

# Combining Quasi-static Models and Homotopy Techniques for Loading Margin Computation

A. Flores Burgos, R. Zárate-Miñano, *Member, IEEE*, and M. Carrión, *Member, IEEE*

**Abstract**—This paper analyzes a tool devoted to the computation of the loading margin of power systems in the context of long-term voltage stability assessment. This tool is based on the application of homotopy techniques to solve a power system model constructed in the basis of quasi-steady-state approximations. The analyzed tool is compared to the well-known continuation power flow method in terms of accuracy and computing time. The ability of the tool to identify small-signal stability issues is also tested. This last point is verified by means of time-domain and quasi-steady-state simulations. All stability assessment methods and simulations are performed on a real-world power system.

**Index Terms**—Voltage Stability, Continuation methods, PV curves, Bifurcation theory, Small-signal stability.

## I. INTRODUCCIÓN

Los fenómenos de tensión en sistemas de energía eléctrica ocurren en una amplia escala temporal que va desde microsegundos hasta varios minutos, por lo que es importante distinguir entre dinámicas rápidas y lentas. La estabilidad de tensión de corto plazo involucra dinámicas rápidas asociadas a componentes del sistema como, por ejemplo, motores de inducción, cargas controladas por dispositivos electrónicos, y convertidores utilizados en sistemas de transporte de corriente continua en alta tensión, que actúan en pocos segundos. La estabilidad de tensión de largo plazo compromete a las dinámicas lentas de dispositivos como transformadores de toma variable, cargas controladas por termostato, o limitadores de corriente de generadores, que actúan en varios minutos. Los métodos de análisis de estabilidad de tensión de largo plazo se pueden clasificar en dos categorías: métodos estáticos y métodos dinámicos. En el análisis estático, el sistema de energía eléctrica se modela generalmente mediante las ecuaciones del flujo de cargas. Los métodos estáticos determinan las condiciones que han de darse para que desaparezcan los puntos de equilibrio del sistema. Los fenómenos de inestabilidad de tensión (e.g., el colapso de tensión) se asocian a la aparición de ciertas bifurcaciones en las ecuaciones del flujo de cargas. En concreto, estas bifurcaciones son las llamadas *bifurcaciones silla* (SNB, del inglés “Saddle Node Bifurcation”) y *bifurcaciones inducidas por límite* (LIB, del inglés “Limit Induced Bifurcation”). Dado un punto de operación del sistema, el objetivo del análisis estático es determinar la proximidad de dicho punto al punto de bifurcación, es decir, al punto de colapso de tensión.

El índice más popular para medir la proximidad al colapso de tensión es el llamado *margen de carga*. Este índice se define como la cantidad de carga adicional, siguiendo un determinado patrón de incremento de carga, que causaría el colapso de tensión del sistema [1-3]. En principio, el margen de carga puede calcularse partiendo de un punto de operación dado, añadiendo a la carga pequeños incrementos, y volviendo a calcular el flujo de cargas a cada incremento para hallar el punto de operación del sistema, hasta que se alcanza el punto de colapso. De esa forma, el margen de carga correspondería al total de carga adicional que se ha tenido que añadir para alcanzar el punto crítico. El principal problema de esta manera de proceder es que el algoritmo que resuelve el flujo de cargas experimenta problemas numéricos en las proximidades del punto crítico, lo que afecta a la precisión en el cálculo del margen de carga. Para solucionar este problema se diseñó el *flujo de cargas paramétrico* (CPF, del inglés “Continuation Power Flow”) que utiliza técnicas de homotopía para resolver el problema del flujo de cargas. De esta manera, el CPF determina de forma exacta el margen de carga del sistema mediante el cálculo del camino que marcan los puntos de equilibrio del sistema hasta que se alcanza la bifurcación asociada con el colapso de tensión. Los gráficos formados por los puntos de equilibrio calculados mediante el CPF conforman las llamadas curvas PV o *curvas de nariz*.

Los métodos dinámicos se utilizan generalmente para analizar el efecto que tienen diferentes dispositivos y controles del sistema sobre la estabilidad. Esta información puede ser útil, por ejemplo, para el diseño de medidas de emergencia que permitan frenar el desarrollo de un colapso de tensión [1-3]. En los métodos dinámicos, el sistema de energía eléctrica se modela mediante

Alberto Flores Burgos es estudiante de Doctorado de la Universidad de Castilla – La Mancha (e-mail: alberto.flores2@alu.uclm.es).

Dr. Rafael Zárate-Miñano, es Profesor en la Escuela de Ingeniería Minera e Industrial de Almadén, Universidad de Castilla – La Mancha (e-mail: rafael.zarate@uclm.es).

Dr. Miguel Carrión Ruiz-Peinado es Profesor en la Escuela de Ingeniería Industrial de Toledo, Universidad de Castilla – La Mancha (e-mail: miguel.carrión@uclm.es).

El trabajo de Miguel Carrión y Rafael Zárate-Miñano está financiado en parte por el Ministerio de Economía y Competitividad de España mediante el proyecto DPI2015-71280-R.

un conjunto algebraico-diferencial de ecuaciones y el análisis se basa en *simulaciones en el dominio del tiempo* (TDS, del inglés “Time-Domain Simulation”). Estos métodos requieren, en general, grandes recursos computacionales y elevados tiempos de cálculo. Con el objetivo de reducir la carga computacional y la velocidad de ejecución del análisis, se han desarrollado los llamados métodos *quasi-estáticos* (QSS, del inglés “Quasi-Steady-State”) que, basándose en la disparidad de dinámicas presentes en el sistema, simplifican su representación reduciendo así la complejidad del conjunto de ecuaciones a resolver durante la simulación temporal. Tanto la TDS como los métodos QSS se pueden utilizar para calcular el margen de carga del sistema, aunque presentan problemas numéricos en las cercanías del punto de colapso de tensión.

Otro aspecto que afecta a la bondad de los análisis de estabilidad de tensión de largo plazo es el nivel de detalle con el que se representa el sistema. En este sentido, el modelo basado exclusivamente en las ecuaciones del flujo de cargas que utilizan los métodos estáticos se basa en hipótesis muy simplificadoras que afectan, entre otros factores, a la precisión con la que se representan los límites de operación de los generadores síncronos. En este sentido, los métodos QSS permiten un modelado mucho más preciso de dichos límites.

### A. Objetivos

Los objetivos de este trabajo son: (i) analizar un método, inicialmente propuesto en [4], que combina las técnicas de homotopía con los métodos QSS para crear una herramienta de análisis la estabilidad de tensión de largo plazo que permite el cálculo eficiente y preciso del margen de carga, (ii) analizar la viabilidad de incorporar a dicha herramienta criterios de estabilidad de pequeña perturbación, y (iii) comparar los resultados obtenidos con dicha herramienta y los que se obtienen con los métodos convencionales CPF, QSS y TDS.

### B. Metodología

El modelo general que representa un sistema de energía eléctrica es el siguiente [4, 5]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}, t)\end{aligned}\quad (1)$$

donde  $\mathbf{x}$  es el vector que contiene las variables de estado del sistema (e.g., velocidad y ángulo de rotor de máquinas síncronas, estado dinámico de cargas y controladores, etc.),  $\mathbf{y}$  es el vector que contiene a las variables algebraicas (e.g., magnitud y fase de tensión en barras, etc.),  $\boldsymbol{\eta}$  es el vector que incluye las variables de control y parámetros (e.g., potencia activa y reactiva de salida de generadores, cargas, etc.), el vector  $\mathbf{u}$  contiene las variables discretas que modelan eventos (e.g., actuación de protecciones, transiciones en transformadores de toma variable, etc.), y  $t$  representa el tiempo. El vector  $\mathbf{f}$  incluye las funciones asociadas a las ecuaciones diferenciales que modelan el comportamiento dinámico del sistema (e.g., dinámica de las máquinas síncronas, dispositivos de control, etc.), mientras que el vector  $\mathbf{g}$  contiene las ecuaciones algebraicas que expresan la relación instantánea entre las variables del sistema (e.g., ecuaciones de flujo de cargas, etc.).

El análisis preciso de la estabilidad de un sistema de energía eléctrica requiere la integración numérica del conjunto de ecuaciones algebraico-diferenciales representado en (1). Sin embargo, dicha integración supone una elevada carga computacional debido a la complejidad y al gran tamaño del sistema de ecuaciones que se ha de resolver. Por otro lado, en el modelo (1) están representados fenómenos dinámicos que se desarrollan en escalas temporales muy diferentes. En base a esto, se han propuesto modelos simplificados del sistema eléctrico que incluyen solamente las dinámicas de los fenómenos que se desarrollan en una escala temporal acorde con el tipo de estabilidad bajo estudio. En este sentido, los métodos estáticos de análisis de la estabilidad de tensión de largo plazo, como el CPF, se basan en el modelo siguiente:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) \quad (2)$$

donde, con respecto a (1), se han suprimido las ecuaciones diferenciales, lo que supone considerar todas las dinámicas del sistema como instantáneas, y el conjunto de ecuaciones algebraicas se ha reducido a las ecuaciones del flujo de cargas. Este modelo tiene varias limitaciones, entre las que se encuentra el hecho de que los límites de potencia reactiva de los generadores se representan por un valor constante e independiente de la tensión. Para superar esta limitación, en [4] se ha propuesto utilizar el siguiente modelo quasi-estático:

$$\begin{aligned}\mathbf{0} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, t) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, t)\end{aligned}\quad (3)$$

donde, con respecto al modelo general (1), las ecuaciones diferenciales se han remplazado por sus ecuaciones de equilibrio (algebraicas), quedando como único fenómeno dinámico representado la variación lenta de las variables de control y los parámetros  $\boldsymbol{\eta}$  (e.g., la carga). En principio, este modelo supone una mejora en la precisión con la que se representa el sistema respecto del modelo puramente estático (2), a la vez que evita la integración numérica que implica la utilización del modelo

detallado algebraico-diferencial (1). Por tanto, la metodología que se ha aplicado ha consistido en construir una herramienta para el cálculo del margen de carga basada en el modelo (3) complementado con técnicas de homotopía. A este método se le ha denominado HQSS. Además, se ha utilizado el CPF y el HQSS para identificar bifurcaciones relacionadas con la estabilidad de pequeña perturbación y, con el ánimo de realizar un análisis comparativo, los resultados obtenidos se han contrastado con los resultados que ofrecen los métodos QSS, y TDS.

El resto del documento está organizado de la siguiente forma: la Sección II presenta una breve descripción de las herramientas de simulación utilizadas; la sección III muestra los casos de estudio, donde se aplican las diferentes herramientas de análisis a un sistema real de 162 nudos; finalmente, en la sección IV se exponen las principales conclusiones de este trabajo.

## II. HERRAMIENTAS DE SIMULACIÓN

### A. Concepto de homotopía

La homotopía es un concepto aplicado en matemáticas y algoritmos numéricos, que permite la convergencia en la solución de ecuaciones no lineales, cuando la estimación inicial está fuera de la zona de atracción y las soluciones múltiples no pueden encontrarse por métodos convencionales [4, 6-8]. Las técnicas de homotopía se basan en definir un mapa de homotopía  $\psi$  basado en el sistema de ecuaciones a resolver, digamos  $\mathbf{g}(\mathbf{y})$  [D]:

$$\psi(\mathbf{y}, \mu) = \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mu) \quad (4)$$

donde  $\mu$  es un parámetro del sistema  $\mathbf{g}$  que pasa a ser una variable del nuevo sistema creado por el mapa de homotopía  $\psi$ . En los métodos de homotopía,  $\mu$  se denomina parámetro de continuación. Parametrizando  $\mathbf{y}$  y  $\mu$  mediante un arco de longitud  $s$ , se tiene [4]:

$$\psi(\mathbf{y}(s), \mu(s)) = \mathbf{0} \quad (5)$$

y diferenciando respecto a  $s$ :

$$\frac{d\psi}{ds} = \begin{bmatrix} \psi_y \frac{d\mathbf{y}}{ds} \\ \psi_\mu \frac{d\mu}{ds} \end{bmatrix} \quad (6)$$

siendo

$$\left\| \begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{y}}{ds} \\ \frac{d\mu}{ds} \end{pmatrix} \right\|_2 = 1 \quad (7)$$

y las condiciones iniciales  $\mathbf{y}(0) = \mathbf{y}^{(0)}$ ,  $\mu(0) = \mu^{(0)}$ . La ecuación (6) se utiliza para el mapeo de  $\psi$  a lo largo del camino parametrizado por  $s$ . Para un punto dado  $(\mathbf{y}^{(i)}, \mu^{(i)})$ , el siguiente punto  $(\mathbf{y}^{(i+1)}, \mu^{(i+1)})$  se puede calcular con un método de predicción-corrección [4].

### B. Método QSS

Los sistemas eléctricos tienen dinámicas en diferentes escalas de tiempo y, en muchos casos, no es práctico combinar todas las dinámicas en un solo modelo [1]. Si hay interés en dinámicas rápidas, se puede asumir que los estados lentos son prácticamente constantes. En cambio, si el interés está en las dinámicas lentas, se puede considerar que los transitorios rápidos son instantáneos. El método QSS es una técnica de simulación utilizada en análisis dinámico para el estudio de fenómenos de tensión de largo plazo [5, 9]. Fue desarrollado como una herramienta vinculada al análisis en el dominio del tiempo.

El método consiste en separar las variables de estado  $\mathbf{x}$  en función de si sus dinámicas son rápidas ( $\mathbf{x}_1$ ) o lentas ( $\mathbf{x}_2$ ), asumiendo las dinámicas rápidas como infinitamente rápidas, y reemplazando sus correspondientes ecuaciones diferenciales por ecuaciones de equilibrio, como se muestra en (8) [10].

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}, t) \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}, t) \end{aligned} \quad (8)$$

Las ecuaciones diferenciales en (8) sólo están relacionadas con las variables de estado asociadas a las dinámicas lentas. De este modo se reducen los tiempos de cálculo, ya que el sistema de ecuaciones a resolver es de menor tamaño. La solución se obtiene mediante algoritmos numéricos similares a los que se aplican en TDS (véase Sección II.E). Por ejemplo, mediante la combinación de un método implícito para la integración de las ecuaciones diferenciales y el método de Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones algebraico resultante a cada paso de integración [4].

La principal desventaja del método es la dificultad numérica que aparece cuando la trayectoria del sistema se aproxima a la inestabilidad. El método QSS no puede reproducir el colapso del sistema cuando las dinámicas de corto plazo se vuelven inestables. En este caso la simulación se detiene con escasa información de la causa del problema. La Figura 1 muestra la secuencia de análisis del método [2].

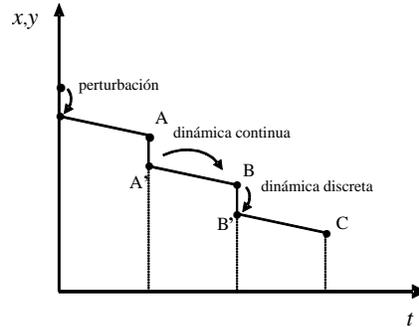


Fig. 1 Secuencia de análisis del método QSS

### C. Método HQSS

El método HQSS es una herramienta de simulación para el estudio de estabilidad de tensión de largo plazo. Con la homotopía se aproxima la evolución de largo plazo mediante una sucesión de puntos de equilibrio, proyectando el perfil de una curva PV [11], e identificando las posibles bifurcaciones que sufre el sistema.

Partiendo del sistema representado por el conjunto de ecuaciones (3), se establece un modelo de carga variable que explícitamente depende del tiempo  $t$ . De este modo, la carga puede verse como parámetro controlable dependiente del tiempo. La aplicación de la homotopía a este modelo consiste en establecer una analogía entre el parámetro de continuación y la variable independiente  $t$ .

El uso del modelo del sistema representado en (3) se justifica bajo la hipótesis de variaciones de carga muy lentas, de tal manera que cualquier dinámica transitoria se puede considerar en estado de equilibrio. El modelo resultante es el siguiente [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= f(x, y, \eta(t)) \\ \mathbf{0} &= g(x, y, \eta(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

donde  $\eta(t)$  es un vector que contiene las cargas del sistema vistas como de parámetros controlables dependientes del tiempo. El modelo de la carga consiste en una rampa de tiempo lineal de la forma siguiente [4]:

$$p_L(t) = p_L^0 + r_L t \quad (10)$$

En la práctica, la rampa de carga se puede considerar como:

$$r_L \equiv k_t p_L^0 \quad (11)$$

donde  $k_t$  es un coeficiente que impone el ritmo al cual aumenta la demanda. Introduciendo el modelo de carga (10)-(11), con un valor pequeño de  $k_t$ , en (1) y resolviendo el sistema de ecuaciones resultante, las soluciones obtenidas deberían ser similares a las soluciones del modelo (9)-(11).

### D. Método CPF

El CPF se basa en una homotopía forzada que traza la trayectoria entre dos puntos de operación, donde el punto de operación de destino se obtiene por el cálculo de un vector tangente y una intersección perpendicular o parametrización local. El parámetro de continuación es  $\mu$  y representa la variación de la carga del sistema de forma análoga al modelo (10)-(11) del HQSS. En conjunto, es un método iterativo que proyecta una trayectoria de un punto de equilibrio estable a un punto de bifurcación,

mediante una secuencia de etapas de predicción y de corrección. En la etapa de predicción, definiendo  $\mu \equiv s$  en la ecuación (5), se cumple para una solución la siguiente relación para  $\psi$  [4]:

$$\psi(\mathbf{y}^{(i)}(\mu^{(i)}), \mu^{(i)}) = \mathbf{0} \Rightarrow \left. \frac{d\psi}{d\mu} \right|_i = 0 = \psi_y \left. \frac{dy}{d\mu} \right|_i + \psi_\mu \left. \right|_i \quad (12)$$

Entonces, el vector tangente para la solución  $(\mathbf{y}^{(i)}, \mu^{(i)})$  puede aproximarse mediante la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\tau}^{(i)} = \left. \frac{dy}{d\mu} \right|_i \approx \frac{\Delta \mathbf{y}^{(i)}}{\Delta \mu^{(i)}} \quad (13)$$

De (12) y (13) se tiene que:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}^{(i)} &= -\psi_y^{-1} \left. \psi_\mu \right|_i \\ \Delta \mathbf{y}^{(i)} &= \boldsymbol{\tau}^{(i)} \Delta \mu^{(i)} \end{aligned} \quad (14)$$

donde el tamaño de los incrementos  $\Delta \mathbf{y}$  y  $\Delta \mu$  se determina en base a un factor que controla el tamaño de paso a cada iteración.

En la etapa de corrección, el nuevo punto de equilibrio de la curva se obtiene mediante la solución del siguiente sistema de ecuaciones [4, 12]:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mu) &= \mathbf{0} \\ h(\mathbf{y}, \mu) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

donde  $h(\mathbf{y}, \mu)$  es una ecuación adicional denominada *función de continuación* que evita la singularidad de la matriz Jacobiana del conjunto de ecuaciones en el punto de bifurcación. Las formas más comunes de definir la función de continuación son mediante el método de la intersección perpendicular y el método de la parametrización local. Por ejemplo, en el primer caso, definiendo un vector perpendicular a  $\Delta \mathbf{y}^{(i)}$  desde  $(\mathbf{y}^{(i)} + \Delta \mathbf{y}^{(i)}, \mu^{(i)} + \Delta \mu^{(i)})$  se obtiene [4, 12]:

$$h(\mathbf{y}, \mu) = \Delta \mathbf{y}^{(i)} (\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(i)} - \Delta \mathbf{y}^{(i)}) + \Delta \mu^{(i)} (\mu - \mu^{(i)} - \Delta \mu^{(i)}) \quad (16)$$

### E. Método TDS

Es un método dinámico de análisis que hace posible la reproducción precisa de la cronología de los eventos que conducen a la inestabilidad de tensión. Los sistemas eléctricos contienen un considerable número de componentes estáticos y dinámicos, los cuales pueden requerir varias ecuaciones diferenciales y algebraicas para su representación. El elevado tiempo de cálculo reduce la aplicación de TDS en sistemas grandes, donde se requiere analizar varias condiciones y contingencias [13]. Por otro lado, se han propuesto varias herramientas estáticas de análisis de estabilidad de tensión, aunque ninguna ha demostrado claramente resultados consistentes respecto al TDS. De hecho, se ha sugerido tomar en cuenta que los resultados que se obtienen mediante métodos estáticos no pueden correlacionarse con los resultados que se obtienen al aplicar métodos dinámicos [13].

El TDS requiere la integración numérica del sistema de ecuaciones algebraico-diferencial completo (1). Aplicando un método numérico de integración implícito a las ecuaciones diferenciales, la solución simultánea para las variables de estado y para las variables algebraicas en cada paso de dicha integración se obtiene mediante las siguientes expresiones [4]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^{(i)} \\ \Delta \mathbf{y}^{(i)} \end{bmatrix} = -[\mathbf{A}^{(i)}]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(i)} \\ \mathbf{g}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(i+1)}(t + \Delta t) \\ \mathbf{y}^{(i+1)}(t + \Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) \\ \mathbf{y}^{(i)}(t + \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^{(i)} \\ \Delta \mathbf{y}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

donde  $\mathbf{q}^{(i)}$  es una función que depende del método numérico implícito de integración,  $\Delta \mathbf{x}$  y  $\Delta \mathbf{y}$  son los incrementos de las variables que se obtienen al resolver (17) mediante el método de Newton, y  $\mathbf{A}^{(i)}$  es la matriz Jacobiana del sistema completo. Aplicando el método de integración trapezoidal para la iteración  $i$ ,  $\mathbf{q}^{(i)}$  y  $\mathbf{A}^{(i)}$  son [4]:

$$\mathbf{A}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - 0.5\Delta t \mathbf{f}_x^{(i)} & -0.5\Delta t \mathbf{f}_y^{(i)} \\ \mathbf{g}_x^{(i)} & \mathbf{g}_y^{(i)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}(t) - 0.5\Delta t (\mathbf{f}^{(i)} + \mathbf{f}(t)) \quad (20)$$

donde  $\mathbf{I}$  es una matriz identidad cuadrada cuya dimensión coincide con el número de ecuaciones diferenciales,  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{g}$  son las ecuaciones diferenciales y algebraicas del sistema,  $\mathbf{f}_x$ ,  $\mathbf{f}_y$ ,  $\mathbf{g}_x$ ,  $\mathbf{g}_y$  son, respectivamente, las submatrices Jacobianas de  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{g}$  asociadas con las variables de estado y con las variables algebraicas, y  $\Delta t$  es el paso de integración.

### III. CASOS DE ESTUDIO

En esta sección se muestran los resultados al aplicar los métodos anteriormente expuestos para obtener el margen de carga del sistema BOL 162-bus [14]. Este es un sistema eléctrico real que consta de 162 nudos, 45 plantas de generación, 180 líneas de transporte, 70 estaciones de transformación, y 20 conexiones shunt.

Los resultados obtenidos con HQSS se comparan con los del CPF. Asimismo, las simulaciones TDS y QSS se utilizan para verificar la precisión de los resultados obtenidos con los métodos estáticos cuando éstos se complementan con criterios de estabilidad de pequeña perturbación.

En las simulaciones se ha utilizado el programa Dome [15]. Se trata de un software implementado en lenguajes Python y C para análisis de sistemas de energía eléctrica, el cual incorpora todas las rutinas necesarias para las simulaciones que se han llevado a cabo. El ordenador utilizado tiene un sistema operativo Linux, procesador Pentium IV, con 2 Gb de RAM y CPU de 1.9 GHz.

#### A. Cálculo del margen de carga

Las Figura 2 muestra las curvas PV obtenidas en las simulaciones CPF y HQSS correspondientes al nudo 66 del sistema. La diferencia entre las curvas se debe a que ambos métodos utilizan modelos que representan al sistema con diferente detalle. Por ejemplo, en el CPF los generadores se modelan como fuentes de potencia activa y reactiva cuyos límites se representan de forma aproximada mediante un valor constante. Sin embargo, el HQSS utiliza un modelo detallado del generador, incluyendo sus controles y sus limitadores, lo que implica una representación de las limitaciones de generación basada en la curva de capacidad de cada generador. En la simulación del CPF, se observa el cambio de trayectoria de la curva PV debido a que un generador ha alcanzado su límite de potencia reactiva. Esta situación se identifica mediante una bifurcación LIB que no es crítica por la reserva de reactiva aún disponible en el sistema. En el caso del HQSS, dicho fenómeno no tiene un efecto tan brusco sobre la curva PV, ya que la limitación de reactiva se da de forma indirecta mediante la saturación de la corriente de campo del generador correspondiente. En ambas simulaciones el punto de máxima carga corresponde al punto de bifurcación SNB.

La primera fila de la Tabla I muestra los resultados obtenidos. Debido a la mayor precisión del modelo que utiliza el HQSS, se deduce que este método ofrece también mejor precisión en el cálculo del margen de carga, aunque con mayor tiempo de cálculo.

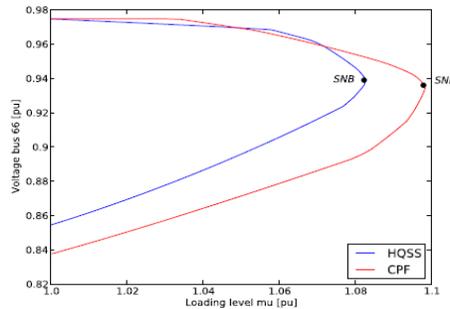


Figura 2. Comparación CPF-HQSS en BOL 162-bus

TABLA I  
MARGEN DE CARGA

Bifurcación	Método		Tiempo de cálculo [s]	
	CPF	HQSS	CPF	HQSS
SNB	1.098	1.083	17.25	175.43
HB	1.021	1.029	24.55	182.73

### B. Análisis de pequeña perturbación

A los análisis anteriores, se incorpora un análisis de pequeña perturbación en cada punto de equilibrio obtenido en las simulaciones. Para ello, se realiza un análisis de los autovalores de la matriz del sistema en cada punto de operación obtenido. Como resultado, se han identificado bifurcaciones de Hopf (HB), es decir, situaciones en las que la parte real de un par de autovalores complejos conjugados de la matriz del sistema se vuelven positivos para un determinado valor de carga. La aparición de este tipo de bifurcaciones supone inestabilidad de ángulo (no de tensión) que se manifiesta por la aparición de oscilaciones no amortiguadas. Por tanto, el valor de carga que corresponda a una bifurcación HB determinará el margen de carga del sistema.

La Figura 3 muestra las curvas PV con bifurcaciones HB obtenidas mediante CPF y HQSS. Los valores del margen de carga para los puntos de bifurcaciones HB no coinciden. Esto se debe a que los modelos que utilizan ambos métodos son diferentes, como se ha discutido anteriormente. Los valores numéricos del margen de carga y los tiempos de cálculo se muestran en la segunda fila de la Tabla I.

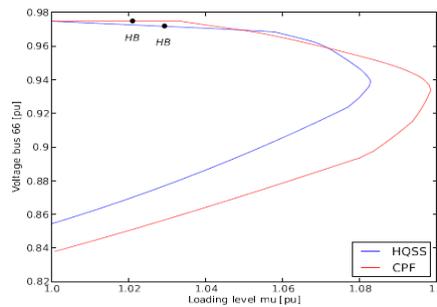


Figura 3. Bifurcación HB en BOL 162-bus

### C. Análisis en el dominio del tiempo

Con el objetivo de contrastar los márgenes de carga obtenidos en el apartado anterior, se han llevado a cabo simulaciones QSS y TDS. En el caso de TDS, el perfil de la curva se obtiene mediante la solución del modelo completo que incluye todas las dinámicas del sistema, donde la carga evoluciona según (10)-(11). Cada punto de la trayectoria obtenida corresponde al estado del sistema según va evolucionando con la rampa de carga hasta que se produce la inestabilidad. Para el QSS, aunque se aplica el mismo método numérico que para el TDS, no existen ecuaciones diferenciales en el modelo al sustituirlas por sus ecuaciones de equilibrio como en (3), por lo que no existe la posibilidad de reproducir las oscilaciones que sufre el sistema. De esta manera, el perfil de la curva es la sucesión de puntos de equilibrio que se obtienen debido al incremento de carga impuesto por el modelo (10)-(11).

La Figura 4 muestra los resultados de las simulaciones HQSS, TDS y QSS para una rampa de carga con  $k_t = 1e-5$ . Para una comparación consistente de los métodos, se ha adaptado la escala de tiempo de TDS y QSS a la escala de carga de HQSS multiplicando la rampa por el tiempo de simulación. Se observa como el valor elegido de la rampa de carga es suficientemente pequeño como para aproximar de forma razonable la hipótesis quasi-estática, de tal manera que el inicio de las oscilaciones no amortiguadas se aproxima a la bifurcación HB detectada mediante HQSS. Por lo tanto, los resultados obtenidos confirman la precisión del método HQSS. La Tabla II muestra un resumen de los resultados de las simulaciones y los tiempos de cálculo.

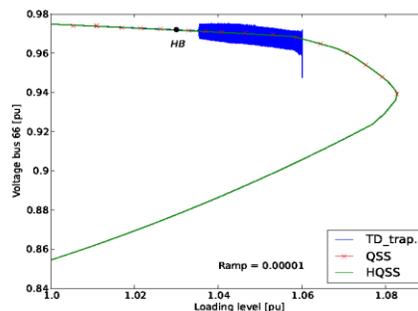


Figura 4. Simulaciones HQSS-TD-QSS Sistema BOL 162-bus

TABLA II  
COMPARATIVA DE MÉTODOS: MARGEN DE CARGA CON HB

Método	Margen de carga	Tiempo de cálculo [s]
--------	-----------------	-----------------------

CPF	1.021	24.55
HQSS	1.029	182.73
QSS	1.029	12785.4
TDS	1.030	21160.6

#### IV. CONCLUSIONES

Este documento ha analizado un método denominado HQSS que combina técnicas de homotopía y modelos quasi-estáticos para el análisis de estabilidad de tensión de largo plazo en sistemas de energía eléctrica. El método ha sido utilizado para calcular el margen de carga de un sistema real. Los resultados obtenidos se han comparado con los que se obtienen mediante el CPF. También se ha explorado la posibilidad de utilizar el método analizado para la detección de problemas de estabilidad de pequeña perturbación. En este contexto, las simulaciones QSS y TDS han servido para confirmar los resultados obtenidos.

De las simulaciones realizadas se concluye que el método HQSS es un método adecuado para el cálculo del margen de carga del sistema en el contexto de estabilidad de tensión, que también puede aportar información sobre problemas de estabilidad de pequeña perturbación. En términos cuantitativos, el HQSS mejora la precisión del CPF a costa de un mayor tiempo de cálculo.

#### AGRADECIMIENTOS

El segundo y el tercer autor están financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad de España, Proyecto DPI2015-71280-R MINECO/FEDER UE.

#### REFERENCIAS

- [1] T. Van Cutsem, Voltage Instability: Phenomena, Countermeasures, and Analysis Methods. Proceedings of the IEEE, Vol. 88, No. 2, Feb. 2000.
- [2] T. Van Cutsem, C. Vournas, Voltage Stability of Electric Power Systems. Norwell, MA: Kluwer, 1998.
- [3] R. Zárate-Miñano. Optimal Power Flow with Stability Constraints. Saarbrücken, Alemania: LAP Lambert Academic Publishing, 2012.
- [4] F. Milano, Power System Modelling and Scripting. New York: Springer, 2010.
- [5] M. E. Grenier, D. Lefebvre, T. V. Cutsem, Quasi steady-state models for long-term voltage and frequency dynamics simulation. Proc. IEEE Power Tech Conference, St. Petersburg (Russia), Jun. 2005.
- [6] R. Burden, D. Faires, Numerical Analysis. Belmont CA: Thomson, 2005.
- [7] J. P. Chen, C. E. Lin, C.T. Pan and I. Huang, Application of the Homotopy Method to Load Flow Solution-Finding All the Multiple Solutions. Electric Power Systems Research Taiwan, 9, pp. 263-272, Jun. 1985.
- [8] D. C. Dzung, W.W. Lin, Homotopy Continuation Method for the Numerical Solutions of Generalised Symmetric Eigenvalue Problems. J. AUSTRAL Math. Soc. Ser. B 32 (1991), pp. 437-456, 1991
- [9] M. J. Hossain, H.R. Pota, V. Ugrinovskii, Short and Long-Term Dynamic Voltage Instability. 17th IFAC World Congress Seoul, Korea, pp. 9692-9397, Jul. 2008.
- [10] T. Van Cutsem, M. E. Grenier, D. Lefebvre, Combined detailed and quasi steady-state time simulations for large-disturbance analysis. Electrical Power and Energy Systems Vol. 28, pp. 634-642, Mar. 2006.
- [11] Q. Wang, H. Song, V. Ajjarapu, Continuation-Based Quasi-Steady-State Analysis. IEEE Transaction Power Systems, Vol. 21, No. 1, pp. 171-179, Feb. 2006.
- [12] IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication, Voltage Stability Assessment: Concepts, Practices and Tools, IEEE product SP101PSS, 2002
- [13] G. K. Morison, B. Gao, P. Kundur, Voltage stability using static and dynamic approach. IEEE Transaction Power Systems, Vol. 8 No. 3, pp 1159 – 1170, Aug. 1993.
- [14] CNDC, Cochabamba, Bolivia. cndc@cndc.bo
- [15] F. Milano, A Python-based software tool for power system analysis. IEEE PES General Meeting, Vancouver, Canada, Jul. 2013.
- [16] IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions. IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 19, No. 2, pp. 1387-1401, May 2004.
- [17] V. Ajjarapu, Computational Techniques for Voltage Stability Assessment and Control. Iowa: Springer, 2006.
- [18] J. F. Mora, Máquinas Eléctricas. Madrid: McGraw-Hill, 2003.
- [19] S. J. Chapman, Electrical Machinery Fundamentals. New York: McGraw-Hill, 1987.