} - c \mathbf{X}_2 \mathcal{R}^T \right\|_{\mathrm{F}}^2$$
(2.23)

der Transformationsparameter bildet. Dabei sind für eine eindeutige Lösung in beiden Matrizen X₁ und X₂ mindestens $M \ge n + 1$ korrespondierende Zeilen, d.h. nicht auf einer Geraden bzw. in einer Ebene befindliche Koordinatenpunkte, erforderlich.

Kern der Schätzung ist die durch [Sch66] vorgestellte orthogonale Procrustes-Transformation, welche die Singulärwertzerlegung

$$\frac{1}{\eta_{X_1}\eta_{X_2}}\Delta X_1^T \Delta X_2 = U\Sigma V^T$$
(2.24)

mit den unitären Matrizen U und V sowie der Diagonalmatrix Σ der Singulärwerte beinhaltet. Dabei gilt $\Delta X_1 = X_1 - \mathbb{1}_M \overline{X}_1$ und $\Delta X_2 = X_2 - \mathbb{1}_M \overline{X}_2$ mit den Mitteln \overline{X}_1 und \overline{X}_2 sowie den Normierungsfaktoren $\eta_{X_1} = \|\Delta X_1\|_F$ und $\eta_{X_2} = \|\Delta X_2\|_F$. Schließlich können die Rotationsmatrix, der Skalierungsfaktor und der Translationsvektor durch

$$\hat{\mathcal{R}} = UV^T \tag{2.25}$$

$$\hat{c} = \frac{\eta_{X_1}}{\eta_{X_2}} \sum \text{diag}(\Sigma) \tag{2.26}$$

$$\hat{\mathbf{t}} = \overline{\mathbf{X}}_1 - \hat{c}\overline{\mathbf{X}}_2\hat{\mathcal{R}}^T \tag{2.27}$$

geschätzt werden. Für det $(\hat{\mathcal{R}}) = -1$ enthält $\hat{\mathcal{R}}$ eine Spiegelung, andernfalls gilt det $(\hat{\mathcal{R}}) = 1$, wobei durch Substitution von V durch ($e_1 \dots -e_n$) V die Spiegelung auch erzwungen oder wieder aufgehoben werden kann. Die Transformation von Positionskoordinaten erfolgt häufig skalierungsfrei mit c = 1, was als unvollständige PS bezeichnet wird.

Abbildung 2.5 zeigt die Wirkung der einzelnen Transformationsparameter bei der Umwandlung der blau dargestellten Koordinatenmatrix X_2 zu X'_2 , sodass diese bestmöglich der gelb dargestellten Matrix X_1 entspricht.



Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Koordinatentransformation von X_2 zu X'_2 (blau) mit bestmöglicher Anpassung an X_1 (gelb). Die gegebenen Koordinatenmatrizen X_1 und X_2 sind in (a) dargestellt. X_2 wird in (b) skaliert, in (c) rotiert und in (d) verschoben, woraus sich X'_2 ergibt.

Die Koordinatenmatrix X_2 wird in Abbildung 2.5(b) skaliert, in (c) rotiert und in (d) verschoben, woraus sich die resultierende Matrix X'_2 ergibt.

Die gemeinsame Optimierung eines Sets von mindestens drei Koordinatenmatrizen erfolgt schrittweise durch die Generalized Procrustes Analysis (GPA). Dabei wird in der ersten Verfahrensiteration zunächst willkürlich eine Referenzmatrix aus dem Set ausgewählt. Anschließend werden alle Matrizen des Sets mittels PS transformiert, sodass diese möglichst optimal der Referenzmatrix entsprechen, woraufhin das Mittel der transformierten Matrizen gebildet wird. Liegt die Procrustes-Distanz zwischen Mittel- und Referenzmatrix über einem definierten Grenzwert (engl. threshold), wird die Mittelzur Referenzmatrix und die Matrizen des Sets werden innerhalb weiterer Verfahrensiterationen erneut transformiert.

Kapitel 3

Zustandsschätzung dynamischer Systeme

Grundlegender Bestandteil des entwickelten Verfahrens zur automatisierten Integration eines Lokalisierungssystems ist die automatisierte Bestimmung relativer Positionen der Systemelemente, d.h. der Anker und mobilen Objekte. Nach dem Ausbringen bzw. der Installation dieser sind per se keine räumlichen Informationen wie Positionskoordinaten verfügbar. Jedoch lassen sich geometrische Beziehungen in Form von paarweisen Distanzmessungen beobachten, auf deren Basis die Bestimmung der Positionen, welche als Systemzustände bezeichnet werden können, erfolgt.

Systemzustände beschreiben im Allgemeinen die Größen und Eigenschaften eines zeitinvarianten Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt t und werden im Systemzustand s_t , dem Vektor der Zustandsgrößen, zusammengefasst. Informationen über den momentanen Zustand lassen sich durch Messwerte (s. Abschnitt 2.1.4) generieren, die als Beobachtung z_t bezeichnet werden und mit einem Beobachtungs- bzw. Sensormodell in formalem Bezug zum Systemzustand stehen. Informationen bezüglich der für ein dynamisches System typischen Zustandsänderungen werden durch das Steuersignal u_t beschrieben, wobei der formale Bezug zum Systemzustand durch ein bestimmtes Aktionsmodell gegeben ist. Die Beobachtungen sind infolge der inhärenten Systemeigenschaften und äußeren Einflüsse (s. Abschnitt 2.1.4.3) stets mehr oder weniger fehlerhaft und führen zum Teil zu Mehrdeutigkeiten während der Berechnung. Daher ist es zielführend, den Systemzustand mit der Wahrscheinlichkeit P(S = s), mit der die Zufallsvariable S einen bestimmten Wert annimmt, zu modellieren und probabilistisch zu schätzen. Abhängig von der Repräsentation der Wahrscheinlichkeitsdichte im Zustandsraum kann sich hierzu üblichen Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie bedient werden. Ein bekanntes Beispiel stellt in diesem Zusammenhang die Schätzung der ersten beiden Momente (Erwartungswert und Varianz) für eine parametrische Zustandsrepräsentation (s. Abschnitt 3.2.1) dar.

In diesem Kapitel werden zunächst relevante probabilistische Ansätze wie der Satz von Bayes, die Markov-Kette, das Hidden Markov Model (HMM) und dynamische Bayes'sche Netze (DBN) erläutert. Darauf aufbauend folgen Ausführungen zum Bayes-Filter und dessen Realisierungen, welche das theoretische Grundkonzept für die SLAM-Verfahren in Abschnitt 4.4 darstellen. Die Beschreibung der Markov Lokalisierung vervollständigt das Kapitel.

3.1 Probabilistischer Ansatz

Probabilistische Ansätze bieten im Allgemeinen die Möglichkeit, Messunsicherheiten, welche sich unmittelbar auf die Zustandsschätzung auswirken, explizit mittels Wahrscheinlichkeiten zu modellieren. So kommt dem probabilistischen Umgang mit Unsicherheit bei der Verwendung von Messdaten im Gegensatz zu logischen oder symbolischen Ansätzen zentrale Bedeutung zu. Der probabilistische Ansatz ermöglicht auch die Erweiterung der Zustandsrepräsentation von einer einzigen Zustandsschätzung (engl. best guess) zu einer definierten Menge von Zustandshypothesen, auf deren Basis eine Wahrscheinlichkeitsbewertung für jeden Zustand erfolgt. Durch die Verwendung probabilistischer Zustandsbeschreibungen können auf mathematisch korrektem Weg Mehrdeutigkeiten berücksichtigt und Hinweise hinsichtlich der Qualität von Schätzergebnissen erlangt werden. Wesentlicher Vorteil dabei ist, dass Hypothesen nicht ausgeschlossen werden, falls sie zum Berechnungszeitpunkt unwahrscheinlich sind, d.h., nicht (mehr) zu den vorliegenden Beobachtungen passen. Solche Hypothesen erhalten dann lediglich eine geringere Wahrscheinlichkeit und können unter bestimmten Umständen (erneut) in Betracht gezogen werden.

Eine geeignete Veranschaulichung des probabilistischen Ansatzes bietet die von [ADW02] vorgeschlagene Modellübersicht, welche in Abbildung 3.1 dargestellt ist. Hierbei erfolgt im Wesentlichen eine Klassifizierung bezüglich der Eigenschaften Sequenz, Struktur und Relationalität:

- Sequenz ist prinzipiell erfüllt, wenn ein Modell Zustandssequenzen beschreiben kann, d.h., die Wahrscheinlichkeit eines Prozesses auf Basis dieses Modells bestimmt wird. Diese Eigenschaft kann mittels Markov-Kette (s. Abschnitt 3.1.2) anschaulich nachvollzogen werden.
- Struktur kennzeichnet die Unabhängigkeit zwischen Zustandsmengen und kann mittels DBN (s. Abschnitt 3.1.4) nachvollzogen werden.
- Relationalität beschreibt die Fähigkeit, Zustände als komplexe Beziehungen, auch Relationen oder Prädikate genannt, zu modellieren.

Verfügt ein Modell jedoch über keine der genannten Eigenschaften, kann es als eine Menge von Zuständen, über die eine Wahrscheinlichkeitsverteilung existiert, beschrieben werden.



Abbildung 3.1: Probabilistische Modellübersicht nach [ADW02].

3.1.1 Satz von Bayes

Grundlage für die probabilistische Beschreibung zahlreicher Zusammenhänge im Fortgang der Arbeit ist der Satz von Bayes, auch Bayes-Theorem genannt. Dieser wurde durch [BPC63] formuliert und ermöglicht es, bedingte Wahrscheinlichkeiten für in einem kausalen Zusammenhang zueinander stehende Ereignisse anhand von gewonnenen Beobachtungen zu bestimmen. Die Quantifizierung der Wahrscheinlichkeiten erfolgt mit relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Für die unabhängigen Ereignisse s und z mit P(z) > 0 ist der Satz von Bayes durch

$$P(\mathbf{s}|\mathbf{z}) = \frac{P(\mathbf{z}|\mathbf{s})P(\mathbf{s})}{P(\mathbf{z})} = \eta P(\mathbf{z}|\mathbf{s})P(\mathbf{s})$$
(3.1)

mit $P(\mathbf{z}) = \eta^{-1}$ definiert. Dabei ist

- P(s|z) die (bedingte) a-posteriori-Wahrscheinlichkeit (engl. posterior) des Ereignisses s unter der Bedingung, dass z eingetreten ist,
- $P(\mathbf{z}|\mathbf{s})$ die sog. Likelihood, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von z, wenn das (unbekannte) Ereignis s vorliegt,
- P(s) die a-priori-Wahrscheinlichkeit (engl. prior), welche die Erwartungen für das Eintreten des Ereignisses s beschreibt und
- P(z) die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses z.

Der Normierungsfaktor η stellt sicher, dass das Integral bzw. die Summe über alle Wahrscheinlichkeiten 1 ergibt. Für eine Zerlegung in disjunkte Ereignisse s_j gilt $P(z) = \sum_{j} P(z|s_j)P(s_j)$. Nach [N⁺04] und [Pea14] können darüber hinaus anstatt der Wahrscheinlichkeiten in Gleichung 3.1 auch Wahrscheinlichkeitsverteilungen wie bspw. in Gleichung 3.41 und 4.13 eingesetzt werden.

3.1.2 Markov-Kette

Eine Markov-Kette (engl. Markov chain) ist nach [Mar13] ein spezieller stochastischer Prozess, der eine in der Regel zeitdiskrete Sequenz von Zufallsvariablen S eines gemeinsamen, üblicherweise diskreten Zustandsraums beschreibt¹. Ein solcher Zustandsraum ist z.B. eine Parkraumbelegung mit den Zustandsgrößen {*frei*, *belegt*}. Ein stochastischer Prozess wird demnach genau dann als Markov-Kette bezeichnet, wenn dieser die Markov'sche Annahme, auch Markov'sche Eigenschaft oder Unabhängigkeitsannahme genannt, in Gleichung 3.2 erfüllt. Diese besagt, dass sich durch Kenntnis einer begrenzten Vorgeschichte (einer endlichen Menge von vorhergehenden Zuständen) der aktuelle Zustand ebenso gut beschreiben lässt, wie bei Kenntnis der gesamten Vorgeschichte.

Für das oben genannte Beispiel würde bei einer stundenweisen Diskretisierung die aktuelle Parkraumbelegung, beschrieben durch den Zustand {*frei*, *belegt*}, von der Parkraumbelegung von vor einer Stunde abhängen. In diesem Fall wäre die Markov'sche Annahme, dass jeder Zustand lediglich von dessen unmittelbar vorhergehenden Zustand abhängt, was eine Markov-Kette erster Ordnung beschreibt. Diese Annahme ist von zentraler Bedeutung für die Modellierung der Zustandsschätzung und der prinzipiellen Reduzierung der Komplexität, was die Realisierung zahlreicher Verfahren aus den Abschnitten 3.2 und 4.4 ermöglicht. Daneben existieren auch Markov-Ketten höherer Ordnung, die auf eine bestimmte (potentiell unendliche) Anzahl vergangener Zustände zurückgreifen. Dazu sind in Abbildung 3.2 je eine Markov-Kette erster und zweiter Ordnung dargestellt.



Abbildung 3.2: Zustandssequenz einer Markov-Kette erster Ordnung in (a) und zweiter Ordnung in (b).

Eine Markov-Kette lässt sich im Allgemeinen durch eine Menge unterschiedlicher Zufallsvariablen $\mathcal{S} = \{S_0, S_1, \ldots, S_{\tau}\}$ definieren. Jede dieser Variablen nimmt dabei nur Werte aus dem höchstens abzählbaren Zu-

¹Zum Terminus Markov-Kette existiert weitgehend synonym die Bezeichnung Markov-Prozess, welcher mitunter in Abgrenzung zu Markov-Ketten Prozesse in stetiger Zeit (oder stetigem Zustandsraum) beschreibt.

standsraum s = {s₁, s₂,...} an. Somit ergibt sich $\forall t, j : s_{t,j} \in S_t$, wobei $t = 0, 1, \ldots, \tau$ und $j = 1, 2, \ldots$ ist. Im Falle einer endlichen Zustandsmenge benötigt die mathematische Formulierung der Markov-Kette lediglich den Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit aus Gleichung 3.1 und der diskreten Verteilung. Werden Zufallsvariablen über die Zeit t betrachtet, lässt sich daraus eine Zustandssequenz modellieren, sodass S dann eine diskrete Markov-Kette darstellt, wenn gilt

$$\forall j : P(\mathbf{s}_{t,j}) = P(S_t = \mathbf{s}_{t,j} | S_{t-1} = \mathbf{s}_{t-1,j}) = P(S_t = \mathbf{s}_{t,j} | S_{t-1} = \mathbf{s}_{t-1,j}, S_{t-2} = \mathbf{s}_{t-2,j}, \dots, S_0 = \mathbf{s}_{0,j}).$$
(3.2)

Jeder Zustand besitzt eine Übergangs- bzw. Transitionswahrscheinlichkeit in jeden anderen Zustand. Dies wird durch die paarweisen Übergänge

$$\forall i, j : u_{i,j} = P(\mathbf{s}_{t,j} | \mathbf{s}_{t-1,i}) \tag{3.3}$$

beschrieben, wobei gilt $\forall i, j : u_{i,j} \ge 0$ und $\forall i : \sum_j u_{i,j} = 1$. Die Übergangswahrscheinlichkeiten können so in der quadratischen Übergangsmatrix

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_{1,1} & \dots & u_{i,1} & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ u_{1,j} & \dots & u_{i,j} & \\ \vdots & & & \ddots \end{pmatrix}$$
(3.4)

zusammengefasst werden. Damit ist die Markov-Kette hinreichend beschrieben und kann als 3-Tupel (s, U, II) mit der Anfangsverteilung II = $P(s_0)$ definiert werden. [RNC⁺03] schlagen zudem vor, die Markov-Kette als stationären Prozess zu betrachten und U zu jedem Zeitpunkt gleich zu lassen. In Abbildung 3.3 ist beispielhaft eine Markov-Kette mit drei Zuständen und den dazugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten dargestellt.



Abbildung 3.3: Markov-Kette mit drei Zuständen und den dazugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten.

3.1.3 Hidden Markov Model

Das HMM kennzeichnet gemäß [RNC⁺03] einen zweistufigen stochastischen Prozess, der unter Berücksichtigung der Markov'schen Annahme einerseits Sequenzen und andererseits verborgene bzw. nicht beobachtbare Zustände (engl. hidden state) modelliert. Für eine Vielzahl von Systemen, so auch für das in dieser Arbeit, besteht die Problematik, dass der Systemzustand nicht direkt, sondern lediglich durch Beobachtungen zugänglich ist. Diesbezüglich erweitert das HMM die in Abschnitt 3.1.2 beschriebene Markov-Kette durch die Annahme, dass gewissermaßen verborgene Zustände existieren, welche jedoch etwas Beobachtbares emittieren. Neben verborgenen Zuständen mit entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeiten verfügt das HMM somit auch über Emissionen, welche auch als Evidenzen oder Wahrnehmungen bezeichnet werden, mit entsprechenden Emissionswahrscheinlichkeiten. Um das in Abschnitt 3.1.2 erläuterte Beispiel zur Parkraumbelegung für ein HMM erneut aufzugreifen, seien die Zustände {frei, belegt} verborgen, d.h. nicht direkt beobachtbar. Als Emissionen könnten dann bspw. Daten eines Bodensensors dienen, die mit bestimmten Emissionswahrscheinlichkeiten durch die Systemzustände emittiert werden.

Demnach wird in einem HMM anhand von Emissionen, welche mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit beobachtet werden, auf die Sequenz der nicht beobachtbaren Zustände geschlussfolgert. Damit kann das HMM als einfachster Spezialfall eines DBN² (s. Abschnitt 3.1.4) angesehen werden. Im Gegensatz zum DBN, bei dem komplexere Strukturen modelliert werden, ist für manche Problemstellungen die fixe Struktur eines HMM ausreichend.

Allgemein wird angenommen, dass jeder Zustand eine bestimmte Anzahl möglicher Emissionen $z = \{z_1, z_2, ...\}$ mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit emittiert, was in Abbildung 3.4 beispielhaft für die zwei Emissionen $\{z_1, z_2\}$ mit der Emissionswahrscheinlichkeit $z_{j,l}$ dargestellt ist. Diese entspricht dem probabilistischen Beobachtungsmodell

$$\forall j, l: z_{j,l} = P(\mathbf{z}_{t,l}|\mathbf{s}_{t,j}), \tag{3.5}$$

welches notwendigerweise vom verborgenen Zustand s_t abhängig ist, und bildet analog zum Übergangsmodell in Gleichung 3.4 die Beobachtungsmatrix

$$Z = \begin{pmatrix} z_{1,1} & \dots & z_{j,1} & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ z_{1,l} & \dots & z_{j,l} & \\ \vdots & & & \ddots \end{pmatrix}.$$
 (3.6)

²Ein HMM kann durch ein DBN mit einer Zufallsvariablen und einer Emissionsvariablen beschrieben werden. Es ist prinzipiell möglich, jedes DBN mit diskreten Zufallsvariablen durch ein HMM darzustellen, was jedoch zu einer immensen Vergrößerung der Zustandsmenge innerhalb des HMM führen kann.

Damit ist das HMM im Vergleich zur Markov-Kette als 5-Tupel (s, z, U, Z, Π) definiert. HMM-basierte Verfahren kommen für eine Vielzahl von Anwendungen zum Einsatz. Neben Standardverfahren im Bereich Spracherkennung werden unterschiedliche Realisierungen des HMM im Bereich Lokalisierung z.B. durch [HV⁺00], [MNRS07] und [IY11] appliziert.



Abbildung 3.4: HMM mit zwei Zuständen und zwei Emissionen.

3.1.4 Dynamische Bayes'sche Netze

Bayes'sche Netze (BN) sind gemäß [Hec98] gerichtete azyklische Graphen $\mathcal{G} = \{\mathcal{S}, \mathcal{A}\}$, die als struktureller Ansatz für kompliziertere Zustandsbeschreibungen dienen. Sie verfügen über eine Menge von Zufallsvariablen \mathcal{S} in Form von Knoten, für die auf Basis einer bestimmten Netzstruktur bedingte Abhängigkeiten $\mathcal{A} = \{S_i \to S_j | S_i, S_j \subseteq \mathcal{S}, i \neq j\}$ in Form von gerichteten Kanten spezifiziert sein können. Ein BN ist so in der Lage, unter Ausnutzung bekannter bedingter Wahrscheinlichkeiten (s. Abschnitt 3.1.1) eine möglichst kompakte Repräsentation der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung aller beteiligten Variablen bereitzustellen.

Jeder Knoten dieses Netzes besitzt eine lokale bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über alle Zustände der Zufallsvariablen. Ist ein Netzknoten von einem anderen abhängig, dann existiert eine gerichtete Verbindung von diesem Netzknoten zum abhängigen Knoten. Die Modellierung aller Abhängigkeiten kann ein BN unter Umständen relativ komplex werden lassen. Aus diesem Grund wird häufig d-Separiertheit³ angestrebt, d.h., es wird Unabhängigkeit zwischen den Netzknoten angenommen, die bereits indirekt über Zwischenknoten miteinander verbunden sind. Die probabilistische Berechnung eines BN erfolgt im Regelfall durch diagnostische und kausale Inferenz⁴ bzw. Induktion und Deduktion.

³Seien S_1 , S_2 und S_3 die nichtleeren, paarweise disjunkten Knotenmengen eines gerichteten (engl. directed) Graphen. Der Terminus d-Separiertheit erlaubt eine Aussage darüber, ob S_1 unabhängig von S_2 ist bei gegebenem S_3 ($S_1 \perp S_2 | S_3$). D.h., S_1 ist d-separiert von S_2 , wenn jeder ungerichtete Pfad von S_1 nach S_2 durch S_3 blockiert ist.

⁴Inferenz bezeichnet das Ziehen quantifizierter Schlussfolgerungen zu einem interessierenden Sachverhalt oder Problem ausgehend von unsicherem oder sicherem Wissen.

Nach [Mur02] erweitert ein DBN das Konzept des BN um die Dimension der Zeit zur Modellierung stochastischer Prozesse. Daraus lässt sich gewissermaßen ein Framework zur Generalisierung bekannter Zeitreihenanalysemodelle wie Markov-Modelle oder Bayes-Filter (s. Abschnitt 3.2) ableiten. Bei einem DBN handelt es sich demzufolge um ein BN, dessen Zufallsvariablen, Struktur, Wahrscheinlichkeiten und Abhängigkeiten der Variablen untereinander zeitveränderlich sind. So zeigen Beobachtungen zum Zeitpunkt t_1 üblicherweise eine andere Wirkung als zu einem beliebigen Zeitpunkt $t_i \neq t_1$. Zum besseren Verständnis eignet sich wiederum das Beispiel zur Parkraumbelegung mit den Zustandsgrößen {*frei*, *belegt*}. Ist der aktuelle Zustand einer Parkfläche neben Bodensensordaten z.B. noch von der Belegung benachbarter Parkflächen oder dem betreffenden Wochentag abhängig, erfolgt die Modellierung durch ein BN. Würden bei einer stundenweisen Diskretisierung zusätzliche Abhängigkeiten von der Parkraumbelegung von vor einer Stunde entstehen, ließe sich dies durch ein DBN modellieren.

Ein DBN besteht aufgrund der Zeitveränderlichkeit meist aus einer Vielzahl von BN, während jedes einzelne BN den zugrundeliegenden stochastischen Prozess zu einem bestimmten Zeitpunkt, der als sog. Zeitscheibe bezeichnet wird, repräsentiert. Der innerhalb dieser Arbeit relevante Anwendungsfall kann als zeitdiskreter stochastischer Prozess modelliert werden, woraus das ganzzahlige Inkrementieren der Zeitscheiben folgt. Somit lässt sich das in Kapitel 4 behandelte SLAM-Problem als DBN formulieren, wobei die Markov'sche Annahme erster Ordnung gilt, d.h., dass nur Kanten legitim sind, die zwei benachbarte Zeitscheiben miteinander verbinden.

3.2 Bayes-Filter

Das Bayes-Filter ist eine allgemeine probabilistische Filtermethode zur Zustandsschätzung zeitdiskreter dynamischer Systeme. Nach [TBF05] kann unter Nutzung des Satzes von Bayes (s. Abschnitt 3.1.1) und der Markov'schen Annahme (s. Abschnitt 3.1.2) der Systemzustand s_t zum Zeitpunkt t auf Basis des Vorgängerzustands s_{t-1} inkrementell, d.h. Schritt für Schritt, geschätzt werden. Unter der Annahme, dass der aktuelle Zustand s_t lediglich von s_{t-1} abhängt, ist nur die Berücksichtigung des Steuersignals u_t und der Beobachtung z_t, die den (verborgenen) Systemzustand häufig nur indirekt und verrauscht wahrnimmt, erforderlich. Die in s_{t-1} enthaltenen Informationen umfassen dabei alle vorherigen Zustände $s_{0:t-1}$, gemessenen Steuersignale $u_{1:t-1}$ und wahrgenommenen Beobachtungen $z_{1:t-1}$, wobei gilt

$$\mathbf{s}_{0:t} = \{\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_t\}$$
(3.7)

$$\mathbf{u}_{1:t} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_t\}$$
(3.8)

$$\mathbf{z}_{1:t} = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_t\}.$$
 (3.9)

Durch Reduzierung der Abhängigkeiten mit Hilfe der Markov'schen Annahme ergibt sich formal das probabilistische Aktionsmodell

$$P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{0:t-1}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t),$$
(3.10)

welches ähnlich zu Gleichung 3.3 die Wahrscheinlichkeit für s_t unter der Bedingung des Vorgängerzustands s_{t-1} und des Steuersignals u_t beschreibt. In ähnlicher Weise lässt sich das probabilistische Beobachtungsmodell

$$P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_t)$$
(3.11)

reduzieren, welches analog zu Gleichung 3.5 die Wahrscheinlichkeit für z_t unter der Bedingung des Zustands s_t beschreibt.

Die formale Filterbeschreibung erfolgt durch die Schätzung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit (engl. belief)

$$Bel(s_t) = P(s_t | z_{1:t}, u_{1:t})$$
 (3.12)

über dem momentanen Zustand s_t zum Zeitpunkt t. Werden die probabilistischen Modelle für Aktionen und Beobachtungen (s. Gleichung 3.10 und 3.11) berücksichtigt, kann Gleichung 3.12 mit Hilfe des Satzes von Bayes (s. Abschnitt 3.1.1) durch

$$Bel(\mathbf{s}_t) = \eta P(\mathbf{z}_t | \mathbf{s}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) P(\mathbf{s}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$$
(3.13)

mit dem Normierungsfaktor η faktorisiert werden. Aus der Markov'schen Annahme (z_t ist lediglich vom Zustand s_t abhängig) und dem *Gesetz der* totalen Wahrscheinlichkeit ergibt sich

$$Bel(\mathbf{s}_{t}) = \eta P(\mathbf{z}_{t}|\mathbf{s}_{t}) P(\mathbf{s}_{t}|\mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$$

= $\eta P(\mathbf{z}_{t}|\mathbf{s}_{t}) \int P(\mathbf{s}_{t}|\mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) P(\mathbf{s}_{t-1}|\mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \mathrm{d}\mathbf{s}_{t-1}.$ (3.14)

Anschließend wird die Markov'sche Annahme (s_t ist nur von s_{t-1} und u_t abhängig, s_{t-1} ist nur von u_{1:t-1} und nicht von u_t abhängig) erneut herangezogen, sodass

$$Bel(\mathbf{s}_t) = \eta P(\mathbf{z}_t | \mathbf{s}_t) \int P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t) P(\mathbf{s}_{t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1}) \mathrm{d}\mathbf{s}_{t-1}$$
(3.15)

gilt und die korrespondierende Rekursionsgleichung

$$Bel(s_t) = \eta P(z_t|s_t) \int P(s_t|s_{t-1}, u_t) Bel(s_{t-1}) ds_{t-1}$$
(3.16)

aufgestellt werden kann. Aus den Umformungen in den Gleichungen 3.13 bis 3.16 resultiert im Ergebnis eine rekursive Lösung des Bayes-Filter als Prädiktor-Korrektor-Struktur. Wie in Abbildung 3.5 dargestellt, beinhaltet diese ausgehend von einer zu Verfahrensbeginn durchgeführten Initialisierung des Systemzustands s₀ die Prädiktion von $Bel(s_t)$. Diese erfolgt auf Basis der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit $Bel(s_{t-1})$ des Vorgängerzustands s_{t-1} durch die Bayes'sche a-priori-Wahrscheinlichkeit

$$\overline{Bel}(\mathbf{s}_t) = \int P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t) Bel(\mathbf{s}_{t-1}) d\mathbf{s}$$
(3.17)

mit dem Aktionsmodell $P(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1},\mathbf{u}_t)$. Unter Einbeziehung der Beobachtung \mathbf{z}_t erfolgt anschließend die Korrektur des prädizierten Zustands durch

$$Bel(\mathbf{s}_t) = \eta P(\mathbf{z}_t | \mathbf{s}_t) \overline{Bel}(\mathbf{s}_t)$$
(3.18)

mit dem Normierungsfaktor η und dem Beobachtungsmodell $P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_t)$ als potentielles HMM, wobei die Gleichungen 3.17 und 3.18 über alle Zustandsgrößen iterieren. Nach dem Inkrementieren der Zeit bildet $Bel(\mathbf{s}_t)$ wiederum die Grundlage für die Schätzung zum Zeitpunkt t + 1.



Abbildung 3.5: Die charakteristische Struktur dynamischer Zustandsschätzer ist die Prädiktor-Korrektor-Struktur. Die Prädiktion erfolgt auf Basis des Steuersignals u_t und die Korrektur auf Basis des prädizierten Zustands sowie der Beobachtung z_t .

Realisiert das Bayes-Filter die Zustandsschätzung innerhalb diskreter endlicher Zustandsräume, wird es als Diskretes Bayes-Filter (DBF) bezeichnet, dessen Zustand s_t endlich viele Werte annehmen kann. Zur Bestimmung der diskreten a-posteriori-Wahrscheinlichkeit $p_{t,j}$ des *j*-ten Zustandswerts s_{t,j} zum Zeitpunkt *t* erfolgt die Umformulierung von Gleichung 3.17 und 3.18 zu

$$\forall j : \overline{P}_{t,j} = \sum_{i} P(\mathbf{s}_{t,j} | \mathbf{s}_{t-1,i}, \mathbf{u}_t) p_{t-1,i}$$
(3.19)

$$\forall j : p_{t,j} = \eta P(\mathbf{z}_t | \mathbf{s}_{t,j}) \overline{P}_{t,j}, \qquad (3.20)$$

wobei das Integral der formalen Filterbeschreibung in Gleichung 3.17 durch einen Summenoperator ersetzt wird. Die Wahrscheinlichkeiten $p_{t-1,i}$ jedes potentiellen vorhergehenden Zustands $s_{t-1,i}$ werden dabei entsprechend der Wahrscheinlichkeit, mit welcher der untersuchte Zustand $s_{t,i}$ erreicht wird, prädiziert, kumuliert und anschließend durch die Beobachtungswahrscheinlichkeit $P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_{t,j})$ korrigiert.

Bayes-Filter sind aufgrund der Markov-Eigenschaft rekursive Filter, d.h., die Schätzung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit des Systemzustands wird in sequentieller Weise auf Basis einer gemeinsamen Zustandshistorie durchgeführt. Die rekursiven Gemeinsamkeiten der Zustände lassen sich dabei als Faktorisierung aus der Produktregel

$$P(\mathbf{s}_{0:\tau}|\mathbf{u}_{1:\tau}, \mathbf{z}_{1:\tau}) = P(\mathbf{s}_0)P(\mathbf{s}_1|\mathbf{s}_0, \mathbf{u}_{1:\tau}, \mathbf{z}_{1:\tau})\dots P(\mathbf{s}_{\tau}|\mathbf{s}_{0:\tau-1}, \mathbf{u}_{1:\tau}, \mathbf{z}_{1:\tau}) \quad (3.21)$$

mit dem Zeitpunkt τ des letzten Systemzustands herleiten. Systeme, die sich auf Basis solcher rekursiven Abhängigkeiten beschreiben lassen, können auch als HMM oder DBN (s. Abschnitt 3.1.3 und 3.1.4) modelliert werden.

Das Bayes-Filter stellt das theoretische Grundkonzept zahlreicher Filterverfahren dar. Diese unterteilen sich nach $[C^+03]$ in Verfahren mit parametrischer bzw. Gauß'scher und nichtparametrischer Zustandsrepräsentation, wie in Abbildung 3.6 beispielhaft dargestellt. Parametrische Filter wie Kalman-Filter und EKF (s. Abschnitt 3.2.1) beschreiben die Verteilung der Zustände im Zustandsraum durch die Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung und sind besonders effizient für lineare Systeme und Gauß-Prozesse. Nichtparametrische Filter wie Histogramm- und Partikel-Filter (s. Abschnitt 3.2.2 und 3.2.3) repräsentieren hingegen den in der Regel geordnet oder zufällig diskretisierten Zustandsraum durch Stichproben und sind damit in der Lage, jede beliebige nicht-Gauß'sche (z.B. multimodale) Verteilung anzunähern, d.h., auch mehrere Zustandshypothesen zu verfolgen.



Abbildung 3.6: Gegenüberstellung beispielhafter Zustandsrepräsentationen. (a) Kalman-Filter nutzen die Parameter der Normalverteilung (Erwartungswert und Varianz). (b) Histogramm-Filter nutzen geordnete Stichproben im Zustandsraum. (c) Partikel-Filter nutzen zufällige Stichproben.

3.2.1 Extended Kalman-Filter

Das durch $[K^+60]$ publizierte Kalman-Filter gehört zur Klasse der parametrischen Bayes-Filter und ist Grundlage zahlreicher Verfahren wie Kalman-Filter Localization oder EKF-SLAM (s. Abschnitt 4.4.1). Das Kalman-Filter ist eine allgemeine Methode zur Zustandsschätzung linearer Systeme und schätzt den wahrscheinlichsten Systemzustand aus den vorhergehenden Zuständen rekursiv unter Nutzung der Markov-Eigenschaft. Es filtert gewissermaßen fehlerhafte, weiß verrauschte Messwerte, sodass das Kalman-Filter bei normalverteilten stochastischen Größen einen optimalen Zustandsschätzer darstellt. Kein anderer Schätzer liefert somit im Mittel eine geringere Summe der Fehlerquadrate.

Ausgangspunkt der Zustandsschätzung ist die Einführung des Zustandsvektors μ_t als Spaltenvektor, welcher den Erwartungswert des Systemzustands s_t schätzt. Weiterhin wird die positiv definite, symmetrische Kovarianzmatrix Σ_t eingeführt, welche die Kovarianz von s_t als paarweise korrelierende Unsicherheiten zwischen allen Zustandsgrößen zusammenfasst. Die aposteriori-Wahrscheinlichkeit aus Gleichung 3.12 kann demnach analytisch⁵ durch die (multivariate) Normalverteilung

$$Bel(\mathbf{s}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{s}_t; \boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t) = \frac{1}{\sqrt{\det(2\pi\Sigma_t)}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\mu}_t - \mathbf{s}_t)^T \boldsymbol{\Sigma}_t^{-1}(\boldsymbol{\mu}_t - \mathbf{s}_t)\right)$$
(3.22)

als Zustandsrepräsentation zum Zeitpunkt t beschrieben werden.

Zur Realisierung der Zustandsschätzung folgt das Kalman-Filter der in Abbildung 3.5 dargestellten Prädiktor-Korrektor-Struktur, wobei das Aktionsmodell h und das Beobachtungsmodell g jeweils als linear angenommen werden. Da der Systemzustand in der Realität häufig Nichtlinearitäten unterliegt, können die getroffenen Annahmen jedoch nur selten konsequent eingehalten werden. Eine wirkungsvolle Lösung stellt in diesem Zusammenhang das EKF dar, welches das Kalman-Filter um die Möglichkeit zur Integration nichtlinearer Aktions- und Beobachtungsmodelle erweitert.

Im EKF wird das Aktionsmodell $h(\mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$ zur Beschreibung der Zustandsänderungen um den zum Zeitpunkt t wahrscheinlichsten Zustand μ_{t-1} durch die Taylor'sche Reihenentwicklung erster Ordnung linearisiert, d.h., die Wahrscheinlichkeitsdichte von h wird normalverteilt approximiert. Im Prädiktionsschritt des Verfahrens werden Systemzustand und Kovarianzen

$$\overline{\boldsymbol{\mu}}_t = h(\mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t)|_{\mathbf{s}_{t-1} = \boldsymbol{\mu}_{t-1}}$$
(3.23)

$$\overline{\Sigma}_t = \nabla h \Sigma_{t-1} \nabla h^T + Q_t \tag{3.24}$$

mit dem Steuersignal u_t , der Kovarianzmatrix Q_t des Systemrauschens und der Matrix der partiellen Ableitungen des Aktionsmodells

$$\nabla \mathbf{h} = \frac{\partial h(\mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{s}_{t-1}} \bigg|_{\mathbf{s}_{t-1} = \boldsymbol{\mu}_{t-1}}$$
(3.25)

⁵Analytische Berechnungen werden exakt in mathematisch geschlossener Form, d.h. durch äquivalente Umformungen und gewöhnliche Rechenarten, realisiert.

prädiziert. Zur Durchführung des Korrekturschritts wird das Beobachtungsmodell $g(\mathbf{s}_t)$ um die nun wahrscheinlichste Lösung $\overline{\mu}_t$ zunächst linearisiert, woraus sich die Residualkovarianzmatrix

$$\Xi_t = \nabla g \overline{\Sigma}_t \nabla g^T + R \tag{3.26}$$

als Kovarianzmatrix der für die Beobachtung z_t bestimmten Innovation⁶

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{z}_t - g(\mathbf{s}_t)|_{\mathbf{s}_t = \overline{\mathbf{\mu}}_t} \tag{3.27}$$

mit der diagonalen Varianzmatrix R des Messrauschens und der Matrix

$$\nabla \mathbf{g} = \frac{\partial g(\mathbf{s}_t)}{\partial \mathbf{s}_t} \bigg|_{\mathbf{s}_t = \overline{\mu}_t}$$
(3.28)

der partiellen Ableitungen des Beobachtungsmodells ergibt. Mit Hilfe der Kalman-Matrix (engl. Kalman gain)

$$\mathbf{K}_t = \overline{\Sigma}_t \nabla \mathbf{g}^T \Xi_t^{-1}, \qquad (3.29)$$

welche vorzugsweise durch eine Pseudoinverse⁷ bestimmt wird, lassen sich schließlich die korrigierte Zustandsschätzung und die Kovarianzen

$$\mu_t = \overline{\mu}_t + K_t y_t \tag{3.30}$$

$$\Sigma_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \nabla \mathbf{g}) \,\overline{\Sigma}_t \tag{3.31}$$

mit der Einheitsmatrix I bestimmen. Kurz gesagt wird die zum Zeitpunkt t verfügbare Beobachtung z_t zusammen mit dem durch u_t prädizierten Systemzustand in einer gemeinsamen mit K_t gewichteten Zustandsschätzung kombiniert. Die Schätzung μ_t und die Kovarianzen Σ_t dienen wiederum als Ausgangspunkt für die Schätzung zum Zeitpunkt t + 1.

Das EKF erweist sich innerhalb praktischer Anwendungen als überaus wirksam. Liegen lediglich schwache Nichtlinearitäten im System vor, so liefert das Filter geeignete Schätzergebnisse bei mit der Anzahl der Zustandsgrößen quadratischer Komplexität. Aufgrund der linearen Approximation der nichtlinearen Funktionen g und h durch eine unimodal verteilte Wahrscheinlichkeitsdichte sind die Schätzungen des EKF im Gegensatz zum Kalman-Filter jedoch nicht erwartungstreu, d.h., sie entsprechen im Mittel nicht den wahren Werten. Die resultierenden Approximationsfehler hängen nach [BSLK04] von den auftretenden Nichtlinearitäten und vom Grad der Unsicherheit im System ab. Überschreiten beide Faktoren entsprechende Grenzen, empfiehlt es sich, die Zustandsschätzung durch geeignetere Verfahren zu realisieren.

⁶Der Begriff Innovation beschreibt das Residuum bzw. die Abweichung der Beobachtung zu dem Wert, der mit der aktuellen Beobachtungsprädiktion erwartet wird.

⁷Die Pseudoinverse (z.B. Moore-Penrose-Inverse) einer Matrix invertiert diese numerisch robust.

Neben dem EKF existieren noch weitere Derivate des Kalman-Filters wie das Unscented Kalman-Filter (UKF) oder das Sigma-Punkt Kalman-Filter (SPKF), welche prinzipiell verbesserte Linearisierungsansätze bei unwesentlich höherer Komplexität aufweisen. Aber auch diese Verfahren beinhalten grundsätzlich das Problem, dass die Zustandsrepräsentation lediglich auf Basis einer unimodal verteilten Wahrscheinlichkeitsdichte erfolgt. Konzepte für eine passendere Repräsentation werden diesbezüglich bspw. durch das Federated Information Sharing (FIS) in Abschnitt 4.4.1 oder die in den folgenden beiden Abschnitten beschriebenen Filter aufgegriffen.

3.2.2 Histogramm-Filter

Histogramm-Filter gehören zur Klasse der diskreten nichtparametrischen Bayes-Filter. Sie sind nach [TBF05] Grundlage zahlreicher Verfahren wie Grid Localization oder IML-SLAM (s. Abschnitt 4.4.2) und weisen gewisse Analogien zu den u.a. durch [BS71] und [KS88] weitaus früher vorgestellten Point-mass Filtern (PMF) auf. Das Histogramm-Filter dient zur Zustandsschätzung nichtlinearer Systeme unter Verwendung einer geordneten Repräsentation kontinuierlicher Zustandsräume. Als Bayes-Filter nutzt es dabei die Markov-Eigenschaft, um den aktuellen Systemzustand ausgehend vom vorhergehenden Zustand rekursiv zu schätzen. Ebenso folgen Histogramm-Filter der Prädiktor-Korrektor-Struktur in Abbildung 3.5.

Analog zum DBF schätzt auch das Histogramm-Filter die diskrete aposteriori-Wahrscheinlichkeit $p_{t,j}$ des *j*-ten Zustandswerts $s_{t,j}$ zum Zeitpunkt t auf Basis von Gleichung 3.19 und 3.20. Allerdings ist der Zustandsraum dabei nicht per se diskret, sondern wird im Voraus in endlich viele sich gegenseitig nicht überschneidende Zustandswerte (engl. samples, bins, cells) $\bigcup_j s_{t,j}$ mit $s_{t,i} \cap s_{t,j} = \emptyset$ und $i \neq j$ diskretisiert (s. Abbildung 3.7). Dieser Vorgang kann statisch oder dynamisch erfolgen und bildet nach [BFHS96] in seiner einfachsten Form ein äquidistantes Raster (s. Abschnitt 2.2.2.1). Die Rasterzellen werden dabei abstrakt als Zustandswerte definiert, während die Rasterauflösung die Genauigkeit und Komplexität des Histogramm-Filters als Trade-off beeinflusst. Jedem Zustandswert wird analytisch die Wahrscheinlichkeit $p_{t,j}$ zugewiesen, sodass sich die elementweise konstante Wahrscheinlichkeitsverteilung $\forall j : P(s_t) = |s_{t,j}|^{-1}p_{t,j}$ mit dem Volumen $|s_{t,j}|$ des *j*-ten Zustandswerts ergibt.

In kontinuierlichen Zustandsräumen werden Wahrscheinlichkeiten hingegen üblicherweise gemäß den Gleichungen 3.17 und 3.18 angegeben, die jedoch nicht unmittelbar für den diskreten Wert $s_{t,j}$ im Zustandsraum definiert sind. Beschreiben solche Werte den Zustandsraum in sinnvoller Weise, kann die Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustands dennoch mittels Substitu-



Abbildung 3.7: Zustandsrepräsentationen des Histogramm-Filters nach [TBF05]. (a) Repräsentationen der Wahrscheinlichkeitsdichte durch ein äquidistantes Positionsraster, wobei sich die Wahrscheinlichkeit auf den rechten oberen und linken unteren Bereich des Zustandsraums konzentriert. (b) Binärbaum-basierte Repräsentationen derselben Wahrscheinlichkeitsdichte.

tion von $s_{t,j}$ durch dessen Mittel

$$\forall j : \hat{\mathbf{s}}_{t,j} = |\mathbf{s}_{t,j}|^{-1} \int_{\mathbf{s}_{t,j}} \mathbf{s}_t \, \mathrm{d}\mathbf{s}_t, \tag{3.32}$$

welches den Zustandswert repräsentiert, approximiert werden. Es folgt

$$P(\mathbf{s}_{t,j}|\mathbf{s}_{t-1,i},\mathbf{u}_t) \approx \eta |\mathbf{s}_{t,j}| P(\hat{\mathbf{s}}_{t,j}|\hat{\mathbf{s}}_{t-1,i},\mathbf{u}_t)$$
(3.33)

$$P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_{t,j}) \approx P(\mathbf{z}_t|\hat{\mathbf{s}}_{t,j}) \tag{3.34}$$

mit dem Normierungsfaktor η . Dieser ist notwendig, um die Approximation, welche lediglich Stichproben des Zustandsraums enthält, in eine zulässige Wahrscheinlichkeitsverteilung umzuwandeln. Dabei entspricht die Normierung jener für die Übergangswahrscheinlichkeiten in Gleichung 3.4. Für gleich große Zustandswerte kann auf die Einbeziehung des Volumens $|\mathbf{s}_{t,i}|$ verzichtet werden. Die Approximation in Gleichung 3.33 und 3.34 führt zwangsläufig zu Schätzfehlern, die sich prinzipiell reduzieren, je detaillierter der Zustandsraum diskretisiert wird und je moderater Nichtlinearitäten innerhalb der Systemdynamik sind. Wie in Abbildung 3.7(b) dargestellt, sind zudem bestimmte Bereiche des Zustandsraums häufig relativ unwahrscheinlich und damit für die Zustandsschätzung nicht ausschlaggebend. Daher empfiehlt sich zur Reduzierung der Rechen- und Speicherkomplexität die dynamische Diskretisierung z.B. durch Binärbäume oder selektives Updaten und Speichern (s. Abschnitt 4.4.2.3). Darüber hinaus existieren Derivate des Histogramm-Filters wie das Binary Bayesian Filter (BBF) oder das Bayesian Occupancy Filter (BOF), welche eine für bestimmte Anwendungen zielführende binäre Zustandsrepräsentation umsetzen.

3.2.3 Partikel-Filter

Partikel-Filter⁸ bzw. SMC-Filter gehören ebenso wie Histogramm-Filter zur Klasse der diskreten nichtparametrischen Bayes-Filter und sind u.a. gemäß [DFBT99], [FBDT99] und [FTDB00] Grundlage zahlreicher Verfahren wie MCL oder FastSLAM (s. Abschnitt 4.4.3). Das Partikel-Filter ist eine stochastische Methode zur Zustandsschätzung nichtlinearer Systeme, deren Zustandsrepräsentation und zeitliche Entwicklung nichtparametrisch und im Gegensatz zum Histogramm-Filter nicht in geschlossener Form, sondern zufallsbasiert erfolgt. Demzufolge handelt es sich bei jedem Partikel-Filter gewissermaßen um eine SMC-Methode⁹.

Nach [DFAHS⁺01] und [RAG04] repräsentiert das Partikel-Filter den Systemzustand s_t zum Zeitpunkt t durch ein Set, auch Wolke oder Schwarm genannt, aus N geeignet verteilten Partikeln

$$\mathbf{P}_{t}^{[1:N]} = \left\{ \mathbf{P}_{t}^{[1]}, \mathbf{P}_{t}^{[2]}, \dots, \mathbf{P}_{t}^{[N]} \right\},$$
(3.35)

wobei die Notation $\cdot^{[\cdot]}$ den Partikelindex bezeichnet. Die Partikel stellen jeweils Paare aus einem möglichen Punkt $s_t^{[j]}$ im inhärenten Zustandsraum sowie einem Gewicht $w_t^{[j]}$ dar und haben die Form

$$\forall j: \mathbf{P}_t^{[j]} = \left\{ \mathbf{s}_t^{[j]}, w_t^{[j]} \right\}$$
(3.36)

mit j = 1, 2, ..., N. Die Partikel sind in der Lage, eine beliebige nicht-Gauß'sche Wahrscheinlichkeitsdichte des Systemzustands s_t unmittelbar zu beschreiben. Dabei wird diese aufgrund der endlichen Anzahl und diskreten Verteilung der Partikel im Zustandsraum jedoch nur approximiert, wobei der resultierende Approximationsfehler für $N \longrightarrow \infty$ gegen Null tendiert. Die Anzahl der verwendeten Partikel (nach [TBF05] z.B. $100 \le N \le 1000$) ist dabei stark abhängig von der geforderten Schätzgenauigkeit, der initialen Zustandsinformationen und den existierenden Rauschprozessen.

Das Partikel-Filter nutzt analog zum Kalman- und Histogramm-Filter das Prinzip des Bayes-Filters, um den aktuellen Systemzustand ausgehend vom vorhergehenden Zustand unter Nutzung der Markov-Eigenschaft rekursiv zu schätzen. Die rekursive Struktur in Gleichung 3.19 kann im Partikel-Filter durch den von [Dou98] vorgestellten Ansatz, dem Sequential Importance Sampling (SIS), realisiert werden. Demnach ist der Zustand $s_t^{[j]}$ als aktuelles Element der Zustandssequenz $s_{0:t}^{[j]}$ vom jeweiligen Vorgängerzustand in

⁸Partikel-Filter fanden durch [HM54] erstmalig Verwendung innerhalb der statistischen Methodologie. Den Terminus Partikel-Filter prägte [DM96].

⁹Die SMC-Methode löst gemäß [Has70] analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme numerisch mittels wahrscheinlichkeitstheoretischer Ansätze. Grundlage dafür sind gleichartige Zufallsexperimente und das Gesetz der großen Zahlen.

sequentieller Weise abhängig. Die Bestimmung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit, welche als Zielverteilung (engl. target distribution)

$$Bel(\mathbf{s}_t) = P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{0:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}, \mathbf{z}_{1:t})$$
(3.37)

des Filterverfahrens bezeichnet wird, lässt sich algorithmisch u.a. mit den von [R⁺88] und [AMGC02] vorgestellten Ansätzen wie bspw. dem Sampling Importance Resampling (SIR) umsetzen. Diese folgen weitgehend der in Abbildung 3.5 dargestellten Prädiktor-Korrektor-Struktur. Das SIR stellt dabei den populärsten Ansatz dar und beinhaltet die drei Schritte Sampling, Gewichtung und Resampling, welche nachfolgend erläutert werden.

3.2.3.1 Sampling

Sampling bezeichnet allgemein das Ziehen einer Zufallsstichprobe aus einer beliebig verteilten Grundgesamtheit. Für das Partikel-Filter bedeutet dies die Bestimmung eines prädizierten Zustands pro Partikel unter Einbeziehung des Aktionsmodells h. Das ermöglicht eine bestimmte Diversität des Partikelsets im Zustandsraum und zieht die Veränderung der Partikelanordnung nach sich. Wie in Abbildung 3.8 dargestellt, erfolgt das Sampling, sofern nicht direkt auf Basis der Zielverteilung des Systemzustands realisierbar, mit Hilfe der Vorschlagsverteilung (engl. proposal distribution)

$$\Pi\left(\mathbf{s}_{t}|\mathbf{s}_{t-1}^{[1:N]},\mathbf{u}_{t}\right) = P(\mathbf{s}_{t}|\mathbf{s}_{t-1},\mathbf{u}_{t})Bel(\mathbf{s}_{t-1}),$$
(3.38)

wodurch die Partikel die a-priori-Wahrscheinlichkeit von s_t zunächst in einem Anfangszustand (Bootstrap) repräsentieren. Die Dichtefunktion der Verteilung ist in Abbildung 3.8 als gestrichelte Linie dargestellt und approximiert in der Regel die Dichte der wahren Zielverteilung in jedem Zeitschritt t mit der Konvergenzgeschwindigkeit $\mathcal{O}\left(1/\sqrt{N}\right)$.

Die Prädiktion der Zustände des Partikelsets $P_t^{[1:N]}$ erfolgt unter Verwendung der vorherigen Zustände $s_{t-1}^{[1:N]}$ und des Steuersignals u_t , sodass sich der entsprechend der Vorschlagsverteilung verrauschte *j*-te Partikelzustand

$$\forall j : \overline{\mathbf{s}}_t^{[j]} \sim \Pi\left(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{t-1}^{[j]}, \mathbf{u}_t\right) \tag{3.39}$$

ergibt. Das Sampling des Partikel-Filters beinhaltet einen weiteren Approximationsfehler, die Abweichung zwischen Ziel- und Vorschlagsverteilung. Diese beschreibt die Filtervarianz, d.h. die Fähigkeit des Partikelsets zur Schätzung des Systemzustands, und führt unter Umständen zur Filterineffizienz. Dies trifft insbesondere für Steuersignale mit wesentlich geringerer Genauigkeit als die der Beobachtungen zu. [Fox03] und [SGBR07] schlagen vor, die Approximation der Zielverteilung durch die Vorschlagsverteilung anhand der



Abbildung 3.8: Schematische Darstellung des Sampling- und Gewichtungsschritts des SIR-Ansatzes nach [Mon03]. Das Sampling erfolgt üblicherweise nicht auf Basis der Zielverteilung (Zieldichte als durchgezogene Linie), sondern mit Hilfe einer weniger komplizierten Vorschlagsverteilung (Vorschlagsdichte als gestrichelte Linie). Die Berechnung der Partikelgewichte im unteren Teil erfolgt durch das Verhältnis von Ziel- zu Vorschlagsverteilung.

Kullback-Leibler-Divergenz $(KLD)^{10}$ zu bewerten, was zu einem effizienteren Sampling führt.

3.2.3.2 Gewichtung

In diesem Schritt wird unter Berücksichtigung der Beobachtung z_t für jedes Partikel ein Gewicht (engl. importance weight) bestimmt, welches den Approximationsfehler des Samplings kompensiert. Die Gewichtung der Partikel kann somit als Korrekturschritt des Filters aufgefasst werden. Das *j*-te Gewicht lässt sich im Grunde aus dem Verhältnis von Ziel- zu Vorschlagsverteilung im Zustandsraum zum Zeitpunkt *t* herleiten. Es kann durch

$$\forall j : w_t^{[j]} = \eta P\left(\mathbf{z}_t | \overline{\mathbf{s}}_t^{[j]}\right) w_{t-1}^{[j]} \tag{3.40}$$

bestimmt werden und ist aufgrund des Normierungsfaktors η relativ. Damit ergibt sich das temporäre Partikelset $\overline{\mathbf{P}}_t^{[1:N]} = \left\{ \overline{\mathbf{s}}_t^{[1:N]}, w_t^{[1:N]} \right\}$. Je nachdem, wie die Beobachtungsvorhersagen, welche sich unter Einbe-

Je nachdem, wie die Beobachtungsvorhersagen, welche sich unter Einbeziehung des Beobachtungsmodells g aus den prädizierten Zuständen $\bar{s}_t^{[1:N]}$ ergeben, mit der tatsächlichen Beobachtung z_t übereinstimmen, kann das

¹⁰Die nach [KL51] benannte KLD ist ein Maß dafür, wie sehr sich zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen voneinander unterscheiden. Während die eine im Regelfall die tatsächliche Verteilung $Bel(s_t)$ repräsentiert, beschreibt die andere die Approximation $\Pi(s_t)$ dieser. Formal lässt sich die KLD im diskreten Fall durch $D(Bel, \Pi) = \sum_{s_t} Bel(s_t) \log (Bel(s_t)/\Pi(s_t))$ bestimmen.

Partikelgewicht angepasst werden. In Bereichen, in denen die Zielverteilung größer als die Vorschlagsverteilung ist, erhalten die Partikel somit ein höheres Gewicht und umgekehrt (s. unterer Teil in Abbildung 3.8). Vergrößert sich der Fehler über die Zeit und den Zustandsraum, erhöht sich auch die Varianz der Gewichte und damit die statistische Ungenauigkeit. Die im Sampling-Schritt erzeugte Zustandsdiversität bildet demnach die Grundlage für eine robuste Approximation der Zielverteilung.

Durch die Gewichte $w_t^{[1:N]}$ kann schließlich die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit des Zustands s_t mit Hilfe von Gauß-, Histogramm- oder Kerndichteschätzer (engl. kernel density estimation) bestimmt werden. Das gewichtete Mittel stellt dabei die am häufigsten verwendete Form einer Gauß'schen Approximation dar, indem die Zielverteilung

$$Bel(\mathbf{s}_t) \approx \sum_j w_t^{[j]} \delta_{\mathbf{s}_t^{[j]}}(\mathbf{s}_t)$$
(3.41)

als Summe der gewichteten Partikel mit der Definition der Partikel als Dirac'sche δ -Distribution approximiert wird.

Die Gewichtung der Partikel bildet die Ursache für zwei weitere mögliche Approximationsfehler. Da lediglich N und nicht unendlich viele Partikel verwendet werden können, kommt einer dieser Fehler einem systematischen Fehler gemäß Abschnitt 2.1.4.2 gleich. Grund dafür ist, dass die relativen Gewichte $w_t^{[1:N]}$ lediglich N-1 voneinander unabhängige Werte bilden, da sich das *j*-te relative Gewicht aus der Subtraktion der N-1 anderen Gewichte von 1 ergibt. Im Extremfall würde mit N = 1 das Partikel $P_t^{[1:N=1]}$ nur auf Basis der Verteilung $P(s_t|s_{0:t-1}, u_{1:t})$ anstatt der Verteilung in Gleichung 3.37 bestimmt werden, weil dann unabhängig von der Beobachtung z_t aufgrund der durchgeführten Normierung $w_t^{[1:N=1]} = 1$ resultiert. Für größere N ist dieser Fehler jedoch weitgehend vernachlässigbar.

Der andere sich aus der Gewichtung der Partikel ergebende Approximationsfehler wird als Partikel-Degeneration (engl. particle deprivation) bezeichnet und umfasst den konsekutiven Diversitätsverlust der Zustandsapproximation infolge der sukzessiven Höhergewichtung immer weniger Partikel. Dies führt zu einem sinkenden Informationsgehalt des gesamten Partikelsets, indem sich nur noch wenige oder gar keine Partikel in Nachbarschaft zum wahren Zustand befinden. Die Wahrscheinlichkeit dafür hängt von Nsowie der Dimensionalität des Zustandsraums ab und ist prinzipiell gering, jedoch größer Null für $t \longrightarrow \infty$. Notfalls kann nach [GSS93] und [GGB⁺02] die Integration weniger zufällig im Zustandsraum verteilter Partikel in das Partikelset, unabhängig vom aktuellen u_t und z_t, dem entgegenwirken.

3.2.3.3 Resampling

Oberflächlich betrachtet genügen die Gleichungen 3.39 bis 3.41 zur momentanen Schätzung des Systemzustands s_t . Um jedoch geeignete Schätzungen über den gesamten Verfahrensverlauf hinweg zu garantieren, ist zur Vermeidung der Partikel-Degeneration eine passende Neuzusammensetzung des Partikelsets $\mathbf{P}_t^{[1:N]}$ notwendig, was als Resampling (Re-Bootstrap) der Partikel bezeichnet wird. Dabei bleibt die Anzahl der Partikel unverändert.

Das Resampling entspricht aus Sicht der Kombinatorik einer Kombination mit Wiederholung (Zufallsexperiment Ziehen mit Zurücklegen). Es stellt als Folge von Bernoulli-Experimenten die probabilistische Umsetzung der Darwin'schen Theorie Survival of the Fittest dar und erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zu den berechneten Gewichten. Partikel mit höheren Gewichten werden auch mit größerer Wahrscheinlichkeit wieder berücksichtigt, was im Regelfall Duplikate im Partikelset zur Folge hat. Für eine gegen unendlich strebende Partikelanzahl werden so Partikel entsprechend der Zielverteilung generiert, d.h., dass die Abweichung zwischen Zielund Vorschlagsverteilung korrigiert wird, was zu einer verbesserten Schätzung der Evolution der Wahrscheinlichkeitsdichte im Zustandsraum führt. In einem Zufallsprozess werden demnach N neue Partikel

$$\forall j: \mathbf{P}_t^{[j]} \sim P\left(\overline{\mathbf{P}}_t^{[1:N]}\right) = w_t^{[1:N]} \tag{3.42}$$

erzeugt, wobei das Gewicht des in Gleichung 3.42 generierten Partikels normiert wird. Durch die Modellierung als Zufallsprozess ist jedoch nicht auszuschließen, dass Partikel mit hohem Gewicht in seltenen Fällen dennoch unberücksichtigt bleiben, was für eine Serie solcher Ereignisse unweigerlich zur Partikel-Degeneration führt. Schließlich aktualisiert der Zustand $s_t^{[j]}$ jedes erzeugten Partikels $P_t^{[j]}$ implizit die für $P_t^{[j]}$ individuelle Zustandshistorie

$$\forall j : \mathbf{s}_{0:t}^{[j]} = \left\{ \mathbf{s}_{0:t-1}^{[j]}, \mathbf{s}_{t}^{[j]} \right\}.$$
(3.43)

Das Resampling muss nicht notwendigerweise in jedem Zeitschritt t durchgeführt werden und insbesondere dann nicht, wenn der Systemzustand unveränderlich ist (z.B. Ruhezustand eines Objekts). Wird auf das Resampling verzichtet, folgt $P_t^{[1:N]} = \overline{P}_t^{[1:N]}$. In einigen Algorithmen wird das Resampling in jedem Zeitschritt, in anderen hingegen nach einer konstanten Anzahl von Zeitschritten durchgeführt. [Dou98] und [Gus10] schlagen die Verwendung von Grenzwerten für die Anzahl N_{eff} effektiver Partikel als Bedingung vor. Demnach erfolgt das Resampling, wenn gilt

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{j} \left(w_t^{[j]} \right)^2} < \frac{2N}{3}.$$
 (3.44)

Die systematische Nichtberücksichtigung von Partikeln führt zum Effekt der Partikel-Verarmung (engl. particle depletion, particle impoverishment). Dieser Effekt beschreibt die beim Resampling auftretende Reduzierung der Partikeldiversität in Abhängigkeit von der Qualität des Samplings und der
daraus resultierenden Divergenz zwischen Ziel- und Vorschlagsverteilung. Die Partikel-Verarmung hat den Verlust eines Teils der Zustandshistorie (s. Gleichung 3.43) im Partikelset zur Folge. Wie in Abbildung 3.9 dargestellt, besteht so die Möglichkeit, dass nach einer Weile ein Großteil der Partikel lediglich von einigen wenigen Partikeln abstammt. In diesem Kontext beschreibt der SIS-Ansatz nach [CD02] stochastische Prozesse nur dann in geeigneter Weise, falls diese Historienverluste in exponentiellem Maße einkalkulieren, d.h., wenn das Prozessrauschen des Systems ein bestimmtes Maß an Unabhängigkeit des Zustands s_t vom Vorgängerzustand s_{t-1} verursacht. Die Partikel-Verarmung vergrößert darüber hinaus die Filtervarianz, zu deren Reduzierung neben der Verringerung der Resampling-Frequenz eine Reihe effizienter Ansätze existieren. U.a. [Mad49], [LC98], [TBF05], [Coc07] und [Rip09] schlagen vor, hierfür Verfahren wie Low Variance Sampling, Stochastic Universal Sampling oder Stratified Sampling anzuwenden.



Abbildung 3.9: Schematische Darstellung der Historienverluste eines Partikelsets. Beim Resampling nicht berücksichtigte Partikel sind rot markiert. Mit einem Verlust von 25% bei jedem Resampling-Schritt stammen in diesem Beispiel bereits nach drei Schritten alle Partikel von einem ab.

3.3 Markov Lokalisierung

Die durch [Fox98] publizierte Markov Lokalisierung ist die direkte Anwendung des Bayes-Filter-Ansatzes zur probabilistischen Lösung von Lokalisierungsproblemen mobiler Objekte. Sie beinhaltet demnach die Markov'sche Annahme, dass der aktuelle Zustand s_t während der Lokalisierung lediglich vom vorhergehenden Zustand s_{t-1} abhängt. Die Markov Lokalisierung lässt sich mit allen in Abbildung 3.6 dargestellten Repräsentationen des Zustandsraums und somit allen in Abschnitt 3.2 behandelten Verfahren realisieren, d.h., sie stellt einen allgemeinen Lösungsansatz unabhängig von der konkreten Zustandsrepräsentation dar.

Die Markov Lokalisierung setzt zur Lösung von Lokalisierungsproblemen das Vorhandensein einer Karte Θ der Objektumgebung voraus, die sich mit Hilfe von Abschnitt 2.2 detailliert beschreiben lässt. Dabei kann Θ im Gegensatz zum SLAM-Problem in Kapitel 4 als statisch und bekannt angenommen werden. Zur Schätzung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit

$$Bel(\mathbf{s}_t) = P(\mathbf{s}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}, \Theta) \tag{3.45}$$

über dem Zustand s_t zum Zeitpunkt t wird das Aktionsmodell und das Beobachtungsmodell im Vergleich zu Gleichung 3.10 und 3.11 um die Karte Θ erweitert. Daraus ergibt sich

$$P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \Theta) \tag{3.46}$$

$$P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_t, \Theta), \tag{3.47}$$

wobei Gleichung 3.46 im Zusammenhang mit der Lokalisierung mobiler Objekte treffender als Bewegungsmodell bezeichnet wird. Die Einbeziehung von Θ in das Bewegungsmodell erfolgt dabei nicht für jede Anwendung. Für die Beschreibung der a-priori- und a-posteriori-Wahrscheinlichkeit gilt

$$\overline{Bel}(\mathbf{s}_t) = \int P(\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \Theta) Bel(\mathbf{s}_{t-1}) \mathrm{ds}$$
(3.48)

$$Bel(\mathbf{s}_t) = \eta P(\mathbf{z}_t | \mathbf{s}_t, \Theta) \overline{Bel}(\mathbf{s}_t), \qquad (3.49)$$

welche als Prädiktor-Korrektor-Struktur analog zum Bayes-Filters in Gleichung 3.17 und 3.18 modelliert werden. Die Initialisierung der a-priori-Wahrscheinlichkeit $Bel(s_0)$ des Anfangszustands s_0 lässt sich ohne Kenntnis initialer Lokalisierungsinformationen im einfachsten Fall gleichverteilt umsetzen. Sind solche Informationen hingegen verfügbar, lässt sich $Bel(s_0)$ auch durch eine partiell gleichverteilte oder multimodale Verteilung annähern.

Zur Veranschaulichung von Gleichung 3.48 und 3.49 kann nach [FBT99] und [TBF05] das in Abbildung 3.10 dargestellte klassische Beispiel der Markov Lokalisierung herangezogen werden. Dieses beinhaltet das sequentielle 1d-Lokalisierungsproblem eines sich nach rechts bewegenden Objekts innerhalb der Karte Θ , die durch mehrdeutige (nicht unterscheidbare) Kartenmerkmale in Form von drei Türen entlang eines Korridors definiert ist. Dabei erfolgt die Zustandsrepräsentation zur Vereinfachung in kontinuierlicher Form. Dies gilt für die schwarz dargestellten a-priori-Wahrscheinlichkeiten Bel und a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten Bel sowie für die rot dargestellten Wahrscheinlichkeiten P der Beobachtung Tür detektiert.

Zu Beginn der Sequenz in Abbildung 3.10(a) herrscht absolute Unsicherheit, was durch die Gleichverteilung der a-priori-Wahrscheinlichkeit $\overline{Bel}(\mathbf{s}_t)$ beschrieben wird. Nach Einbeziehung der ersten Beobachtung, deren Wahrscheinlichkeit $P(\mathbf{z}_t|\mathbf{s}_t, \Theta)$ in (b) rot dargestellt ist, können mit Gleichung 3.49 drei gleichwahrscheinliche Lokalisierungshypothesen bestimmt werden. Diese lassen sich anhand der Maxima (engl. peak) der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit $Bel(\mathbf{s}_t)$ schätzen, was zunächst zu einem mehrdeutigen Lokalisierungsergebnis führt. Durch die Bewegungswahrscheinlichkeit $P(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t, \mathbf{u}_{t+1}, \Theta)$ wird anschließend $\overline{Bel}(\mathbf{s}_{t+1})$ mit Gleichung 3.48 prädiziert, was die Unsicherheit der Hypothesen in (c) vergrößert. Die Einbeziehung einer weiteren Beobachtung in (d) führt zur a-posteriori-Wahrscheinlichkeit $Bel(\mathbf{s}_{t+1})$ und schließlich zu einer signifikanten Hypothese, die auch nach erneuter Bewegung in (e) unter Vergrößerung der Unsicherheit erhalten bleibt.



Abbildung 3.10: Klassisches Beispiel der Markov Lokalisierung nach [TBF05]. In (a) bis (e) sind für ein 1d-Lokalisierungsproblem die a-priori-Wahrscheinlichkeiten \overline{Bel} bzw. a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten Bel schwarz dargestellt. In (b) und (d) sind zudem die Wahrscheinlichkeiten P der Beobachtung $Tür \ detektiert$ rot dargestellt.

Kapitel 4

Simultane Lokalisierung und Kartenerstellung

Die Bestimmung relativer Positionen der Anker und mobilen Objekte ist zentraler Bestandteil des entwickelten Verfahrens und stützt sich im Wesentlichen auf Beobachtungen in Form von paarweisen Distanzmessungen. Liegen diese, wie in Abschnitt 1.2 und 2.1.2 beschrieben, als Anker-Mobile-Messungen vor, lässt sich ein SLAM-Problem formulieren.

SLAM im Allgemeinen findet seit einiger Zeit besondere Beachtung im Forschungsumfeld der autonomen Robotik. Dort sollen mobile Roboter ohne a-priori-Informationen bezüglich eigener Position und Umgebung Aufgaben erfüllen, für die solches Wissen jedoch erforderlich ist. Verschiedenste SLAM-Verfahren ermöglichen sowohl die automatisierte Generierung dieser Informationen als auch die maschinengerechte Repräsentation der Umgebung. Etablierte Software-Frameworks wie Robot Operating System (ROS) erlauben dabei einen vielseitigen Einsatz auch innerhalb dynamischer Anwendungsszenarien unter Echtzeitanforderungen. Beispiele dafür sind:

- Kartierung von Infrastrukturinformationen (z.B. Ankerpositionen oder Signale für WiFi-SLAM) zur (Indoor-)Lokalisierung
- Selbstlokalisierung und Wegplanung (z.B. Drohnen-Navigation oder Bergungsaktionen von Personen und Material)
- Erkundung (engl. exploration) komplizierter Umgebungen (z.B. Höhlensysteme, Tiefseegräben oder Planetenoberflächen)
- Body-SLAM im Bereich Humanmedizin

Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 1.2 konkretisierten Anforderungen an das entwickelte Verfahren wird das SLAM-Problem primär aus der Perspektive des Themas dieser Arbeit verstanden. Ziel dabei ist es, die vorliegenden Distanzmessungen mit Hilfe geeigneter RO-SLAM-Verfahren so zu verarbeiten, dass mobile Objekte in 2D-Umgebungen lokalisiert und die jeweiligen Anker kartiert werden können. In diesem Kapitel erfolgt daher zunächst ein Überblick zum SLAM-Problem, woran sich dessen numerische Darstellung sowie die Formulierung, Initialisierung und Umsetzung ausgewählter Verfahren der Literatur anschließen.

4.1 Überblick

Übliche Standardverfahren zur Lösung des SLAM-Problems verfügen über einen gemeinsamen Verfahrensansatz, welcher Objektposition und Umgebungskarte als zunächst unbekannt annimmt. Die erfassten Sensordaten erstellen im Verfahrensverlauf inkrementell eine Umgebungskarte bei gleichzeitiger Objektlokalisierung. Je länger sich ein mobiles Objekt in seiner Umgebung bewegt, umso mehr Informationen tragen dazu bei, dass die Lokalisierung und Kartenerstellung konvergiert. Dabei bezeichnet Konvergenz die Verringerung von Unsicherheit innerhalb der Zustandsrepräsentation des Objekts und der Karte. Die Verfahrenskonvergenz ist neben der Qualität der Eingangsdaten im Wesentlichen von der Bewegungsvariabilität des Objekts während des SLAM-Verfahrensverlaufs abhängig. Die resultierende Konvergenzgeschwindigkeit ist demnach ein Maß dafür, wie streng die Bewegungsvariabilität die Verringerung von Unsicherheit durch bspw. das Auflösen von Mehrdeutigkeiten (s. Abbildung 4.3) beeinflusst.

[TBF05] nennen zwei prinzipielle Lösungsmöglichkeiten des SLAM-Problems. Die erste Möglichkeit wird als full-SLAM bezeichnet und umfasst die Schätzung der vollständigen Objekttrajektorie $\mathbf{x}_{0:t}$ (Sequenz von Objektzuständen bis zum Zeitpunkt t) sowie der Karte Θ mit der Wahrscheinlichkeit

$$P(\mathbf{x}_{0:t}, \Theta | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) \tag{4.1}$$

für die Beobachtungen $z_{1:t}$ und die Steuersignale $u_{1:t}$ (s. Kapitel 3 sowie Abschnitt 4.1.2.2 und 4.1.1.2). Die zweite Möglichkeit wird als online-SLAM bezeichnet und beschreibt im Gegensatz dazu lediglich die Schätzung des momentanen Objektzustands x_t sowie der Karte Θ , sodass durch Integration der vollständigen Objekttrajektorie gilt

$$P(\mathbf{x}_t, \Theta | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) = \int \int \dots \int P(\mathbf{x}_{0:t}, \Theta | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) d\mathbf{x}_0 d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_{t-1}.$$
 (4.2)

Trotz des gemeinsamen Verfahrensansatzes existieren höchst unterschiedliche Umsetzungen, die hinsichtlich Verfahrenseigenschaften, adressierter Datenbasis, und behandelten Anwendungskontext teilweise stark variieren. Eine weit verbreitete Taxonomie diesbezüglich beinhaltet

- full-SLAM- vs. online-SLAM-Verfahren,
- volumetrische vs. merkmalsbasierte SLAM-Verfahren,

- SLAM-Verfahren mit topologischer vs. geometrischer Kartenerstellung,
- Range-Only vs. Bearing-Only vs. Range-Bearing SLAM-Verfahren,
- SLAM-Verfahren mit bekannten vs. unbekannten Beobachtungskorrespondenzen¹,
- SLAM-Verfahren mit statischen vs. dynamischen Karten und
- autonome vs. kooperative SLAM-Verfahren.

Als innovativ gelten dabei die u.a. von [BMSS05] und [RCM14] vorgeschlagenen kooperativen SLAM-Verfahren, die häufig auf eine optimierte Umgebungserfassung mit Hilfe effizienter Kartenerstellungs-, -fusions- und Pfadplanungsmethoden abzielen. Immer mehr Beachtung finden zudem Verfahren für den Einsatz innerhalb dynamischer Umgebungen, welche signifikante Anpassungen bezüglich der Repräsentation der Umgebungskarte aufweisen. Die Modellierung der Dynamiken erfolgt hierbei auf Basis von Objektklassifikationen u.a. nach [MMM05] und [WS05] oder Markov-Modellen u.a. nach [MDBB12] und [TMDB13]. Für einen detaillierteren Überblick werden im Folgenden das mobile Objekt und dessen Umgebung grundlegend beschrieben sowie charakteristische Aspekte zum SLAM-Problem diskutiert.

4.1.1 Objektbeschreibung

SLAM-Verfahren finden ausschließlich im Zusammenhang mit mobilen Objekten Anwendung. Daher werden nachfolgend der Zustand von Objekten und deren Bewegung durch Steuersignale näher beschrieben.

4.1.1.1 Objektzustand

Der Zustand eines mobilen Objekts wird allgemein durch dessen Position und Lage definiert, welche zusammen als Objektpose² bezeichnet werden. Diese lässt sich in 2D-Umgebungen typischerweise durch $\mathbf{x}_t = \begin{pmatrix} x_m & y_m & \theta_m \end{pmatrix}^T$ zum Zeitpunkt t beschreiben, wobei x_m und y_m die kartesische Koordinatenbeschreibung (s. Abschnitt 2.2.1) und θ_m den Lagewinkel, d.h. die räumliche Orientierung des Objekts darstellt. Daraus kann die Trajektorie $\mathbf{x}_{0:t}$ als Folge von Objektpositionen abgeleitet werden. Für eine solche Position existieren innerhalb eines SLAM-Verfahrens häufig mehrere Hypothesen (s. Abschnitt 4.2.3), welche den Zustandsraum des Objekts je nach verwendeter Repräsentation (s. Abbildung 3.6) wahrscheinlichkeitsbasiert beschreiben.

 $^{^{1}}$ Korrespondenzen sind Informationen, mit deren Hilfe beobachtete Umgebungsmerkmale bereits kartierten Merkmalen im Sinne einer Datenassoziation (s. Abschnitt 4.1.2.3) zugeordnet werden können.

²Der Terminus Pose wird nur dann verwendet, wenn die Objektlage eine Rolle spielt.

4.1.1.2 Steuersignale

Voraussetzung für das Erreichen unterschiedlicher Objektpositionen ist eine entsprechende Bewegung, die üblicherweise durch das Steuersignal u_t beschrieben wird. Steuersignale sind im Allgemeinen verrauschte, d.h. mit Unsicherheit behaftete Messungen der Objektbewegung. Je nach Steuersignalqualität und -verfügbarkeit kann die Objektposition nach einer Bewegung sehr genau, zum Teil aber auch stark fehlerhaft oder nur mehrdeutig durch räumlich verteilte Positionshypothesen abgebildet werden. Prinzipiell addieren sich die Fehler der Steuersignale über die Zeit und vergrößern damit auch die Unsicherheit der SLAM-Ergebnisse, wobei die resultierende Unsicherheit der Objekttrajektorie mit den Fehlern bei der Kartenerstellung korreliert. Es besteht jedoch die Möglichkeit, diese durch Beobachtung von Kartenmerkmalen (s. Abschnitt 4.1.2.2) entscheidend zu verringern.

Als Zustandsübergangsmodell dient neben dem in Gleichung 3.10 formulierten probabilistische Bewegungsmodell

$$P(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \tag{4.3}$$

mit den Objektpositionen x_{t-1} und x_t das kinematische Bewegungsmodell

$$\mathbf{x}_t = h(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) + \mathbf{\delta}_t \tag{4.4}$$

mit der weißen Gauß'schen Fehlervariablen (engl. Additive White Gaussian Noise, kurz AWGN) $\delta_t \sim \mathcal{WN}(0, Q_t)$ und den Bewegungskovarianzen Q_t . Der Zeitindex t bezeichnet dabei eine Bewegung, welche zwischen dem Zeitpunkt t-1 und t liegt.

Steuersignalinformationen können auf Basis geeigneter Sensorik wie Odometer- und IMU-Sensoren gemessen oder aus der Objektbewegung selbst empirisch generiert werden. [TBF05] unterscheiden dabei zwischen geschwindigkeitsbasierten Steuersignalen³ und Odometrie-basierten Steuersignalen⁴. Für letztere sind in Abbildung 4.1 beispielhaft entsprechende Positionswahrscheinlichkeiten dargestellt, in (a) parametrisch sowie in (b) und (c) mittels Stichproben in geschlossener Form als äquidistantes Positionsraster (s. Abschnitt 2.2.2.1) und SMC-gestützt.

Die Modellierung der Objektbewegung wird an dieser Stelle jedoch nicht weiter vertieft, da aus den in Abschnitt 1.2 genannten Gründen auf die Berücksichtigung konkreter Objektbewegungsinformationen als Datenbasis im entwickelten Gesamtverfahren verzichtet wird. Die Modellierung des Bewegungsverhaltens mobiler Objekte gestaltet sich, ohne über Steuersignale zu verfügen, im Allgemeinen schwierig (z.B. die Umsetzung von Gleichung 4.3 und 4.4 innerhalb der in Abschnitt 4.4 beschriebenen SLAM-Verfahren).

³Ein Beispiel dafür ist $u_t = \begin{pmatrix} v_t & \omega_t \end{pmatrix}^T$ mit der Translationsgeschwindigkeit v_t und der Rotationsgeschwindigkeit bzw. dem Steuerwinkel ω_t .

⁴Ein Beispiel dafür ist $\mathbf{u}_t = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{t-1} & \hat{\mathbf{x}}_t \end{pmatrix}^T$.



Abbildung 4.1: Beispielhafte Odometrie-basierte Objektbewegung dargestellt durch drei Zustandsrepräsentationen. (a) in parametrischer Form als multivariate Normalverteilung, (b) als äquidistantes Positionsraster und (c) SMCgestützt. Die Objektposen $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}$ (unten links) und $\hat{\mathbf{x}}_t$ (mittig), welche Position und Lage beinhalten, sind dick schwarz dargestellt.

Unter Einbeziehung des zugrundeliegenden Anwendungsbezugs lassen sich jedoch häufig abstrakte Bewegungsinformationen ableiten. So ist es möglich, bestimmten Objekten eine minimale und maximale Geschwindigkeit, Richtungsänderungen sowie entsprechende Varianzen zuzuordnen. Zudem ist denkbar, solche Informationen aus der mit Hilfe von Beobachtungen erstellten Bewegungshistorie heraus zu generieren (s. Abschnitt A.1).

4.1.2 Umgebungskarte

Die Kartenerstellung erfordert als Teil des SLAM-Problems einen geeigneten Umgang mit Beobachtungen von Kartenmerkmalen, welche den zentralen Bestandteil der vorliegenden Datenbasis darstellen. Im Folgenden wird daher auf Kartenmerkmale, Beobachtungen, Datenassoziation, Merkmalskartierung und -korrelation näher eingegangen.

4.1.2.1 Kartenmerkmal

Kartenmerkmale (z.B. Anker oder Landmarken) sind unterschiedliche stationäre Umgebungsmerkmale einer Merkmalskarte (s. Abschnitt 2.2.2.2), welche nach [TBF05] als zeitinvariant gelten und sich damit zuverlässig wiedererkennen lassen. Ein Kartenmerkmal wird mit $\boldsymbol{\theta}$ bezeichnet. Somit ist die Karte

$$\Theta = \{ \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, ..., \boldsymbol{\theta}_M \}$$
(4.5)

mit $\theta_l \in \Theta$ und l = 1, 2, ..., M die Menge aller M beobachteten Merkmale. Im konkreten Anwendungsbezug stellt Θ eine Ankerkarte dar, welche die Gesamtheit der beobachteten Anker als Merkmale enthält.

Generell ist die Wahl einer passenden Kartenrepräsentation ausgesprochen wichtig für das Funktionieren eines SLAM-Verfahrens, wobei sowohl kartesische bzw. metrische als auch polare Koordinaten (s. Abschnitt 2.2.1) für eine detaillierte und robuste Ankerpositionsbeschreibung in 2D- und seltener auch 3D-Umgebungen zum Einsatz kommen. Solche Beschreibungen genügen hinsichtlich Objektlokalisierung und Kartenerstellung für die allermeisten Anwendungen. Jedoch sind in Abhängigkeit der eingesetzten Sensorik zum Teil komplexere Kartenrepräsentationen erforderlich, z.B. wenn die Form von Kartenmerkmalen oder deren Ausdehnung im Raum einbezogen werden soll.

4.1.2.2 Beobachtungen

Beobachtungen bezeichnen Informationen bezüglich sensorisch wahrnehmbaren Umgebungsmerkmalen, für die innerhalb eines SLAM-Verfahrens die Karte Θ erstellt wird. Die Beobachtung z_t zum Zeitpunkt t kann neben dem in Gleichung 3.47 formulierten probabilistischen Beobachtungsmodell

$$P(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \Theta), \tag{4.6}$$

welches neben der Objekt
position \mathbf{x}_t analog zu Abschnitt 3.3 die Karte Θ beinhaltet, durch das physikalische Beobachtungsmodell

$$\mathbf{z}_t = g(\mathbf{x}_t, \Theta) + \mathbf{\varepsilon}_t \tag{4.7}$$

mit der Fehlervariablen $\varepsilon_t \sim \mathcal{WN}(0, \mathbf{R})$ und den Beobachtungskovarianzen R beschrieben werden. In manchen Fällen besteht zudem die Möglichkeit, das inverse Modell g^{-1} anzugeben, womit die Position eines Kartenmerkmals relativ zum Objekt durch die Beobachtung eindeutig bestimmt und in die Umgebungskarte integriert werden kann.

Die Beobachtung von Kartenmerkmalen unterliegt ähnlich wie die der Objektbewegung gewissen Ungenauigkeiten. In Abhängigkeit des innerhalb eines SLAM-Verfahrens angenommenen Beobachtungsmodells verfälscht die resultierende Abweichung der Messung vom wahren Wert die Position eines kartierten Merkmals relativ zum Objekt, während die absolute Merkmalsposition wiederum abhängig von der geschätzten Objektposition ist. Die Art der Beobachtung hat entscheidende Auswirkung auf die Initialisierung (s. Abschnitt 4.3) der Umgebungskarte und die Formulierung des Beobachtungsmodells im SLAM-Verfahren. In der Literatur werden u.a. durch [TBF05] eine ganze Reihe solcher Modelle wie das Ray-cast-, das Beam-Endpoint-, das Range-Only-, das Bearing-Only- und das Range-Bearing-Modell vorgeschlagen. Letzteres eignet sich besonders zur Sensornetz-basierten Lokalisierung und wird für die Beobachtung $z = (r \phi)^T$ durch

$$\begin{pmatrix} r \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(x_{\rm a} - x_{\rm m})^2 + (y_{\rm a} - y_{\rm m})^2} \\ \operatorname{atan2}(y_{\rm a} - y_{\rm m}, x_{\rm a} - x_{\rm m}) - \theta_{\rm m} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{\sigma} \\ \epsilon_{\sigma\phi} \end{pmatrix}$$
(4.8)

mit der Distanzmessung r und der Winkelmessung (engl. bearing) ϕ beschrieben, wobei Gleichung 4.8 gewisse Analogien zur Polarkoordinatenbe-

schreibung in Gleichung 2.3 aufweist. Die Modellierung erfolgt unter Verwendung der Objektpose $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_m & y_m & \theta_m \end{pmatrix}^T$, des Kartenmerkmals $\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} x_a & y_a \end{pmatrix}^T$ sowie der Kovarianzmatrix $\mathbf{R} = \text{diag} \begin{pmatrix} \sigma^2 & \sigma_{\phi}^2 \end{pmatrix}$ des Messrauschens mit der Distanzmessvarianz σ^2 und der Winkelmessvarianz σ_{ϕ}^2 .

Da, wie in Abschnitt 1.2 erläutert, in dieser Arbeit ausschließlich RO-SLAM-Verfahren zur Anwendung kommen, ist im Weiteren lediglich der distanzbezogene Teil in Gleichung 4.8 relevant, welcher als Range-Only-Modell bezeichnet wird. In Abbildung 4.2 ist dazu die beispielhafte Realisierung dieses Modells für ein bestimmtes z und R in (a) parametrisch sowie in (b) und (c) mittels Stichproben in geschlossener Form als äquidistantes Positionsraster und SMC-gestützt dargestellt.



Abbildung 4.2: Beispielhafte Range-Only-basierte Beobachtung eines Kartenmerkmals mittels Distanzmessung dargestellt durch drei Zustandsrepräsentationen. (a) in parametrischer Form als Summe multivariater Normalverteilungen, (b) als äquidistantes Positionsraster und (c) SMC-gestützt. Verzichtet wird hierbei auf die Darstellung des jeweils in der Mitte befindlichen mobilen Objekts, welches das Kartenmerkmal beobachtet.

4.1.2.3 Datenassoziation

Ein Teilproblem im Umgang mit Sensorbeobachtungen ist die Datenassoziation. Sie umfasst die Bestimmung einer Korrespondenz- bzw. Identitätsvariablen des beobachteten Kartenmerkmals, d.h. die Zuordnung zwischen beobachteten und bereits kartierten Merkmalen während der Kartenerstellung. Die exponierte Bedeutung dieses Problems verdeutlichen [DNC⁺01] anhand ihres Beweises zur Lösbarkeit des SLAM-Problems, indem dieser nur unter Annahme eines gelösten Korrespondenzproblems gilt. Andernfalls sind Inkonsistenzen sowohl bei der Objektlokalisierung als auch bei der Erstellung der Umgebungskarte die logische Konsequenz.

Die Datenassoziation wird im Allgemeinen mit den diskreten Korrespondenzen $c_{1:t}$ realisiert. Für $c_t = l \in \{1, 2, ..., M\}$ kann die Beobachtung z_t dem Kartenmerkmal $\theta_l \in \Theta$ zugeordnet werden. Wenn z.B. für die unterschiedlichen Zeitpunkte t und t+1 gilt $c_t = c_{t+1}$, dann gehören beide Beobachtungen zum selben Merkmal. Zu beachten ist, dass nicht jede Beobachtung zwangsläufig mit einem Kartenmerkmal korrespondieren muss, sondern auch einem erstmals beobachteten Merkmal zugeordnet werden kann.

Sind die Beobachtungen z_t nicht eindeutig identifizierbar, liegt ein Datenassoziationsproblem vor und die Korrespondenzen c_t müssen formal bei der Formulierung des SLAM-Problems in Gleichung 4.1 und 4.2 einbezogen werden. Für eine optimale Lösung des online-SLAM-Problems bspw. wird Gleichung 4.2 gemäß [HTWB05] maximiert und die Korrespondenz

$$\hat{c}_t = \operatorname*{arg\,max}_{c_t} P(x_t, \Theta | z_{1:t}, u_{1:t}, \hat{c}_{1:t-1})$$
(4.9)

mit den bisher geschätzten Korrespondenzen $\hat{c}_{1:t-1}$ inkrementell durch einen ML-Schätzer bestimmt. Somit lässt sich für jede neue Beobachtung z_{t+1} errechnen, wie gut diese zu jedem bisher kartierten Kartenmerkmal passt, woraus sich über die Zeit ein sog. Assoziationsbaum ergibt.

Die Lösung des Korrespondenzproblems ist häufig vielschichtig und hängt erheblich von der verwendeten Sensorik, d.h. der Art der Eingangsdaten, ab. Für das RO-SLAM-Problem ist im Zusammenhang mit der innerhalb der Arbeit adressierten Zielsetzung keine Datenassoziation erforderlich, da die beobachteten Anker auf Basis der übertragenen Knoten-spezifischen ID-Nummer in der Regel eindeutig identifizierbar sind. Somit bleiben die Korrespondenzen c_{1:t} im Fortgang der Arbeit unberücksichtigt. Wird die Datenassoziation für weiterführende Arbeiten im Falle fehlerhafter Datenübertragung oder aufgrund von Plausibilitätsprüfungen dennoch relevant, kann neben den von [FB81], [TBF98], [NT01], [TNNL02] und [HTWB05] untersuchten Lösungsansätzen (z.B. RANSAC, CLSF, ICP, MHT oder Local Map Sequencing) auch die Analyse der Messwerte oder Datenreihenfolge in Betracht gezogen werden. Dabei ist zu erwähnen, dass sich die Anwendung solcher Datenassoziationsansätze grundlegend nachteilig auf die Komplexität eines SLAM-Verfahrens auswirkt.

4.1.2.4 Kartierung von Merkmalen

Die Erstellung der Umgebungskarte beinhaltet die sequentielle Kartierung von Merkmalen während des SLAM-Verfahrensverlaufs und variiert in Abhängigkeit der eingesetzten Sensorik. Je nach Beschaffenheit und aktuellem Zustand der Karte gilt, dass sich mit zunehmender Beobachtungsdauer die Unsicherheit innerhalb der Karte verringert, was den resultierenden Ressourcenaufwand nach [GN01] und [MDBB12] im Regelfall und insbesondere bei enorm korrelierten Kartenmerkmalen (s. Abschnitt 4.1.2.5) reduziert.

In Abbildung 4.3 ist das Kartierungsprinzip für eine RO-SLAM-Kartenerstellung mit einem Anker dargestellt, wobei als Zustandsrepräsentation beispielhaft ein äquidistantes Positionsraster mit jeweils normierten Wahrscheinlichkeiten der Positionshypothesen (s. Abschnitt 4.2.3) dient. Jede neue



Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der RO-SLAM-Kartenerstellung eines zu beobachtenden Ankers. (a) Ankerkartierung auf Basis der ersten Distanzmessung. Ausgehend von einer dick schwarz dargestellten kollinearen Objekttrajektorie wird die Kartierung in (b) und (c) durch weitere Messungen fortgesetzt, was zu zwei Regionen mit wahrscheinlicheren Positionshypothesen führt. (d) Auflösen der Mehrdeutigkeit durch eine vierte Messung.

Beobachtung (eine oder mehrere gleichzeitig verfügbare Distanzmessungen) triggert eine weitere Iteration des SLAM-Verfahrens und ergänzt somit die bis dahin vorhandene Karte, was erwartungsgemäß unterschiedlich wahrscheinlichen Positionshypothesen hervorruft. Abbildung 4.3(a) zeigt die Kartierung des Ankers auf Basis der ersten Distanzmessung, welche in (b) und (c) durch weitere Messungen fortgesetzt wird. Da der Anker durch die ersten drei Messungen entlang einer kollinearen Trajektorie des mobilen Objekts beobachtet wurde, resultiert bei der Kartierung eine Mehrdeutigkeit (engl. flip ambiguity) bezüglich der Ankerposition. Diese ist am Trajektorienverlauf gespiegelt und führt zu zwei farblich hell gekennzeichneten Regionen mit wahrscheinlicheren Positionshypothesen. Aufgrund steigender Bewegungsvariabilität des mobilen Objekts, z.B. Abbiegen nach links, kann die Mehrdeutigkeit in (d) durch eine vierte Messung ähnlich zur Multilateration in Abschnitt 2.3.1.1 aufgelöst werden. Dabei konvergiert die erstellte Karte durch Reduzierung einiger Wahrscheinlichkeiten, womit sich eine einzige Region (bzw. idealerweise eine signifikante Positionshypothese) herausbildet.

Werden während des SLAM-Verfahrensverlaufs ausschließlich mehrdeutige Anker zur Objektlokalisierung verwendet, so resultieren ohne Einbeziehung konkreter Steuersignale auch Mehrdeutigkeiten bezüglich der Lokalisierung, d.h., Abbiegen nach rechts wäre in (d) gleichermaßen wahrscheinlich. Überschreitet ein sich kollinear bewegendes Objekt im ungünstigsten Fall die Beobachtungsreichweite bereits kartierter eindeutiger Anker, sind zwei verschiedene Trajektorienverläufe gleichwahrscheinlich wie bspw. Verläufe der Form Γ und \Box . Es besteht jedoch die Möglichkeit, SLAM-Verfahren bei Detektion solcher Verläufe neu zu initialisieren, d.h., eine zweite unabhängige Karte zu erstellen und mit der ersten zusammenzuführen (s. Abschnitt 5.2).

4.1.2.5 Merkmalskorrelation

Nacheinander registrierte Beobachtungen zu verschiedenen Kartenmerkmalen gelten nach [SC86] und [DNC⁺01] als voneinander unabhängig. Dennoch existieren signifikante Korrelationen zwischen kartierten Merkmalen. Gemäß dem SLAM-Verfahrensansatz liefert jede Information über die Objektposition ebenso Positionsinformationen der bisher erfassten Kartenmerkmale. Als Konsequenz beeinflussen die kartierten Merkmale in gleicher Weise die Objektposition und damit alle zukünftig zu kartierenden Merkmale.

Demzufolge bildet eine Objektposition zu einem bestimmten Zeitpunkt unabhängig von ihrer Genauigkeit den Ausgangspunkt für die zu diesem Zeitpunkt kartierten Merkmale. Daraus schlussfolgern u.a. [DWB06], dass die relativen Positionen zweier Kartenmerkmale θ_1 und θ_2 vergleichsweise genau sind, auch bei potentiell geringer absoluter Genauigkeit. Probabilistisch formuliert konvergiert die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\theta_1, \theta_2)$ der relativen Merkmalspositionen über die Zeit und beinhaltet häufig große Maxima selbst bei geringen Einzelwahrscheinlichkeiten $P(\theta_1)$. Dabei verhalten sich die resultierenden Korrelationen der Merkmale untereinander während der schrittweisen Objektbewegung monoton steigend mit der Anzahl der Beobachtungen. Die über dem Verfahrensverlauf verstärkten Korrelationen lassen sich zudem durch sog. Korrelationsgraphen darstellen.

4.1.3 Schließen von Schleifen

Das Schließen von Schleifen (engl. loop closing) ist die Fähigkeit eines SLAM-Verfahrens, insbesondere in weiträumigen Umgebungen zu detektieren, wenn Beobachtungen desselben Kartenmerkmals nach einer bestimmten Zeit erneut registriert werden, d.h., ein bereits bekannter Teil der Umgebungskarte wiederholt vermessen wird. Die Zeitspanne bis zur Schleifendetektion ist dabei stark abhängig von der jeweiligen Anwendung sowie Sensorik und beeinflusst das Ausmaß der Fehlerfortpflanzung innerhalb der Objekttrajektorie. Ein erfolgreicher Schleifenschluss bildet die Voraussetzung für das Erfüllen von Konsistenz im SLAM-Verfahren. Im Allgemeinen ist das Schließen von Schleifen eine komplexere Problematik, für die in der Literatur verschiedene Lösungsansätze wie bspw. die durch [FS06], [GSGB07] und [GKS⁺10] vorgestellten graphbasierten SLAM-Verfahren diskutiert werden. Dabei verdeutlichen u.a. [CN11], dass insbesondere für kamera- und scanbasierte Verfahren der Aspekt der Schleifendetektion von zentraler Bedeutung ist. [TBF00] schlagen die schrittweise nachträgliche Korrektur (engl. backwards correction) der Objektlokalisierung vor, was zu einer Reduzierung der während des Befahrens der Schleife aggregierten Unsicherheit der Objektzustände führt. Darüber hinaus stellen [SKW08] einen kooperativen Ansatz für das Schließen von Schleifen vor, bei welchem sich mehrere Objekte über die Umgebungskarte verteilt an der Kartenerstellung beteiligen. Um die Problematik zu umgehen, besteht zudem die Möglichkeit, SLAM-Verfahren bei Schleifendetektion neu zu initialisieren.



Abbildung 4.4: Charakteristisches Beispiel für den Schleifenschluss einer RO-SLAM-Trajektorie, welche trotz begrenzter Reichweite während der Distanzmessung eine verhältnismäßig geringe Fehlerfortpflanzung aufweist.

Da im entwickelten Verfahren in dieser Arbeit keine konkreten Steuersignale einbezogen werden, lässt sich bei längeren Trajektorien eine verhältnismäßig geringe Fehlerfortpflanzung beobachten (s. Abbildung 4.4), welche lediglich aus den in Abschnitt 4.1.2.5 beschriebenen Korrelationen der kartierten Anker untereinander resultiert. Daher spielt das Schließen von Schleifen im Fortgang der Arbeit eine untergeordnete Rolle.

4.2 Numerische Darstellung

Algorithmen zur mathematisch numerischen Lösung von SLAM-Problemen arbeiten häufig in Echtzeit und berechnen dabei, bedingt durch spezifische funktionale Zusammenhänge, eine enorme Menge von Werten und Wahrscheinlichkeiten mit teilweise mehrdimensionalen Abhängigkeiten. Daher besteht die Forderung an ein SLAM-Verfahren, die resultierende Rechen- und Speicherkomplexität möglichst ohne Konsistenzverlust signifikant zu reduzieren, nach [Kni02] im besten Fall hin zu linearer oder gar konstanter Komplexität. Andernfalls kann sich die Funktionalität des Verfahrens bspw. bei zunehmender Anzahl von Kartenmerkmalen limitieren und die Qualität der Verfahrensergebnisse langfristig verringern.

Zur prinzipiellen Reduzierung der Berechnungsdauer gibt es nur eingeschränkt Möglichkeiten wie das Vereinfachen des Lösungsraums oder das Marginalisieren bzw. Weglassen von Rechenoperationen mit dem Ergebnis suboptimaler Lösungen. Die Suche nach solchen Vereinfachungen beinhaltet die Suche nach suboptimalen Methoden, die hinsichtlich Objektlokalisierung und Kartenerstellung mindestens brauchbare Ergebnisse im Sinne der Anwendung liefern. Dabei gilt für die allermeisten Verfahren, dass die Zielvorgaben Konsistenz und Ressourcenaufwand als Trade-off konkurrieren.

Im Folgenden werden daher mit der Formulierung des SLAM-Problems als Bayes-Filter, der Diskretisierung des Zustandsraums und der Verwendung von Hypothesen die Voraussetzungen für die algorithmische Umsetzung verschiedener SLAM-Verfahren in Abschnitt 4.4 geschaffen.

4.2.1 Formulierung als Bayes-Filter

Aus Anwendungssicht übersteigt die Komplexität des in Gleichung 4.1 und 4.2 formulierten full-SLAM- und online-SLAM-Problems ein berechenbares Niveau oftmals um Größenordnungen, da sowohl die Steuersignale $u_{1:t}$ als auch die Beobachtungen $z_{1:t}$ über alle Verfahrensiterationen hinweg gespeichert und wieder zur Berechnung herangezogen werden müssen.

Als grundlegender Ansatz zur Komplexitätsverringerung eignet sich die probabilistische Formulierung des SLAM-Problems als Bayes-Filter, welches analog zum Bayes-Filter in Abschnitt 3.2 die Markov'sche Annahme (s. Abschnitt 3.1.2) umfasst. Mit dieser ist der aktuelle Objektzustand \mathbf{x}_t lediglich vom Vorgängerzustand \mathbf{x}_{t-1} und der Karte Θ sowie allen darin enthaltenen Informationen (vorherige Zustände, Beobachtungen und Steuersignale) abhängig, sodass nur die aktuellen Größen \mathbf{z}_t und \mathbf{u}_t berücksichtigt werden. Die Nichtberücksichtigung historischer Daten führt dabei zu einer unmittelbaren Reduzierung der Komplexität und ist Voraussetzung für die effiziente Umsetzung des SLAM-Problems. Demzufolge lässt sich dieses als ein dynamisches stochastisches System beschreiben, welches in Abbildung 4.5 als DBN (s. Abschnitt 3.1.4) veranschaulicht ist. Hierbei erfolgt die Darstellung der Bayes'schen Faktorisierung, indem jede Variable durch einen Knoten repräsentiert wird. Die gerichteten Kanten, in der Abbildung als Pfeile gekennzeichnet, zeigen die direkten Abhängigkeiten der Variablen.



Abbildung 4.5: Beispielhafte Darstellung des SLAM-Problems als DBN. Durch die Sequenz der Steuersignale $u_{1:t}$ bewegt sich das Objekt ausgehend vom initialen Zustand x_0 auf der Trajektorie $x_{0:t}$, während die Karte Θ durch die Beobachtungen $z_{1:t}$ wahrgenommen wird.

Die Formulierung des SLAM-Problems als Bayes-Filter folgt dem online-SLAM-Ansatz. Nach [Mon03] und [DWB06] wird dafür in jedem Zeitschritt t die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit

$$Bel(\mathbf{x}_t, \Theta) = P(\mathbf{x}_t, \Theta | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$$
(4.10)

über dem momentanen Objektzustand \mathbf{x}_t und der Karte Θ für gegebene Beobachtungen und Steuersignale definiert. Werden die probabilistischen Modelle für Objektbewegung und Beobachtung (s. Gleichung 4.3 und 4.6) berücksichtigt, lässt sich Gleichung 4.10 analog zu Abschnitt 3.2 durch die rekursive Prädiktor-Korrektor-Struktur aus Abbildung 3.5 beschreiben, in welcher im Prädiktionsschritt die a-priori Wahrscheinlichkeit und im Korrekturschritt die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit durch

$$\overline{Bel}(\mathbf{x}_t, \Theta) = \int P(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) Bel(\mathbf{x}_{t-1}, \Theta) d\mathbf{x}_{t-1}$$
(4.11)

$$Bel(\mathbf{x}_t, \Theta) = \eta P(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \Theta) \overline{Bel}(\mathbf{x}_t, \Theta)$$
(4.12)

berechnet wird. Die numerische Realisierung der Bayes'schen Formulierung des SLAM-Problems erfolgt schließlich in den konkreten SLAM-Verfahren.

4.2.2 Diskretisierung des Zustandsraums

Um Gleichung 4.11 und 4.12 zu lösen, müssten alle möglichen Ergebnisse des mobilen Objekts \mathbf{x}_t und des Kartenmerkmals $\boldsymbol{\theta}_l \in \boldsymbol{\Theta}$ im kontinuierlichen Zustandsraum betrachtet werden. Da eine Lösung außerhalb diskreter Umgebungen praktisch nur in den wenigsten Fällen umsetzbar ist, bildet die Diskretisierung des Zustandsraums durch die in Abbildung 3.6 dargestellten Varianten der Zustandsrepräsentation einen weiteren grundlegenden Ansatz zur numerischen Umsetzung des SLAM-Problems.

Durch das Vereinfachen des Zustandsraums von \mathbf{x}_t und $\mathbf{\theta}_l$ hat die Diskretisierung direkten Einfluss auf die benötigte Rechenzeit. Diese skaliert vor allem mit der Anzahl verwendeter diskreter Punkte, d.h., eine geringere Anzahl von Punkten hat auch die Verringerung des erforderlichen Ressourcenaufwands zur Folge. Allerdings führt die Diskretisierung notwendigerweise zu einer Approximation des Zustandsraums und damit zu suboptimalen Verfahrensergebnissen. Demnach würde eine unzureichende Repräsentation mit zu wenigen Punkten eine inkonsistente fehlerhafte Lokalisierung und Kartenerstellung zur Konsequenz haben. Daraus resultieren zudem gewisse Anforderungen an die Verfahrensparametrisierung, die in dieser Arbeit größtenteils empirisch in Abschnitt 4.4 realisiert wird.

4.2.3 Verwendung von Hypothesen

Die Verwendung von Hypothesen als diskrete Punkte innerhalb des Zustandsraums ist ein weit verbreiteter Ansatz zur Modellierung von Mehrdeutigkeiten und zur Beschreibung von Unsicherheit. Die Einbeziehung von Hypothesen ist Bestandteil zahlreicher Filterverfahren und findet sich bspw. auch im Terminus MHT-Filter wieder, bei welchem diese vorrangig zur Lösung des Datenassoziationsproblems (s. Abschnitt 4.1.2.3) eingesetzt werden.

Die dieser Arbeit zugrundeliegende Beobachtungskonfiguration, d.h. der ausschließliche Einsatz von Distanzmessungen, wirkt sich wesentlich auf die numerische Modellierung der Ankerkarte eines RO-SLAM-Verfahrens aus. Dabei verdeutlicht ein erneuter Blick auf Abbildung 4.2, warum jeder neu beobachtete Anker auf Basis unterschiedlicher Hypothesen zunächst mehrdeutig initialisiert werden muss. Die Kartierung eines Ankers durch die erste Distanzmessung führt zu keiner eindeutigen Ankerposition, sondern bildet aufgrund fehlender Richtungsinformationen vielmehr einen Kreis in der Ebene (bzw. eine Kugeloberfläche im Raum) mit gleichen Wahrscheinlichkeiten um die initiale Objektposition herum. Die wahre Ankerposition befindet sich auf einem unbekannten Punkt der durch die drei Zustandsrepräsentationen in Abbildung 4.2 unterschiedlich gekennzeichneten Kreise, vorausgesetzt es wurde eine ideale Distanz ohne Messrauschen beobachtet. Um diesen unbekannten Punkt in geeigneter Weise zu repräsentieren, ist die Modellierung mehrerer Ankerhypothesen erforderlich, was im Regelfall parametrisch (s. Abschnitt 4.3.2.1) oder als äquidistantes Positionsraster (s. Abschnitt 4.3.2.2) realisiert wird.

Des Weiteren dienen Hypothesen zur Beschreibung von Unsicherheit innerhalb der Wahrscheinlichkeitsdichte der Objektposition und der Anker. Werden während des SLAM-Verfahrensverlaufs Distanzmessungen beobachtet, für welche die vorhandenen Hypothesen als unwahrscheinlich bewertet werden, ist das spätere Hinzufügen weiterer Hypothesen denkbar. Gleichermaßen kann das Entfernen (engl. pruning) unwahrscheinlicher und das Zusammenfügen räumlich naher Hypothesen in Betracht gezogen werden. Im Übrigen ermöglicht die Verwendung von Hypothesen nicht nur Aussagen bezüglich wahrscheinlicher Objekt- und Ankerpositionen, sondern schließt gemäß [Mon03] Positionen auch aus (engl. negative evidence), was den Umgang mit potentiell fehlerhaften Initialisierungen, Prädiktionsresultaten oder Beobachtungen erleichtert.

4.3 Initialisierung des Range-Only SLAM

Zu Verfahrensbeginn sind im Allgemeinen weder relative noch absolute Standortkoordinaten des mobilen Objekts und der Anker bekannt. Während die Position des mobilen Objekts aufgrund ihrer Unabhängigkeit zu Beginn ohne Weiteres im Koordinatenursprung initialisiert werden kann, ist die Initialisierung der Ankerkoordinaten deutlich komplexer. Diese richtet sich maßgeblich nach der zugrundeliegenden Datenbasis und beinhaltet beim RO-SLAM die Generierung einer bestimmten Anzahl räumlich verteilter Positionshypothesen. In den folgenden Abschnitten werden daher übliche Initialisierungsmethoden diskutiert und relevante Ansätze zur Umsetzung vorgestellt.

4.3.1 Verzögerte und unverzögerte Initialisierung

Die Initialisierung eines SLAM-Verfahrens lässt sich prinzipiell durch zwei unterschiedliche Methoden durchführen, eine verzögerte und eine unverzögerte Initialisierung.

RO-SLAM-Verfahren mit verzögerter Initialisierung nutzen die durch die Objektbewegung realisierte Koppelnavigation zusammen mit Verfahren der Multilateration (s. Abschnitt 2.3.1.1) zur gezielten Reduzierung von Ankerhypothesen, losgelöst und im Vorfeld des eigentlichen SLAM-Verfahrens. Dazu wird häufig ein Kriterium definiert, das die erreichte Qualität der Initialisierung bewertet. Die Konvergenzgeschwindigkeit verzögerter Verfahren hängt dabei vor allem von der Objektbewegung ab. Solange sich das Objekt bspw. wie in Abbildung 4.3(c) entlang einer kollinearen Trajektorie bewegt, hat die Bewegung zu wenige Freiheitsgrade und die Konvergenz hin zu einer einzigen Region mit wahrscheinlichen Positionshypothesen ist unmöglich. Bei größerer Bewegungsvariabilität hingegen resultiert im besten Fall eine einzige wahrscheinliche Hypothese. Zwar unterliegt diese aufgrund der Fehlerfortpflanzung der Koppelnavigation einer gewissen Ungenauigkeit, jedoch ermöglicht die verzögerte Initialisierung die Anwendung von Verfahren auch ohne Verwendung mehrerer Hypothesen. [DSKZ06], [OLT06], [SKW08] und [MZZ⁺09] setzen in ihren Arbeiten verschiedene Formen der verzögerten Initialisierung um. Wie in Abschnitt 1.2 dargelegt, liegen der in dieser Arbeit adressierten Zielsetzung keine Steuersignale zur Koppelnavigation zugrunde, weshalb die verzögerte Initialisierung im weiteren Verlauf nicht berücksichtigt wird. Somit bleibt keine andere Möglichkeit als die unverzögerte Initialisierung während des SLAM-Verfahrensverlaufs.

Die unverzögerte Initialisierung findet erstmalig durch [KD04] Erwähnung, wonach das SLAM-Verfahren mit dem Eintreffen der ersten Beobachtung startet und die Hypothesenerstellung vornimmt. Ein so initialisiertes Verfahren liefert im Vergleich zur verzögerten Variante genauere Resultate, da Lokalisierung und Kartenerstellung für den Zeitraum der Verzögerung gemeinsam erfolgen. Allerdings ist die unverzögerte Initialisierung komplizierter bezüglich der Ankerzustandsrepräsentation, was zu verfahrensabhängigem Mehraufwand bei der konkreten Umsetzung in Abschnitt 4.4 führt.

4.3.2 Initialisierungsansätze

Für die Initialisierung von Positionshypothesen im Zustandsraum existieren verschiedene Ansätze, von denen zwei in den folgenden beiden Abschnitten beschrieben und diskutiert werden. Die vorgestellten Initialisierungsansätze unterscheiden sich vor allem darin, dass der Ansatz in Abschnitt 4.3.2.1 eine eher recheneffiziente Initialisierung und der Ansatz in Abschnitt 4.3.2.2 eine möglichst globale Zustandsrepräsentation verfolgt.

4.3.2.1 Summe von Normalverteilungen

Die Summe von Normalverteilungen (engl. Sum of Gaussians, kurz SOG) ist ein Ansatz zur parametrischen Initialisierung der Anker und Zustandsrepräsentation innerhalb verschiedener SLAM-Verfahren. Während [SMDL05], [CMO10] und [FCMO14] mit diesem Ansatz Ankerhypothesen innerhalb von EKF-SLAM-Verfahren (s. Abschnitt 4.4.1) initialisieren, weisen [BFMG08] in einem FastSLAM-Verfahren (s. Abschnitt 4.4.3) jedem Partikel eine initiale SOG-Approximation zur Beschreibung der Hypothesen zu.

Gemäß [AS72] und [KHH⁺07] modelliert der SOG-Ansatz eine bekannte lineare oder nichtlineare Wahrscheinlichkeitsverteilung durch eine Ansammlung von gewichteten (multivariaten) Normalverteilungen (s. Gleichung 3.22). Für das RO-SLAM-Problem erfolgt die Modellierung von K_l Hypothesen des bisher unbeobachteten *l*-ten Ankers entlang der Geometrie der ersten Distanzmessung r_l . Wie Abbildung 4.2(a) zeigt, umfasst dies in 2D-Umgebungen die Anordnung der Ankerposition $\mu_{t,l,k}$ und Kovarianz $\Sigma_{t,l,k}$ mit $k = 1, 2, \ldots, K_l$ auf einem Kreis zum Zeitpunkt t um die aktuelle Objektposition \mathbf{x}_t herum. Schließlich wird die Wahrscheinlichkeitsdichte im SLAM-Verfahrensverlauf durch die konvexe Kombination mehrerer paralleler Schätzergebnisse für die modellierten Ankerhypothesen approximiert.

Die formale Beschreibung des probabilistischen Modells (tatsächliche Wahrscheinlichkeitsverteilung) in Gleichung 4.6 als SOG (approximierte

Wahrscheinlichkeitsverteilung) erfolgt für den *l*-ten Anker durch

$$P(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{\theta}_l) \approx \sum_k \mathcal{N}(\mathbf{\theta}_l; \mathbf{\mu}_{t,l,k}, \Sigma_{t,l,k}) w_{t,l,k}$$
(4.13)

mit der Beobachtung $z_t = r_l$, der Positionsschätzung $\mu_{t,l,k}$ und der Kovarianz $\Sigma_{t,l,k}$ der k-ten Hypothese des l-ten Ankers $\theta_l \in \Theta$. Da die Modellierung der Hypothesen konzentrisch auf Basis des gemeinsamen Werts r_l erfolgt, können die Gewichte $w_{t,l,k}$ der Normalverteilungen gleichverteilt durch $\forall k : w_{0,l,k} = 1/K_l$ initialisiert werden. Die Anzahl

$$K_l = 2 \left[\frac{1}{d_{\rm acc}} \pi r_l \right] \tag{4.14}$$

verwendeter Normalverteilungen, d.h. die Anzahl der modellierten Hypothesen, ist adaptiv und abhängig vom maximalen Abstand $d_{\rm acc}$ (s. Abschnitt 7.4.1) zwischen zwei benachbarten Hypothesen auf der kreisförmigen Anordnung. Zudem wird K_l durch die gemessene Distanz r_l definiert. Je gröker diese ist, desto mehr Hypothesen werden einbezogen, was anhand von Abbildung 4.8(a) anschaulich nachvollzogen werden kann. Der Faktor 2 in Gleichung 4.14 steht gemäß [BFMG08] außerhalb der Aufrundungsfunktion $[\cdot]$, um eine gerade Hypothesenanzahl und damit aus geometrischer Sicht Punktsymmetrie zu Verfahrensbeginn zu gewährleisten.

Zur Bestimmung der initialen Ankerpositionskoordinaten kommen behelfsmäßig polare Koordinaten (s. Abschnitt 2.2.1) zum Einsatz. Mit Hilfe der Richtung $\forall k : \theta_{l,k} = 2\pi k/K_l$ und dem Abstand $d_l = r_l$ lassen sich diese anhand von Gleichung 2.4 in die kartesische Koordinatenbeschreibung $\mu_{0,l,k} = \begin{pmatrix} x_{l,k} & y_{l,k} \end{pmatrix}^T$ der k-ten Hypothese des l-ten Ankers umwandeln. Die Initialisierung der Kovarianz $\Sigma_{t,l,k}$ erfolgt in ähnlicher Weise. Dazu werden die polaren Varianzen in der diagonalen Varianzmatrix

$$\forall k : \Sigma_{0,l,k,\text{polar}} = \text{diag} \left(\begin{array}{cc} \sigma^2 & \sigma_{\text{tan}}^2 \end{array} \right)$$
(4.15)

mit der Messvarianz σ^2 sowie der tangentialen Varianz $\sigma_{tan}^2 = 2\pi c_{prop}/K_l$, welche den Proportionalitätsfaktor c_{prop} beinhaltet, zusammengefasst und schließlich in die kartesische Kovarianzbeschreibung

$$\forall k : \Sigma_{0,l,k} = \nabla \mathcal{F}_{l,k} \Sigma_{0,l,k,\text{polar}} \nabla \mathcal{F}_{l,k}^T$$
(4.16)

mit der Jacobimatrix

$$\nabla \mathcal{F}_{l,k} = \frac{\partial \mathcal{F}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_{\text{polar}})}{\partial \boldsymbol{\theta}_{\text{polar}}} \bigg|_{\boldsymbol{\theta}_{\text{polar}} = \begin{pmatrix} d_l \\ \theta_{l,k} \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{l,k} & -d_i \sin \theta_{l,k} \\ \sin \theta_{l,k} & d_i \cos \theta_{l,k} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

umgewandelt. Diese stellt die Matrix der partiellen Ableitungen der inversen Polarkoordinatenbeschreibung aus Gleichung 2.4 mit den Ursprungskoordinaten $x_0 = y_0 = 0$ dar. Die resultierende Kovarianzmatrix $\Sigma_{0,l,k}$ lässt sich als Ellipse der k-ten Hypothese in Abbildung 4.2(a) veranschaulichen, deren Halbachsen durch die Hauptdiagonale der Varianzmatrix in Gleichung 4.15 definiert werden. Die Messvarianz σ^2 wirkt dabei in radialer Richtung und legt die Breite der Ellipsen in Richtung der aktuellen Objektposition \mathbf{x}_t fest, während die Länge der Ellipsen in Richtung der benachbarten Normalverteilungen durch die tangentiale Varianz σ_{tan}^2 bestimmt wird. Darüber hinaus ist die Addition weiterer Varianzen in Gleichung 4.16 erforderlich, falls sich bspw. im Verfahrensverlauf für \mathbf{x}_t eine gewisse Unsicherheit entwickelt.

Abbildung 4.6 zeigt die Parametrisierung der tangentialen Varianz σ_{tan}^2 aus Gleichung 4.15, welche durch den Proportionalitätsfaktor c_{prop} parametrisiert wird. Dazu sind die aus der SOG-Approximation resultierenden Ankerpositionen und Kovarianzen exemplarisch für die Proportionalitätsfaktoren $c_{prop} = \{0,3;0,5\}$ in Abbildung 4.6(a) und (b) dargestellt. (c) zeigt die durch [KL51] formulierte KLD der SOG-Approximation als Funktion über c_{prop} und r. Dabei ergibt sich besonders im blauen Bereich in (c) eine niedrige KLD, d.h. eine hohe Übereinstimmung von tatsächlicher und approximierter Wahrscheinlichkeitsverteilung (s. Gleichung 4.13).



Abbildung 4.6: Parametrisierung der tangentialen Varianz der SOG-Approximation. In (a) und (b) sind die resultierenden Ankerpositionen und Kovarianzen für zwei unterschiedliche $c_{\rm prop}$ dargestellt. (c) zeigt die KLD der SOG-Approximation als Funktion über $c_{\rm prop}$ und r.

Die Modellierung einer kreisförmigen Wahrscheinlichkeitsdichte führt angesichts der in Abschnitt 2.1.4.3 genannten Rausch- und Mehrwegeeffekte immer wieder zu Fehlinitialisierungen, sodass nachfolgende Distanzmessungen die bisher initialisierten Hypothesen als unwahrscheinlich bewerten. Aufgrund der durch den SOG-Ansatz prinzipiell eingeschränkten Repräsentation des Ankerzustandsraums (lediglich eine kreisförmige Anordnung von Positionshypothesen in der Koordinatenebene) ergeben sich teils inkonsistente SLAM-Ergebnisse. Eine räumlich umfassendere Repräsentation lässt sich dabei gemäß Gleichung 4.13 durch mehrere konzentrisch angeordnete SOG-Approximationen für unterschiedliche Distanzmessungen $r_{l,1}, r_{l,2}, \ldots$ zum *l*-ten Anker oder durch äquidistante Positionsraster realisieren.

4.3.2.2 Äquidistante Positionsraster

Aquidistante Positionsraster bilden einen weiteren Ansatz zur Initialisierung und Zustandsrepräsentation von SLAM-Verfahren wie bspw. dem IML-SLAM (s. Abschnitt 4.4.2). Durch zahlreiche Untersuchungen hinsichtlich Praktikabilität und Qualität rasterbasierter SLAM-Verfahren motivieren u.a. [Mor88], [KS02], [RS03] und [Jau11] zur Anwendung der vielseitig einsetzbaren Positionsraster. Diese finden insbesondere dort Beachtung, wo eine räumlich globale Repräsentation zur Kartenerstellung erforderlich ist.

Für eine regelmäßige Diskretisierung des Zustandsraums wird dieser in eine bestimmte Anzahl gleichmäßig angeordneter metrischer Rasterzellen unterteilt, welche zusammen das Positionsraster darstellen. Dabei kann jede Rasterzelle als Hypothese gemäß Abschnitt 4.2.3 bezeichnet werden. Wesentlicher Vorteil dabei ist die globale, nahezu uneingeschränkte Zustandsrepräsentation mit einer passend definierten Auflösung, die den Abstand zweier benachbarter Rasterzellen entlang einer Rasterdimension beschreibt (s. Abschnitt 2.2.2.1). So initialisierte SLAM-Verfahren gewährleisten eine hohe Berechnungsstabilität und konvergieren im Allgemeinen global.

Die formale Beschreibung der rasterbasierten Initialisierung für 2D-Umgebungen erfolgt durch die Bestimmung der kartesischen Rasterzellenkoordinate X_{j_x,j_y} . Dazu wird zunächst die Rasterausdehnung bzw. -spanne

$$d_{\rm span} = X_{\rm max} - X_{\rm min} \tag{4.18}$$

definiert. Für $X_{\min} = \begin{pmatrix} x_{\min} & y_{\min} \end{pmatrix}^T$, $X_{\max} = \begin{pmatrix} x_{\max} & y_{\max} \end{pmatrix}^T$ sind anwendungsbedingt entweder Werte gegeben oder können durch

$$\mathbf{X}_{\max} = -\mathbf{X}_{\min} = d_{\max} \mathbb{1}_2 \tag{4.19}$$

mit der maximal möglichen Messreichweite d_{max} und dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_2$ der Länge 2 bestimmt werden. Die Rasterzellenanzahl N_x und N_y in xund y-Dimension des äquidistanten Positionsrasters ergibt sich durch

$$\begin{pmatrix} N_{\rm x} & N_{\rm y} \end{pmatrix}^T = 2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\prod d_{\rm span}}} N_{\rm max} d_{\rm span} \right] - 1$$
 (4.20)

mit der maximalen Rasterzellenanzahl

$$N_{\max} = \prod \left(\left\lceil \frac{1}{d_{\text{acc}}} d_{\text{span}} \right\rceil + 1 \right), \qquad (4.21)$$

wobe
i $N_{\rm max}$ aus Komplexitätsgründen auch begrenzt sein kann. Der Rasterabstand $d_{\rm acc}$ zwischen zwei benachbarten Rasterzellen variiert je nach An-
wendungsfall und wird z.B. von [TBF98] mit $d_{\rm acc} = 1$ m und von [GSB07] mit
 $d_{\rm acc} = 0,05$ m angegeben. Der Faktor 2 und der Subtrahend 1 in Gleichung
4.20 stehen außerhalb der Aufrundungsfunktion, um eine ungerade Anzahl
von Rasterzellen $N_{\rm x}$ und $N_{\rm y}$ für jede Rasterdimension und damit eine mitt-
lere Rasterzelle zu erzeugen. Diese findet bspw. als initiale Objektposition in
 Abschnitt 4.4.2.2 Verwendung. Die Berechnung der Rasterzellenkoordinate
 $\mathbf{X}_{j_{\rm x},j_{\rm y}}$ des Positionsrasters erfolgt schließlich durch

$$\forall j_{\mathbf{x}}, j_{\mathbf{y}} : \mathbf{X}_{j_{\mathbf{x}}, j_{\mathbf{y}}} = \mathbf{X}_{\min} + d_{\operatorname{span}} \circ \left(\begin{array}{cc} \frac{j_{\mathbf{x}} - 1}{N_{\mathbf{x}} - 1} & \frac{j_{\mathbf{y}} - 1}{N_{\mathbf{y}} - 1} \end{array} \right)^{T}$$
 (4.22)

mit $j_x = 1, 2, ..., N_x$ und $j_y = 1, 2, ..., N_y$.

Erwartungsgemäß existiert für die rasterbasierte Initialisierung ein Tradeoff zwischen der erreichbaren Genauigkeit in Abhängigkeit der definierten Rasterauflösung und der resultierenden Rechen- und Speicherkomplexität. Für die Umsetzung des RO-SLAM bedeutet das, dass aufgrund vorhandener Komplexitätsgrenzen die Rasterauflösung und damit auch die erzielbaren SLAM-Ergebnisse nur endlich genau sein können. Im Vergleich zur kreisförmigen Hypothesenmodellierung in Abschnitt 4.3.2.1 ist während des SLAM-Verfahrensverlaufs unter Umständen eine lokale Genauigkeitslimitierung, dafür jedoch globale Konvergenz auch unter Mehrwegebedingungen zu beobachten. Ein weiterer Vorteil äquidistanter Positionsraster ist, dass der umfassender repräsentierte Zustandsraum den Verfahrensfortschritt hinsichtlich sich ändernder Lokalisierungs- und Kartierungswahrscheinlichkeiten bei einer Visualisierung transparent und nachvollziehbarer werden lässt.

4.4 SLAM-Verfahren

Die Bestimmung relativer Positionen durch ein konkretes SLAM-Verfahren richtet sich stark nach den Vorgaben der Anwendung. Damit ein Verfahren die gewünschte Funktionalität erfüllt, ist zuallererst die Definition relevanter Anforderungen notwendig. Der passende Umgang mit der vorliegenden Datenbasis in Form von paarweisen Distanzmessungen (s. Abschnitt 7.2.1) mit bekannten Korrespondenzen bildet aus Anforderungssicht den Ausgangspunkt für die tatsächliche Realisierung der in diesem Abschnitt vorgestellten SLAM-Verfahren. Somit orientieren sich Art, Struktur und Abläufe der Verfahren an der zielführenden Formulierung der Problemstellung als RO-SLAM-Problem in einer 2D-Umgebung ohne Einbeziehung konkreter Steuersignale. Des Weiteren wird eine hinreichende Genauigkeit der Objektlokalisierung und Ankerkartenerstellung zur Weiterverarbeitung im Gesamtverfahren angestrebt, wobei in Kapitel 5 vorrangig die kartierten Anker und in Kapitel 6 die resultierenden Trajektorien Verwendung finden. Zudem wird aus den in Abschnitt 1.2 genannten Gründen Echtzeitfähigkeit, d.h. limitierte Komplexität, für die realisierten Verfahren vorausgesetzt, deren Stabilität, Konsistenz und Konvergenz schließlich in Abschnitt 7.4.1 bewertet werden.

Nach $[T^+02]$ existieren für die Lösung des SLAM-Problems im Allgemeinen eine Vielzahl von Verfahren. Dazu zählen:

- Kalman-SLAM und Ähnliche: EKF-SLAM, UKF-SLAM, Sparse Extended Information Filter (SEIF)
- IML-SLAM
- FastSLAM: FastSLAM 1.0, FastSLAM 2.0, Grid-FastSLAM
- Expectation-Maximization (EM)
- Graph-SLAM: Tree-based netwORk Optimizer (TORO), Hierarchical Optimization for Pose Graphs on Manifolds (HOG-Man), TreeMap, Incremental Smoothing and Mapping (iSAM)
- Set-Membership-Verfahren
- Bündelblockausgleichung (engl. bundle adjustment)

Im Folgenden werden mit EKF-, IML- und FastSLAM drei Verfahren ausgewählt und für das vorliegende RO-SLAM-Problem beschrieben. Diese Verfahren wurden in der Vergangenheit umfassend untersucht, sind relativ leicht zu implementieren und haben sich insbesondere bei der echtzeitfähigen Verarbeitung von Daten, wie sie dieser Arbeit zugrunde liegen, bewährt. Die mäßige Eignung der drei Verfahren zum Schließen von Schleifen hat aus den in Abschnitt 4.1.3 genannten Gründen vergleichsweise wenig Relevanz.

4.4.1 Extended Kalman-Filter-SLAM

EKF-SLAM ist eines der populärsten Verfahren zur Umsetzung des online-SLAM-Problems und stützt sich nach [SC86] und [SSC90] auf die Formulierung als parametrische Kalman-Filter-basierte Zustandsschätzung. Kern des Verfahrens ist die Annahme, dass alle Kartenmerkmale, deren Schätzung aus den relativen Beobachtungen des mobilen Objekts resultiert, aufgrund einer gemeinsamen, potentiell fehlerhaften Objekttrajektorie miteinander korrelieren. Daraus werden zwei wichtige Schlussfolgerungen abgeleitet:

- Zur Gewährleistung der Filterkonsistenz ist die Berücksichtigung aller Merkmalskorrelationen erforderlich.
- Der Gesamtzustand des Systems, bestehend aus Objekt- und Merkmalszuständen, wird mit jeder neuen Beobachtung aktualisiert. Unter Berücksichtigung des ersten Punkts aktualisiert die Beobachtung eines Kartenmerkmals demzufolge auch alle anderen Merkmale.

Das EKF-SLAM-Verfahren lässt sich unter der Annahme normalverteilter Zustände als Instanz des in Abschnitt 4.2.1 formulierten Bayes-Filters zur Lösung des SLAM-Problems darstellen. Die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit aus Gleichung 4.10 kann somit durch die multivariate Normalverteilung

$$Bel(\mathbf{x}_t, \Theta) = \mathcal{N}(\{\mathbf{x}_t, \Theta\}; \boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t)$$
(4.23)

als Zustandsrepräsentation zum Zeitpunkt t beschrieben und in dieser Form durch das EKF (s. Abschnitt 3.2.1) analytisch bestimmt werden.

4.4.1.1 Informationsstruktur

Die zu schätzenden Systemzustände des mobilen Objekts \mathbf{x}_t sowie des Ankers $\mathbf{\theta}_l \in \Theta$ mit l = 1, 2, ..., M und der Ankeranzahl M werden durch

$$\{\mathbf{x}_t, \Theta\} = \{\mathbf{x}_t, \mathbf{\theta}_1, \mathbf{\theta}_2, \dots, \mathbf{\theta}_M\}$$
(4.24)

zusammengefasst. Diese können auf Basis des Zustandsvektors

$$\boldsymbol{\mu}_t = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_{t,\mathrm{m}} & \boldsymbol{\mu}_{t,1} & \boldsymbol{\mu}_{t,2} & \dots & \boldsymbol{\mu}_{t,M} \end{pmatrix}^T, \quad (4.25)$$

welcher die Schätzung des Erwartungswerts von \mathbf{x}_t und $\boldsymbol{\theta}_l$ umfasst, sowie der quadratischen Kovarianzmatrix

$$\Sigma_{t} = \begin{pmatrix} \Sigma_{t,m} & \Sigma_{t,m,1} & \Sigma_{t,m,2} & \dots & \Sigma_{t,m,M} \\ \Sigma_{t,1,m} & \Sigma_{t,1,1} & \Sigma_{t,1,2} & \dots & \Sigma_{t,1,M} \\ \Sigma_{t,2,m} & \Sigma_{t,2,1} & \Sigma_{t,2,2} & \dots & \Sigma_{t,2,M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{t,M,m} & \Sigma_{t,M,1} & \Sigma_{t,M,2} & \dots & \Sigma_{t,M,M} \end{pmatrix},$$
(4.26)

welche die Kovarianzen von \mathbf{x}_t und $\boldsymbol{\theta}_l$ enthält, parametrisch beschrieben werden, wobei $\boldsymbol{\mu}_{t,\mathrm{m}}$ den Objektzustand und $\boldsymbol{\Sigma}_{t,\mathrm{m}}$ die Objektkovarianz darstellt.

Beim unverzögert initialisierten RO-SLAM ist aus den in Abschnitt 4.2.3 genannten Gründen die Modellierung mehrerer Hypothesen pro Anker erforderlich. Hierzu wird die k-te Positionshypothese $\mu_{t,l,k}$ des l-ten Ankers mit $k = 1, 2, \ldots, K_{t,l}$ im Zustandsvektor

$$\forall l: \boldsymbol{\mu}_{t,l} = \left(\begin{array}{ccc} \boldsymbol{\mu}_{t,l,1} & \boldsymbol{\mu}_{t,l,2} & \dots & \boldsymbol{\mu}_{t,l,K_{t,l}} \end{array} \right)$$
(4.27)

zusammengefasst und das entsprechende Hypothesengewicht $w_{t,l,k}$ definiert. Für die Zustandsbeschreibung der Objektposition $\mu_{t,m} = \begin{pmatrix} x_m & y_m \end{pmatrix}$ und der k-ten Ankerpositionshypothese $\forall k, l : \mu_{t,l,k} = \begin{pmatrix} x_{a,l,k} & y_{a,l,k} \end{pmatrix}$ kommen kartesische Koordinaten zur Anwendung.

Zwar setzen [LBO⁺15] und [JB16] ein EKF-SLAM-Verfahren um, das auch mit nur einer initialen Ankerhypothese konvergiert, allerdings werden dabei präzise Steuersignale einbezogen. Für die Lösung des SLAM-Problems auf Basis mehrerer Hypothesen und ohne Einbeziehung konkreter Steuersignale eignet sich das EKF-SLAM-Verfahren nicht ohne Weiteres. Das von [AS72] vorgeschlagene und als SLAM von [DS09] und [DS14] umgesetzte Gaussian Sum Filter (GSF) löst das Problem immerhin, jedoch nur für eine erheblich begrenzte Ankeranzahl. Erst der von [SMDL05] und [CMO10] umgesetzte FIS-Ansatz stellt als Approximation des GSF ein wirkungsvolles Mittel zur Realisierung des EKF-SLAM in diesem Zusammenhang dar. Wie in Abbildung 4.7(c) dargestellt, erfolgt beim FIS-SLAM im Gegensatz zum konventionellen EKF-SLAM (mit nur einer Ankerhypothese) in (a) oder zum GSF-SLAM in (b) die Verarbeitung entsprechender Hypothesen innerhalb einer gemeinsamen formalen Beschreibung.



Abbildung 4.7: Ansätze der Informationsstruktur des EKF-SLAM nach [SMDL05] am Beispiel der Zustands- und Kovarianzerweiterung nach Beobachtung eines neuen Ankers für (a) EKF-SLAM mit einer Ankerhypothese sowie (b) GSF-SLAM und (c) FIS-SLAM mit mehreren Hypothesen.

4.4.1.2 Initialisierung

Die Initialisierung von μ_t und Σ_t in Gleichung 4.25 und 4.26 wird während der ersten Verfahrensiteration für das mobile Objekt durch $\mu_{0,m} =$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ und $\Sigma_{0,m} = I_2$ realisiert. Die Initialisierung der Anker erfolgt hingegen auf Basis der innerhalb der SOG-Approximation (s. Abschnitt 4.3.2.1) mit der Distanzmessung r_l bestimmten Ankerposition $\mu_{0,l,k}^T$ der k-ten Hypothese des *l*-ten Ankers, deren Kovarianz $\Sigma_{0,l,k}$ und Gewicht $w_{0,l,k}$. Dabei lassen sich die Ankerkovarianzen aus Gleichung 4.16 zu $\forall l : \Sigma_{0,l,l} =$ diag ($\Sigma_{0,l,1} \ \Sigma_{0,l,2} \ \dots \ \Sigma_{0,l,K_{0,l}}$) zusammenfassen und vervollständigen so die initiale diagonale Kovarianzmatrix

$$\Sigma_{0} = \text{diag} \left(\Sigma_{0,m} \ \Sigma_{0,1,1} \ \Sigma_{0,2,2} \ \dots \ \Sigma_{0,M,M} \right). \tag{4.28}$$

Bei Beobachtung eines neuen, bis zum Zeitpunkttunbekannten Ankers werden die Systemzustände und Kovarianzen durch

$$\boldsymbol{\mu}_t^+ = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}_t^T & \boldsymbol{\mu}_{t,M+1} \end{pmatrix}^T \tag{4.29}$$

$$\Sigma_t^+ = \operatorname{diag} \left(\begin{array}{cc} \Sigma_t & \Sigma_{t,M+1,M+1} \end{array} \right) \tag{4.30}$$

erweitert, wobei jeder initialisierte Anker im Initialisierungszeitschritt von der im Folgenden beschriebenen Zustandsschätzung ausgenommen ist. Bedingt durch die in Abschnitt 2.1.4.3 genannten Rausch- und Mehrwegeeffekte (falls z.B. die erste Distanzmessung r_l zum l-ten Anker ein Mehrweg ist) kann die Initialisierung betreffender Anker auch für einige weitere Verfahrensiterationen durchgeführt werden. Wird ein Anker erneut initialisiert, entfällt für diesen ebenso die Zustandsschätzung im betreffenden Zeitschritt.

4.4.1.3 Zustandsschätzung

Zur Realisierung der Zustandsschätzung folgt das EKF-SLAM-Verfahren der in Abbildung 3.5 dargestellten sowie in Gleichung 4.11 und 4.12 für das SLAM-Problem formulierten Prädiktor-Korrektor-Struktur. Da SLAM-Probleme und deren Bestandteile (z.B. das typische Beobachtungsmodell in Gleichung 4.8) im Allgemeinen nichtlinear sind, müssen die Modellfunktionen h und g (s. Gleichung 4.4 und 4.7) des EKF-SLAM um den aktuell wahrscheinlichsten Systemzustand linearisiert werden. Die Genauigkeit solcher Annäherungen steigt, je größer die lokale Linearität der Modellfunktionen um den Entwicklungspunkt herum ist. Da die eigentliche Ungenauigkeit an diesem Punkt in manchen Fällen nicht hinreichend genau modelliert werden kann, hat im Umkehrschluss der Grad solcher Nichtlinearitäten signifikante Auswirkung auf die Verfahrenskonvergenz. Um extreme Nichtlinearitäten in geeigneterer Weise zu modellieren, kann z.B. das von [MCC05] vorgeschlagene UKF-SLAM-Verfahren herangezogen werden. Für das in dieser Arbeit verwendete schwach nichtlineare Range-Only-Modell sind solche Modifikationen allerdings nicht erforderlich.

Prädiktion Die Bestimmung des prädizierten Systemzustands $\overline{\mu}_t$ und der Kovarianzmatrix $\overline{\Sigma}_t$ verändert nur die Zustands- und Kovarianzelemente des mobilen Objekts und erfolgt ohne Steuersignale nach dem CP-Modell (s. Abschnitt 2.3.2). Dieses lässt mit dem kinematischen Bewegungsmodell⁵

$$\overline{\mu}_{t,m} = h(\mu_{t-1,m}) = \mu_{t-1,m}$$
(4.31)

den Objektzustand unverändert, sodass $\overline{\mu}_t = \mu_{t-1}$ resultiert. Zur Modellierung der potentiellen Objektbewegung werden die prädizierten Kovarianzen

$$\overline{\Sigma}_{t,\mathrm{m}} = \Sigma_{t-1,\mathrm{m}} + \mathcal{Q}_{t,\mathrm{m}} \tag{4.32}$$

⁵Da keine sich auf den Objektzustand auswirkenden Steuersignale einbezogen werden, entfällt hierbei das in Gleichung 3.23 und 4.4 enthaltene u_t .

mit der Kovarianzmatrix

$$Q_{t,\mathrm{m}} = (\Delta \tau \sigma_{\mathrm{m}})^2 \mathrm{I}_2 \tag{4.33}$$

bestimmt. Diese enthält die Zeitspanne $\Delta \tau = \tau_t - \tau_{t-1}$, die empirisch ermittelte Standardabweichung σ_m der maximalen Objektgeschwindigkeit (s. Abschnitt 7.4.1) und die 2 × 2-Einheitsmatrix I₂.

Federated Information Sharing Der FIS-Ansatz beinhaltet die Verarbeitung der Beobachtungen. Um dies formal zu beschreiben, wird der Einfachheit halber davon ausgegangen, dass für den aktuellen Zeitpunkt t zu jedem der M Anker eine Distanzmessung r_l zum l-ten Anker vorliegt. Dabei erfolgt zunächst die Linearisierung des Range-Only-Beobachtungsmodells

$$\forall k, l : g(\overline{\mu}_{t,\mathrm{m}}, \overline{\mu}_{t,l,k}) = \left\| \overline{\mu}_{t,\mathrm{m}} - \overline{\mu}_{t,l,k} \right\|_2 \approx r_l, \tag{4.34}$$

woraus die Matrix

$$\nabla g_{t} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla g_{t,1,1} \\ \vdots \\ \nabla g_{t,1,K_{t,1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\nabla g_{t,1,1} & 0 \\ \ddots \\ 0 & -\nabla g_{t,1,K_{t,1}} \end{pmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \nabla g_{t,M,1} \\ \vdots \\ \nabla g_{t,M,K_{t,M}} \end{pmatrix} & 0 & 0 & \dots \begin{pmatrix} -\nabla g_{t,M,1} & 0 \\ \ddots \\ 0 & -\nabla g_{t,M,K_{t,M}} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$
(4.35)

mit den partiellen Ableitungen

$$\forall k, l: \nabla \mathbf{g}_{t,l,k} = \frac{\partial g(\overline{\mu}_{t,\mathrm{m}}, \overline{\mu}_{t,l,k})}{\partial \overline{\mu}_{t,\mathrm{m}}} = -\frac{\partial g(\overline{\mu}_{t,\mathrm{m}}, \overline{\mu}_{t,l,k})}{\partial \overline{\mu}_{t,l,k}} = \frac{\overline{\mu}_{t,\mathrm{m}} - \overline{\mu}_{t,l,k}}{\left\|\overline{\mu}_{t,\mathrm{m}} - \overline{\mu}_{t,l,k}\right\|_{2}}$$
(4.36)

resultiert. Für eine numerisch robuste Berechnung sollte dabei ein empirischer Grenzwert eingeführt werden, welchen der Euklidische Abstand im Nenner in Gleichung 4.36 für $\|\cdot\|_2 \longrightarrow 0$ nicht unterschreiten darf.

Nach dem FIS-Ansatz wird r_l für alle Ankerhypothesen parallel innerhalb der Filterkorrektur verarbeitet, indem die Information aus der Messvarianz $R_l = \sigma_l^2$ (s. Abschnitt 7.4.1) durch die Äquivalenzrelation

$$\forall l : \{r_l, \mathbf{R}_l\} \sim \{\{r_l, \mathbf{R}_{l,1}\}, \{r_l, \mathbf{R}_{l,2}\}, \dots, \{r_l, \mathbf{R}_{l,K_{t,l}}\}\}$$
(4.37)

geteilt und zur Reduzierung des Divergenzrisikos durch

$$\forall k, l : \mathbf{R}_{l,k} = \left(\eta_{\lambda,l} \lambda_{l,k}^c\right)^{-1} \mathbf{R}_l \tag{4.38}$$

mit dem Normierungsfaktor $\eta_{\lambda,l} = 1/\sum_k \lambda_{l,k}^c$ gewichtet wird, wobei $\forall l : \mathbf{R}_l^{-1} = \sum_k \mathbf{R}_{l,k}^{-1}$ gilt und sich alle $\mathbf{R}_{l,k}$ in der gewichteten Varianzmatrix

$$\mathbf{R}_{t,\lambda} = \operatorname{diag}\left(\left(\mathbf{R}_{1,1} \dots \mathbf{R}_{1,K_{t,1}}\right) (\dots) \dots \left(\mathbf{R}_{M,1} \dots \mathbf{R}_{M,K_{t,M}}\right)\right) \quad (4.39)$$

des Messrauschens zusammenfassen lassen. Wahrscheinlichere Hypothesen werden durch die normalverteilte mittelwertfreie Hypothesen-Likelihood

$$\lambda_{l,k} = \mathcal{WN}\left(\mathbf{y}_{t,l,k}; 0, \Xi_{t,l,k}\right) \tag{4.40}$$

sowie den Exponenten c bevorteilt und umgekehrt. Dabei ist die Innovation $\forall k, l : y_{t,l,k} = r_l - g(\overline{\mu}_{t,m}, \overline{\mu}_{t,l,k})$ gemäß Gleichung 3.27 Element des Innovationsvektors

$$\mathbf{y}_{t} = \left(\left(\mathbf{y}_{t,1,1} \dots \mathbf{y}_{t,1,K_{t,1}} \right) (\dots) \dots \left(\mathbf{y}_{t,M,1} \dots \mathbf{y}_{t,M,K_{t,M}} \right) \right)^{T}$$
(4.41)

und die Residual
varianz $\Xi_{t,l,k}$ aus Gleichung 3.26 Diagonale
lement der Residualkovarianzmatrix

$$\Xi_t = \operatorname{diag}\left(\left(\Xi_{t,1,1} \ldots \Xi_{t,1,K_{t,1}}\right) (\ldots) \ldots \left(\Xi_{t,M,1} \ldots \Xi_{t,M,K_{t,M}}\right)\right). \quad (4.42)$$

Zur Berechnung von Ξ_t sind $\overline{\Sigma}_t$, ∇g_t und die Varianzmatrix

$$\mathbf{R}_{t} = \operatorname{diag}\left(\mathbf{R}_{1}\mathbb{1}_{K_{t,1}}^{T} \ \mathbf{R}_{2}\mathbb{1}_{K_{t,2}}^{T} \ \dots \ \mathbf{R}_{M}\mathbb{1}_{K_{t,M}}^{T}\right)$$
(4.43)

mit dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_{K_{t,l}}$ der Länge $K_{t,l}$ erforderlich. Darüber hinaus wird in Gleichung 4.38 der Exponent c gewissermaßen als Korrektiv der Residualvarianzen eingeführt. Dieser ist ein Maß dafür, wie sehr wahrscheinlichere Ankerhypothesen gegenüber weniger wahrscheinlichen Hypothesen bevorteilt werden. Dabei sollte für eine sinnvolle Wahl des Exponenten berücksichtigt werden, dass dieser mit $\|\text{diag}(\Xi_t)\|_2$ korreliert. Während [KD04] die Filterkorrektur mit $c \longrightarrow \infty$ nur für die wahrscheinlichste Hypothese durchführen, kann im vorliegenden Fall gemäß [SMDL05] der Wert c = 3 angegeben werden, wobei dieser varianzabhängig adaptiert werden kann, jedoch weit weniger als um eine Größenordnung.

Entfernen von Hypothesen und Innovationen Vor Durchführung der Filterkorrektur ist es aus Konvergenzgründen sinnvoll, unwahrscheinliche Hypothesen zu entfernen. Erfolgt dies über den Verfahrensverlauf hinweg bis $\forall l : K_{t,l} = 1$ gilt, konvergiert die Ankerkartierung hin zu je einer einzigen Hypothese, wodurch ein konventioneller EKF-SLAM gemäß Abbildung 4.7(a) resultiert. Das Entfernen einer Hypothese wird anhand des Gewichts

$$\forall k, l : w_{t,l,k} = \eta_{\mathbf{a},l} \lambda_{l,k} w_{t-1,l,k} \tag{4.44}$$

mit dem Normierungsfaktor $\eta_{a,l} = 1/\sum_k \lambda_{l,k} w_{t-1,l,k}$ realisiert. Das Gewicht $w_{t,l,k}$ wird als aggregierte Hypothesen-Likelihood sequentiell in jeder Verfahrensiteration aktualisiert und findet sich innerhalb des Gewichtsvektors

$$\mathbf{w}_{t} = \left(\left(w_{t,1,1} \ \dots \ w_{t,1,K_{t,1}} \right) \ (\dots) \ \dots \ \left(w_{t,M,1} \ \dots \ w_{t,M,K_{t,M}} \right) \right)$$
(4.45)

wieder. Dabei sollte $\lambda_{l,k}$ in Gleichung 4.44 mit $\forall k, l : \lambda_{l,k} > \varepsilon_{\lambda}$ nicht unter einen bestimmten Grenzwert fallen, welcher empirisch mit $\varepsilon_{\lambda} = 10^{-3}$ angegeben werden kann. Einerseits erlaubt dies unwahrscheinlichen Hypothesen eine gewisse Restwahrscheinlichkeit vor deren endgültigem Entfernen. Liegt verursacht durch Mehrwege für r_l ein systematischer Distanzmessfehler vor, garantiert der Grenzwert andererseits eine numerisch robuste Berechnung, indem auch für einen großen, d.h. unerwünschten, Betrag $|y_{t,l,k}|$ das jeweilige Gewicht $\forall k, l : w_{t,l,k} > 0$ bleibt. Schließlich werden innerhalb der aktuellen Verfahrensiteration die Ankerhypothesen entfernt, für deren Gewicht $w_{t,l,k} < \varepsilon_w/K_{t,l}$ gilt, wobei der Grenzwert mit $\varepsilon_w = 10^{-200}$ angegeben werden kann und aufgrund von Gleichung 4.44 mit dem Grenzwert ε_{λ} korreliert. Dabei empfiehlt es sich, die Gewichte zu logarithmieren⁶. Das Entfernen der k-ten Hypothese des l-ten Ankers betrifft die Zeilen und Spalten der Matrizen $\overline{\Sigma}_t$, $\nabla \mathbf{g}_t$ und $\mathbf{R}_{t,\lambda}$ sowie die Zeilen der Vektoren $\overline{\mu}_t$, \mathbf{y}_t und \mathbf{w}_t , welche der jeweiligen Hypothese zugeordnet sind. Zudem werden alle $K_{t,l}$ um die Anzahl der entfernten Hypothesen reduziert.

Weiterhin ist es sinnvoll, unwahrscheinliche Innovationen $y_{t,l,k}$ der k-ten Hypothese des *l*-ten Ankers zu entfernen, was entsprechende Zeilen und Spalten aus $\mathbb{R}_{t,\lambda}$ sowie Zeilen aus ∇g_t und y_t betrifft. Beim vorliegenden RO-SLAM-Problem erfolgt das Entfernen empirisch für $|y_{t,l,k}| > \varepsilon_R \sqrt{\mathbb{R}_l}$ mit $\varepsilon_R = 8$ und für die $[\varepsilon_K K_{t,l}]$ größten Werte von $(y_{t,l,1} \dots y_{t,l,K_{t,l}})^{\circ 2}$ mit $\varepsilon_K = 0,1$. Dies hat die numerisch robustere Berechnung der Kalman-Matrix in Gleichung 3.29 zur Folge und veranlasst das Filter, auch ohne Einbeziehung konkreter Steuersignale konsistente Schätzungen der Objektposition, insbesondere in den ersten Verfahrensiterationen, zu generieren. Letzteres lässt sich damit begründen, dass die ersten Innovationen der gemäß Abschnitt 4.3.2.1 kreisförmig initialisierten Ankerpositionshypothesen aus jeder Richtung auf die Objektposition wirken und diese somit nicht verändern würden. Darüber hinaus wird aufgrund des Entfernens von Hypothesen und Innovationen die Aktualisierung von Gleichung 4.39 und 4.45 durch die erneute Bestimmung der Normierungsfaktoren $\eta_{\lambda,l}$ und $\eta_{a,l}$ erforderlich.

Korrektur Zur Ermittlung des korrigierten Systemzustands μ_t und der Kovarianzmatrix Σ_t wird zunächst die Residualkovarianzmatrix $\Xi_{t,\lambda}$ auf Ba-

⁶Der logarithmierte Wert $w_{log} = \log_b w$ ist ein Exponent, mit welchem die festgelegte positive Basis *b* potenziert wird, um den gegebenen Wert *w* zu erhalten. Der Logarithmus ist für b > 1 streng monoton steigend, sodass gilt arg max $w = \arg \max w_{log}$. Vor allem wenn der Wertebereich z.B. durch Multiplikation zahlreicher kleiner Werte viele Größenordnungen umfasst, lassen sich damit numerisch robuste Berechnungen durchführen.

sis von Gleichung 3.26 mit der gewichteten Varianzmatrix $\mathbf{R}_{t,\lambda}$ aus Gleichung 4.39 bestimmt, in welcher die Zeilen und Spalten unwahrscheinlicher Hypothesen und Innovationen entfernt wurden. Mit Hilfe der Kalman-Matrix $\mathbf{K}_{t,\lambda}$ aus Gleichung 3.29 kann dann $\boldsymbol{\mu}_t$ und $\boldsymbol{\Sigma}_t$ durch Gleichung 3.30 und 3.31 berechnet werden. Die in Abschnitt 6.1 benötigte Objekttrajektorie $\boldsymbol{\mu}_{0:t,\mathrm{m}}$ resultiert hierbei aus der Sequenz der über alle Zeitpunkte bestimmten Schätzungen. Letztlich erfolgt die Bestimmung der aktuell wahrscheinlichsten Positionshypothese $\boldsymbol{\mu}_{t,l,\hat{k}}$ des *l*-ten Ankers, indem die Hypothese ausgewählt wird, die mit $\hat{k} = \arg \max_k w_{t,l,k}$ das maximale Gewicht aufweist. Dabei verfügt diese auch häufig über die geringste Varianz innerhalb von $\boldsymbol{\Sigma}_{t,l,l}$.

Der durch die sequentielle Zustandsschätzung generierte Lokalisierungsund Kartenerstellungsfortschritt des EKF-SLAM ist beispielhaft in Abbildung 4.8 für ein mobiles Objekt und vier Anker mit entsprechenden Hypothesen dargestellt. Dabei repräsentieren die Positionen des mobilen Objekts und der gewichteten Hypothesen in der Koordinatenebene in Abbildung 4.8(a), (c) und (e) die korrigierten Zustandsergebnisse des Verfahrens im Zeitschritt t, wobei wahrscheinlichere Hypothesen gelb gekennzeichnet sind. Von den in (a) initialisierten Hypothesen werden über den Verfahrensverlauf hinweg mehr und mehr unwahrscheinliche Hypothesen entfernt, bis in (e) nur noch eine Hypothese pro Anker verbleibt. Dabei reduzieren sich die als Ellipse dargestellten Ankerkovarianzen deutlich. Darüber hinaus zeigen (b), (d) und (f) die im entsprechenden Zeitschritt t bestimmte quadratische Kovarianzmatrix Σ_t , bestehend aus der Kovarianz des mobilen Objekts oben links, den Anker-Mobile-Kovarianzen oben und links sowie den Anker-Anker-Kovarianzen im übrigen Bereich, welche zudem die quadratische Verfahrenskomplexität veranschaulichen. Die initial unkorrelierten Ankerkovarianzen in (b) korrelieren im Verfahrensverlauf in (d) und (f), während sich deren Anzahl durch das Entfernen von Hypothesen auch hier nach und nach reduziert.

Die in Σ_t enthaltenen Ankerkovarianzen, welche aus den in Abschnitt 4.1.2.5 beschriebenen Korrelation resultieren, führen nach [BNG⁺06] mitunter zu Verfahrensinkonsistenz. Eine genauere Betrachtung der Kovarianzen zeigt jedoch, dass die Korrelationen zwischen den mit großem zeitlichem Abstand beobachteten Ankern zum Teil äußerst gering und effektiv sogar vernachlässigbar sind. Dieser Effekt lässt sich anhand sog. Subkarten-Methoden ausnutzen, indem das SLAM-Problem durch eine Menge voneinander unabhängiger Probleme mit kleineren Subkarten approximiert wird. Dies führt nach [LF00], [GN01] und [ENT05] zu einer deutlichen Verringerung des Ressourcenaufwands und stabilisiert zudem die Zustandsschätzung.

Komplexität Die aus der Dimension der Kovarianzmatrix Σ_t resultierende Komplexität des EKF-SLAM ist abhängig von der Repräsentation der Objekt- und Ankerzustände und kann für das vorliegende RO-SLAM-Problem durch $\mathcal{O}\left((\sum_l K_l)^2\right)$ mit l = 1, 2, ..., M angegeben werden. Somit ver-



Abbildung 4.8: Zustands- und Kovarianzergebnisse des EKF-SLAM für ein mobiles Objekt und vier Anker. (a), (c) und (e) enthalten Positionen und Kovarianzen in der Koordinatenebene. In (b), (d) und (f) ist die entsprechende Kovarianzmatrix Σ_t dargestellt, jeweils unterteilt in die Kovarianz des mobilen Objekts, den Anker-Mobile- und Anker-Anker-Kovarianzen.

hält sich die Komplexität für $M \longrightarrow \infty$ quadratisch in der Anzahl der kartierten Anker, was diese prinzipiell limitiert (z.B. M < 1000 gemäß [TBF05]).

Parameter In diesem Abschnitt sind die Parameter $c, \varepsilon_{\lambda}, \varepsilon_{w}, \varepsilon_{R}$ und ε_{K} teils empirisch, teils anhand der angegebenen Literatur definiert. Dabei konzentrieren sich die Ausführungen auf ein Set von Parameterwerten und deren vereinzelte Abhängigkeiten, anstatt sämtliche Wertemengen zu diskutieren. Die Parameter σ_{m} und σ hingegen werden mit Blick auf die in dieser Arbeit zugrundeliegende Datenbasis und Anwendung in Kapitel 7 angegeben.

4.4.2 Incremental Maximum Likelihood-SLAM

IML-SLAM ist ein Standardverfahren zur Lösung des online-SLAM-Problems und somit eine Instanz des in Abschnitt 4.2.1 formulierten Bayes-Filters. Es basiert auf der Kombination der folgenden beiden Verfahrensgruppen:

- Die u.a. von [LDWC92] und [YB96] behandelten inkrementellen SLAM-Verfahren zeichnen sich besonders durch eine aus der Markov'schen Annahme (s. Abschnitt 3.1.2) resultierende relativ geringe Komplexität aus, was ihren Einsatz in Echtzeit erlaubt. Allerdings zeigen sich häufig Nachteile hinsichtlich der Modellierung von Zustandsunsicherheiten, indem in der Regel nur einzelne Positionsschätzungen ohne detaillierte probabilistische Aussage erfolgen.
- Nichtinkrementelle SLAM-Ansätze wie die von [TBF98] und [T⁺02] diskutierten EM-Verfahren adressieren das full-SLAM-Problem aus Gleichung 4.1 und bieten unter Einbeziehung von zeitlich rückwärts gerichteten Lokalisierungsansätzen (engl. backwards localization) adäquate, jedoch nicht echtzeitfähige Zustandsschätzungen auf Basis entsprechender a-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

In diesem Kontext kombiniert das IML-SLAM-Verfahren die Vorteile beider Verfahrensgruppen und gilt somit als inkrementelle echtzeitfähige Approximation des EM-SLAM. Von besonderer Bedeutung dabei ist die Modellierung der Zustandsunsicherheiten, die in jedem Zeitschritt t auf Basis einer vollständigen (globalen) Wahrscheinlichkeitsverteilung im Zustandsraum erfolgt, anstatt z.B. nur einzelne SOG-Hypothesen zu berücksichtigen. Eine solche probabilistische Zustandsrepräsentation verschafft dem IML-SLAM besondere Relevanz für Anwendungsszenarien mit hoher Unsicherheit bezüglich der konkreten Objektbewegung und sorgt im Übrigen für ein robustes Konvergenzverhalten beim Schleifenschluss.

Die Schätzung der aktuellen Position \mathbf{x}_t des mobilen Objekts erfolgt nach [TBF00] auf Basis der Likelihood-Funktion

$$Bel(\mathbf{x}_t, \Theta) = \mathcal{L}(\mathbf{x}_t, \Theta),$$
 (4.46)

welche die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit aus Gleichung 4.10 beschreibt. Kern des IML-SLAM-Verfahrens ist die ML-Methode, welche $\mathcal{L}(\mathbf{x}_t, \Theta)$ maximiert und so aus einem endlichen Zustandsraum die Schätzung

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \operatorname*{arg\,max}_{\mathbf{x}_t} \,\mathcal{L}(\mathbf{x}_t, \Theta) \tag{4.47}$$

generiert. Dabei ergibt sich die aktuelle Umgebungskarte

$$\Theta_t = \{\hat{\mathbf{x}}_{1:t}, \mathbf{z}_{1:t}\} = \Theta_{t-1} \cup \{\hat{\mathbf{x}}_t, \mathbf{z}_t\},\tag{4.48}$$

indem die Karte Θ_{t-1} um die Beobachtung z_t an der Positionsschätzung \hat{x}_t erweitert wird.

4.4.2.1 Informationsstruktur

Die Zustandsrepräsentation erfolgt beim IML-SLAM ausschließlich nichtparametrisch, d.h., sowohl durch geordnete Stichproben in Form von gewichteten äquidistanten Positionsrastern (s. Abschnitt 2.2.2.1) als auch SMCgestützt mittels zufälliger Stichproben. Für das vorliegende RO-SLAM-Problem empfiehlt sich jedoch der rasterbasierte Ansatz, da dieser einerseits eine quasi globale Zustandsrepräsentation durch gewichtete Rasterzellen bzw. Hypothesen impliziert und andererseits eine regelmäßige Diskretisierung über dem gesamten Zustandsraum realisiert. Das Risiko, aufgrund der beim RO-SLAM auftretenden Mehrdeutigkeiten lediglich lokale Maxima aus der ML-Schätzung zu erhalten, kann dadurch marginalisiert werden. Somit entspricht die rasterbasierte Umsetzung der Schätzung in Gleichung 4.47 der Brute-Force-Methode⁷.



Abbildung 4.9: Informationsstruktur des IML-SLAM in Form von Koordinatenmatrizen und Gewichtsvektoren zur Beschreibung der Positionsraster des mobilen Objekts sowie der M Anker.

Wie in Abbildung 4.9 dargestellt, lassen sich die zu schätzenden Systemzustände des mobilen Objekts \mathbf{x}_t und des Ankers $\boldsymbol{\theta}_l \in \Theta$ mit $l = 1, 2, \ldots, M$ jeweils durch ein eigenes Positionsraster (Mobile- und Ankerraster) mit entsprechenden Gewichten approximieren. Dabei werden die N Rasterzellen des

⁷Die Brute-Force-Methode generiert Lösungen durch das Ausprobieren vieler oder aller möglichen Fälle als sog. erschöpfende Suche (engl. exhaustive search).

mobilen Objekts durch die $N \times 2$ -Koordinatenmatrix $X_{m,t}$ und den Gewichtsvektor $w_{m,t}$ der Länge N mit $w_{m,t} \approx \mathcal{L}(x_t, \Theta)$ beschrieben. Die K_l Rasterzellen des l-ten Ankers lassen sich analog dazu durch die $K_l \times 2$ -Koordinatenmatrix $X_{a,l}$ und den Gewichtsvektor $w_{a,t,l}$ der Länge K_l beschreiben. Damit einher geht die beim unverzögert initialisierten RO-SLAM notwendige Modellierung jedes Ankers durch mehrere Hypothesen, was mit Hilfe der erwähnten Rasterzellen realisiert wird. Die Ankerkarte Θ stellt demnach eine hybride Karte im Sinne von Abschnitt 2.2.2.4 dar, indem jedem Anker als Merkmal ein Positionsraster zugeordnet ist.

4.4.2.2 Initialisierung

Die Initialisierung des Mobile-Rasters $X_{m,t}$ erfolgt anhand der Ausführungen in Abschnitt 4.3.2.2 mit dem über die Zeit unveränderlichen Rasterabstand d_{acc} zur Beschreibung der Rasterauflösung und der räumlichen Rasterausdehnung d_{span} , welche sich durch die maximal mögliche Messreichweite d_{max} ergibt (s. Abschnitt 7.4.1). Hierzu wird die *j*-te Positionshypothese X_{j_x,j_y} aus Gleichung 4.22 mit j = 1, 2, ..., N initial zu

$$X_{m,0} = \left(\left(X_{1,1} \dots X_{N_{x},1} \right) (\dots) \dots \left(X_{1,N_{y}} \dots X_{N_{x},N_{y}} \right) \right)^{T}$$
(4.49)

mit $j_x = 1, 2, ..., N_x$, $j_y = 1, 2, ..., N_y$ und $N = N_x N_y$ zusammengefasst. Dabei befindet sich die mittlere Positionshypothese $X_{m,0,j_{mid}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ des Rasters mit $j_{mid} = (N+1)/2$ üblicherweise im Koordinatenursprung. Da die Position des mobilen Objekts zu Beginn in der Rastermitte initialisiert wird, ergeben sich die Gewichte des Mobile-Rasters

$$\mathbf{w}_{\mathrm{m},0} = \begin{pmatrix} w_{\mathrm{m},0,1} & w_{\mathrm{m},0,2} & \dots & w_{\mathrm{m},0,N} \end{pmatrix}^T$$
 (4.50)

auf Basis der Dirac'schen δ -Distribution

$$\forall j: w_{\mathrm{m},0,j} = \delta_{\mathrm{w}_{\mathrm{m},0}} \left(j - j_{\mathrm{mid}} \right) = \begin{cases} 1 & \mathrm{wenn} \ j = j_{\mathrm{mid}} \\ 0 & \mathrm{sonst} \end{cases}$$
(4.51)

Das Ankerraster $X_{a,l}$ des während des SLAM-Verfahrensverlaufs neu beobachteten (bis zum Zeitpunkt t unbekannten) l-ten Ankers wird vor Durchführung der ML-Schätzung durch

$$\mathbf{X}_{\mathbf{a},l} = \mathbf{X}_{\mathbf{m},t} + \begin{cases} \mathbbm{1}_N \left(\mathbf{X}_{\mathbf{m},t-1,\hat{j}} - \mathbf{X}_{\mathbf{m},t,j_{\mathbf{mid}}} \right) & \text{wenn } t > 1\\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(4.52)

bestimmt. Dabei ist die \hat{j} -te Positionshypothese $X_{m,t-1,\hat{j}}^T \approx \hat{x}_{t-1}$ die Schätzung der Position x_{t-1} des mobilen Objekts zum Zeitpunkt t-1 und $\mathbb{1}_N$ der Einsspaltenvektor der Länge N. Das Ankerraster in Gleichung 4.52 enthält somit jede Ankerpositionshypothese $X_{a,l,k}$ mit $k = 1, 2, \ldots, K_l$ und $K_l = N$. Da $X_{m,t-1,\hat{j}}, X_{m,t,j_{mid}} \in X_{m,t}$ gilt, lässt sich $X_{a,l}$ durch das um ein Vielfaches des Rasterabstands d_{acc} in beiden Dimensionen verschobene Mobile-Raster $X_{m,t}$ translatorisch abbilden und ist mit diesem bei gleichem d_{acc} erwartungsgemäß in Teilen identisch. Die Initialisierung der Gewichte des *l*-ten Ankerrasters erfolgt im einfachsten Fall gleichverteilt durch

$$\mathbf{w}_{\mathbf{a},0,l} = \frac{1}{K_l} \mathbb{1}_{K_l},$$
 (4.53)

d.h., jede initiale Ankerhypothese hat dasselbe Gewicht $w_{a,0,l,k}$.

4.4.2.3 Zustandsschätzung

Grundlage für die Zustandsschätzung innerhalb des IML-SLAM-Verfahrens ist die in Abbildung 3.5 dargestellte sowie in Gleichung 4.11 und 4.12 für das SLAM-Problem formulierte Prädiktor-Korrektor-Struktur. Die aufgrund der Verwendung von Positionsrastern erforderliche Zustandsdiskretisierung folgt dabei den Ausführungen zum Histogramm-Filter (s. Abschnitt 3.2.2).

Prädiktion Die zum Zeitpunkt t prädizierten Gewichte $\overline{w}_{m,t}$ des Mobile-Rasters werden unter Berücksichtigung von Gleichung 3.19 und 3.33 durch

$$\forall j : \overline{w}_{\mathrm{m},t,j} = \sum_{i} \eta_{\lambda,i} P(\mathbf{X}_{\mathrm{m},t,j} | \mathbf{X}_{\mathrm{m},t-1,i}) w_{\mathrm{m},t-1,i}$$
(4.54)

mit i, j = 1, 2, ..., N und der Bewegungswahrscheinlichkeit⁸

$$P(\mathbf{X}_{\mathbf{m},t,j}|\mathbf{X}_{\mathbf{m},t-1,i}) = \lambda_{i,j}^c$$

$$(4.55)$$

bestimmt, wobei sich der Normierungsfaktor $\forall i : \eta_{\lambda,i} = 1/\sum_j \lambda_{i,j}^c$ aus der Hypothesen-Likelihood $\lambda_{i,j}$ und dem Exponenten *c* ergibt. Da sich die Bewegung des mobilen Objekts im Sinne von Abschnitt 2.1.4.2 im Regelfall aus einer Normalverteilung ableiten lässt, resultiert die Hypothesen-Likelihood

$$\forall i, j : \lambda_{i,j} = \mathcal{N}\left(0; \left\|\mathbf{X}_{\mathrm{m},t-1,i} - \mathbf{X}_{\mathrm{m},t,j}\right\|_{2}, (\Delta \tau \sigma_{\mathrm{m}})^{2}\right)$$
(4.56)

mit der Zeitspanne $\Delta \tau = \tau_t - \tau_{t-1}$ und der Standardabweichung σ_m der maximalen Objektgeschwindigkeit (s. Abschnitt 7.4.1), wofür [WBMM16] Untersuchungen zur zweckmäßigen Parametrisierung durchführen.

Zur Modellierung des Bewegungsverhaltens des mobilen Objekts vergrößert die Prädiktion die Unsicherheit im Raster in Abhängigkeit von der Zeitspanne $\Delta \tau$. Dabei kann für die Normalverteilung in Gleichung 4.56 ohne Einbeziehung konkreter Steuersignale eine zurückgelegte Strecke gleich Null angenommen werden. Damit für einen größeren Rasterabstand $d_{\rm acc}$ die Wahrscheinlichkeitsdichte nicht ausschließlich innerhalb dieses Abstands liegt und

⁸Da keine sich auf die Positionshypothesen auswirkenden Steuersignale einbezogen werden, entfällt hierbei das in Gleichung 4.3 enthaltene u_t .
so zu infinitesimal kleinen $\lambda_{i,j}$ führt, sollte für $\sigma_{\rm m}$ ein unterer Grenzwert eingeführt werden. Für die daraus resultierende Standardabweichung gilt $\sigma_{\rm m} \propto d_{\rm acc}$. Der Exponent *c* aus Gleichung 4.55 lässt sich darüber hinaus mit dem Wert c = 0,5 angeben, wobei dieser mit $d_{\rm acc}$ invers korreliert.

Korrektur Für die Beschreibung der IML-SLAM-Korrektur ist zum aktuellen Zeitpunkt t zu jedem der M Anker eine Distanzmessung r_l zum l-ten Anker verfügbar. Somit werden die korrigierten Gewichte $w_{m,t}$ des Mobile-Rasters unter Berücksichtigung von Gleichung 3.20 und 3.34 durch

$$\forall j: w_{\mathrm{m},t,j} = \eta_{\mathrm{m}} P\left(r_l | \mathbf{X}_{\mathrm{m},t,j}, \{\mathbf{X}_{\mathrm{a},l,k}, w_{\mathrm{a},t-1,l,k}\}\right) \overline{w}_{\mathrm{m},t,j}$$
(4.57)

mit dem Normierungsfaktor η_m und dem prädizierten Gewicht $\overline{w}_{m,t,j}$ bestimmt, wobei sich die Beobachtungswahrscheinlichkeit

$$P(r_l | \mathbf{X}_{\mathbf{m},t,j}, \{ \mathbf{X}_{\mathbf{a},l,k}, w_{\mathbf{a},t-1,l,k} \}) = \prod_l \sum_k \lambda_{j,l,k} w_{\mathbf{a},t-1,l,k}$$
(4.58)

aus der Hypothesen-Likelihood $\lambda_{j,l,k}$ und dem Gewicht $w_{a,t-1,l,k}$ der k-ten Ankerhypothese des *l*-ten Ankerrasters ergibt. Da Messwerte typischerweise einer Normalverteilung folgen (s. Abschnitt 2.1.4.2), lässt sich die Hypothesen-Likelihood auf Basis des Euklidischen Abstands zwischen Mobile- und Ankerpositionshypothesen durch

$$\lambda_{j,l,k} = \begin{cases} \mathcal{N}\left(r_l; d_{j,l,k}, \sigma_l^2\right) & \text{wenn } |d_{j,l,k} - r_l| < \varepsilon_\sigma \sigma_l \\ \mathcal{N}\left(0; \varepsilon_\sigma \sigma_l, \sigma_l^2\right) & \text{sonst} \end{cases}$$
(4.59)

mit $d_{j,l,k} = ||\mathbf{X}_{m,t,j} - \mathbf{X}_{a,l,k}||_2$ errechnen. Dabei ist $\mathbf{X}_{m,t,j}$ die *j*-te Positionshypothese des mobilen Objekts, $\mathbf{X}_{a,l,k}$ die *k*-te Ankerpositionshypothese des *l*-ten Ankers und σ_l^2 die Messvarianz (s. Abschnitt 7.4.1). Da verursacht durch die in Abschnitt 2.1.4.3 genannten Rausch- und Mehrwegeeffekte die Distanzmessung r_l zum Teil enorm fehlerhaft ist, wird zudem der empirische Grenzwert $\varepsilon_{\sigma} = 3$ eingeführt, sodass $\lambda_{j,l,k}$ auch für tatsächlich wahrscheinliche Hypothesen nicht infinitesimal klein werden kann. Schließlich wird zur Bestimmung der Beobachtungswahrscheinlichkeit für die *j*-te Positionshypothese in Gleichung 4.58 die Summe aller mit $\lambda_{j,l,k}$ multiplizierten Gewichte des *l*-ten Ankerrasters gebildet und für alle *M* Ankerraster miteinander multipliziert. Dabei ließe sich in manchen Fällen die Summe auch durch das Maximum ersetzen, jedoch liefert die Einbeziehung aller Gewichte als Summe stabilere SLAM-Ergebnisse, insbesondere für Mehrdeutigkeiten bei der Kartierung (s. Abbildung 4.3).

Auf Basis von Gleichung 4.47 und 4.57 erfolgt anschließend die Positionsschätzung für das mobile Objekt durch die \hat{j} -te Positionshypothese

$$\mathbf{X}_{\mathbf{m},t,\hat{j}} = \underset{\mathbf{X}_{\mathbf{m},t,j}}{\arg\max} w_{\mathbf{m},t,j}$$
(4.60)

mit $X_{m,t,\hat{j}}^T \approx \hat{x}_t$. Dabei gibt die Rasterauflösung d_{acc} die obere, für IML-SLAM-Verfahren charakteristische Genauigkeitsgrenze der ML-Schätzung an. Die in Abschnitt 6.1 benötigte Objekttrajektorie $\hat{x}_{0:t}$ resultiert hierbei aus der Sequenz der über alle Zeitpunkte bestimmten Schätzungen. Gleichung 4.60 bildet zudem den Ausgangspunkt zur Aktualisierung der Gewichte $w_{a,t,l}$ des *l*-ten Ankerrasters, die für alle *M* Ankerraster durch

$$\forall k, l: w_{\mathbf{a},t,l,k} = \eta_{\mathbf{a},l} \lambda_{\hat{i},l,k} w_{\mathbf{a},t-1,l,k} \tag{4.61}$$

mit dem Normierungsfaktor $\eta_{\mathbf{a},l} = 1/\sum_k \lambda_{\hat{j},l,k} w_{\mathbf{a},t-1,l,k}$ realisiert wird. Unter Berücksichtigung von $\sum_k w_{\mathbf{a},t,l,k} = 1$ sollte $w_{\mathbf{a},t,l,k} \leq 0,5$ sein, sodass auch momentan unwahrscheinlichen Ankerhypothesen gewissermaßen eine Restwahrscheinlichkeit verbleibt. Auf dieser Basis lässt sich die wahrscheinlichste Positionshypothese $X_{\mathbf{a},t,l,\hat{k}}$ des *l*-ten Ankers mit $\hat{k} = \arg \max_k w_{\mathbf{a},t,l,\hat{k}}$ angeben. Darüber hinaus kann die Schätzung von $X_{\mathbf{m},t,\hat{j}}$ und $X_{\mathbf{a},t,l,\hat{k}}$ zur Genauigkeitssteigerung prinzipiell auch mehrstufig erfolgen, indem entweder das gewichtete Mittel aus der \hat{j} -ten bzw. \hat{k} -ten und den benachbarten Positionshypothesen bestimmt oder das Positionsraster in jedem Zeitschritt t in Abhängigkeit der berechneten Gewichte (mehrfach) verfeinert wird.

In Abbildung 4.10 sind der sequentielle Lokalisierungs- und Kartenerstellungsfortschritt des IML-SLAM beispielhaft für ein mobiles Objekt und vier Anker mit entsprechenden Mobile- und Ankerrastern dargestellt. Über den Verfahrensverlauf hinweg generiert die in jedem Zeitschritt durchgeführte Positionsschätzung $X_{m,t,\hat{j}}$ für das mobile Objekt eine Trajektorie. Dabei stellt der in Abbildung 4.10(a), (c) und (e) enthaltene schwarze Kreis den relevanten Mobile-Rasterausschnitt dar, welcher jeweils die wahrscheinlichsten der prädizierten Gewichte $\overline{w}_{m,t}$ und korrigierten Gewichte $w_{m,t}$ einschließt (gelb kennzeichnet wahrscheinlichere Rasterzellen). Diese sind, wie Gleichung 4.51 verdeutlicht, in (a) zu Verfahrensbeginn im Koordinatenursprung initialisiert. (b), (d) und (f) zeigen die jeweils vier Ankerraster, während die jeweiligen Gewichte $w_{a,t,l}$ des *l*-ten Ankers wiederum farbig gekennzeichnet sind. Da sich die Unsicherheit der Raster schrittweise reduziert und dabei z.B. die in (d) abgebildeten Mehrdeutigkeiten aufgelöst werden, ergeben sich die in (f) dargestellten wahrscheinlicheren Ankerpositionshypothesen.

Verschiebung des Mobile-Rasters Besteht das Risiko, dass sich die Positionsschätzung $X_{m,t+1,\hat{j}}$ (wahrscheinlichste Positionshypothese des mobilen Objekts zum Zeitpunkt t + 1) außerhalb der Rastergrenze befinden würde, empfiehlt sich die Verschiebung des Mobile-Rasters. Diese erfolgt, falls die aktuelle Positionsschätzung $X_{m,t,\hat{j}}$ zu weit am Rasterrand liegt, d.h., der Abstand zwischen $X_{m,t,\hat{j}}$ und der Rastermitte $X_{m,t,j_{mid}}$ einen in Abhängigkeit zur Rastergröße empirisch definierten Grenzwert überschreitet. Formal ergibt die Verschiebung die neue *j*-te Positionshypothese

$$\forall j : \mathbf{X}_{\mathrm{m},t+1,j} = \mathbf{X}_{\mathrm{m},t,j} + \mathbf{X}_{\mathrm{m},t,\hat{j}} - \mathbf{X}_{\mathrm{m},t,j_{\mathrm{mid}}}$$
(4.62)

SIMULTANE LOKALISIERUNG UND KARTENERSTELLUNG



Abbildung 4.10: Mobile- und Ankerergebnisse des IML-SLAM für ein mobiles Objekt und vier Anker. (a), (c) und (e) zeigen Positionen mit prädizierten und korrigierten Gewichten des Mobile-Rasters. In (b), (d) und (f) sind die jeweils vier Ankerraster mit entsprechendem Kartenerstellungsfortschritt und in (e) die wahrscheinlichsten Ankerpositionshypothesen dargestellt.

sowie das durch $\eta_{\rm m}$ normierte neue *j*-te Gewicht

$$\forall j : w_{m,t+1,j} = \eta_m \begin{cases} w_{m,t,\hat{i}} & \text{wenn} \\ \min_j (w_{m,t,j}) & \text{sonst} \end{cases} \| \mathbf{X}_{m,t+1,j} - \mathbf{X}_{m,t,\hat{i}} \|_2 = 0 \quad (4.63)$$

mit $\hat{i} = \arg\min_i ||\mathbf{X}_{\mathrm{m},t+1,j} - \mathbf{X}_{\mathrm{m},t,i}||_2$ für $i = 1, 2, \dots, N$.

Komplexität Prinzipiell führt die globale Repräsentation des Zustandsraums durch Mobile- und Ankerraster aufgrund der je nach Rasterabstand d_{acc} und -ausdehnung d_{span} häufig hohen Anzahl von Positionshypothesen mit $\mathcal{O}(N + \sum_{l} K_{l})$ zu Berechnungen nahe praktischer Komplexitätsgrenzen. Um dem entgegenzuwirken, diskutieren [TBF98] selektive Rechen- und Speicherkonzepte, welche lediglich lokale Operationen bei grundsätzlich globaler Repräsentation umsetzen und die Berechnungen somit meist um Größenordnungen beschleunigen. Dabei werden nur solche Mobile- und Anker-Hypothesen in die Positionsschätzung einbezogen, die bestimmten Wahrscheinlichkeitsgrenzen genügen, sodass der Ausschluss von Operationen die Qualität solcher suboptimalen SLAM-Ergebnisse möglichst nicht limitiert.

Um die Komplexität bei der Berechnung des *j*-ten prädizierten Gewichts $\overline{w}_{m,t,j}$ des Mobile-Rasters in Gleichung 4.54 zu reduzieren, wird nur diejenige Positionshypothese $X_{m,t-1,i}$ des Zeitpunkts t-1 bei der Ermittlung der Hypothesen-Likelihood $\lambda_{i,j}$ berücksichtigt, für welche in empirisch definierter Weise $||X_{m,t-1,i} - X_{m,t,j}||_2 < \varepsilon_{\sigma_m} \sigma_m$ mit $\varepsilon_{\sigma_m} = 10$ erfüllt ist. Können mehrere wahrscheinliche Objektregionen im Mobile-Raster ausgeschlossen werden, lässt sich die Prädiktion zur weiteren Komplexitätsreduzierung durch die ausschließliche Verwendung der wahrscheinlichsten Positionshypothese $X_{m,t-1,i} = X_{m,t-1,\hat{i}}$ heuristisch approximieren.

Um die Komplexität bei der Berechnung des *j*-ten korrigierten Gewichts $w_{\mathrm{m},t,j}$ in Gleichung 4.57 zu reduzieren, wird die Korrektur lediglich für die

$$\hat{N} = \max\left(\begin{array}{c} \varepsilon_N & \left[\varepsilon_{\mathbf{w}} N \right] \end{array} \right) \tag{4.64}$$

größten Werte der prädizierten Gewichte $\overline{w}_{m,t}$ mit den empirisch festgelegten Parametern $\varepsilon_N = 100$ und $\varepsilon_w = 0,01$ durchgeführt. Analog dazu werden zur Bestimmung der Beobachtungswahrscheinlichkeit in Gleichung 4.58 lediglich die \hat{N} größten Werte der Gewichte $w_{a,t-1,l}$ des *l*-ten Ankers und entsprechende Ankerpositionshypothesen einbezogen.

Da Abstand und Ausdehnung des Positionsrasters während des Verfahrensverlaufs unveränderlich sind, kommen zur Komplexitätsreduzierung zudem effiziente Implementierungsstrategien zum Einsatz. Dazu zählen:

• Konzepte zum Zwischenspeichern vorberechneter Ergebnisse in sog. Lookup-Tabellen werden durch die Diskretisierung des Zustandsraums ermöglicht. Solche Ergebnisse sind bspw. Hypothesen-Likelihood-Werte, die durch Anwendung des Beobachtungsmodells für alle möglichen Distanzmessungen vorberechnet wurden.

• Strategien zur kompakten Speicherung und Berechnung lassen sich umsetzen, indem Symmetrien und sich wiederholende Rasterstrukturen durch die äquidistante Anordnung der Rasterzellen gezielt ausgenutzt werden. Zu solchen Strukturen zählt bspw. der Euklidische Abstand zwischen Mobile- und Ankerpositionshypothesen.

Parameter In den Ausführungen dieses Abschnitts sind die Parameter c, $\varepsilon_{\sigma_{\rm m}}$, ε_{N} und $\varepsilon_{\rm w}$ empirisch definiert, wobei analog zu Abschnitt 4.4.1.3 auch hier die Angabe eines Sets von Parameterwerten genügt. Die Parameter $\sigma_{\rm m}$, σ , $d_{\rm acc}$ und $d_{\rm max}$ werden in Kapitel 7 angegeben.

4.4.3 FastSLAM

FastSLAM ist ein weit verbreitetes Verfahren zur Realisierung des full-SLAM-Problems. Die Veröffentlichung des Verfahrens durch $[MTK^+02]$ leitete eine konzeptionelle Neugestaltung rekursiver probabilistischer SLAM-Ansätze ein, indem anstelle der Position x_t des mobilen Objekts die vollständige Objekttrajektorie $x_{0:t}$ in den Fokus rückt. Beeinflusst wurde diese Entwicklung durch die von [Mur99] publizierten Rao-Blackwellized Partikel-Filter (RBPF), welche das full-SLAM-Problem in Gleichung 4.1 formal faktorisieren und damit berechenbar gestalten.

Die Zustandsschätzung innerhalb des FastSLAM-Verfahrens folgt konsequent den Ausführungen zum Partikel-Filter in Abschnitt 3.2.3. Die typischerweise zur diskreten Zustandsrepräsentation verwendeten SMC-Methoden ermöglichen die zufallsbasierte Schätzung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit aus Gleichung 4.10 im Zeitschritt t durch die Zielverteilung

$$Bel(\mathbf{x}_{t}, \Theta) = P(\mathbf{x}_{t}, \Theta | \mathbf{x}_{0:t-1}, u_{1:t}, z_{1:t}),$$
(4.65)

womit FastSLAM eine Instanz des in Abschnitt 4.2.1 formulierten Bayes-Filters darstellt. Damit löst die in jedem Zeitschritt durchgeführte Schätzung von x_t sozusagen gleichzeitig das online-SLAM-Problem.

4.4.3.1 Informationsstruktur

Zur Lösung des full-SLAM-Problems faktorisiert die Rao-Blackwellisierung⁹ Gleichung 4.1 für M Anker in M+1 Problemstellungen, eine für die Objekt-

⁹Als grundlegender Ansatz eines RBPF faktorisiert die Rao-Blackwellisierung ein Problem in einen nichtlinearen Teil, welcher den partikelbasierten Darstellungsreichtum bezüglich Filterzuständen nutzt. Zudem werden bestimmte Berechnungen in einem linearen Teil, welcher auf den nichtlinearen Teil konditioniert wird, effizient (analytisch in geschlossener Form) gelöst, wodurch sich der Zustandsraum prinzipiell reduziert.

trajektorie $x_{0:t}$ und M probabilistisch voneinander unabhängige Problemstellungen für die Anker. Demzufolge zerfällt das full-SLAM-Problem zu

$$P(\mathbf{x}_{0:t}, \Theta | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) = P(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) P(\Theta | \mathbf{x}_{1:t}, \mathbf{z}_{1:t})$$

= $P(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) \prod_{l} P(\mathbf{\theta}_{l} | \mathbf{x}_{1:t}, \mathbf{z}_{1:t})$ (4.66)

mit dem Anker $\theta_l \in \Theta$ und l = 1, 2, ..., M, wofür [Mon03] den Beweis erbringt. Unter Verwendung der DBN-Terminologie d-separiert die Objekttrajektorie gewissermaßen jedes Ankerpaar $\{\theta_i, \theta_l\}$ mit $i \neq l$, was [RNC⁺03] und [Pea14] detailliert erläutern. Ein erneuter Blick auf Abbildung 4.5 verdeutlicht dies anhand der Abhängigkeiten der SLAM-Variablen. Die Formulierung separater Anker in Gleichung 4.66 führt zu linearer Kartenkomplexität und damit zur Skalierbarkeit des FastSLAM-Verfahrens.

Die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit $P(\mathbf{x}_{0:t}|\mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ der Objekttrajektorie (linker Term in Gleichung 4.66) schätzt das FastSLAM-Verfahren rekursiv durch ein Partikel-Filter. Da sich dabei die Objekttrajektorie $\mathbf{x}_{0:t}$ mit jedem Zeitschritt t vergrößert, scheint die Faktorisierung auf den ersten Blick hinsichtlich der resultierenden Rechen- und Speicherkomplexität keinen zielführenden Lösungsansatz zu bieten. Im Sinne der Markov'schen Annahme (s. Abschnitt 3.1.2) hängt jedoch bei genauerer Betrachtung keine der im Rahmen der partikelbasierten Zustandsschätzung in Abschnitt 4.4.3.3 aufgeführten Berechnungen von der gesamten Objekttrajektorie, sondern lediglich von der aktuellen Objektposition \mathbf{x}_t ab.

Die Ankerkarte (rechter Term) wird für jedes Partikel gemäß [Mor88] durch M separate EKF in parametrischer Form repräsentiert. Obwohl die Schätzung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit der Objektposition x_t durch das Partikel-Filter prinzipiell nichtlinear ist, wird das vorliegende Beobachtungsmodell g hingegen linearisiert, was nach [DWB06] bei prädiziertem x_t eine annehmbare Approximation Range- oder Bearing-basierter Modelle darstellt. Durch die Kombination der partikelbasierten Schätzung eines Faktors mit der analytischen Schätzung der übrigen Faktoren kann das FastSLAM-Verfahren als Realisierung eines RBPF bezeichnet werden.

Das Partikel-Filter beinhaltet gemäß Gleichung 3.35 das Partikelset $\mathbf{P}_t^{[1:N]}$ mit N (s. Abschnitt 7.4.1) zum Zeitpunkt t aktuellen Partikeln. Jedes Partikel $\mathbf{P}_t^{[j]}$ mit $j = 1, 2, \ldots, N$ umfasst einerseits die Schätzung $\mathbf{x}_t^{[j]}$ der Objektposition, welche als Mobile-Hypothese im Sinne von Abschnitt 4.2.3 fungiert und das Gewicht $w_{\mathrm{m},t}^{[j]}$ besitzt. Andererseits enthält $\mathbf{P}_t^{[j]}$ eine individuelle Ankerkarte mit M separaten EKF, die sich jeweils aus dem Zustand $\boldsymbol{\mu}_{t,l}^{[j]}$ des l-ten Ankers als Schätzung des Erwartungswerts und der Kovarianz $\boldsymbol{\Sigma}_{t,l}^{[j]}$ zusammensetzen. Dabei wird die beim unverzögert initialisierten RO-SLAM erforderliche Modellierung jedes Ankers mit Hilfe mehrerer multimodal verteilter Hypothesen durch die Zustandsmenge

$$\forall j, l: \boldsymbol{\mu}_{t,l}^{[j]} = \left\{ \boldsymbol{\mu}_{t,l,1}^{[j]}, \boldsymbol{\mu}_{t,l,2}^{[j]}, \dots, \boldsymbol{\mu}_{t,l,K_{t,l}^{[j]}}^{[j]} \right\}$$
(4.67)

mit der k-ten Positionshypothese $\mu_{t,l,k}$ des l-ten Ankers und $k = 1, 2, \ldots, K_{t,l}^{[j]}$ realisiert. Für die Kovarianz ergibt sich analog dazu die Kovarianzmenge

$$\forall j, l: \Sigma_{t,l}^{[j]} = \left\{ \Sigma_{t,l,1}^{[j]}, \Sigma_{t,l,2}^{[j]}, \dots, \Sigma_{t,l,K_{t,l}^{[j]}}^{[j]} \right\}.$$
(4.68)

Zudem werden die Ankerhypothesen durch den Gewichtsvektor

$$\forall j, l: \mathbf{w}_{\mathbf{a},t,l}^{[j]} = \left(\begin{array}{ccc} w_{\mathbf{a},t,l,1}^{[j]} & w_{\mathbf{a},t,l,2}^{[j]} & \dots & w_{\mathbf{a},t,l,K_{t,l}^{[j]}}^{[j]} \end{array} \right)$$
(4.69)

jedes Partikels und Ankers gewichtet. Somit haben alle Partikel die Form

$$\forall j : \mathbf{P}_{t}^{[j]} = \left\{ \mathbf{x}_{t}^{[j]}, w_{\mathbf{m},t}^{[j]}, P(\Theta | \mathbf{x}_{1:t}, \mathbf{z}_{1:t}) \right\}$$

$$= \left\{ \mathbf{x}_{t}^{[j]}, w_{\mathbf{m},t}^{[j]}, \mu_{t,1}^{[j]}, \Sigma_{t,1}^{[j]}, \mathbf{w}_{\mathbf{a},t,1}^{[j]}, \dots, \mu_{t,M}^{[j]}, \Sigma_{t,M}^{[j]}, \mathbf{w}_{\mathbf{a},t,M}^{[j]} \right\}.$$

$$(4.70)$$

In Abbildung 4.11 ist entsprechend die Informationsstruktur des FastSLAM-Verfahrens dargestellt. Daraus wird ersichtlich, dass das Verfahren zum Zeitpunkt t insgesamt $\sum_j \sum_l K_{t,l}^{[j]}$ EKF zur Kartenrepräsentation umfasst.



Abbildung 4.11: Informationsstruktur des FastSLAM nach [MTK⁺02] in Form von N Partikeln, welche jeweils die Schätzung $\mathbf{x}_{t}^{[j]}$ der Objektposition mit entsprechendem Gewicht $w_{\mathbf{m},t}^{[j]}$ sowie die Zustandsmenge $\boldsymbol{\mu}_{t,l}^{[j]}$ und die Kovarianzmenge $\boldsymbol{\Sigma}_{t,l}^{[j]}$ des *l*-ten Ankers mit dem Ankerhypothesengewicht $\mathbf{w}_{\mathbf{a},t,l}^{[j]}$ für $l = 1, 2, \ldots, M$ enthalten.

Darüber hinaus wurde der FastSLAM-Ansatz von [EP03], [HBFT03] und [GSB07] als Grid-FastSLAM durch Einbeziehung von Positionsrastern zur Ankerrepräsentation erweitert. Da im Gegensatz zum IML-SLAM jedoch für jedes Partikel eine individuelle Ankerkarte modelliert werden müsste, hätte dies eine beträchtliche Komplexitätssteigerung zur Folge.

4.4.3.2 Initialisierung

Die Generierung des initialen Partikelsets $P_0^{[1:N]}$ erfolgt während der ersten Verfahrensiteration für das mobile Objekt durch $\forall j : \mathbf{x}_0^{[j]} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}^T$ und $\forall j : w_{m,0}^{[j]} = 1/N$. Die Initialisierung der Anker wird analog zu Abschnitt 4.4.1.2 auf Basis der innerhalb der SOG-Approximation (s. Abschnitt 4.3.2.1) mit der Distanzmessung r_l bestimmten k-ten Ankerpositionshypothese des *l*-ten Ankers, deren Kovarianz und Gewicht

$$\forall j, k, l : \boldsymbol{\mu}_{0,l,k}^{[j]} = \boldsymbol{\mu}_{0,l,k} \tag{4.71}$$

$$\forall j, k, l : \Sigma_{0,l,k}^{[j]} = \Sigma_{0,l,k} \tag{4.72}$$

$$\forall j, k, l: w_{\mathbf{a},0,l,k}^{[j]} = w_{0,l,k} \tag{4.73}$$

realisiert, wobei die Werte durch die Gleichungen 4.67 bis 4.69 zusammengefasst werden. Ebenso wird im Initialisierungszeitschritt auf die im Folgenden beschriebene Zustandsschätzung verzichtet und die Initialisierung unter Umständen für einige weitere Verfahrensiterationen wiederholt.

4.4.3.3 Zustandsschätzung

Die Zustandsschätzung im FastSLAM-Verfahren erfolgt auf der Grundlage der in Abbildung 3.5 dargestellten sowie in Gleichung 4.11 und 4.12 für das SLAM-Problem formulierten Prädiktor-Korrektor-Struktur. Daraus resultieren die Schritte des SIR-Ansatzes (s. Abschnitt 3.2.3), die sich auf Basis der in Gleichung 4.70 definierten Zustandsrepräsentation des Partikelsets $P_t^{[1:N]}$ umsetzen lassen. Dazu stellen [MTK⁺02] und [MTKW03] zwei verschiedene Versionen, FastSLAM 1.0 und FastSLAM 2.0 (s. Abschnitt A.2), vor. Da sich beide Versionen lediglich anhand der Vorschlagsverteilung unterscheiden, behandelt dieser Abschnitt ausschließlich FastSLAM 1.0.

Prädiktion Die Bestimmung der prädizierten Objektpositionen $\overline{\mathbf{x}}_t^{[1:N]}$ erfolgt im Rahmen des Sampling-Schritts aus Abschnitt 3.2.3.1 und hat die Veränderung der räumlichen Verteilung des Partikelsets zur Folge. Dies beinhaltet gemäß Gleichung 3.39 die Generierung von $\overline{\mathbf{x}}_t^{[1:N]}$ entsprechend der Vorschlagsverteilung $\Pi\left(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}^{[j]}\right)^{10}$, wodurch sich ähnlich der polaren Koor-

¹⁰Da keine sich auf die prädizierte Objektposition auswirkenden Steuersignale einbezogen werden, entfällt hierbei das in Gleichung 3.39 und 4.3 enthaltene u_t .

dinatenbeschreibung in Gleichung 2.3 die prädizierte Objektposition

$$\forall j : \overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]} = \mathbf{x}_{t-1}^{[j]} + |d^{[j]}| \left(\cos \theta^{[j]} \sin \theta^{[j]} \right)^{T}$$
(4.74)

als kreisförmige Wahrscheinlichkeitsdichte mit dem normalverteilten Abstand $d^{[j]} \sim \mathcal{WN}(0, \Delta \tau \sigma_{\mathrm{m}})$ und der im Intervall $[0; 2\pi)$ gleichverteilten Richtung $\theta^{[j]} \sim \mathcal{U}(0, 2\pi)$ ergibt. Der betragsmäßig positive Abstand $|d^{[j]}|$ kann durch die Zeitspanne $\Delta \tau = \tau_t - \tau_{t-1}$ und die Standardabweichung σ_{m} der maximalen Objektgeschwindigkeit (s. Abschnitt 7.4.1) bestimmt werden.

Kartenerstellung Die Kartierung der Beobachtungen innerhalb der für jedes Partikel individuellen Ankerkarte erfolgt durch die sequentielle Bestimmung der Zustandsmengen $\mu_{t,l}^{[1:N]}$ und Kovarianzmengen $\Sigma_{t,l}^{[1:N]}$ jedes Ankers. Da die Anker während des SLAM-Verfahrensverlaufs als statisch angenommen werden, brauchen $\mu_{t,l}^{[1:N]}$ und $\Sigma_{t,l}^{[1:N]}$ im jeweiligen EKF nicht prädiziert, sondern lediglich korrigiert werden.

Die für den aktuellen Zeitpunkt t zu jedem der M Anker vorliegende Distanzmessung r_l entspricht dem Range-Only-Beobachtungsmodell

$$\forall j,k,l: g\left(\overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]},\boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right) = \left\|\overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]} - \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right\|_{2} \approx r_{l}, \tag{4.75}$$

welches auf Basis der prädizierten Objekt
positionen $\overline{\mathbf{x}}_t^{[1:N]}$ aus Gleichung 4.74 durch die partielle Ableitung

$$\forall j, k, l: \nabla \mathbf{g}_{t,l,k}^{[j]} = \frac{\partial g\left(\overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]}, \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right)}{\partial \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}} = -\frac{\left(\overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]} - \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right)^{T}}{\left\|\overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]} - \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right\|_{2}}$$
(4.76)

linearisiert wird. Analog zu Gleichung 4.36 sollte dabei ein Grenzwert eingeführt werden, welchen der Euklidische Abstand im Nenner in Gleichung 4.76 für $\|\cdot\|_2 \longrightarrow 0$ nicht unterschreiten darf. Mit der Messvarianz $\mathbf{R}_l = \sigma_l^2$ (s. Abschnitt 7.4.1) lässt sich gemäß Gleichung 3.26 die Residualvarianz

$$\forall j, k, l : \Xi_{t,l,k}^{[j]} = \nabla g_{t,l,k}^{[j]} \Sigma_{t-1,l,k}^{[j]} \nabla g_{t,l,k}^{[j] T} + R_l + (\Delta \tau \sigma_m)^2$$
(4.77)

errechnen. Diese wird, wie von [TBF05] vorgeschlagen, um die Objektbewegungsvarianz $(\Delta \tau \sigma_{\rm m})^2$ erweitert. Dabei beschreibt die Varianz die Unsicherheit der Objektposition, von der aus die Distanzmessung erfolgt, und stellt ein probates Mittel zur Gewährleistung der Verfahrenskonvergenz dar. Die vorliegende Messung hätte ansonsten für die meisten Mobile-Hypothesen $P\left(r_l|\bar{\mathbf{x}}_t^{[j]}\right) \longrightarrow 0$ zur Folge, insbesondere beim Fehlen konkreter Steuersignale und damit häufig höherer Objektpositionsunsicherheit. Schließlich lassen sich basierend auf den Gleichungen 3.29 bis 3.31 der Zustand $\mu_{t,l,k}^{[j]}$ sowie die Kovarianz $\Sigma_{t,l,k}^{[j]}$ mit der gemäß Gleichung 3.27 ermittelten Innovation

$$\forall j,k,l: \mathbf{y}_{t,l,k}^{[j]} = \begin{cases} r_l - g\left(\overline{\mathbf{x}}_t^{[j]}, \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right) & \text{wenn } |r_l - g(\cdot)| < \varepsilon_{\mathrm{R}}\sqrt{\mathrm{R}_l} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(4.78)

und $\varepsilon_{\rm R} = 8$ bestimmen. Somit werden aufgrund der parameterbasierten Schätzung nur Ankerpositionshypothesen aktualisiert, welche zu wahrscheinlichen Innovationen führen.

Korrektur Die Bestimmung der korrigierten Objektpositionen $\mathbf{x}_t^{[1:N]}$ erfolgt auf der Grundlage von Gewichtung und Resampling (s. Abschnitt 3.2.3.2 und 3.2.3.3). Zunächst wird nach [DWB06] und [BFMG08] analog zu Gleichung 3.40 das Gewicht

$$\forall j: w_{\mathrm{m},t}^{[j]} = \eta_{\mathrm{m}} P\left(\mathbf{z}_{t} | \overline{\mathbf{x}}_{1:t}^{[j]}, \mathbf{z}_{1:t-1}\right) w_{\mathrm{m},t-1}^{[j]}$$
(4.79)

der Mobile-Hypothese als Verhältnis von Ziel- zu Vorschlagsverteilung der Partikeltrajektorie mit dem Normierungsfaktor $\eta_{\rm m}$ berechnet. Dabei ergibt sich das in Gleichung 4.79 verwendete probabilistische Beobachtungsmodell

$$P\left(\mathbf{z}_{t}|\overline{\mathbf{x}}_{1:t}^{[j]}, \mathbf{z}_{1:t-1}\right) = \int P\left(\mathbf{z}_{t}|\overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]}, \Theta\right) P\left(\Theta|\overline{\mathbf{x}}_{1:t-1}^{[j]}, \mathbf{z}_{1:t-1}\right) d\Theta$$
$$= \prod_{l} \sum_{k} \lambda_{l,k}^{[j]} w_{\mathbf{a},t-1,l,k}^{[j]}$$
(4.80)

aus dem vorzugsweise in logarithmierter Form bestimmten Produkt der Beobachtungswahrscheinlichkeiten aller M Anker mit dem Ankerhypothesengewicht $w_{\mathbf{a},t-1,l,k}^{[j]}$ der k-ten Ankerpositionshypothese zum Zeitpunkt t-1 und der Hypothesen-Likelihood

$$\lambda_{l,k}^{[j]} = \mathcal{N}\left(r_l; g\left(\overline{\mathbf{x}}_t^{[j]}, \boldsymbol{\mu}_{t,l,k}^{[j]}\right), \boldsymbol{\Xi}_{t,l,k}^{[j]}\right), \qquad (4.81)$$

welche die Distanzmessung r_l , das Beobachtungsmodell g aus Gleichung 4.75 und die Residualvarianz $\Xi_{t,l,k}^{[j]}$ aus Gleichung 4.77 enthält. Analog zu Abschnitt 4.4.1.3 sollte $\forall k, l : \lambda_{l,k}^{[j]} > \varepsilon_{\lambda}$ für $\varepsilon_{\lambda} = 10^{-3}$ gelten. Zudem erfolgt die sequentielle Aktualisierung des Ankerhypothesengewichts

$$\forall j, k, l: w_{\mathbf{a},t,l,k}^{[j]} = \eta_{\mathbf{a},l}^{[j]} \lambda_{l,k}^{[j]} w_{\mathbf{a},t-1,l,k}^{[j]}$$
(4.82)

mit dem Normierungsfaktor $\eta_{\mathrm{a},l}^{[j]} = \sum_k \lambda_{l,k}^{[j]} w_{\mathrm{a},t-1,l,k}^{[j]}$. Dadurch lassen sich die Ankerhypothesen entfernen, für deren Gewichte $w_{\mathrm{a},t,l,k}^{[j]} < \varepsilon_w/K_{t,l}^{[j]}$ gilt. Der Grenzwert kann mit $\varepsilon_w = 10^{-200}$ angegeben werden und korreliert aufgrund

von Gleichung 4.82 wie in Abschnitt 4.4.1.3 mit dem Grenzwert ε_{λ} , wobei es sich auch hier anbietet, die Gewichte zu logarithmieren. Aus den ermittelten Größen ergibt sich anschließend das temporäre Partikel

$$\forall j : \overline{\mathbf{P}}_{t}^{[j]} = \left\{ \overline{\mathbf{x}}_{t}^{[j]}, w_{\mathrm{m},t}^{[j]}, \boldsymbol{\mu}_{t,1}^{[j]}, \boldsymbol{\Sigma}_{t,1}^{[j]}, \mathbf{w}_{\mathrm{a},t,1}^{[j]}, \dots, \boldsymbol{\mu}_{t,M}^{[j]}, \boldsymbol{\Sigma}_{t,M}^{[j]}, \mathbf{w}_{\mathrm{a},t,M}^{[j]} \right\}.$$
(4.83)

Weiterhin korrigiert das Resampling die Abweichung zwischen Ziel- und Vorschlagsverteilung (s. Abbildung 3.8) auf Basis des durch Gleichung 3.42 generierten neuen Partikelsets $P_t^{[1:N]}$ und aktualisiert die Objekttrajektorie $\mathbf{x}_{0:t}^{[j]}$ für jedes Partikel gemäß Gleichung 3.43. Darüber hinaus ist die durch das Resampling verursachte Verringerung der Partikeldiversität und der damit einhergehende Objekttrajektorienverlust (s. Abbildung 3.9 und A.2) ein Maß für die Fähigkeit des Verfahrens zum Schließen von Schleifen.

Schließlich erfolgt die in einfacher Form umgesetzte Bestimmung der aktuell wahrscheinlichsten Positionshypothesen $\mathbf{x}_{t}^{[\hat{j}]}$ und $\boldsymbol{\mu}_{t,l,\hat{k}}^{[\hat{j}]}$ des mobilen Objekts sowie des *l*-ten Ankers, indem die Hypothese ausgewählt wird, die mit $\hat{j} = \arg \max_{j} w_{\mathrm{m},t}^{[j]}$ und $\hat{k} = \arg \max_{k} w_{\mathrm{a},t,l,k}^{[\hat{j}]}$ das maximale Gewicht aufweist. Im Gegensatz zum EKF- und IML-SLAM resultiert die Objekttrajektorie hierbei nicht aus der Sequenz der wahrscheinlichsten Positionshypothesen des mobilen Objekts über alle Zeitpunkte, sondern aus der Positionshistorie $\mathbf{x}_{0:t}^{[\hat{j}]}$ des aktuell wahrscheinlichsten Partikels.

Abbildung 4.12 zeigt den sequentiellen Lokalisierungs- und Kartenerstellungsfortschritt des FastSLAM in der Koordinatenebene beispielhaft für ein mobiles Objekt und vier Anker anhand der gewichteten prädizierten und korrigierten Mobile-Positionshypothesen $\overline{\mathbf{x}}_t^{[1:N]}$ und $\mathbf{x}_t^{[1:N]}$ der Partikel sowie der Ankerhypothesen (Positionen $\boldsymbol{\mu}_{t,l}^{[1:N]}$ und Kovarianzen $\boldsymbol{\Sigma}_{t,l}^{[1:N]}$) des wahrscheinlichsten Partikels (gelb kennzeichnet wahrscheinlichere Hypothesen). Von den in Abbildung 4.12(a) für jeden Anker kreisförmig initialisierten Ankerhypothesen werden über den Verfahrensverlauf hinweg mehr und mehr unwahrscheinliche Hypothesen entfernt. Dadurch verringern sich die abgebildeten Mehrdeutigkeiten, bis in (d) nur noch eine Hypothese pro Anker verbleibt. Ebenso wird die in (b) dargestellte Partikeldiversität schrittweise reduziert, sodass das Verfahren in (c) und (d) weiter konvergiert.

Komplexität Die gemäß [MTK⁺02] für das FastSLAM-Verfahren typische Komplexität $\mathcal{O}(NM)$ lässt sich aufgrund der Verwendung von Ankerhypothesen durch $\mathcal{O}(N\sum_{l}K_{l})$ anpassen und ist z.B. im Vergleich zu der des EKF-SLAM angesichts nicht benötigter Anker-Anker- sowie Hypothesen-Hypothesen-Kovarianzen wesentlich geringer. Zudem besteht die Möglichkeit, das Verfahren mittels struktureller Optimierung durch Binärbäume mit logarithmischer Komplexität $\mathcal{O}(N \log \sum_{l} K_{l})$ zu beschleunigen. Dabei wird die Berechnung von (nach dem Resampling der Partikel) identischen Inhalten



Abbildung 4.12: Mobile- und Ankerergebnisse des FastSLAM für ein mobiles Objekt und vier Anker. Den Verfahrensfortschritt veranschaulichen die prädizierten und korrigierten Mobile-Hypothesen der Partikel sowie die Ankerhypothesen des wahrscheinlichsten Partikels. Nach der Initialisierung in (a) reduziert sich die in (b) dargestellte Partikeldiversität schrittweise, sodass das Verfahren in (c) und (d) weiter konvergiert.

mit effizienten Zeigerarchitekturen so parallelisiert, dass anstelle der Inhalte des kompletten Baums lediglich nicht geteilte Inhalte berechnet werden, während der Baum durch Zeiger auf geteilte Inhalte komplettiert wird.

Parameter In den Ausführungen dieses Abschnitts sind die Parameter $\varepsilon_{\rm R}$, ε_{λ} und ε_w empirisch definiert, wobei analog zu Abschnitt 4.4.1.3 und 4.4.2.3 auch hier die Angabe eines Sets von Parameterwerten genügt. Die Parameter N, $\sigma_{\rm m}$ und σ werden in Kapitel 7 angegeben.

Kapitel 5

Kooperative Kartenerstellung

Grundlage für eine kooperative Kartenerstellung sind die Informationen mehrerer mobiler Objekte. Dabei sollte die vorliegende Kommunikationsarchitektur einen Datenaustausch (s. Abschnitt 2.1.1) der beteiligten Objekte gewährleisten. Ziel ist es, aus den zunächst separaten Ankerkarten jedes Objekts eine gemeinsame Ankerkarte zu erzeugen. Diese ist dann in der Lage, eine Koordinatenbeziehung der unterschiedlichen Objekttrajektorien herzustellen, welche zusammen den Ausgangspunkt zur Generierung des absoluten Raumbezugs in Kapitel 6 bilden. Die Koordinatenbeziehung auf Basis der Objekttrajektorien selbst zu realisieren, ist aufgrund von Problemen bei der Trajektorienassoziation wie dem Fehlen geeigneter Daten oder potentiellen geometrischen Mehrdeutigkeiten nicht sinnvoll.

Prinzipiell können die Informationen mehrerer mobiler Objekte innerhalb der in den Abschnitten 4.4.1 bis 4.4.3 beschriebenen SLAM-Verfahren während des Verfahrensverlauf kooperativ integriert werden, ähnlich einem tightly-coupled¹ Fusionsansatz. So nutzen u.a. [FNL02] und [MFP04] dafür einen konventionellen EKF-SLAM gemäß Abbildung 4.7(a), dessen Verwendung für die Problemstellung in dieser Arbeit jedoch nicht zweckmäßig ist. Einerseits würde dies angesichts mehrerer beim RO-SLAM erforderlicher Ankerhypothesen zu einer unverhältnismäßig komplizierten Verfahrensinitialisierung führen und hätte andererseits eine erhöhte Speicherkomplexität zur Folge, da die Kooperation nicht mit komprimierten Daten auf Kartenebene, sondern ähnlich wie nach [How06] im SLAM-Verfahren auf Sensordatenebene erfolgen würde. Ebenso wenig ist die Nutzung von Kartenvorwissen bspw. in Form bereits existierender Ankerkarten a-priori innerhalb der SLAM-Verfahren praktikabel. Zwar ließe sich diesbezüglich durch Analyse der Ankergeometrie oder Transformation (s. Abschnitt 2.3.3) bereits kartierter Anker (mit unter Umständen mehrdeutigen Transformationsergebnissen)

¹Bei tightly-coupled Systemen werden mehr oder weniger standardisierte Sensoroder Verfahrensausgaben miteinander fusioniert. Dies hat zwar häufig Anpassungen zur Folge, bietet jedoch aufgrund der engen Kopplung effektive Fehlererkennungs- und -korrekturmöglichkeiten und damit eine verbesserte Verfahrensrobustheit.

eine Kooperation realisieren. Jedoch würden sich aus fehlerhaftem Vorwissen Folgefehler mit fataler Auswirkung hinsichtlich der Verfahrenskonvergenz ergeben, welche ohne Kooperation gar nicht aufgetreten wären.

In diesem Zusammenhang ist es zielführend, die Kartenzusammenführung (engl. map merging) der separaten Ankerkarten jedes mobilen Objekts nicht während des SLAM-Verfahrensverlaufs, sondern a-posteriori als kooperative Kartenerstellung auf Basis der in Kapitel 4 generierten Ankerkartierungsergebnisse durchzuführen, weshalb sich die weiteren Betrachtungen in einem eigenen Kapitel wiederfinden. Eine solche Vorgehensweise wird u.a. von [DS00], [BC06] und [RCM14] für scanbasierte Anwendungen aufgegriffen und ähnelt einem loosely-coupled² Fusionsansatz. Daher umfassen die folgenden Ausführungen die Aufbereitung der Ankerkartierungsergebnisse und die Beschreibung eines kooperativen Ankerkarten-Merging-Verfahrens.

5.1 Aufbereitung der Ankerkartierungsergebnisse

Die in dieser Arbeit adressierte sowie eine Vielzahl weiterer Anwendungen finden auf Verkehrswegen statt, die aufgrund ihrer Geometrie zu einer eingeschränkten Bewegungsvariabilität der mobilen Objekte führen. Daraus resultieren für einen begrenzten Zeitraum häufig kollineare Trajektorienverläufe, für welche gerade RO-SLAM-Verfahren im Sinne von Abbildung 4.3(c) am Trajektorienverlauf gespiegelte Mehrdeutigkeiten bezüglich einer kartierten Ankerposition, d.h. zwei Regionen mit ähnlich wahrscheinlichen Positionshypothesen, herausbilden. In welcher der beiden Regionen sich die wahre Ankerposition befindet, ist unbekannt, lässt sich jedoch anhand von Abschnitt 5.2 herausfinden. Um ein mobiles Objekt mit kollinearer Trajektorie in die kooperative Kartenerstellung einzubeziehen und diese so unabhängiger gegenüber einer limitierten Objektbewegungsvariabilität zu gestalten, ist es notwendig, die in den Abschnitten 4.4.1 bis 4.4.3 generierten Ankerkartierungsergebnisse der SLAM-Verfahren aufzubereiten.

Die Aufbereitung der Ergebnisse beinhaltet zunächst die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten, d.h., falls zwei Regionen mit ähnlich wahrscheinlichen Ankerhypothesen existieren, soll aus beiden Regionen die jeweils wahrscheinlichste Hypothese vorliegen. Auf Basis der zum aktuellen Zeitpunkt t existierenden Ankerpositionshypothesen $X_{t,l}^3$ des l-ten Ankers umfasst dies ausgehend von der wahrscheinlichsten Hypothese $X_{t,l,\hat{k}}$ (globales Maximum) die Bestimmung einer zweiten wahrscheinlichen Hypothese (lokales Maximum). Diese kann durch Spiegelung von $X_{t,l,\hat{k}}$ am kollinearen Trajektorienverlauf

²Bei loosely-coupled Systemen werden die standardmäßigen Sensor- oder Verfahrensausgaben ohne weitere Modifikation miteinander fusioniert, was in der Regel eine einfache und flexible Implementierung nach sich zieht.

³Die im Weiteren verwendete Bezeichnung X_{t,l} beschreibt synonym die Positionshypothesen $\mu_{t,l}$, X_{a,l} und $\mu_{t,l}^{[j]}$ aus Abschnitt 4.4.1, 4.4.2 und 4.4.3.

erfolgen, wobei nur jener Trajektorienteil berücksichtigt wird, von welchem aus der betreffende Anker kartiert wurde. Da hierbei jedoch einerseits komplexere Operationen (Datenzuordnung, Generierung der Spiegelungsgerade) und andererseits aus dem potentiell fehlerhaften $X_{t,l,\hat{k}}$ Folgefehler für die zweite wahrscheinliche Hypothese resultieren, erfolgt deren Bestimmung ohne Einbeziehung der Objekttrajektorie, d.h. ausschließlich auf Basis der bis zum Zeitpunkt t kartierten Anker.

Dazu wird eine empirische Funktion gebildet, die sowohl aus der Distanz zwischen der wahrscheinlichsten Positionshypothese $X_{t,l,\hat{k}}$ des *l*-ten Ankers und der *k*-ten Hypothese $X_{t,l,k}$ als auch aus deren Gewicht $w_{t,l,k}$ besteht. Somit ergibt sich das resultierende Gewicht

$$\forall l, k : w'_{t,l,k} = \frac{1}{d_{\max}} \left\| \mathbf{X}_{t,l,k} - \mathbf{X}_{t,l,\hat{k}} \right\|_{2} (\eta_{t,l} w_{t,l,k})^{c}$$
(5.1)

mit der maximal möglichen Messreichweite d_{\max} (s. Abschnitt 7.4.1) und dem Normierungsfaktor $\eta_{t,l} = 1/\sum_k w_{t,l,k}$ zum Zeitpunkt t. Der Exponent c, welcher mit c = 0,05 angegeben werden kann, stellt eine Gewichtung zwischen distanz- und gewichtsbezogenem Teil der Funktion dar und setzt gleichzeitig die Normierung beider Teile durch d_{\max} sowie $\eta_{t,l}$ voraus. In Abbildung 5.1 sind diese in (a) und (b) für die im jeweils linken Bereich befindliche wahrscheinlichste Positionshypothese dargestellt, während (c) beide Teile gemäß Gleichung 5.1 kombiniert (gelb kennzeichnet wahrscheinlichere Hypothesen). Anschließend lässt sich die zweite wahrscheinliche Hypothese X_{t,l,\hat{k}_2} mit $\hat{k}_2 = \arg \max_k w'_{t,l,k}$ als lokales Maximum angeben. Zudem ist die Bestimmung von X_{t,l,\hat{k}_2} ebenso mittels Clusteranalysen⁴ denkbar.



Abbildung 5.1: Bestimmung einer Mehrdeutigkeit beispielhaft dargestellt als äquidistantes Positionsraster. (a) und (b) zeigen den distanz- und gewichtsbezogenen Teil der empirischen Funktion aus Gleichung 5.1, während (c) beide Teile kombiniert abbildet.

Schließlich erfolgt anhand der Signifikanz der ermittelten Mehrdeutigkeit eine Entscheidung darüber, ob X_{t,l,\hat{k}_2} für die kooperative Kartenerstellung

⁴Clusteranalysen sind Verfahren zur Bestimmung von Clustern, d.h. partitionierender, graphentheoretischer oder hierarchischer Ähnlichkeitsgruppen in Datenbeständen.

relevant ist oder nicht. Falls für das maximale Gewicht gilt $\max_k w'_{t,l,k} > \varepsilon$ mit dem empirischen Grenzwert $\varepsilon = 0,01$, empfiehlt es sich, X_{t,l,\hat{k}_2} zu berücksichtigen. In diesem Fall ist davon auszugehen, dass innerhalb des betreffenden Zeitraums tatsächlich eine kollineare Objekttrajektorie vorliegt.

5.2 Ankerkarten-Merging-Verfahren

Liegen aufbereitete, teils mehrdeutige Ankerkartierungsergebnisse mehrerer mobiler Objekte vor, können diese innerhalb des sog. Ankerkarten-Merging-Verfahrens zusammengefasst werden. Das Verfahren beinhaltet das Auflösen etwaiger Mehrdeutigkeiten sowie die kooperative Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte aus den zueinander rotierten, verschobenen und ggf. gespiegelten separaten Ankerkarten, worauf im Folgenden näher eingegangen wird. Das Verfahren muss aus Anwendungssicht nicht notwendigerweise in jedem Zeitschritt ausgeführt werden, womit Unterschiede hinsichtlich der Verfahrenskomplexität kompensiert werden können.

5.2.1 Auflösen von Mehrdeutigkeiten

Sind die in Kapitel 4 generierten Ankerkarten eindeutig, d.h., existieren ausschließlich eindeutige Anker mit nur einer Positionshypothese, liegen keine aufzulösenden Mehrdeutigkeiten vor. Andernfalls müssen diese durch Zusatzinformationen so aufgelöst werden, dass auch Ankerkarten brauchbar werden, welche mehrdeutige Anker mit zwei Hypothesen gemäß Abschnitt 5.1 enthalten. Dazu besteht die Möglichkeit, die Mehrdeutigkeiten kooperationsfrei aufzulösen, was u.a. [NN03] und [KMV06] auf Basis von Nachbarschaftsbeziehungen (s. Abschnitt 2.1.4.1), Konnektivitäts- und Anwendungsbereichsanalysen⁵ vorschlagen. Jedoch sind solche Informationen in manchen Fällen nur eingeschränkt zugänglich, wodurch sich die Verfügbarkeit des Ankerkarten-Merging-Verfahrens prinzipiell reduzieren würde.

Das kooperative Auflösen von Mehrdeutigkeiten durch objektübergreifende Ankerinformationen hingegen mindert die Verfahrensverfügbarkeit weit weniger, da anwendungsbedingt von mehr als einem mobilen Objekt ausgegangen werden kann. Allerdings existiert die geometrische Restriktion, dass zum Auflösen der Mehrdeutigkeiten der Ankerkarte eines Objekts durch die Karte eines anderen sich die Trajektorienverläufe beider Objekte nicht ausschließlich auf derselben Geraden befinden dürfen. Auch sind die Ankerkarten untereinander möglicherweise inhomogen, d.h., der Inhalt einer Karte findet sich nur partiell in anderen Karten wieder. Abbildung 5.2 zeigt das kooperative Auflösen beispielhaft für die SLAM-Ergebnisse zweier mobiler Objekte. Die durch das jeweilige Objekt generierten Ankerkarten enthalten paarweise

⁵Der Anwendungsbereich schließt mitunter mehrdeutige Positionsergebnisse aus, wie bspw. weit von der Erdoberfläche entfernte GNSS-Positionen.

Positionshypothesen aller fünf mehrdeutigen Anker, welche an den Objekttrajektorien gespiegelt erscheinen. Die in Abbildung 5.2(a) und (b) für beide Karten separat dargestellten Hypothesen derselben Anker ergeben durch kooperative Auswertung die in (c) veranschaulichten Übereinstimmungen wie z.B. die jeweils linke Hypothese von Anker 3.



Abbildung 5.2: Kooperatives Auflösen von Mehrdeutigkeiten beispielhaft dargestellt für zwei Ankerkarten. (a) und (b) zeigen für beide Karten separat Positionshypothesen derselben mehrdeutigen Anker, welche die in (c) veranschaulichten beschrifteten Übereinstimmungen ergeben.

5.2.1.1 Transformation der Ankerkarten

Da die Ankerkarten im Regelfall zueinander rotiert, verschoben und ggf. gespiegelt sind, liegt es nahe, diese mittels GPA (s. Abschnitt 2.3.3) zu transformieren, um so kartenübergreifende Übereinstimmungen zu finden. Voraussetzung für alle Transformationen ist eine hinreichende Anzahl korrespondierender und eindeutiger Positionen in den betreffenden Ankerkarten. Existieren jedoch nicht genügend solcher Positionen, müssten einzelne Transformationen für die gesamte Produktmenge paarweise korrespondierender Mehrdeutigkeiten durchgeführt werden, was angesichts einer Vielzahl potenzieller Anker und Ankerkarten ein berechenbares Niveau übersteigt.

Um das Problem auch ohne bzw. mit nur wenigen korrespondierenden Ankerpositionen zu lösen, schlagen u.a. [BC06] die Transformation mittels *Random Walk* vor, indem nach den optimalen Transformationsparametern in Gleichung 2.20 auf Basis kartenübergreifender Übereinstimmungen mehrdeutiger Anker gesucht wird. Eine zweite Möglichkeit diesbezüglich ist die nichtdeterministische Transformation mittels Gradientenverfahren (engl. gradient descent) wie ICP, initialisiert bspw. gemäß [HB05]. Beide Ansätze sind zwar deutlich effizienter als GPA, eignen sich jedoch per se lediglich für eine paarweise Ankerkartenauswertung, was bei größerer Kartenanzahl die Lösung aus praktischer Sicht unverhältnismäßig verkompliziert.

5.2.1.2 Greedy-Algorithmus

Das in dieser Arbeit favorisierte Verfahren zum Auflösen der Mehrdeutigkeiten kann der durch [Cor09] beschriebenen Klasse der generischen Greedy-Algorithmen zugeordnet werden. Diese eignen sich dazu, selbst NP-vollständige⁶ Probleme zu lösen, indem schrittweise lokal optimale Zustandsänderungen erfolgen, welche teils heuristisch zum jeweiligen Zeitpunkt das beste Ergebnis einer definierten Zielfunktion versprechen. Solche Algorithmen sind im Allgemeinen weniger komplex, finden unter Umständen jedoch keine global optimale Lösung.

Wird für das vorliegende Problem jede Ankerkarte Θ_i topologisch als Graph formuliert (s. Abschnitt 2.2.2), lässt sich der Zustand aller Graphen mittels Greedy-Algorithmus durch die Bewertung gewichteter Knoten, ähnlich wie von [ZMT10] vorgeschlagen, schrittweise ändern. Als Knoten wird dabei die k-te Positionshypothese $X_{t,l,k}^{[i]} \in \Theta_i$ des l-ten (mehrdeutigen) Ankers der i-ten Ankerkarte zum Zeitpunkt t bezeichnet. Anstelle von Ankerpositionen werden für die Bewertung Ankerkombinationen, d.h. geometrische Beziehungen eines Knotens zu allen anderen Knoten der Karte, definiert und mit den Kombinationen beliebig vieler weiterer Karten verglichen. Aus dieser Bewertung folgt das Annehmen oder Ablehnen der Hypothesen als binäre Klassifikation⁷ mit dem Ziel, eindeutige Ankerkarten zu generieren. Durch Anwendung des Ausschlussverfahrens als Heuristik sollen unwahrscheinliche Hypothesen mit geringen kartenübergreifenden Übereinstimmungen (s. Abbildung 5.2) auch entsprechend bewertet und schließlich abgelehnt werden. Der Fall falsch positiv (Ablehnen wahrscheinlicher Hypothesen) ist dabei kaum möglich. Im Gegensatz zum Ausschlussverfahren würde das Annehmen wahrscheinlicher Hypothesen als Verfahrensprinzip den Fall falsch positiv (Annehmen unwahrscheinlicher Hypothesen) praktisch viel häufiger herbeiführen mit weitaus drastischeren Folgen.

Das vor diesem Hintergrund konzipierte Verfahren umfasst die Schritte:

⁶Der in der Komplexitätstheorie verwendete Terminus NP-vollständig besagt, dass die optimale Lösung eines Problems vermutlich nicht effizient gefunden werden kann.

⁷Ein binärer Klassifikator bewertet Daten anhand von bestimmten Merkmalen und ordnet diese verschiedenen Klassen zu. Die Bewertung mit dem Ausgang {positiv, negativ} beinhaltet Fehler in Form falscher Klassenzuordnungen, sodass sich eine Wahrheits- bzw. Konfusionsmatrix mit den möglichen Fällen richtig positiv, falsch positiv, falsch negativ und richtig negativ ergibt.

- 1. *i*-te Ankerkarte Θ_i mit höchstem Anteil mehrdeutiger Anker auswählen
- 2. alle eindeutigen Anker in der i-ten Karte suchen
- 3. für M_i Anker alle L_i paarweisen Kombinationen $\{\{l_1 = 1, l_2 = 2\}, \{l_1 = 1, l_2 = 3\}, ...\} \in \Theta_i$ mit $l_1, l_2 = 1, 2, ..., M_i$ und $l_1 \neq l_2$
 - (a) zwischen ein- und mehrdeutigen Ankern bilden, falls es eindeutige Anker gibt (Hypothesenindizes $k_1 = 1$ und $k_2 = 1,2$), oder
 - (b) zwischen mehrdeutigen Ankern bilden, falls es keine eindeutigen Anker gibt (Hypothesenindizes $k_1 = k_2 = 1,2$), wobei hier $L_i = M_i!/(2(M_i - 2)!)$ dem Binomialkoeffizienten entspricht
- 4. bis dahin nicht betrachtete Kombination $\{l_1, l_2\}$ auswählen
- 5. Mengenprodukt⁸ der Kanten (l_1k_1, l_2k_2) des Graphen aus den Hypothesen der Kombination $\{l_1, l_2\}$ bilden, d.h. entweder die Kantenmenge $\{(l_11, l_21), (l_11, l_22)\}$ oder $\{(l_11, l_21), (l_11, l_22), (l_12, l_21), (l_12, l_22)\}$
- 6. zwischen den Positionshypothesen aller Mengenelemente die Distanz

$$\forall k_1, k_2 : d_{k_1, k_2}^{[i]} = \left\| \mathbf{X}_{t, l_1, k_1}^{[i]} - \mathbf{X}_{t, l_2, k_2}^{[i]} \right\|_2$$
(5.2)

berechnen (als Index wird kurz k_1, k_2 anstatt (l_1k_1, l_2k_2) notiert)

7. für jede *j*-te Ankerkarte Θ_j mit $\exists ! \{l_1, l_2\} \in \Theta_j$ und $j \neq i$ das Residuum

$$\forall k_1, k_2 : R_{k_1, k_2}^{[j]} = \min_{k_1^{[j]}, k_2^{[j]}} \left| d_{k_1, k_2}^{[i]} - d_{k_1^{[j]}, k_2^{[j]}}^{[j]} \right|$$
(5.3)

mit der Distan
z $d_{k_1^{[j]},k_2^{[j]}}^{[j]}$ (analog zu Gleichung 5.2) berechnen

8. alle in Schritt 7 berechneten Residuen addieren durch

$$\forall k_1, k_2 : R_{\{l_1, l_2\}, k_1, k_2} = \begin{cases} \sum_j R_{k_1, k_2}^{[j]} & \text{wenn } \exists R_{k_1, k_2}^{[j]} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$
(5.4)

- 9. falls es bis dahin nicht betrachtete der L_i Kombinationen gibt, dann mit Schritt 4 fortfahren
- 10. für die Hypothesen der mehrdeutigen Anker (Hypothesen
indizes k = 1,2) das über alle Kombinationen kumulierte Gesamtresid
uum

$$\forall l, k : R_{t,l,k}^{[i]} = \sum_{R_{\{l_1,l_2\}}} \begin{cases} \min_{k_2} R_{\{l_1,l_2\},k,k_2} & \text{wenn } l = l_1 \\ \min_{k_1} R_{\{l_1,l_2\},k_1,k} & \text{wenn } l = l_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(5.5)

 $^{^8 \}rm Das$ Mengenprodukt bzw. kartesische Produkt erzeugt aus gegebenen Mengen eine neue Menge. Das Produkt zweier Mengen z.B. enthält alle Elementpaare beiden Mengen.

als Zielfunktion aus dem jeweils geringeren Residuum aller Mengenelemente der betreffenden Hypothese berechnen

- 11. falls $\max_{l,k} R_{t,l,k}^{[i]} \neq \infty$, d.h. die Mehrdeutigkeit, lösbar ist, dann die Hypothese $X_{t,\hat{l},\hat{k}}^{[i]}$ (gewichteter Knoten des Graphen), welche mit $\{\hat{l},\hat{k}\} = \arg\max_{l,k} R_{t,l,k}^{[i]}$ das maximale kumulierte Gesamtresiduum aufweist, ablehnen
- 12. falls es als Abbruchkriterium lösbare Mehrdeutigkeiten in irgendeiner Ankerkarte gibt, d.h., andere Karten brauchbare Informationen dazu enthalten, dann eine neue Verfahrensiteration in Schritt 1 beginnen

Da beim kooperativen Auflösen der Mehrdeutigkeiten Abhängigkeiten zwischen den Ankerkarten existieren, löst das konzipierte Verfahren das Problem für alle Karten im Verbund, indem in jeder neuen Verfahrensiteration die Karte Θ_i mit dem höchsten Anteil mehrdeutiger Anker ausgewählt wird. Die Idee ist es, das Ablehnen unwahrscheinlicher Positionshypothesen zu forcieren, um noch enthaltene unwahrscheinliche Hypothesen im weiteren Verfahrensverlauf vermehrt auch als solche bewerten zu können. Dabei haben Kombinationen mit eindeutigen Ankern gemäß Schritt 3 Vorrang, da diese bereits verbindlich Bestandteil der Ankerkarte sind.

Abbildung 5.3 veranschaulicht das Verfahrensprinzip beispielhaft für zwei Karten derselben Anker. Die grau dargestellten, in Schritt 8 bestimmten Residuen $R_{\{l_1,l_2\}}$ jeder Kombination $\{l_1,l_2\}$ gewähren allen Hypothesen bestmögliche kartenübergreifende Übereinstimmungen, falls diese existieren. Dabei haben die Residuen als linear bewertete absolute Distanzunterschiede dieselbe Wirkung wie Wahrscheinlichkeiten und bilden gemäß Schritt 10 schließlich das Gesamtresiduum $R_{t,l,k}^{[i]}$ jeder Hypothese. Abbildung 5.3(a) und (b) zeigt als Folge von Schritt 3(b) alle Kombinationen, da zunächst nur mehrdeutige Anker existieren. In (c) und (d) ist jeweils durch das Ablehnen einer Hypothese von Anker 4 die Anzahl mehrdeutiger Anker auf vier reduziert, woraus gemäß Schritt 3(a) weitaus weniger mögliche Kombinationen resultieren. Diese abgelehnten Hypothesen weisen in (a) und (b) erwartungsgemäß das maximale Gesamtresiduum auf (nachvollziehbar als kumulierte graue Linienstärke). Alle weiteren Iterationen finden sich in Abschnitt A.3.

Typischerweise konkurrieren auch für Greedy-Algorithmen die Zielvorgaben Konsistenz und Ressourcenaufwand als Trade-off. Während die Suche der Positionshypothese mit maximalem Gesamtresiduum durch paarweise Kombination der Anker einer Ankerkarte beide Zielvorgaben angemessen bedient, wäre die Suche über alle Ankerkarten in jeder Verfahrensiteration zu komplex. Ebenso würde die zusätzliche Einbeziehung von Winkeln zwischen den Hypothesen insbesondere bei größerer Ankeranzahl zu deutlich höherer Komplexität führen, da im Gegensatz zur Distanzbestimmung Kombinationen aus drei Ankern zur Winkelbestimmung erforderlich wären.



Abbildung 5.3: Verfahrensprinzip des konzipierten Greedy-Algorithmus beispielhaft dargestellt für zwei Karten derselben Anker. Die in (a) und (b) vorhandene Anzahl mehrdeutiger Anker wird durch Ablehnen von Hypothesen anhand der grau gekennzeichneten Residuen in (c) und (d) reduziert.

5.2.2 Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte

Die kooperative Erstellung einer gemeinsamen Ankerkarte als Teil des Ankerkarten-Merging-Verfahrens beinhaltet die Zusammenführung separater Ankerkarten, welche auf Basis von Abschnitt 5.2.1 ausschließlich eindeutige Anker mit einer Positionshypothese umfassen. Zugleich sollte eine einigermaßen sichere Kartierung der Anker zugrunde liegen, bei welcher eine gewisse Anzahl von Distanzmessungen einbezogen wurde und das mobile Objekt eine hinreichende, unter Umständen auch kollineare Bewegung vollzogen hat.

Ein möglicher Ansatz dabei ist die Transformation der Karten mittels GPA (s. Abschnitt 2.3.3), wobei die zu erstellende Ankerkarte als Referenz fungiert. Dieser Ansatz beinhaltet die schrittweise Einbeziehung der Kartensets, deren Karten eine Mindestanzahl gemeinsamer Anker mit der Referenzkarte der aktuellen Verfahrensiteration aufweisen. So dauert es insbesondere für untereinander inhomogene Ankerkarten einige Iterationen, bis alle Karten in die Erstellung einbezogen werden, was die Komplexität erhöht. Da zudem die Verfahrenskonvergenz stark von der aus der Kartengenauigkeit resultierenden Qualität der Einzeltransformationen abhängt, ist eine praktikable Lösung über alle Ankerkarten in manchen Fällen ausgeschlossen.

Ein wirksamerer Ansatz ist hingegen die deterministische Zusammenführung der separaten Ankerkarten mittels CMDS (s. Abschnitt 2.3.1.1). Dabei wird aus den Positionskoordinaten $X_t^{[i]}$ der *i*-ten Ankerkarte zum Zeitpunkt t zunächst gemäß Gleichung 2.12 die $M \times M$ -Distanzmatrix $D_t^{[i]} = \mathcal{D}\left(X_t^{[i]}\right)$ berechnet, welche die Distanzen zwischen den Koordinaten der für die *i*-te Karte verfügbaren Ankerkombinationen enthält. Für insgesamt M verschiedene, über alle Karten existierende Anker erfolgt die Distanzanordnung so, dass jedem Anker eine individuelle Zeile und Spalte in $D_t^{[i]}$ zugeordnet wird und $D_t^{[i]}$ für nicht enthaltene Anker Nullen an den entsprechenden Stellen annimmt. Damit lässt sich die gemeinsame mittlere Distanzmatrix

$$D_t = \sum_i D_t^{[i]} \circ \left(\sum_i \operatorname{sgn}\left(D_t^{[i]}\right)\right)^{\circ -1}$$
(5.6)

mit der Vorzeichenfunktion sgn(·) bilden, wobei die elementweisen Operationen nur für die Stellen von $\sum_i D_t^{[i]}$ durchgeführt werden dürfen, die ungleich Null sind. Während Gleichung 5.6 den Mittelwert aller Distanzen der jeweiligen Kombinationen bestimmt, können prinzipiell auch andere Schätzer wie der Median Anwendung finden. Ebenso ist ein gewichtetes Mittel realisierbar, dessen Gewichte sich aus dem Produkt des Hypothesengewichts $w_{t,l,k}$, der reziproken PDOP⁹-Werte oder der Anzahl einbezogener Distanzmessungen der betreffenden Anker ergeben, ggf. auch kombiniert. Anschließend wird auf der Grundlage der mittleren Distanzmatrix D_t mittels CMDS (s. Gleichungen 2.14 bis 2.16) die gemeinsame Ankerkarte X_t erstellt. Falls keine vollbesetzte Distanzmatrix D_t vorliegt, d.h., nicht jede Ankerkombination in mindestens einer Ankerkarte enthalten ist, kommen Derivate des CMDS wie SMDS oder SMACOF (s. Abschnitt 2.3.1.1) zum Einsatz. Schließlich lassen sich anhand von Gleichung 2.23 die einzelnen Objekttrajektorien in die erstellte gemeinsame Ankerkarte X_t transformieren und bilden zusammen ein Trajektorienset.

⁹Position Dilution of Precision (PDOP) ist ein Maß für die Positionsgenauigkeit, dessen Ursprung im Bereich GNSS-Navigation liegt. Die dimensionslosen PDOP-Werte beziehen sich geometrisch auf während der Kartierung resultierende Fehlerflächen und können nach [Nie97] durch $w_{\rm PDOP} = \sqrt{\sum \text{diag} (A^T A)^{-1}}$ mit der Designmatrix A bestimmt werden. Deren Zeilen $A_i = (X_a - X_{m,i}) / ||X_a - X_{m,i}||_2$ ergeben sich im vorliegenden Fall aus der jeweiligen Ankerposition und den Trajektorienpositionen, von welchen aus der entsprechende Anker kartiert wurde.

Kapitel 6

Herstellung eines absoluten Raumbezugs

Wesentlicher Bestandteil des entwickelten Verfahrens zur automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze in 2D-Umgebungen ist die Herstellung eines absoluten Raumbezugs (s. Abbildung 1.2). Die dafür verwendete Informationsbasis beinhaltet die (kooperativen) SLAM-Lokalisierungsergebnisse aus Kapitel 4 und 5 sowie Umgebungsdaten mit hinsichtlich der Anwendung absoluten Positionsangaben, welche sich im Regelfall aus GNSS-Koordinaten oder (georeferenziertem) Kartenmaterial von GIS-Diensten zusammensetzen. Die automatisierte Interaktion bzw. Fusion mit solchen Daten stellt ein effizientes und häufig unverzichtbares Instrument zur Ergebnisaufwertung und Erhöhung der Verfahrensreichweite dar. Dabei ist es analog zu Kapitel 5 sinnvoll, das Kartenmaterial zur Vermeidung von Folgefehlern nicht als Unterstützung während des SLAM-Verfahrensverlaufs, sondern a-posteriori ähnlich einem loosely-coupled Fusionsansatz einzubeziehen.

Die Ausführungen in diesem Kapitel umfassen die Aufbereitung der Lokalisierungsergebnisse und die Beschreibung relevanter Daten-Matching-Verfahren zur Herstellung eines absoluten Raumbezugs.

6.1 Aufbereitung der Lokalisierungsergebnisse

Die vorliegende Informationsbasis enthält die Lokalisierungsergebnisse der SLAM-Verfahren aus den Abschnitten 4.4.1 bis 4.4.3, welche die Trajektorien der mobilen Objekte darstellen. Sind mehrere Trajektorien verfügbar, können diese auf der Grundlage von Abschnitt 5.2 transformiert in einem gemeinsamen Koordinatensystem als Trajektorienset repräsentiert werden. Teilweise ermöglichen auch erst solche kooperativen Ergebnisse ein erfolgreiches Daten-Matching, weshalb die Trajektorienzusammenführung nicht mit Hilfe von externem Kartenmaterial in diesem Kapitel, sondern durch Ankerkarten als vorgelagerter Prozess in Kapitel 5 erfolgt. Die Anwendung von Daten-Matching-Verfahren erfordert im Allgemeinen die Aufbereitung der Lokalisierungsergebnisse, was zum einen die Steigerung des Informationsgehalts der Trajektorien und zum anderen die Verringerung des benötigten Datenvolumens sowie der resultierenden Komplexität einschließt. Zudem empfiehlt es sich, im Rahmen einer optionalen Vorverarbeitung (engl. preprocessing), die Trajektorien auf Basis der erzeugten gemeinsamen Ankerkarte und der bereits verwendeten Distanzmessungen neu zu generieren. Dies wird infolge bekannter Ankerpositionen nicht durch SLAM-Verfahren, sondern durch konventionelle Lokalisierung gemäß Abschnitt 2.3.2 realisiert und hat meist eine hinlängliche Genauigkeitssteigerung zur Folge. Damit zeitlich aufeinanderfolgende Trajektorienpunkte ihren räumlichen Bezug aufwerten und sich auf diese Weise schärfer von benachbarten Trajektorien ohne belegbare Zusammengehörigkeit abgrenzen, kann jede Trajektorie durch Einbeziehung einer bestimmten Menge von Interpolationspunkten zusätzlich vorverarbeitet werden.

Weiterhin schlagen u.a. [HB05] und [SPTL11] eine kompaktere Repräsentation der Informationsbasis vor, um Daten-Matching-Verfahren effizienter auf einer niedrigeren Datenabstraktionsebene (z.B. markante geometrische Merkmale wie Ecken oder T-Stücke als Knoten eines Graphen) durchführen zu können. Die Aufbereitung konzentriert sich dabei ausschließlich auf die für alle verfügbaren Trajektorien zusammengefassten Positionsinformationen. Somit spielt die Datenreihenfolge bzw. eine zeitbasierte Auswertung etwa der Winkeländerung aufeinanderfolgender Punkte, was lediglich für jede Trajektorie einzeln applizierbar wäre, keine Rolle. Die kompaktere Repräsentation in 2D-Umgebungen wird üblicherweise durch die beiden aus geometrischer Sicht primitivsten Möglichkeiten realisiert:

- Die Positionsinformationen lassen sich durch Punkte abstrahieren. Dies erfolgt durch die Positionen selbst, durch Clusterpunkte innerhalb von Kohonenkarten (engl. Self-organizing Map, kurz SOM) oder durch eine mittels Sampling reduzierte Positionsmenge. Letzteres enthält die konsekutiven Operationen Skalieren, Runden, Löschen gleicher Positionen und Zurückskalieren. Aus den resultierenden Punkten können ohne Weiteres keine geometrischen Merkmale extrahiert werden.
- Die Positionsinformationen lassen sich mit höherer Datenkomprimierung durch Geraden abstrahieren. Dies erfolgt mittels der durch [SB04] und [NMTS05] vorgestellten Verfahren. Die Gesamtheit aller Geraden ermöglicht es, ohne Umstände relevante Merkmale zu identifizieren.

Die obigen Ausführungen legen die Verwendung von Geraden bei der Datenaufbereitung nahe. Um im \mathbb{R}^n mit n = 2 die gegebene $L \times n$ -Positionsmenge X mit L Positionen bestmöglich durch die Gerade $\{\overline{X}, \theta\}$ zu abstrahieren, wird die Summe der quadratischen orthogonalen Abstände von X zur Geraden minimiert. Die kartesische Beschreibung der Geraden wird durch die Parameter Schwerpunkt \overline{X} und Richtung θ des Normalenvektors realisiert. Diese können nach [AS97] und [LM97] durch die orthogonale Regression (engl. Total Least Squares, kurz TLS)

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{1}{L} \sum_{j} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{\mathbf{x},j} & \mathbf{X}_{\mathbf{y},j} \end{pmatrix}$$
(6.1)

$$\theta = \frac{1}{2}\operatorname{atan2}\left(-2\sum_{j}\Delta X_{\mathbf{x},j}\Delta X_{\mathbf{y},j}, \sum_{j}\left(\Delta X_{\mathbf{y},j}^{2} - \Delta X_{\mathbf{x},j}^{2}\right)\right)$$
(6.2)

mit $\Delta X = X - \mathbb{1}_L \overline{X}$ und dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_L$ der Länge L in geschlossener Form bestimmt werden. Dabei kann das Regressionsergebnis gemäß [GH11] als Teil einer Hauptkomponentenanalyse (engl. Principal Component Analysis, kurz PCA) angesehen werden, wobei die Gleichungen 6.1 und 6.2 die effizientere Lösung bieten. Zudem finden im Fortgang des Kapitels häufig die Schnittpunkte X_s zweier Geraden Verwendung, welche für X₁ = \overline{X} und X₂ = X die Projektionspunkte auf der Geraden mit dem Geradenvektor und dem orthogonalen Normalenvektor

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{1,y} & -\mathbf{v}_{1,x} \end{pmatrix}$$
(6.4)

darstellen. Die Punkte können numerisch durch die Cramer'sche Regel

$$\Delta X = (X_{2,x} - X_{1,x} \quad X_{2,y} - X_{1,y})$$
(6.5)

$$c_{1} = (v_{2,y} \circ \Delta X_{x} - v_{2,x} \circ \Delta X_{y}) \circ (v_{2,y} \circ v_{1,x} - v_{2,x} \circ v_{1,y})^{\circ -1}$$
(6.6)

$$c_{2} = (v_{1,x} \circ \Delta X_{y} - v_{1,y} \circ \Delta X_{x}) \circ (v_{2,x} \circ v_{1,y} - v_{2,y} \circ v_{1,x})^{\circ -1}$$
(6.7)

$$X_{s} = (X_{1,x} + c_{1} \circ v_{1,x} \quad X_{1,y} + c_{1} \circ v_{1,y})$$
(6.8)

$$= (X_{2,x} + c_2 \circ v_{2,x} \quad X_{2,y} + c_2 \circ v_{2,y})$$
(0.0)

mit den Faktoren c_1 und c_2 bestimmt und geometrisch analysiert werden. Ist der rechte Term in Gleichung 6.6 und 6.7 gleich Null, sind die Geraden parallel oder identisch und X_s somit nicht existent.

6.1.1 Generierung von Geraden

Die Generierung von Geraden zur Abstraktion und Segmentierung der Positionsinformationen beinhaltet gemäß [FP11] das Problem, dass weder die Anzahl erforderlicher Geraden noch die Zuordnung einzelner Positionen zu den Geraden bekannt ist. Eine wirkungsvolle Lösung stellt der Split-and-Merge-Algorithmus dar, mit welchem nach [DH73], [Ein97] und [BA04] ähnlich dem Ramer-Douglas-Peucker- bzw. Iterative-End-Point-Fit-Algorithmus Geraden bestimmt werden. Der Algorithmus, dessen Funktionsprinzip in Abbildung 6.1 dargestellt ist, umfasst für das vorliegende Problem mit den Grenzwerten $\varepsilon_{\mathcal{G}}, \varepsilon_d$ und ε_L (s. Abschnitt 7.4.3) die Schritte:

- 1. die (vorverarbeitete) Positionsmenge $X_{all} = \left\{ x_{0:t}^{[1]\prime}, x_{0:t}^{[2]\prime}, \ldots \right\}$ mit LPositionen, welche sich aus den verfügbaren transformierten Objekttrajektorien zusammensetzt, in die initiale Liste $X_0 = X_{all}$ einfügen
- 2. eine bis dahin nicht betrachtete (Teil-)Liste $X_i \subseteq X_{all}$ mit L_i Positionen auswählen und die erweiterbare Liste $X_i^+ = X_i$ initialisieren
- 3. eine orthogonale Regression (s. Gleichung 6.1 und 6.2) mit $X \cong X_i^+$ sowie eine Geometrieanalyse (s. Gleichungen 6.3 bis 6.7) mit $X_1 \cong X_{all}$ und den Regressionsergebnissen $X_2 = \overline{X}_i^+$ und $\theta = \theta_i^+$ durchführen, um die Faktoren $c_{1,all}$ und $c_{2,all}$ zu erhalten
- 4. die Liste $X_i^+ = X_{near} \subseteq X_{all}$ mit den Positionen aus Schritt 4(b) aktualisierten, noch nicht vorhandene Positionen aus X_i ergänzen (sofern X_{near} nicht schon einen Mindestanteil davon enthält) und mit Schritt 3 fortfahren, falls
 - (a) Positionen mit einer tolerierbaren Distanz zur Geraden $\left\{\overline{X}_{i}^{+}, \theta_{i}^{+}\right\}$ existieren, für die $|c_{2,\text{all},i}| < \varepsilon_{\mathcal{G}}$ mit $j = 1, 2, \dots, L$ gilt, und
 - (b) sich unter diesen Positionen eine zusammenhängende Positionsmenge X_{near} befindet, deren Projektionspunkte auf der Geraden gemäß Abbildung 6.1(a) unter Bewertung von $c_{1,near}$ ausgehend von \overline{X}_i^+ keine Lücke aufweisen, welche ε_d überschreitet, und
 - (c) eine empirisch definierte Anzahl aufeinanderfolgender Iterationen
 (z.B. 10) zwischen Schritt 3 und 4 bis dahin nicht erreicht wurde
- 5. mit den Faktoren $c_{1,i}$ und $c_{2,i}$, welche sich auf die Positionen der Liste X_i beziehen, die Liste X_i in eine bestimmte Anzahl von Teillisten, welche mindestens ε_L Positionen enthalten, aufteilen, falls
 - (a) zusammenhängende Positionsmengen existieren, deren Projektionspunkte unter Bewertung von $c_{1,i}$ durch Lücken, welche ε_d überschreiten, geteilt sind (Aufteilung anhand von Lücken), oder
 - (b) Schritt 5(a) nicht zutrifft, jedoch für die Distanz der \hat{j} -ten Position zur Geraden gilt $|c_{2,i,\hat{j}}| > \varepsilon_{\mathcal{G}}$ mit

$$\hat{j} = \arg\max_{j} \left(|c_{2,i,j}| - \frac{5\varepsilon_{\mathcal{G}}|c_{1,i,j}|}{\max|c_{1,i}|} \right), \tag{6.9}$$

wobei Gleichung 6.9 empirisch die maximale Distanz zur Geraden abhängig von $c_{1,i}$ (Distanz zwischen \hat{j} -tem Projektionspunkt und \overline{X}_i^+) sucht (Aufteilung gemäß Abbildung 6.1(b) anhand des \hat{j} -ten und j_{adj} -ten benachbarten Projektionspunkts mit $j_{adj} = \arg \min_j |c_{1,i,j} - c_{1,i,\hat{j}}|$ und $j \neq \hat{j}$) 6. falls keine der Bedingungen in Schritt 5(a) und (b) zutrifft, dann für die Faktoren $c_{1,\text{near}}$ aus Schritt 4(b) die Zeilenvektoren

$$\{\mathbf{X}_{i,\mathcal{P}}, \mathbf{X}_{i,\mathcal{Q}}\} = \left\{\overline{\mathbf{X}}_{i}^{+} + \mathbf{v}_{1,i}^{+}\min c_{1,\text{near}}, \overline{\mathbf{X}}_{i}^{+} + \mathbf{v}_{1,i}^{+}\max c_{1,\text{near}}\right\}$$
(6.10)

als Endpunkte der Strecke $[\mathcal{PQ}]_i$ auf der Geraden berechnen und zusammen mit der Anzahl $L_{i,\text{near}}$ dazugehöriger Positionen speichern

- 7. falls es bis dahin nicht betrachtete Listen gibt, mit Schritt 2 fortfahren
- 8. zur Auswahl von A nutzbaren Strecken folgende Schritte solange durchführen, bis für alle Strecken weniger als ε_L Positionen verfügbar sind
 - (a) die Strecke $[\mathcal{PQ}]_i$ mit dem größten Wert $L_{i,\text{near}}$ auswählen
 - (b) alle $L_{i,\text{near}}$ Positionen, welche unter Umständen auch zu anderen Strecken gehören, blockieren
 - (c) die Anzahl verfügbarer Positionen für alle Strecken aktualisieren

Der erläuterte Algorithmus enthält anwendungsbedingte Modifikationen. Dazu zählen die Iterationen in Schritt 3 und 4. Diese abstrahieren nicht nur die Positionsmenge X_i durch die Gerade $\left\{\overline{X}_{i}^{+}, \theta_{i}^{+}\right\}$, sondern beziehen iterativ auch Positionen in Geradennähe zur Steigerung der Abstraktionsgenauigkeit ein und führen damit Positionen unterschiedlicher Listen gewissermaßen zusammen. Dabei sollte der Grenzwert $\varepsilon_{\mathcal{G}}$ in Abhängigkeit von der Streubreite dieser Positionen quantifiziert werden, da Positionen mit geringerer Geradennähe sich teilweise negativ auf die Regressionsqualität auswirken. Weiterhin erfolgt die Segmentierung durch Teillisten in Schritt 5 primär anhand von Lücken, da sich aus praktischer Sicht zunächst das Trennen räumlich separater Trajektorienteile empfiehlt. Bei der anschließenden distanzbasierten Segmentierung wird in Gleichung 6.9 neben der Distanz zur Geraden auch die Distanz zwischen den Projektionspunkten und \overline{X}_i^+ berücksichtigt. Dadurch werden Positionen bevorzugt, welche innerhalb von X_i eher mittig liegen, was ein sinnvolleres Aufteilen ermöglicht. Dieses stützt sich hierbei auf die j_{adi} te Position, sodass gemäß Abbildung 6.1(b) die \hat{j} -te Position Element der einen und die j_{adj} -te Position Element der anderen Teilliste ist. Damit werden auch dann zwei im Vergleich zu X_i veränderte Teillisten generiert, wenn die \hat{j} -te Position die äußerste Position ist. Schließlich werden zur geeigneten Begrenzung der Geraden in Schritt 8 die Strecken $\{[\mathcal{PQ}]_1, [\mathcal{PQ}]_2, \dots, [\mathcal{PQ}]_A\}$ sequentiell ausgewählt.

Darüber hinaus kann die Abstraktion durch Geraden u.a. nach [Kov00] und [WL16] prinzipiell auch durch die vergleichsweise komplexen Kantendetektoren als konventionelle Methoden der Bildverarbeitung realisiert werden.



Abbildung 6.1: Verfahrensprinzip des Split-and-Merge-Algorithmus beispielhaft dargestellt für die Positionsmenge X_{all} . (a) zeigt die zusammenhängende Positionsmenge $X_{near} \subseteq X_{all}$, welche gemeinsam mit X_i die Informationsbasis zur Regression bildet. In (b) wird anhand der \hat{j} -ten und j_{adj} -ten Position die Liste X_i in die beiden dargestellten Teillisten aufgeteilt.

6.1.2 Generierung eines Graphen

Die in Abschnitt 6.1.1 ermittelten Strecken, welche sich auf den generierten Geraden befinden, lassen sich zur weiteren Datenaufbereitung in ihrer Gesamtheit als planarer Graph beschreiben. Solche Graphen bestehen aus Kanten, die sich ausschließlich an ihren Endpunkten berühren. Dadurch können markante geometrische Trajektorienmerkmale in Form von Knoten eines Graphen, welche sich als Informationsbasis der Daten-Matching-Verfahren in Abschnitt 6.2 eignen, kompakt abstrahiert werden.

Die Knoten des planaren Graphen ergeben sich gemäß Abbildung 6.2 aus den End- und Schnittpunkten der insgesamt A Strecken. Der Schnittpunkt $X_{s,i,j}$ mit i, j = 1, 2, ..., A und $i \neq j$ kann unter Verwendung der Cramer'schen Regel (s. Gleichungen 6.5 bis 6.8) mit $X_1 = X_{i,\mathcal{P}}, X_2 = X_{j,\mathcal{P}},$ $v_1 = X_{i,\mathcal{Q}} - X_{i,\mathcal{P}}$ und $v_2 = X_{j,\mathcal{Q}} - X_{j,\mathcal{P}}$ berechnet werden, wenn $c_{1,i,j}$ und $c_{2,i,j}$ wie in Abbildung 6.2(a) im Intervall [0,1] liegen. Dabei lässt sich die resultierende Komplexität nach [BO79] und [dBCvKO08] auf Basis des Sweep-Linebzw. Bentley–Ottmann-Algorithmus von $\mathcal{O}(A^2)$ auf $\mathcal{O}(A \log A)$ verringern, indem die Berechnung der Schnittpunkte nur für die Streckenkombinationen erfolgt, deren Strecken sich tatsächlich schneiden. Zusätzliche Knoten ergeben sich aus den Schnittpunkten der durch die Strecken beschriebenen Geraden, falls für die minimale Distanz

$$\forall i, j : d_{i,j} = \min_{k_i, k_j} \left\| \mathbf{X}_{i, k_i} - \mathbf{X}_{j, k_j} \right\|_2$$
(6.11)

mit $k_i = k_j = \mathcal{P}, \mathcal{Q}$ und $i \neq j$ zwischen den Streckenendpunkten gilt $d_{i,j} < \varepsilon_d$ (s. Abschnitt 7.4.3). Somit können auch benachbarte Endpunkte, deren

Strecken sich nicht schneiden, gemeinsame Knoten bilden.

Aus den End- und Schnittpunkten wird anschließend der Graph $\mathcal{G} = \{\mathcal{S}, \mathcal{A}\}$ mit den Knoten $\mathcal{S} = \{X_{\mathcal{P}}, X_{\mathcal{Q}}, X_s\}$ und den Kanten $\mathcal{A} = \{X_{\mathcal{S},i} \rightarrow X_{\mathcal{S},j} | X_{\mathcal{S},i}, X_{\mathcal{S},j} \subset \mathcal{S}, i \in I_1, j \in I_2, i \neq j\}$ generiert. Letztere setzen sich aus den durch die berechneten Schnittpunkte geteilten Strecken zusammen und werden mit Hilfe der Indexmengen I_1 und I_2 angegeben. Dabei bleiben gemäß Abbildung 6.2(b) alle Kanten unberücksichtigt, welche sich aus Endund Schnittpunkt ergeben und für die analog zu Schritt 8 in Abschnitt 6.1.1 weniger als ε_L Positionen verfügbar sind. Zudem empfiehlt es sich, nahe beieinander liegende Knoten zu einem Knoten zusammenzufassen.



Abbildung 6.2: Generierung eines planaren Graphen für eine beispielhafte Positionsmenge. (a) zeigt die Schnittpunkte sich schneidender Strecken und (b) die resultierenden Knoten und Kanten.

6.2 Daten-Matching-Verfahren

Die im Kontext dieser Arbeit betrachteten Daten-Matching-Verfahren stellen einen absoluten Raumbezug her und beinhalten die unmittelbare Transformation der in Abschnitt 6.1 aufbereiteten relativen SLAM-Lokalisierungsergebnisse aus Kapitel 4 und 5 in absolute Koordinaten. Zwar sind ebenso die kartierten Anker zur Herstellung des Raumbezugs geeignet, jedoch ergeben sich dabei Einschränkungen entweder hinsichtlich des erzielbaren Automatisierungsgrades (eindeutige Identifizierung der Anker notwendig) oder der Flexibilität bei der Installation (erforderliche geometrische Diversität mit Ankern prinzipiell schwerer realisierbar, als mit mobilen Objekten). Auch die von [Kha86], [DFBT99], [PH08] und [NRALP13] vorgestellten inkrementellen (z.B. MCL-basierten) Verfahren und die von [SF83], [Bun00] und [GXTL10] diskutierten Ansätze wie Graph Edit Distance (GED) oder Subgraph Isomorphism (SI) spielen vor allem aus Komplexitätsgründen im Weiteren keine Rolle. Die im Folgenden betrachteten Daten-Matching-Verfahren lassen sich auf Basis von Umgebungsdaten realisieren, welche grundsätzlich in drei Arten kategorisiert werden können. Die einfachste Art ist die Verwendung von Zielpositionen bspw. in Form potentiell vorhandener GNSS-Koordinaten, welche den SLAM-Lokalisierungsergebnissen per Zeitstempel (engl. timestamp) zugeordnet sind und gemäß Abschnitt 2.3.3 die Transformation dieser ermöglichen. Falls notwendig, erfolgt dazu die Umrechnung polarer Angaben (Dezimalgrad oder Grad, Minuten, Sekunden) in metrische Koordinaten gemäß [Sny87] und [LKF⁺98]. Da aufgrund erforderlicher Schnittstellen sowie drastisch eingeschränkter Indoor-Fähigkeit die GNSS-Datenakquisition und somit die Verfahrensverfügbarkeit unter Umständen limitiert sein kann, wird die Verwendung von Zielpositionen nicht weiter betrachtet.

Die beiden anderen Arten von Umgebungsdaten umfassen digitales vektorund rasterbasiertes Kartenmaterial wie Straßen- oder Gebäudepläne und werden in Abschnitt 6.2.1 und 6.2.2 behandelt. Der Zugang zu solchen Daten erfolgt im Regelfall über (Online-)GIS-Dienste wie (indoor) Google Maps und OpenStreetMap (OSM) oder über entsprechende Landesvermessungsbehörden. Die Transformationsparameter beim Daten-Matching lassen sich durch planare Graphen bestimmen, die im Weiteren als Lokalisierungsgraphen $\mathcal{G} = \{\mathcal{S}, \mathcal{A}\}$ bezeichnet und durch Abschnitt 6.1.2 generiert werden. Die Graphen stellen eine Kongruenzabbildung und ggf. zentrische Streckung (von Teilen) des Kartenmaterials dar und sollten ebenso wie dieses eine hinreichende geometrische Diversität (keine Achsen- oder Punktsymmetrie sowie möglichst wenige sich wiederholende, ähnliche oder kongruente Strukturen) enthalten, um einen eindeutigen und brauchbaren Raumbezug herzustellen. Im Gegensatz zur Verwendung zeitlich referenzierter Zielpositionen ist für solche Umgebungsdaten eine Datenassoziation, d.h. die ausschließlich geometrische Zuordnung von SLAM-Lokalisierungsergebnissen und Karteninformationen, erforderlich. Aufgrund der möglicherweise fehlenden Kartenskalierung ist die Transformation zudem nicht immer skalierungsfrei.

Die Suche der optimalen Transformationsparameter im diskretisierten höherdimensionalen Parameterraum erfolgt aus Gründen der Komplexität und Lösungsstruktur¹ koordiniert, weshalb Lösungsansätze wie die Brute-Force-Methode oder globale Gradientenverfahren häufig versagen. Schließlich stellen die mit denselben Parametern transformierten Anker das Gesamtergebnis des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens dar, wobei die vorliegende Anker- und Trajektoriengeometrie durch die Transformation unverändert bleibt. Im Übrigen muss das jeweilige Daten-Matching-Verfahren aus Anwendungssicht nicht notwendigerweise für jede Aktualisierung von \mathcal{G} ausgeführt werden, womit sich Unterschiede hinsichtlich der Verfahrenskomplexität kompensieren lassen.

¹Bspw. für spiralförmige Karteninformationen können sich brauchbare Parameter im Parameterraum direkt neben suboptimalen Parametern befinden.

6.2.1 Vektorbasierte Karteninformationen

Liegen dem Daten-Matching vektorbasierte Karteninformationen wie etwa Verkehrswegenetze zugrunde, können diese im Regelfall in GIS- und applikationsspezifische Daten unterteilt werden. Letztere umfassen manuell erstellte Referenztrajektorien (s. Abschnitt 7.2.2) und zielen aufgrund der Interaktion durch einen Bearbeiter bei der Systemintegration prinzipiell auf eine teilautomatisierte Integration funkbasierter Sensornetze ab.

Inspiriert vor allem durch den von [SW81] vorgestellten Ansatz aus dem Bereich Molekularbiologie, stützt sich die koordinierte Suche der Transformationsparameter auf lokale Gemeinsamkeiten, welche transformationsinvariant sind. Hierzu werden aus dem in Abschnitt 6.1.2 erstellten Lokalisierungsgraphen und den Karteninformationen ausgewählte Merkmale als Mengenprodukt extrahiert, was den vorliegenden Parameterraum und damit die Konvergenzgeschwindigkeit des Verfahrens immens reduziert. Dabei generieren korrespondierende Merkmale eine passende Ausrichtung (engl. alignment), welche zum einen das Finden (engl. detection, registration, recognition) initialer Parameter als grobe Ausrichtung und zum anderen das Verfeinern der Parameter als verbesserte Ausrichtung beinhaltet. Hierzu empfiehlt sich die Repräsentation der vektorbasierten Karteninformationen als planarer Graph $\mathcal{G}_{map} = \{\mathcal{S}_{map}, \mathcal{A}_{map}\}$, dessen Knoten \mathcal{S}_{map} (z.B. Kreuzungen oder Kurven im Verkehrswegenetz) sowohl gemäß [HB05] und [BdW12] strukturelle als auch gemäß [DS00] und [GZY⁺14] geometrische Merkmale aufweisen.

6.2.1.1 Finden initialer Transformationsparameter

Der Algorithmus zur Bestimmung der initialen Transformationsparameter, welche gemäß Abbildung 6.3 die Verschiebung, Rotation und ggf. Spiegelung des Lokalisierungsgraphen \mathcal{G} sowie, falls erforderlich, die Skalierung des Kartengraphen \mathcal{G}_{map} realisieren, umfasst mit den Grenzwerten $\varepsilon_{\mathcal{G}'}$ und ε_X (s. Abschnitt 7.4.3) die Schritte:

- 1. die $L \times 2$ -Koordinatenmatrix X der L Interpolationspunkte bestimmen, welche wie in Abbildung 6.3(a) auf den Kanten \mathcal{A} von \mathcal{G} mit dem Abstand $\varepsilon_{\rm X}$ zwischen zwei benachbarten Punkten liegen
- 2. die Knoten $S_{i_1} \in S$ und $S_{\text{map},i_2} \in S_{\text{map}}$, welche als strukturelle Merkmale jeweils mindestens zwei Kanten aufweisen, mit $i_1 \in I$ und $i_2 \in I_{\text{map}}$ sowie den Indexmengen I und I_{map} suchen und,
 - (a) falls gilt $I \neq \emptyset$ und $I_{\text{map}} \neq \emptyset$, alle paarweisen Knotenmengenelemente $\{\{i_1 = 1, i_2 = 1\}, \{i_1 = 1, i_2 = 2\}, \dots\}$ bilden,
 - (b) ansonsten analog dazu Mengenelemente aus allen Knoten bilden
- 3. ein bis dahin nicht betrachtetes Mengenelement $\{i_1, i_2\}$ auswählen

4. die Rotationsmatrix $\mathcal{R}_{i_1,i_2,k}$ durch Gleichung 2.21 und

$$\alpha_{i_1,i_2,k} = \operatorname{atan2}\left(\Delta X_{j_2,y}, \Delta X_{j_2,x}\right) - \operatorname{atan2}\left(\Delta X_{j_1,y}\mathcal{E}_k, \Delta X_{j_1,x}\mathcal{E}_k\right)$$
(6.12)

mit dem Vektor ΔX_{j_1} der j_1 -ten Kante \mathcal{A}_{i_1,j_1} des i_1 -ten Knotens (für $\mathcal{A}_{\max p,i_2,j_2}$ analog dazu) bestimmen, was mit $\mathcal{E}_k = \text{diag}(1 \ k)$ und k = 1, -1 direkt und gespiegelt erfolgt, wobei mittels Brute-Force-Methode die j_1 -te und j_2 -te Kante gesucht wird, für welche alle übrigen Kanten bestmöglich, d.h. gemäß der minimalen Summe der Winkelfehlerquadrate, übereinstimmen (da verschiedene Kantenpaare aufgrund von Winkelmehrdeutigkeiten ggf. ähnlich gut übereinstimmen, empfiehlt sich die Realisierung weiterer oder aller Rotationsvarianten)

- 5. falls die Skalierung für \mathcal{G}_{map} unbekannt ist, den Skalierungsfaktor $c_{i_1,i_2} = \Delta X_{j_1}/\Delta X_{j_2}$ auf Basis des Kantenlängenverhältnisses zwischen den Kanten \mathcal{A}_{i_1,j_1} und $\mathcal{A}_{map,i_2,j_2}$ (alternativ zwischen \mathcal{A}_{i_1} und \mathcal{A}_{map,i_2} oder \mathcal{A} und \mathcal{A}_{map}) bestimmen, ansonsten gilt $c_{i_1,i_2} = 1$ (ggf. c_{i_1,i_2} durch das Distanzverhältnis verbessern, welches aus den Distanzen zwischen \mathcal{S} und \mathcal{S}_{i_1} sowie \mathcal{S}_{map} und \mathcal{S}_{map,i_2} resultiert, wobei \mathcal{S} bspw. mittels k-d-oder SR-Baum den nächsten Knoten aus \mathcal{S}_{map} zugeordnet ist)
- 6. die transformierten Interpolationspunkte

$$\mathbf{X}_{i_{1},i_{2},k}' = \mathbb{1}_{L} \mathbf{t}_{\mathrm{map},i_{2}} + (\mathbf{X} - \mathbb{1}_{L} \mathbf{t}_{i_{1}}) \,\mathcal{E}_{k} \mathcal{R}_{i_{1},i_{2},k}^{T}$$
(6.13)

mit dem Einsspaltenvektor $\mathbb{1}_L$ der Länge L sowie den Translationszeilenvektoren $t_{i_1} = X_{\mathcal{S}_{i_1}}$ und $t_{\max,i_2} = c_{i_1,i_2} X_{\mathcal{S}_{\max,i_2}}$ bestimmen

7. gemäß Abbildung 6.3(b) und (c) mit l = 1, 2, ..., L die Anzahl

$$L_{i_1,i_2,k} = \sum_l \begin{cases} 1 & \text{wenn } \min_j c_{2,j,l} < \varepsilon_{\mathcal{G}'} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(6.14)

der transformierten Interpolationspunkte bestimmen, deren Abstand zur *j*-ten nächsten skalierten Kante $\mathcal{A}'_{\mathrm{map},j}$ den Grenzwert $\varepsilon_{\mathcal{G}'}$ nicht überschreitet, wobei c_2 aus Gleichung 6.7 resultiert mit

$$\Delta \mathbf{X}_{j,l} = \mathbf{X}'_{i_1,i_2,k,l} - c_{i_1,i_2} \mathbf{X}_{j,\mathcal{P}}, \tag{6.15}$$

$$\mathbf{v}_{1,j} = c_{i_1,i_2} \frac{\mathbf{X}_{j,\mathcal{Q}} - \mathbf{X}_{j,\mathcal{P}}}{\|\mathbf{X}_{j,\mathcal{Q}} - \mathbf{X}_{j,\mathcal{P}}\|_2}$$
(6.16)

aus den Koordinaten $X_{j,\mathcal{P}}$ und $X_{j,\mathcal{Q}}$ der beiden Knoten von $\mathcal{A}_{\mathrm{map},j}$ sowie $v_{2,j}$ aus Gleichung 6.4

8. falls es bis dahin nicht betrachtete Knotenmengenelemente gibt, mit Schritt 4 fortfahren 9. die initialen Transformationsparameter $\mathbf{t}_{\hat{i}_1}, \mathbf{t}_{\max,\hat{i}_2}, c_{\hat{i}_1,\hat{i}_2}, \mathcal{E}_{\hat{k}} \text{ und } \mathcal{R}_{\hat{i}_1,\hat{i}_2,\hat{k}}$ mit $\left\{\hat{i}_1, \hat{i}_2, \hat{k}\right\} = \arg \max_{i_1,i_2,k} L_{i_1,i_2,k}$ auswählen

Im erläuterten Algorithmus werden zu Beginn die Interpolationspunkte X als Hilfsgrößen beim Daten-Matching bestimmt. Diese erweisen sich als weitgehend robust gegenüber partiellen Unterschieden² zwischen dem Lokalisierungsgraphen \mathcal{G} sowie dem Kartengraphen \mathcal{G}_{map} und berücksichtigen (im Gegensatz zur direkten Verwendung der Knoten \mathcal{S}) durch ihre Anzahl implizit unterschiedliche Kantenlängen innerhalb von \mathcal{G} . Weiterhin werden zur Bestimmung der Rotationsmatrix $\mathcal{R}_{i_1,i_2,k}$ in Schritt 4 die Winkel zwischen den Kanten der Knoten \mathcal{S}_{i_1} und \mathcal{S}_{map,i_2} als geometrische Merkmale verwendet, da diese verglichen mit den Kantenlängen deutlich robuster gegenüber etwaigen partiellen Unterschieden sind. [TNNL02] und [TL05] schlagen zudem die Verwendung komplexerer Merkmale vor, welche die Beziehung mehrerer benachbarter Knoten beschreiben.

In Gleichung 6.14 wird bei der heuristischen Definition von $L_{i_1,i_2,k}$ als Kriterium zur Auswahl der initialen Transformationsparameter davon ausgegangen, dass sich der überwiegende Teil der Kanten \mathcal{A} und damit der Interpolationspunkte X in \mathcal{G}_{map} wiederfinden, d.h., dass brauchbare Karteninformationen und dazu passende Lokalisierungsergebnisse vorliegen. Falls dies nicht zutrifft, ergeben sich ebenso adäquate Transformationsparameter, jedoch sind bei unbekannter Kartenskalierung unter Umständen fehlerhafte Parameter zu erwarten. Kommen in Schritt 9 mehrere gute Parametersets in Frage, kann der Abstand $c_{2,j,l}$, welcher aus der Projektion auf $\mathcal{A}'_{\mathrm{man},j}$ resultiert, zur Bewertung hinzugezogen werden, wobei das Set mit der minimalen Summe aller Abstandsquadrate für $c_{2,j,l} < \varepsilon_{\mathcal{G}'}$ favorisiert wird. Neben der projektionsbasierten Abstandsmetrik ist ebenso die Verwendung der Hausdorff- oder Fréchet-Metrik denkbar. Darüber hinaus wird bei der Definition des Kriteriums auf die Einbeziehung topologischer Informationen in Form von Routing im Verkehrswegenetz, das von [QOZN03], [BPSW05] und $[LZZ^+09]$ diskutiert wird, verzichtet, vor allem da für potentiell fehlerhafte \mathcal{G} oder \mathcal{G}_{map} keine unterbrechungsfreien Routen angenommen werden können.

6.2.1.2 Verfeinern der Transformationsparameter

Das Verfeinern der Transformationsparameter optimiert die Ausrichtung der Graphen \mathcal{G}' und \mathcal{G}'_{map} zueinander und stützt sich ähnlich wie in Abschnitt 6.2.1.1 auf die Interpolationspunkte X. Dabei kommt als effizienter Ansatz das Gradientenverfahren Point-to-Line Iterative Closest Point (PLICP) zum Einsatz, welches [PHYH06] und [Cen08] formulieren. Für das vorliegende Problem werden in jedem Iterationsschritt k die verfeinerten Parameter für

²Die Kanten von \mathcal{G} können im Vergleich zu denen von \mathcal{G}_{map} fehlerhaft, d.h. zusammengefasst oder durch zusätzliche Knoten unterbrochen, sein.



Abbildung 6.3: Vektorbasiertes Daten-Matching-Verfahren für die beispielhaften Graphen \mathcal{G} und \mathcal{G}_{map} . (a) zeigt diese in ihrem Ausgangszustand und die Interpolationspunkte X. In (b) sind die transformierten Graphen \mathcal{G}' und \mathcal{G}'_{map} für eine suboptimale und in (c) für das beste Knotenmengenelement $\{\hat{i}_1, \hat{i}_2\}$ dargestellt. Auf letzterem basiert die Auswahl der initialen Transformationsparameter, aus denen die PLICP-Ergebnisse in (d) resultieren.

Verschiebung, Rotation, ggf. Spiegelung und, falls erforderlich, Skalierung

$$\left\{\hat{\mathbf{t}}_{k}, \hat{c}_{k}, \hat{\mathcal{R}}_{k}\right\} = \underset{\mathbf{t}_{k}, c_{k}, \mathcal{R}_{k}}{\arg\min} \mathcal{F}\left(\mathbf{t}_{k}, c_{k}, \mathcal{R}_{k}\right)$$
(6.17)

mit der projektionsbasierten Abstandsmetrik

$$\mathcal{F}_{k} = \sum_{l} \left(\mathbf{v}_{2,k-1,j} \left(\mathbf{t}_{k} - \frac{1}{c_{k}} \mathbf{X}_{l} \mathcal{R}_{k}^{T} - \frac{1}{c_{k-1}} \mathbf{X}_{\mathbf{s},k-1,l}^{\prime} \right)^{T} \right)^{2}$$
(6.18)

anhand von Abschnitt 2.3.3 bestimmt. Da die Kartenskalierung nicht für \mathcal{G} , sondern für \mathcal{G}_{map} erfolgt, wird hierbei im Gegensatz zu Gleichung 2.20 die reziproke Skalierung $1/\hat{c}_k$ als Faktor vor den Interpolationspunkten X, welche

sich auf \mathcal{G} beziehen, verwendet. Die Projektionspunkte $X'_{s,k-1}$ resultieren aus der Projektion der im vorhergehenden Iterationsschritt k-1 transformierten Interpolationspunkte

$$\forall l : \mathbf{X}_{k-1,l}' = \hat{c}_{k-1} \hat{\mathbf{t}}_{k-1} + \mathbf{X}_l \hat{\mathcal{R}}_{k-1}^T \tag{6.19}$$

auf die mittels Brute-Force-Methode ausgewählte j-te jeweils nächste Kante

$$\forall j : \mathcal{A}'_{\mathrm{map},k-1,j} = \{ \hat{c}_{k-1} \mathbf{X}_{j,\mathcal{P}}, \hat{c}_{k-1} \mathbf{X}_{j,\mathcal{Q}} \}$$
(6.20)

mit der Initialisierung $X'_0 = X'_{\hat{i}_1,\hat{i}_2,\hat{k}}$ und $\mathcal{A}'_{map,0}$ aus Abschnitt 6.2.1.1. Dabei werden aus Konvergenzgründen nur die Punkte zur Transformation genutzt, deren Abstände den Grenzwert $\varepsilon_{\mathcal{G}'}$ nicht überschreiten. Die Berechnung von $X'_{s,k-1}$ erfolgt auf der Grundlage von Gleichung 6.8 mit $\Delta X_{j,k-1,l}$ und $v_{1,k-1,j}$ aus Gleichung 6.15 und 6.16 für die Kartenskalierung \hat{c}_{k-1} . Der in Gleichung 6.18 verwendete Normalenvektor $v_{2,k-1,j}$ der Kante $\mathcal{A}'_{map,k-1,j}$ realisiert die projektionsbasierte Abstandsmetrik als zentralen Ansatz des PLICP-Verfahrens und ergibt sich aus Gleichung 6.4.

Das Verfahren konvergiert im Regelfall nach einer geringen zweistelligen Anzahl von Iterationen und kann mit $|\mathcal{F}_k - \mathcal{F}_{k-1}| < \varepsilon$ durch einen empirisch definierten Grenzwert abgebrochen werden. Schließlich wird der transformierte Lokalisierungsgraph $\forall j : \mathcal{G}'_k = \left\{ \hat{c}_k \hat{t}_k + \mathcal{X}_{\mathcal{S}_j} \hat{\mathcal{R}}_k^T \right\}$ und der skalierte Kartengraph $\forall j : \mathcal{G}'_{map,k} = \left\{ \hat{c}_k \mathcal{X}_{\mathcal{S}_{map,j}} \right\}$ als finales Daten-Matching-Ergebnis generiert, welches in Abbildung 6.3(d) zusammen mit den initialen Graphen dargestellt ist.

6.2.2 Rasterbasierte Karteninformationen

Die Einbeziehung von Rasterkarten bzw. Rastergrafiken (s. Abschnitt 2.2.2.1 und 7.2.2) in Lokalisierungs- und Navigationsanwendungen ist vielschichtig. Bspw. segmentieren [NYLZ08] und [LZP+10] Merkmale wie Kreuzungen oder Kurven in Verkehrswegenetzen, während [HMS02] das Ausbringen von Sensorknoten durch die Interaktion mit Hindernisobjekten der Rasterkarte diskutieren oder [Aur91], [JKWT98] und [SPT+14] Trajektorien durch ein Generalized Voronoi Diagram (GVD)³ morphologisch generieren.

Vor diesem Hintergrund finden rasterbasierte Karteninformationen auch innerhalb dieser Arbeit beim Daten-Matching Verwendung. Dieses erfolgt ebenso wie in Abschnitt 6.2.1 als koordinierte Suche der Transformationsparameter gemäß Abbildung 6.4 in einem zweistufigen Prozess. Dabei wird, ähnlich wie von [Car08] und [SPTL11] vorgeschlagen, der vorliegende Parameterraum durch die Bestimmung potentieller Rotationsparameter zunächst

³Ein GVD vollzieht für gegebene Strukturen einer Rasterkarte eine Segmentierung in Regionen und verhält sich dabei dual zur Delaunay-Triangulation. Die Regionen umfassen die bezüglich einer Metrik jeweils nächsten Rasterzellen. Hit Hilfe der Regionsgrenzen können unter Umständen Trajektorien mobiler Objekte impliziert werden.

reduziert. Für diese werden anschließend mittels Brute-Force-Methode die Verschiebung und ggf. Spiegelung des in Abschnitt 6.1.2 erstellten Lokalisierungsgraphen \mathcal{G} sowie, falls erforderlich, die Skalierung der gegebenen Rastergrafik \mathcal{I} auf Basis einer Rasterzellenanalyse ermittelt. Unter Berücksichtigung von Abschnitt A.4 wird zudem die Verwendung von \mathcal{I} als Binärbild favorisiert, da die Frage, ob sich die Position eines mobilen Objekts innerhalb einer Rasterzelle befindet oder ob diese mit Hindernissen belegt ist, praktisch eine binäre Entscheidung nach sich zieht. Im Übrigen kann das Binärbild für eine robustere Analyse einer Bildglättung (engl. image smoothing), d.h. dem Entfernen einzelner räumlich isolierter Binärwerte ohne signifikanten Informationsverlust, unterzogen werden.

Um die potentiellen Rotationsparameter, mit denen \mathcal{G} rotiert wird, zu bestimmen, werden die Lagewinkel der Kanten in \mathcal{G} und \mathcal{I} als geometrische Merkmale analysiert. Diese befinden sich jeweils in einem rechtshändigen Koordinatensystem und sind in Abbildung 6.4(a) dargestellt. Dabei lassen sich die überwiegend orthogonalen Strukturen, die generell für viele Verkehrswegenetze und Gebäude sowie der dort generierten Objekttrajektorien vorliegen, gezielt ausnutzen. Dies erfolgt, indem einerseits die Lagewinkelanalyse für alle Quadranten des Koordinatensystems von \mathcal{G} und \mathcal{I} gemeinsam durchgeführt und andererseits in jedem Quadranten lediglich ein Rotationsparameter vermutet wird. Die Rotationsmatrix $\mathcal{R}_{i,k}$ kann anhand von Gleichung 2.21 mit der Winkeldifferenz

$$\forall i,k: \Delta \theta'_{i,k} = \hat{\theta}'_{\mathcal{I}} - \hat{\theta}'_{\mathcal{G},k} + i\frac{\pi}{2}, \qquad (6.21)$$

welche ein Vielfaches von $\pi/2$ mit i = 0,1,2,3 enthält, gebildet werden, wobei für θ' das Intervall $[0; \pi/2)$ genügt. Dabei entspricht $\Delta \theta'_{i,k}$, das in Abbildung 6.4(b) für i = 0 und k = 1 dargestellt ist, vom Charakter her dem Ergebnis einer Kreuzkorrelation. Der mittels Radon- oder Hough-Transformation (s. Abschnitt A.4) berechnete dominierende Lagewinkel $\hat{\theta}'_{\mathcal{I}}$ der Rastergrafik \mathcal{I} ergibt sich ausgehend von Gleichung A.9 durch

$$\hat{\theta}_{\mathcal{I}}' = \arg\max_{\theta'} \sum_{d} \begin{cases} T_{\theta_{1},d} + T_{\theta_{2},d} & \text{wenn } T_{\theta_{1},d} \ge \varepsilon, T_{\theta_{2},d} \ge \varepsilon \\ T_{\theta_{1},d} & \text{wenn } T_{\theta_{1},d} \ge \varepsilon, T_{\theta_{2},d} < \varepsilon \\ T_{\theta_{2},d} & \text{wenn } T_{\theta_{1},d} < \varepsilon, T_{\theta_{2},d} \ge \varepsilon \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(6.22)

mit $\theta_1 = \theta'$ und $\theta_2 = \theta' + \pi/2$. Der dominierende Lagewinkel $\hat{\theta}'_{\mathcal{G},k}$ des Lokalisierungsgraphen \mathcal{G} resultiert aus dessen Kanten \mathcal{A} und wird durch

$$\hat{\theta}_{\mathcal{G},k}' = \frac{1}{4}\operatorname{atan2}\left(\operatorname{med}_{j}\sin 4\theta_{k,j}', \operatorname{med}_{j}\cos 4\theta_{k,j}'\right) \mod \frac{\pi}{2} \tag{6.23}$$

$$\theta'_{k,j} = \operatorname{atan2}\left(\Delta X_{j,y}\mathcal{E}_k, \Delta X_{j,x}\mathcal{E}_k\right) \mod \frac{\pi}{2}$$
 (6.24)
mit dem Vektor ΔX_j der *j*-ten Kante \mathcal{A}_j von \mathcal{G} bestimmt, was mit $\mathcal{E}_k =$ diag(1 k) und k = 1, -1 analog zu Gleichung 6.12 direkt und gespiegelt erfolgt. Der Median als robuster Schätzer mittelt in Gleichung 6.23 alle Lagewinkel $\theta'_{k,j}$ der Kanten, wobei aufgrund des definierten Intervalls [0; $\pi/2$) die Modulo-Funktion (*Division mit Rest*) sowie die Faktoren 4 und 1/4 verwendet werden. Um darüber hinaus auch dann brauchbare Rotationsparameter zu bestimmen, falls die Ausdehnung der Rastergrafik \mathcal{I} die des Lokalisierungsgraphen \mathcal{G} um Größenordnungen übersteigt, sollte \mathcal{I} in eine geeignete Anzahl unabhängiger Grafiken aufgeteilt werden. Für diese lassen sich im Anschluss jeweils separate Parameter gemäß den Gleichungen 6.21 bis 6.24 berechnen.



Abbildung 6.4: Rasterbasiertes Daten-Matching-Verfahren beispielhaft realisiert für den Lokalisierungsgraphen \mathcal{G} und die Rastergrafik \mathcal{I} . (a) zeigt diese in ihrem Ausgangszustand und die Interpolationspunkte X, während in (b) die Lagewinkel der Kanten für \mathcal{G} als Histogramm dargestellt sind. (c) zeigt die Schwarz-Weiß-Übergänge aller Verschiebungsparameter t. Aus den Parametern im mittleren Bereich resultieren in (d) schließlich die Daten-Matching-Ergebnisse \mathcal{G}' und \mathcal{I}' .

Des Weiteren werden die für das Daten-Matching benötigten Verschiebungsparameter t und, falls erforderlich, die Skalierungsparameter c bestimmt, indem der vorliegende Parameterraum begrenzt und sinnvoll diskretisiert wird. Als adäquate Heuristik diesbezüglich sind die Skalierungsgrenzen am Verhältnis der Ausdehnung von \mathcal{G} und \mathcal{I} orientiert, während die Verschiebungsgrenzen durch die Positionierung des Koordinatenmittels von \mathcal{G} am Bildrand von \mathcal{I} definiert werden. Die Diskretisierung des Parameterraums richtet sich stark nach der verfügbaren Rechen- und Speicherkapazität, wobei die einfach realisierbare manuelle Skalierung der Rastergrafik \mathcal{I} eventuellen Kapazitätsengpässen entgegenwirken kann. Zur Bestimmung der besten Transformationsparameter $t_{\hat{p}}, c_{\hat{q}}, \mathcal{E}_{\hat{k}}$ und $\mathcal{R}_{\hat{i},\hat{k}}$ mit

$$\left\{\hat{p}, \hat{q}, \hat{k}, \hat{i}\right\} = \underset{p,q,k,i}{\operatorname{arg\,min}} \sum_{j} \sum_{l=2}^{L_{j}} \left| \mathcal{I}_{\{y,x\}_{p,q,k,i,j,l}} - \mathcal{I}_{\{y,x\}_{p,q,k,i,j,l-1}} \right|, \qquad (6.25)$$

aus denen sich der transformierte Lokalisierungsgraph \mathcal{G}' und die skalierte Rastergrafik \mathcal{I}' in Abbildung 6.4(d) ergeben, wird eine Rasterzellenanalyse durchgeführt. Diese kumuliert für ausgewählte Rasterzellen in \mathcal{I} die jeweiligen Schwarz-Weiß-Übergänge als geeignetes Kriterium beim Daten-Matching, welche insbesondere an Strukturen wie Straßenbegrenzungen oder Gebäudewänden auftreten. Ziel dabei ist es, möglichst wenige unterschiedliche Binärwerte $\mathcal{I}_{y,x}$ benachbarter Rasterzellen (x, y) zu erhalten. Hierbei zeigen sich die Vorteile des Binärbilds, welches im Gegensatz zum Graustufenbild (s. Abschnitt A.4) über weitaus weniger Übergänge und damit eine geringere Wahrscheinlichkeit für das Analyseergebnis *falsch positiv* verfügt. Die Rasterzellenauswahl in Gleichung 6.25 erfolgt durch die Koordinaten

$$\left(\begin{array}{cc} x_{p,q,k,i,j,l} & y_{p,q,k,i,j,l} \end{array}\right) = \left[\frac{1}{c_q} \left(\mathbf{t}_p + \mathbf{X}_{j,l} \mathcal{E}_k \mathcal{R}_{i,k}\right)\right]$$
(6.26)

mit der kaufmännischen Rundungsfunktion [·]. Dafür wird analog zu Abschnitt 6.2.1 die hinreichende Anzahl von L_j Interpolationspunkten X_j auf der *j*-ten Kante \mathcal{A}_j bestimmt und gemäß Abschnitt 2.3.3 transformiert. Da zur Generierung der Rasterzellenkoordinaten der Lokalisierungsgraph \mathcal{G} in das Koordinatensystem der Rastergrafik \mathcal{I} skaliert wird und nicht umgekehrt, enthält Gleichung 6.26 die reziproke Skalierung $1/c_q$. Koordinaten, welche sich außerhalb von \mathcal{I} befinden, wird als konservative Annahme ein Schwarz-Weiß-Übergang zugeordnet. Kommen darüber hinaus in Gleichung 6.25 mehrere gute Parametersets in Frage, wie für die Verschiebung im mittleren Bereich in Abbildung 6.4(c) dargestellt, können entsprechende Verschiebungsund Skalierungsparameter gemittelt werden.

Kapitel 7

Verfahrensevaluation

Die Evaluation des entwickelten Verfahrens zur automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze beschäftigt sich mit der Frage, wie gut dieses die in Abschnitt 1.2 spezifizierten Anforderungen realisiert. Die Untersuchungen dazu umfassen neben der Verifikation und Validierung des modularen Verfahrens das Finden grundlegender Abhängigkeiten bzw. verfahrensinhärenter Tendenzen und erfolgen unter verkehrstelematischen Gesichtspunkten wie das Bewegungsverhalten mobiler Objekte oder den Eigenschaften des Sensornetzes.

Im Folgenden werden der methodische Ansatz vorgestellt, Datenbasis und Testszenarien definiert sowie SLAM-, Ankerkarten-Merging- und Daten-Matching-Verfahren bewertet.

7.1 Methodischer Ansatz

Der methodische Ansatz zur Verfahrensevaluation beinhaltet die Verifikation und Validierung der in den Kapiteln 4 bis 6 beschriebenen Verfahren und deren Ergebnisse. Gemäß [Roa98] wird dabei der Nachweis zur Eignung der Verfahren erbracht, indem bestimmte Aussagen behauptet und unter Einbeziehung von Referenzinformationen (s. Abschnitt 7.3) auf deren Gültigkeit überprüft werden. Diesem Prozess geht im Allgemeinen eine Plausibilitätskontrolle voraus, welche grob abschätzt, ob die Verfahrensergebnisse plausibel, d.h. annehmbar und nachvollziehbar, sind oder nicht. Die üblicherweise anhand von Kontextinformationen durchgeführte Kontrolle erfolgt mit lediglich geringem Aufwand, wobei weniger offensichtliche Fehler in den Ergebnissen zunächst nicht wahrgenommen werden können.

Für die Generierung der zu überprüfenden Aussagen sei $\mathcal{F}^*(d^*)$ die in Abschnitt 1.2 spezifizierte Problemstellung, welche von der exakten Datenbasis d* abhängt. Weiterhin seien d die mehr oder weniger fehlerhaften Sensordaten und \mathcal{F} das entwickelte Verfahren, das \mathcal{F}^* numerisch löst. Hierzu formulieren [BSF88] und [Hig02] Aussagen hinsichtlich

- Kondition ||𝓕^{*}(d) − 𝓕^{*}(d^{*})|| (welchen Einfluss haben fehlerhafte Daten auf die Problemstellung),
- Stabilität ||F(d) − F(d*)|| (wie robust ist das Verfahren bei fehlerhaften Daten, was gemäß [Wil61] durch Vorwärts- und Rückwärtsanalyse bestimmt werden kann),
- Konsistenz $\|\mathcal{F}(d^*) \mathcal{F}^*(d^*)\|$ (wie gut löst das Verfahren die Problemstellung bei exakter Datenbasis tatsächlich) und
- Konvergenz $\|\mathcal{F}(d) \mathcal{F}^*(d^*)\|$ (wie gut löst das Verfahren die Problemstellung, wobei ein absolut konsistentes Verfahren mit

$$\lim_{t \to \infty} \mathbb{E}\left(\|\mathcal{F}_t(\mathbf{d}) - \mathcal{F}^*(\mathbf{d}^*)\| \right) = 0 \tag{7.1}$$

im Limit zur exakten Lösung konvergiert).

Die Aussagen lassen sich als Mindestanforderung durch $\|\cdot\| < \varepsilon$ mit einer geeigneten Norm $\|\cdot\|$ sowie dem Grenzwert ε qualifizieren und können schließlich überprüft werden. Das Zusammenwirken von Kondition, Stabilität, Konsistenz und Konvergenz kann beispielhaft anhand der Lösung des SLAM-Problems, der Lokalisierung von mobilen Objekten bei gleichzeitiger Ankerkartenerstellung (s. Abschnitt 4.1) verdeutlicht werden. Dieses Problem, das praktisch nicht durch Veränderungen der Datenbasis konditioniert wird, lässt sich durch ein konkretes SLAM-Verfahren realisieren. Dessen Funktionalität richtet sich nach den anwendungsbedingten Zielvorgaben, was mitunter zu vereinfachten Aussagen führt. Wird als SLAM-Ergebnis z.B. eine möglichst genaue Ankerkarte gefordert, müssen Stabilität ebenso wie Konsistenz vollständig erfüllt werden, woraus die Konvergenz der numerischen Lösung gegen die exakte Lösung bzw. Referenz folgt. Soll hingegen eine Kartennavigati on^1 durch das SLAM-Verfahren umgesetzt werden, wird im Vergleich dazu lediglich die Erfüllung von Stabilität erwartet, solange die Navigation des mobilen Objekts lokal konvergiert. In diesem Fall kann auf eine konsistente Ankerkartenerstellung, die auch die Fähigkeit zum Schließen von Schleifen (s. Abschnitt 4.1.3) voraussetzt, verzichtet werden.

Die Bewertung der Aussagen erfolgt allgemein durch Genauigkeitsangaben, falls relevant über den Verfahrensverlauf hinweg, und wird in Abschnitt 7.4 realisiert. Nach DIN 55350-13:1987-07 ist Genauigkeit im Falle von Konvergenz das Maß an Übereinstimmung der Verfahrensergebnisse $\mathcal{F}(d)$ mit dem Referenzwert $\mathcal{F}^*(d^*)$, wobei sich aus dem Genauigkeitsbegriff häufig weiterführende Begriffe wie Richtigkeit und Präzision (s. Abschnitt 2.1.4.2) ableiten lassen. Zur methodischen Beschreibung der Genauigkeit eignen sich gemäß [LC06] und [CD14] die Qualitätsmaße mittlerer absoluter Fehler (engl.

¹Mobile Objekte können nur dann innerhalb einer Karte navigieren, wenn enthaltene lokale Nachbarschaftsbeziehungen topologisch unterbrechungsfrei sind.

Mean Absolute Error, kurz MAE) und Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (engl. Root Mean Square Error, kurz RMSE). Für L Einzelfehler sind diese Qualitätsmaße durch

$$Q_{\text{MAE}} = \frac{1}{L} \sum_{i} |R_i| \tag{7.2}$$

$$Q_{\rm RMSE} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i} R_i^2} \tag{7.3}$$

mit i = 1, 2, ..., L und dem Fehler $R_i = \|\mathcal{F}_i(d) - \mathcal{F}_i^*(d^*)\|$ definiert, wobei Qim Intervall $[0; \infty)$ liegt und geringere Q genauere Ergebnisse kennzeichnen. Weiterhin gilt $Q_{\text{MAE}} \leq Q_{\text{RMSE}}$, während Q_{RMSE} aufgrund der verwendeten Fehlerquadrate insbesondere dann bevorzugt wird, wenn verhältnismäßig große Einzelfehler als negativ bewertet werden sollen. Für eine detailliertere Bewertung der in diesem Abschnitt formulierten Aussagen kann die genaue Verteilung der Einzelfehler herangezogen werden. Dies wird durch die grafisch-visuelle Auswertung der empirischen CDF

$$Q_{\rm CDF}(R) = \frac{1}{L} \sum_{i} \begin{cases} 1 & \text{wenn } R_i \le R \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(7.4)

realisiert, welche nach [VdV98] über alle möglichen Fehler R den Anteil der Einzelfehler ermittelt, die kleiner oder gleich R sind. Zudem werden die üblichen Quantile von 90% und 95% der Einzelfehler quantifiziert und tabellarisch dargestellt. Des Weiteren kommt dem Vergleich der Verfahrensgenauigkeit mit dem Stand der Technik (s. Abschnitt 1.1) eine untergeordnete Rolle zu, da das entwickelte Verfahren anstatt auf Genauigkeitssteigerung auf Automatisierung und damit der Erschließung zukünftiger Anwendungsbereiche abzielt. D.h., auch wenn das Verfahren ungenauer sein sollte, können die Verfahrensergebnisse für viele (neu erschlossene) Anwendungen vollkommen ausreichen. Weil nichtautomatisierte Systeme üblicherweise Genauigkeitswerte im Dezimeter- oder Zentimeterbereich liefern, erfolgt der Vergleich innerhalb der Konvergenzüberprüfung zur Vereinfachung mit der geringfügig anspruchsvolleren exakten Lösung.

Betrachtungen zur Rechen- und Speicherkomplexität sowie zum konkreten Implementierungsaufwand werden nicht innerhalb der Verfahrensevaluation durchgeführt, da diese Aspekte in den Kapiteln 4 bis 6 bereits teilweise diskutiert und ohnehin bei der Verfahrensauswahl und -umsetzung im Sinne begrenzter Ressourcen berücksichtigt wurden.

7.2 Datenbasis

Die Datenbasis, welche die Funktionalität des entwickelten Verfahrens ermöglicht, setzt sich aus Sensordaten und digitalem Kartenmaterial zusammen. Im Rahmen der Verfahrensevaluation stellt sich die grundsätzliche Frage, ob hierbei reale oder synthetische, d.h. künstlich erzeugte, Sensordaten verwendet werden oder beide. Den Ausgangspunkt für die Daten bilden in beiden Fällen die an bestimmten Positionen befindlichen Anker und mobilen Objekte, an welche folgende Bedingungen zur Gewährleistung der Verfahrensfunktionalität gestellt werden:

- Die Anker müssen das gesamte Anwendungsareal unter Berücksichtigung der maximal möglichen Funk- bzw. Messreichweite räumlich so abdecken, dass an jedem Ort mindestens zwei Anker verfügbar sind.
- Die mobilen Objekte müssen ein Bewegungsverhalten aufweisen, das sich aus geometrischer Sicht zur Verfahrensumsetzung eignet. Dies umfasst folgende Anforderungen:
 - Eine Bewegung muss existieren.
 - Die Bewegungsdauer muss f
 ür die Konvergenz der SLAM-Verfahren (h
 öchstens zwei Hypothesen pro Anker) ausreichend sein.

 - Die resultierenden Trajektorienverläufe dürfen sich im Falle kollinearer Trajektorien nicht ausschließlich auf derselben Geraden befinden (s. Abschnitt 5.2.1).
 - Die Gesamtheit aller Trajektorien muss eine hinreichende geometrische Diversität aufweisen (s. Abschnitt 6.2).

Dabei besteht hinsichtlich der Verwendung synthetischer Daten die Notwendigkeit, Anker und mobile Objekte als zentrale Systemelemente unter diesen Randbedingungen zu simulieren.

Der Vorteil realer Systemelemente ist deren Anwendungsnähe, da physischer Verkehr zwangsläufig zu realistischen Trajektorien in Hinblick auf den Bewegungsverlauf der mobilen Objekte führt. Simulierte Systemelemente bieten hingegen vielfältige Vorteile. Einerseits sind Anzahl, Position und Eigenschaften der betreffenden Anker sowie Objekttrajektorien variabel und damit während der Evaluation flexibel adaptierbar. Andererseits liegen für die simulierten Systemelemente sämtliche Positionsreferenzen vor, deren Herstellung insbesondere für hohe Bewegungsdynamiken und aufgrund meist eigener Zeit- und Koordinatenangaben ansonsten relativ aufwändig wäre. Zudem ist die Simulation der Systemelemente durch den vergleichsweise geringen praktischen Aufwand skalierbar, wodurch die für eine statistisch belastbare Evaluation hinreichende Informationsmenge gebildet werden kann. Diesbezüglich erweist sich die Simulation mit Hilfe von digitalem Kartenmaterial (s. Abschnitt 7.2.2), welches die fehlende Anwendungsnähe weitgehend kompensiert, als überaus wirkungsvoll. Dabei werden die Positionen für Anker und mobile Objekte anhand entsprechender Karteninformationen und spezifischem Vorwissen (z.B. aus Ortsbegehungen und BMS-Daten wie Fahrzeugbewegungen oder Betriebsprozesse) simuliert und innerhalb der in Abschnitt 7.3 definierten Testszenarien verwendet.

7.2.1 Sensordaten

Als Sensordaten werden, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, paarweise Distanzen zwischen dem Sensorknoten jedes mobilen Objekts und den vorhandenen Ankerknoten bezeichnet. Die Distanzen verfügen über Zeitstempel sowie bekannte Korrespondenzen, d.h. Knoten-spezifische ID-Nummern, und stellen die Eingangsdaten für die in Kapitel 4 vorgestellten SLAM-Verfahren dar. Da mit den in Abschnitt 7.2 einleitend genannten Vorteilen für eine Simulation von Ankern und mobilen Objekten argumentiert werden kann, muss auch aus Datensicht analysiert werden, in welchem Maße sich reale und synthetische Sensordaten zur Evaluation eignen. Der Vorteil realer Daten ist die umgebungs- und sensorabhängige Datenakquise unter Realbedingungen, welche den Funkübertragungskanal ebenso wie hardwareseitige Einflussfaktoren (s. Abschnitt 2.1.4.3) einschließen und zu typischen Distanzmessfehlern führen, wie sie auch im Betrieb beobachtet werden. Zudem erbringt die Generierung valider Messdaten implizit den Nachweis für die Migrationsfähigkeit der Sensorik in das entsprechende Verkehrsumfeld. Der Vorteil synthetischer Daten dagegen ist, dass das entwickelte Verfahren mit den zusätzlich verfügbaren exakten Daten auf Konsistenz (s. Abschnitt 7.1) überprüft werden kann. Darüber hinaus lassen sich synthetische Daten zur Überprüfung der Verfahrensstabilität problemlos verrauschen, indem alle in Abschnitt 2.1.4.2 aufgeführten Fehlerkomponenten flexibel integriert werden können.

Um die komplementären Eigenschaften realer und synthetischer Sensordaten für die Verfahrensevaluation zu nutzen, wird ein hybrides Simulationsverfahren als heuristische Lösung entwickelt, das die Generierung simulierter semi-realer Distanzdaten zum Ziel hat. Da umgebungsbedingte Fehlerkomponenten innerhalb der Simulation möglichst realitätsnah modelliert werden sollen, sind zur Bestimmung geeigneter Modellparameter folgende Fragen zu beantworten:

- Wie häufig kommt es zu Messstörungen, welche die Generierung valider Distanzmesswerte verhindern?
- Wie häufig ist unter NLOS-Bedingungen der direkte Pfad zwischen mobilem Knoten und Anker blockiert, sodass ein Mehrwegepfad als Distanzwert gemessen wird?

- Welche Fehlerverteilung haben mögliche Mehrwegemessungen?
- Sind Messstörungen, Mehrwegehäufigkeit und -fehler distanzabhängig?

Daher werden im Folgenden zunächst reale Distanzmessungen ausgewertet und darauf aufbauend die gewünschten semi-realen Sensordaten generiert.

7.2.1.1 Auswertung realer Sensordaten

Zur Realisierung des Simulationsverfahrens wurde eine statistisch repräsentative Anzahl von ca. 100 000 Distanzmesswerten mit dem IEEE 802.15.4akonformen UWB-Transceiver DecaWave DW1000 IC und einer Messrate von ca. $\Delta t^{-1} = 10$ Hz aufgenommen. Dieser reduziert hardwareseitige Einflussfaktoren auf die Messgenauigkeit und vereinfacht dadurch sowohl Beobachtung als auch Analyse signifikanter Effekte im zugrundeliegenden Funkübertragungskanal (s. Abschnitt 2.1.4.3). Die Messdaten stammen aus der in Abbildung 7.1 dargestellten Abstellhalle auf dem Betriebshof Gruna in Dresden. Diese fungiert als ein typisches Verkehrsumfeld mit Hindernisobjekten wie Stützpfeiler aus Stahlbeton und Busse mit einer Karosserie aus Stahlblech sowie einer (teilweise metallbedampften) Fahrzeugverglasung, wie Abbildung 7.1(b) zeigt.



Abbildung 7.1: Verkehrsumfeld für reale Sensordaten. (a) und (b) zeigen eine Abstellhalle des DVB-Standorts Betriebshof Gruna, die eine typische Mehrwegeumgebung mit Hindernisobjekten darstellt.

Die Referenzdistanzen wurden durch die Euklidischen Abstände zwischen den Positionen des mobilen Knotens und der Anker bestimmt. Sie sind zur sinnvollen Durchführung der Datenauswertung relativ gleichmäßig verteilt, für die vorliegenden Daten zwischen 0m und der maximalen Funk- bzw. Messreichweite von ca. 100m. Dies wurde durch eine verfolgbare Knotenbewegung anstelle eines statischen Messsetups realisiert. Damit werden möglichst viele unterschiedliche Erscheinungen im Übertragungskanal erzeugt, welche in den Daten im Sinne statistischer Repräsentativität enthalten sein sollen. Abbildung 7.2 zeigt die aufgenommenen Daten sowie die Ergebnisse der Messung.



Abbildung 7.2: Auswertung realer Sensordaten und Modellentwicklung. (a) zeigt die beobachteten Messfehler und deren relative Häufigkeit über die wahre Distanz (effektiver Informationsgehalt bis 70 m), was in (b) separiert nach den Fehlerkomponenten erfolgt. In (c) und vergrößert in (d) sind die über alle Distanzen zusammengefassten Fehler, die modellierten Wahrscheinlichkeitsdichten sowie das Gesamtmodell dargestellt.

Die Sensordaten umfassen Messstörungen sowie valide Messungen mit Gauß'schen Fehlern, Mehrwegefehlern und Ausreißern (s. Abschnitt 2.1.4.2), welche in Abbildung 7.2(a) als Messfehler über die wahre Distanz gemeinsam dargestellt sind. Die farblich unterschiedliche Intensität kennzeichnet dabei die Häufigkeit der Fehler. Die gemessenen Gauß'schen Fehler (im Bereich der gelben horizontalen Geraden) sind quasi mittelwertfrei und hinsichtlich ihrer Größenordnung charakteristisch für UWB-Messungen, auch wenn sie höher sind als im Datenblatt von DecaWave angegeben. Der Grund dafür sind Referenzdistanzfehler, die aus der Knotenbewegung resultieren, jedoch in Hinblick auf die zu beantwortenden Fragen aus Abschnitt 7.2.1 im Fortgang der Auswertung marginalisiert werden können.

Die in Abbildung 7.1(a) dargestellten Ausreißer (im Bereich unterhalb und weit oberhalb der gelben Geraden) sind zu kurze oder viel zu lange Distanzmessungen, welche erfahrungsgemäß auf vom UWB-Transceiver detektierte Rauschsignale zurückzuführen sind und aufgrund ihrer Seltenheit innerhalb der nachfolgenden Modellierung nicht berücksichtigt werden. Die gemessenen Mehrwegefehler (im Bereich oberhalb der gelben Geraden) sind allesamt positiv. Sie sind gemäß [AAP09] abhängig von der Struktur der einwirkenden Hindernisobjekte, der Gebäudegeometrie und den jeweiligen Knotenpositionen, jedoch weniger von der verwendeten Bandbreite bzw. des daraus resultierenden Messrauschens. Die Fehler reichen bis ca. 20m, wobei für kürzere Distanzen weniger große Werte beobachtet wurden. Abbildung 7.2(b) ist zu entnehmen, dass der Mehrwegefehleranteil bezogen auf alle Messdaten über die Distanz relativ konstant bleibt, jedoch bezogen auf alle validen Daten (schwarze, blaue und grüne Linie) steigt. Der Anteil an Messstörungen (gelbe Linie) bezogen auf alle Daten steigt ebenso, was im Wesentlichen der Korrelation von Distanz und Wahrscheinlichkeit für die Blockierung aller potentiellen Pfade durch Hindernisobjekte (unter Berücksichtigung der maximal möglichen Messreichweite) geschuldet ist. Im Übrigen wurde darauf verzichtet, die stochastische Unabhängigkeit zeitlich aufeinanderfolgender Messungen zu prüfen, da die wenigen lokal beobachteten Abhängigkeiten es nicht rechtfertigen, die Modellierung durch Einbeziehung solcher Effekte unverhältnismäßig zu erschweren.

Für die empirische Modellierung von Distanzmessfehlern erfolgt gemäß [QKS06], [GART12] und [WGMR13] die Unterscheidung der Fälle

- Messung des direkten Pfades,
- Messung des abgeschatteten direkten Pfades im NLOS-Kanal und
- Messung eines Mehrwegepfades aufgrund der Blockierung des direkten Pfades im NLOS-Kanal.

Dabei werden die beiden ersten Fälle durch eine Normalverteilung modelliert, welche nicht notwendigerweise mittelwertfrei sein muss. Dies trifft insbesondere infolge von Signallaufzeitverzögerungen zu, die sich aus möglichen Abschattungen (s. Abschnitt 2.1.4.3) im zweiten Fall ergeben. Wie Abbildung 7.2(c) und (d) zeigt, kann die resultierende Gauß'sche Wahrscheinlichkeitsdichte (gelbe Linie) für die vorliegenden Messdaten, deren Fehler als adäquate Vereinfachung über alle Distanzen zusammengefasst sind, mit der Messvarianz $\sigma_{hw}^2 = (0.33 \text{ m})^2$ generiert werden. Diese wird aus Gleichung 2.2 und, um eine Verzerrung durch Mehrwegefehler zu vermeiden, aus dem negativen Teil der Gauß'schen Dichte bestimmt. Dadurch lässt sich die in (b) dargestellte relative Häufigkeit des dritten Falls, d.h. der Messung eines Mehrwegepfades, approximieren, indem der Anteil normalverteilter Messdaten von allen validen Daten mit Fehlern im Intervall $[-3\sigma_{\rm hw}; 20\,{\rm m}]$ subtrahiert und somit getrennt wird. Die anschließende Modellierung des Mehrwegefehlers R erfolgt durch die rechtsschiefe logarithmische Normalverteilung

$$\mathcal{LN}(R; \overline{R}_{\rm mp}, \sigma_{\rm mp}^2) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\rm mp}R} \exp\left(-\frac{\left(\log R - \overline{R}_{\rm mp}\right)^2}{2\sigma_{\rm mp}^2}\right) & \text{wenn } R > 0\\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$
(7.5)

deren Schiefe von der Diversität des NLOS-Kanals abhängt. Die Verteilungsparameter $\overline{R}_{\rm mp}$ und $\sigma_{\rm mp}$ werden auf Basis der ML-Schätzung in Gleichung 2.1 und 2.2 sowie der Substitution der gemessenen Fehler R_i durch log R_i ermittelt. Dabei ergibt sich für die vorliegenden Messdaten die in (c) und (d) dargestellte Wahrscheinlichkeitsdichte (blaue Linie) mit $\overline{R}_{\rm mp} = 0.8$ m und $\sigma_{\rm mp} = 1.07$ m, wobei [AAP09] vergleichbare Werte angeben. Schließlich resultiert aus der Summe der Gauß'schen und logarithmischen Normalverteilung das Gesamtmodell (schwarze Linie) als Mischverteilung. Zudem besteht die Möglichkeit, die Parameterqualität mittels Chi-Quadrat-, Anderson-Darlingoder Cramér-von Mises-Verteilungstest zu überprüfen sowie die Modellierung alternativ durch Histogramm- oder Kerndichteschätzer durchzuführen.

7.2.1.2 Generierung von Sensordaten

Nach [QKS06] erfolgt die Simulation einer Distanzmessung

$$r = \begin{cases} d + \varepsilon & \text{wenn } p > \frac{d}{d_{\text{max}}} \\ \emptyset & \text{sonst} \end{cases}$$
(7.6)

auf Basis der Referenzdistanz $d = ||X_a - X_m||_2$, welche den Euklidischen Abstand zwischen der simulierten Position des Ankers X_a und des mobilen Objekts X_m beschreibt. Weiterhin werden die in Abbildung 7.2(b) dargestellten sporadischen Messstörungen mit der Wahrscheinlichkeit $p \sim \mathcal{U}(0,1)$ linear abhängig von d und der maximal möglichen Messreichweite $d_{\max} = 100 \text{ m}$ als Bernoulli-Experiment empirisch modelliert. Dabei ist d_{\max} an die beobachteten realen Messdaten in Abschnitt 7.2.1.1 angelehnt.

Für die Generierung der Fehlervariablen $\boldsymbol{\varepsilon}$ existieren im Allgemeinen zwei Möglichkeiten. Im einfachsten Fall lässt sich r nach [Efr92] durch Bootstrapping, d.h. Sampling (s. Abschnitt 3.2.3.1) von $\boldsymbol{\varepsilon} \sim P\left(R^{[1:L]}\right)$ aus den L realen Messfehlern $R^{[1:L]}$, simulieren. Deren Auftreten wird als gleichwahrscheinlich oder ggf. distanzabhängig mittels Subsets von $R^{[1:L]}$ definiert. Obwohl sich Anzahl und Verteilung der gegebenen Messdaten als dafür geeignet erweisen, wird dieser Ansatz nicht weiter verfolgt, da die Simulation sonst ausschließlich auf die gemessenen sensorbedingten Fehler beschränkt wäre. Die innerhalb des Simulationsverfahrens favorisierte Fehlervariable

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm mp} & \text{wenn } p_{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0.8 - 0.3 \frac{d}{d_{\rm max}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm mp} < d\\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm out} & \text{wenn } p_{\boldsymbol{\varepsilon}} < p_{\rm out}\\ \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm hw} & \text{sonst} \end{cases}$$
(7.7)

enthält einerseits sensorbedingte Fehler in Form der weißen Gauß'schen Variablen $\varepsilon_{\rm hw} \sim \mathcal{WN}(0,\sigma^2)$ und der Variablen $\varepsilon_{\rm out} \sim \mathcal{U}(-d, d_{\rm max} - d)$ für gleichverteilte Ausreißer. Hierbei werden die Messvarianz σ^2 sowie die Ausreißerwahrscheinlichkeit p_{out} (s. Abschnitt 7.3) variabel modelliert mit dem Anspruch, die Evaluation möglichst allgemeingültig, d.h. unabhängig von einer konkreten Sensortechnologie und ihrem charakteristischen Messrauschen, durchzuführen. Andererseits besteht Gleichung 7.7 aus der umgebungsbedingten Fehlervariablen ε_{mp} . Diese simuliert anstelle des direkten Pfades einen Mehrwegepfad und repräsentiert damit die weitaus stärker limitierende Variable. Dabei werden entsprechend der in Abbildung 7.2(a) visualisierten realen Sensordaten längere Mehrwegepfade insbesondere für kürzere d empirisch unterbunden. Somit resultiert für $d \rightarrow 0$ kein und für $d \rightarrow d_{\text{max}}$ in ca. 50% aller Fälle ein Mehrwegepfad, wobei [AAP09] diesbezüglich ähnliche Werte angeben. Das Auftreten der linear von d und d_{max} abhängigen Mehrwegepfade sowie der Ausreißer wird mit der Wahrscheinlichkeit $p_{\varepsilon} \sim \mathcal{U}(0,1)$ wiederum als Bernoulli-Experiment modelliert. Zudem ließen sich partielle anker- bzw. richtungsabhängige Verzerrungen der Mehrwegewahrscheinlichkeit einbeziehen, welche lokale stochastische Abhängigkeiten zeitlich aufeinanderfolgender Messungen simulieren und somit das Fehlerpotential geringfügig erhöhen würden.

Die Fehlervariable $\varepsilon_{\rm mp} \sim \mathcal{LN}(\overline{R}_{\rm mp}, \sigma_{\rm mp}^2)$, welche der logarithmischen Normalverteilung (s. Gleichung 7.5) mit den Modellparametern $\overline{R}_{\rm mp}$ und $\sigma_{\rm mp}$ aus Abschnitt 7.2.1.1 entspricht, wird durch

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{mp}} = \exp\left(\overline{R}_{\mathrm{mp}} + \sigma_{\mathrm{mp}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{mp}_{\mathcal{WN}}}\right) \tag{7.8}$$

mit $\varepsilon_{mp_{WN}} \sim WN(0,1)$ bestimmt, was auf Basis der für das vorliegende Verkehrsumfeld vorgenommenen Modellentwicklung vergleichsweise realitätsnah erfolgt. Das Sampling von $\varepsilon_{mp_{WN}}$ lässt sich gemäß [Dev86] und [Knu98] auf der Grundlage von $\mathcal{U}(0,1)$ durch die Box-Muller-Methode, die Marsaglia-Polar-Methode, die Zwölferregel oder den Ziggurat-Algorithmus umsetzen. Alternativ eignen sich die für beliebig verteilte Stichproben anwendbare Inversionsmethode (mit dem durch Reihenentwicklung realisierten Simulationslemma) sowie die Verwerfungsmethode, welche auch als Acceptance-Rejection-Verfahren bezeichnet wird. Des Weiteren ist denkbar, als resultierende valide Distanzwerte r in Gleichung 7.6 aus Plausibilitätsgründen ausschließlich positive Werte zu berücksichtigen. Abbildung 7.3 zeigt ein beispielhaftes Simulationsergebnis in Form von Fehlern semi-realer Distanzen, deren Anzahl infolge simulierter Messstörungen über die Distanz abnimmt. Dabei ist die in Abbildung 7.3(b) dargestellte relative Häufigkeit der erzeugten Fehlerkomponenten mit der in Abbildung 7.2(b) vergleichbar.



Abbildung 7.3: Generierung von Sensordaten. (a) zeigt für ein beispielhaftes Simulationsergebnis die resultierenden Distanzmessfehler, deren relative Häufigkeit in (b) separiert nach den Fehlerkomponenten dargestellt ist.

Darüber hinaus wird bei der Generierung von Sensordaten eine bestimmte Messrate simuliert. Dabei ist zu beachten, dass Messrate und Geschwindigkeit der Objektbewegung bei gleichbleibender Beobachtungsqualität invers korrelieren. Um die Funktionalität des entwickelten Verfahrens zu gewährleisten, sollte die Messrate deshalb in ihrer Größenordnung mindestens einen Distanzmesswert pro zurückgelegten Meter betragen.

7.2.2 Digitales Kartenmaterial

Unter digitalem Kartenmaterial werden, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, Vektor- oder Rasterkarten verstanden. Im Rahmen der Verfahrensevaluation kommt diesbezüglich eine Karte des DVB-Standorts Betriebshof Gruna zum Einsatz. Dieser enthält im Wesentlichen zwei größere Abstellhallen mit Stellplätzen für Busse. Weiterhin existieren die für den Betrieb erforderlichen Verkehrsinfrastrukturelemente sowie eine veränderliche Hofbelegung. Abbildung 7.4 zeigt den Betriebshof als Luftbild mit integriertem Gebäudeplan, wobei dieser eine für solche Anlagen typische geometrische Diversität ohne großflächige Achsen- oder Punktsymmetrien und mit einer überschaubaren Anzahl sich wiederholender Strukturen aufweist.



Abbildung 7.4: Karte des DVB-Standorts Betriebshof Gruna als Luftbild mit integriertem Gebäudeplan (schwarz-weißer Bereich).

Grundlage der Karte in Abbildung 7.4 ist das Luftbild vom Betriebshof, welches als Orthophoto² durch den öffentlichen WMS-Dienst des Staatsbetriebs Geobasisinformation und Vermessung Sachsen (GeoSN) online angeboten wird. Das Luftbild ist georeferenziert und hat die polaren Koordinaten 51°1′31.872″N und 13°46′40.44″E in der linken unteren Bildecke sowie 51°1′33.672″N und 13°46′56.856″E in der rechten oberen Bildecke, wobei die Bildbreite ca. 256 m entspricht. Zur detaillierteren Darstellung der zwei Abstellhallen wird der binäre Gebäudeplan, welcher als CAD-Zeichnung durch die DVB bereitgestellt wurde und die Grundrisse der Abstellanlage enthält, in das Luftbild integriert. Dies erfolgt durch Georeferenzierung, d.h. der Herstellung eines absoluten Raumbezugs des Gebäudeplans, indem charakteristische Grundrisspunkte, die sich auch im Luftbild wiederfinden lassen, auf Basis von Gleichung 2.23 transformiert werden. Zur geeigneten Visualisierung ist die Karte zudem um ca. 28° im mathematisch positiven Drehsinn rotiert, sodass Norden in Richtung der linken oberen Bildecke tendiert.

Neben der Verwendung zur Simulation von Ankern und mobilen Objekten in Abschnitt 7.3 stellt die vorliegende Karte die zentrale Datenbasis für

²Orthophotos sind maßstabsgetreue und verzerrungsfreie Abbildungen der Erdoberfläche, welche durch photogrammetrische Verfahren aus zentralperspektivischen Befliegungsoder Satellitenbildern generiert werden.

das in Kapitel 6 vorgestellte Daten-Matching-Verfahren dar. Dabei kann die Karte direkt als Rastergrafik oder als vektorbasierter planarer Kartengraph einbezogen werden. Letzterer lässt sich gemäß Abschnitt 6.1 aus den (unvollständigen) Positionsreferenzen der mobilen Objekte simulieren oder wird mittels manuell erstellten Referenztrajektorien³ generiert.

7.3 Definition von Testszenarien

Die Evaluation des entwickelten Verfahrens wird anhand von Testszenarien durchgeführt. Diese stellen konkrete Konfigurationen für die Simulation der Datenbasis dar und werden zur Generierung statistisch repräsentativer Aussagen in einer hinreichend großen Anzahl definiert. Dabei berücksichtigt die Definition der Szenarien alle Kriterien, welche die Verfahrensgenauigkeit (s. Abschnitt 7.1) beeinflussen und nicht als unveränderlich betrachtet werden wie z.B. umgebungsbedingte Messfehler oder Teile der Fahrdynamik. Die relevanten Kriterien beziehen sich sowohl auf das Sensornetz als auch auf die mobilen Objekte im Verkehrsumfeld und werden nachfolgend aufgelistet sowie für die in Abschnitt 7.4 vorgenommene Bewertung konkretisiert:

- Die Anzahl der Anker wird zur räumlichen Abdeckung (s. Abschnitt 7.2) des gesamten in Abbildung 7.4 dargestellten Anwendungsareals mit 35 festgelegt.
- Die geometrische Verteilung der Anker ist zur räumlichen Abdeckung relativ gleichmäßig, jedoch teilweise lokal konzentriert, da sich die Ankerstandorte an den Gebäudewänden orientieren.
- Die Anzahl der mobilen Objekte wird mit 4 festgelegt.
- Der verkehrsspezifische Bewegungsverlauf jedes Objekts wird durch Geschwindigkeit, Bewegungsrichtung und -dauer beschrieben, wobei Kurven durch mehrere Segmente approximiert werden. Für temporäre Ruhezustände sowie langsamere und schnellere Phasen wird das Geschwindigkeitsset $v = \{0 \text{ m s}^{-1}; 5 \text{ m s}^{-1}; 10 \text{ m s}^{-1}\}$ definiert und in jedem Szenario appliziert. Dabei beträgt die Zeit des Ruhezustands jeweils 10 s. Beschleunigungsphasen werden der Einfachheit halber vernachlässigt. Der Bewegungsverlauf enthält Kurven sowie kollineare Abschnitte mit einer auf die Messreichweite bezogenen Ausdehnung, während die Bewegungsdauer keines der Objekte eine Minute überschreitet.
- Die Lage der simulierten Objekttrajektorien bezüglich des Ankerbereichs ist verschiedenartig, sodass Trajektorienabschnitte innerhalb und außerhalb des Bereichs existieren.

³Solche Trajektorien können bspw. auf Basis einer Rastergrafik durch Anwählen bestimmter Pixelkoordinaten unter Berücksichtigung der Kartenskalierung und der erforderlichen geometrischen Diversität realisiert werden.

- Die Qualität der Sensordaten ergibt sich aus Gauß'schem Rauschen und Ausreißern als sensorbedingte Fehlerkomponenten (s. Abschnitt 7.2.1.2). Dazu werden für verschiedene Szenarien die Parameter Messvarianz $\sigma^2 = \{(0,01 \text{ m})^2; (0,1 \text{ m})^2; (1 \text{ m})^2\}$ und Ausreißerwahrscheinlichkeit $p_{\text{out}} = \{0; 0,02; 0,1\}$ festgelegt, wobei der jeweils mittlere Wert an die Auswertung realer Sensordaten in Abschnitt 7.2.1.1 angelehnt ist.
- Die Messrate $\Delta t^{-1} = \{20 \text{ Hz}; 10 \text{ Hz}; 5 \text{ Hz}\}$ wird ebenso für verschiedene Szenarien festgelegt. Bspw. bedeutet der Wert 10 Hz, dass bei $v = 10 \text{ m s}^{-1}$ für jeden zurückgelegten Meter ein Distanzmesswert pro Anker generiert wird.
- Die Qualität der vektorbasierten Karte hängt überwiegend von der Knoten- und Kantenanzahl, -geometrie und -lage des für das Daten-Matching definierten planaren Graphen ab. Konkret bildet Objekttrajektorie 1 (bis zur zweiten Kurve) und 2 (ab der zweiten Kurve) zusammengefasst und vereinfacht den in Abbildung 7.11(a) dargestellten Kartengraphen \mathcal{G}_{map} , welcher keine Symmetrien enthält und sich daher für ein eindeutiges Matching eignet.
- Die Qualität der rasterbasierten Karte hängt überwiegend von der strukturellen Diversität, der Auflösung und dem Kontrast ab. Konkret wird die Rastergrafik \mathcal{I} aus Abbildung 7.4 verwendet.

Die anhand dieser Kriterien simulierten Anker und Objekttrajektorien sind in Abbildung 7.5 fortlaufend durchnummeriert dargestellt und schließen typische Betriebssituationen ein. Dabei herrscht aus geometrischer Sicht größtmögliche Variabilität im Rahmen der in Abschnitt 7.2 beschriebenen Bedingungen unter Berücksichtigung der maximalen Messreichweite. Die Anker und Trajektorien bilden gleichzeitig die Positionsreferenzen zur Bestimmung der Qualitätsmaße in den Gleichungen 7.2 bis 7.4. Der Bewegungsverlauf der 4 farblich unterscheidbaren Objekte stützt sich auf das definierte Geschwindigkeitsset, dessen Werte für die jeweiligen Trajektorienabschnitte durch unterschiedlich breite Flächen bzw. orthogonale Linien im Falle temporärer Ruhezustände gekennzeichnet sind. Dabei verhält sich die Objektgeschwindigkeit proportional zur Flächenbreite. Abbildung B.1 enthält darüber hinaus die Geschwindigkeitsprofile der Trajektorien.

Durch die dargestellten Anker und Trajektorien erfolgt die Berechnung der Referenzdistanzen als exakte Datenbasis sowie die darauf basierende Simulation von Distanzmessungen mit den konkreten Werten der Qualitätsparameter und Messrate. Die Testszenarien umfassen 7 ausgewählte Elemente aus dem Mengenprodukt { σ^2 ; p_{out} ; Δt^{-1} } dieser Werte. Die Elemente⁴ ent-

 $[\]label{eq:alpha} \hline \begin{array}{c} {}^{4}\text{Das} & \text{sind} & \text{die} & \text{Elemente} & \left\{(0,1\ \text{m})^{2}; 0,02; 10\ \text{Hz}\right\}, & \left\{(0,01\ \text{m})^{2}; 0,02; 10\ \text{Hz}\right\}, \\ \left\{(1\ \text{m})^{2}; 0,02; 10\ \text{Hz}\right\}, & \left\{(0,1\ \text{m})^{2}; 0,12\ \text{Hz}\right\}, & \left\{(0,1\ \text{m})^{2}; 0,02; 20\ \text{Hz}\right\}, \\ \text{und} & \left\{(0,1\ \text{m})^{2}; 0,02; 5\ \text{Hz}\right\}. \end{array} \right.$

VERFAHRENSEVALUATION



Abbildung 7.5: Simulierte Anker und Objekttrajektorien als Grundlage und Referenz der Testszenarien. Die Trajektorien enthalten je einen Startpunkt (Kreis) und Geschwindigkeitsinformationen (transparente Flächen).

halten immer höchstens einen Wert, der von $\{(0,1 \text{ m})^2; 0,02; 10 \text{ Hz}\}$, den an die Auswertung realer Sensordaten angelehnten Werten, abweicht. Die Simulation wird zur Gewährleistung der Repräsentativität jeweils 100 Mal durchgeführt und in 7 Szenariengruppen zusammengefasst. Schließlich werden die Gruppen mit den zwei Karten \mathcal{G}_{map} und \mathcal{I} , welche zur Vereinfachung korrekt skaliert sind, multiplikativ verknüpft, sodass sich insgesamt 1400 Testszenarien ergeben.

7.4 Bewertung

Die Evaluationsdurchführung beinhaltet eine qualitative Bewertung der Ergebnisse des entwickelten Verfahrens auf der Grundlage der simulierten Datenbasis sowie der im Verkehrsumfeld definierten Testszenarien. Dies umfasst die Quantifizierung der Verfahrenskonvergenz durch Referenzinformationen mit Hilfe der in Abschnitt 7.1 genannten Genauigkeitsangaben, was die Überprüfung von Stabilität und Konsistenz unter Verwendung der exakten Datenbasis einschließt. In diesem Kontext erfolgt die Bewertung der SLAM-, Ankerkarten-Merging- und Daten-Matching-Verfahrensergebnisse, wobei die folgenden Ausführungen primär für die definierten Testszenarien gelten.

7.4.1 SLAM-Verfahren

Die Qualität der SLAM-Verfahren, deren Ankerkartierungs- und Lokalisierungsergebnisse die Grundlage für Ankerkarten-Merging- sowie Daten-Matching-Verfahren in Kapitel 5 und 6 darstellen und die Ergebnisqualität des Gesamtverfahrens bereits entscheidend beeinflussen, ergibt sich aus dem Zusammenwirken zweier Einflussfaktoren. Dazu gehören einerseits die vorliegenden Sensordaten (s. Abschnitt 7.2.1.2), die sich elementar auf die SLAM-Verfahrenskonvergenz auswirken, d.h., je verrauschter die Daten sind, desto ungewisser ist die Konvergenz. Andererseits beeinflusst die Verfahrensparametrisierung die resultierenden Ergebnisse, wobei die Abschnitte 4.4.1 bis 4.4.3 jeweils nur ein Set verfahrensbedingter Parameter enthalten, um die Betrachtungen nicht unverhältnismäßig zu verkomplizieren.

Weiterhin existieren anwendungsbedingte Parameter, welche verständlicherweise unabhängig von den innerhalb der Szenariengruppen in Abschnitt 7.3 verwendeten Werten festgelegt werden müssen und der Einfachheit halber während des gesamten SLAM-Verfahrensverlaufs konstant bleiben. Zu den Parametern, die alle Verfahren betreffen, zählt zum einen die empirisch definierte Standardabweichung $\sigma_{\rm m} = 2v_{\rm max}$ mit der maximal möglichen Objektgeschwindigkeit v_{max} . Diese lässt sich prinzipiell aus der Beschreibung der Objektbewegung in Abschnitt A.1 ableiten und kann im vorliegenden Anwendungsfall mit $v_{\rm max} \approx 10\,{\rm m\,s^{-1}}$ angegeben werden. Zum anderen zählt die typischerweise mittels Distanzdatenanalyse bestimmte Messvarianz $\sigma^2 = (1 \text{ m})^2$ dazu, mit der sich normalverteilte Messfehler⁵ modellieren lassen, von denen 68,27% kleiner als 1 m sind. Dabei sollte σ^2 nicht zu gering sein, damit die resultierende Wahrscheinlichkeitsdichte einer Distanzmessung nicht viel kleiner als der Abstand $d_{\rm acc}$ zweier benachbarter Ankerhypothesen ist und im ungünstigsten Fall keine dieser trifft, wobei gilt $\sigma \propto d_{\rm acc}$. Zudem werden die anwendungsbedingten Parameter Hypothesenabstand $d_{\rm acc} = 5 \,\mathrm{m}$ für den EKF-SLAM, maximal mögliche Messreichweite $d_{\text{max}} = 100 \,\text{m}$ (s. Abschnitt 7.2.1.1) und Rasterauflösung $d_{\rm acc} = 2 \,\mathrm{m}$ für den IML-SLAM sowie Partikelanzahl N = 1000 und Hypothesenabstand $d_{\rm acc} = 5 \,\mathrm{m}$ für den FastSLAM teils empirisch, teils anhand der zugrundeliegenden Sensordaten definiert.

Die Bewertung der SLAM-Ankerkartierungs- und -Lokalisierungsergebnisse wird anhand der Qualitätsmaße in den Gleichungen 7.2 bis 7.4 sowie der definierten Testszenarien realisiert, wobei die Einbeziehung von digitalem

 $^{^{5}}$ Die Messfehlermodellierung erfolgt im einfachsten Fall normalverteilt ohne Einbeziehung von konkretem Vorwissen, kann alternativ jedoch auch auf Basis des in Abbildung 7.2(c) dargestellten Gesamtmodells als Mischverteilung realisiert werden.

Kartenmaterial hierbei noch keine Rolle spielt. Hinsichtlich der Kartierungsergebnisse werden sowohl eindeutige Anker als auch die wahrscheinlicheren Hypothesen mehrdeutiger Anker bewertet, die sich durch Abschnitt 5.1 mit $d_{\max} = 100$ m bestimmen lassen und deren Auswahl durch das kooperative Auflösen von Mehrdeutigkeiten aus Abschnitt 5.2.1 als Teil des Ankerkarten-Merging-Verfahrens erfolgt. Zwar wird dieses erst in Abschnitt 7.4.2 evaluiert, jedoch generieren bereits die SLAM-Verfahren die relevanten Ankerpositionen, welche während der Ankerauswahl komplett unverändert bleiben. Zur Berechnung der Einzelfehler R_i der Qualitätsmaße ist es darüber hinaus erforderlich, die SLAM-Ergebnisse auf Basis von Abschnitt 2.3.3 mittels der simulierten Anker- und Trajektorienreferenzen zu transformieren, sodass sich die Fehler aus dem Euklidischen Abstand zwischen den Positionsreferenzen und dem jeweiligen transformierten SLAM-Ergebnis ergeben.

7.4.1.1 Ergebnis eines Testszenarios

Die Bewertung der SLAM-Ergebnisse kann mit Hilfe eines beispielhaften Testszenarios, das aus der Gruppe $\{(0,1 \text{ m})^2; 0,02; 10 \text{ Hz}\}$ entnommen ist, in geeigneter Weise nachvollzogen werden. Wie in Abbildung 7.6(a) für Objekt 2 und IML-SLAM sowie in Abschnitt B.2 für weitere Objekte und Verfahren dargestellt, sind die Objekttrajektorien und die ausgewählten Ankerhypothesen (als größeres Kreuz gekennzeichnet) im Kontext üblicher Genauigkeitsanforderungen für den Bereich Indoor-Lokalisierung augenscheinlich plausibel. Der Vollständigkeit halber sind, falls vorhanden, auch die nicht ausgewählten Hypothesen (als kleineres Kreuz gekennzeichnet) abgebildet. Weiterhin ist festzustellen, dass Anker, welche weniger Trajektorienpunkte in ihrer Nähe haben, ungenauer kartiert werden. Grund dafür ist die mit größerer Distanz steigende Anzahl simulierter Messstörungen, woraus weniger Ankerbeobachtungen und häufig auch schlechtere PDOP-Werte resultieren.

Abbildung 7.6(b) zeigt zudem den Kartierungsfortschritt anhand der Einzelfehler aller Anker. Die Genauigkeitssteigerung mit zunehmender Verfahrensdauer erfolgt durch Reduzierung der Fehler und ergibt sich aus der Bereitstellung passender Ankerhypothesen sowie der kooperativen Auswahl der richtigen Hypothese. Die daraus folgende Abhängigkeit von anderen Objekten kann z.B. dadurch belegt werden, dass Objekt 2 in Sekunde 15 eine enorme Verbesserung erreicht, jedoch gemäß dem Geschwindigkeitsprofil in Abbildung B.1 temporär ruht und dabei selbst gar keinen Kartierungsfortschritt erzielen kann.

7.4.1.2 Qualitative Ergebnisbewertung

Die qualitative Bewertung der SLAM-Ergebnisse erfolgt anhand der Qualitätsmaße MAE, RMSE und der CDF, wobei letzteres u.a. die Quantile 90% und 95% umfasst. Die in Abbildung 7.7 und Tabelle B.2 enthaltenen Maße



Abbildung 7.6: Beispielhaftes IML-SLAM-Ergebnis für Objekt 2. (a) zeigt die resultierende Objekttrajektorie und die farblich unterscheidbaren Anker, während in (b) die Einzelfehler aller Anker über die Zeit dargestellt sind.

fassen die Einzelfehler R_i der Objekttrajektorien und Anker für alle 4 mobilen Objekte zusammen. Sie untergliedern sich nach den SLAM-Verfahren und den in Abschnitt 7.3 definierten 7 Szenariengruppen, welche jeweils ein unterschiedliches Set der Werte für Messvarianz, Ausreißerwahrscheinlichkeit und Messrate enthalten. Die Bewertung wird durch die Ergebnisse ergänzt, welche sich aus dem Applizieren der Referenzdistanzen (ohne Messstörungen, Ausreißer, Rausch- und Mehrwegeeffekte) ergeben.

Allgemein ist festzuhalten, dass die Anker- und Trajektoriengenauigkeit der drei Verfahren, denen dieselben Testszenarien zugrunde liegen, wie erwartet variiert, sich jedoch nicht um Größenordnungen unterscheidet. Dabei ist die Genauigkeit der Trajektorien tendenziell besser als die der Anker, wobei das IML-SLAM-Verfahren als Fazit die besten Ergebnisse liefert.

Die Verfahrensstabilität, welche aus der Genauigkeitsdifferenz zwischen Szenarien- und Referenzergebnissen resultiert, weist ebenso Unterschiede auf. Hierbei zeigt sich für das EKF-SLAM- und FastSLAM-Verfahren ein weniger stabiles Verhalten gegenüber fehlerhaften Daten, was am größeren Abstand zwischen der gelben und den übrigen Linien in Abbildung 7.7(a), (b), (e) und (f) nachvollzogen werden kann. Die Verfahrenskonsistenz, welche auf Basis der Referenzergebnisse bewertet wird, ist bei keinem der Verfahren optimal. Grund dafür ist, dass das vorliegende RO-SLAM-Problem sowie das Fehlen von Objektbewegungsinformationen eine hochgradig unterbestimmte Problemstellung konstruieren, welche Verfahrensdefizite im Sinne einer CRLB⁶ (Cramér-Rao Lower Bound) aufdeckt. Dabei ist das IML-SLAM-Verfahren aufgrund der innerhalb eines festgelegten Positionsrasters fixierten Objektund Ankerhypothesen am wenigsten konsistent, wie der Anstieg der gelben Linien in (c) und (d) zeigt.

Die Verfahrenskonvergenz lässt sich anhand der Ergebnisse für die Sensordaten der 7 Szenariengruppen diskutieren und vergleichen. Prinzipiell sind die Verfahren unterschiedlich stark von Umfang und Qualität der Daten abhängig. Diesbezüglich reagiert das IML-SLAM-Verfahren am wenigsten sensitiv, was die relativ nahe beieinanderliegenden Linien in (c) und (d) belegen. Der Vergleich der Szenariengruppe $\{(0,1 \text{ m})^2; 0,02; 10 \text{ Hz}\}$ (dunkelblaue Linien) mit den übrigen Gruppen, deren Werte nicht vollständig an die Auswertung realer Sensordaten angelehnt sind, entspricht weitgehend den Erwartungen. So ist verfahrensübergreifend festzustellen, dass die Messrate 5 Hz (orangene Linien), die Ausreißerwahrscheinlichkeit 0,1 (grüne Linien) und zum Teil auch die Messvarianz $(1 \text{ m})^2$ (hellblaue Linien) die Ergebnisse im Mittel verschlechtern, während die Messrate 20 Hz (hellgrüne Linien) zumindest die EKF-SLAM- und FastSLAM-Ergebnisse im Mittel verbessert. Dahingegen werden in den Szenariengruppen mit der Messvarianz $(0,01 \text{ m})^2$ (blaue Linien) sowie der Ausreißerwahrscheinlichkeit 0 (türkise Linien) kaum Verän-

⁶Die CRLB beschreibt innerhalb der statistischen Methodologie die untere Varianzgrenze eines Schätzverfahrens.



Abbildung 7.7: Bewertung der SLAM-Ergebnisse anhand der Anker- und Trajektorien-CDF von EKF-SLAM in (a) und (b), IML-SLAM in (c) und (d) sowie FastSLAM in (e) und (f).

derungen beobachtet, was mit einer in Bezug zu anderen Fehlerquellen eher marginalen Qualitätssteigerung der Daten innerhalb dieser Gruppen zu begründen ist. Darüber hinaus ist festzuhalten, dass die IML-SLAM-Ergebnisse häufiger den in Abschnitt B.2 beschriebenen Divergenzeffekt enthalten.

In Abschnitt B.3 wird zudem die statistische Repräsentativität der verwendeten Testszenarien anhand der Reproduzierbarkeit der SLAM-Ergebnisse untersucht. Dabei zeigen IML-SLAM- und FastSLAM-Verfahren abhängig von den definierten Szenariengruppen eine hohe Reproduzierbarkeit und würden auch für weniger als die bewerteten Testszenarien statistisch repräsentative Ergebnisse liefern.

7.4.2 Ankerkarten-Merging-Verfahren

Die Qualität des Ankerkarten-Merging-Verfahrens, dessen kooperativ erstellte gemeinsame Ankerkarte die Grundlage für das Daten-Matching-Verfahren in Kapitel 6 darstellt, ist maßgeblich von der Qualität der SLAM-Ergebnisse abhängig. Die Bewertung erfolgt analog zu Abschnitt 7.4.1 anhand der definierten Qualitätsmaße und Testszenarien, wobei die Einbeziehung von digitalem Kartenmaterial ebenso noch keine Rolle spielt. Zur Berechnung der Einzelfehler R_i ist auch hierbei die Transformation der Ankerkarte auf Basis von Abschnitt 2.3.3 mittels der simulierten Ankerreferenzen erforderlich.

7.4.2.1 Ergebnis eines Testszenarios

Die Bewertung der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse kann mit Hilfe des beispielhaften Testszenarios aus Abschnitt 7.4.1.1 nachvollzogen werden. Dazu sind in Abbildung 7.8 und B.3 die Ergebnisse dargestellt, welche sich durch die kooperative Auswertung der SLAM-Ergebnisse des Szenarios ergeben. Diese umfasst das Auflösen von Mehrdeutigkeiten sowie die (im vorliegenden Fall) PDOP-gewichtete Erstellung der gemeinsamen Ankerkarten (s. Abschnitt 5.2.2).

Die dargestellten Objekttrajektorien und Anker sind im Kontext üblicher Genauigkeitsanforderungen augenscheinlich plausibel. Anker, die sich weiter außerhalb befinden, können tendenziell jedoch weniger genau bestimmt werden, da sie ungenauer oder durch eine geringere Anzahl mobiler Objekte kartiert sind. Zudem ist anzumerken, dass die 4 Objekttrajektorien, die in das Koordinatensystem der Ankerkarte transformiert wurden, mit Hilfe dieser über einen relativen Koordinatenbezug zueinander verfügen und sich damit hinsichtlich ihrer Lage bezüglich der Anker von den SLAM-Trajektorien in Abbildung B.2 geringfügig unterscheiden (s. Abschnitt B.4).

7.4.2.2 Qualitative Ergebnisbewertung

Die qualitative Bewertung der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse in Abbildung 7.9 und Tabelle B.3 erfolgt analog zu Abschnitt 7.4.1.2 anhand der



Abbildung 7.8: Ankerkarten-Merging-Ergebnis, das sich auf Basis der beispielhaften IML-SLAM-Ergebnisse ergibt und Objekttrajektorien sowie kooperativ erstellte Anker enthält.

Qualitätsmaße für die Einzelfehler R_i der Objekttrajektorien und gemeinsamen Ankerkarte. Allgemein orientiert sich die resultierende Anker- und Trajektoriengenauigkeit erwartungsgemäß stark an der Genauigkeit der SLAM-Ergebnisse. Im Vergleich dazu verbessert sich die Ankergenauigkeit in Abbildung 7.9(a), (c) und (e) durch die Fusion der Ankerinformationen der jeweils 4 mobilen Objekte leicht, was implizit für die Eignung des Ankerkarten-Merging-Verfahrens hinsichtlich der Erfüllung von Verfahrensstabilität, -konsistenz und -konvergenz spricht. Die Grenzen potentieller Verbesserungen zeigen bspw. in (c) die Ergebnisse mit der Messrate 20 Hz (hellgrüne Linie), welche auch den in Abschnitt B.2 beschriebenen Divergenzeffekt nicht kompensieren können.

Weiterhin ist festzustellen, dass sich die Genauigkeit der Objekttrajektorien in (b), (d) und (f) leicht verringert. Grund dafür ist die Transformation der einzelnen Trajektorien mit Hilfe der Anker in das Koordinatensystem der gemeinsamen Ankerkarte, was zur additiven Überlagerung der Trajektorienund Ankerfehler führt. Somit kann die Gesamtheit der transformierten Trajektorien die Referenztrajektorien weniger gut abbilden, als dies für jede Trajektorie einzeln der Fall ist. Dies wird vor allem an den Positionsfehlern



Abbildung 7.9: Bewertung der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse anhand der Anker- und Trajektorien-CDF auf Basis der Ergebnisse des EKF-SLAM in (a) und (b), IML-SLAM in (c) und (d) sowie FastSLAM in (e) und (f).

bis $3 \,\mathrm{m}$ deutlich, wobei die Werte ab ca. 90% der Fehler wieder annähernd mit denen der SLAM-Ergebnisse übereinstimmen.

7.4.3 Daten-Matching-Verfahren

Die Qualität der Daten-Matching-Verfahren, aus deren resultierenden Transformationsparametern sich die final transformierten Anker als Gesamtergebnis des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens ergeben, ist maßgeblich von der Qualität der SLAM- und Ankerkarten-Merging-Ergebnisse abhängig. Zusätzliche Abhängigkeiten leiten sich aus der Verfahrensparametrisierung ab, wobei die Grenzwerte $\varepsilon_{\mathcal{G}} = 3 \,\mathrm{m}, \, \varepsilon_d = 8 \,\mathrm{m}$ und $\varepsilon_L = 10$ aus Abschnitt 6.1.1 und 6.1.2 sowie $\varepsilon_{\mathcal{G}'} = 10 \,\mathrm{m}$ und $\varepsilon_{\mathrm{X}} = 5 \,\mathrm{m}$ aus Abschnitt 6.2 empirisch und anwendungsbedingt definiert werden. Die Bewertung wird analog zu Abschnitt 7.4.1 und 7.4.2 anhand der definierten Qualitätsmaße und Testszenarien durchgeführt. Die Szenarien beziehen das in Abschnitt 7.3 definierte vektorund rasterbasierte Kartenmaterial ein, welches Skalierungsinformationen enthält und daher ein skalierungsfreies Daten-Matching erlaubt. Das Divergenzbeispiel in Abschnitt B.7 ergänzt zudem die Bewertung. Die Berechnung der Einzelfehler R_i erfolgt durch den Euklidischen Abstand zwischen Ankerreferenzen und transformierten Ankern. Letztere verfügen über einen absoluten Raumbezug, d.h., sie befinden sich nach dem Daten-Matching bereits im Referenzkoordinatensystem und müssen daher verglichen mit den relativen Ergebnissen nicht mittels der simulierten Anker- und Trajektorienreferenzen transformiert werden.

7.4.3.1 Ergebnis eines Testszenarios

Die Bewertung der Daten-Matching-Ergebnisse kann mit Hilfe des beispielhaften Testszenarios aus Abschnitt 7.4.1.1 und 7.4.2.1 nachvollzogen werden. Dazu sind in Abbildung 7.11 und B.4 die Ergebnisse dargestellt, welche sich durch das vektor- und rasterbasierte Daten-Matching der kooperativen SLAM-Ergebnisse des Szenarios ergeben. Ausgehend von der Generierung des in Abbildung 7.10(a) veranschaulichten planaren IML-SLAM-Lokalisierungsgraphen lässt sich das Daten-Matching, wie Abbildung 7.11(a) zeigt, einerseits durch den definierten Kartengraphen (schwarze Knoten und Kanten) realisieren, indem entsprechende Transformationsparameter für Verschiebung, Rotation und ggf. Spiegelung koordiniert gefunden und PLICPbasiert verfeinert werden (s. Abschnitt 6.2.1). Andererseits eignet sich dafür, wie Abbildung 7.11(b) zeigt, ebenso die definierte Rasterkarte, wobei die gesuchten Parameter hierbei teils koordiniert, teile mittels Brute-Force-Methode unter Verwendung der visualisierten binären Rastergrafik bestimmt werden (s. Abschnitt 6.2.2). In Abbildung 7.10(b) sind zudem für die verwendeten Verschiebungsparameter der korrekten Rotation die entsprechenden Schwarz-Weiß-Übergänge als Kriterium beim Daten-Matching dargestellt, wobei ähnlich wie in Abbildung 6.4(c) ein Parameter aus dem mittleren Bereich zur Transformation verwendet wird.

Beim Vergleich der Anker mit der jeweiligen Referenz ist festzustellen, dass diese im Kontext üblicher Genauigkeitsanforderungen augenscheinlich plausibel sind. Allerdings neigt das rasterbasierte Daten-Matching für die gegebene Rasterkarte eher zu einem systematischen Transformationsfehler der Ankerergebnisse, was in Abbildung 7.11(b) sowie B.4(c) und (d) an den mit nahezu einheitlichem Abstand unterhalb der Referenz befindlichen Ankern sichtbar wird und den überwiegenden Anteil der Anker betrifft.



Abbildung 7.10: Exemplarisch dargestellte Daten-Matching-Details in Form des Lokalisierungsgraphen der IML-SLAM-Ergebnisse in (a) und der Schwarz-Weiß-Übergänge aller Verschiebungsparameter in (b).

7.4.3.2 Qualitative Ergebnisbewertung

Die qualitative Bewertung der Daten-Matching-Ergebnisse in Abbildung 7.12 und Tabelle B.4 erfolgt analog zu Abschnitt 7.4.1.2 und 7.4.2.2 anhand der Qualitätsmaße für die Einzelfehler R_i , welche hierbei ausschließlich für die transformierten Anker relevant sind.

Allgemein orientiert sich die resultierende Ankergenauigkeit erwartungsgemäß stark an der Genauigkeit der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse, auf denen das Daten-Matching basiert. Zudem zeigen sich Abhängigkeiten bezüglich des verwendeten vektor- und rasterbasierten Kartenmaterials, wobei der konkreten Kartenwahl eher konservative Annahmen zugrunde lagen. So wurde zum einen ein Kartengraph mit relativ wenigen Knoten und Kanten verwendet. Da eine bestimmte Mindestgröße korrekt lokalisierter Objekttrajektorien erforderlich ist, hätten größere Graphen mit mehr Knoten und Kanten hierbei ein prinzipiell robusteres Daten-Matching zur Folge. Zum anderen wurde eine Rasterkarte eingesetzt, die neben dem binären Gebäudeplan vom Betriebshof noch Luftbildanteile und damit entsprechende Farbkomponenten bzw. Graustufen enthält. Für diese werden bei der Umwandlung in ein Binär-



Abbildung 7.11: Daten-Matching-Ergebnis auf Basis der beispielhaften IML-SLAM-Ergebnisse vektorbasiert in (a) und rasterbasiert in (b).

bild im Gegensatz zum Gebäudeplan gleichen Bereichen (z.B. Bereiche ohne Hindernisse) im Schnitt weniger oft auch gleiche Binärwerte zugeordnet, was durch Einflussfaktoren wie Schatten, Fahrspuren oder abgestellte Fahrzeuge begründet werden kann. Daher würde eine Rasterkarte ohne Luftbildanteile praktisch ebenso zu robusteren Daten-Matching-Ergebnissen führen.

Allgemein ist festzuhalten, dass sich die Ankergenauigkeit beim Daten-Matching durch die additive Überlagerung mit Anker- und Trajektorienfehlern der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse entsprechend verringert. Die beobachteten Fehler sind über die Gesamtheit der in Abschnitt 7.3 definierten 7 Szenariengruppen für die vektorbasierten Daten-Matching-Ergebnisse in Abbildung 7.12(a), (c) und (e) weitaus geringer als für die rasterbasierten Ergebnisse in (b), (d) und (f). Dabei wird verglichen mit Abbildung 7.7 und 7.9 aufgrund der tendenziell höheren Fehler der visualisierte Fehlerbereich zur Veranschaulichung verdoppelt. Ursache für die Fehlerunterschiede ist, dass Rasterkarten, wie auch die vorliegende, typischerweise lediglich eine grobe Kongruenzabbildung des Lokalisierungsgraphen darstellen. Dies wird besonders in (d) an den Ergebnissen auf Basis der IML-SLAM-Referenzergebnisse (gelbe Linie) ersichtlich, welche mit $\forall i : R_i > 1.7 \,\mathrm{m}$ keine kleineren Fehler enthalten. Jedoch werden die daraus resultierenden Verfahrensinkonsistenzen dadurch kompensiert, im Vergleich zum vektorbasierten Daten-Matching über die Fähigkeit zur vollautomatisierten Integration von Sensornetzen in die Anwendungsumgebung zu verfügen.

Bei der Gegenüberstellung der Szenariengruppen ist festzustellen, dass für alle Gruppen, abgesehen von jener mit der Messrate 20 Hz (hellgrüne Linien), das Daten-Matching auf Basis der IML-SLAM-Ergebnisse in (c) und (d) im Mittel am besten konvergiert. Alle diesbezüglich beobachteten Genauigkeitsunterschiede entsprechen den Erwartungen und variieren analog zu Abschnitt 7.4.1.2. Die verglichen mit Abbildung 7.9 geringeren Genauigkeitsdifferenzen zwischen Szenarien- und Referenzergebnissen (jeweiliger Abstand zwischen der gelben und den übrigen Linien) sprechen implizit für die Eignung der Daten-Matching-Verfahren hinsichtlich der Erfüllung von Stabilität. Zusammenfassend liefert das vektor- und rasterbasierte Daten-Matching auf Basis der Ergebnisse des EKF-SLAM für die Szenariengruppe mit der Messrate 20 Hz (hellgrüne Linien) sowie des IML-SLAM und FastSLAM für alle Gruppen außer der mit der Messrate 20 Hz bzw. 5 Hz (orangene Linien) hinreichend genaue Ergebnisse. Diese stellen zugleich die finalen Ergebnisse des Gesamtverfahrens dar.



Abbildung 7.12: Bewertung der vektor- und rasterbasierten Daten-Matching-Ergebnisse anhand der Anker-CDF auf Basis der Ergebnisse des EKF-SLAM in (a) und (b), IML-SLAM in (c) und (d) sowie FastSLAM in (e) und (f).

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht die Entwicklung eines Verfahrens, das die automatisierte Integration funkbasierter Sensornetze, die zur Bestimmung von Ortsinformationen dienen, in die jeweilige Anwendungsumgebung realisiert. Das Betriebshofmanagement im ÖPNV stellt dabei eine typische Anwendung dar, welche auf der Grundlage permanent verfügbarer Positionskoordinaten von Bussen und Bahnen als mobile Objekte im Verkehrsumfeld eine effizientere Betriebsführung ermöglicht. Die zugrundeliegende Datenbasis beinhaltet zum einen geometrische Beziehungen im Sensornetz, konkret beschrieben durch paarweise Distanzen zwischen den mobilen Objekten und den im Umfeld fest installierten Ankern. Zum anderen wird auf vorhandenes digitales Kartenmaterial zurückgegriffen.

Zunächst erfolgte die algorithmische Generierung relativer Positionsinformationen durch die Verfahren EKF-SLAM, IML-SLAM und FastSLAM, die sich in Informationsstruktur, Initialisierung und Zustandsrepräsentation prinzipiell unterscheiden. Anschließend wurde die Zusammenführung dieser Informationen im Rahmen einer kooperativen Kartenerstellung umgesetzt, welche die Aufbereitung der Ankerkartierungsergebnisse sowie das Ankerkarten-Merging, d.h. das Auflösen von Mehrdeutigkeiten und Erstellen einer gemeinsamen Ankerkarte, umfasst. Weiterhin stand die Herstellung eines anwendungsspezifischen absoluten Raumbezugs im Fokus, bei der sich anhand von Graphen der generierten relativen Objekttrajektorien mittels Vektorund Rasterkarten entsprechende Transformationsparameter durch die vorgestellten Daten-Matching-Verfahren bestimmen lassen. Schließlich wurde ausgehend von der vorliegenden Datenbasis und den definierten Testszenarien die Evaluation des entwickelten Verfahrens durchgeführt, indem unter verkehrstelematischen Gesichtspunkten beispielhaft für den DVB-Standort Betriebshof Gruna in Dresden SLAM-, Ankerkarten-Merging- und Daten-Matching-Verfahren qualitativ bewertet wurden.

8.1 Ergebnisse der Arbeit

Das primäre Ergebnis der Arbeit ist die erfolgreiche Entwicklung eines funktionsfähigen Verfahrens zur automatisierten Integration funkbasierter Sensornetze, wobei der Entwicklungsprozess vielfach von einer Sensibilisierung für die erforderliche Verfahrenskomplexität begleitet wurde. Da das Verfahren anstatt auf Genauigkeitssteigerung auf Automatisierung abzielt, werden mögliche Genauigkeitsverluste verglichen mit dem Stand der Technik bei nach wie vor ausreichend genauen Verfahrensergebnissen akzeptiert. Ein weiteres Ergebnis stellt das empirische Modell zur Generierung semi-realer Distanzen als Datenbasis dar (s. Abschnitt 7.2.1). Ausgangspunkt dafür ist das erarbeitete hybride Simulationsverfahren zur Evaluation der Verfahrensfunktionalität, welches die komplementären Eigenschaften realer und synthetischer Sensordaten wirksam vereint. So lässt sich einerseits die Verfahrenskonsistenz und -stabilität mit den verfügbaren exakten Daten überprüfen. Andererseits wird implizit eine umgebungs- und sensorabhängige Datenakquise quasi unter Realbedingungen durchgeführt, die sowohl den Funkübertragungskanal als auch hardwareseitige Einflussfaktoren einschließen. Damit können sporadische Messstörungen ebenso wie typische Distanzmessfehler (Gauß'sches Rauschen, Mehrwegeeffekte und Ausreißer) flexibel integriert werden, während die simulierten Mehrwegepfade die am stärksten limitierende Fehlerkomponente darstellen. Zudem kann die Definition geeigneter Testszenarien innerhalb der adressierten Anwendungsumgebung zu den Ergebnissen der Arbeit gezählt werden. Diese umfassen konkrete Konfigurationen für die Simulation der Datenbasis, indem die Anzahl der Anker, deren geometrische Verteilung, die Anzahl der mobilen Objekte, deren verkehrsspezifischer Bewegungsverlauf, Qualität und Messrate der Sensordaten sowie die verwendete vektor- und rasterbasierte Karte spezifiziert werden.

Weitere Bedeutung kommt den Ergebnissen der Verfahrensevaluation in Abschnitt 7.4 zu, welche anhand des gewählten methodischen Ansatzes realisiert wurde. Die Ergebnisse beinhalten sowohl grundlegende inhärente Abhängigkeiten hinsichtlich des entwickelten Verfahrens als auch qualitative Aussagen zur Ergebnisbewertung bei definierter Verfahrensparametrisierung. Im Detail ist für die untersuchten SLAM-Verfahren erwartungsgemäß eine systematische Genauigkeitssteigerung mit zunehmender Verfahrensdauer zu beobachten, welche aus der Bereitstellung passender Ankerhypothesen und der kooperativen Auswahl der richtigen Hypothese resultiert. Dabei ist die Genauigkeit der Trajektorien tendenziell besser als die der Anker, unterscheidet sich jedoch nicht um Größenordnungen. Des Weiteren ist festzustellen, dass eine höhere Messrate die SLAM-Ergebnisse verbessert, dass die Ankerkartierungsgenauigkeit mit der Anzahl umliegender Trajektorienpunkte steigt und dass Messfehler unter Umständen Divergenzeffekte verursachen. Im Vergleich liefert das IML-SLAM-Verfahren die besten Ergebnisse hinsichtlich Verfahrensstabilität und -konvergenz und zeigt gleichzeitig für die meisten Szenariengruppen eine hohe Ergebnisreproduzierbarkeit, wobei auch weniger als die bewerteten Testszenarien statistische Repräsentativität gewährleisten würden. Nach Anwendung des Ankerkarten-Merging-Verfahrens verbessert sich zwar die Ankergenauigkeit durch Fusion der Ankerinformationen mehrerer mobiler Objekte, allerdings reduziert sich auch marginal die Genauigkeit der Objekttrajektorien aufgrund der additiven Überlagerung von Trajektorien- und Ankerfehlern. Zudem lassen sich weiter außerhalb im Ankerbereich befindliche Anker vergleichsweise weniger genau kartieren. Innerhalb des Daten-Matching-Verfahrens ist die erzielbare Genauigkeit abhängig von der Qualität des verwendeten vektor- und rasterbasierten Kartenmaterials. Dabei führt das rasterbasierte Daten-Matching für die zugrundeliegende Rasterkarte als Fazit eher zu systematischen Ankerfehlern, eignet sich jedoch zur vollautomatisierten Systemintegration.

8.2 Ausblick

Die Erkenntnisse dieser Arbeit bieten die Möglichkeit für weiterführende Untersuchungen. Einen Ansatz zur Verfahrensaufwertung bildet die Erweiterung der Sensordatenbasis, falls verfügbar, durch konkrete Fahrzeugbewegungen (geschwindigkeits- und Odometrie-basierte Steuersignale) oder paarweise Winkelmessungen. Daraus resultieren insbesondere für die SLAM-Verfahren weitreichende Konsequenzen bspw. aus der Anwendung des Range-Bearing-Modells oder dem Auflösen bestimmter Mehrdeutigkeiten (s. Abbildung 4.3). Gleichermaßen zielführend wäre die Einbeziehung von Qualitätsangaben bezüglich der verwendeten Datenbasis und den ermittelten Objektund Ankerpositionen durch definierte Genauigkeitsmaße, wohingegen Mechanismen zum Schließen von Schleifen die SLAM-Ergebnisse nicht signifikant aufwerten würden. Im Falle satellitengestützter a-priori-Informationen (z.B. in Form von bekannten Ankerpositionen) wäre deren sinnvolle Nutzung zur Herstellung eines absoluten Raumbezugs ebenso zu diskutieren wie die Implementierung robuster und effizienter Alternativen zum Split-and-Merge-Algorithmus und Brute-Force-Ansatz (s. Abschnitt 6.1.1, 4.4.2 und 6.2). Weiterhin würde die Verfahrensevaluation durch Testszenarien, welche dynamische Anker- und Objektkonfigurationen oder Kartenmaterial mit variabler Qualität bzw. struktureller Diversität einschließen, verbessert werden. Darüber hinaus sind die Modellierung von Distanzmessfehlern für weitere Umgebungen, eine umfassendere Parametrisierung sowie statistisch weitaus höher belastbare Langzeittests und Komplexitätsanalysen denkbar.

Abschließend kann eingeschätzt werden, dass die automatisierte Integration funkbasierter Sensornetze eine wissenschaftlich interessante und anspruchsvolle Problematik darstellt. Sie leistet zugleich einen praktisch bedeutsamen Beitrag für aktuelle und zukünftige Anwendungen im Bereich Verkehrstelematik.

Literaturverzeichnis

- [AAP09] ALSINDI, NAYEF A, BARDIA ALAVI und KAVEH PAHLAVAN: Measurement and modeling of ultrawideband TOA-based ranging in indoor multipath environments. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 58(3):1046-1058, 2009.
- [ADW02] ANDERSON, CORIN R, PEDRO DOMINGOS und DANIEL S WELD: Relational Markov models and their application to adaptive web navigation. In: Proceedings of the eighth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, Seiten 143–152. ACM, 2002.
- [AKWT12] ASCHER, CHRISTIAN, CHRISTOPH KESSLER, RÜDIGER WEIS und GERT F TROMMER: Multi-floor map matching in indoor environments for mobile platforms. In: Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2012 International Conference on, Seiten 1–8. IEEE, 2012.
- [AMGC02] ARULAMPALAM, M SANJEEV, SIMON MASKELL, NEIL GOR-DON und TIM CLAPP: A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. IEEE Transactions on signal processing, 50(2):174–188, 2002.
- [AS72] ALSPACH, DANIEL und HAROLD SORENSON: Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations. IEEE transactions on automatic control, 17(4):439–448, 1972.
- [AS97] ARRAS, KAI OLIVER und ROLAND YVES SIEGWART: Feature Extraction and Scene Interpretation for Map-Based Navigation and Map Building. In: Proc. of SPIE, Mobile Robotics XII, Band 3210, Seiten 42–53. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1997.
- [Aur91] AURENHAMMER, FRANZ: Voronoi diagrams-a survey of a fundamental geometric data structure. ACM Computing Surveys (CSUR), 23(3):345-405, 1991.

[BA04] BORGES, GEOVANY ARAUJO und MARIE-JOSÉ ALDON: Line extraction in 2D range images for mobile robotics. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 40(3):267-297, 2004. [Bal81] BALLARD, DANA H: Generalizing the Hough transform to de*tect arbitrary shapes.* Pattern recognition, 13(2):111–122, 1981. [BC06]BIRK, ANDREAS und STEFANO CARPIN: Merging occupancy grid maps from multiple robots. Proceedings of the IEEE, 94(7):1384-1397, 2006. [BdW12] BOUNOVA, GERGANA und OLIVIER DE WECK: Overview of metrics and their correlation patterns for multiple-metric topology analysis on heterogeneous graph ensembles. Physical Review E, 85(1):016117, 2012. [Ben16] BENSKY, ALAN: Wireless positioning technologies and applications. Artech House, 2016. [BFHS96] BURGARD, WOLFRAM, DIETER FOX, DANIEL HENNIG und TIMO SCHMIDT: Estimating the absolute position of a mobile robot using position probability grids. In: In Proceedings of the Thirteenth National Conference on Artificial Intelligence, Menlo Park, CA (United States), Seiten 896–901. University of Bonn, 1996. [BFMG08] JOSE-LUIS, JUAN-ANTONIO Fernández-BLANCO, MADRIGAL und JAVIER GONZÁLEZ: Efficient probabilistic range-only slam. In: 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Seiten 1017-1022. IEEE, 2008.[BG05]BORG, INGWER und PATRICK JF GROENEN: Modern multidimensional scaling: Theory and applications. Springer Science & Business Media, 2005. [BHE00] BULUSU, NIRUPAMA, JOHN HEIDEMANN und DEBORAH ESTRIN: GPS-less low-cost outdoor localization for very small devices. IEEE personal communications, 7(5):28-34, 2000. [BMSS05] BURGARD, WOLFRAM, MARK MOORS, CYRILL STACHNISS und FRANK E SCHNEIDER: Coordinated multi-robot exploration. IEEE Transactions on robotics, 21(3):376–386, 2005. $[BNG^+06]$ BAILEY, TIM, JUAN NIETO, JOSE GUIVANT, MICHAEL STE-VENS und EDUARDO NEBOT: Consistency of the EKF-SLAM algorithm. In: Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ

International Conference on, Seiten 3562–3568. IEEE, 2006.

LITERATURVERZEICHNIS

- [BNN06] BAILEY, TIM, JUAN NIETO und EDUARDO NEBOT: Consistency of the FastSLAM algorithm. In: Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on, Seiten 424–429. IEEE, 2006.
- [BO79] BENTLEY, JON LOUIS und THOMAS A OTTMANN: Algorithms for reporting and counting geometric intersections. IEEE Transactions on computers, 28(9):643–647, 1979.
- [BPC63] BAYES, THOMAS, RICHARD PRICE und JOHN CANTON: An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. C. Davis, Printer to the Royal Society of London, 1763.
- [BPSW05] BRAKATSOULAS, SOTIRIS, DIETER PFOSER, RANDALL SALAS und CAROLA WENK: On map-matching vehicle tracking data.
 In: Proceedings of the 31st international conference on Very large data bases, Seiten 853–864. VLDB Endowment, 2005.
- [BRT05] BLUMENTHAL, JAN, FRANK REICHENBACH und DIRK TIM-MERMANN: Position estimation in ad hoc wireless sensor networks with low complexity. In: Joint 2nd workshop on positioning, navigation and communication, Seiten 41–49, 2005.
- [BS71] BUCY, RICHARD S und KENNETH D SENNE: Digital synthesis of non-linear filters. Automatica, 7(3):287–298, 1971.
- [BSF88] BAR-SHALOM, YAAKOV und THOMAS E FORTMANN: Tracking and Data Association, volume 179 of Mathematics in Science and Engineering. Elsevier Science Publishing Co Inc, 1988.
- [BSLK04] BAR-SHALOM, YAAKOV, X RONG LI und THIAGALINGAM KIRUBARAJAN: Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software. John Wiley & Sons, 2004.
- [Bun00] BUNKE, HORST: Graph matching: Theoretical foundations, algorithms, and applications. In: Proc. Vision Interface, Band 2000, Seiten 82–88, 2000.
- [BV04] BOYD, STEPHEN und LIEVEN VANDENBERGHE: Convex optimization. Cambridge university press, 2004.
- [C⁺03] CHEN, ZHE et al.: Bayesian filtering: From Kalman filters to particle filters, and beyond. Statistics, 182(1):1–69, 2003.
- [Can86] CANNY, JOHN: A computational approach to edge detection. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 8(6):679–698, 1986.
[Car08]CARPIN, STEFANO: Fast and accurate map merging for multirobot systems. Autonomous Robots, 25(3):305-316, 2008. [CC00] COX, TREVOR F und MICHAEL AA COX: Multidimensional scaling. CRC press, 2000. [CD02] CRISAN, DAN und ARNAUD DOUCET: A survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners. IEEE Transactions on signal processing, 50(3):736-746, 2002. [CD14] CHAI, TIANFENG und ROLAND R DRAXLER: Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)?-Arguments against avoiding RMSE in the literature. Geoscientific Model Development, 7(3):1247-1250, 2014. [Cen08] CENSI, ANDREA: An ICP variant using a point-to-line metric. In: Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on, Seiten 19-25. IEEE, 2008. [CMO10] CABALLERO, FERNANDO, LUIS MERINO UND ANÍBAL OLLE-RO: A general gaussian-mixture approach for range-only mapping using multiple hypotheses. In: Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on, Seiten 4404– 4409. IEEE, 2010. [CN11] CUMMINS, MARK und PAUL NEWMAN: Appearance-only SLAM at large scale with FAB-MAP 2.0. The International Journal of Robotics Research, 30(9):1100–1123, 2011. [Coc07]COCHRAN, WILLIAM G: Sampling techniques. John Wiley & Sons, 2007. [Cor09]CORMEN, THOMAS H: Introduction to algorithms. MIT press, 2009.[CPHI06] COSTA, JOSE A, NEAL PATWARI und ALFRED O HERO III: Distributed weighted-multidimensional scaling for node localization in sensor networks. ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN), 2(1):39-64, 2006. CHAN, FRANKIE KW und HING-CHEUNG SO: Efficient weigh-[CS09]ted multidimensional scaling for wireless sensor network localization. IEEE Transactions on Signal Processing, 57(11):4548-4553, 2009. [CT12] CASTELLANOS, JOSE A und JUAN D TARDÓS: Mobile robot localization and map building: A multisensor fusion approach. Springer Science & Business Media, 2012.

- [D⁺06] DRESSLER, FALKO et al.: Self-organization in ad hoc networks: Overview and classification. University of Erlangen, Dept. of Computer Science, 7:1–12, 2006.
- [dAD07] ABREU, GIUSEPPE THADEU FREITAS DE und GIUSEPPE DE-STINO: Super MDS: source location from distance and angle information. In: Wireless Communications and Networking Conference, 2007. WCNC 2007. IEEE, Seiten 4430–4434. IE-EE, 2007.
- [Dav04] DAVIES, E ROY: Machine vision: theory, algorithms, practicalities. Elsevier, 2004.
- [dBCvKO08] BERG, MARK DE, OTFRIED CHEONG, MARC VAN KREVELD und MARK OVERMARS: Computational Geometry: Algorithms and Applications. Springer, 2008.
- [Dev86] DEVROYE, LUC: Non-Uniform Random Variate Generation. Springer, 1986.
- [DFAHS⁺01] DE FREITAS, NANDO, C ANDRIEU, PEDRO HØJEN-SØRENSEN, M NIRANJAN und A GEE: Sequential Monte Carlo methods for neural networks. In: Sequential Monte Carlo methods in practice, Seiten 359–379. Springer, 2001.
- [DFBT99] DELLAERT, FRANK, DIETER FOX, WOLFRAM BURGARD und SEBASTIAN THRUN: Monte carlo localization for mobile robots.
 In: Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on, Band 2, Seiten 1322–1328. IEEE, 1999.
- [DH73] DUDA, R O und P E HART: Pattern Classification and Scene Analysis. John Wiley & Sons, 1973.
- [Die06] DIEBEL, JAMES: Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. Matrix, 58(15-16):1-35, 2006.
- [dLM11] LEEUW, JAN DE und PATRICK MAIR: Multidimensional scaling using majorization: SMACOF in R. Department of Statistics, UCLA, 2011.
- [DM96] DEL MORAL, PIERRE: Non-linear filtering: interacting particle resolution. Markov processes and related fields, 2(4):555–581, 1996.
- [DNC⁺01] DISSANAYAKE, GAMINI, PAUL NEWMAN, STEVE CLARK, HUGH F DURRANT-WHYTE und MICHAEL CSORBA: A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM)

problem. IEEE Transactions on robotics and automation, 17(3):229-241, 2001.

- [Dou98] DOUCET, ARNAUD: On sequential simulation-based methods for Bayesian filtering. Technischer Bericht, Cambridge University, Department of Engineering, 1998.
- [DS00] DEDEOGLU, GÖKSEL und GAURAV S SUKHATME: Landmarkbased matching algorithm for cooperative mapping by autonomous robots. In: Distributed autonomous robotic systems 4, Seiten 251–260. Springer, 2000.
- [DS09] DJUGASH, JOSEPH und SANJIV SINGH: A robust method of localization and mapping using only range. In: Experimental Robotics, Seiten 341–351. Springer, 2009.
- [DS14] DJUGASH, JOSEPH und SANJIV SINGH: Motion-aided network slam. In: Experimental Robotics, Seiten 447–460. Springer, 2014.
- [DSKZ06] DJUGASH, JOSEPH, SANJIV SINGH, GEORGE KANTOR und WEI ZHANG: Range-only slam for robots operating cooperatively with sensor networks. In: Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006., Seiten 2078–2084. IEEE, 2006.
- [DWB06] DURRANT-WHYTE, HUGH und TIM BAILEY: Simultaneous localization and mapping: part I. IEEE robotics & automation magazine, 13(2):99–110, 2006.
- [Efr92] EFRON, BRADLEY: Bootstrap methods: another look at the jackknife. In: Breakthroughs in statistics, Seiten 569–593. Springer, 1992.
- [Ein97] EINSELE, TOBIAS: Real-time self-localization in unknown indoor environment using a panorama laser range finder. In: Intelligent Robots and Systems, 1997. IROS'97., Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference on, Band 2, Seiten 697-702. IEEE, 1997.
- [ENT05] ESTRADA, CARLOS, JOSÉ NEIRA und JUAN D TARDÓS: Hierarchical SLAM: Real-time accurate mapping of large environments. IEEE Transactions on Robotics, 21(4):588–596, 2005.
- [EP03] ELIAZAR, AUSTIN und RONALD PARR: DP-SLAM: Fast, robust simultaneous localization and mapping without predetermined landmarks. In: IJCAI, Band 3, Seiten 1135–1142, 2003.

- [FB81] FISCHLER, MARTIN A und ROBERT C BOLLES: Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM, 24(6):381–395, 1981.
- [FBDT99] FOX, DIETER, WOLFRAM BURGARD, FRANK DELLAERT und SEBASTIAN THRUN: Monte Carlo localization: efficient position estimation for mobile robots. In: Proceedings of the sixteenth national conference on Artificial intelligence and the eleventh Innovative applications of artificial intelligence, Seiten 343–349. American Association for Artificial Intelligence, 1999.
- [FBT99] FOX, DIETER, WOLFRAM BURGARD und SEBASTIAN THRUN: Markov localization for mobile robots in dynamic environments. Journal of Artificial Intelligence Research, 11:391–427, 1999.
- [FCMO14] FABRESSE, FELIPE R, FERNANDO CABALLERO, IVÁN MA-ZA UND ANÍBAL OLLERO: Robust range-only SLAM for aerial vehicles. In: Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2014 International Conference on, Seiten 750–755. IEEE, 2014.
- [FNL02] FENWICK, JOHN W, PAUL M NEWMAN und JOHN J LEO-NARD: Cooperative concurrent mapping and localization. In: Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Conference on, Band 2, Seiten 1810–1817. IEEE, 2002.
- [Fox98] FOX, DIETER: Markov localization-a probabilistic framework for mobile robot localization and navigation. Doktorarbeit, Citeseer, 1998.
- [Fox03] FOX, DIETER: Adapting the sample size in particle filters through KLD-sampling. The international Journal of robotics research, 22(12):985-1003, 2003.
- [FP11] FORSYTH, DAVID und JEAN PONCE: Computer vision: a modern approach. Prentice hall Upper Saddle River, 2011.
- [FS06] FRESE, UDO und LUTZ SCHRODER: Closing a millionlandmarks loop. In: Intelligent Robots and Systems, 2006 IE-EE/RSJ International Conference on, Seiten 5032-5039. IE-EE, 2006.
- [FTDB00] FOX, DIETER, SEBASTIAN THRUN, FRANK DELLAERT und WOLFRAM BURGARD: Particle filters for mobile robot locali-

zation. Sequential Monte Carlo Methods in Practice, Seiten 470–498, 2000.

- [GART12] GENTILE, CAMILLO, NAYEF ALSINDI, RONALD RAULEFS und CAROLE TEOLIS: Geolocation techniques: principles and applications. Springer Science & Business Media, 2012.
- [GD04] GOWER, JOHN C und GARMT B DIJKSTERHUIS: *Procrustes* problems. Oxford University Press on Demand, 2004.
- [GGB⁺02] GUSTAFSSON, FREDRIK, FREDRIK GUNNARSSON, NICLAS BERGMAN, URBAN FORSSELL, JONAS JANSSON, RICKARD KARLSSON und PER-JOHAN NORDLUND: Particle filters for positioning, navigation, and tracking. IEEE Transactions on signal processing, 50(2):425–437, 2002.
- [GH11] GANDER, WALTER und JIRI HREBICEK: Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab®. Springer Science & Business Media, 2011.
- [GKS⁺10] GRISETTI, GIORGIO, RAINER KÜMMERLE, CYRILL STACH-NISS, UDO FRESE und CHRISTOPH HERTZBERG: Hierarchical optimization on manifolds for online 2D and 3D mapping. In: Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on, Seiten 273–278. IEEE, 2010.
- [GMR01] GOLFARELLI, MATTEO, DARIO MAIO und STEFANO RIZZI: Correction of dead-reckoning errors in map building for mobile robots. Robotics and Automation, IEEE Transactions on, 17(1):37-47, 2001.
- [GN01] GUIVANT, JOSE E und EDUARDO MARIO NEBOT: Optimization of the simultaneous localization and map-building algorithm for real-time implementation. IEEE transactions on Robotics and Automation, 17(3):242–257, 2001.
- [GSB07] GRISETTI, GIORGIO, CYRILL STACHNISS und WOLFRAM BURGARD: Improved techniques for grid mapping with raoblackwellized particle filters. IEEE transactions on Robotics, 23(1):34-46, 2007.
- [GSGB07] GRISETTI, GIORGIO, CYRILL STACHNISS, SLAWOMIR GRZON-KA und WOLFRAM BURGARD: A Tree Parameterization for Efficiently Computing Maximum Likelihood Maps using Gradient Descent. In: Robotics: Science and Systems, Seiten 27–30, 2007.

- [GSS93] GORDON, NEIL J, DAVID J SALMOND und ADRIAN FM SMITH: Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. In: IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), Band 140(2), Seiten 107–113. IET, 1993.
- [Gus10] GUSTAFSSON, FREDRIK: Particle filter theory and practice with positioning applications. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 25(7):53–82, 2010.
- [GXTL10] GAO, XINBO, BING XIAO, DACHENG TAO und XUELONG LI: A survey of graph edit distance. Pattern Analysis and applications, 13(1):113-129, 2010.
- [GZY⁺14] GAO, RUIPENG, MINGMIN ZHAO, TAO YE, FAN YE, YIZHOU WANG, KAIGUI BIAN, TAO WANG und XIAOMING LI: Jigsaw: Indoor floor plan reconstruction via mobile crowdsensing. In: Proceedings of the 20th annual international conference on Mobile computing and networking, Seiten 249–260. ACM, 2014.
- [Has70] HASTINGS, W KEITH: Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. Biometrika, 57(1):97– 109, 1970.
- [HB01] HIGHTOWER, JEFFREY und GAETANO BORRIELLO: Location systems for ubiquitous computing. Computer, 34(8):57–66, 2001.
- [HB05] HUANG, WESLEY H und KRISTOPHER R BEEVERS: Topological map merging. The International Journal of Robotics Research, 24(8):601-613, 2005.
- [HBFT03] HÄHNEL, DIRK, WOLFRAM BURGARD, DIETER FOX und SE-BASTIAN THRUN: An efficient FastSLAM algorithm for generating maps of large-scale cyclic environments from raw laser range measurements. In: Intelligent Robots and Systems, 2003. (IROS 2003). Proceedings. 2003 IEEE/RSJ International Conference on, Band 1, Seiten 206–211. IEEE, 2003.
- [Hec98] HECKERMAN, DAVID: A tutorial on learning with Bayesian networks. In: Learning in graphical models, Seiten 301–354. Springer, 1998.
- [Hen92] HENDRICKSON, BRUCE: Conditions for unique graph realizations. SIAM journal on computing, 21(1):65–84, 1992.
- [Hig02] HIGHAM, NICHOLAS J: Accuracy and stability of numerical algorithms. SIAM, 2002.

- [HM54] HAMMERSLEY, JOHN M und K WILLIAM MORTON: Poor man's monte carlo. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Seiten 23–38, 1954.
- [HMQ⁺11] HUANG, JOSEPH, DAVID MILLMAN, MORGAN QUIGLEY, DA-VID STAVENS, SEBASTIAN THRUN und ALOK AGGARWAL: Efficient, generalized indoor wifi graphslam. In: Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on, Seiten 1038–1043. IEEE, 2011.
- [HMS02] HOWARD, ANDREW, MAJA J MATARIC und GAURAV S SUK-HATME: Mobile sensor network deployment using potential fields: A distributed, scalable solution to the area coverage problem. Distributed autonomous robotic systems, 5:299–308, 2002.
- [How06] HOWARD, ANDREW: Multi-robot simultaneous localization and mapping using particle filters. The International Journal of Robotics Research, 25(12):1243-1256, 2006.
- [HTWB05] HÄHNEL, DIRK, SEBASTIAN THRUN, BEN WEGBREIT und WOLFRAM BURGARD: Towards lazy data association in SLAM. In: Robotics Research. The Eleventh International Symposium, Seiten 421–431. Springer, 2005.
- [HV⁺00] HAN, KWUN, MANUELA VELOSO et al.: Automated robot behavior recognition. In: ROBOTICS RESEARCH-INTERNATIONAL SYMPOSIUM-, Band 9, Seiten 249–256, 2000.
- [IY11] IBRAHIM, MOHAMMAD und MOUSTAFA YOUSSEF: A hidden markov model for localization using low-end gsm cell phones.
 In: Communications (ICC), 2011 IEEE International Conference on, Seiten 1-5. IEEE, 2011.
- [Jau11] JAULIN, LUC: Range-only slam with occupancy maps: A set-membership approach. IEEE Transactions on Robotics, 27(5):1004-1010, 2011.
- [JB16] JOHANSEN, TOR A und EDMUND BREKKE: Globally exponentially stable Kalman filtering for SLAM with AHRS. In: Information Fusion (FUSION), 2016 19th International Conference on, Seiten 909–916. IEEE, 2016.
- [JKWT98] JENNINGS, JAMES, CHRIS KIRKWOOD-WATTS und CRAIG TANIS: Distributed map-making and navigation in dynamic environments. In: Intelligent Robots and Systems, 1998. Procee-

dings., 1998 IEEE/RSJ International Conference on, Band 3, Seiten 1695–1701. IEEE, 1998.

- [K⁺60] KALMAN, RUDOLPH EMIL et al.: A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of basic Engineering, 82(1):35-45, 1960.
- [KB91] KUIPERS, BENJAMIN und YUNG-TAI BYUN: A robot exploration and mapping strategy based on a semantic hierarchy of spatial representations. Robotics and autonomous systems, 8(1):47-63, 1991.
- [KD04] KWOK, NGAI MING und GAMINI DISSANAYAKE: An efficient multiple hypothesis filter for bearing-only SLAM. In: Intelligent Robots and Systems, 2004.(IROS 2004). Proceedings. 2004 IE-EE/RSJ International Conference on, Band 1, Seiten 736–741. IEEE, 2004.
- [Kha86] KHATIB, OUSSAMA: Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. The international journal of robotics research, 5(1):90–98, 1986.
- [KHH⁺07] KWOK, NGAI MING, QUANG PHUC HA, SHOUDONG HUANG, GAMINI DISSANAYAKE und GU FANG: Mobile robot localization and mapping using a gaussian sum filter. International Journal of Control Automation and Systems, 5(3):251, 2007.
- [KL51] KULLBACK, SOLOMON und RICHARD A LEIBLER: On information and sufficiency. The annals of mathematical statistics, 22(1):79-86, 1951.
- [KMV06] KANNAN, ANUSHIYA A, GUOQIANG MAO und BRANKA VU-CETIC: Simulated annealing based wireless sensor network localization with flip ambiguity mitigation. In: 2006 IEEE 63rd Vehicular Technology Conference, Band 2, Seiten 1022–1026. IEEE, 2006.
- [Kni02] KNIGHT, JOSS: Towards fully autonomous visual navigation. Doktorarbeit, Department of Engineering Science, University of Oxford, 2002.
- [Knu98] KNUTH, DONALD ERVIN: The art of computer programming: sorting and searching, Band 3. Pearson Education, 1998.
- [Kov00] KOVESI, PETER D: MATLAB and Octave functions for computer vision and image processing. Centre for Exploration Targeting, School of Earth and Environment, The University of Western Australia, 2000.

[KS88]	KRAMER, STUART C und HAROLD W SORENSON: Recursive Bayesian estimation using piece-wise constant approximations. Automatica, 24(6):789–801, 1988.
[KS02]	KANTOR, GEORGE und SANJIV SINGH: Preliminary results in range-only localization and mapping. In: Robotics and Automa- tion, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Confe- rence on, Band 2, Seiten 1818–1823. IEEE, 2002.
[Kui78]	KUIPERS, BENJAMIN: <i>Modeling spatial knowledge</i> . Cognitive science, 2(2):129–153, 1978.
[KV00]	KO, YOUNG-BAE und NITIN H VAIDYA: Location-aided rou- ting (LAR) in mobile ad hoc networks. Wireless networks, 6(4):307-321, 2000.
[LBO ⁺ 15]	LOURENÇO, PEDRO, PEDRO BATISTA, PAULO OLIVEIRA, CARLOS SILVESTRE und CL PHILIP CHEN: Sensor-based glo- bally exponentially stable range-only simultaneous localization and mapping. Robotics and Autonomous Systems, 68:72–85, 2015.
[LC98]	LIU, JUN S und RONG CHEN: Sequential Monte Carlo me- thods for dynamic systems. Journal of the American statistical association, 93(443):1032–1044, 1998.
[LC06]	LEHMANN, ERICH LEO und GEORGE CASELLA: Theory of point estimation. Springer Science & Business Media, 2006.
[LDBL07]	LIU, HUI, HOUSHANG DARABI, PAT BANERJEE und JING LIU: Survey of wireless indoor positioning techniques and sy- stems. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews), 37(6):1067–1080, 2007.
[LDW91]	LEONARD, JOHN J und HUGH F DURRANT-WHYTE: Mobile robot localization by tracking geometric beacons. Robotics and Automation, IEEE Transactions on, 7(3):376–382, 1991.
[LDWC92]	LEONARD, JOHN J, HUGH F DURRANT-WHYTE und INGE- MAR J COX: Dynamic map building for an autonomous mo- bile robot. The International Journal of Robotics Research, 11(4):286-298, 1992.
[LF00]	LEONARD, JOHN J und HANS JACOB S FEDER: A compu- tationally efficient method for large-scale concurrent mapping and localization. In: Robotics Research, Seiten 169–176. Sprin- ger, 2000.

- [Lim90] LIM, JAE S: Two-dimensional Signal and Image Processing. Prentice hall Upper Saddle River, 1990.
- [LKF⁺98] LEMOINE, FRANK G, STEVE C KENYON, JOHN K FAC-TOR, RONALD G TRIMMER, NIKOLAOS K PAVLIS, DOU-GLAS S CHINN, CHRISTOPHER M COX, STEVEN M KLOSKO, SCOTT B LUTHCKE, MARK H TORRENCE et al.: The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. NASA Technical Paper-1998-206861, 575, 1998.
- [LM97] LU, FENG und EVANGELOS MILIOS: Robot pose estimation in unknown environments by matching 2d range scans. Journal of Intelligent and Robotic systems, 18(3):249–275, 1997.
- [LZP^{+10]} LI, XIAOFENG, SHUQING ZHANG, XIN PAN, PAT DALE und ROGER CROPP: Straight road edge detection from highresolution remote sensing images based on the ridgelet transform with the revised parallel-beam Radon transform. International Journal of Remote Sensing, 31(19):5041–5059, 2010.
- [LZZ^{+09]} LOU, YIN, CHENGYANG ZHANG, YU ZHENG, XING XIE, WEI WANG und YAN HUANG: Map-matching for low-sampling-rate GPS trajectories. In: Proceedings of the 17th ACM SIGSPA-TIAL international conference on advances in geographic information systems, Seiten 352–361. ACM, 2009.
- [Mad49] MADOW, WILLIAM G: On the theory of systematic sampling, II. The Annals of Mathematical Statistics, Seiten 333–354, 1949.
- [Mar13] MARKOV, ANDREJ ANDREJEWITSCH: An example of statistical investigation of the text Eugene Onegin concerning the connection of samples in chains. Classical text in translation. Lecture at the physical-mathematical faculty, Royal Academy of Sciences, St. Petersburg, 23:591–600, 1913.
- [May82] MAYBECK, PETER S: Stochastic models, estimation, and control, Band 3. Academic press, 1982.
- [MCC05] MARTINEZ-CANTIN, RUBEN und JOSE A CASTELLANOS: Unscented SLAM for large-scale outdoor environments. In: 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Seiten 3427–3432. IEEE, 2005.
- [MdA07] MACAGNANO, DAVIDE und GIUSEPPE THADEU FREITAS DE ABREU: Tracking multiple dynamic targets with multidimensional scaling. In: Personal, Indoor and Mobile Radio

Communications, 2007. PIMRC 2007. IEEE 18th International Symposium on, Seiten 1–5. IEEE, 2007.

- [MDBB12] MEYER-DELIUS, DANIEL, MAXIMILIAN BEINHOFER und WOLFRAM BURGARD: Occupancy grid models for robot mapping in changing environments. In: Proceedings of the Twenty-Sixth AAAI Conference on Artificial Intelligence, Seiten 2024– 2030. AAAI Press, 2012.
- [ME85] MORAVEC, HANS P und ALBERTO ELFES: High resolution maps from wide angle sonar. In: Robotics and Automation. Proceedings. 1985 IEEE International Conference on, Band 2, Seiten 116-121. IEEE, 1985.
- [MFP04] MADHAVAN, RAJ, KINGSLEY FREGENE und LYNNE E PAR-KER: Distributed cooperative outdoor multirobot localization and mapping. Autonomous Robots, 17(1):23–39, 2004.
- [MLRT04] MOORE, DAVID, JOHN LEONARD, DANIELA RUS und SETH TELLER: Robust distributed network localization with noisy range measurements. In: Proceedings of the 2nd international conference on Embedded networked sensor systems, Seiten 50-61. ACM, 2004.
- [MMM05] MONTESANO, LUIS, JAVIER MINGUEZ und LUIS MONTANO: Modeling the static and the dynamic parts of the environment to improve sensor-based navigation. In: Proceedings of the 2005 IEEE international conference on robotics and automation, Seiten 4556-4562. IEEE, 2005.
- [MNRS07] MORELLI, CARLO, MONICA NICOLI, VITTORIO RAMPA und UMBERTO SPAGNOLINI: Hidden Markov models for radio localization in mixed LOS/NLOS conditions. Signal Processing, IEEE Transactions on, 55(4):1525–1542, 2007.
- [Mon03] MONTEMERLO, MICHAEL: FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem with unknown data association. Doktorarbeit, PhD thesis, Carnegie Mellon University, USA, 2003.
- [Mor88] MORAVEC, HANS P: Sensor fusion in certainty grids for mobile robots. AI magazine, 9(2):61, 1988.
- [MTK⁺02] MONTEMERLO, MICHAEL, SEBASTIAN THRUN, DAPHNE KOLLER, BEN WEGBREIT et al.: FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem. In: Aaai/iaai, Seiten 593–598, 2002.

- [MTKW03] MONTEMERLO, MICHAEL, SEBASTIAN THRUN, DAPHNE KOLLER und BEN WEGBREIT: FastSLAM 2.0: An Improved Particle Filtering Algorithm for Simultaneous Localization and Mapping that Provably Converges. In: Proceedings of the Sixteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), Acapulco, Mexico, 2003.
- [Mur99] MURPHY, KEVIN PATRICK: Bayesian Map Learning in Dynamic Environments. In: NIPS, Seiten 1015–1021, 1999.
- [Mur02] MURPHY, KEVIN PATRICK: Dynamic bayesian networks: representation, inference and learning. Doktorarbeit, University of California, Berkeley, 2002.
- [MZZ⁺09] MENEGATTI, EMANUELE, ANDREA ZANELLA, STEFANO ZIL-LI, FRANCESCO ZORZI und ENRICO PAGELLO: Range-only SLAM with a mobile robot and a wireless sensor networks. In: Robotics and Automation, 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on, Seiten 8–14. IEEE, 2009.
- [N⁺04] NEAPOLITAN, RICHARD E et al.: Learning bayesian networks, Band 38. Prentice Hall Upper Saddle River, 2004.
- [Nie97] NIELSEN, RICHARD O: Relationship between dilution of precision for point positioning and for relative positioning with GPS. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 33(1):333–338, 1997.
- [NL02] NASIPURI, ASIS und KAI LI: A directionality based location discovery scheme for wireless sensor networks. In: Proceedings of the 1st ACM international workshop on Wireless sensor networks and applications, Seiten 105–111. ACM, 2002.
- [NMTS05] NGUYEN, VIET, AGOSTINO MARTINELLI, NICOLA TOMATIS und ROLAND SIEGWART: A comparison of line extraction algorithms using 2D laser rangefinder for indoor mobile robotics. In: Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference on, Seiten 1929–1934. IE-EE, 2005.
- [NN03] NICULESCU, DRAGOŞ und BADRI NATH: DV based positioning in ad hoc networks. Telecommunication Systems, 22(1):267– 280, 2003.
- [NRALP13] NURMINEN, HENRI, ANSSI RISTIMAKI, SIMO ALI-LOYTTY und ROBERT PICHÉ: Particle filter and smoother for indoor localization. In: Indoor Positioning and Indoor Navigation

(IPIN), 2013 International Conference on, Seiten 1–10. IEEE, 2013.

- [NT01] NEIRA, JOSÉ und JUAN D TARDÓS: Data association in stochastic mapping using the joint compatibility test. IEEE Transactions on robotics and automation, 17(6):890–897, 2001.
- [NYLZ08] NI, CUI, QIN YE, BOFENG LI und SHAOMING ZHANG: Road extraction from high-resolution remote sensing image based on phase classification. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 37(3B):509-514, 2008.
- [OLT06] OLSON, EDWIN, JOHN J LEONARD und SETH TELLER: Robust range-only beacon localization. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 31(4):949–958, 2006.
- [Pea14] PEARL, JUDEA: Probabilistic reasoning in intelligent systems: networks of plausible inference. Morgan Kaufmann, 2014.
- [PH08] PINK, OLIVER und BRITTA HUMMEL: A statistical approach to map matching using road network geometry, topology and vehicular motion constraints. In: Intelligent Transportation Systems, 2008. ITSC 2008. 11th International IEEE Conference on, Seiten 862–867. IEEE, 2008.
- [PHYH06] POTTMANN, HELMUT, QI-XING HUANG, YONG-LIANG YANG und SHI-MIN HU: Geometry and convergence analysis of algorithms for registration of 3D shapes. International Journal of Computer Vision, 67(3):277–296, 2006.
- [PKB+99] PISTER, KRISTOFER SJ, JOSEPH M KAHN, BERNHARD E BOSER et al.: Smart dust: Wireless networks of millimeterscale sensor nodes. Highlight Article in, Seite 2, 1999.
- [QKS06] QI, YIHONG, HISASHI KOBAYASHI und HIROHITO SUDA: Analysis of wireless geolocation in a non-line-of-sight environment. IEEE Transactions on wireless communications, 5(3):672–681, 2006.
- [QOZN03] QUDDUS, MOHAMMED A, WASHINGTON YOTTO OCHIENG, LIN ZHAO UND ROBERT B NOLAND: A general map matching algorithm for transport telematics applications. GPS solutions, 7(3):157-167, 2003.
- [R⁺88] RUBIN, DONALD B et al.: Using the SIR algorithm to simulate posterior distributions. Bayesian statistics, 3(1):395–402, 1988.

- [Rad17] RADON, JOHANN: Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten. Berichte über die Verhandlungen der Königlich-Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-Physische Klasse, Leipzig: Teubner, 69:262–277, 1917.
- [RAG04] RISTIC, BRANKO, SANJEEV ARULAMPALAM und NEIL JA-MES GORDON: Beyond the Kalman filter: Particle filters for tracking applications. Artech house, 2004.
- [RCM14] RIAZUELO, LUIS, JAVIER CIVERA und JMM MONTIEL: C 2 tam: A cloud framework for cooperative tracking and mapping. Robotics and Autonomous Systems, 62(4):401-413, 2014.
- [Rei07] REICHENBACH, FRANK: Ressourcensparende Algorithmen zur exakten Lokalisierung in drahtlosen Sensornetzwerken. Doktorarbeit, University of Rostock, 2007.
- [Rip09] RIPLEY, BRIAN D: Stochastic simulation, Band 316. John Wiley & Sons, 2009.
- [RNC⁺03] RUSSELL, STUART JONATHAN, PETER NORVIG, JOHN F CANNY, JITENDRA M MALIK und DOUGLAS D EDWARDS: Artificial intelligence: a modern approach, Band 2. Prentice hall Upper Saddle River, 2003.
- [Roa98] ROACHE, PATRICK J: Verification and validation in computational science and engineering, Band 895. Hermosa Albuquerque, NM, 1998.
- [RS03] RAMADURAI, VAIDYANATHAN und MIHAIL L SICHITIU: Localization in Wireless Sensor Networks: A Probabilistic Approach. In: International conference on wireless networks, Seiten 275–281, 2003.
- [RT06] REICHENBACH, FRANK und DIRK TIMMERMANN: Indoor localization with low complexity in wireless sensor networks. In: Industrial Informatics, 2006 IEEE International Conference on, Seiten 1018–1023. IEEE, 2006.
- [SA87] SMITH, JULIUS und JONATHAN ABEL: Closed-form leastsquares source location estimation from range-difference measurements. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 35(12):1661–1669, 1987.
- [SB04] SACK, DANIEL und WOLFRAM BURGARD: A comparison of methods for line extraction from range data. In: Proc. of the 5th

IFAC symposium on intelligent autonomous vehicles (IAV), Band 33, 2004.

- [SC86] SMITH, RANDALL C und PETER CHEESEMAN: On the representation and estimation of spatial uncertainty. The international journal of Robotics Research, 5(4):56–68, 1986.
- [Sch66] SCHÖNEMANN, PETER H: A generalized solution of the orthogonal Procrustes problem. Psychometrika, 31(1):1–10, 1966.
- [Seb09] SEBER, GEORGE ARTHUR FREDERICK: Multivariate observations, Band 252. John Wiley & Sons, 2009.
- [SF83] SANFELIU, ALBERTO und KING-SUN FU: A distance measure between attributed relational graphs for pattern recognition. IE-EE transactions on systems, man, and cybernetics, 13(3):353– 362, 1983.
- [SGBR07] STACHNISS, CYRILL, GIORGIO GRISETTI, WOLFRAM BUR-GARD und NICHOLAS ROY: Analyzing gaussian proposal distributions for mapping with rao-blackwellized particle filters. In: 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Seiten 3485–3490. IEEE, 2007.
- [SGMS05] SAVVIDES, ANDREAS, WENDY L GARBER, RANDOLPH L MOSES und MANI B SRIVASTAVA: An analysis of error inducing parameters in multihop sensor node localization. IEEE Transactions on Mobile Computing, 4(6):567–577, 2005.
- [SKW08] SUN, DALI, ALEXANDER KLEINER und THOMAS M WENDT: Multi-robot range-only slam by active sensor nodes for urban search and rescue. In: Robot Soccer World Cup, Seiten 318–330. Springer, 2008.
- [SMDL05] SOLA, JOAN, ANDRÉ MONIN, MICHEL DEVY und THOMAS LEMAIRE: Undelayed initialization in bearing only SLAM. In: 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Seiten 2499–2504. IEEE, 2005.
- [Sny87] SNYDER, JOHN PARR: Map projections-A working manual, Band 1395. US Government Printing Office, 1987.
- [SPT⁺14] SAEEDI, SAJAD, LIAM PAULL, MICHAEL TRENTINI, MAE SE-TO und HOWARD LI: Group mapping: A topological approach to map merging for multiple robots. IEEE Robotics & Automation Magazine, 21(2):60–72, 2014.

- [SPTL11] SAEEDI, SAJAD, LIAM PAULL, MICHAEL TRENTINI und HO-WARD LI: Neural network-based multiple robot simultaneous localization and mapping. IEEE Transactions on Neural Networks, 22(12):2376-2387, 2011.
- [SS02] SIMIC, SLOBODAN N und SHANKAR SASTRY: Distributed localization in wireless ad hoc networks. Technischer Bericht, Technical Report UCB/ERL, 2002.
- [SSC90] SMITH, RANDALL C, MATTHEW SELF und PETER CHEESE-MAN: Autonomous robot vehicles. Springer, Seiten 167–193, 1990.
- [Sto05] STOJMENOVIC, IVAN: Handbook of sensor networks: algorithms and architectures, Band 49. John Wiley & Sons, 2005.
- [SW81] SMITH, TEMPLE F und MICHAEL S WATERMAN: Identification of common molecular subsequences. Journal of molecular biology, 147(1):195–197, 1981.
- [T⁺02] THRUN, SEBASTIAN et al.: *Robotic mapping: A survey.* Exploring artificial intelligence in the new millennium, 1:1–35, 2002.
- [Tay97] TAYLOR, JOHN R: An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements. A series of books in physics. University Science Books, 1997.
- [TBF98] THRUN, SEBASTIAN, WOLFRAM BURGARD und DIETER FOX: A probabilistic approach to concurrent mapping and localization for mobile robots. Autonomous Robots, 5(3-4):253-271, 1998.
- [TBF00] THRUN, SEBASTIAN, WOLFRAM BURGARD und DIETER FOX: A real-time algorithm for mobile robot mapping with applications to multi-robot and 3D mapping. In: Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on, Band 1, Seiten 321–328. IEEE, 2000.
- [TBF05] THRUN, SEBASTIAN, WOLFRAM BURGARD und DIETER FOX: Probabilistic Robotics (Intelligent Robotics and Autonomous Agents). The MIT Press, 2005.
- [TD99] THORPE, MICHAEL F und PHILLIP M DUXBURY: *Rigidity* theory and applications. Springer Science & Business Media, 1999.

- [Thr98] THRUN, SEBASTIAN: Learning metric-topological maps for indoor mobile robot navigation. Artificial Intelligence, 99(1):21-71, 1998.
- [TL05] THRUN, SEBASTIAN und YUFENG LIU: Multi-robot SLAM with sparse extended information filers. Robotics Research, Seiten 254–266, 2005.
- [TMDB13] TIPALDI, GIAN DIEGO, DANIEL MEYER-DELIUS und WOLF-RAM BURGARD: Lifelong localization in changing environments. The International Journal of Robotics Research, 32(14):1662–1678, 2013.
- [TNNL02] TARDÓS, JUAN D, JOSÉ NEIRA, PAUL M NEWMAN und JOHN J LEONARD: Robust mapping and localization in indoor environments using sonar data. The International Journal of Robotics Research, 21(4):311-330, 2002.
- [VdV98] VAART, AAD W VAN DER: Asymptotic statistics, Band 3. Cambridge university press, 1998.
- [WBMM16] WEBER, RICHARD, PAUL BALZER, OLIVER MICHLER und ERIK MADEMANN: Improved RO-SLAM using Activity Classification for Automated V2X Infrastructure Mapping. In: Positioning, Navigation and Communications (WPNC), 2016 13th Workshop on, Seiten 1–8. IEEE, 2016.
- [WC02] WHITEHOUSE, KAMIN und DAVID CULLER: Calibration as parameter estimation in sensor networks. In: Proceedings of the 1st ACM international workshop on Wireless sensor networks and applications, Seiten 59–67. ACM, 2002.
- [WGMR13] WEBER, RICHARD, UWE GOSDA, OLIVER MICHLER und JU-LIA RINGEL: WSN-based passenger localization in severe NLOS environments using SDP. In: Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2013 International Conference on, Seiten 1-7. IEEE, 2013.
- [Wil61] WILKINSON, JAMES HARDY: Error analysis of direct methods of matrix inversion. Journal of the ACM (JACM), 8(3):281– 330, 1961.
- [WL16] WANG, MEIQING und CHOI-HONG LAI: A concise introduction to image processing using C++. CRC Press, 2016.
- [WRMZ11] WEBER, RICHARD, ROBERT RICHTER, OLIVER MICHLER und SVEN ZEISBERG: *RF-based positioning and localization*

techniques in wireless sensor networks using a C-MDS approach. In: Positioning Navigation and Communication (WP-NC), 2011 8th Workshop on, Seiten 111–115. IEEE, 2011.

- [WS05] WOLF, DENIS F und GAURAV S SUKHATME: Mobile robot simultaneous localization and mapping in dynamic environments. Autonomous Robots, 19(1):53-65, 2005.
- [YB96] YAMAUCHI, BRIAN und RANDALL BEER: Spatial learning for navigation in dynamic environments. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 26(3):496-505, 1996.
- [ZHKS04] ZHOU, GANG, TIAN HE, SUDHA KRISHNAMURTHY und JOHN A STANKOVIC: Impact of radio irregularity on wireless sensor networks. In: Proceedings of the 2nd international conference on Mobile systems, applications, and services, Seiten 125–138. ACM, 2004.
- [ZMT10] ZHOU, FANG, SÉBASTIEN MAHLER und HANNU TOIVONEN: Network simplification with minimal loss of connectivity. In: Data Mining (ICDM), 2010 IEEE 10th International Conference on, Seiten 659–668. IEEE, 2010.

Anhang

Anhang A

Ergänzungen zum entwickelten Verfahren

A.1 Generierung von Bewegungsinformationen

Prinzipiell ist es möglich, aus den im Sensornetz gemessenen Distanzen (s. Abschnitt 2.1.4) unter Berücksichtigung der Messungenauigkeiten und geometrischen Verhältnisse Bewegungsinformationen abzuleiten. Im Folgenden wird eine heuristische Methode zur Approximation der Objektgeschwindigkeit v mit Hilfe der zugrundeliegenden Datenbasis, den Distanzmessungen zwischen mobilem Objekt und Ankern, beschrieben. Da aus den in Abschnitt 1.2 genannten Gründen per se keine Steuersignale (s. Abschnitt 4.1.1.2) zur Lösung des SLAM-Problems verfügbar sind, kann die Bestimmung der Approximation \hat{v} diesen Umstand zumindest ansatzweise kompensieren. Hierbei beschränkt sich die Informationsgenerierung jedoch auf die Objektgeschwindigkeit, weil weder Positionsinformationen noch Richtungsbeobachtungen als Datenbasis zur Bestimmung des Lagewinkels vorliegen.

Seien $r_{t-1,l}$ und $r_{t,l}$ die Distanzmessungen zwischen dem mobilen Objekt und dem *l*-ten Anker mit l = 1, 2, ..., M zu den zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten t-1 und t. Für die Objektgeschwindigkeit v gilt dann

$$v = \max_{l} \left(\frac{|r_{t,l} - r_{t-1,l}|}{c_l(\tau_t - \tau_{t-1})} \right) = \max_{l} \left(\frac{|\Delta r_l|}{c_l \Delta \tau} \right)$$
(A.1)

mit der betragsmäßigen Distanzänderung $|\Delta r_l|$ und der Zeitspanne $\Delta \tau = \tau_t - \tau_{t-1}$. Der Faktor

$$c_{l} = |\cos(\operatorname{atan2}(y_{\mathrm{a},l} - y_{\mathrm{m}}, x_{\mathrm{a},l} - x_{\mathrm{m}}) - \theta_{\mathrm{m}})| \qquad (A.2)$$

mit der Ankerposition $\begin{pmatrix} x_{a,l} & y_{a,l} \end{pmatrix}^T$ und der Objektpose $\begin{pmatrix} x_m & y_m & \theta_m \end{pmatrix}^T$ stellt dabei den trigonometrischen Bezug zwischen Distanzänderung und Objektbewegung her. Er wird aus den in Abschnitt 2.1.4.1 genannten Winkeln

A - 1

zwischen dem mobilen Objekt sowie den Ankern bestimmt und liegt im Intervall (0; 1]. Die Anker, für die sich $c_l = 0$ ergibt, werden in Gleichung A.1 nicht berücksichtigt. Da anwendungsbedingt zunächst keine Positionsinformationen und damit auch keine Winkel vorliegen, kann c_l nicht berechnet, sondern muss empirisch mit $\forall l : c_l = c_{emp} = 1$ angegeben werden. Daraus folgt für Gleichung A.1 die Approximation

$$\hat{v} = \max_{l} \left(\frac{|\Delta r_l|}{\Delta \tau} \right). \tag{A.3}$$

Für $c_l < 1$ würde \hat{v} unterschätzt werden, d.h., dass die beschriebene Methode zwar keine Schätzung der exakten, jedoch der minimalen Geschwindigkeit generiert.

Auf die daraus resultierenden Geschwindigkeitsfehler kann mit Hilfe des in Abbildung A.1 dargestellten relativen Fehlers $(v - \hat{v})/v$ und Gleichung A.3 für die *j*-te Objektposition qualitativ geschlussfolgert werden. Dazu wird beispielhaft eine horizontale Objektbewegung angenommen, für welche sich, in (a) gut sichtbar, für betragsmäßige Bewegungen in Richtung des dargestellten Ankers (links und rechts im Beispiel) die Faktoren $c_{l,j} \approx c_{\rm emp}$ und damit geringe relative Fehler ergeben. Bewegt sich das Objekt hingegen parallel zum Anker (oben und unten im Beispiel), folgt $c_{l,j} \approx 0 \neq c_{\rm emp}$, d.h., die Distanzänderung kann bei zunehmender Abweichung der Faktoren $c_{l,j}$ von 1 nicht mehr zur Generierung von Bewegungsinformationen herangezogen werden. In (b) sind die relativen Geschwindigkeitsfehler beispielhaft für mehrere Anker dargestellt. Darüber hinaus wird die Approximation in Gleichung A.3 zusätzlich durch den Fehlereinfluss der Messungenauigkeit auf Δr_l eingeschränkt, welcher durch Datenfilterung mit den in Abschnitt 3.2 vorgestellten Filtern reduziert werden kann.

A.2 Erweiterung des FastSLAM-Verfahrens

Die in Abschnitt 3.2.3.1 beschriebene Abweichung zwischen Ziel- und Vorschlagsverteilung (s. Abbildung 3.8) der Partikel wird prinzipiell durch das Resampling korrigiert und bildet die Voraussetzung für konsistente Schätzergebnisse. Da die aktuelle Beobachtung üblicherweise nicht innerhalb der Vorschlagsverteilung berücksichtigt wird, kommt es für Beobachtungen mit wesentlich höherer Genauigkeit als die der Steuersignale teils zu drastischeren Abweichungen. Diese können beim Fehlen konkreter Steuersignale im FastSLAM-Verfahren in Abschnitt 4.4.3.3 zur Steigerung der Verfahrenskonsistenz reduziert werden, insbesondere wenn der Algorithmus (noch) nicht konvergiert, d.h., wenige bis keine Ankerhypothesen entfernt wurden und somit ein Zustandsraum mit vielen lokalen Maxima vorliegt.

Zur Reduzierung der Abweichung zwischen Ziel- und Vorschlagsverteilung schlagen [MTK⁺02], [HBFT03] und [GSB07] eine verbesserte Modellierung der Vorschlagsverteilung durch FastSLAM 2.0 vor. Dabei werden die



Abbildung A.1: Qualität der generierten Bewegungsinformationen dargestellt durch relative Geschwindigkeitsfehler jeder Objektposition für eine beispielhaft gewählte horizontale Objektbewegung und eine Ankerposition (schwarzes Quadrat) in (a) bzw. vier Ankerpositionen in (b). Die Fehler sind für betragsmäßige Bewegungen in Ankerrichtung (links und rechts) gering, für Bewegungen parallel zum Anker (oben und unten) hingegen hoch.

Partikel durch das im Prädiktionsschritt durchgeführte Sampling in passenderer Weise im Zustandsraum verteilt, indem die aktuelle Beobachtung z_t unter Berücksichtigung der bisher erstellten Umgebungskarte gezielt einbezogen wird. Gemäß [BNN06] kann dadurch bei begrenzter Partikelanzahl der Partikel-Verarmung infolge einer ansonsten willkürlichen und großflächigen Verteilung im Zustandsraum entgegengewirkt werden.

Die Bestimmung der prädizierten Objektpositionen $\overline{\mathbf{x}}_t^{[1:N]}$ in FastSLAM 2.0 erfolgt unter Verwendung der Vorschlagsverteilung

$$\forall j : \overline{\mathbf{x}}_t^{[j]} \sim \Pi\left(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}^{[j]}, \mathbf{z}_t\right) \tag{A.4}$$

mit der Objektposition $\mathbf{x}_{t-1}^{[j]}$, der Beobachtung \mathbf{z}_t und $j = 1, 2, \ldots, N$, wobei analog zu Abschnitt 4.4.3.3 ebenso auf die Einbeziehung des Steuersignals \mathbf{u}_t verzichtet wird. Zudem ist zur Bestimmung der Partikelgewichte $w_{\mathbf{m},t}^{[1:N]}$ als Verhältnis von Ziel- zu Vorschlagsverteilung der Partikeltrajektorie die Umformulierung des probabilistischen Beobachtungsmodells in Gleichung 4.80 nach [Dou98] und [GSB07] durch

$$P\left(\mathbf{z}_t | \overline{\mathbf{x}}_{1:t}^{[j]}, \mathbf{z}_{1:t-1}\right) = \sum_{i=1}^N P\left(\mathbf{z}_t | \overline{\mathbf{x}}_t^{[i]}, \Theta\right) P\left(\overline{\mathbf{x}}_t^{[i]} | \mathbf{x}_{t-1}^{[j]}\right)$$
(A.5)

erforderlich, wobei sich die Umgebungskarte Θ aus $\overline{\mathbf{x}}_{1:t-1}^{[j]}$ und $\mathbf{z}_{1:t-1}$ ergibt.

Da die Vorschlagsverteilung in Gleichung A.4 lokale Optimalität beansprucht, erfolgt die Bestimmung der Gewichte in Gleichung 4.79 entlang deren unterer theoretischer Varianzgrenze. Somit tragen aufgrund der Einbeziehung der Beobachtungen innerhalb der Vorschlagsverteilung in FastSLAM 2.0 wesentlich mehr Partikel zur Approximation der Zielverteilung bei. Das Resampling erfolgt dadurch mit verringerter Partikel-Verarmung, was zu einer prinzipiellen Reduzierung der Historienverluste führt.

In Abbildung A.2(a) und (b) werden die Historienverluste von FastSLAM 1.0 und FastSLAM 2.0 miteinander verglichen. Hierzu ist über die Zeit dargestellt, von wie vielen Partikeln vergangener Zeitschritte das aktuelle Partikelset abstammt. Dabei weist FastSLAM 2.0 in (b) deutlich weniger Verluste auf, was auf eine geringere Abweichung zwischen Ziel- und Vorschlagsverteilung und somit mehr beim Resampling berücksichtigte Partikel zurückzuführen ist. Demnach verfügt FastSLAM 2.0 über eine größere Partikeldiversität, d.h., mehr Partikel weisen Objekttrajektorien- und Ankerkartenunterschiede auf, wodurch letztlich die Verfahrenskonsistenz gesteigert wird.



Abbildung A.2: Vergleich der Historienverluste von FastSLAM 1.0 und 2.0 in (a) und (b). In logarithmischer Farbskalierung ist über die Zeit dargestellt, von wie vielen Partikeln vergangener Zeitschritte das aktuelle Partikelset abstammt, wobei FastSLAM 2.0 deutlich weniger Historienverluste aufweist.

A.3 Ablauf des konzipierten Greedy-Algorithmus

Der detaillierte Ablauf des in Abschnitt 5.2.1.2 vorgestellten konzipierten Greedy-Algorithmus zum Auflösen der Mehrdeutigkeiten ist in Abbildung A.3 beispielhaft für zwei Karten (links und rechts) derselben Anker veranschaulicht und ergänzt Abbildung 5.3. Die grau dargestellten, kartenübergreifend bestimmten Residuen der paarweisen Ankerkombinationen in Abbildung A.3(a) bis (l) ermöglichen das schrittweise Ablehnen der Positionshypothesen, die jeweils das maximale Gesamtresiduum aufweisen. Dies betrifft die Hypothesen von Anker 4 in (a), Anker 4 in (b), Anker 5 in (c), Anker 1 in (d), Anker 2 in (e), Anker 3 in (f), Anker 1 in (g), Anker 5 in (h), Anker 3 in (i) und Anker 2 in (j). Abgelehnte Hypothesen sind in allen weiteren Verfahrensiterationen nicht mehr abgebildet. Die in (k) und (l) dargestellten finalen Ankerkarten der letzten beiden Verfahrensiterationen entsprechen den beschrifteten Übereinstimmungen in Abbildung 5.2(c).



 $\rm A$ - 5



Abbildung A.3: Detaillierter Ablauf des konzipierten Greedy-Algorithmus beispielhaft dargestellt für zwei Karten derselben Anker. Die in (a) und (b) zunächst mehrdeutigen Anker werden anhand der grau gekennzeichneten Residuen der Ankerkombinationen infolge weiterer Verfahrensiterationen in (c) bis (l) schrittweise eindeutig.

A.4 Lagewinkel der Kanten in einer Rastergrafik

Das in Abschnitt 6.2.2 behandelte Daten-Matching-Verfahren für rasterbasierte Karteninformationen stützt sich bei der Durchführung der Rotation auf Methoden der Bildverarbeitung. Ziel dabei ist es, den dominierenden Lagewinkel der Kanten der Rastergrafik \mathcal{I}_{RGB} zu ermitteln. Dafür wird diese zunächst in das Graustufenbild

$$\mathcal{I} = 0,2989 \,\mathcal{I}_{\rm R} + 0,587 \,\mathcal{I}_{\rm G} + 0,114 \,\mathcal{I}_{\rm B} \tag{A.6}$$

mit dem Standard ITU-R-Empfehlung BT.601-7 als gewichtete Summe der Farbkomponenten sowie in das Binärbild (Schwarz-Weiß-Bild)

$$\forall x, y : \mathcal{I}_{\mathrm{BW}, y, x} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \mathcal{I}_{y, x} > \varepsilon_{\mathrm{BW}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(A.7)

mit den Rasterzellenkoordinaten (x, y) und dem gängigen Grenzwert $\varepsilon_{BW} = (\min \mathcal{I} + \max \mathcal{I})/2$ umgewandelt. Aus dem vergleichsweise kontrastreichen Binärbild erfolgt gemäß Abbildung A.4 anschließend die Generierung des binären Gradientenbilds $\Delta \mathcal{I}_{BW}$ durch Kantendetektoren wie z.B. Sobel-Operator und Canny-Algorithmus, welche durch [Can86] und [Lim90] formuliert sind. Die bevorzugte Verwendung des Binärbilds anstelle des Graustufenbilds resultiert daraus, dass sich aus dem höheren Kontrast bei gleicher Parametrisierung des Detektors deutlich mehr Kanten im Gradientenbild ergeben.



Abbildung A.4: Kantendetektion anhand der Rastergrafik vom Betriebshof Gruna. (a) zeigt das Binärbild der Grafik, während in (b) die detektierten Kanten als binäres Gradientenbild dargestellt sind.

Zur Erkennung von Geraden innerhalb von $\Delta \mathcal{I}_{BW}$, das für die Rastergrafik vom Betriebshof Gruna in Abbildung A.4(b) dargestellt ist, eignen sich sowohl die Radon-Transformation nach [Rad17], [Lim90] und [SPTL11] als auch die Hough-Transformation nach [Bal81], [Dav04] und [Car08]. Beide generieren in ähnlicher Weise einen Dualraum, welcher gemäß Abbildung A.5 durch den Lagewinkel¹ θ im Intervall $[0; \pi)$ und den Euklidischen Abstand

$$d_{x,y}(\theta) = x\cos\theta + y\sin\theta \tag{A.8}$$

vom Koordinatenursprung der Rastergrafik zur Geraden aufgespannt wird. Die durch $\{\theta, d\}$ beschriebenen Geraden verlaufen durch jede Rasterzelle (x, y), für die gilt $\Delta \mathcal{I}_{BW,y,x} \neq 0$. Auf dieser Basis lässt sich die in Abbildung A.5(a) dargestellte Matrix T, welche den Dualraum in diskretisierter Form repräsentiert, an den entsprechenden Stellen $T_{\theta,d}$ inkrementieren. Anhand von Häufungspunkten in T, die sich aus einer Vielzahl von Rasterzellen ergeben, können so mögliche Geraden erkannt werden. Der für die Gesamtheit aller Kanten dominierende Lagewinkel

$$\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} \sum_{d} \begin{cases} T_{\theta,d} & \text{wenn } T_{\theta,d} \ge \varepsilon \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(A.9)

wird schließlich aus den kumulierten Häufungspunkten signifikanter Geraden über alle Abstände *d* bestimmt. In Abbildung A.5(b) ist dies für unterschiedliche Grenzwerte ε , welche die minimale Länge solcher Geraden in Rasterzellen angeben, veranschaulicht. Dabei erweist sich bspw. für die Bildgröße 3200×2400 der Wert $\varepsilon = 100$ als geeignet. Am Beispiel der Rastergrafik vom Betriebshof Gruna können zwei dominierende Lagewinkel bei $\hat{\theta} = 0$ bzw. $\hat{\theta} = \pi/2$ abgelesen werden, was auf die orthogonale Struktur der Grafik zurückzuführen ist.



Abbildung A.5: Geradenerkennung und Lagewinkelbestimmung für das Gradientenbild $\Delta \mathcal{I}_{BW}$. (a) zeigt die Matrix T im Dualraum, deren kumulierte Häufungspunkte in (b) für unterschiedliche Grenzwerte ε dargestellt sind.

¹Der Lagewinkel θ beschreibt den Winkel zwischen der Normalen einer Geraden und der x-Achse. Dabei gilt der mathematisch positive Drehsinn, d.h. für das bei Rastergrafiken übliche linkshändige Koordinatensystem rechtsdrehend bzw. *im Uhrzeigersinn*.

Anhang B

Ergänzungen zur Verfahrensevaluation

B.1 Geschwindigkeitsprofile der simulierten Objekttrajektorien

Abbildung B.1 zeigt die Geschwindigkeitsprofile der simulierten Objekttrajektorien aus Abbildung 7.5, welche im Rahmen der Erstellung von Testszenarien in Abschnitt 7.3 zur Evaluation des entwickelten Verfahrens festgelegt wurden. Die dargestellten Profile enthalten die im Geschwindigkeitsset $v = \{0 \text{ m s}^{-1}; 5 \text{ m s}^{-1}; 10 \text{ m s}^{-1}\}$ definierten Werte, wobei die beiden mittleren Profile temporäre Ruhezustände einschließen.

B.2 Gesamtes SLAM-Ergebnis eines Testszenarios

Als Ergänzung zu Abschnitt 7.4.1.1 enthält Abbildung B.2 die EKF-SLAM-, IML-SLAM- und FastSLAM-Ergebnisse aller 4 definierten mobilen Objekte für ein Testszenario mit den Werten $\{(0,1 \text{ m})^2; 0,02; 10 \text{ Hz}\}$, welches beispielhaft ausgewählt wurde. Bei detaillierterer Betrachtung ist festzustellen, dass für längere kollineare Trajektorienabschnitte teilweise Divergenz droht. Dieser Effekt wird besonders in Abbildung B.2(a) und (j) anhand der Abknickung unmittelbar nach Trajektorienstart sichtbar. Zudem ist zu beobachten, dass sich in seltenen Fällen die Wahrscheinlichkeiten einer der beiden durch solche Abschnitte kartierten Regionen ähnlich wahrscheinlicher Hypothesen aufgrund von Mehrwegeeffekten während des Verfahrensverlaufs erheblich reduzieren. Damit wird für eigentlich mehrdeutige Anker keine zweite bzw. lediglich eine falsche Hypothese gefunden, wie z.B. für Anker 24 in (a).



Abbildung B.1: Geschwindigkeitsprofile der Objekttrajektorien.

B.3 Statistische Repräsentativität

Zur Untersuchung der statistischen Repräsentativität der 100 Testszenarien, die sich in jeder der 7 Szenariengruppen befinden, wird die Reproduzierbarkeit der SLAM-Ergebnisse aus Abschnitt 7.4.1.2 mit der Erwartung analysiert, ähnliche Ergebnisse für ähnliche Sensordaten zu erhalten. Dazu erfolgt für jede Gruppe die Bestimmung der Standardabweichung $\sigma_{90\%}$ aus den Werten des Qualitätsmaßes Quantil 90%, die für alle Testszenarien einzeln gebildet werden. Dieses Maß eignet sich, da es relativ robust gegenüber Ausreißern unter den Einzelfehlern ist. Die ermittelten Standardabweichungen werden durch Tabelle B.1 für die Anker und mobilen Objekte aller drei SLAM-Verfahren bereitgestellt. Sie liefern eine Aussage darüber, ob die aus bestimmten Daten resultierenden SLAM-Ergebnisse zuverlässig, d.h. in ihrer Genauigkeit reproduzierbar, sind. Dabei ergeben sich auch größere Werte, indem gleichzeitig die Quantile konvergierender und divergierender Ergebnisse mit im Regelfall gebündelt auftretenden höheren Fehlern zugrunde liegen. Zudem sind gerade für gute Sensordaten (z.B. bei Messvarianz $(0,01 \text{ m})^2$ und Ausreißerwahrscheinlichkeit 0 für das FastSLAM-Verfahren) hohe Werte nicht ungewöhnlich, da viele gleich gute und wenige schlechte Ergebnisse zu höheren Werten führen als viele gleich schlechte Ergebnisse.

Die EKF-SLAM-Ergebnisse aller Szenariengruppen außer der Gruppe $\{(0,1 \text{ m})^2; 0,02; 20 \text{ Hz}\}$ generieren verfahrensbedingt die größten Standardabweichungen, d.h., sie zeigen die geringste Reproduzierbarkeit. Für kleinere Standardabweichungen hingegen wäre die statistische Repräsentativität auch bei deutlich weniger als 100 Testszenarien gegeben, womit in solchen Fällen die Szenarienanzahl reduziert werden könnte. Als Ergänzung enthält Tabelle B.1 die Standardabweichungen, die sich aus dem 100-maligen Applizieren der drei SLAM-Verfahren mit denselben Referenzdistanzen ergeben. Da weder das EKF-SLAM- noch das IML-SLAM-Verfahren über Zufallskomponenten verfügt und demzufolge immer gleiche Ergebnisse liefert, resultieren hierbei Werte von Null. Im Vergleich dazu konvergiert das FastSLAM-Verfahren trotz zufallsbasiertem Sampling und Resampling (s. Abschnitt 3.2.3) immer ähnlich genau, was die als gut bewertete Verfahrenskonsistenz bestätigt.

Tabelle B.1: Bewertung der Reproduzierbarkeit der SLAM-Ergebnisse anhand der Standardabweichung $\sigma_{90\%}$ für die Anker- und Trajektoriengenauigkeit von EKF-SLAM, IML-SLAM und FastSLAM.

Testszenarien			EKF-SLAM		IML-SLAM		FastSLAM	
σ^2	$p_{\rm out}$	Δt^{-1}	Anker	Objekt	Anker	Objekt	Anker	Objekt
$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	13,23	8,18	2,88	0,77	0,94	0,42
$(0,01{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	$23,\!69$	$16,\!58$	2,59	$0,\!68$	10,39	0,38
$(1 \mathrm{m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	28,02	$19,\! 62$	4,91	1,1	1,01	0,3
$(0,1{\rm m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	$14,\!37$	$10,\!64$	4,33	0,77	10,55	7,74
$(0,1{\rm m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	$27,\!58$	23, 39	3,51	1,21	6,2	8,85
$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	2,56	3,19	12,27	1,92	0,8	0,36
$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	23,78	26,04	2,16	7,48	4,09	0,86
Referenzdistanzen			0	0	0	0	0,2	$_{0,05}$

B.4 Gesamtes Ankerkarten-Merging-Ergebnis eines Testszenarios

Als Ergänzung zu Abschnitt 7.4.2.1 enthält Abbildung B.3 die kooperativen Ankerkarten-Merging-Ergebnisse, welche aus den Ergebnissen der anderen beiden SLAM-Verfahren, EKF-SLAM- und FastSLAM, aus Abschnitt B.2 resultieren und für alle 4 definierten mobilen Objekte zusammengefasst dargestellt sind. Bei detaillierterer Betrachtung ist festzustellen, dass einzel-







(b)

ERGÄNZUNGEN ZUR VERFAHRENSEVALUATION



(c)



(d)









ERGÄNZUNGEN ZUR VERFAHRENSEVALUATION



(g)



(h)








ERGÄNZUNGEN ZUR VERFAHRENSEVALUATION



Abbildung B.2: SLAM-Ergebnisse eines Testszenarios für EKF-SLAM in (a) bis (d), IML-SLAM in (e) bis (h) und FastSLAM in (i) bis (l).

ne Objekttrajektorien, welche in die gemeinsame Ankerkarte transformiert wurden, aufgrund einer teilweise ungenauen Ankerkartierung ihre jeweilige Referenztrajektorie weniger genau abbilden. Zwei Beispiele dafür sind die Trajektorie mit blauer Referenz in Abbildung B.3(a) und die mit grüner Referenz in (b) verglichen mit Abbildung B.2(a) und (k). Im ersten Beispiel zieht nach der Transformation in die gemeinsame Ankerkarte Anker 1 aus Abbildung B.2(a) die betreffende Trajektorie nach oben. Im zweiten Beispiel sorgen Anker 3 und 4 aus (i) dafür, dass sie in der gemeinsamen Ankerkarte zu weit links bestimmt werden, wobei die Anker 3 und 4 aus (l) angesichts ihrer hohen PDOP-Werte weniger korrigierend ins Gewicht fallen. Wird die Trajektorie mit grüner Referenz schließlich in die Ankerkarte transformiert, befindet sie sich ebenso zu weit links.

Weiterhin ist zu beobachten, dass abhängig von der konkreten Netzgeometrie innerhalb der gemeinsamen Ankerkarte zum Teil größere Einzelfehler resultieren. Grund dafür sind die jeweiligen Einzelfehler der SLAM-Ergebnisse. Dies trifft z.B. für Anker 24 in Abbildung B.3(a) zu, was durch das Fehlen der richtigen Ankerhypothese in Abbildung B.2(a) begründet werden kann.

B.5 Gesamtes Daten-Matching-Ergebnis eines Testszenarios

Abbildung B.4 zeigt die vektor- und rasterbasierten Daten-Matching-Ergebnisse eines Testszenarios, welche ebenso die in Abschnitt 7.4.3.1 diskutierten systematischen Ankerfehler aufweisen.

B.6 Qualitative Ergebnisbewertung

In den Tabellen B.2 bis B.4 erfolgt die qualitative Bewertung der SLAM-, Ankerkarten-Merging- und Daten-Matching-Ergebnisse. Die konkreten Werte der Qualitätsmaße MAE, RMSE, Quantil 90% und 95% ergänzen die jeweiligen Betrachtungen in Abschnitt 7.4.

B.7 Divergenz des Gesamtverfahrens

Abbildung B.5 zeigt ein Beispiel für die Divergenz des Gesamtverfahrens. Da bereits das EKF-SLAM-Ergebnis von Objekt 1 in Abbildung B.5(a) extrem divergiert, setzen sich entsprechende Fehler im Ankerkarten-Merging-Ergebnis in (b) und den Daten-Matching-Ergebnissen in (c) und (d) fort. Dabei resultieren aus dem vektorbasierten Daten-Matching in (c) vergleichsweise hohe Fehler, indem Transformationsparameter gefunden werden, die zu einem horizontal gespiegelten Gesamtergebnis führen.



Abbildung B.3: Ankerkarten-Merging-Ergebnisse eines Testszenarios auf Basis der Ergebnisse des EKF-SLAM in (a) und FastSLAM in (b).



Kartengraph Graph FastSLAM

50 m

(b)



Abbildung B.4: Daten-Matching-Ergebnisse eines Testszenarios auf Basis der Ergebnisse des EKF-SLAM in (a) und (c) sowie FastSLAM in (b) und (d).

Tabelle B.2: Bewertung der SLAM-Ergebnisse anhand der Qualitätsmaße MAE, RMSE, Quantil 90% und 95% für die Anker- und Trajektoriengenauigkeit von EKF-SLAM, IML-SLAM und FastSLAM.

	Testszenarien			EKF-SLAM		IML-SLAM		FastSLAM	
	σ^2	p_{out}	Δt^{-1}	Anker	Objekt	Anker	Objekt	Anker	Objekt
MAE	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	4,12	2,93	1,92	1,63	2,49	1,75
	$(0,01{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	5,11	3,74	1,95	$1,\!61$	2,89	1,77
	$(1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	7,08	5,38	2,15	1,93	$2,\!65$	$1,\!89$
	$(0,1{\rm m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	3,86	3,07	1,98	$1,\!61$	2,79	$1,\!86$
	$(0,1{\rm m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	10,26	8,33	2,2	1,91	3,47	$2,\!24$
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	2,84	2	3,28	$1,\!69$	2,59	1,31
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	9,99	11,04	2,21	2,26	3,81	2,71
	Referenzdistanzen			0,71	0,77	0,96	$0,\!82$	0,41	$0,\!44$
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	11	$6,\!64$	3,36	$2,\!81$	$5,\!14$	2,17
RMSE	$(0,01{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	$16,\!24$	10,92	3,56	2,37	8,53	2,21
	$(1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	19,7	14,34	4,58	3,1	5,99	2,29
	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	11,07	8,92	4,01	2,7	8,6	$3,\!91$
	$(0,1{\rm m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	24,41	20,1	4,27	3,25	9,63	5,03
	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	$5,\!67$	5,16	10,07	4,07	8,11	$1,\!63$
	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	22,5	26,47	4,18	5,7	6,62	3,56
	${ m Referenzdistanzen}$			0,96	1,15	1,1	$1,\!02$	0,8	$_{0,53}$
	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	7,26	5,26	3,73	3,17	4,61	3,41
8	$(0,01{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	7,71	5,54	3,65	3,17	4,79	3,47
90	$(1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	11,52	7,36	4,03	3,64	4,81	3,61
11	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	6,7	5,14	3,58	3,14	4,56	3,42
ant	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	24,04	18,32	4,11	3,77	5,51	3,98
n	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	5,48	3,9	4,91	2,86	$3,\!82$	2,53
B	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	22,75	$28,\!68$	4,5	4,41	7,91	5,22
	Referenzdistanzen			1,48	2,02	1,63	$1,\!58$	0,8	$0,\!79$
	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	$11,\!24$	6,82	5,64	$4,\!32$	6, 49	4,26
until 95%	$(0,01{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	$12,\!92$	7,92	5,86	4,35	7,07	4,32
	$(1 {\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	$28,\!25$	$20,\!05$	6, 16	4,9	6,84	4,42
	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	10, 14	6,64	5,62	4,28	6,66	4,3
	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	48,91	$45,\!52$	$6,\!68$	5,28	8,49	5,02
] u	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	8,41	4,86	10,36	4	5,81	3,12
Q	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	45,71	55,71	6,98	$6,\!56$	11,73	6,85
	Referenzdistanzen			1,6	2,87	2	$1,\!98$	1,18	$0,\!95$

Tabelle B.3: Bewertung der Ankerkarten-Merging-Ergebnisse anhand der Qualitätsmaße MAE, RMSE, Quantil 90% und 95% für die Anker- und Trajektoriengenauigkeit.

	Testszenarien			EKF-SLAM		IML-SLAM		$\mathbf{FastSLAM}$	
	σ^2	p_{out}	Δt^{-1}	Anker	Objekt	Anker	Objekt	Anker	Objekt
MAE	$(0.1{\rm m})^2$	0.02	10 Hz	2,89	4,07	1,28	1,97	1,96	2,27
	$(0.01 \mathrm{m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	3,12	4,95	1,34	1,97	2,3	2,64
	$(1 \mathrm{m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	4,7	6,92	1,43	2,3	2,06	2,4
	$(0,1{\rm m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	2,53	3,99	1,4	2,03	2,16	2,76
	$(0,1{\rm m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	7,26	11,86	1,44	2,3	2,77	3,12
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	1,99	2,49	2,96	2,88	1,95	1,78
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	8,11	16,09	1,41	2,58	3,59	3,87
	Referenzdistanzen			0,39	0,86	$0,\!69$	0,93	0,24	0,46
ISE	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	6,38	9,18	1,83	3,25	2,89	2,69
	$(0,01{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	7,91	$15,\!25$	2	2,62	4,24	5,66
	$(1 {\rm m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	10,82	17,01	2,42	3,83	3,35	2,83
	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	5,17	11,44	3,34	3,33	4,15	8,13
2	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	15,86	$26,\!59$	2,43	3,71	5,9	$7,\!64$
H	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$20\mathrm{Hz}$	3,18	5,82	8,7	9,38	3,62	2,11
	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$5\mathrm{Hz}$	19,03	34, 18	1,99	5,77	9,75	7,82
	${ m Referenzdistanzen}$			0,43	1,2	0,78	1,06	0,34	0,56
	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	4,58	6,28	2,31	$3,\!65$	3,31	4,12
8	$(0,01{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	4,94	6,38	2,47	3,72	3,64	4,38
06	$(1{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	9,43	11,3	2,56	4,14	3,36	4,37
ii	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	4,13	5,76	2,38	3,73	3,41	4,18
m	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	17,11	$29,\!61$	2,55	4,36	4,28	4,97
] ní	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$20\mathrm{Hz}$	3,3	$_{4,28}$	5,8	4,71	2,84	3,21
	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$5\mathrm{Hz}$	17,66	44,57	2,65	4,87	5,74	6,55
	${ m Referenzdistanzen}$			0,69	1,89	1,34	1,57	0,48	0,84
	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	7,81	8,88	3,12	4,83	4,12	5,04
ntil 95%	$(0,01{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	7,91	9,41	3,41	4,94	5,23	5,5
	$(1 {\rm m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	17,01	26,41	3,59	5,5	4,13	5,28
	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	5,61	7,71	3,4	5,13	4,53	5,18
	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	28,35	59,44	3,58	5,94	6,66	6,25
ĭi	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$20\mathrm{Hz}$	4,35	5,17	10,78	7,28	3,9	3,88
g	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$5\mathrm{Hz}$	28,96	76,58	3,45	6,97	8,15	8,28
	${ m Referenzdistanzen}$			0,77	2,98	1,36	1,92	0,63	1,01

Tabelle B.4: Bewertung der vektor- und rasterbasierten Daten-Matching-Ergebnisse anhand der Qualitätsmaße MAE, RMSE, Quantil 90% und 95% für die Ankergenauigkeit.

	Testszenarien			EKF-SLAM		IML-SLAM		FastSLAM	
	σ^2	p_{out}	Δt^{-1}	Graph	Raster	Graph	Raster	Graph	Raster
MAE	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	7,26	8,6	1,75	3,3	2,37	3,4
	$(0,01{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	8,67	11,54	1,77	3,91	5,4	5,17
	$(1 \mathrm{m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	14,31	19,96	1,96	3,75	2,55	$3,\!68$
	$(0,1{\rm m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	4,75	10,48	1,94	4,81	4,36	6,79
	$(0,1{\rm m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	27,8	29,15	1,96	4,37	4,58	5,41
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	2,59	4,08	4,84	$_{9,21}$	2,4	4,57
	$(0,1{\rm m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	27,98	36,07	1,84	6,37	5,55	$13,\!54$
	Referenzdistanzen			$0,\!48$	$1,\!66$	1,32	3,32	$1,\!08$	2,52
	$(0,1{ m m})^2$	$0,\!02$	$10\mathrm{Hz}$	$26,\!62$	24, 18	2,34	3,76	3,2	4,17
RMSE	$(0,01{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	30, 18	33,12	2,4	$10,\!63$	$21,\!97$	14, 17
	$(1 {\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	40,52	47,42	2,84	6,84	3,65	4,64
	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	14,81	30,58	3,8	18, 13	$16,\!85$	$21,\!63$
	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	59,71	59, 17	2,87	11, 17	$16,\!96$	14,44
	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	3,55	4,85	16,95	29,21	3,88	11,31
	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	58,5	66, 48	2,41	21,36	19,33	37,02
	${ m Referenzdistanzen}$			$0,\!54$	1,81	1,48	3,47	$1,\!21$	2,76
%	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	5,36	9,03	3,01	$5,\!55$	$3,\!84$	5,58
	$(0,01{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	6,09	9,72	3,07	5,29	4,31	6,47
60	$(1 {\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	26,71	$55,\!87$	3,24	5,42	3,9	5,92
il	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	4,85	8,41	3,07	5,3	3,91	6, 19
ant	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	109,43	107,01	3,29	5,72	4,83	6,89
3ne	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	3,92	6,43	6,04	8,46	3,44	5,88
0	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	110,36	$131,\! 6$	3,24	5,72	$6,\!68$	11,59
	Referenzdistanzen			0,87	2,52	2,17	5,07	1,79	4,03
	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	11,55	$15,\!22$	3,85	6,31	$4,\!61$	6,44
8	$(0,01{\rm m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	$19,\!23$	43, 12	4,01	6,42	6,13	8,39
antil 959	$(1{ m m})^2$	0,02	$10\mathrm{Hz}$	92,22	$133,\!98$	4,14	6,21	4,67	6,79
	$(0,1{ m m})^2$	0	$10\mathrm{Hz}$	7,06	28,6	3,99	6,2	5,05	8,64
	$(0,1{ m m})^2$	0,1	$10\mathrm{Hz}$	160,98	$161,\!07$	4,17	6,99	$7,\!64$	9,76
ní	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$20\mathrm{Hz}$	5,02	7,41	13,58	$21,\!55$	4,51	7,39
0	$(0,1{ m m})^2$	0,02	$5\mathrm{Hz}$	157,2	175,2	4,08	7,28	$9,\!63$	$92,\!34$
	${ m Referenzdistanzen}$			0,9	3,02	2,77	5,53	$1,\!98$	4,44





(b)



Abbildung B.5: Divergenzbeispiel anhand der Ergebnisse des EKF-SLAM in (a), Ankerkarten-Merging in (b) und Daten-Matching in (c) und (d).