

**PENGEMBANGAN DESAIN TUGAS PENALARAN MATEMATIS  
MELALUI *COUNTER EXAMPLE* UNTUK MENUMBUHKAN  
KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA**

**ARTIKEL PENELITIAN**

**OLEH:  
SITI ZULAIHA  
NIM. F2181171016**



**PROGRAM STUDI PASCA SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS TANJUNG PURA  
PONTIANAK  
2020**

# PENGEMBANGAN DESAIN TUGAS PENALARAN MATEMATIS MELALUI *COUNTER EXAMPLE* UNTUK MENUMBUHKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA

Siti Zulaiha, Sugiatno, Yulis Jamiah

Program Studi Pasca Sarjana Pendidikan Matematika FKIP Untan Pontianak

Email:sitizulaiha5888@gmail.com

## **Abstract**

*This research is background by the lack of integration between mathematical reasoning and students' critical thinking skills in mathematics. The facts obtained from interviews showed that the assignments were given to students still use the questions contained in the books, so that students have not fully used their reasoning to think critically. A good assignment should be a task designed with attention to student response patterns so that epistemological obstacles that often arise can be overcome. This study aims to develop a mathematical reasoning assignment design by providing a counter example (CE), with CE students can explore related assignments so that they can foster students' critical thinking skills. This research was didactical design research which involved six students using written tests and interviews. The results of the study revealed that the assignment design with CE could reveal the presence of learning obstacle that hindered students' critical thinking skills and able to overcome the learning obstacle. The conclusion is that students' critical thinking skills have developed after being given a mathematical reasoning design through the provision of CE, this is shown by the post-test average score (62.56) which is higher than the pre-test average (15.03).*

**Keywords:** *Task Design, Counter Example, Critical Thinking Skills, Mathematical Reasoning*

## **PENDAHULUAN**

Penalaran merupakan satu di antara daya matematis yang sangat diperlukan dalam proses belajar dan pembelajaran matematika. pandangan tersebut sejalan dengan pendapat ahli seperti Nickerson (2011) dan Brodie (2010) bahwa penalaran matematis penting untuk masa depan, karena dengan bernalar, siswa akan belajar lebih mudah untuk menghubungkan ide-ide matematika sehingga lebih mudah dipahaminya. Selain itu para ahli di National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (NCTM, 2000) memasukkan penalaran sebagai proses matematika yang harus diketahui dan dimiliki oleh siswa. Sedangkan di dalam kurikulum 2013 penalaran matematis juga berperan penting dalam proses pembelajaran matematika.

Lazimnya penalaran tidak seutuhnya terjadi di dalam proses pembelajaran. Beberapa temuan peneliti seperti (Anisah &

Darmawijoyo, 2011), (Hazlita, 2014), (Elentriana & Febrima, 2017), diperoleh penalaran matematis siswa Indonesia secara umum berada pada kategori *low* dan pada kategori *high* masih kurang dari 30%. Faktor paling signifikan yang mempengaruhi penalaran matematis siswa adalah pemberian tugas oleh guru belum dapat membangun secara utuh kemampuan tersebut. Sejalan dengan penelitian (Utari & Hartono, 2017), bahwa soal-soal evaluasi pada buku teks Matematika yang menjadi pegangan guru matematika kelas X pada kurikulum 2013, belum sepenuhnya memberikan kesempatan untuk bernalar. Hal tersebut mengakibatkan peserta didik belum leluasa untuk melibatkan penalarannya dalam menyelesaikan soal-soal pada tugas yang diberikan.

Mengacu pada hasil penelitian yang telah dipaparkan jika penyajian penalaran matematis secara umum belum sepenuhnya

terjadi di dalam pembelajaran matematika, rasional jika penalaran matematis khususnya tentang *Counter Example* (CE) diduga siswa juga akan menghadapi tantangan karena kebanyakan siswa bahkan belum mengetahui apa itu CE.

Untuk memperkuat dugaan tersebut, peneliti mencoba memberikan sebuah soal CE yang dihubungkan terhadap materi bilangan berpangkat kepada siswa. "Untuk setiap  $x$ , dengan  $x$  adalah anggota bilangan bulat, apakah benar jika  $x$  lebih besar dari  $y$ , maka  $x^2$  juga lebih besar dari  $y^2$ ", dari 8 (delapan) siswa hanya 2 (dua) siswa yang menyatakan bahwa pernyataan tersebut salah. Satu diantaranya memberikan CE nya dengan mengganti nilai  $x = 0$  dan  $y = -1$ , dengan alasan karena 0 lebih dari -1, sehingga apabila kedua bilangan dipangkatkan hasilnya 0 dan 1, pernyataan tersebut salah, karena 1 lebih besar dari 0. Satu siswa lainnya yang menjawab salah, namun tidak memberikan CE. Enam lainnya menyatakan pernyataan tersebut benar, dengan memberikan beragam alasan dengan mengganti nilai  $x$  dan  $y$ .

Berdasarkan studi kasus tersebut meskipun hanya dua siswa yang menyatakan pernyataan tersebut salah, dan hanya satu yang dapat memberikan CE dengan tepat, belum tentu siswa yang lain tidak memiliki potensi CE, hanya saja siswa belum mengetahui bagaimana cara menggunakan potensi CE yang ada pada dirinya.

Penalaran matematis melalui pemberian CE semestinya dibiasakan kepada siswa dikarenakan CE adalah satu di antara indikator penalaran matematis. Satu diantaranya adalah mendorong siswa untuk melakukan penalaran dengan cara menyelidiki pernyataan matematika, menggeneralisasi dengan satu CE. CE yang berbeda muncul dari berbagai jenis penalaran, menyebabkan perbaikan yang sangat berbeda, dapat memperbaiki konjektur

yang salah yang melibatkan mengubah hipotesis, kesimpulan, atau keduanya.

Hasil penelitian Mulyawati (2019) mengenai potensi siswa dalam pembuktian menggunakan CE menjadi rujukan peneliti untuk memperkuat dugaan tersebut. Hasil penelitian menunjukkan rata-rata persentase skor yang siswa dapatkan ke dalam tiga klasifikasi diantaranya tinggi, sedang serta rendah. Sebanyak 8 peserta didik masuk ke dalam klasifikasi tinggi dengan prolehan persentase skor sebesar 90,74%, sedangkan 19 peserta didik memperoleh persentase skor sebesar 57% masuk ke dalam klasifikasi sedang, dan 4 peserta didik lainnya masuk ke dalam klasifikasi rendah dengan prolehan persentase skor sebesar 19%. Hal tersebut jelas membuktikan bahwa potensi CE sudah ada pada diri siswa, hanya saja belum menjadi perhatian penuh oleh guru.

Menurut Lockwood, Ellise & Lynch (2016), CE memainkan peranan penting dalam eksplorasi dugaan dan dalam pengembangan bukti berikutnya. Meskipun CE masuk ke dalam penalaran induktif, akan tetapi menurut Epstein dan Levy (dalam Lockwood, Ellise & Lynch, 2016) sebagian besar matematikawan menghabiskan banyak waktu untuk memikirkan dan menganalisis contoh-contoh. CE dapat membuat pemikiran seseorang lebih maju. Semakin banyak CE yang ditemukan, maka semakin kecil kemungkinan kesimpulan yang berbeda akan diterima (De Neys, Schaeken, dan d'Ydewalle, 2005).

Terkait penalaran matematis dengan CE, lebih lanjut Mason dan Klymchuck (2009) dalam buku *Using Counter-Example in Calculus* memandang bahwa menciptakan CE memerlukan kemampuan berpikir kritis yang jarang dialami di sekolah. Mason dan Klymchuck (2009) juga memandang bahwa untuk menciptakan CE perlu mengubah perspektif dan melihat objek matematika dengan lebih dalam, sehingga CE mampu menumbuhkembangkan berpikir kritis siswa yang merupakan esensi dari pemikiran matematika.

Menurut Bono (2007, p.204) berpikir kritis memiliki tujuan untuk menunjukkan kebenaran dengan menyeleksi semua yang dianggap salah, agar kebenaran akan

terungkap. Lebih lanjut Mason (2008) menyatakan bahwa untuk mengajarkan berpikir kritis, siswa harus diajarkan untuk menjadi lebih sensitif terhadap pemikiran mereka sendiri.

Namun pada kenyataannya, banyak faktor yang mempengaruhi peserta didik dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritisnya, satu diantaranya adalah *learning obstacle* (LO) atau hambatan belajar. Menurut Brousseau (2002), LO merupakan kesalahan penarikan atau pengungkapan makna dari pengetahuan yang diperoleh siswa secara berkesinambungan.

Satu di antara LO yang dapat membuat kemampuan berpikir kritis siswa kurang berkembang adalah miskonsepsi. Menurut Rochmad, dkk (2008) bahwa secara umum miskonsepsi menghambat peserta didik dalam menumbuhkembangkan berpikir kritis". Berdasarkan hasil tersebut, agar peserta didik mampu mengoptimalkan kemampuan berpikir kritisnya, maka pembelajaran di sekolah seharusnya tidak hanya memberikan soal-soal agar siswa melakukan kegiatan berpikir kritis, namun juga harus menciptakan pembelajaran yang sekaligus dapat mengobati LO yang diduga menghambat perkembangan kemampuan berpikir peserta didik.

Dikarenakan hal tersebut maka siswa seharusnya diberikan ruang untuk mendukung kegiatan berpikir kritis, antara lain dengan mendesain tugas yang sesuai dalam memajukan pemikiran kritisnya. Hiebert (dalam Lithner, 2017) menyatakan bahwa satu di antara tantangan dalam pendidikan adalah mengganti tugas yang dominan, menjadi desain tugas yang efektif, bukan hanya sekedar mengarahkan siswa untuk mencoba mengikuti hapalan.

Menurut Watson & Othani (2015) perhatian terhadap desain tugas penting dari beberapa perspektif dalam praktik pendidikan matematika, dari perspektif kognitif, detail dan isi tugas memiliki efek yang signifikan, serta tugas dapat membentuk pengalaman siswa dari subjek pemahaman mereka tentang matematika. Isi dari tugas yang diberikan oleh guru hendaknya menjadi pusat perhatian walaupun tugas selama ini terlihat sepele namun

ternyata dapat berdampak besar terhadap kemajuan siswa karena desain tugas mewakili satu di antara elemen penting di dalam skenario pembelajaran.

Namun, harapan tidak selalu sesuai dengan kenyataan. Lazimnya, tugas tidak dirancang terlebih dahulu sebelum diberikan kepada peserta didik. Untuk memperkuat gagasan tersebut, peneliti mewawancarai 5 (lima) guru terkait rancangan tugas. "Apakah tugas yang Bapak/Ibu berikan kepada siswa didesain terlebih dahulu atau langsung mengambil dari buku paket yang ada? " Semua guru tersebut menjawab bahwa tugas yang diberikan kepada siswa langsung mengambil dari buku paket.

Berkenaan dengan tugas yang dirancang guru dalam pembelajaran, Glorian (dalam Watson & Othani, 2015) menyatakan bahwa desain tugas dan penggunaan tugas untuk tujuan pedagogik adalah inti dari pendidikan matematika. Oleh sebab tugas penalaran matematis perlu direncanakan sedemikian sehingga terjadi proses penalaran spesifik seperti yang diinginkan tidak hanya sekedar menghafal algoritma sebelumnya.

Berdasarkan pandangan teoritis dari pentingnya desain tugas penalaran matematis berpikir kritis, dan hasil kajian empiris melalui artikel ini, peneliti mengekspose "Pengembangan Desain Tugas Penalaran Matematis Melalui *Counter Example* untuk Menumbuhkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa".

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian dilakukan dengan Metode *Didactical Design Research* (DDR). Metode DDR dianggap sesuai digunakan karena penelitian ini bertujuan untuk merancang dan mengembangkan solusi untuk masalah kompleks, yaitu minimnya desain tugas penalaran matematis dalam praktek pendidikan.

Berdasarkan kebutuhan penelitian, maka peneliti menggunakan siswa SMK. Objek dalam penelitian ini adalah penanganan hambatan belajar siswa, yaitu berupa miskonsepsi siswa dalam materi bilangan

berpangkat dengan menggunakan desain tugas penalaran matematis melalui pemberian CE, untuk menumbuhkan kemampuan berpikir kritis.

Adapun tahapan penelitian terdiri dari tiga tahapan yaitu analisis situasi didaktik, analisis meta-pedadidaktis dan analisis retrospektif. Pada tahap analisis situasi didaktis, tahap ini dilaksanakan sebelum memulai pembelajaran yaitu dengan memberikan pre-test, kemudian menganalisis hasil pre-test yang kemudian hasilnya digunakan untuk menyusun desain tugas penalaran matematis melalui CE dan terakhir membuat prediksi respon siswa.

Tahap yang kedua adalah tahap analisis metapedadidaktik, pada tahap ini peneliti mengimplementasikan desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE, kemudian menganalisis respons siswa, setelah itu memberikan post-test dan juga angket respons siswa terkait implementasi desain tugas.

Tahapan terakhir pada penelitian ini yaitu analisis retrospektif, di tahap analisis retrospektif ini peneliti akan mengaitkan prediksi respon siswa sebelum pembelajaran dengan respon yang telah terjadi, kemudian membuat peneliti membuat kesimpulan dengan mendeskripsikan hasil penelitian dan menyimpulkan.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### Hasil Penelitian

Temuan penelitian didapatkan dari beberapa tahapan. Tahapan pertama yaitu dengan memberikan *pre-test* kepada 20 (dua puluh) siswa. Selanjutnya, dipilih 6 (enam) siswa untuk dijadikan subjek penelitian, dengan mewawancarai mereka terlebih dahulu terkait soal *pre-test* yang telah diberikan. Wawancara pertama dilakukan setelah pemberian *pre-test* pada hari Jumat tanggal 12 Juni 2020. Wawancara tersebut bertujuan untuk menggali informasi lebih dalam hal-hal apa saja yang kurang dimengerti oleh mereka, dan *learning obstacle* apa saja yang ditemui sehingga belum mendapatkan nilai maksimal pada *pre-test*. Wawancara dan *pre-test* tersebut juga

menjadi modal dasar merancang CE sebagai pengetahuan awal yang dimiliki siswa.

Pemberian CE beorientasi pada pengetahuan awal yang dimiliki oleh siswa, sehingga diharapkan pemberian CE dapat memberikan dampak terhadap proses pembelajaran, yaitu berkurangnya miskonsepsi siswa terkait materi bilangan berpangkat.

Pengetahuan awal siswa tersebut juga menjadi tolak ukur mengapa peneliti hanya mengambil materi bilangan, berpangkat

Adapun hambatan atau *Learning obstacle* yang didapat yaitu:

#### 1. Miskonsepsi

Miskonsepsi dalam penelitian ini ditemukan pada jawaban RF dengan jawabannya sebagai berikut

**Gambar 1. Jawaban subjek RF**

Berdasarkan jawaban RF terlihat bahwa RF mengalami miskonsepsi terhadap bentuk pangkat  $a^n$ , terlihat bahwa RF melakukan kesalahan yaitu mengalikan bilangan pokok dengan pangkatnya, bukan mengalikan bilangan pokok tersebut berulang sebanyak pangkatnya. Disisi lain pada materi pembagian bilangan pecahan juga terjadi miskonsepsi dalam menyederhanakan pembagian dan pembagian dengan pembagi bilangan pecahan juga.

#### 2. Kesalahan dalam prosedur perhitungan perkalian bilangan bulat.

Kesalahan ini ditemukan pada subjek MA, berikut cuplikan jawaban MA

**Gambar 2. Jawaban subjek MA**

Berdasarkan jawaban subjek terlihat bahwa terdapat kesalahan dalam prosedur perkalian sesama bilangan bulat negatif, dikarenakan hasil yang MA berikan tidak ada bedanya, sama-sama -1.

#### 3. Kesalahan dalam menginterpretasikan simbol matematika

Kesalahan ini ditemukan setelah dilakukan wawancara kepada beberapa subjek dengan hasil wawancara dapat disimpulkan bahwa terdapat lebih dari satu subjek yang menyimpulkan bahwa simbol  $<$  dan  $\leq$  memiliki makna yang sama.

Berdasarkan hasil hasil *pre-test* yang beragam maka Subjek penelitian dipilih berdasarkan hasil *pre-test* di bawah nilai 60 (enam puluh) didapat 6 (enam) subjek penelitian. Kemudian, keenam subjek tersebut diberikan pembelajaran, dengan memberikan desain tugas penalaran matematis dengan CE, setelah tugas selesai dikerjakan, maka langkah selanjutnya memberikan *post-test* dan wawancara pada penelitian ini diperlukan untuk mengungkapkan dampak dari pemberian desain tugas penalaran matematis melalui CE pada siswa.

**Tabel 1. Rata-rata *Pre-test* dan *Post-test* Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Subjek Penelitian**

| No        | Subjek | Skor<br><i>Pre-test</i> | Skor<br><i>Post-test</i> |
|-----------|--------|-------------------------|--------------------------|
| 1         | RF     | 20                      | 57                       |
| 2         | ERN    | 13                      | 65                       |
| 3         | CAP    | 0,6                     | 41,5                     |
| 4         | MA     | 18,6                    | 55                       |
| 5         | AP     | 11                      | 76,9                     |
| 6         | DA     | 27                      | 80                       |
| Rata-rata |        | 15,03                   | 62,56                    |

### Pembahasan

Penelitian ini menjelaskan perkembangan kemampuan berpikir kritis siswa dan juga tahapan pengembangan desain tugas dengan pemberian CE. Namun sebelum melihat perkembangannya, terlebih dahulu dikaji *learning obstacle* atau hambatan belajar apa saja yang dialami siswa yang membuat kemampuan berpikir kritis siswa cenderung rendah. Selanjutnya hambatan yang dialami oleh siswa akan diintervensi dengan pemberian desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE, sebagai alternatif yang ditawarkan peneliti untuk menumbuhkan kemampuan berpikir kritis siswa.

Peneliti menggunakan CE sebagai alternatif untuk mengatasi miskonsepsi dalam menumbuhkan kemampuan berpikir kritis, dikarenakan CE dapat menjadi landasan berpikir diseluruh bagian bermatematika. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Halmos dalam Watson & Mason (2005) bahwa CE dapat ditemukan pada definisi, teorema, bukti dan semua aspek matematika lainnya termasuk karya para ilmuwan terdahulu, hal tersebut dikarenakan CE sudah ada pada pemikiran kreatif masing-masing individu.

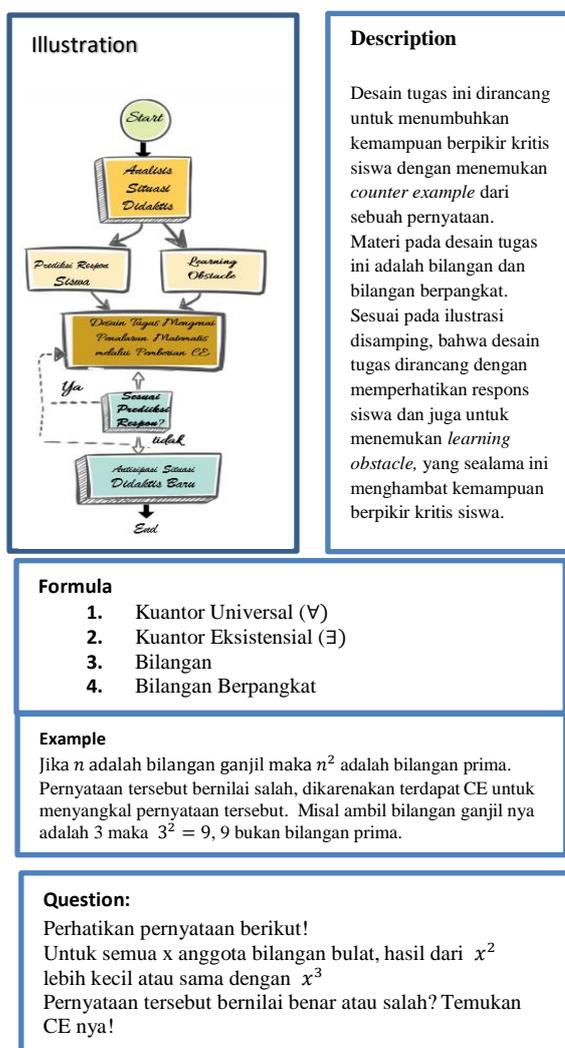
Tahap pertama yang dilakukan untuk mengembangkan desain tugas CE adalah menganalisis situasi didaktis, dikarenakan setiap siswa memiliki *prior knowledge* yang berbeda-beda.

Analisis situasi didaktis dilakukan bertujuan untuk mengungkapkan bagaimana kemampuan berpikir kritis dan hambatan apa saja yang dialami oleh subjek sehingga kemampuan berpikir mereka cenderung rendah, yaitu melalui pemberian *pre-test* dan wawancara awal kepada subjek. Hasil *pre-test* dan wawancara tersebut terdapat beberapa *learning obstacle* atau hambatan belajar yang dialami subjek diantaranya: (1) Adanya miskonsepsi terkait bilangan berpangkat; (2) Kurang tepat dalam melakukan prosedur perhitungan perkalian bilangan bulat; (3) Kurang tepat dalam menginterpretasikan simbol matematika; (4) Adanya miskonsepsi terkait pembagian bilangan pecahan.

Beberapa *learning obstacle* tersebut mempengaruhi kemampuan berpikir kritis siswa dalam menemukan CE. Miskonsepsi terkait bilangan berpangkat, miskonsepsi terkait pembagian bilangan pecahan, dan kurang tepat dalam melakukan prosedur perhitungan perkalian bilangan bulat membuat siswa keliru dalam menemukan CE, sehingga semua pernyataan tersebut disimpulkan benar. *Learning obstacle* berupa menginterpretasikan simbol matematika juga mempengaruhi kemampuan berpikir kritis siswa, dikarenakan apabila jika siswa keliru dalam menginterpretasikan simbol maka siswa akan mengalami kesulitan dalam memberikan penjelasan dasar yang termasuk

kedalam satu diantara indikator kemampuan berpikir kritis.

Masih pada analisis situasi didaktis langkah selanjutnya yaitu menyusun desain tugas dengan pemberian CE. Desain tugas disesuaikan dengan respon siswa pada saat itu, jika tidak sesuai dengan prediksi respon atau ditemukan *learning obstacle* baru, maka peneliti harus sigap membuat antisipasi baru. Hal tersebut akan berlangsung terus menerus hingga tugas yang diberikan selesai. Berikut adalah satu diantara contoh desain tugas melalui pemberian *counter example* yang telah dirancang peneliti, yang berisi *illustration, description, formula, example* dan *question*.



**Gambar 3. Contoh Desain Tugas Penalaran Matematis dengan Pemberian Counter Example**

Desain tugas dirancang di mulai dari apa yang siswa ketahui. Contohnya pada desain tugas CE ini adalah, pada materi bilangan berpangkat siswa masih belum paham definisi dari perpangkatan, sehingga peneliti membantu siswa dengan mengingat kembali luas persegi dan volume kubus.

Setelah desain tugas selesai dirancang, langkah selanjutnya adalah analisis metapedadidaktis yaitu tahap implementasi desain tugas melalui pemberian CE.

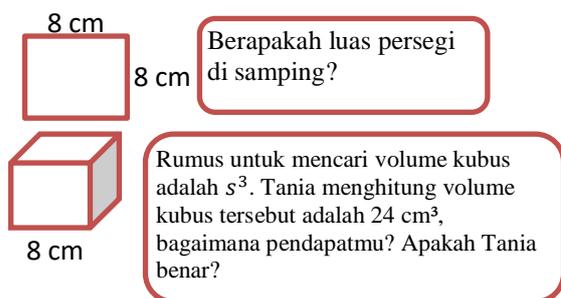
Kegiatan Belajar Mengajar (KBM) dilakukan via zoom, dikarenakan masa pandemi yang sedang berlangsung di Indonesia yaitu Covid-19 yang tidak memperbolehkan melakukan KBM dengan tatap muka. Pelaksanaan tersebut dilakukan sebanyak satu kali, kemudian dilanjutkan dengan dengan pemberian desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE kepada masing-masing subjek.

Menurut Suryadi (2013), tahapan metapedadidaktis mengintegrasikan tiga komponen yang terintegrasi, komponen tersebut meliputi kesatuan, fleksibilitas, dan koherensi. Pada tahap ini lah guru harus menggunakan kemampuannya untuk mengaitkan segitiga didaktis yang selalu terhubung antara satu dan lainnya. Selain itu guru juga harus fleksibel dengan beragam respon siswa dikarenakan respon siswa yang telah dianalisis tidak selalu sesuai dengan apa yang telah diprediksi, dikarenakan mungkin saja terdapat ketidaksesuaian prediksi yang telah dibuat dengan respon siswa yang muncul di lapangan. Sehingga guru harus mampu memodifikasi atau membuat antisipasi sesuai dengan kondisi baru.

Seperti yang telah dibahas bahwa terdapat beberapa *learning obstacle*, satu diantaranya adalah miskonsepsi terkait bilangan berpangkat. Adapun miskonsepsi tersebut berkenaan dengan definisi pangkat positif. Subjek mendefinisikan bahwa  $a^n = a \times n$ . Berdasarkan *learning obstacle* tersebut, peneliti mengajak subjek untuk mengingat kembali materi luas persegi dan volume kubus.

Berikut adalah contoh desain tugas melalui counter example yang diberikan

peneliti kepada siswa untuk mengatasi miskonsepsi yang terkait bilangan berpangkat.



**Gambar 4. Contoh Desain Tugas Penalaran Matematis dengan Pemberian Counter Example**

Antisipasi pertama yang dibuat dengan meminta subjek mencari luas persegi dan volume kubus. Desain tugas tidak langsung merujuk pada CE dikarenakan pemberian desain tugas ini juga merujuk kepada prinsip NCTM dan karakteristik penalaran matematika, yaitu dimulai dengan apa yang diketahui siswa. Berdasarkan situasi tersebut terdapat beberapa respon yang tidak sesuai dengan prediksi peneliti.

Subjek RF, MA dan AP, sudah tidak ingat dengan rumus dan volume kubus, namun untuk subjek MA dan AP setelah digatkan kembali mereka telah bisa menghitung luas dan volume tersebut, sedangkan untuk RF, diberikan antisipasi baru dikarenakan subjek masih keliru dalam menghitung luas dan volume. Antisipasi yang diberikan kepada RF sebagai berikut:

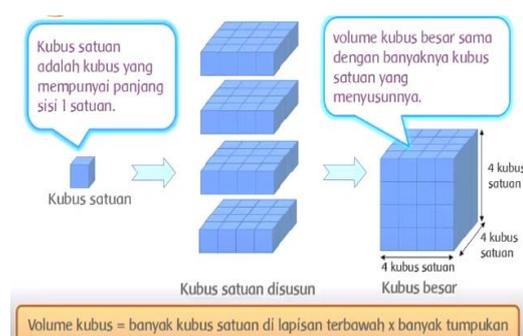


**Gambar 5. Contoh Desain Tugas Penalaran Matematis dengan Pemberian Counter Example**

Kemudian, dilanjutkan dengan soal sebelumnya mencari volume kubus. Pada desain tugas telah diberikan pertanyaan seperti berikut:

“Rumus untuk mencari volume kubus adalah  $s^3$ . Tania menghitung volume kubus tersebut adalah  $24 \text{ cm}^3$ , bagaimana pendapatmu? Apakah Tania benar?”

Subjek RF masih mengatakan bahwa hal tersebut benar, sehingga diberikan antisipasi situasi didaktis sebagai berikut:



**Gambar 6. Contoh Desain Tugas Penalaran Matematis dengan Pemberian Counter Example**

Setelah pemberian antisipasi tersebut, subjek diminta menyimpulkan apakah rumus luas dan volume tersebut dapat disingkat dengan  $s^2$  dan  $s^3$ , dengan begitu subjek sudah mulai paham bahwa  $a^n = a \times a \times \dots \times a$  bukan  $a^n = a \times n$

Setelah hambatan tersebut sudah dapat diatasi, pemberian desain tugas dilanjutkan pada soal berikutnya dan telah masuk kepada CE nya. Berikut ini adalah desain tugas selanjutnya

Perhatikan pernyataan berikut ini  
 $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq x^5$ ,  $\mathbb{Z}$  adalah bilangan bulat (Untuk setiap  $x$  anggota bilangan bulat,  $x$  pangkat dua lebih besar atau sama dengan  $x$  pangkat lima)  
 Apa yang kamu ketahui tentang pernyataan tersebut?  
 Apakah pernyataan tersebut selalu benar? Mengapa

Pada bagian ini, penyelesaian desain tugas menggunakan empat indikator berpikir kritis matematis yaitu: (1) Memberikan

penjelasan dasar; (2) Membangun keterampilan dasar; (3) Menyimpulkan; (4) Memberikan penjelasan lanjut. Pada indikator pertama dipecah menjadi dua sub yaitu mengidentifikasi pernyataan berkuantor dan menjelaskan hal-hal yang diketahui atau hal-hal mendasar pada soal. Soal pada desain tersebut, masuk kedalam tahapan pemberian tantangan kepada siswa, dikarenakan siswa harus mencari CE yang sesuai sehingga berpikir kritis siswa muncul pada bagian ini.

Tahapan terakhir adalah analisis retrospektif yaitu mengaitkan prediksi respon siswa sebelum pembelajaran dan respon yang terjadi sehingga dapat ditarik kesimpulan.

Berdasarkan prediksi respon sebelum dan sesudah pembelajaran didapat beberapa temuan. Terdapat perkembangan kemampuan berpikir kritis. Perkembangan tersebut dapat diamati pada tabel perbandingan skor yang menunjukkan bahwa adanya perkembangan kemampuan berpikir kritis siswa.

Menurut Glaser dalam Sulistiani dan Masrukan (2017) menyatkan bahwa terdapat beberapa syarat berpikir kritis matematis yaitu (1) masalah matematika yang belum dikenal atau asing bagi individu sehingga ia belum mampu mengenali konsep dan menentukan solusinya; (2) menggunakan pengetahuan yang dimilikinya, penalaran matematis dan strategi kognitif; (3) mampu menggeneralisasi, membuktikan serta mengevaluasi, dan (4) Berpikir secara terus menerus dan mendalam yang melibatkan pengkomunikasian suatu solusi.

Syarat-syarat berpikir kritis menurut Glaser tersebut, sudah terpenuhi pada Desain Tugas Penalaran Matematis melalui CE sehingga pemberian intervensi ini mampu menumbuhkan kemampuan berpikir kritis matematis siswa. Syarat yang pertama yaitu adanya situasi yang tidak dikenal. Desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE menurut peneliti sudah memenuhi syarat yang pertama, karena tidak pernah diberikan oleh guru di sekolah mereka. Hal tersebut diperkuat dengan adanya wawancara awal kepada subjek. Keenam Subjek mengatakan bahwa mereka tidak pernah mendapatkan soal CE atau mencari contoh penyangkal.

Terkait contoh penyangkal Mason dan Klymchuc (2009) menyatakan tujuan belajar dengan CE adalah untuk: (1) Pemahaman konseptual yang lebih dalam; (2) Mengurangi miskonsepsi; (3) Memajukan dalam berpikir matematis. Berkaitan dengan tujuan tersebut, desain tugas ini dapat mengungkapkan hal-hal yang mungkin luput dari pengamatan guru disekolah. Contohnya pada desain tugas terdapat sebuah pernyataan bahwa  $\forall x \in R, x^{-2} \leq 1$ , siswa diminta memberikan CE untuk menyangkal bahwa pernyataan tersebut salah. Berdasarkan pernyataan tersebut, beberapa hambatan belajar yang dialami subjek dapat terkuak. Hal yang paling mendasar yang mungkin luput dari perhatian adalah keenam subjek tersebut masih bingung untuk membagi bilangan pecahan. Contohnya ketika subjek mengambil contoh penyangkal  $\frac{1}{2}$ , dikarenakan  $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ , maka

$$\frac{1}{x^2} \leq 1$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \leq 1$$

$$\frac{1}{\frac{1}{4}} \leq 1$$

Miskonsepsi pertama yang terungkap adalah pada RF, subjek menghitung hasil perpangkatan dari  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{4}$ . Untuk Subjek AP, MA, ECAP, dan ERN juga kebingungan untuk mencari hasil dari  $\frac{1}{\frac{1}{4}}$

Sesuai dengan tujuan CE yang dinyatakan Mason dan Klymchuck (2009) bahwa CE dapat mengurangi miskonsepsi. Miskonsepsi tersebut telah berkurang setelah diberikan intervensi berupa desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE, hal tersebut dapat dilihat dari pengerjaan *post-test* pada soal nomor empat dan nomor lima.

Hal tersebut sejalan dengan hasil penelitian Zavalatsky dan Buchbinder (2013) bahwa cakupan design tugas yang kaya dengan pernyataan dan *counter example* terbukti bermanfaat dalam membuat siswa meningkatkan pemikirannya. Oleh sebab itu hendaknya guru mampu mendesain tugas yang dapat mencakup keseluruhan

## SIMPULAN DAN SARAN

### Simpulan

Berdasarkan uraian pembahasan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika dengan desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE dapat membuat kemampuan berpikir kritis siswa berkembang. Sedangkan hasil penelitian secara khusus, ditarik kesimpulannya sebagai berikut.

Berdasarkan hasil *pre-tes* yang diberikan oleh subjek sebelum diberikan pembelajaran matematika melalui dengan desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE, terdapat beberapa *learning obstacle* yang menghambat siswa berpikir kritis yaitu: (1) Adanya miskonsepsi terkait bilangan berpangkat yaitu siswa menganggap bahwa perpangkatan adalah mengalikan bilangan pokok dengan pangkatnya  $a^n = a \times n$ , melakukan kesalahan dalam mengubah pangkat negatif yaitu  $a^n = a \times (-n)$ , menganggap bahwa hasil dari  $a^0 = 0$  dan  $a^0 = a$ , melakukan kesalahan dalam operasi perkalian perpangkatan dengan bilangan pokok yang sama  $a^m \times a^n = a^{m \times n}$ , kesalahan perhitungan ketika bilangan pokoknya adalah pecahan  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b}$ ; (2) Kurang tepat dalam melakukan prosedur perhitungan perkalian bilangan bulat yaitu pada perkalian berulang bilangan bulat negatif  $(-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a)$  dikarenakan hasil perhitungan tersebut tetap negatif; (3) Kurang tepat dalam menginterpretasikan simbol matematika, yaitu keliru membedakan lambang  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ , dan  $\geq$ , menganggap bahwa  $>$  dan  $\geq$  serta  $<$  dan  $\leq$  adalah simbol yang memiliki makna yang sama, mengartikan definisi  $\forall$  hanya digunakan untuk menggamti bilangan yang positif saja; (4) Adanya miskonsepsi terkait pembagian bilangan pecahan, yaitu apabila pembilangnya bilangan bulat dan penyebutnya pecahan dan pembagian bilangan pecahan dan bilangan pecahan.

Setelah membuat desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE dan mengintervensi kepada siswa, setelah dianalisis maka desain tersebut berhasil mengatasi *learning obstacle* siswa

yang berakibat kemampuan berpikir kritis siswa berkembang.

Berdasarkan hasil jawaban yang diberikan oleh subjek setelah diberikan desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE menyatakan rata-rata skornya lebih tinggi daripada rata-rata skor subjek sebelum diberikan pembelajaran desain tugas penalaran matematis dengan CE, hal tersebut menandakan bahwa kemampuan berpikir kritis siswa mengalami perkembangan.

### Saran

Berdasarkan temuan-temuan dalam penelitian ini. Peneliti mengemukakan beberapa saran sebagai berikut: (1) Hasil penelitian ini dapat digunakan oleh guru matematika sebagai bahan pertimbangan untuk menjadikan desain tugas penalaran matematis melalui pemberian CE untuk acuan dalam pemberian tugas-tugas matematika yang menitikberatkan pada segitiga didaktis. (2) Bagi peneliti lain yang ingin meneruskan penelitian ini, alangkah baiknya menerapkan pemberian desain tugas mengenai penalaran matematis melalui pemberian CE secara tuntas, setidaknya subjek penelitian memperoleh nilai *post-test*  $\geq$  KKM

### DAFTAR RUJUKAN

- Anisah, Z., & Darmawijoyo. (2011). Pengembangan Soal Matematika Model PISA Pada Konten Quantity untuk Mengukur Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama. *Jurnal Pendidikan Matematika Sriwijaya*, 5(1), 1-15.
- Bono, E.D. (2007). *Revolusi Berpikir*. Bandung: Kaifa
- Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School*. New York: Springer.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situation in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Neys, W.D., Schaeken, W., & d'Ydewalle, G. (2005). Working Memory and Counter Example Retrieval for Causal Conditionals. *Journal of Thinking & Reasoning*, 11(2), 123-150.

- Elentriana, H., & Febrima, R. (2017). Kemampuan Menyelesaikan Soal Matematika (PISA) dan Daya Juang Siswa dalam Menghadapi UN. *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, 335-342. Retrieved from <http://seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/sites/seminar.uny.ac.id.semnasmatematika/files/full/Cover%20Isi%20Prosiding%202017.pdf>
- Hazlita. (2014). Pengembangan Soal Penalaran Model TIMSS Konteks Sumatera Selatan di Kelas IX SMP. *Jurnal Kreano*, 5(2), 170-179.
- Lithner, J. (2017). Principles for Designing Mathematical Tasks That Enhance Imitative and Creative Reasoning. *The International Journal on Mathematics Education*, 49(6), 937-949.
- Lockwood, E., Ellise, A.B., & Lynch, A.G. (2016). Mathematicians' Example-Related Activity When Exploring and Proving Conjectures. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 2, 165-196.
- Mason, J., dan Klymchuck, S. (2009). *Using Counter-Example in Calculus*. London: Imperial Collage Press.
- Mason, M. (2008). *Critical Thinking and Learning*. Singapore: Blackwell Publishing.
- Mulyawati, E., Sugiatno, & Yani, A. (2019). Potensi Pembuktian Menggunakan Counter Examples dalam Materi Bilangan di SMP. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 8(6), 1-9.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Nicerson, R.S. (2011). *Mathematical Reasoning*. New York: Taylor & Francis e-Library.
- Rochmad, R., Kharis, M., & Agoestanto, A. (2018). Keterkaitan Miskonsepsi dan Berpikir Kritis Aljabaris Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 216-224. Retrieved from <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/19577>
- Watson, A., & Mason, J. (2005). *Mathematics as a Constructive Activity*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, A., & Ohtani, M. (2015). *Task Design In Mathematics Education*. Heidelberg: Springer.
- Sulistiani, E., & Masrukan, M. (2017). Pentingnya Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika untuk Menghadapi Tantangan MEA. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 605-612. Retrieved from <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/articel/view/21554>.
- Suryadi, D. (2013). Didactical Design Research (DDR) Dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, 1, 3-12.
- Utari, T., & Hartono, H. (2019). Muatan Penalaran dan Pembuktian Matematis pada Buku Teks Matematika SMA Kelas X Kurikulum 2013. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 6(1), 1-13.
- Zaslavsky, O., & Buchbinder, O. (2013). A Holistic Approach for Designing Task that Capture and Enhance Mathematical Understanding of a Particular Topic: The Case Of The Interplay Between Examples And Proof Task. *Task Design In Mathematics Education: Proceedings of ICMI Study 22*, 1, 25-34.