



Etude numérique de la convection naturelle dans une enceinte fermée inclinée

Heriniaina Joslin RABEMANANTSOA^{1*}, Michel Aimé RANDRIAZANAMPARANY²
et Edouard ALIDINA¹

¹ Faculté des Sciences, Université d'Antsiranana, MADAGASCAR

² Ecole Supérieure Polytechnique de l'Université d'Antsiranana

* Correspondance, courriel : rh24joslin@yahoo.fr

Résumé

La méthode de Lattice Boltzmann (LBM), des Différences Finies Explicites (DFE), Hybride combinant les deux méthodes précédentes et la méthode des Eléments finis (EF) sont utilisées afin de simuler la convection naturelle se développant dans une cavité de section droite carrée, contenant de l'air. Deux parois opposées sont à la température T_c et les deux autres à T_f avec $T_c > T_f$. La cavité est inclinée de 45° par rapport à l'horizontal. Les équations de transfert et les conditions aux limites sont adimensionnalisées et discrétisées. Une série de simulations est faite pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, c'est à dire pour différentes valeurs de l'écart de température entre les parois chaudes et les parois froides. L'analyse comparative des différentes méthodes montre que, pour les faibles nombres de Rayleigh, leurs performances sont à peu près les mêmes. Lorsque ce nombre augmente, la méthode LBM exige un maillage très fin du domaine d'étude, donc un temps de calcul beaucoup plus long. Par ailleurs, les simulations faites à l'aide des quatre méthodes ont toutes montré que pour $Ra = 10^5$ le régime est oscillant amorti, il est oscillant périodique à un nombre de Rayleigh $Ra = 2.10^5$ et chaotique à un nombre de Rayleigh $Ra = 1,2.10^6$. Le principal avantage de la méthode LBM par rapport aux autres réside dans la simplicité de sa mise en œuvre.

Mots-clés : *convection naturelle, chaos, méthode de Lattice Boltzmann, méthode des différences finies.*

Abstract

Numerical Study of natural convection in an inclined enclosure

Lattice Boltzmann Method (LBM), Finite Difference Explicit (DFE), Hybrid combines the two previous methods and Finite Elements (FE) are used to study numerically natural convection inside a square air-filled cavity. Two opposite walls are in the temperature T_c and the the two another one in T_f , with $T_c > T_f$. The cavity is inclined to 45° relative to the horizontal plan. The dimensionless transfer equations and boundary conditions are discretised. A series of simulations is made for various values of Rayleigh number, that is for different values of the temperature difference between the heated and cooled walls. A comparative analysis of results given by different methods shows that for low Rayleigh numbers their performance is almost the same. When this number increases, LBM method requires a very fine mesh of the study area, so a much longer calculation time.

In addition, simulations using four methods show that for $Ra = 10^5$ the system is damped oscillating, it is oscillating periodic for $Ra = 2 \cdot 10^5$ and oscillating chaotic for $Ra = 1,2 \cdot 10^6$. The main advantage of the LBM method compared to other lies in the simplicity of its implementation.

Keywords : *natural convection , chaos - Lattice Boltzmann Method , finite difference method.*

Nomenclature

Lettres latines		Lettres grecques	
E	vitesse de la particule dans le lattice.	τ_f	temps de relaxation dynamique
F	fonction de distribution dynamique	τ_g	temps de relaxation de l'énergie
f^{eq}	fonction de distribution à l'équilibre dynamique	δ_t	pas de discrétisation du temps
\vec{j}	vecteur unité vertical dirigé vers le bas	ρ	masse volumique
g	fonction de distribution de l'énergie	ω	poids du Lattice
g^{eq}	fonction de distribution à l'équilibre de l'énergie	Ω	vorticité
p	pression du fluide	ψ	fonction de courant
Pr	nombre de Prandtl	<u>Abréviations</u>	
Ra	nombre de Rayleigh	DFE	Différences Finies Explicite
T	température du fluide	EF	Eléments finis
T_c	température de la paroi chaude	Hyb	Hybride
T_f	température de la paroi froide	LBM	Lattice Boltzmann Méthode
T_{mil}	température au milieu de la cavité	MRT	Multi Relaxation time
V	vitesse macroscopique du fluide		
u	composante de la vitesse suivant l'axe des x,		
v	composante de la vitesse suivant l'axe des y		

1. Introduction

Ces dernières années la méthode de résolution numérique lattice Boltzmann (LBM) a connu beaucoup de progrès sur la résolution des problèmes de mécanique des fluides. LBM se distingue des autres méthodes de simulation de par sa simplicité d'utilisation. Sa capacité d'être exécutée en parallèle le met au devant de la scène. La méthode LBM est une méthode qui a pour origine la théorie cinétique des gaz. Elle se base sur la probabilité de présence de particule dans un lattice. Cette probabilité est définie par la fonction densité de distribution des particules. L'utilisation d'une seule fonction densité de particule ne permet pas d'effectuer des simulations sur des fluides à nombre de Prandtl autre que 1 lors des transferts thermiques par convection. D'où l'idée, proposée par Q. Li et al., d'appliquer une méthode utilisant deux fonctions de distribution [1]. De nombreux travaux ont marqué la progression de la méthode LBM. On peut citer, entre autres, les études sur les fluides confinés dans une cavité, comme celle faite par [2] simulant l'écoulement de Poiseuille et la convection naturelle dans une cavité carré. [3] étudiaient le transfert thermique dans une cavité inclinée avec différentes valeurs du nombre de Richardson. Iman Jafari et al. [4] étudiaient le transfert entre une cavité carrée et un cylindre chauffant, muni d'ailettes, se trouvant au centre de la cavité. La méthode LBM a également été utilisée par Almalawi Saeedj [5] pour étudier numériquement le transfert de chaleur dans une enceinte dont le couvercle chauffant est mobile. Saumil Sudhir et al.[6] ont simulé la convection naturelle entre deux cylindres concentriques à l'aide d'une méthode LBM combinée avec une méthode de Galerkin discontinue.

Ces études ont toutes permis de mettre en évidence les potentiels de la méthode LBM. En continuité de ces travaux nous allons, dans le présent travail, faire des investigations sur la capacité de la méthode Lattice Boltzmann à simuler le régime oscillatoire d'une convection naturelle se développant dans une enceinte fermée. Nous allons par la même occasion faire une comparaison de sa performance avec celles d'autres méthodes comme celle des différences finies, des éléments finis et la méthode hybride combinant LBM et différences finies.

2. Modélisation

Le système étudié est une cavité contenant de l'air. La section droite de la cavité est carrée. Deux parois opposées sont à la température T_c et les deux autres à T_f avec $T_c > T_f$. La cavité est inclinée de 45° par rapport à l'horizontal (*Figure 1*). Les hypothèses simplificatrices suivantes sont adoptées : l'écoulement est laminaire et bidimensionnel ; le fluide est Newtonien ; ses propriétés physiques sont constantes sauf la masse volumique lorsqu'il faut considérer la poussée thermo convective dans la fonction de distribution dynamique; la dissipation thermique ainsi que les termes de pression sont négligées dans l'équation de Boltzmann pour l'énergie.

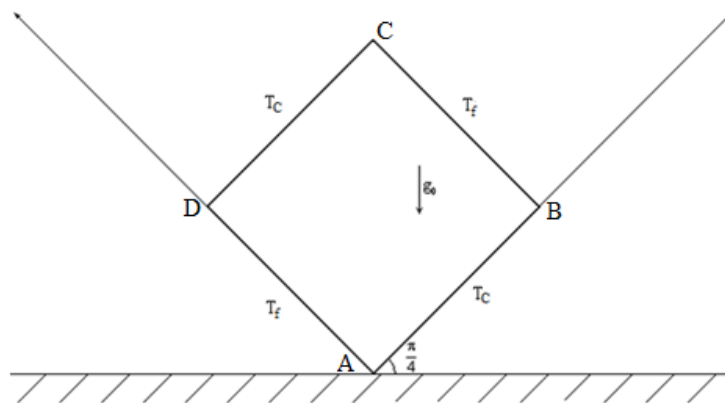


Figure 1 : Enceinte carrée inclinée de 45° avec des parois isothermes deux à deux

2-1. Equations de transfert

Les équations de transfert adimensionnelles régissant la convection qui se développe dans la cavité sont :

- l'équation de continuité

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \tag{1}$$

- l'équation du mouvement

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\vec{\nabla} P + Pr \nabla^2 \vec{V} + Ra Pr \Delta T \vec{j} \tag{2}$$

- l'équation de la chaleur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla T = \nabla^2 T \tag{3}$$

A ces équations on associe les conditions initiales :

$$u = 0; v = 0; T = 0 \text{ à l'instant } t = 0 \tag{4a}$$

et les conditions aux limites :

- sur AD et BC:

$$u = 0; v = 0; T = 1 \quad (4b)$$

- sur AB et DC

$$u = 0; v = 0; T = 0 \quad (4c)$$

2-2. Formulation par la méthode LBM

Partant des équations LBM à double fonction de distribution suivante :

$$f_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(x, t) = \frac{1}{\tau_f} (f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)) + F_i \quad (5)$$

$$g_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) - g_i(x, t) = \frac{1}{\tau_g} (g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t)) \quad (6)$$

et procédant à l'expansion de Chapman-Enskog [1], on aboutit aux équations de transfert (1), (2) et (3). On utilise le schéma *D2Q9* de la **Figure 2a** pour la fonction de distribution dynamique, et le schéma *D2Q5* de la **Figure 2b** pour la fonction de l'énergie. Les fonctions d'équilibre dynamique et de l'énergie s'expriment :

$$f_i^{eq} = \rho \omega_i \left[1 + 3(\vec{e}_i \cdot \vec{V}) + \frac{9(\vec{e}_i \cdot \vec{V})^2}{2} - \frac{3\vec{V}^2}{2} \right] \quad (7)$$

$$g_i^{eq} = \rho T \omega_i [1 + 3(\vec{e}_i \cdot \vec{V})] \quad (8)$$

La force extérieure est donnée par :

$$F_i = 3\omega_i Ra Pr \Delta T (\vec{e}_i - \vec{V}) \vec{j} \quad (9)$$

et les grandeurs macroscopiques par :

$$\rho = \sum_{i=1}^9 f_i; \rho \vec{V} = \sum_{i=1}^9 f_i \vec{e}_i; \rho T = \sum_{i=1}^5 g_i \quad (10)$$

e étant l'espace de vitesse : l'indice i indique le nombre de la vitesse de lattice, qui est de 9 pour l'équation dynamique et 5 pour l'équation de l'énergie. Les vitesses de lattice discrètes pour le schéma *D2Q9* sont :

$$e_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; e_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; e_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; e_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}; e_5 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}; e_6 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; e_7 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}; e_8 \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}; e_9 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

et pour le schéma *D2Q5*:

$$e_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; e_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; e_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; e_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}; e_5 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Quant aux poids ω_i , ils valent pour le modèle *D2Q9*:

$$\omega_1 = \frac{4}{9} ; \omega_{2,5} = \frac{1}{9} ; \omega_{6,9} = \frac{1}{36} \quad (13)$$

et pour le modèle *D2Q5*:

$$\omega_1 = \frac{1}{3} ; \omega_{2,5} = \frac{1}{6} ; \quad (14)$$

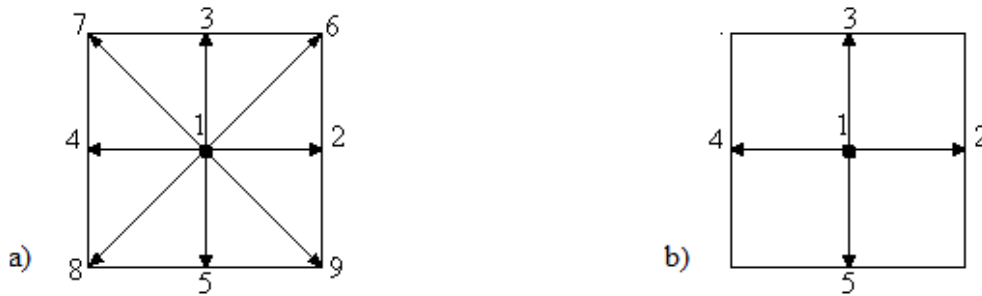


Figure 2 : Structure de Lattice à l'intérieur du fluide a) *D2Q9* et b) *D2Q5*

Sur les parois (**Figure 3a**), la vitesse du fluide étant nulle, les conditions aux limites dynamiques sont définies comme suit :

$$\rho u = f_2 + f_6 + f_9 - f_4 - f_7 - f_8 = 0 \quad (15a)$$

$$\rho v = f_3 + f_6 + f_7 - f_5 - f_8 - f_9 = 0 \quad (15b)$$

Pour garantir cette condition nous allons appliquer la technique "Bounce back" basée sur le mécanisme de rebondissement d'une particule sur une surface solide. La valeur de la fonction de distribution sur la paroi après la collision est égale à celle du point opposé, c'est-à-dire :

$$f_7 = f_9 ; f_4 = f_2 ; f_6 = f_8 ; f_3 = f_5 \quad (16)$$

Les conditions aux limites sur la température (**Figure 3b**) sont définies en considérant que la fonction de distribution de l'énergie sur une paroi adiabatique est égale à celle sur le lattice immédiatement voisin.

$$g_i(p) = g_i(p-1) \quad (17)$$

p correspond à la paroi, *p-1* au lattice voisin.

La fonction de distribution sur une paroi isotherme est donnée par :

$$g_i(p) = T(p) - \sum_{\bar{i}} g_{\bar{i}} \quad (18)$$



Figure 3 : Schéma du Lattice à la paroi a) D2Q9 et b) D2Q5

2-3. Formulation numérique par la méthode DFE

Pour la méthode DFE l'équation du mouvement est transformée sous la forme suivante en utilisant la formulation vorticité fonction de courant :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + V \nabla \Omega = Pr \nabla^2 \Omega + Ra Pr \left[\cos(\alpha) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) - \sin(\alpha) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (19)$$

La vorticité est liée à la fonction de courant par l'équation :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (20)$$

Les deux relations suivantes lient la fonction de courant aux composantes de la vitesse

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}; v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (21)$$

Ces équations sont complétées par l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla T = \nabla^2 T \quad (22)$$

A ces équations on associe les conditions initiales :

$$u = 0; v = 0; \psi = 0; T = 0 \quad (23)$$

et les conditions aux limites :

- sur AD et BC :

$$u = 0; v = 0; \psi = 0; \Omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}; T = 1 \quad (24a)$$

- sur AB et DC :

$$u = 0; v = 0; \psi = 0; \Omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}; T = 0 \quad (24b)$$

Les dérivées temporelles dans les équations du mouvement (19) et de la chaleur (22) sont discrétisées en différences finies du premier ordre entre les instants t et $t - \delta_t$, les dérivées spatiales en différences finies centrées. Les équations ainsi obtenues sont résolues à l'aide d'une procédure explicite pour calculer à l'instant t la vorticité Ω et la température T sur les nœuds internes du maillage. On résout ensuite à l'instant t l'équation de la vorticité (20) selon une procédure itérative pour calculer la fonction de courant ψ sur les nœuds internes. Les conditions aux limites (24a et b) sont utilisées pour déterminer les composantes u et v de la vitesse, la fonction de courant ψ , la vorticité Ω et la température T sur les parois. Enfin les composantes u et v de la vitesse sur les nœuds internes sont calculées à l'aide des relations (21).

2-4. Formulation numérique par la méthode Hybride

Dans la méthode hybride, on utilise la méthode DFE pour résoudre l'équation de la chaleur et la méthode LBM pour l'équation du mouvement. Aussi bien pour la méthode LBM, DFE et Hybride les codes de calcul ont été réalisés avec le logiciel OCTAVE. Pour la méthode des éléments finis c'est le logiciel FreeFem++ qui a été utilisé.

3. Validation

Le cas d'une cavité horizontale dont le plancher et le plafond sont adiabatiques tandis que les deux parois verticales sont portées à des températures différentes T_1 et T_2 a été traité par De Vahl Davis [7] à l'aide d'un code stationnaire aux différences finies. En guise de validation, nous avons appliqué nos programmes sur ce même système et comparé nos résultats avec ceux des auteurs sus cités. Pour les tests que nous avons effectués, nous avons utilisé différentes finesses du maillage selon la valeur du nombre de Rayleigh. Le **Tableau 1** rassemble les résultats obtenus par De Vahl Davis et les codes DFE, LBM et Hybride que nous avons réalisés

Les grandeurs présentées dans ce **Tableau** sont : \overline{Nu}_{moy} : *nombre de Nusselt moyen sur la paroi AD*, u_{max} : *valeur maximale de la composante u de la vitesse*, v_{max} : *valeur maximale de la composante v de la vitesse ainsi que les écarts par rapport aux valeurs trouvées par De Vahl Davis.*

On constate que pour une faible valeur du nombre de Rayleigh, égale à 10^3 , les écarts sont minimes lorsqu'on utilise pour les différentes méthodes le même maillage de 110×110 . Paradoxalement, les écarts augmentent lorsque le maillage est affiné à 230×230 pour la méthode LBM. Pour cette valeur du nombre de Rayleigh le mode de transfert qui domine est la conduction. La méthode LBM peut ne pas être adaptée à cette configuration car les particules de fluide ne sont pas encore suffisamment mobiles. Pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, les méthodes LBM et Hybride exigent un maillage très fin (plus que 230×230 mailles) si l'on veut obtenir des résultats suffisamment proches de ceux de De Vahl Davis.

Tableau 1 : Comparaison de nos résultats avec ceux de De Vahl Davis

Ra	grandeur	D.V.Davis	Nos résultats				
			101×101			230×230	
			LBM	Hybride	DFE	LBM	Hybride
10 ³	u_{max}	3,649	3,53	3,72	3,61	3,72	3,66
	v_{max}	3,697	3,61	3,674	3,666	3,904	3,71
	\overline{Nu}_{moy}	1,117	1,093	1,124	1,115	0,898	1,121
	Ecart par rapport à D.V.Davis		3,26%	1,95%	1,10%	19,48%	0,36%
10 ⁴	u_{max}	16,178	15,98	16,37	16,08	16,74	16,28
	v_{max}	19,617	19,21	19,82	19,46	19,74	19,74
	\overline{Nu}_{moy}	2,238	2,150	2,235	2,227	2,239	2,241
	Ecart par rapport à D.V.Davis		3,93%	1,19%	0,82%	3,343%	0,63%
10 ⁵	u_{max}	34,73	34,23	34,50	34,73	35,06	34,63
	v_{max}	68,59	65,85	68,80	67,33	68,89	68,77
	\overline{Nu}_{moy}	4,509	4,264	4,420	4,501	4,453	4,476
	Ecart par rapport à D.V.Davis		5,43%	1,96%	1,91%	1,26%	0,73%
10 ⁶	u_{max}	64,63	61,26	62,11	63,62	64,07	63,87
	v_{max}	219,36	203,15	217,079	214,57	217,85	218,98
	\overline{Nu}_{moy}	8,817	7,697	8,291	8,583	8,654	8,587
	Ecart par rapport à D.V.Davis		12,70%	5,98%	3,04%	1,97%	2,68%

4. Résultats et discussion

Nous allons mettre en œuvre les quatre méthodes pour simuler la convection naturelle qui se développe dans le système de la **Figure 1** et procéder à une analyse comparative des résultats. Les simulations sont faites pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, c'est à dire pour différentes valeurs de l'écart de température entre les parois chaudes et les parois froides. Les résultats présentés dans la suite, sont obtenus avec les paramètres indiqués dans le **Tableau 2**. La structure de l'écoulement et la répartition de température déterminées numériquement à l'aide des quatre méthodes, pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^6$, sont représentées sur les **Figures 4**. Ces figures sont identiques, signifiant que les quatre méthodes donnent les mêmes résultats. Elles montrent que l'écoulement est bicellulaire constitué d'un tourbillon supérieur tournant dans le sens horaire et d'un tourbillon inférieur tournant dans le sens trigonométrique. Les courbes de la **Figure 5** représentant les variations temporelles de la température au milieu de l'enceinte pour un nombre de Rayleigh de 10^6 permet de constater que la méthode LBM, Hybride donnent des résultats semblables à ceux donnés par la méthode DFE et celle des Eléments Finis. Toutes les courbes oscillent et se stabilisent à grand temps sur le même palier. Les mêmes grandeurs sont représentées sur la **Figure 6** pour un nombre de Rayleigh de $2 \cdot 10^6$. On utilise le même maillage de 110×110 pour les méthodes LBM, Hybride et DFE ; 12000 nœuds pour la méthode des Eléments Finis. Les courbes montrent que les résultats sont très proches les uns des autres quelle que soit la méthode utilisée.

Tableau 2 : Paramètres utilisés pour calculer la convection naturelle instationnaire dans l'enceinte carrée inclinée à 45°

N° de figure	Ra	Méthode	Maillage
3 et 4	10^5	DFE	110×110
		LBM	110×110
		Hybride	110×110
		EF	12000 éléments
5	2.10^5	a) DFE	110×110
		b) EF	12000 éléments
		c) LBM	110×110
		d) Hybride	110×110
6	5.10^5	a) DFE	110×110
		b) EF	12000 éléments
		c) LBM	110×110
		d) LBM	230×230
		e) Hybride	110×110
		f) Hybride	230×230
7	7.10^5	a) DFE	110×110
		b) EF	12000 éléments
		c) LBM	110×110
		d) LBM	230×230
		e) Hybride	110×110
		f) Hybride	230×230
8	$1,2.10^6$	a) DFE	110×110
		b) EF	12000 éléments
		c) LBM	230×230
		d) LBM	330×330
		e) Hybride	230×230
		f) Hybride	330×330

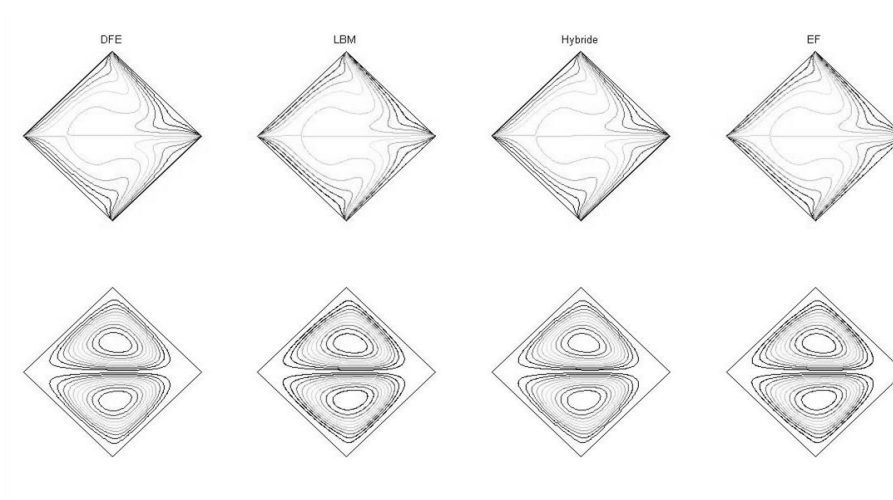


Figure 4 : Isothermes et lignes de courant obtenues à l'aide des trois méthodes pour $Ra = 10^5$

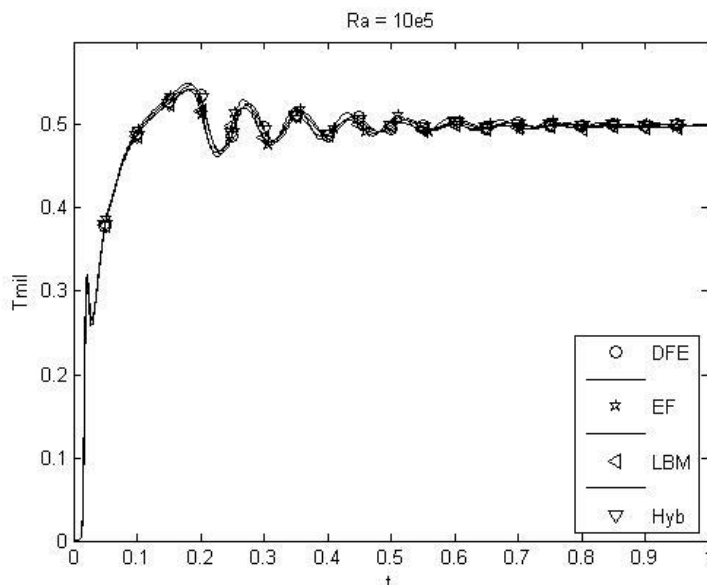


Figure 5 : Courbes des variations temporelles de la température au milieu de la cavité obtenues à l'aide des quatre méthodes pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$

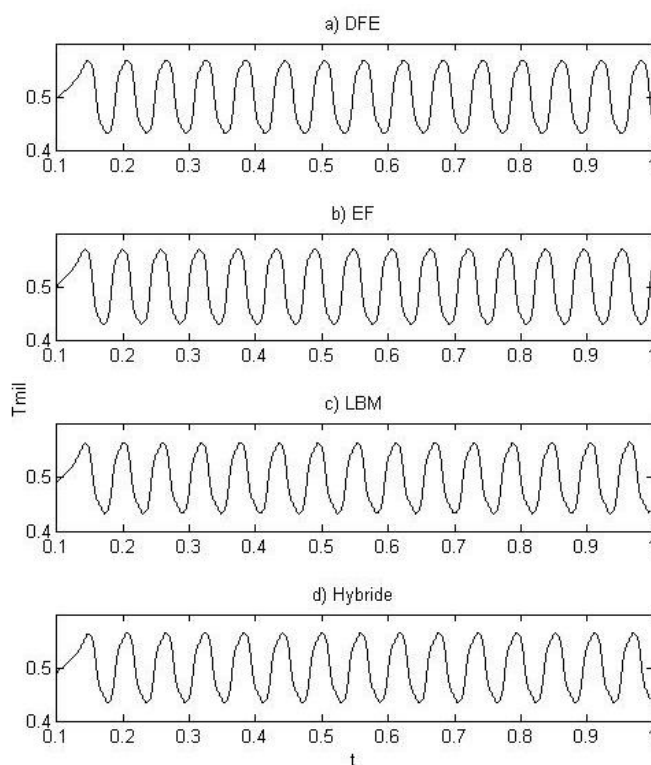


Figure 6 : Variations temporelles de la température au milieu de la cavité, au régime oscillatoire, obtenues à l'aide des quatre méthodes pour $Ra = 2 \cdot 10^5$.

Pour un nombre de Rayleigh de $5 \cdot 10^5$, les allures des courbes sont aussi les mêmes pour les quatre méthodes. Toutefois les courbes données par les méthodes LBM et Hybride avec un maillage de 110×110 (Figure 7c, 7e) présentent un retard par rapport à celles obtenues à l'aide des DFE (Figure 7a) et des EF (Figure 7b). Ce retard disparaît lorsque le maillage est affiné à 230×230 pour les méthodes LBM et Hybride (Figure 7d, 7f).

Lorsque le nombre de Rayleigh atteint la valeur $Ra = 7.10^6$, la courbe donnée par la méthode LBM (110×110) sur la **Figure 8c** a une amplitude moindre que celles obtenues à l'aide des DFE et EF. Celle donnée par la méthode Hybride est complètement différente. Cette différence disparaît lorsque l'on affine le maillage à 230×230 . Pour les valeurs de Ra comprises entre 2.10^6 et 7.10^6 les courbes montrent que le régime est oscillatoire périodique. Avec un nombre de Rayleigh $Ra = 1,2.10^6$, les courbes ont toujours les mêmes allures lorsqu'un maillage de 230×230 est utilisé pour la méthode LBM (**Figure 9c**). Notons que si l'on affine ce maillage à 330×330 une légère amélioration est observée (**Figure 9d**). Sur la **Figure 9e** la courbe obtenue avec la méthode hybride et un maillage de 230×230 présente la même allure que celle donnée par les autres méthodes de référence. Les courbes de la **Figure 9** attestent qu'il n'y a plus de périodicité et que l'écoulement devient donc chaotique. Ceci est confirmé par les portraits de phase de la **Figure 10** qui présentent les caractéristiques d'un attracteur chaotique.

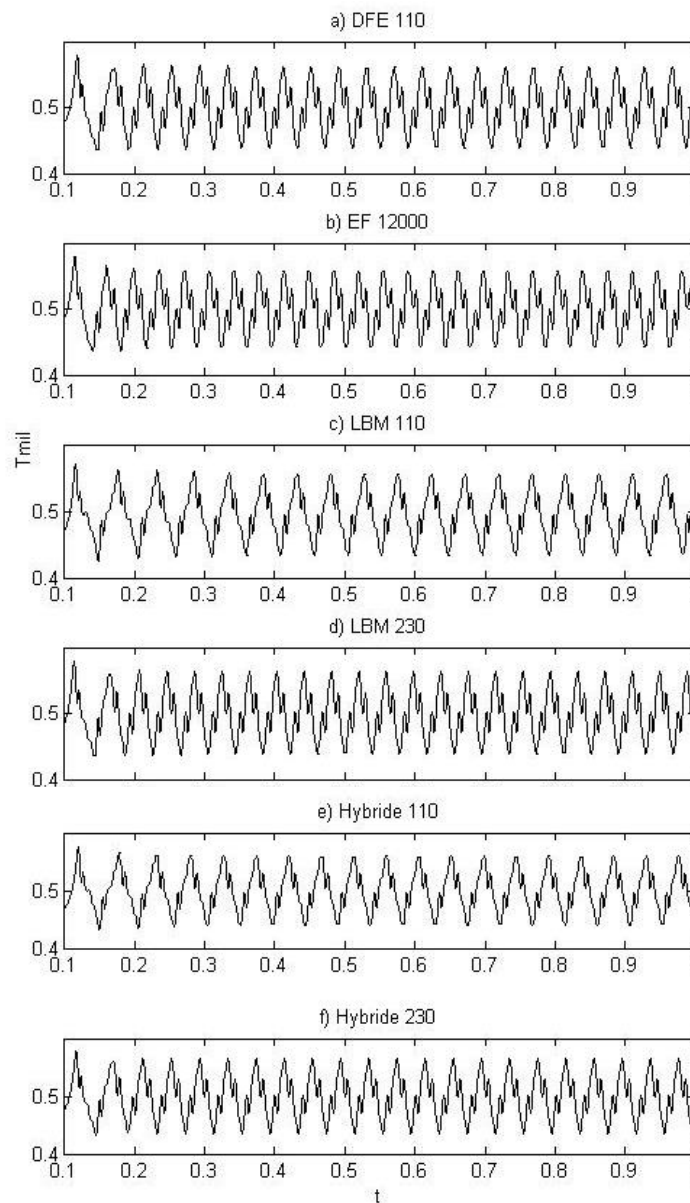


Figure 7 : Variations temporelles de la température au milieu de la cavité, au régime oscillatoire, obtenues à l'aide des quatre méthodes pour $Ra = 5 \cdot 10^6$

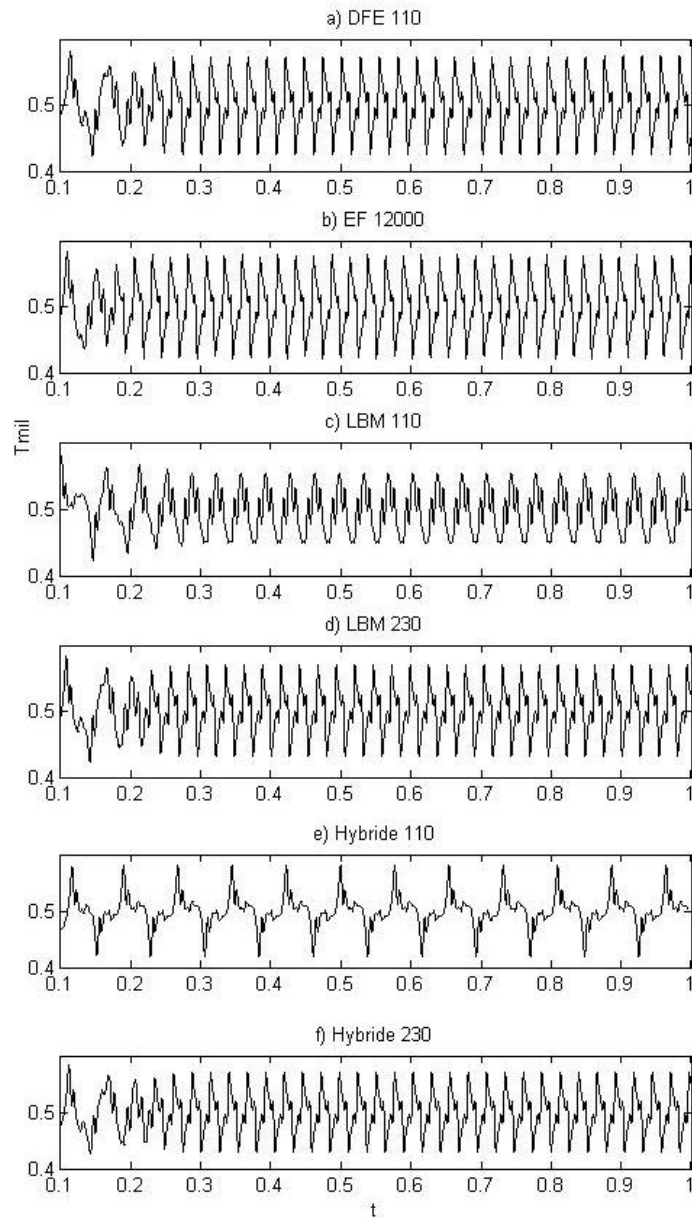


Figure 8 : Variations temporelles de la température au milieu de la cavité, au régime oscillatoire obtenues à l'aide des quatre méthodes pour $Ra = 7 \cdot 10^6$

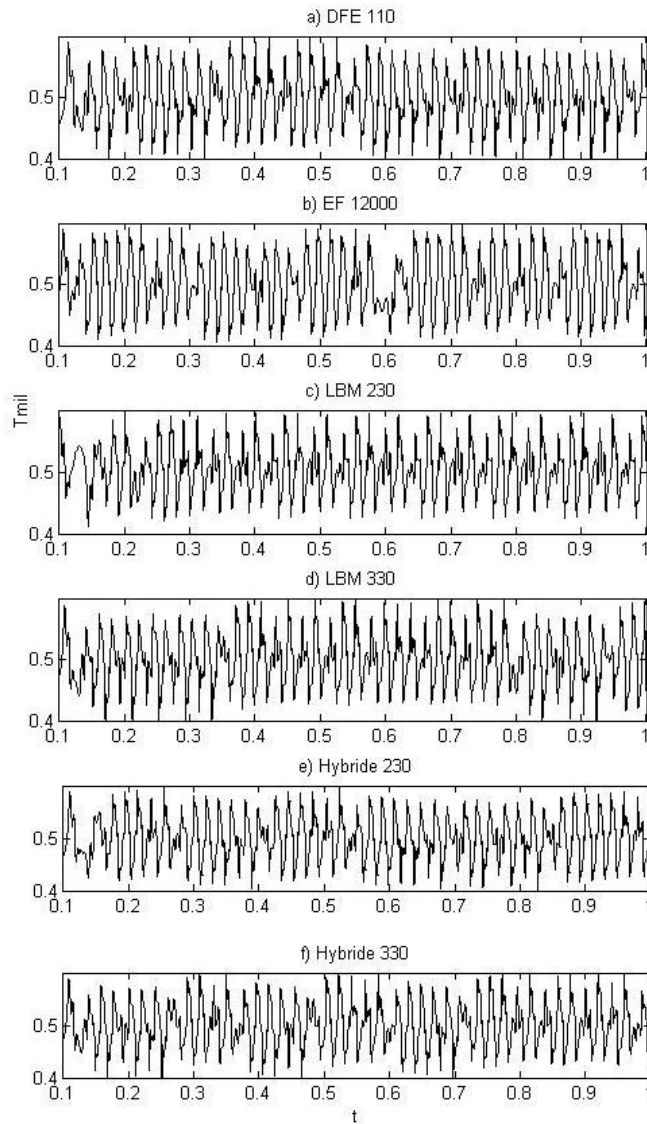


Figure 9 : Variations temporelles de la température au milieu de la cavité, au régime oscillatoire, obtenues à l'aide des quatre méthodes pour $Ra = 1,2 \cdot 10^6$

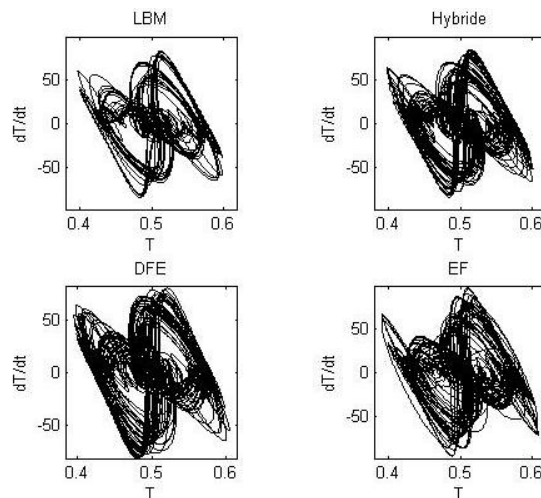


Figure 10 : Portraits de phase construit avec la température au milieu de la cavité et sa dérivée par rapport au temps pour $Ra = 1,2 \cdot 10^6$

5. Conclusion

Les résultats des simulations avec différentes discrétisations nous ont permis d'arriver aux conclusions suivantes : Pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh la méthode LBM et Hybride donnent des résultats acceptables en utilisant la même finesse de maillage que pour la méthode des Différences Finis et des Eléments Finis. Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, la dépendance de la méthode LBM et Hybride au maillage s'accroît. La méthode LBM et la méthode Hybride donnent des résultats en accord aux méthodes de référence à savoir la méthode des Différences finis et des Eléments finis. On peut dire que les méthodes LBM et Hybride sont capables de simuler la transition vers le chaos. Le concept étant basé sur la considération du niveau moléculaire dans les méthodes LBM et Hybride, à grands nombres de Rayleigh elles exigent un maillage très fin, ce qui entraîne un temps de calcul élevé. Concernant la méthode hybride, elle a l'avantage d'éviter la procédure itérative pour calculer la fonction de courant ψ comme c'est le cas pour la méthode DFE. Par ailleurs, contrairement à la méthode purement LBM, le mécanisme physique du transfert de chaleur est mieux traité par la méthode hybride.

- [1] - Q. LI, Y. L. HE et al. "Coupled double- distribution - function lattice Boltzmann method for the compressible Navier- Stokes equations". *Physical Review E* 76, 056705,(2007), p. 15
- [2] - ZHAOLIGUO, CHUGUANGZHENG, and BAOCHANG SHI."Thermal lattice Boltzmann equation for low Mach number flows: Decoupling model". *Physical Review E* 75, 036704, (2007) p. 15.
- [3] - ARASHKARIMPOUR, A. HOSSEINNEZHAD, E. SHIRANI, A. SAFAEI. "Simulation of fluid flow and heat transfer in inclined cavity using lattice Boltzmann method". *World Academy of Science.Engineering and Technology* 76 (2011).
- [4] - IMAN JAFARI, HOSSEIN MAHDAVY-MOGHADAM et al. "Effect of radial fins on natural convection between horizontal circular and square cylinders". *Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Warsaw* (2014), 52, 3, pp 827- 837
- [5] - ALMALOWI SAEEDJ. "Lattice Boltzmann applied to fluid flow and heated lid -driven using Lattice 2D square Lattice Dimension (D2Q9)". *Theses and Dissertations* (2012). Paper 1233
- [6] - SAUMIL SUDHIR PATEL, MISUN MIN et al. "A spectra-element discontinuous Galerkin lattice Boltzmann method for simulating natural convection heat transfer in horizontal concentric annulus". *Computers & Fluids* 95(2014), 197-209
- [7] - G. DE Vahl Davis. "Natural convection of air in a square cavity : bench mark Numerical solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*,(1983), vol3.
- [8] - Y. PENG, C. SHU, Y.T. CHEW. "A 3D incompressible thermal lattice Boltzmann model and its application to simulate natural convection in a cubic cavity". *Journal of Computational Physics* 193, (2003), 260–274, p.15.
- [9] - M. RANDRIAZANAMPARANY, M. DAGUENET, A. SKOUTA. "Numerical study of the transition toward chaos of two-dimensional natural convection within a square cavity". *Numerical Heat Transfer, Part A*,(2005), 48 127-147.
- [10] - YONG SHI, T.S. ZHAO *, Z.L. GUO."Finite difference-based lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfert in a horizontal concentric annulus". *Computer & fluid* 35, (2006), 1-15.
- [11] - N. IBRIR et S. RAHAL. "Simulation numérique en 3D de la convection naturelle dans les fluides à bas nombres de Prandtl". *Revue des Energies Renouvelables*. CISM'08 Oum El Bouaghi, (2008), 183 - 194, p.12.
- [12] - F. A. MUNIR, N. A. C. SIDIK and N. I. N. IBRAHIM."Numerical Simulation of Natural Convection in an Inclined Cavity". *Journal of Applied Sciences* 11(2011) (2) : 373- 378. ISSN 1812- 5654.
- [13] - S. M. SEYYEDI, D. D. GANJI, M. GORJI et al. " Forced convection heat transfer due to different inclination angles of splitter behind square cylinder". *Appl. Math. Mech.*(2013),Engl. ED., 34(5),

- 541-558
- [14] - D JONATHAN. OLANDER. Coparaison of the Hybrid and thermal lattice- Boltzmann methods. *Thesis Georgia Institute of Technology*, August 2009
- [15] - JAE RYONG LEE et IL SEOUK PARK. "Numerical analysis for Prandtl number dependency on natural convection in an enclosure having a vertical thermal gradient with a square insulator inside". *Nuclear Engineering and Technology*. April 2012, Vol. 44 No.3