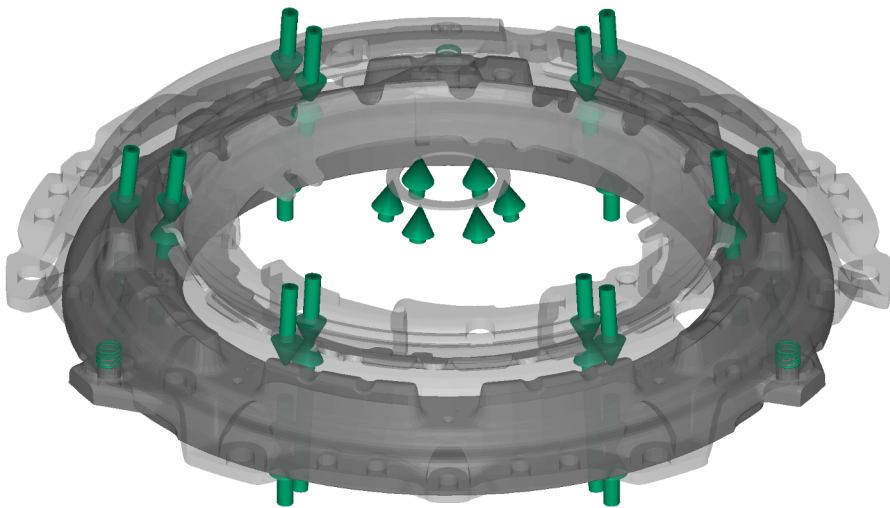


ARSENTY TIKHOMOLOV

Analytische, numerische und messtechnische  
Untersuchung der Dynamik von Fahrzeugkupplungen  
am Beispiel des Trennproblems





Arsenty Tikhomolov

**Analytische, numerische und messtechnische  
Untersuchung der Dynamik von Fahrzeugkupplungen  
am Beispiel des Trennproblems**

**Karlsruher Institut für Technologie**  
**Schriftenreihe des Instituts für Technische Mechanik**

Band 26

Eine Übersicht aller bisher in dieser Schriftenreihe erschienenen  
Bände finden Sie am Ende des Buchs.

# **Analytische, numerische und messtechnische Untersuchung der Dynamik von Fahrzeugkupplungen am Beispiel des Trennproblems**

von  
Arsenty Tikhomolov

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Fakultät für Maschinenbau  
Tag der mündlichen Prüfung: 5. Februar 2015

#### Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark of Karlsruhe  
Institute of Technology. Reprint using the book cover is not allowed.

[www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu)



*This document – excluding the cover – is licensed under the  
Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 DE License  
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>*



*The cover page is licensed under the Creative Commons  
Attribution-No Derivatives 3.0 DE License (CC BY-ND 3.0 DE):  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/de/>*

Print on Demand 2015

ISSN 1614-3914

ISBN 978-3-7315-0362-0

DOI 10.5445/KSP/1000046406







**ANALYTISCHE, NUMERISCHE UND MESSTECHNISCHE UNTERSUCHUNG  
DER DYNAMIK VON FAHRZEUGKUPPLUNGEN  
AM BEISPIEL DES TRENNPROBLEMS**

---

Zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften**

der Fakultät für Maschinenbau  
vom Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte

Dissertation

von

Arsenty Tikhomolov

---

Tag der mündlichen Prüfung:

05.02.2015

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers



# Kurzfassung

Kupplungssysteme weisen verschiedene dynamische Phänomene auf, die das Fahrverhalten eines Fahrzeugs auf unterschiedlichste Art und Weise beeinträchtigen können. Einige davon, wie zum Beispiel das Getrieberasseln und das Pedalkribbeln, haben lediglich einen negativen Einfluss auf den Fahrkomfort, andere jedoch, wie beispielsweise das Trennproblem, können zum Versagen der Funktionen des Kupplungssystems führen.

Um die Dynamik eines Kupplungssystems im Falle eines Trennproblems im Wesentlichen zu beschreiben, werden zunächst analytische Methoden eingesetzt, die auf Untersuchung von Stoß-Schwingungen angewendet werden können, nämlich Methode der harmonischen Balance sowie die Anstückelungsmethode. Anschließend wird ein 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems erstellt, welches eine detaillierte Modellierung der dynamischen Eigenschaften des Systems erlaubt. Mit Hilfe dieses Modells können die Hauptquellen der Nichtlinearität des genannten Kupplungssystems sowie die Einflüsse der Asymmetrie auf das Systemverhalten simuliert werden. Sowohl analytische als auch numerische Ergebnisse werden mit den Versuchsergebnissen verglichen. Dadurch werden einerseits die Gültigkeitsbereiche der gewählten analytischen Methoden und Modelle bestimmt, andererseits das Simulationsmodell validiert.

Die Untersuchungen des Getrieberasseln beim Schalten und des Pedalkribbelns werden mittels des im Rahmen dieser Arbeit ausgearbeiteten 3D-MKS-Modells durchgeführt. Die daraus resultierenden Simulationsergebnisse werden mit den Versuchsergebnissen verglichen. Dadurch wird nachgewiesen, dass dieses Modell zur Simulationen mehrerer dynamischer Phänomene in unterschiedlichen Zuständen des Kupplungssystems, auch unter Berücksichtigung der Anregung des Verbrennungsmotors, eingesetzt werden darf.



# Abstract

Kupplungssysteme weisen eine Mannigfaltigkeit an dynamischen Phänomenen auf, die das Fahrverhalten von Fahrzeugen unterschiedlich beeinträchtigen. Ein Element dieser Menge an Phänomene, das Trennproblem, wird zunächst analytisch und messtechnisch betrachtet. Anschließend wird ein aus elastisch verbundenen Starrkörper bestehendes dreidimensionales Mehrkörpersystem erstellt, welches einerseits alle wesentlichen Nichtlinearitäten beinhaltet, andererseits die entscheidenden Einflussfaktoren auf die Dynamik des Systems abzubilden vermag. Dieses Modell wird eingesetzt, um das Trennproblem, das Getrieberasseln beim Schalten und das Pedalkribbeln numerisch zu erfassen. Zur Validierung des Modells werden die Simulationsergebnisse mit experimentellen Resultaten aus statischen und dynamischen Versuchen abgeglichen.



# Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung.....	i
Abstract.....	iii
Inhaltsverzeichnis .....	v
Abbildungsverzeichnis .....	ix
Abkürzungsverzeichnis.....	xiii
Vorwort.....	xv
1    Einleitung. Stand des Wissens.....	1
1.1    Thema und Gliederung der Arbeit.....	1
1.2    Antriebsstrang. Einführung in Konstruktion und Funktionen .....	4
1.3    Kupplungssystem.....	8
1.3.1    Konstruktion unterschiedlicher Kupplungssysteme .....	8
1.3.2    Statik des Kupplungssystems .....	13
1.3.3    Dynamik des Kupplungssystems .....	16
1.4    Trennproblem .....	19
1.5    Methoden zur Analyse der Stoß-Schwingungen .....	22
1.5.1    Methode der harmonischen Balance.....	23
1.5.2    Das Verfahren der Mittelwertbildung.....	25
1.5.3    Anstückelungsmethode.....	27
1.6    Methoden zur MKS-Modellierung.....	28
2    Messtechnische Erfassung des Trennproblems.....	35
2.1    Trennproblem im Fahrzeug .....	35
2.2    Prüfstandmessungen der Dynamik des Kupplungssystems.....	42

3	Analytische Untersuchung des Trennproblems.....	51
3.1	Analyse eines vorgespannten Systems mittels der Methode der harmonischen Balance .....	52
3.1.1	Aufgabestellung .....	52
3.1.2	Begründung der gewählten Methode .....	54
3.1.3	Vorgehensweise. Theoretische Untersuchung eines vorgespanntes Systems.....	54
3.1.4	Ergebnisse und Diskussion.....	59
3.1.5	Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen. Bestimmung des Gültigkeitsbereichs .....	62
3.2	Analyse eines eindimensionalen Stoß-Schwingers mittels der Anstückelungsmethode.....	64
3.2.1	Aufgabestellung.....	64
3.2.2	Begründung des Einsatzes der Anstückelungsmethode .....	66
3.2.3	Periodische Bewegungen eines eindimensionalen Stoß- Schwingers.....	67
3.2.4	Vorgehensweise. Suche nach den periodischen Lösungen eines Systems zweier kollidierender Körper .....	70
3.2.5	Stabilitätsuntersuchung der ermittelten Lösungen .....	76
3.2.6	Auswertung der Ergebnisse .....	82
3.2.7	Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen. Bestimmung des Gültigkeitsbereichs .....	84
3.2.8	Periodische Lösungen mit den mehrfachen Stößen.....	87
3.2.9	Diskussion und Zusammenfassung.....	90
4	MKS-Modell des Kupplungssystems. Numerische Untersuchung des Trennproblems.....	93
4.1	Aufgabestellung .....	93
4.2	Begründung der Vorgehensweise .....	95
4.3	MKS-Modell des Kupplungssystems.....	96



---

4.3.1	Submodelle einzelner Komponenten und Interaktionen zwischen Komponenten.....	97
4.3.2	Erstellung des MKS-Modells des Kupplungssystems.....	135
4.4	Parametrisierung und Validierung des MKS-Modells des Kupplungssystems.....	138
4.4.1	Statischen Messungen des Kupplungssystems.....	138
4.4.2	Dynamik des Kupplungssystem unter sinusförmiger Anregung mit kleiner Amplitude .....	142
4.5	Ergebnisse und deren Analyse.....	145
4.5.1	Untersuchung des symmetrischen Kupplungssystems .....	145
4.5.2	Untersuchung des Einflusses der Asymmetrie auf die Dynamik des Kupplungssystems .....	147
4.5.3	Kupplungssystem mit Abhubbügel.....	154
4.6	Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen .....	156
4.7	Diskussion und Zusammenfassung.....	159
5	Simulation anderer dynamischer Phänomene .....	161
5.1	Getrieberasseln beim Schalten.....	161
5.1.1	Definition und Entstehungsmechanismus.....	161
5.1.2	Ergebnisse der Simulation .....	164
5.1.3	Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen .....	166
5.2	Pedalkribbeln.....	168
5.2.1	Definition und Entstehungsmechanismus.....	168
5.2.2	Modell des Gesamtsystems und Ergebnisse der Simulation .....	169
5.2.3	Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen .....	171
5.3	Diskussion und Zusammenfassung.....	174
6	Zusammenfassung.....	177
	Literaturverzeichnis.....	181



# Abbildungsverzeichnis

Antriebsstrang eines heckgetriebenen Fahrzeugs.....	5
Konstruktion des Kupplungssystems .....	11
Ergebnisse einer statischen Messung.....	14
Entstehungsmechanismus des geometrischen Rupfens .....	19
Motorangeregtes Trennproblem .....	22
Trennversuch: das Kupplungssystem mit dem Trennproblem .....	36
Trennproblem: Messung der getriebeseitigen Bewegungen der Kurbelwelle .....	39
Trennproblem: Vergrößerte Kennliniensegmente der Messergebnisse .....	41
Aufbau des Prüfstandes .....	42
Anregung des Prüfstandes.....	45
Anpressplatte mit den aufgestellten Sensoren.....	46
Beschleunigung der Anpressplatte: gemessene Signale .....	47
Beschleunigung der Anpressplatte und der Anregung: ausgewertete Signale.....	49
Modell für eine einfachste analytische Betrachtung.....	52
Schwingungsbreite und mittlere Position des Körpers relativ zum angeregten Unterbau .....	61
Abhängigkeiten der absoluten Bewegungsamplitude von der Frequenz.....	62
Abhängigkeit der absoluten Beschleunigungsamplitude von der Frequenz .....	63
Modell des eindimensionalen Stoß-Schwingers .....	65
Form der gesuchten periodischen Lösung .....	68
Abhängigkeit der Phasenverschiebung von der Anregungsfrequenz.....	74
Abhängigkeit der Phasenverschiebung von der Anregungsfrequenz (zulässige Lösungen).....	75
Stabile und instabile periodische Lösungen .....	81

Schwingungsbreite und mittlere Position der Anpressplatte relativ zum Unterbau.....	82
Amplitude der absoluten Bewegung der Anpressplatte .....	84
Amplitude der absoluten Beschleunigung der Anpressplatte.....	85
Stabile und instabile periodische Lösungen ( $20 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude).....	87
Bifurkationsdiagramm der periodischen Stoß-Schwingungen.....	88
Unterschiedliche Typen der periodischen Stoß-Schwingungen des Systems....	89
Konstruktion der Kupplungsscheibe .....	99
Modell der Kupplungsscheibe.....	101
Anpressplatte P mit den Freiheitsgraden relativ zum Schwungrad S.....	103
Kraft-Verformungs-Kennlinie der Blattfeder .....	105
Tellerfeder und Segmenten der Tellerfeder .....	110
Segment der Tellerfeder und Querschnitt der Tellerfeder im Zungenbereich .....	110
Modell des Krafrandes des Tellerfedersegments .....	113
Messung des Tellerfederkrafrandes und ausgewertete Messergebnisse.....	114
Geometrie des Querschnittes des Tellerfederkrafrandes mit den Auflagen ...	115
Modell der Tellerfederzungen des Tellerfedersegments.....	117
FE-Modell eines Segments der Tellerfeder .....	119
Kraft-Verformungs-Kennfelder .....	121
Modell der Tellerfeder.....	125
Modell der Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung.....	129
Kinematik der Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung .....	130
Ermittlung des Gleitweges.....	132
Kinetik der Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung.....	133
Gesamtmodell des Kupplungssystems, Simulation der Prüfstandmessung.....	137
Anpresskraftmessung bzw. Simulation eines Kupplungssystems.....	139
Ausrückkraftmessung bzw. Simulation eines Kupplungssystems.....	141
Dynamik eines Kupplungssystems ( $2 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude) .....	143

---

Dynamik des symmetrischen Kupplungssystems ( $10 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude).....	146
Kräfte in den Kontaktstellen zwischen Tellerfeder und Anpressplatte .....	148
Dynamik des asymmetrischen Kupplungssystems (Versatz der Tellerfeder, $10 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude).....	149
Schiefabhub .....	150
Dynamik des asymmetrischen Kupplungssystems (Versatz der Tellerfeder, Zungenschlag, $10 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude) .....	151
Dynamik des asymmetrischen Kupplungssystems (Versatz der Tellerfeder, Zungenschlag, unterschiedliche Blattfedern, $10 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude).....	153
Konstruktion des Kupplungssystems mit dem Abhubbügel .....	154
Dynamik des Kupplungssystems mit den Abhubbügeln (Versatz der Tellerfeder, Zungenschlag, unterschiedliche Blattfedern, Abhubbügeln, $10$ $\text{m/s}^2$ Anregungsamplitude) .....	155
Vergleich der Simulations- und Messergebnisse (asymmetrisches Kupplungssystem, $10 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude) .....	156
Vergleich der Simulation- und Messergebnisse (asymmetrisches Kupplungssystem mit Abhubbügeln, $10 \text{ m/s}^2$ Anregungsamplitude) .....	158
Entstehungsprinzip des Getrieberasseln beim Schalten.....	162
Entstehungsprinzip der Schwingungen der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe .....	164
Ungleichförmigkeit der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe.....	165
Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Messergebnissen (Fahrzeuganregung).....	167
Entstehungsprinzip des Pedalkribbelns.....	169
Beschleunigung des Kupplungspedals.....	171
Vergleich der Simulation- und Messergebnisse (Gesamtsystem).....	173



# Abkürzungsverzeichnis

1D	Eindimensional
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
AL	Ausrücklager
AP	Anpressplatte
AS	Ausrücksystem
ASM	Anstückelungsmethode
DC	Deckel
FE	Finite-Elemente
KP	Kupplungspedal
KS	Kupplungssystem
KSB	Kupplungsscheibe
KW	Kurbelwelle
MES	Messung
MHB	Methode der harmonischen Balance
MKS	Mehrkörpersystem
SR	Schwungrad
SF	Stützfeder
SC	Nehmerzylinder





# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Mitarbeit bei der Firma LuK GmbH & Co KG in Bühl unter Begleitung durch das Institut für Technische Mechanik an der Fakultät für Maschinenbau des Karlsruher Instituts für Technologie mit Unterstützung meiner Familie und Freunde. An dieser Stelle möchte ich mich bei allen an der Entstehung dieser Arbeit Beteiligten bedanken.

Mein erster und besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin. Dank seiner wissenschaftlichen Betreuung und hervorragenden Förderung ist es mir gelungen, diese Arbeit erfolgreich zum Abschluss zu bringen. Ich danke ihm auch für vielfältige Diskussionen in wohlgeheimer, vertrauensvoller Atmosphäre.

Für die Übernahme des Korreferats und die damit verbundene Mühe danke ich herzlich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers vom KIT.

Ich danke den Herren Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann, Prof. Dr.-Ing. Carsten Proppe, Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jens Wittenburg, Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jörg Wauer und Prof. Dr.-Ing. Walter Wedig vom KIT für meine Aufnahme als externer Doktorand am Institut für Technische Mechanik sowie für Ihre Fragen und Kommentare zu meiner Arbeit.

Den Herren Dr.-Ing. Hartmut Faust, Dr.-Ing. Harald Schäfer und Dr.-Ing. Eugen Kremer von der Firma LuK GmbH & Co KG danke ich für Ihr Interesse an meiner Arbeit und für Ihre Hilfe bei der Veröffentlichung der Dissertation.

Ich danke allen Kollegen des Instituts für Technische Mechanik für die herzliche Aufnahme am ITM. Ich erinnere mich gerne an die vielen Weihnachtsfeiern im Hochhaus. Herrn Prof. Dr.-Ing. Hartmut Hetzler danke ich für Vorschläge und

Hilfe bei der Stabilitätsuntersuchung. Ich danke Herrn Dipl.-Ing. Jens Deppler für das Korrekturlesen der vorliegenden Arbeit.

Den Herren Dipl.-Ing. Sascha Ott und Dipl.-Ing. Benoit Lorentz vom Institut für Produktentwicklung danke ich für Ihr Interesse und Ihre Kommentare zu meiner Arbeit.

Ich danke meinen Kollegen von der Firma LuK GmbH & Co KG für das stets freundliche Arbeitsklima. Den Herren Dr.-Ing. Laurent Ineichen, Dipl. Ing. Benjamin Notter und Dipl. Ing. Dirk Klünder danke ich für Ihre Hilfe bei der analytischen Betrachtung, FE-Berechnungen und Messungen.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie und meinen Freunden für ihr Verständnis und ihre Unterstützung. Meiner Mutter Elena und Großmutter Ekaterina danke ich für ihre lebenslange Förderung und Motivation. Meiner Frau Anna und meinem Sohn Oleg danke ich für ihre Geduld, ihre Lebensfreude und vor allem für Ermutigung und Begeisterung.

*Karlsruhe, in September 2014*

*Arsenty Tikhomolov*





# 1 Einleitung. Stand des Wissens

## 1.1 Thema und Gliederung der Arbeit

In dieser Arbeit wird ein dynamisches Phänomen im Antriebsstrang untersucht, das einerseits den Fahrkomfort verschlechtert, andererseits zum Versagen der Funktionen des Kupplungssystems führen kann. Die Ursache dafür ist eine nicht mehr zuverlässig zu gewährleistende Trennung der Verbindung zwischen Verbrennungsmotor und Rädern. Ein Teil des Motormoments wird durch das vollständig ausgerückte Kupplungssystem weitergeleitet, was zu unerwünschte Geräuschentwicklung beim Schaltvorgang, sowie zu einer Erhöhung der vom Fahrer aufzubringenden Schaltkräfte führt.

Dieses dynamische Phänomen, das unter dem Namen Trennproblem bekannt ist, tritt lediglich in bestimmten Betriebszuständen auf. Der Grund dafür ist im Entstehungsmechanismus des Trennproblems zu suchen, dem das Kapitel 1 gewidmet ist. Weiterhin befasst sich Kapitel 1 zwecks der näheren Spezifikation dieser Betriebszustände mit Konstruktion und Funktionen des Antriebsstrangs.

Es schließt sich eine Diskussion der Statik und Dynamik des Kupplungssystems als Entstehungsort des Trennproblems an, gefolgt von Details zur Konstruktion und Funktion des Kupplungssystems, sowie eine Abhandlung unterschiedlicher dynamischer Phänomene.

Anschließend werden Methoden zur Analyse von Stoß-Schwingungen dargestellt, die eine analytische Untersuchung dieses dynamischen Phänomens ermöglichen, da Stoß-Schwingungen als Entstehungsmechanismus des Trennproblems betrachtet werden können. Außerdem werden die Methoden zur

MKS-Modellierung angeführt, die zur numerischen Analyse des Trennproblems herangezogen werden können.

Kapitel 2 widmet sich den Messungen und der Analyse der experimentellen Ergebnisse. Im Anschluss an eine Fahrzeugmessung eines realen Kupplungssystems, die ein Trennproblem aufweist, wird der Versuchsaufbau des Prüfstandes und die spezielle Vorrichtung erläutert, die eine Messung der relevanten Systemgrößen des Kupplungssystems unter Berücksichtigung aller betriebszustandsrelevanten Bedingungen erlaubt. Es folgt die Darstellung typischer experimenteller Ergebnisse zur Demonstration des Verhaltens des Kupplungssystems auf die Anregung des Prüfstandes. Die experimentellen Ergebnisse werden zur Validierung der analytischen bzw. numerischen Modelle des Kupplungssystems herangezogen sowie zur Identifikation der wesentlichen Nichtlinearitäten, die das dynamische Verhalten des Kupplungssystems beschreiben. Auf Basis dieser Ergebnisse werden in Kapitel 3 Modelle erstellt, um analytisch die wesentlichen Punkte herauszuarbeiten, die das Trennproblem verursachen können.

Zunächst werden erzwungene Schwingungen innerhalb des Kupplungssystems annähernd abgebildet. Dazu kommt die Methode der harmonischen Balance zum Einsatz, welche die Analyse eines nichtlinearen Systems unter Berücksichtigung von Reibung, Dämpfung und Kontaktverlust ermöglicht. Danach werden die periodischen Stoß-Schwingungen der Komponenten des Kupplungssystems mittels der Anstückelungsmethode bestimmt und im Anschluss deren Stabilität mittels der Floquet-Theorie untersucht. Weiterhin werden die Ergebnissen beider Verfahren analysiert und mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Außerdem wird ein Gültigkeitsbereich der analytischen Lösungen bestimmt.

Der analytischen Untersuchung des Trennproblems schließt sich die numerische an<sup>1</sup>. Dazu wird ein MKS-Modell erstellt, das in der Lage ist, alle wesentliche Nichtlinearitäten der Komponenten des Kupplungssystems und deren Interaktionen abzubilden. Dazu gehören sowohl die nichtlinearen Kennlinien und Kennfelder, die zur Abbildung der Federelemente nötig sind, als auch Kontaktstellen mit Abrollen und Reibung, wie sie beispielsweise zur Simulation der Schnittstelle zwischen Tellerfeder und Anpressplatte erforderlich sind. Unter Berücksichtigung aller obengenannter Nichtlinearitäten ist es möglich sowohl das statische Verhalten des Kupplungssystems abzubilden, als auch unterschiedliche dynamische Phänomene zu untersuchen.

Es hat sich herausgestellt, dass dieses Modell nicht ausreichend ist, um die komplexen dreidimensionalen Bewegungen der Komponenten des Kupplungssystems zu simulieren, die beim Trennproblem eine entscheidende Rolle spielen. Um diese Bewegungen abzubilden, ist es notwendig die Asymmetrie des Systems zu berücksichtigen. Asymmetrien innerhalb des Kupplungssystems entstehen durch toleranzbehaftete Herstellung und Zusammenbau der einzelnen Komponenten des Kupplungssystems. Zur herstellungsbedingten Asymmetrien gehören beispielsweise die unterschiedlichen Höhen der Tellerfederungen, im Folgenden als Zungenschlag bezeichnet. Zur Gruppe der zusammenbaubedingten Asymmetrien gehört unter anderem der radiale Versatz der Tellerfeder oder auch der Unterschied in den Vorspannungen der Blattfedern, der zu einer Schiefstellung der Anpressplatte führen kann. In Kapitel 4 wird der Einfluss der obengenannten Gründe der Asymmetrie des Kupplungssystems dargestellt.

---

<sup>1</sup> In Kapitel 4 wird die numerische Untersuchung des Kupplungssystems dargestellt.

Im Rahmen der numerischen Untersuchung wird eine mögliche konstruktive Lösung des Trennproblems analysiert, um die Auswirkungen auf das dynamische Verhalten des Kupplungssystems zu ermitteln und zu verstehen.

Anschließend werden die Simulationsergebnisse mit den experimentellen Ergebnissen verglichen, um die Simulationsgüte nachzuweisen.

Das in Kapitel 4 entwickelte Modell des Kupplungssystems kann auch zur Simulation anderer dynamischer Phänomene und Betriebszustände herangezogen werden, auf die in Kapitel 5 näher eingegangen wird, wie zum Beispiel Getrieberasseln beim Schalten. Dieses Phänomen tritt in der Gleitphase des Kupplungssystems auf und wird durch Momentungleichförmigkeit im Kupplungssystem hervorgerufen. Das Modell eignet sich ebenso zur Modellierung der Schwingungen des Kupplungspedals, im Folgenden als Pedalkribbeln bezeichnet. Dafür sind jedoch zusätzliche Modelle der umgebenden Teilsysteme erforderlich, wie beispielsweise ein Modell des Ausrücksystems bzw. des Pedalblocks.

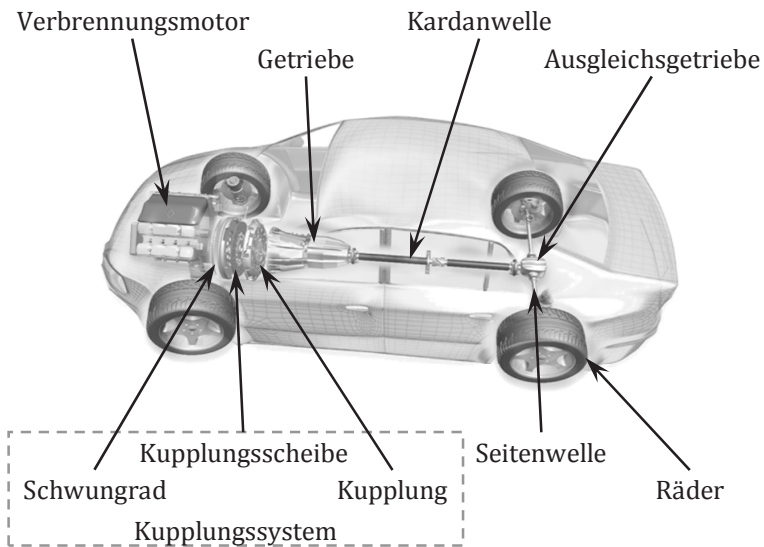
Das letzte Kapitel schließt mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse der Arbeit.

## 1.2 Antriebsstrang. Einführung in Konstruktion und Funktionen

Der Antriebsstrang ist ein System im Fahrzeug, welches Verbrennungsmotor und Räder miteinander verbindet. Die Hauptfunktion des Antriebsstrangs besteht in der Übertagung der Energie vom Motor zu den Räder, sowie in Umformung und Speicherung der Energie, die in geeigneter Form zur Verfügung gestellt werden muss (Albers, et al., 2012).



Um diese Hauptfunktion zu erfüllen, weist ein Antriebsstrang eine Vielzahl an Komponenten bzw. Baugruppen auf, die von der konstruktiven Ausführung des Antriebsstrangs abhängen. Zum Beispiel beinhaltet der Antriebsstrang eines heckgetriebenen Fahrzeugs, wie in Abbildung 1.1 dargestellt wird, ein Kuppelungssystem, ein Getriebe, eine Kardanwelle, ein Ausgleichsgetriebe und Seitenwellen.



**Abbildung 1.1**  
Antriebsstrang eines heckgetriebenen Fahrzeugs

Außer der Hauptfunktion der Übertragung des Antriebsmoments haben alle obengenannte Komponenten spezifische Funktionen. Ein Beispiel dafür ist das Kuppelungssystem, welches aus einem Schwungrad, einer Kupplungsscheibe

und einer Kupplung besteht (Albers, Krüger, & Behrendt, 2003). Kupplungssysteme ermöglichen eine Begrenzung des Moments im Antriebsstrang sowie eine Reduktion der im Antriebsstrang auftretenden Schwingungen<sup>2</sup>. Zusätzlich ermöglicht das Kupplungssystem einen Radial- und Winkelachsversatz zwischen Verbrennungsmotor und Getriebe zu kompensieren (Albers, Behrendt, & Ott, 2007).

Ein weiteres Beispiel ist das Getriebe, das nicht nur eine Momentübertragung gewährleistet, sondern auch den von Drehzahl und dem Betriebspunkt abhängigen Wirkungsgrad des Verbrennungsmotors verbessert (Lechner & Naunheimer, 1999).

Ein Antriebsstrang weist mehrere Betriebszustände auf (Balashov, et al., 2006), die unter anderem auch anhand des Zustands des Kupplungssystems in drei Kategorien klassifiziert werden können:

- Der ersten Kategorie entsprechen die Betriebszustände, in denen das Kupplungssystem vollständig eingekuppelt ist. Das bedeutet, dass ein Moment durch das Kupplungssystem übertragen wird und kein Drehzahlunterschied zwischen Kupplungsscheibe und Schwungrad existiert. Dazu gehört beispielsweise Zug, Schub und Lastwechsel.
- Die zweite Kategorie beinhaltet Betriebszustände wie zum Beispiel Anfahren und Gangwechsel. Dabei befindet sich das Kupplungssystem in der Gleitphase. Das bedeutet, dass ein Moment durch das Kupplungssystem übertragen wird, jedoch ein Drehzahlunterschied zwischen Kupplungsscheibe und Schwungrad existiert.

---

<sup>2</sup> In diesem Fall wird es damit gemeint, dass die Torsionsschwingungen im Antriebsstrang durch einen Einsatz einer torsionsgedämpften Kupplungsscheibe bzw. eines Zweimassenschwungrades reduziert werden können (Wittmann, Tikhomolov, & Häßler, Moderne Kupplungskonzepte für Fahrzeuge, 2011). Als eine andere mögliche Lösung dient beispielsweise die Optimierung der Steuerung des Verbrennungsmotors (Wallentowitz & Reif, 2006).

- Die dritte Kategorie beinhaltet Betriebszustände, in denen das Kupplungssystem vollständig ausgekuppelt ist. Das bedeutet, dass eine Trennung der Verbindung zwischen Verbrennungsmotor und Getriebe gewährleistet sein muss, so dass kein Moment durch das Kupplungssystem übertragen werden kann. Dazu zählen unter Umständen Start und Leerlauf.

Weiterhin existieren nicht eindeutig klassifizierbare Betriebszustände, wie zum Beispiel der spezielle Betriebszustand<sup>3</sup>, der zur Untersuchung des Trennverhaltens des Kupplungssystems verwendet wird. In diesem Betriebszustand wird das Kupplungssystem vollständig ausgerückt festgehalten und die Drehzahl der Kurbelwelle vom Leerlauf bis zur maximalen Drehzahl mit vorgegebener Steigung erhöht, um die Antwort des Kupplungssystems auf die Motoranregung in den unterschiedlichen Drehzahlbereichen zu analysieren. Dabei können zwei Szenarien auftreten, die zur Definition des Trennproblems führen:

- Das Fahrzeug bleibt stehen, da kein Moment durch das ausgekuppelte Kupplungssystem übertragen wird. Die Verbindung zwischen Verbrennungsmotor und Getriebe ist vollständig getrennt.
- Obwohl das Kupplungssystem vollständig ausgerückt ist, wird ab einer bestimmten Drehzahl ein Teil des Motormoments zum Getriebe übertragen. Dies führt zu einer Beschleunigung der Getriebeeingangswelle. Somit ist eine sichere Trennung der Verbindung zwischen Verbrennungsmotor und Rädern durch das Kupplungssystem nicht in jedem Betriebszustand zu gewährleisten. Dies wird als Trennproblem bezeichnet.

---

<sup>3</sup> Dieser Betriebszustand wird in dieser Arbeit als Trennversuch bezeichnet.

Somit lässt sich der Trennversuch ergebnisabhängig verschiedenen Kategorien zuordnen. Im Fall einer vollständigen Trennung kann er Kategorie drei zugeordnet werden, im Fall einer nicht vollständigen Trennung – Kategorie zwei. Da das Sollverhalten die vollständige Trennung ist, wird er üblicherweise Kategorie drei zugeordnet

Zusammengefasst bedeutet dies, dass das Trennproblem im realen Betrieb des Fahrzeugs in allen Betriebszuständen der dritten Kategorie entstehen kann. Dadurch wird jedoch das Hauptmerkmal dieses Betriebszustands, nämlich die Trennung der Verbindung zwischen Verbrennungsmotor und Getriebe, beeinträchtigt.

Um das Trennproblem zu lösen, könnten unterschiedliche Ansätze angewendet werden. Eine Möglichkeit besteht beispielsweise in einer Reduktion der Schwingungsamplitude der Kurbelwelle. Eine zweite in einer Optimierung der Konstruktion bzw. des Parametersatzes des Kupplungssystems. Die erste Variante scheidet aus technischen Gründen aus, da sei eine Veränderung des Verbrennungsmotors bedingen würde. Die zweite Lösung erscheint dagegen vielversprechend, da Änderungen des Kupplungssystems möglich sind.

## 1.3 Kupplungssystem

### 1.3.1 Konstruktion unterschiedlicher Kupplungssysteme

Kupplungssysteme haben innerhalb der letzten Jahrzehnte sehr intensive Entwicklung erfahren. Die Ursache dafür sind die stetig steigenden Anforderungen der Kunden, wie zum Beispiel die Steigerung des übertragbaren Moments des Verbrennungsmotors. Hierbei wird nicht nur eine Erhöhung des statischen Moments, sondern auch eine Vergrößerung tolerierbarer Schwingungsamplitude des Momentes bei gleichzeitig reduziertem Bauraum gefordert.

Somit müssen neue kleine bzw. leichte Kupplungssysteme in der Lage sein größerer Momentenkapazitäten zu bewältigen.

Außerdem sind Komfortbedürfnisse der Kunden gestiegen. Einerseits in Bezug auf die statischen Funktionsmerkmale des Kupplungssystems, wie zum Beispiel die maximale Ausrückkraft, der maximale Ausrückweg und die verschleißbedingte Kraftänderung, andererseits in Bezug auf die subjektive Wahrnehmung des Fahrzeugs durch den Fahrer, die durch dynamische Phänomene verschlechtert werden kann.

Um den unterschiedlichen Anforderungen der Kunden zu entsprechen, wurden verschiedenartige Konstruktionen von Kupplungssystemen entwickelt, die einige gemeinsame und für Systematisierung geeignete Konstruktionsmerkmale aufweisen. Dazu gehören beispielsweise die Anzahl und der Form der Reibkontakte, die das Motormoment zu dem Getriebe übertragen. Die Kupplungssysteme, die konische Reibelemente aufweisen, verfügen in der Regel über einen Reibkontakt (Garrett, Newton, & Steeds, 2001), (Orthwein, 2004). Kupplungssysteme, die flächige Reibelemente aufweisen, haben mindestens zwei Reibkontakte, sowohl zwischen der Anpressplatte und der Kupplungsscheibe als auch zwischen dem Schwungrad und der Kupplungsscheibe (Nunney, 2007), (Stone & Ball, 2004). Außerdem existieren Mehrscheibenkupplungssysteme, wobei die Anzahl der Reibkontakte der doppelten Anzahl der Kupplungsscheiben entspricht (Trzesniowski, 2010), (Heisler, 2002), (Wittmann & Bergl, 2007). Je größer ist die Anzahl der Reibkontakte, desto größer ist das Moment, das durch das Kupplungssystem übertragen werden kann. Deswegen werden die Mehrscheibenkupplungssysteme in Fahrzeugen mit hohen Drehmomenten eingesetzt (Appel, Brähler, Dahlhaus, Esch, Kopp, & Rhein, 2008).

Der Erzeugungsmechanismus der Anpresskraft, die das Kupplungsmoment beeinflusst, kann ebenfalls als Konstruktionsmerkmal betrachtet werden.

Damit ergeben sich folgende Kategorien zur Einteilung der Konstruktionen von Kupplungssystemen:

- Tellerfederkupplungen (Naunheimer, Bertsche, & Lechner, 2007), (Grote & Feldhusen, 2007). Darunter werden sowohl gezogene<sup>4</sup> als auch gedrückte<sup>5</sup> Systeme verstanden.
- Schraubenfederkupplungen. Diese Gruppe weist reichhaltige Vielfalt an Konstruktionen auf, die sich relativ stark voneinander unterscheiden (Haberhauer & Bodenstein, 2009), (Schaeffler Automotive Aftermarket GmbH & Co. KG, 2012). Dazu zählen beispielsweise Kupplungssysteme mit einer Druckfeder, die auf der Achse des Kupplungssystems liegt, als auch Kupplungssysteme mit den mehreren Druckfedern, die auf einem bestimmten Radius relativ zu der Kupplungsachse gleichmäßig verteilt sind.
- Fliehkraftkupplungen. Diese Gruppe beinhaltet eine Reihe von teil- bzw. vollautomatisierten Kupplungssystemen, welche die Anpresskraft abhängig von der Motordrehzahl erzeugen (Heisler, 2002).

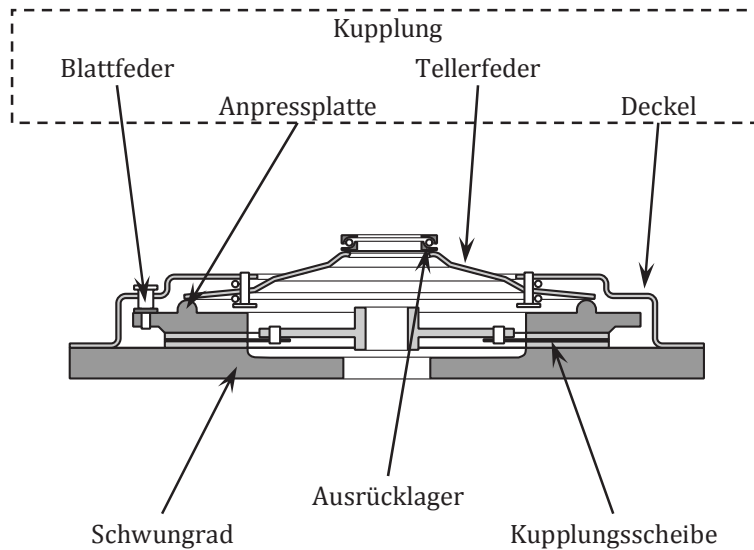
Außerdem weisen einige Konstruktionen von Kupplungssystemen spezielle Mechanismen des Verschleißausgleichs auf, die der Kompensation negativer Effekte, wie zum Beispiel einer Erhöhung der Ausrückkraft dienen (Schaeffler Automotive Aftermarket GmbH & Co. KG, 2012), (Kimmig, Liebermann, & Keck, 2003).

---

<sup>4</sup> Das gezogene Kupplungssystem wird dadurch gekennzeichnet, dass die Betätigung des Kupplungssystems mittels des Ziehens des Ausrücklagers vom Motor weg erfolgt.

<sup>5</sup> Dem gedrückten Kupplungssystem entspricht die Betätigung mittels des Drucks des Ausrücklagers in Richtung des Motors.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Trennproblem untersucht, das in Kupplungssystemen mit einer Kupplungsscheibe und einer Tellerfeder entstehen kann (siehe Abbildung 1.2).



**Abbildung 1.2**  
Konstruktion des Kupplungssystems

Dieses System beinhaltet unterschiedliche Bauteile, die für die Funktionsfähigkeit des Kupplungssystems wichtig sind. Dazu zählt beispielsweise das Schwungrad, das mit der Kurbelwelle direkt verbunden ist, und Motormoment in das Kupplungssystem überträgt. Im Schwungrad findet eine Aufteilung des Motormoments statt. Ein Teil des Moments treibt die Kupplungsscheibe durch einen Reibkontakt zwischen dem Schwungrad und der Kupplungsscheibe direkt an, der andere wird durch die Kupplung übertragen.

Die Kupplung ist eine Baugruppe, die aus folgenden Einzelkomponenten besteht:

- dem Deckel, der mit dem Schwungrad verschraubt wird und alle anderen Bauteile beinhaltet.
- den Blattfedern, die Deckel und Anpressplatte miteinander verbinden. Die Hauptfunktion der Blattfedern besteht darin, das Moment vom Deckel zur Anpressplatte zu übertragen, sowie die Trennung des Reibkontakts zwischen der Anpressplatte und der Kupplungsscheibe zu gewährleisten.
- der Anpressplatte, die der Anpressung der Kupplungsscheibe an das Schwungrad dient und die Kupplungsscheibe durch einen Reibkontakt antreibt.
- der Tellerfeder, die einerseits der Vorspannung des Kupplungssystems dient, andererseits als Hebel zwischen Anpressplatte, Deckel und Ausrücklager fungiert.

Außerdem beinhaltet das Kupplungssystem noch die Kupplungsscheibe. Die Kupplungsscheibe ist eine Baugruppe, die sich zwischen Anpressplatte und Schwungrad befindet und mit der Getriebeeingangswelle durch eine Steckverzahnung verbunden ist. Dadurch wird das Kupplungsmoment in Getriebe weitergeleitet.

In Abbildung 1.2 ist auch das Ausrücklager dargestellt, das zum Ausrücksystem gehört und sich relativ zum Kupplungssystem bewegen und dadurch den Zustand des Kupplungssystems vorgeben kann. Außerdem dient das Ausrücklager als Verbindungselement der drehenden Tellerfederungen des Kupplungssystems mit dem nichtdrehenden Hydraulik-Zylinder des Ausrücksystems.

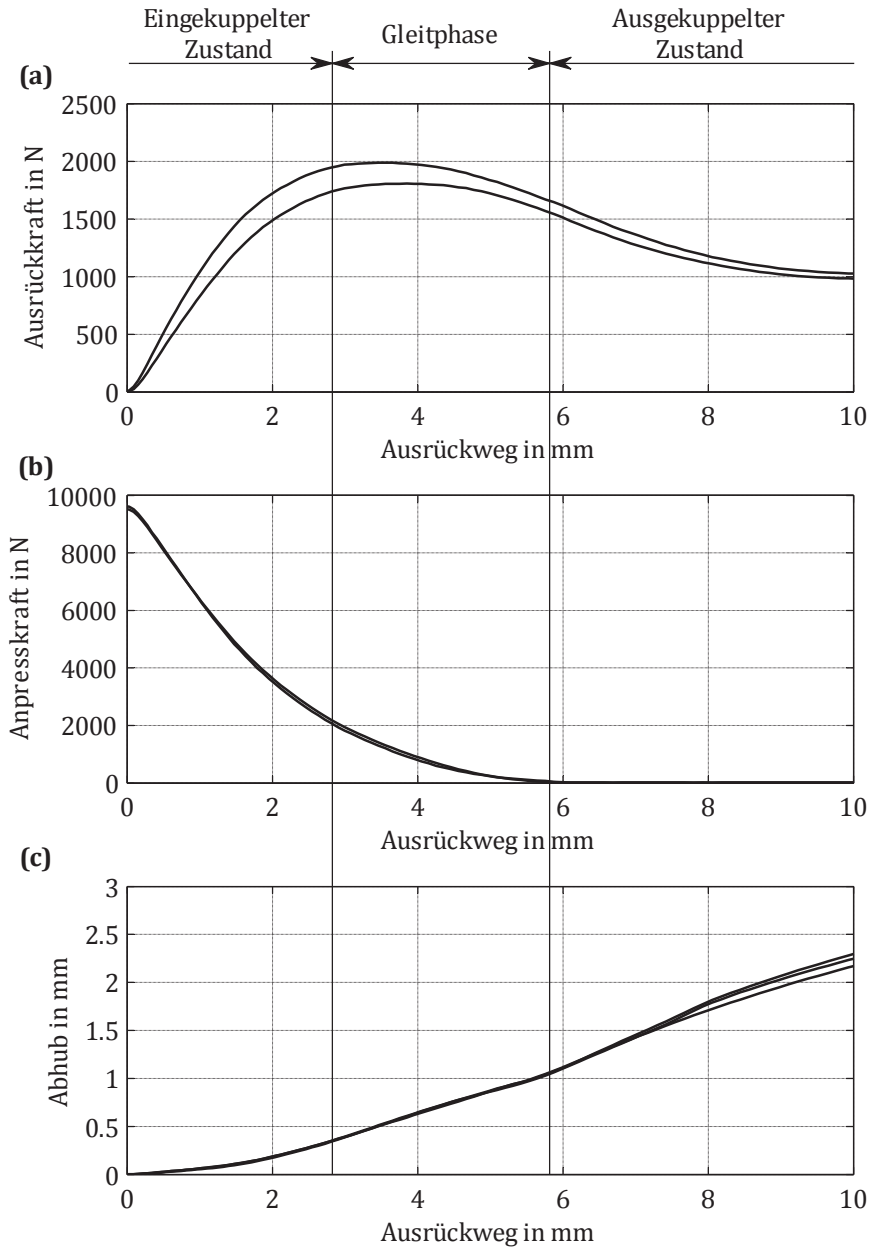


Das Kupplungssystem weist weitere Bauteile auf, die Funktionen von Verbindungselementen erfüllen. Dazu zählen beispielsweise Zentrierbolzen und eine Stützfeder, die für die Lagerung der Tellerfeder in manchen Konstruktionen des Kupplungssystems nötig ist, sowie Drahringe, die für Reduktion der Hysterese eingesetzt werden, oder Nieten, die für den Zusammenbau des Kupplungssystems angewendet werden.

### 1.3.2 Statik des Kupplungssystems

Unter Statik wird hier eine unendlich langsame Betätigung des Kupplungssystems verstanden, so dass der Einfluss der Massenkräfte und Dämpfungskräfte vernachlässigt werden kann. Die statischen Kräfte bzw. die Positionen der Komponenten des Kupplungssystems, die in Abhängigkeit vom Betätigungsweg erfasst werden, werden als funktions- bzw. komfortrelevante Merkmale des Kupplungssystems angesehen, anhand deren die Güte des Systems bewertet wird.

Die Messungen der Kräfte bzw. Bewegungen können an einem speziell ausgerüsteten Prüfstand durchgeführt werden, der alle nötige Sensoren, wie zum Beispiel die Kraftsensor und Wegsensoren, aufweist. Dafür wird die Kupplung zusammen mit der Kupplungsscheibe auf einem Prüfstand über das Ausrücklager mit Hilfe einer Betätigungsvorrichtung geführt, um den Betätigungsvorgang abzubilden. Dabei können sowohl Belastungs- als auch Entlastungsversuche gefahren werden.



**Abbildung 1.3**

Ergebnisse einer statischen Messung

In Abbildung 1.3 werden exemplarisch die Ergebnisse einer Messung<sup>6</sup> dargestellt, wie sie in der Regel messtechnisch erfasst werden. Zu sehen sind die:

- Abhängigkeit der Ausrückkraft vom Ausrückweg (siehe Abbildung 1.3 (a)), wobei der Ausrückweg dem Weg des Ausrücklagers entspricht. Unter Ausrückkraft wird hier eine axiale Kraft verstanden, die im Kontakt zwischen den Tellerfederungen und dem Ausrücklager entsteht. Die Ausrückkraft ist die Fahrerkräft, die mit Hilfe vom Pedal und Ausrücksystem vergrößert wird und bis zum Ausrücklager weitergeleitet wird. Aus ihr lassen sich verschiedene komfortrelevante Merkmale des Kupplungssystems ermitteln, wie zum Beispiel die maximale Ausrückkraft und die Hysterese der Ausrückkraft, welche die am Kupplungspedal auftretende Kraft beeinflussen.
- Abhängigkeit der Anpresskraft vom Ausrückweg (siehe Abbildung 1.3 (b)), wobei die Anpresskraft eine axiale Kraft sowohl in der Kupplungsscheibe als auch in den Reibkontakten zwischen der Kupplungsscheibe und dem Schwungrad bzw. der Anpressplatte ist. Die Anpresskraft beeinflusst somit das übertragbare Moment des Kupplungssystems<sup>7</sup> stark (Drexl, 1997) und gehört dementsprechend zu den funktionsrelevanten Merkmalen eines Kupplungssystems. Zudem dient die Anpresskraft als ein Kriterium, das die unterschiedlichen Zustände des Kupplungssystems kennzeichnet.
- Abhängigkeit des Abhubs vom Ausrückweg (siehe Abbildung 1.3 (c)). Unter Abhub wird die Bewegung der Anpressplatte relativ zu deren Anfangsposition im unbetätigten Zustand verstanden. Daraus lässt sich die Verformung der Kupplungsscheibe bzw. der Abstand zwischen Anpressplatte und Kupplungsscheibe ermitteln.

---

<sup>6</sup> Hier und im Folgenden wurden die Messergebnisse von LuK GmbH & Co. KG zur Verfügung gestellt.

<sup>7</sup> Im weiteren Verlauf wird als Kupplungsmoment gekennzeichnet.

In Abbildung 1.3 werden auch näherungsweise die Bereiche aller obengenannter Zustände des Kupplungssystems dargestellt. Dazu gehören der eingekuppelte Zustand, die Gleitphase und der ausgekuppelte Zustand des Kupplungssystems. Die Grenzen zwischen den Kupplungszuständen können nur annähernd angegeben werden, da sie nicht nur vom Ausrückweg, sondern auch von anderen Systemparametern abhängig sind, wie beispielsweise die Grenze zwischen dem eingekuppelten Zustand und der Gleitphase, die vom Motormoment und Temperatur der Reibkontakte abhängig ist.

### 1.3.3 Dynamik des Kupplungssystems

Unter Dynamik des Kupplungssystems werden unterschiedliche Phänomene bzw. Probleme verstanden, die durch Schwingungen der Bauteile des Kupplungssystems hervorgerufen werden können. Das Kupplungssystem weist eine Mannigfaltigkeit dynamischer Phänomene auf, die einerseits in Nichtlinearitäten, die das Kupplungssystem beinhaltet, begründet sind, andererseits in den diversen Betriebszuständen, die das dynamische Verhalten des Kupplungssystems stark beeinflussen. Zur Gruppierung der dynamischen Phänomene im Antriebsstrang kann auch die selbe Klassifizierung wie in Kapitel 1.3.2 herangezogen werden.

Demnach lassen sich der ersten Gruppe jene dynamischen Phänomene zuordnen, die im eingekuppelten Zustand des Kupplungssystems entstehen können, wie zum Beispiel die Pedalvibrationen<sup>8</sup>. Diese können beispielsweise durch axiale Bewegungen der Kurbelwelle angeregt werden. Dabei wird die Anregung des Verbrennungsmotors durch das Kupplungssystem und das Ausrücksystem hindurch bis zum Kupplungspedal übertragen. Diese von Fahrer wahrgenom-

---

<sup>8</sup> Wie aus Abbildung 1.3 hervorgeht entspricht ein Bereich dem eingekuppelten Zustand des Kupplungssystems, wobei die Ausrückkraft am rechten Rand deutlich größer als Null ist.

menen, tieffrequenten Schwingungen des Kupplungspedals beeinträchtigen den Fahrkomfort (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009), (Welter, Lang, & Wolf, 2010).

Die zweite Gruppe beinhaltet die dynamischen Phänomene, die in der Gleitphase des Kupplungssystems angeregt werden können. Dazu zählt beispielsweise das Getrieberasseln beim Schalten (Tikhomolov, Klünder, & Fidlin, 2011). Dieses dynamische Phänomen bewirkt eine Verschlechterung des Fahrkomforts durch Emission von vom Fahrer als unangenehm wahrgenommenen Geräusch im Antriebsstrang und Weiterleitung in den Fahrgastraum. Dabei sind Kollisionen von Zahnradpaaren die Hauptgeräuschquellen. Die daraus resultierende Anregung kann direkt oder mit Hilfe von Körperschall abgestrahlt werden (Novak, 2010).

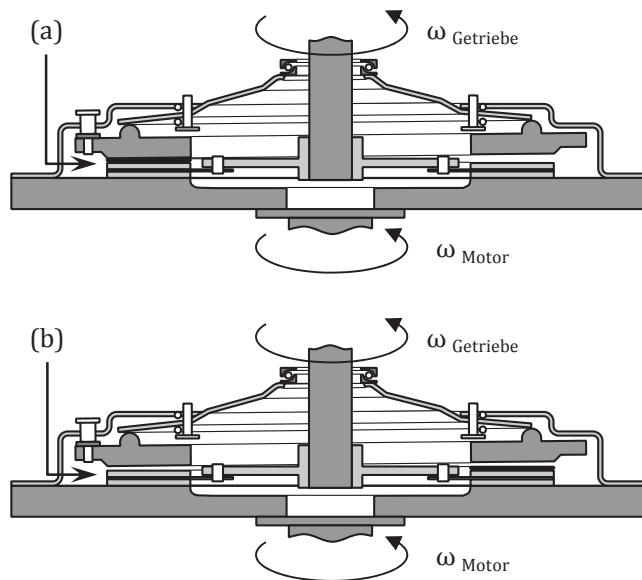
Zur zweiten Gruppe gehört auch das Rumpfen (Albers, Krüger, Lux, & Albrecht, 2001). Rumpfen bezeichnet niederfrequente Längsschwingungen des Fahrzeugs, die in der Gleitphase des Kupplungssystems erzeugt werden (Albers & Herbst, 1998), (Diemer, 2008). Obwohl die Quelle des Rumpfens im Kupplungssystem zu finden ist, existieren unterschiedliche Entstehungsmechanismen des Rumpfens. Dadurch ergeben sich folgende Typen des Rumpfens:

- selbsterregtes Rumpfen. Die Schwingungserregung entsteht durch die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Relativgeschwindigkeit der Körper der Reibstelle (Albers & Krüger, 2003). Ein Minimalmodell zur Beschreibung dieses Effekts ist eine Masse auf einem Förderband<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Eine ausführliche Analyse dieses Modells kann in (Fidlin A., 2006) gefunden werden.

- motorangeregtes Rupfen. Dabei regen Axial- bzw. Kippschwingungen der Kurbelwelle aufgrund der Anregung des Verbrennungsmotors Schwingungen der Bauteile des Kupplungssystems, wodurch sich der Abstand zwischen Anpressplatte und Schwungrad ändert, was wiederum eine Änderung der Axialkraft bedingt. Dies führt zu Oszillationen des Kupplungsmomentes.
- zwangserregtes bzw. geometrisches Rupfen. Die Oszillationen des Kupplungsmomentes entstehen hierbei aufgrund von Herstellungstoleranzen einzelner Bauteile und Toleranzen des Zusammenbaus (Albers, Ott, & Nowicki, 2003). Der Entstehungsmechanismus des geometrischen Rupfens kann an einem vereinfachten Beispiel erklärt werden. In Abbildung 1.4 wird ein Kupplungssystem mit zwei geometrischen Abweichungen dargestellt, nämlich eine Kupplungsscheibe, die ungleichmäßig dick ist, und eine Anpressplatte, die einen deutlichen Schiefabhub aufgrund einer abweichenden Position der Tellerfeder aufweist. Das Kupplungssystem befindet sich in der Gleitphase. Das bedeutet, dass die Drehgeschwindigkeiten des Verbrennungsmotors und des Getriebes unterschiedlich sind. Das führt dazu, dass die axiale Kraft in der Kupplungsscheibe vom Winkel zwischen Kupplung und Kupplungsscheibe abhängig ist. Dieser Effekt lässt sich in Abbildung 1.4 dadurch erkennen, dass die Kupplungsscheibe in (a) zwischen der Anpressplatte und dem Schwungrad gepresst wird. Dabei wird das Moment durch das Kupplungssystem übertragen. In (b) entsteht ein Luftspalt zwischen Anpressplatte und Kupplungsscheibe. Das bedeutet, dass kein Moment durch das Kupplungssystem übertragen wird. Daraus folgt, dass periodischen Schwingungen des Kupplungsmomentes hervorgerufen werden.



**Abbildung 1.4**

Entstehungsmechanismus des geometrischen Ruffens

Die dritte Gruppe beinhaltet die Phänomene, die im vollständig ausgerückten Kupplungssystem entstehen können. Dazu zählt auch das Trennproblem, das im Rahmen dieser Arbeit untersucht wird.

## 1.4 Trennproblem

Unter dem Trennproblem wird immer eine spezifische Fehlfunktion des Kupplungssystems verstanden, die darin besteht, dass die Trennung des Antriebsstrangs durch das Kupplungssystem nicht mehr zuverlässig gewährleistet werden kann. Das bedeutet, dass das vollständig ausgerückte Kupplungssystem unter Umständen ein Moment weiterleitet. Dies kann zu unterschiedlichen Probleme führen.

Einerseits kann das Trennproblem den Fahrkomfort verschlechtern. Darunter werden verschiedene störende Effekte verstanden, die im Fahrzeug entstehen können. Dazu zählen beispielsweise Geräusche beim Schalten und hohe Schaltkräfte.

Andererseits kann das Trennproblem zu einer unerwünschten Drehmomentübertragung in das Getriebe und damit in den Triebstrang führen. In diesem Fall wird trotz ausgerücktem Kupplungssystem der Kraftfluss nicht vollständig getrennt, sondern es entsteht ein Schleppmoment.

Zu den Ursachen des Trennproblems gehören beispielsweise Festigkeitsprobleme einzelner Bauteile des Kupplungssystems. Dazu zählen unter anderem gebrochene Anpressplatten, stark verformte bzw. gebrochene Blattfedern und ermüdete Tellerfedern (Nunney, 2007), (LuK-Aftermarket Service oHG, 2002). In diesem Fall kann das Trennproblem auch ohne dynamische Untersuchung dadurch erklärt werden, dass die Kupplungsscheibe an das Schwungrad auch bei dem maximalen Ausrückweg angepresst wird. Das führt dazu, dass ein Teil des Momentes immer durch das Kupplungssystem übertragen wird. Um das Trennproblem in ähnlichen Fällen zu vermeiden, wird die Festigkeit der Bauteile entsprechend erhöht.

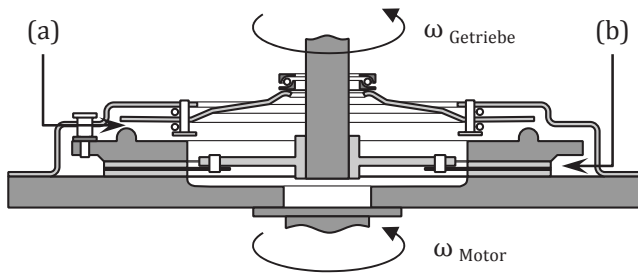
Außerdem kann das Trennproblem im Fahrzeug dadurch verursacht werden, dass ein Unterdruck zwischen dem Belag der Kupplungsscheibe und dem Schwungrad entsteht. Der Unterdruck führt dazu, dass axiale Kräfte im Reibkontakt zwischen den beiden Bauteilen erzeugt werden, wodurch ein Moment durch das Kupplungssystem übertragen wird, das den Fahrkomfort deutlich verschlechtern kann. Um die Ursache des Unterdrucks zu beheben, kann die Geometrie des Belags optimiert werden. Dafür könnten beispielsweise Radial- bzw. Umfangsnuten an den Oberflächen der Beläge hergestellt werden, die der Druckunterschied mit der Umgebung reduzieren lassen (Albers & Elison, 1997).



Das Trennproblem kann auch durch Verspannen der Kupplungsscheibe zwischen den Krafteingriffspunkten hervorgerufen werden. Unter Krafteingriffspunkten werden einerseits der Reibkontakt zwischen der Kupplungsscheibe und dem Schwungrad, andererseits die Verbindung der Eingangswelle des Getriebes und der Nabe der Kupplungsscheibe verstanden. In diesem Fall kann der Entstehungsmechanismus des Trennproblems und der dazu führenden axialen Kraft folgendermaßen erklärt werden. Im eingekuppelten Zustand wird ein Moment durch das Kupplungssystem übertragen. Das führt dazu, dass das Kupplungssystem in Axial- bzw. Umfangsrichtung verspannt wird. Während des Betätigungsvorgangs werden alle Bauteile des Kupplungssystems entspannt. Aber wegen der Reibung in der axialen Richtung bewegt sich die Nabe der Kupplungsscheibe relativ zur Eingangswelle nicht. Dadurch bleibt die axiale Kraft im Reibkontakt zwischen Kupplungsscheibe und Schwungrad erhalten. Das führt dazu, dass das Moment durch das Kupplungssystem auch im ausgerückten Zustand weitergeleitet wird und die axiale Reibstelle in der Verbindung der Nabe und der Welle weiter verspannt bleibt. Zu den Verbesserungsmaßnahmen gehört in diesem Fall einerseits die Optimierung der Verbindungsgeometrie, andererseits aber die Reduktion des Reibungskoeffizienten (Albers & Elison, 1997).

Es hat sich auch herausgestellt, dass die Anregung des Verbrennungsmotors das Trennproblem verursachen kann. In diesem Fall werden Schwingungen der Bauteile des Kupplungssystems durch Axial- bzw. Kippbewegungen der Kurbelwelle hervorgerufen. Dazu gehören unter anderem die Schwingungen der Anpressplatte, die auf Grund der Nichtlinearitäten im Kupplungssystem eine sehr große Schwingungsamplitude aufweisen können. Unter Nichtlinearität wird dabei ein Kontaktverlust zwischen Tellerfeder und Anpressplatte (siehe Abbildung 1.5, (a)) verstanden, der zu Stoß-Schwingungen im Kupplungssystem führt.

Die Schwingungen der Anpressplatte mit sehr großen Schwingungsamplituden und die Schwingungen des Schwungrades führen dazu, dass sich der Abstand zwischen den beiden Bauteilen ändert. Falls die Amplitude der Abstandsänderung groß genug ist, kann die Kupplungsscheibe zwischen beiden Bauteilen dadurch zusammengepresst werden (siehe Abbildung 1.5, (b)). Dabei eine axiale Kraft aufgebaut, die zu einer Momentübertragung durch das vollständig ausgerückte Kupplungssystem führt.



**Abbildung 1.5**

Motorangeregtes Trennproblem

Um das motorangeregte Trennproblem zu erforschen, werden sowohl analytische als auch numerische Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt.

## 1.5 Methoden zur Analyse der Stoß-Schwingungen

In Kapitel 1.4 wurde erwähnt, dass ein Kontaktverlust zwischen Tellerfeder und Anpressplatte Stoß-Schwingungen mit großer Amplitude im Kupplungssystem verursachen kann. Das bedeutet, dass Stoß-Schwingungen analysiert

werden müssen, um das Trennproblem zu untersuchen. Dafür können verschiedene analytische Verfahren eingesetzt werden, wie zum Beispiel die Methode der harmonischen Balance, das Verfahren der Mittelwertbildung und die Anstückelungsmethode.

### 1.5.1 Methode der harmonischen Balance

Die Idee der Methode der harmonischen Balance besteht darin, dass stationäre Schwingungen nichtlinearer Systeme unter Umständen als harmonische betrachtet werden können (Chelomei & Blekhman, 1979), (Krylov & Bogoliubov, 2004), (Babitsky & Kolovsky, 1967), (Babitsky & Kolovsky, 1970), (Babitsky & Kolovsky, 1976).

Es wird angenommen, dass ein nichtlineares System mit

$$\ddot{x} + C(x, \dot{x}) = Q(t) \quad (1.1)$$

beschrieben wird, wobei unter  $Q(t)$  eine periodische Funktion verstanden wird, die in Form einer Fourierreihe dargestellt werden kann:

$$Q(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t). \quad (1.2)$$

Außerdem wird angenommen, dass sowohl die periodische Lösung der Gleichung (1.1) als auch die nichtlineare Funktion  $C(x, \dot{x})$ , welche die nichtlineare Feder- bzw. Dämpferkraft darstellt, in eine Fourierreihe entwickelt werden können:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t), \quad (1.3)$$

$$C(x(t), \dot{x}(t)) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos n\omega t + D_n \sin n\omega t), \quad (1.4)$$

mit

$$C_0(a_0, a_1, b_1, \dots) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} C(x(t), \dot{x}(t)) dt ,$$

$$C_n(a_0, a_1, b_1, \dots) = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} C(x(t), \dot{x}(t)) \cos n\omega t dt ,$$

$$D_n(a_0, a_1, b_1, \dots) = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} C(x(t), \dot{x}(t)) \sin n\omega t dt$$

(n = 1, ..., ∞).

Durch Einsetzen von (1.2), (1.3) und (1.4) in (1.1) wird eine Gleichung erstellt, die unterschiedliche  $\cos(n\omega t)$ -Terme,  $\sin(n\omega t)$ -Terme und auch lose Terme aufweist. Daraus wird ein Gleichungssystem (1.5) abgeleitet, wobei jede Gleichung aus den Koeffizienten bei entsprechenden  $\cos n\omega t$ - oder  $\sin n\omega t$ -Terme besteht. Dieses Gleichungssystem kann gelöst werden, um die unbekanntenen Koeffizienten  $a_0$ ,  $a_n$  und  $b_n$  zu ermitteln.

$$\begin{aligned}
 C_0(a_0, a_1, b_1, \dots) &= A_0 \\
 -n^2\omega^2 a_n + C_n(a_0, a_1, b_1, \dots) &= A_n \\
 -n^2\omega^2 b_n + D_n(a_0, a_1, b_1, \dots) &= B_n
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

(n = 1, ..., ∞).

Theoretisch ist die Suche nach einer genauen Lösung des Gleichungssystems (1.5) unmöglich, weil dieses Gleichungssystem aus unendlich vielen Gleichungen besteht. Praktisch lässt sich eine brauchbare Lösung der nichtlinearen Gleichung (1.1) unter der Annahme finden, dass die konstante Komponente und die erste Harmonische überwiegen (Chelomei & Blekhman, 1979), (Semenov, 2008):

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos n\omega t + b_1 \sin n\omega t . \tag{1.6}$$

## 1.5.2 Das Verfahren der Mittelwertbildung

Unter dem Verfahren der Mittelwertbildung wird eine Methode der Störungstheorie verstanden, die darin besteht, eine Lösung eines anderen, ungestörten Systems in geschlossener Form zu finden, das nah am zu untersuchenden System liegt (Bogoliubov & Mitropolskii, 1961), (Zhuravlev & Klimov, 1988), (Biderman, 1980). Dadurch weicht das dynamische Verhalten des nichtlinearen Systems vom Verhalten des integrierbaren Systems nur leicht ab.

Es wird angenommen, dass ein nichtlineares System folgendermaßen vorgegeben wird:

$$\dot{z} = Z(z, t, \varepsilon), \quad \varepsilon \ll 1. \quad (1.7)$$

Durch Nullsetzen von  $\varepsilon$  kann das entsprechende ungestörte System

$$\dot{z}_0 = Z(z_0, t, 0) \quad (1.8)$$

ermittelt werden. Die Lösung des ungestörten Systems kann relativ einfach gefunden werden:

$$z_0 = f(t, C). \quad (1.9)$$

Unter  $C$  sind im Fall des ungestörten Systems Integrationskonstanten gemeint. Im Fall des gestörten Systems sind  $C$  neue Variable. Daraus folgt, dass die Gleichung (1.7) folgenderweise umgeschrieben werden kann:

$$\frac{\partial f}{\partial C} \dot{C} + \frac{\partial f}{\partial t} = Z(f(t, C), t, \varepsilon). \quad (1.10)$$

Die rechte Seite der Gleichung (1.10) kann auch in eine Taylorreihe entwickelt werden:

$$\frac{\partial f}{\partial C} \dot{C} + \frac{\partial f}{\partial t} = Z(f(t, C), t, 0) + \varepsilon \left. \frac{\partial Z}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} + O(\varepsilon^2). \quad (1.11)$$

Falls  $\det(\partial f / \partial C) \neq 0$ , folgt aus (1.11):

$$\dot{C} = \varepsilon \left( \frac{\partial f}{\partial C} \right)^{-1} \frac{\partial Z(f(t, C), t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} + O(\varepsilon^2). \quad (1.12)$$

Dies ist eine Gleichung in Standardform, die folgenderweise (Fidlin A. , 2006)

$$\dot{x} = \varepsilon X(x, t, \varepsilon), \quad (1.13)$$

dargestellt werden kann, wobei unter  $x$  die neuen Zustandsvariablen mit den Anfangswerten  $x(0) = x_0$  verstanden werden.

Der folgende Schritt besteht in der Anwendung einer fast identischen Variablentransformation:

$$x = \xi + \varepsilon u(\xi, t, \varepsilon) + O(\varepsilon^2). \quad (1.14)$$

Durch Transformation (1.14) werden die Zustandsvariable in zwei Teile aufgeteilt:  $u$  – ein kleiner schnell veränderlicher Teil und  $\xi$  – ein langsam veränderlicher Teil, der folgende Gleichung erfüllen soll:

$$\dot{\xi} = \varepsilon \mathcal{E}(\xi, \varepsilon) + O(\varepsilon^2). \quad (1.15)$$

Mit (1.14) und (1.15) erhält man aus (1.13) eine Gleichung für die unbekanntenen Funktionen  $\mathcal{E}(\xi, \varepsilon)$  und  $u(\xi, t, \varepsilon)$ :

$$\varepsilon \mathcal{E}(\xi, \varepsilon) + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon X(\xi, t, \varepsilon) + O(\varepsilon^2). \quad (1.16)$$

Da  $u(\xi, t, \varepsilon)$  eine kleine Korrektur zum Hauptanteil der Lösung  $\xi$  sein soll, soll sie beschränkt sein. Dies ist nur dann möglich, wenn  $\mathcal{E}$  der Mittelwert von  $X$  in Bezug auf explizite Zeit  $t$  ist:

$$\mathcal{E}(\xi, \varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\xi, t, \varepsilon) dt. \quad (1.17)$$

Aus (1.16) folgt dann

$$u(\xi, t, \varepsilon) = \int_0^t (X(\xi, \theta, \varepsilon) - \Xi(\xi, \varepsilon)) d\theta + u_0(\xi, \varepsilon). \quad (1.18)$$

Unter  $u_0(\xi, \varepsilon)$  wird eine Funktion verstanden, die unabhängig festgelegt werden kann. In der Regel wird diese Funktion so eingestellt, dass der Mittelwert von  $u(\xi, t, \varepsilon)$  gleich 0 ist:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\xi, t, \varepsilon) dt = 0. \quad (1.19)$$

Die Begründung des Verfahrens und der darauf basierenden Stabilitätsanalyse findet man in (Sanders & Verhulst, 1985).

### 1.5.3 Anstückelungsmethode

Die Anstückelungsmethode kann zur Untersuchung der nichtlinearen Schwingungen der stückweise linearen Systeme eingesetzt werden. Dazu gehören beispielsweise Systeme mit Reibung (Mandel'shtam, 1955), Stöße oder Systeme mit stückweise linearen Feder- bzw. Dämpferkräften (Bat', Dzhanlidze, & Kel'zon, 1973), (Kobriniskii & Kobriniskii, Vibroimpact Systems, 1973), (Kolovsky, 1960), (Kolovsky, 1963). Die Idee der Methode besteht darin, die Lösungen in den stückweise linearen Bereichen des nichtlinearen Systems zu ermitteln und aneinander anzustückeln.

Es wird angenommen, dass der erste Abschnitt des nichtlinearen Verlaufs der Schwingungen mit

$$A_1 \ddot{x}_1 + B_1 \dot{x}_1 + C_1 x_1 = F_1(t), \quad x_1(0) = x_{10}, \quad \dot{x}_1(0) = \dot{x}_{10} \quad (1.20)$$

abgebildet werden kann, wobei unter  $x_1$  generalisierten Koordinaten und unter  $F_1(t)$  generalisierte Kräfte für den ersten Abschnitt verstanden werden. Die

entstehende lineare Gleichung kann einfach gelöst werden. Das bedeutet, dass die Zustandsvariablen am Ende des ersten Abschnitts ermitteln werden können.

Um die Gleichung zu lösen, die den zweiten Abschnitt beschreibt, sind die Werte der Zustandsvariablen am Anfang des zweiten Abschnitts nötig. Diese Anfangswerte können mit Hilfe von Ereignisgleichungen bestimmt werden

$$x_{20} = f_I(x_1(t_1), \dot{x}_1(t_1)), \quad \dot{x}_{20} = f_{II}(x_1(t_1), \dot{x}_1(t_1)), \quad (1.21)$$

die zwei benachbarte Abschnitte zum Zeitpunkt  $t = t_1$  miteinander verbinden. Als Beispiel für Ereignisgleichung können die Stoßbedingungen betrachtet werden (Levi-Civita & Amaldi, 1951), die Positionen und Geschwindigkeiten der Körper vor und nach dem Stoß in Verbindung setzen.

Anschließend kann die Lösung der Gleichung des zweiten Abschnitts

$$A_2 \ddot{x}_2 + B_2 \dot{x}_2 + C_2 x_2 = F_2(t), \quad x_2(t_1) = x_{20}, \quad \dot{x}_2(t_1) = \dot{x}_{20} \quad (1.22)$$

ermittelt werden.

Dieser Algorithmus kann weiter verfolgt werden. Dadurch könnten unterschiedliche instationäre Schwingungen des nichtlinearen Systems abgebildet werden. Außerdem kann die Anstückelungsmethode zur Untersuchung der stationären periodischen Lösungen und deren Stabilität eingesetzt werden. Dies wird in Kapitel 3.2 ausführlich erklärt.

## 1.6 Methoden zur MKS-Modellierung

In den 70er Jahren wurden die Grundlagen der Methoden zur Modellierung und Simulation von den Mehrkörpersystemen (MKS) entwickelt (Wittenburg, 2008). Seitdem werden diese Methoden zur Lösungen unterschiedlicher Aufgaben eingesetzt. Dazu zählen beispielsweise:



- quasistatische Simulationen. Darunter werden Simulationen verstanden, bei denen die *schnelle Dynamik* des Systems eine untergeordnete Rolle spielt. Als Beispiel dient die Ermittlung von Kraft-Weg-Kennlinien (siehe Abbildung 1.3) komplexer Baugruppen (Tikhomolov, Klünder, & Fidlin, 2011).
- kinematische Simulationen, die zur Untersuchung von Bewegungen der Mechanismen ohne Berücksichtigung des Einflusses der Systemdynamik angewendet werden.
- lineare dynamische Simulationen, die auch für Berechnungen der Eigenfrequenzen und Eigenformen eingesetzt werden (Dresig & Holzweißig, 2005).
- nichtlineare dynamische Simulationen, die zur Analyse verschiedenartiger komplexer Phänomene und Baugruppen angewendet werden, wie zum Beispiel eines Selbstzentrierungseffekts bei einem ebenen Lagers (Stamm, 2011), die Untersuchung der Intensität der Parametererregung eines Planetengetriebes (Dresig, 2006), die Untersuchung der reibungsinduzierten Schwingungen („Eek-Noise“) im Antriebstrang (Drozdetskaya, Fidlin, & Waltersberger, 2011), (Fidlin & Drozdetskaya, 2011).
- multidomäne Simulationen, die die gemeinsame Betrachtung von den mechanischen, thermoelastischen (Arnold & Heckmann, 2007), hydraulischen, elektrischen und anderen Teilsystemen ermöglichen.

Die Idee der MKS-Methode besteht darin, ein komplexes System in Form einer Zusammensetzung von verschiedenen diskreten miteinander verbundenen Elementen, wie zum Beispiel Starrkörper, Gelenke, Federn, Dämpfern, Anschläge, dargestellt werden kann. Daraus ergibt sich eine Struktur von Elementen und Verbindungen, die mit Hilfe eines graphentheoretischen Formalismus als

Zusammensetzung von Kanten<sup>10</sup> und Knoten<sup>11</sup> wiedergegeben werden kann und darauf basierend als System von differentialen bzw. differential-algebraischen Gleichungen beschrieben werden kann. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass abhängig vom Typ des Formalismus sowohl unterschiedliche Graphen als auch die unterschiedliche Gleichungssysteme zu erwarten sind. In diesem Zusammenhang können die existierenden Formalismen und auf ihnen basierende MKS-Software abhängig vom eingesetzten Koordinatentyp den unterschiedliche Gruppen zugerechnet werden.

Die erste Gruppe der MKS-Software ist dadurch gekennzeichnet, dass ein Formalismus basierend auf absoluten Koordinaten (Shabana, 2005) angewendet wird. In diesem Fall weist jeder Starrkörper alle sechs Freiheitsgrade auf. Das führt dazu, dass Zwangsbedingungen sowohl zur Simulation der Gelenkverbindung zweier Starrkörper, als auch zur Abbildung geschlossener kinematischer Schleifen oder komplexer gekoppelter Bewegungen der Körper eingesetzt werden müssen. Ein Beispiel einer MKS-Software, die die obenerwähnte Vorgehensweise anwendet, kann ADAMS genannt werden (Mechanical Dynamics, Incorporated, 2001).

Zur zweiten Gruppe gehören MKS-Software, die einen Formalismus mit relativen Koordinaten oder Gelenkkordinaten (Wittenburg, 2008) einsetzen. In diesem Fall müssen Anzahl und Typ der Freiheitsgrade für jeden Starrkörper explizit vorgegeben werden. Dafür werden translatorische und rotatorische Gelenke angewendet, die sich sowohl über absolute als auch relative Freiheitsgrade beschreiben lassen. Die Zwangsbedingungen werden in diesem Fall zur Abbildung bestimmter Systeme, wie beispielsweise die Systeme mit den geschlossenen kinematischen Schleifen, verwendet. Als Beispiel einer

---

<sup>10</sup> Unter Kanten werden unterschiedliche Elemente verstanden.

<sup>11</sup> Durch die Knoten werden die Bezugskoordinatensysteme gekennzeichnet.

MKS-Software, die zur zweiten Gruppe zählt, kann SimulationX dienen (ITI GmbH, 2012).

Die dritte Gruppe der MKS-Software beinhaltet die Umgebungen, die für die Erstellung des Gleichungssystems einen Formalismus basierend auf den sogenannten Zweigkoordinaten (Stamm, 2011) einsetzen. Darunter wird ein Verfahren verstanden, das dem Modellierer eine Möglichkeit zur Verfügung stellt, den Koordinatentyp einzeln für jedes Teilmodell zu bestimmen. Dadurch entsteht eine Mischung aus absoluten, relativen und sogenannte elastischen Koordinaten<sup>12</sup>, die zur Erzeugung des Gleichungssystems angewendet wird, das im allgemeinen Fall effizienter als das Gleichungssystem basierend nur auf den absoluten bzw. nur auf den relativen Koordinaten ist (Shi & McPhee, 2000).

Obwohl die Gleichungssysteme für die obengenannten Formalismen unterschiedlich werden, lassen sich einige Gemeinsamkeiten erkennen. Dazu zählen beispielsweise die konstitutiven Gleichungen der Elemente, die zur Abbildung ihrer Physik nötig sind, oder Struktur der Gleichungssysteme, die die verschiedenen Gleichungstypen aufweisen. Im einfachsten Fall sieht das Gleichungssystem folgendermaßen aus:

$$M(q)\ddot{q} = Q(q, \dot{q}, t), \quad (1.23)$$

wobei unter  $q$  die Spaltenmatrix der generalisierten Koordinaten verstanden wird.  $M(q)$  und  $Q(q, \dot{q}, t)$  sind die Massenmatrix und die Matrix der generalisierten Kräfte (Wittenburg, 2008). Dieses Gleichungssystem kann beispielsweise zur Simulationen eines Systems mit offener Baumstruktur basierend auf Gelenkkoordinaten angewendet werden.

---

<sup>12</sup>Darunter werden Koordinaten verstanden, die die Verformungen der elastischen Körper beschreiben.

Um holonome und nichtholonome Zwangsbedingungen zu beschreiben, wird (1.23) um die Matrix der generalisierten Zwangskräfte ergänzt (Flores, Ambrósio, Pimenta Claro, & Lankarani, 2008), (Amirouche, 2006). Außerdem wird das Gleichungssystem zusätzlichen algebraischen Gleichungen erweitert, um Zusammenhänge der Geschwindigkeiten und der Koordinaten abzubilden (Stamm, 2011), (Wittenburg, 2008):

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} = Q(q, \dot{q}, t) - H^T(q)\lambda \\ H(q)\dot{q} = 0 \end{cases} \quad (1.24)$$

Das Gleichungssystem (1.24) ermöglicht die Simulationen von MKS durchzuführen, die sowohl eine offene Baumstruktur als auch geschlossene kinematische Schleifen aufweisen.

Um ein System abzubilden, das nichtlineare Elemente mit Zustandsänderungen<sup>13</sup> hat (Brogliato, 1999), (Pfeiffer & Glocker, 1996), (Glocker, 1995), werden Ereignisfunktionen eingesetzt:

$$y = G(q, \dot{q}, t), \quad (1.25)$$

die Abhängigkeiten der internen Variablen des Elements von den Geschwindigkeiten und den Koordinaten des Systems beschreiben. Der Wert der Ereignisfunktion wird ständig beobachtet, um einen Nulldurchgang zu detektieren, weil das Gleichungssystem in diesem Fall entsprechend modifiziert werden muss. Als Beispiel dafür kann eine Kontaktstelle dienen, die zwei Ereignisfunktionen zur Verfügung stellt, nämlich einen Abstand zwischen den Körpern und eine Kraft im Kontakt. Falls der Abstand größer als Null ist, ist die Kontaktstelle offen, und ist die Kraft im Kontakt gleich Null. Falls der Abstand gleich Null ist, besteht ein Kontakt zwischen den Körpern. Die Kraft im Kontakt ist dann größer als Null. Ein Übergang zwischen den obengenannten Fällen ist ein

---

<sup>13</sup> Die Reibstelle und Kontaktstelle können als Beispiel in dem Fall dienen

Ereignis, das dadurch gekennzeichnet wird, dass die Ereignisfunktionen deren Werte ändern. Außerdem kann eine spezielle zusätzliche Menge an Gleichungen bei einem Ereignis ausgeführt werden, die die benachbarten Zustände des Systems miteinander *anstückeln*, wie zum Beispiel ein Stoßgesetz (Stamm, 2011):

$$\dot{q}^+ = U(q, \dot{q}^-, t). \quad (1.26)$$

Zusammengefasst bedeutet es, dass (1.24), (1.25) und (1.26) ein gesamtes Gleichungssystem zur Verfügung stellen, das zur Simulation des MKS-Modells eingesetzt werden kann.



## 2 Messtechnische Erfassung des Trennproblems

### 2.1 Trennproblem im Fahrzeug

Wie in Kapitel 1.4 beschrieben wurde, kennzeichnet sich das Trennproblem dadurch, dass ein Moment durch das vollständig ausgerückte Kupplungssystem übertragen wird. Dies kann dazu führen, dass:

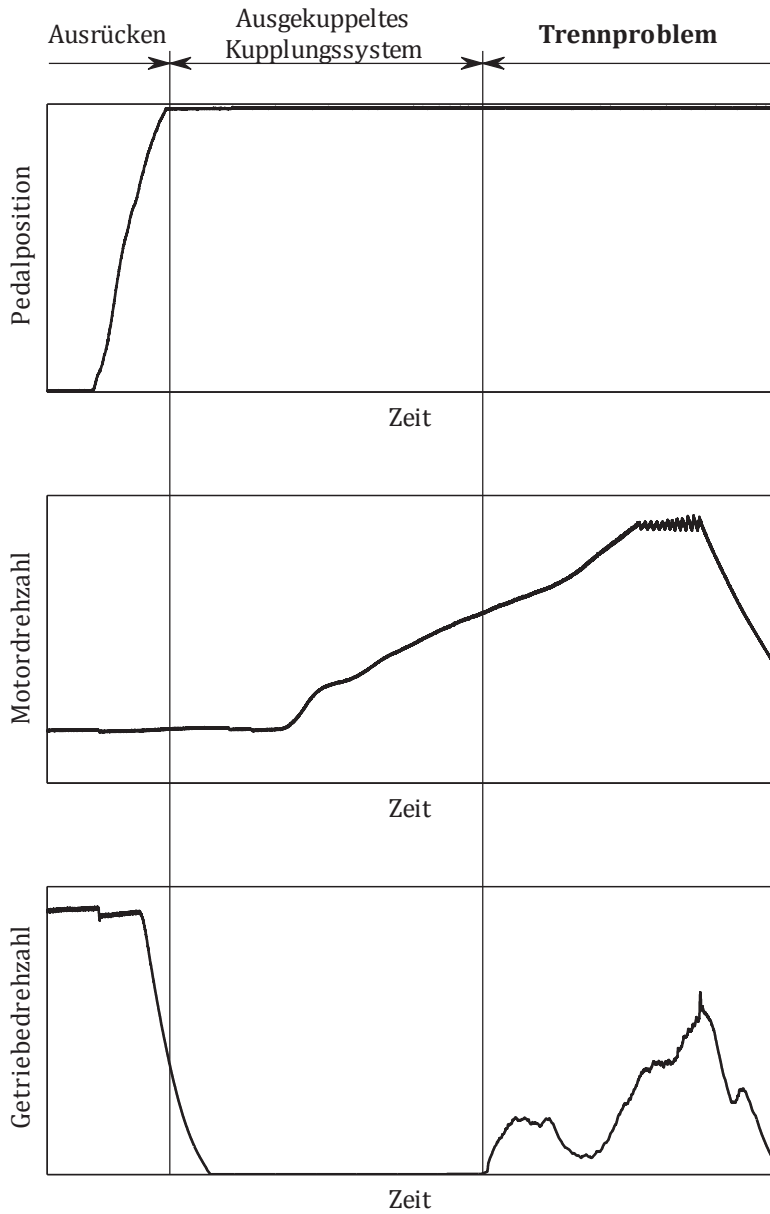
- Schaltgeräusche im Fahrzeug hervorgerufen werden,
- hohe Schaltkräfte im Getriebe entstehen,
- die Getriebeeingangswelle in Drehung versetzt wird.

Ausgehend davon können spezielle Versuchsabläufe entwickelt werden, die die obengenannten Folgen des Trennproblems für dessen Erfassung einsetzen, wie zum Beispiel ein Trennversuch, der in Kapitel 1 kurz erwähnt wurde.

Der Trennversuch bietet eine Möglichkeit, den Fall der in Drehung versetzten Getriebewelle zu detektieren. In Abbildung 2.1<sup>14</sup> sind die während eines Trennversuchs gemessenen Kennlinien des Kupplungssystems mit dem Trennproblem dargestellt. Dazu gehören die Abhängigkeit der Motordrehzahl von der Zeit, die Abhängigkeit der Drehzahl der Eingangswelle des Getriebes von der Zeit und die Abhängigkeit der Position des Kupplungspedals von der Zeit. Außerdem wird der Ablauf des Trennversuchs in Abbildung 2.1 gekennzeichnet, der in diesem Fall aus drei Phasen besteht.

---

<sup>14</sup>Die hier aufgeführten Messergebnisse wurden von Herrn Dipl. Ing. Klünder zur Verfügung gestellt.



**Abbildung 2.1**

Trennversuch: das Kupplungssystem mit dem Trennproblem



Zu Beginn des Trennversuchs ist das Kupplungssystem eingekuppelt. Dadurch wird die Eingangswelle des Getriebes vom Verbrennungsmotor angetrieben. Während der ersten Phase wird das Kupplungssystem durch Betätigung des Kupplungspedals ausgerückt. Dies lässt sich dadurch erkennen, dass die Position des Kupplungspedals sich entsprechend ändert (siehe Abbildung 2.1). Das führt dazu, dass die Kurbelwelle und die Getriebeeingangswelle voneinander abgetrennt werden. In diesem Fall wird die Eingangswelle des Getriebes aufgrund der Reibung und Dämpfung im Antriebsstrang gebremst. Die Drehzahl der Kurbelwelle wird mittels eines Reglers im Leerlaufbereich gehalten.

Im Laufe der zweiten und dritten Phase bleibt das Kupplungspedal vollständig ausgerückt. In diesem Fall ist zu erwarten, dass die Eingangswelle des Getriebes zunächst vollständig gebremst wird und sich dann unabhängig von der Anregung im Ruhezustand befindet. Unter Anregung werden die Schwingungen der Kurbelwelle in den Axial- bzw. Kipprichtungen verstanden, die in das Kupplungssystem weitergeleitet werden und die Schwingungen der Bauteile des Kupplungssystems verursachen. Weil die Schwingungen der Kurbelwelle von der Drehzahl abhängig sind, wird die Motordrehzahl während des Trennversuchs geändert. Wie in Abbildung 2.1 dargestellt ist, wird zunächst die Motordrehzahl von Leerlaufdrehzahl bis zur maximalen Drehzahl erhöht, dann wird die maximale Drehzahl gehalten, und anschließend wird die Motordrehzahl reduziert. Zunächst bleibt die Eingangswelle des Getriebes auch bei Erhöhung der Motordrehzahl erwartungsgemäß im Ruhezustand<sup>15</sup>. Dann aber wird die Getriebeeingangswelle bei weiterer Erhöhung der Drehzahl der Kurbelwelle in Rotation gebracht, obwohl das Kupplungssystem vollständig ausgerückt ist. Dies kennzeichnet die dritte Phase des Trennversuchs, nämlich das Trennproblem.

---

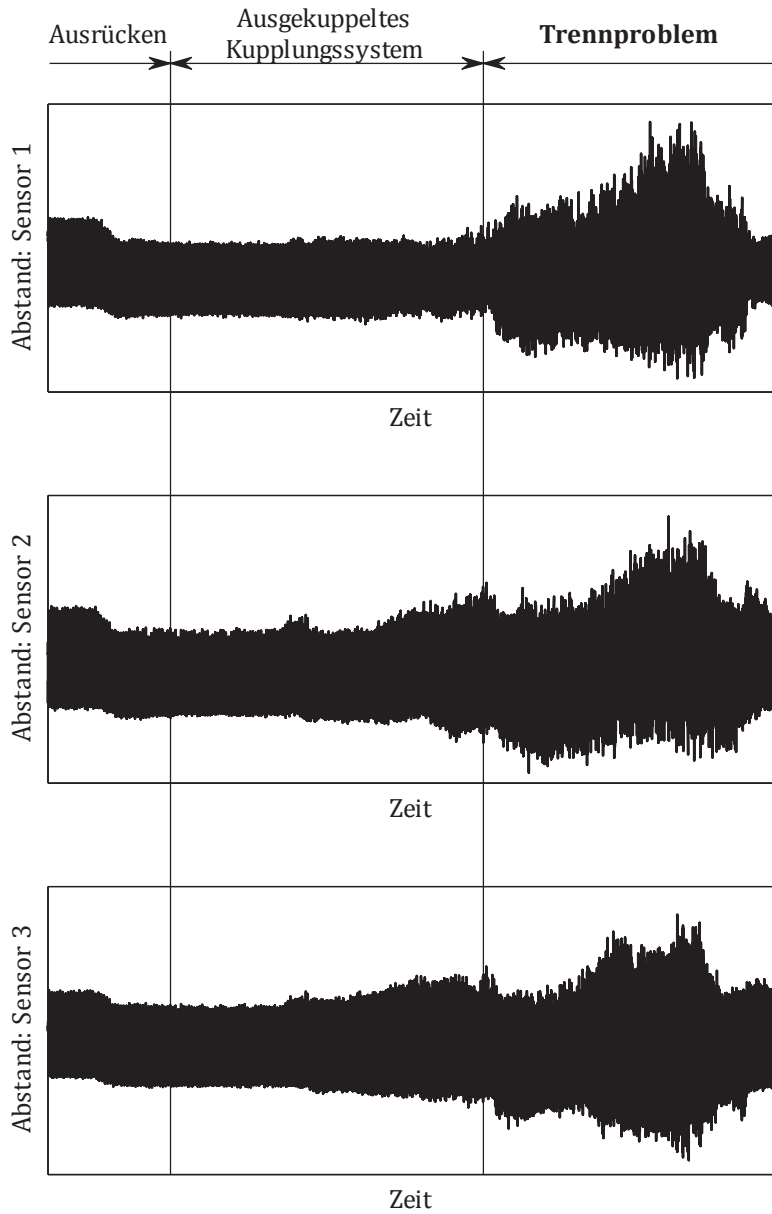
<sup>15</sup> Dies entspricht einem tatsächlich ausgekuppelten Kupplungssystem (siehe Abbildung 2.1, Ausgekuppeltes Kupplungssystem).

Daraus folgt, dass das Trennproblem in diesem Versuch in der Nähe des Maximums der Motordrehzahl stark ausgeprägt ist. Um den Einfluss der Motordrehzahl zu untersuchen, werden die Schwingungen der Kurbelwelle getriebeseitig gemessen. Dafür werden drei Sensoren eingesetzt, die den Abstand zwischen der getriebeseitigen Wand des Verbrennungsmotors und dem Schwungrad in der Nähe der Verbindung der Kurbelwelle und des Schwungrades ermitteln. Die Sensoren werden auf bestimmten möglichst kurzen Abstand relativ zu der Drehachse der Kurbelwelle mit  $120^\circ$  Winkelversatz eingebaut. Dadurch lassen sich die Abstände zwischen der Motorwand und einer virtuellen Ebene, die dem Ende der Kurbelwelle entspricht, in den drei unterschiedlichen Punkten messen. In Abbildung 2.2<sup>16</sup> sind die gemessenen Abhängigkeiten des Abstandes als Funktion der Zeit für denselben Trennversuch (siehe Abbildung 2.1) dargestellt.

Die Analyse der in Abbildung 2.2 dargestellten Messergebnisse zeigt, dass eine Änderung des Mittelwerts während der ersten Phase mit Hilfe von allen zur Verfügung stehenden Sensoren gemessen wurde. Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Ausrückkraft seitens des Ausrücklagers auf das Kupplungssystem während des Ausrückens wirkt. Das führt dazu, dass sich das Kupplungssystem infolge der durch die Ausrückkraft verursachten Verformungen der Bauteile des Verbrennungsmotors in Richtung der Motorwand verschiebt. Außerdem steigen die Amplituden der Bewegungen der Kurbelwelle mit zunehmender Motordrehzahl. Die Sensoren zeigen die minimalen Amplituden der Bewegungen im Leerlaufbereich (siehe den Anfang der zweiten Phase in Abbildung 2.2 bzw. linke Spalte in Abbildung 2.3), und die maximalen Amplituden bei maximaler Motordrehzahl (siehe die Mitte der dritten Phase in Abbildung 2.2 bzw. rechte Spalte in Abbildung 2.3).

---

<sup>16</sup>Die hier aufgeführten Messergebnisse wurden von Herrn Dipl. Ing. Klünder zur Verfügung gestellt.



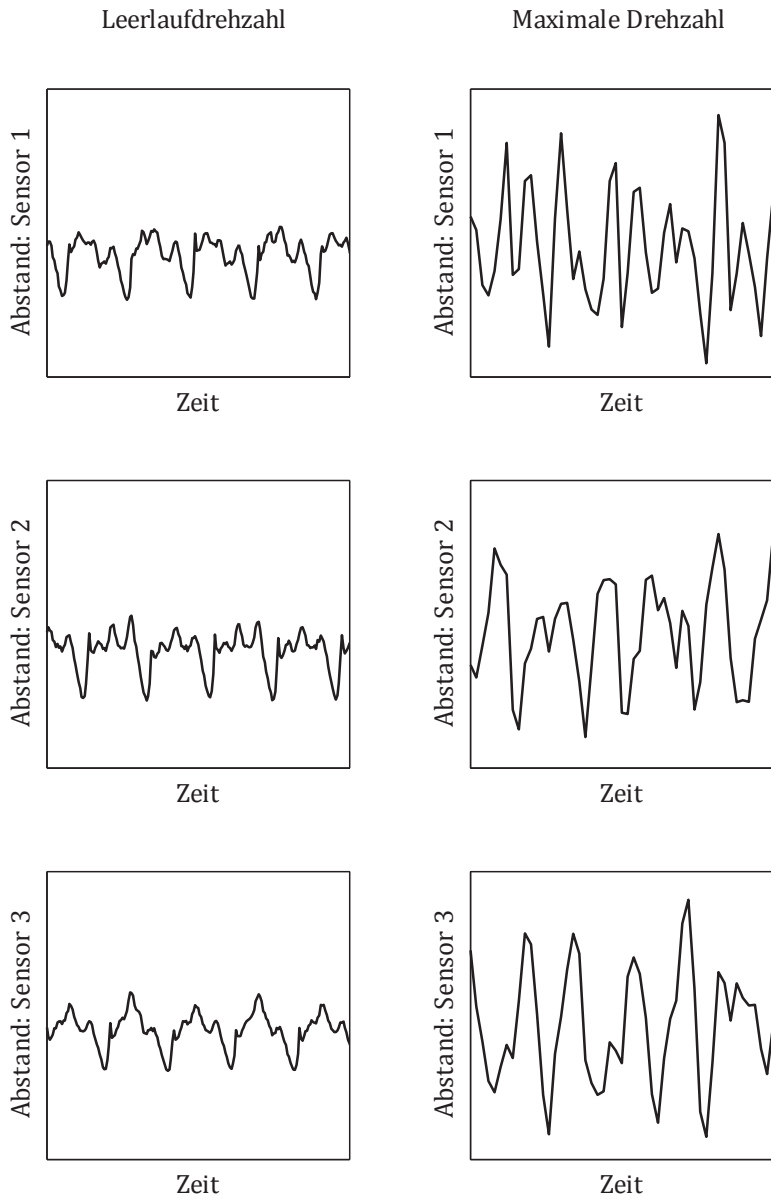
**Abbildung 2.2**

Trennproblem: Messung der getriebeseitigen Bewegungen der Kurbelwelle

Darüber hinaus weichen die Signale der Sensoren voneinander stark ab. In Abbildung 2.2 sind die Amplituden der Relativbewegungen, die die Sensoren messen, in der zweiten und besonders in der dritten Phase unterschiedlich. Um den Unterschied noch deutlicher zu erläutern, werden die Kennliniensegmente in Abbildung 2.3 vergrößert dargestellt. Die linke Spalte der Abbildung 2.3 zeigt die Signale in einem Zeitfenster im Leerlaufbereich. In diesem Fall weichen sowohl die Amplituden als auch die Phasen der Signale der einzelnen Sensoren voneinander ab. Die rechte Spalte der Abbildung 2.3 stellt die Kennlinien für ein Zeitfenster in der Nähe der maximalen Drehzahl des Verbrennungsmotors dar, wobei auch zu erkennen ist, dass alle Signale verschiedene Amplituden und Phasen aufweisen.

Daraus folgt, dass der Verbrennungsmotor sowohl Axial- als auch Kippbewegungen der Kurbelwelle hervorruft, deren Amplituden, Frequenzen und Phasen von der Motordrehzahl abhängig sind. Die Axial- bzw. Kippanteile der Bewegungen der Kurbelwelle können von den gemessenen Signalen unter der Annahme abgeleitet werden, dass der innere Bereich des Schwungrades einem nicht verformbaren Teil entspricht.

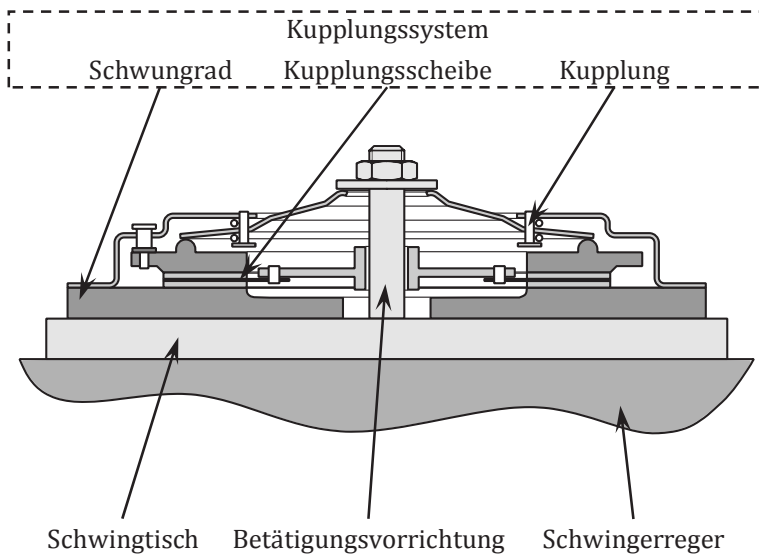
Zusammengefasst bedeutet dies, dass basierend auf Fahrzeugmessungen sowohl die Tatsache der Entstehung des Trennproblems festgestellt werden kann, als auch die Anregungen seitens des Verbrennungsmotors gemessen werden können. Um aber weitere Daten über das dynamische Verhalten des Kupplungssystems zu erhalten, sind Fahrzeugmessungen in der Regel nicht geeignet. Dafür sind mehrere Ursachen bekannt, wie zum Beispiel der begrenzte Raum, der für den Einbau der Sensoren zur Verfügung steht, hohe Temperaturen in der Kupplungsglocke usw. Daraus resultiert, dass ein dynamischer Prüfstand eingesetzt werden muss, um Bewegungen der anderen Bauteile des Kupplungssystems zu erfassen.

**Abbildung 2.3**

Trennproblem: Vergrößerte Kennliniensegmente der Messergebnisse

## 2.2 Prüfstandmessungen der Dynamik des Kupplungssystems

Die weiteren Schritte der messtechnischen Untersuchung der Dynamik des Kupplungssystems werden am Prüfstand durchgeführt (siehe Abbildung 2.4) (Klünder, 2007). In diesem Fall müssen sowohl die Anregungs- als auch die Betätigungseigenschaften den tatsächlichen Fahrzeugbedingungen entsprechen. Dies führt dazu, dass eine Betätigungsvorrichtung benötigt wird, um dynamische Messungen des vollständig ausgerückten Kupplungssystems zu ermöglichen.



**Abbildung 2.4**

Aufbau des Prüfstandes

Die Betätigungsvorrichtung, die aus einer Gewindestange, einer Schraubenmutter und einer Scheibe besteht, ist mit dem Schwingtisch des Prüfstandes verbunden. Zusammen mit dem Schwingtisch bietet die Betätigungsvorrichtung eine Möglichkeit den Abstand zwischen der Scheibe, die dem Ausrücklager entspricht, und dem Schwingtisch, der das Ende der Kurbelwelle abbildet, durch die Änderung der Position der Schraubenmutter einzustellen. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass unter dem Abstand der Ausrückweg des Kupplungssystems verstanden werden kann. Zusammengefasst bedeutet dies, dass mittels der Einstellung der Position der Schraubenmutter alle möglichen Zustände des Kupplungssystems, unter anderem auch der vollständig ausgerückte Zustand, erzielt werden können.

Der Verlauf der dynamischen Prüfstandmessungen besteht aus mehreren Schritten. Zuerst wird das untersuchte Kupplungssystem am Schwingtisch des Prüfstandes<sup>17</sup> befestigt. Dadurch kann die Anregung schwingradseitig ins Kupplungssystem weitergeleitet werden, dass der Anregungsstelle im Fahrzeug entspricht.

Anschließend wird das Kupplungssystem mittels der Betätigungsvorrichtung vollständig ausgerückt. Aber im Unterschied zum Fahrzeugbetätigungssystem werden die Tellerfederungen seitens des Prüfstandes auch angetrieben, weil die Betätigungsvorrichtung mit dem Schwingtisch direkt verbunden ist. Darüber hinaus ist die Betätigungsvorrichtung deutlich steifer im Vergleich zu einer Betätigungseinheit, die aus dem Ausrücksystem, dem Kupplungspedal und dem Fahrerfuß besteht. Das bedeutet, dass der Prüfstand Betätigungseigenschaften aufweist, die von den Betätigungsbedingungen im Fahrzeug abweichen. Hierbei ist zu bemerken, dass eine Untersuchung des Einflusses der unterschiedlichen Betätigungsvorrichtungen auf Dynamik des Kupplungssystems im vollständig

---

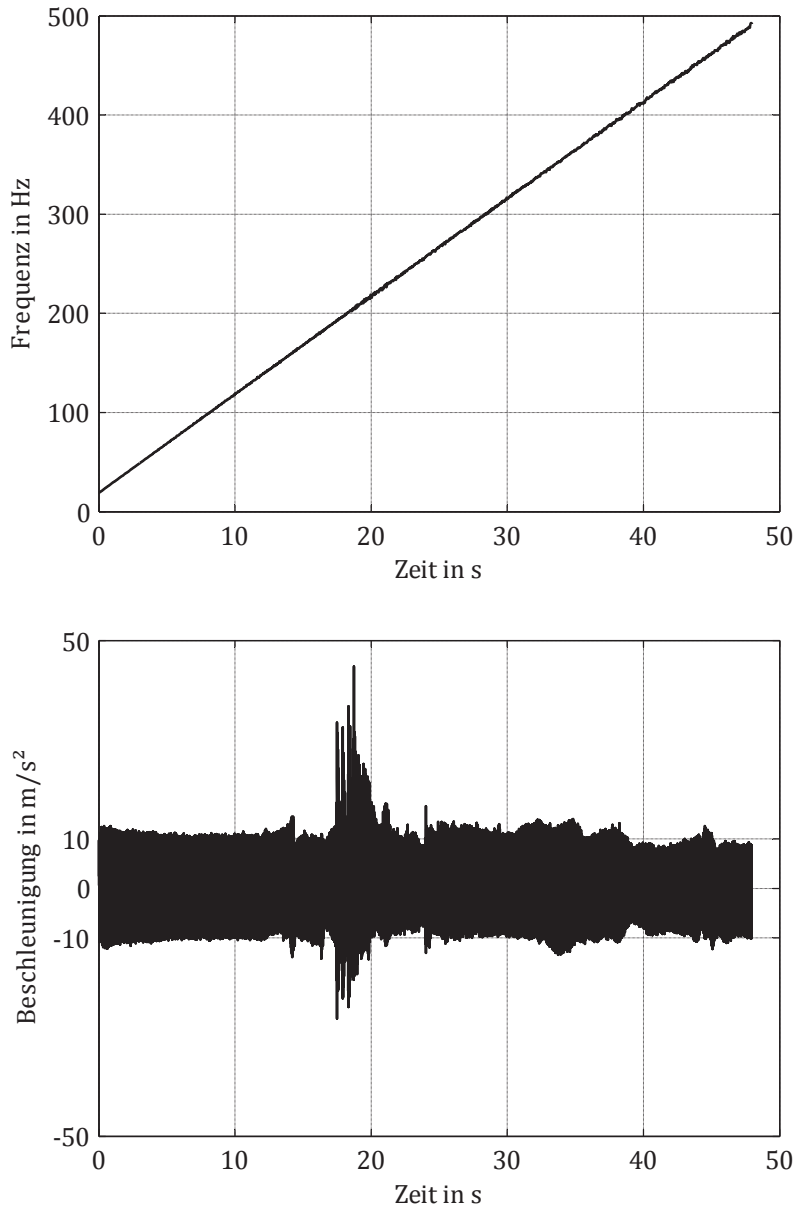
<sup>17</sup> In Abbildung 2.4 wird als Schwingerreger gekennzeichnet.

ausgerückten Zustand durchgeführt wurde. Die Untersuchung hat gezeigt, dass keine relevanten Änderungen des dynamischen Verhaltens des Kupplungssystems durch den Austausch der Betätigungsvorrichtung verursacht werden.

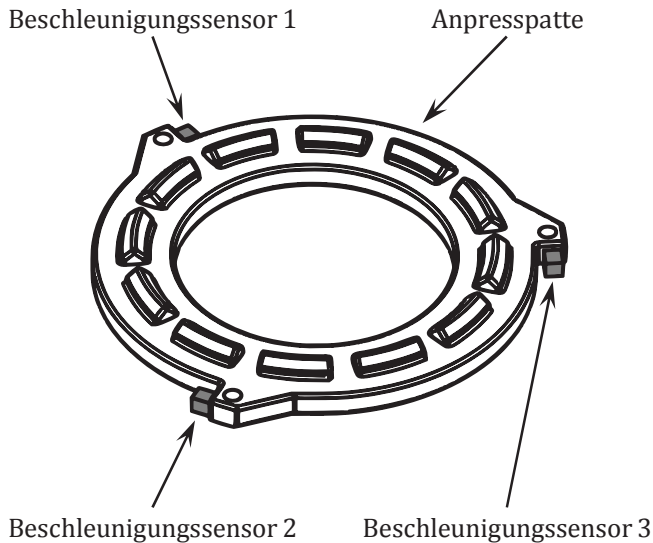
Nach dem Betätigungsvorgang wird das Kupplungssystem in axialer Richtung angeregt. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass unter Anregung nur axiale Bewegungen des Schwingtisches im Falle von Prüfstandmessungen verstanden werden, da der Prüfstand nur in der Lage ist, eine translatorische Anregung zur Verfügung zu stellen. Um einen Anregungssweep mit konstanten Beschleunigungsamplituden zu erzeugen (siehe Abbildung 2.5) (Klunder, 2007), wird sowohl die Amplitude, als auch die Frequenzänderung der Anregung gesteuert. Wie die Kennlinie in Abbildung 2.5 oben zeigt, wird dafür die Anregungsfrequenz von 25 Hz bis 500 Hz innerhalb von 50 s linear erhöht. Die untere Kennlinie in Abbildung 2.5 stellt die Abhängigkeit der Beschleunigung von der Zeit dar. Dabei ist auffällig, dass die Beschleunigungsamplitude der Anregung keine Konstante, sondern eine von dem untersuchten Kupplungssystem abhängige Variable ist. Dies lässt sich dadurch erklären, dass eine Rückwirkung des Kupplungssystems auf den Schwingtisch entsteht, die seitens des Prüfstandes nicht ausgeglichen werden kann.

Um die Schwingungen der Bauteile des Kupplungssystems zu erfassen, werden Sensoren installiert, die eine translatorische Beschleunigung in einer vordefinierten Richtung messen lassen. Das führt dazu, dass mehrere Sensoren eingesetzt werden müssen, um die Beschleunigungen in unterschiedlichen Richtungen zu ermitteln. Ein bezeichnendes Beispiel dafür ist die Messung der Beschleunigungen der Anpressplatte, die mit den aufgestellten Sensoren in Abbildung 2.6 dargestellt wird. Es ist zu erkennen, dass die Beschleunigungsaufnehmer neben den Nietbohrungen montiert werden, um die Beschleunigungen der drei Punkte, die zur Anpressplatte gehören, in axialer Richtung zu erfassen.





**Abbildung 2.5**  
Anregung des Prüfstandes



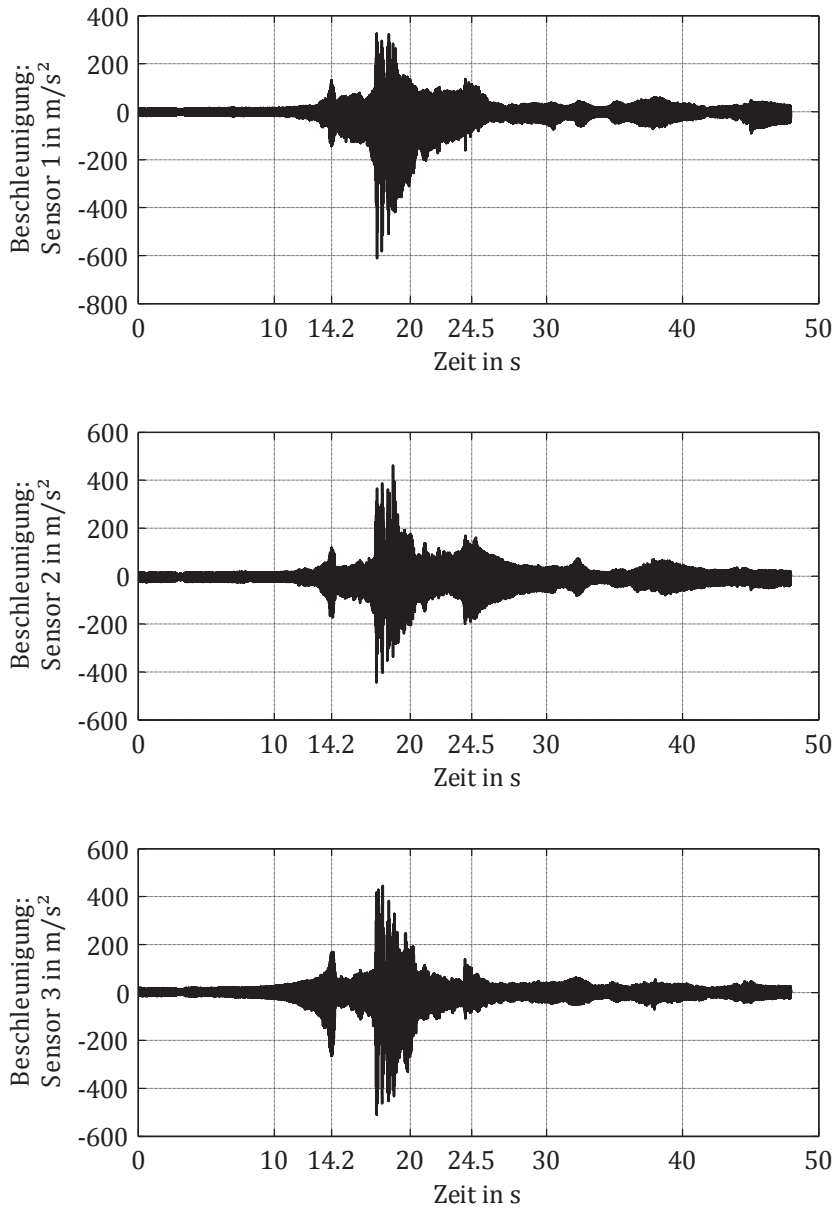
**Abbildung 2.6**

Anpressplatte mit den aufgestellten Sensoren

In Abbildung 2.7 (Klüber, 2007) werden die Signale der obengenannten Beschleunigungssensoren dargestellt, die die unterschiedlichen Beschleunigungsverläufe zur Verfügung stellen:

- bei 14.2 s zeigt der Sensor 3 die größte Beschleunigungsamplitude,
- bei 24.5 s hat der Sensor 2 den größten Beschleunigungswert.

Daraus folgt, dass sowohl Axial- als auch Kippbewegungen der Anpressplatte im Kupplungssystem hervorgerufen werden, obwohl der Prüfstand die rein axiale Anregung erzeugt. Darüber hinaus weisen Signale aller Beschleunigungssensoren unsymmetrische Verläufe auf, was auf eine starke Nichtlinearität des Kupplungssystems hindeutet.



**Abbildung 2.7**

Beschleunigung der Anpressplatte: gemessene Signale

Um einzelne Komponenten der Bewegungen von Anpressplatte zu analysieren, werden die Signale nach der Messung gefiltert und ausgewertet. Dabei werden folgende Annahmen getroffen:

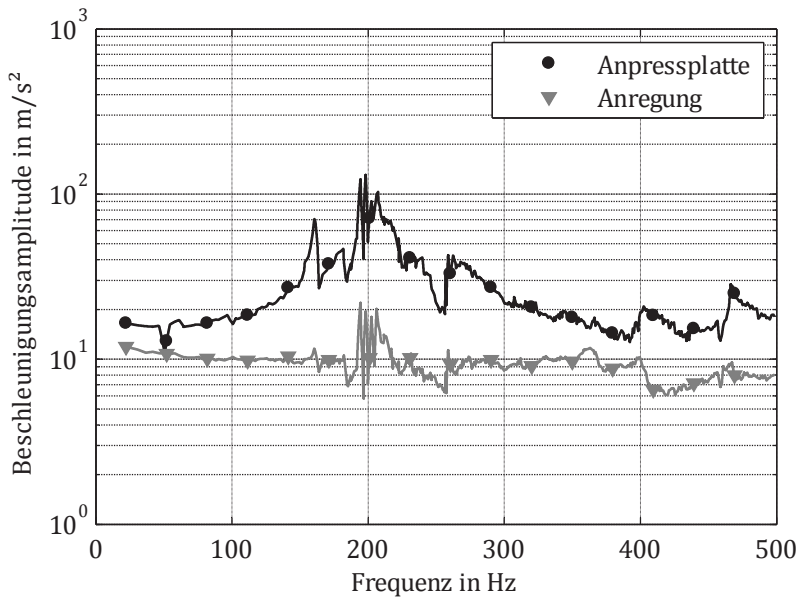
- Die Anpressplatte verhält sich wie ein Starrkörper.
- Die radialen Verschiebungen und Rotation der Anpressplatte sind vernachlässigbar klein.

Unter Berücksichtigung der obengenannten Annahmen werden die Axial- und Kippanteile der Beschleunigungen der Anpressplatte ermittelt, die einerseits zur messtechnischen Untersuchung des Trennproblems, andererseits zur Validierung der analytischen bzw. MKS-Modelle verwendet werden können. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass zu der messtechnischen Untersuchung auch eine Analyse der Messwerte gehört, die mit großer Wahrscheinlichkeit auf die Entstehung des Trennproblems im Kupplungssystem deuten können. Dazu zählen unter Umständen die Frequenzen und Amplituden der lokalen Maxima der axialen Anpressplattenbeschleunigung, die in Abbildung 2.8 (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009) dargestellt werden. Es ist zu erkennen, dass es im untersuchten Kupplungssystem einige lokale Maxima gibt:

- das erste Maximum wurde bei 160 Hz gemessen. In diesem Fall weist die Anpressplatte einen Wert der axialen Beschleunigungsamplituden von  $70 \text{ m/s}^2$  auf.
- das zweite Maximum bei 200 Hz hat eine axiale Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte von  $130 \text{ m/s}^2$ .
- das dritte Maximum bei 260 Hz zeigt eine axiale Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte von  $42 \text{ m/s}^2$ .

Um einen für die Untersuchung des Trennproblems relevanten Frequenzbereich zu ermitteln, muss ein Verbrennungsmotor spezifiziert werden. In diesem Fall wurde das Kupplungssystem für einen Vierzylinder-Benziner ausgelegt.

Dies deutet darauf hin, dass die Anregungen der zweiten Motorordnung im Fahrzeug stark ausgeprägt sind. Daraus folgt, dass der relevante Frequenzbereich bis auf 200 Hz reduziert werden kann.



**Abbildung 2.8**

Beschleunigung der Anpressplatte und der Anregung: ausgewertete Signale

Zusammengefasst bedeutet dies, dass das untersuchte Kupplungssystem zwei potenzielle Problemstellen aufweist, die im relevanten Frequenzbereich sind, nämlich: bei 160 und 200 Hz. Darüber hinaus zeigt die Anpressplatte bei 160 Hz sowohl Axial- als auch ausgeprägte Kippbewegungen.



### 3 Analytische Untersuchung des Trennproblems

Obwohl die statischen (siehe Abbildung 1.3) und dynamischen (siehe Abbildung 2.7) Messungen darauf hinweisen, dass eine Menge unterschiedlicher Nichtlinearitäten im Kupplungssystem vorhanden sind, werden nur wesentliche davon im Rahmen der analytischen Untersuchung berücksichtigt, um die Dynamik des Kupplungssystems zu analysieren.

Darüber hinaus wurden die Messergebnisse in Kapitel 2.2 aufgeführt, die darauf hindeuten, dass nicht nur Axial-, sondern auch Kippschwingungen der Anpressplatte sogar bei rein axialer Anregung seitens des Prüfstandes im Kupplungssystem hervorgerufen werden. Außerdem, wie in Kapitel 2.1 erläutert wurde, weist die Anregungsquelle im Fahrzeug – die Kurbelwelle – sowohl Axial- als auch Kippbewegungen auf. Die beiden Tatsachen führen dazu, dass Kippschwingungen der Komponenten des Kupplungssystems im Fahrzeug angeregt werden. Trotzdem wird eine Untersuchung der rein axialen Schwingungen innerhalb des Kupplungssystems im Rahmen der analytischen Betrachtung durchgeführt.

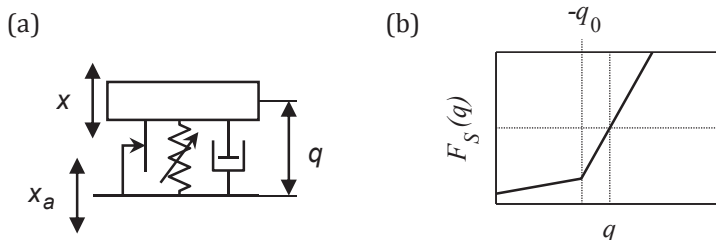
Die beiden Vereinfachungen ermöglichen die analytische Untersuchung des Trennproblems durchzuführen, um die für dessen Entstehung bedeutsamsten Effekte zu erfassen.

## 3.1 Analyse eines vorgespannten Systems mittels der Methode der harmonischen Balance

### 3.1.1 Aufgabestellung

Um ein möglichst einfaches Modell zu erstellen, wird angenommen, dass die Anpressplatte und das Schwungrad als Starrkörper betrachtet werden können. Dabei ist zu berücksichtigen, dass diese Annahme begründet ist, weil die Eigenfrequenzen der Anpressplatte oder des Schwungrades, die mit Hilfe einer FE-Rechnung der einzelnen Bauteile ermittelt wurden, deutlich oberhalb des relevanten Frequenzbereiches liegen.

Da das Schwungrad während der Prüfstandmessungen mit dem Schwingtisch verbunden ist, ist es nötig nur die Schwingungen der Anpressplatte zu ermitteln, um die Änderung des Abstands zwischen der Anpressplatte und dem Schwungrad zu berechnen, der auf eine mögliche Entstehung des Trennproblems hinweisen kann. Das bedeutet, dass ein Modell mit einem einzigen Freiheitsgrad (siehe Abbildung 3.1 (a)) für eine einfachste analytische Betrachtung des dynamischen Verhaltens des Kupplungssystems eingesetzt werden kann.



**Abbildung 3.1**

Modell für eine einfachste analytische Betrachtung



Außer einem Starrkörper mit der Masse  $m$  weist das obengenannte Modell eine nichtlineare Feder  $F_S$  auf, deren Kraft-Verformungs-Kennlinie in Abbildung 3.1 (b) dargestellt ist. Es ist zu erkennen, dass die Kennlinie zweistufig und unsymmetrisch ist. Dies lässt sich folgendermaßen erklären:

- falls sich die Anpressplatte in Richtung des Deckels bewegt (in Abbildung 3.1 (b) positive Verformungsrichtung der Feder), wirken alle Federn des Kupplungssystems ausschließlich der Kupplungsscheibe. Dadurch ist die Steifigkeit  $c_K$  dieser Kennlinienstufe groß.
- bei einer Bewegung der Anpressplatte in Gegenrichtung bleibt die Steifigkeit des Kupplungssystems zunächst auch groß. Aber wenn sich die Anpressplatte noch weiter in Richtung des Schwungrades verschiebt, geht der Kontakt zwischen der Anpressplatte und der Tellerfeder verloren<sup>18</sup>. Dies führt dazu, dass sich die Steifigkeit des Systems sprunghaft ändert, weil nur die Blattfedern mit der Steifigkeit  $c_B$  bei der weiteren Bewegung der Anpressplatte belastet werden.

Darüber hinaus hat dieses Modell auch eine Reibstelle  $F_C$ , einen linearen Dämpfer  $F_D$  und eine Anregung, die als vorgegebene Schwingungen des Schwingtisches  $x_E$  ins System eingeleitet wird. Daraus folgt die Gleichung für das Modell:

$$m\ddot{x} = -F_D(\dot{q}) + F_C(\dot{q}) - F_S(q), \quad (3.1)$$

mit

$$F_D(\dot{q}) = b\dot{q},$$

$$F_C(\dot{q}) = -\mu F_N \frac{\dot{q}}{|\dot{q}|},$$

$$F_S(q) = c_K q + (c_K - c_B)(-q_0 - q)H(q), \quad H(q) = \begin{cases} 0, & q \geq q_0 \\ 1, & q < q_0 \end{cases}.$$

---

<sup>18</sup>Die Verformung der nichtlinearen Feder, die dem Kontaktverlust zwischen der Tellerfeder und der Anpressplatte entspricht, wird mit  $q_0$  in Abbildung 3.1 (b) gekennzeichnet.

### 3.1.2 Begründung der gewählten Methode

In Kapitel 1.5 wurden mehrere Verfahren erwähnt, die für die analytische Untersuchung des Trennproblems eingesetzt werden können. Dazu zählt unter anderem auch die Methode der harmonischen Balance, die zur Betrachtung des in Abbildung 3.1 (a) dargestellten Modells gewählt wurde (Tikhomolov & Fidlin, 2011). Der Hauptgrund dafür besteht darin, dass diese Methode im Unterschied zum Verfahren der Mittelwertbildung eine Möglichkeit bietet, Systeme mit starker Nichtlinearität zu untersuchen. Das bedeutet, dass es nicht zwingend notwendig ist, die nichtlinearen Terme der Gleichung zu begrenzen.

Als weiterer Vorteil dient auch der relativ geringe Schwierigkeitsgrad der Methode der harmonischen Balance bei der Suche nach der Lösung, die nur aus einer konstanten Komponente und der ersten Harmonischen besteht. Diese Vereinfachung wird unter der Annahme durchgeführt, dass die höheren Harmonischen eine untergeordnete Rolle spielen und deswegen vernachlässigt werden können. Dies führt offensichtlich dazu, dass dadurch nur eine grobe Näherungslösung gefunden werden kann (Hagedorn, 1978), (Ineichen, 2013).

Zusammengefasst bedeutet dies, dass die Methode der harmonischen Balance eingesetzt wird, um eine qualitative Vorstellung über das Verhalten des sehr stark vereinfachten Modells zu erhalten.

### 3.1.3 Vorgehensweise. Theoretische Untersuchung eines vorgespanntes Systems

Die Analyse des kinematisch angeregten Systems mit Vorspannung wird in den relativen Koordinaten durchgeführt. Dafür wird ein Zusammenhang zwischen der absoluten  $x$  und relativen  $q$  Koordinaten eingesetzt:

$$x = x_E + q . \tag{3.2}$$

Aus (3.1) und (3.2) folgt dann eine Gleichung in relativen Koordinaten für das in Abbildung 3.1 (a) dargestellte System:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + \mu F_N \frac{\dot{q}}{|q|} + c_K q + (c_K - c_B)(-q_0 - q)H(q) = -m\ddot{x}_E. \quad (3.3)$$

Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass unter kinematischer Anregung die harmonische Bewegung des Unterbaus mit konstanter Beschleunigungsamplitude verstanden wird:

$$x_E = \frac{a_E}{\omega^2} \cos(\omega t). \quad (3.4)$$

Das führt dazu, dass sich die rechte Seite der Gleichung (3.3) durch Einsetzen von (3.4) in (3.3) zu:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + \mu F_N \frac{\dot{q}}{|q|} + c_K q + (c_K - c_B)(-q_0 - q)H(q) = m a_E \cos(\omega t). \quad (3.5)$$

ergibt. Anschließend wird die Gleichung (3.5) in dimensionsloser Form dargestellt:

$$z'' + \beta z' + \rho \frac{z'}{|z'|} + z + \eta(-1 - z)H(z) = \xi \cos(\kappa \tau), \quad (3.6)$$

mit

$$\beta = \frac{b}{mk_K}, \quad \rho = \frac{\mu F_N}{mq_0 k_K^2}, \quad \eta = 1 - \frac{c_B}{c_K}, \quad \xi = \frac{a_E}{q_0 k_K^2}, \quad \kappa = \frac{\omega}{k_K},$$

$$z = \frac{q}{q_0}, \quad \tau = k_K t, \quad k_K^2 = \frac{c_K}{m}, \quad H(z) = \begin{cases} 0, & z \geq -1 \\ 1, & z < -1 \end{cases}.$$

Wie in Kapitel 1.5.1 und Kapitel 3.1.2 erklärt wurde, wird angenommen, dass unter

$$z = z_m + z_a \cos(\kappa \tau + \varphi), \quad (3.7)$$

eine brauchbare Lösung der Gleichung (3.6) verstanden werden kann, wobei mit  $\varphi$  eine Phasenverschiebung zwischen der Bewegung des Körpers und der Anregung bezeichnet wird.

Mit (1.1), (1.4) und (3.7) aus (3.6) wird eine Gleichung erstellt, die sowohl die konstanten Terme, als auch die Terme der ersten Harmonische, nämlich:  $\cos(\kappa\tau)$  und  $\sin(\kappa\tau)$ , hat<sup>19</sup>:

$$-z_a\kappa^2 \cos(\kappa\tau) + C_0 + C_1 \cos(\kappa\tau) + D_1 \sin(\kappa\tau) = \xi \cos(\kappa\tau - \varphi), \quad (3.8)$$

mit

$$C_0(z_m, z_a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a\kappa \cos(\psi)) d\psi,$$

$$C_1(z_m, z_a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a\kappa \cos(\psi)) \cos(\psi) d\psi,$$

$$D_1(z_m, z_a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a\kappa \cos(\psi)) \sin(\psi) d\psi,$$

und

$$C(z, z') = \beta z' + \rho \frac{z'}{|z'|} + z + \eta(-1 - z)H(z).$$

Um die Unbekannten zu bestimmen, wird ein Gleichungssystem basierend auf (3.8) erzeugt. Dafür wird diese Gleichung auf die Basisfunktionen (Konstante,  $\cos(\kappa\tau)$ ,  $\sin(\kappa\tau)$ ) projiziert:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a\kappa \cos(\psi)) d\psi = 0, \\ & -z_a\kappa^2 + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a\kappa \cos(\psi)) \cos(\psi) d\psi = \xi \cos(\varphi), \quad (3.9) \\ & \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a\kappa \cos(\psi)) \sin(\psi) d\psi = \xi \sin(\varphi). \end{aligned}$$

---

<sup>19</sup> In diesem Fall wird die Phasenverschiebung  $\varphi$  in Definition der Anregungskraft in der rechte Seite der Gleichung berücksichtigt.

Die erste Gleichung von (3.9)

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \beta z' + \rho \frac{z'}{|z'|} + z + \eta(-1-z)H(-1-z) \right) d\psi = 0 \quad (3.10)$$

lässt sich dadurch vereinfachen, dass

$$\int_0^{2\pi} \left( \beta z' + \rho \frac{z'}{|z'|} \right) d\psi = 0. \quad (3.11)$$

Dies führt dazu, dass diese Gleichung wie folgt dargestellt werden kann:

$$I_{11} + I_{12} = 0, \quad (3.12)$$

mit

$$I_{11} = \int_0^{2\pi} (z_m + z_a \cos(\psi)) d\psi,$$

$$I_{12} = \int_{\arccos\left(\frac{-1-z_m}{z_a}\right)}^{2\pi - \arccos\left(\frac{-1-z_m}{z_a}\right)} \eta(-1 - z_m - z_a \cos(\psi)) d\psi.$$

Daraus folgt

$$\pi z_m + \eta z_a \sqrt{\frac{z_a^2 - (1+z_m)^2}{z_a^2}} - \eta \arccos\left(\frac{1+z_m}{z_a}\right) (1+z_m) = 0. \quad (3.13)$$

Um die zweite Gleichung von (3.9) zu vereinfachen, wird berücksichtigt, dass

$$\int_0^{2\pi} \left( \beta z' + \rho \frac{z'}{|z'|} \right) \cos(\psi) d\psi = 0 \quad (3.14)$$

gilt. Das bedeutet, dass das Integral in der zweiten Gleichung folgendermaßen dargestellt werden kann:

$$\int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a \kappa \cos(\psi)) \cos(\psi) d\psi = I_{21} + I_{22}, \quad (3.15)$$

mit

$$I_{21} = \int_0^{2\pi} (z_m + z_a \cos(\psi)) \cos(\psi) d\psi d\psi,$$

$$I_{22} = \int_{\arccos\left(\frac{-1-z_m}{z_a}\right)}^{2\pi - \arccos\left(\frac{-1-z_m}{z_a}\right)} \eta(-1 - z_m - z_a \cos(\psi)) \cos(\psi) d\psi d\psi.$$

Durch Einsetzen von (3.14) und (3.15) gestaltet sich die zweite Gleichung von (3.9) in der folgenden Form:

$$-z_a \kappa^2 + \frac{1}{\pi} I_2 = \xi \cos(\varphi), \quad (3.16)$$

mit

$$I_2 = \left( \eta(1 + z_m) \sqrt{\frac{z_a^2 - (1 + z_m)^2}{z_a^2}} + z_a \left( \pi - \eta \arccos\left(\frac{1 + z_m}{z_a}\right) \right) \right).$$

Anschließend wird die dritte Gleichung von (3.9) vereinfacht. Dafür wird folgende Beziehung berücksichtigt:

$$\int_0^{2\pi} (\eta(-1 - z)H(-1 - z)) \sin(\psi) d\psi = 0. \quad (3.17)$$

Daraus folgt:

$$\int_0^{2\pi} C(z_m + z_a \cos(\psi), -z_a \kappa \cos(\psi)) \sin(\psi) d\psi = -4\rho - \beta z_a \kappa \pi. \quad (3.18)$$

Unter Berücksichtigung von (3.18) wird die dritte Gleichung von (3.9) wie folgt aussehen:

$$-\frac{4\rho}{\pi} - \beta z_a \kappa = \xi \sin(\varphi). \quad (3.19)$$

Zusammengefasst bedeutet dies, dass die Gleichungen (3.13), (3.16) und (3.19) gelöst werden müssen, um die Mittelwertverschiebung  $z_m$ , Amplitude  $z_a$ , und Phase  $\varphi$  der Bewegung der Körper relativ zum angeregten Unterbau zu ermitteln.

### 3.1.4 Ergebnisse und Diskussion

Laut der Aufgabenstellung (siehe Kapitel 3.1.1), um die Verklemmung der Kupplungsscheibe nachzuweisen, wird die relative Bewegung des Körpers  $q$  eingesetzt, die in diesem Fall eine zulässige Grenze überschreiten soll <sup>20</sup>. In Abbildung 3.2 wird diese Bewegung mittels der Kennlinien dargestellt, die sowohl die Schwingungsbreite, als auch die Verschiebung des Mittelwerts der Schwingungen des Körpers relativ zur beweglichen Unterlage kennzeichnen.

Bei der Betrachtung der Abbildung 3.2 können einige Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Im Frequenzbereich oberhalb von 200 Hz existiert nur eine Lösung (siehe Abbildung 3.2 oben), die verhältnismäßig kleine Amplitude der relativen Schwingungen des Körpers aufweist. Außerdem ist der Mittelwert der relativen Schwingungen gleich 0. In diesem Fall führt dies dazu, dass sich die relative Schwingungsbreite des Körpers im zulässigen Bereich befindet.

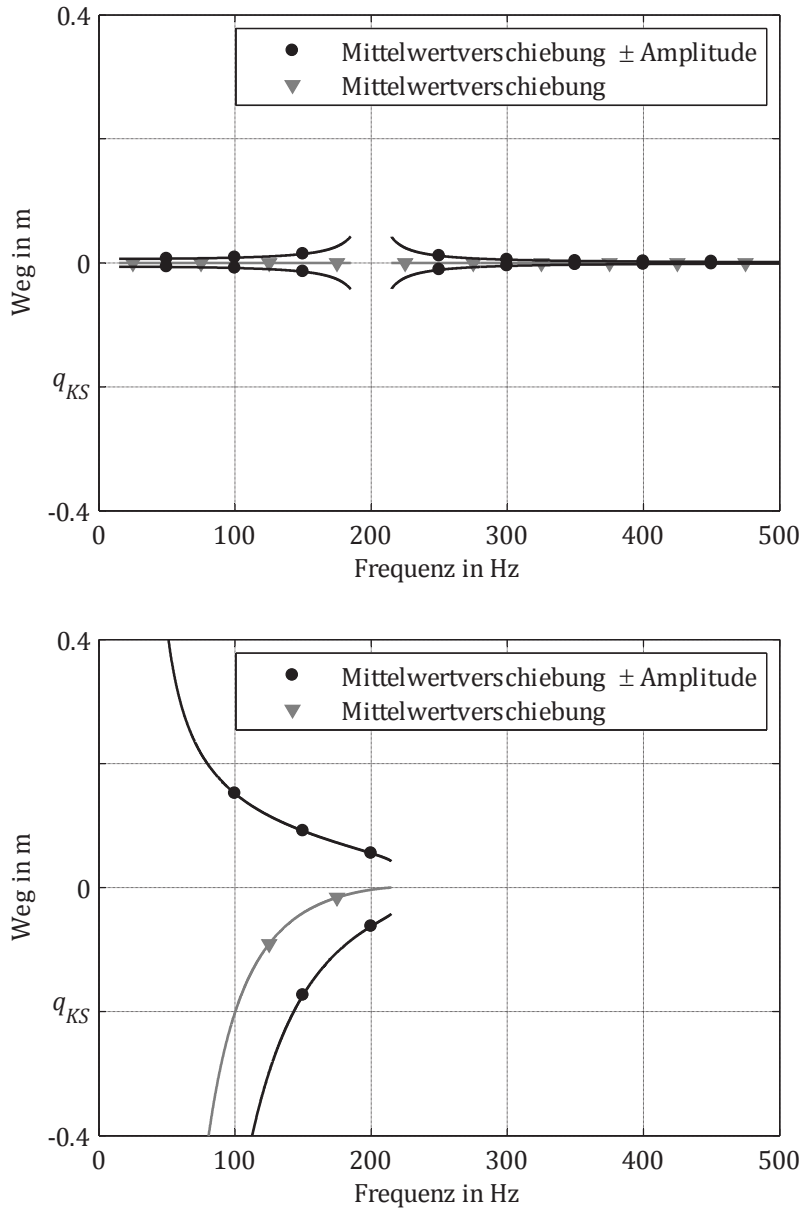
---

<sup>20</sup> In diesem Fall befindet sich der zulässige Bereich oberhalb von  $q_{KS}$  (siehe Abbildung 3.2).

- Im Frequenzbereich unterhalb von 200 Hz stehen zwei Lösungen zur Verfügung:
- Schwingungen des Körpers, bei denen der Kontakt zwischen Tellerfeder und Anpressplatte erhalten bleibt, entsprechen der ersten Lösung, die dadurch gekennzeichnet ist, dass sowohl die Amplitude der Schwingungen vergleichsweise klein ist, als auch der dazugehörige Mittelwert gleich 0 ist (siehe Abbildung 3.2 oben). Das führt in diesem Fall dazu, dass die Bewegungen des Körpers im zulässigen Bereich stattfinden.
- Die zweite Lösung entspricht dem zeitweisen Kontaktverlust zwischen der Tellerfeder und der Anpressplatte. Diese Schwingungen verfügen einerseits über eine sehr große Amplitude, andererseits über einen Mittelwert, der von der Anregungsfrequenz abhängig ist (siehe Abbildung 3.2 unten). Daraus folgen die unsymmetrischen Bewegungen des Körpers, die in Richtung der Kupplungsscheibe verschoben werden. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die untere Einhüllende (siehe Abbildung 3.2 unten: Mittelwertverschiebung  $\pm$  Amplitude) die Grenze des zulässigen Bereichs  $q_{KS}$  überschreitet. Das deutet darauf hin, dass die Kupplungsscheibe zwischen der Anpressplatte und dem Schwungrad zusammengepresst wird, und lässt sich als Trennproblem interpretieren.

Zusammenfassend hat sich herausgestellt, dass der Kontaktverlust zwischen Tellerfeder und Anpressplatte zu unsymmetrischen Schwingungen mit großer Amplitude im Frequenzbereich bis 200 Hz führt und das Trennproblem verursacht.





**Abbildung 3.2**

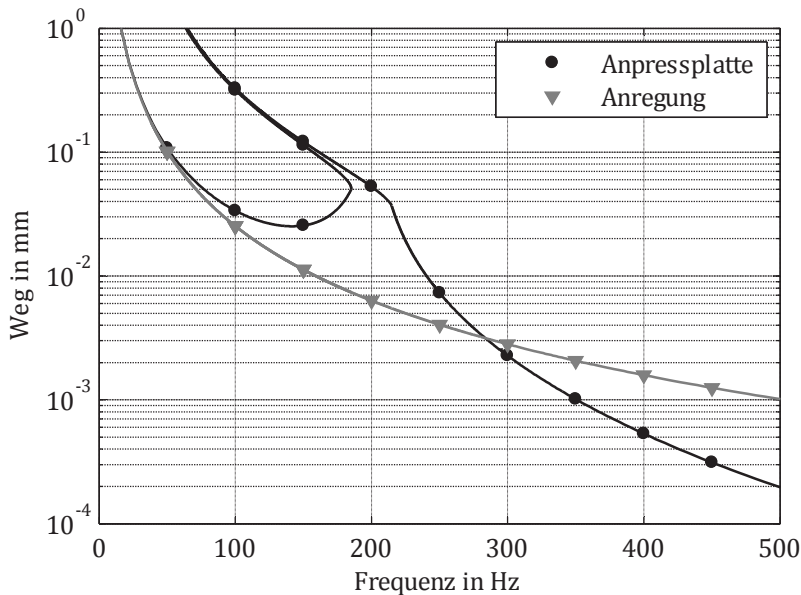
Schwingungsbreite und mittlere Position des Körpers relativ zum angeregten Unterbau

### 3.1.5 Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen. Bestimmung des Gültigkeitsbereichs

Um den Einsatz des in Abbildung 3.1 (a) dargestellten Modells für die analytische Untersuchung des Trennproblems mittels der Methode der harmonischen Balance zu validieren, werden die Berechnungsergebnisse mit den Messergebnissen verglichen.

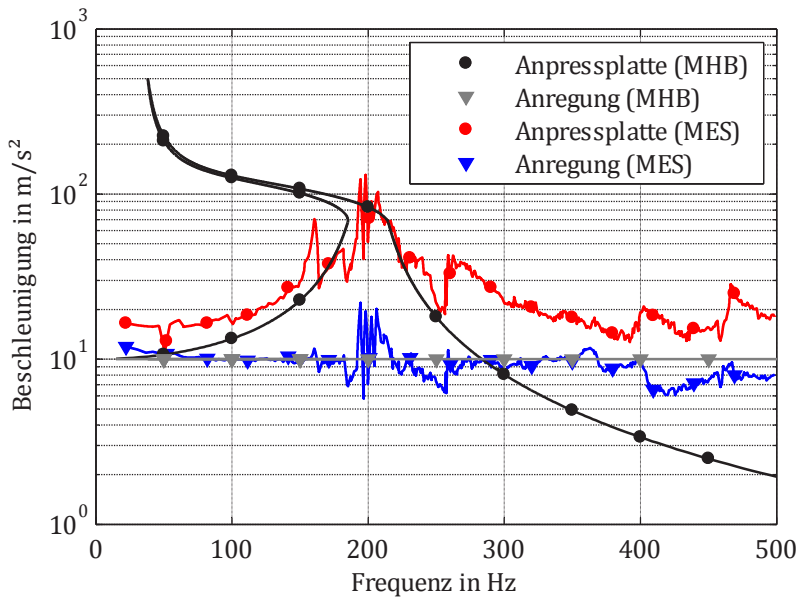
Dafür wird zunächst die Amplitude der Bewegung des Körpers im Inertialsystem ermittelt, deren Frequenzabhängigkeit in Abbildung 3.3 dargestellt ist:

$$x_a = \sqrt{q_a^2 + 2q_a \left(\frac{a_E}{\omega^2}\right) \cos(\varphi) + \left(\frac{a_E}{\omega^2}\right)^2}. \quad (3.20)$$



**Abbildung 3.3**  
Abhängigkeiten der absoluten Bewegungsamplitude von der Frequenz

Anschließend wird die absolute Beschleunigungsamplitude des Körpers (siehe Abbildung 3.4) berechnet, die mit dem ausgewerteten Messergebnis direkt verglichen werden kann.



**Abbildung 3.4**  
Abhängigkeit der absoluten Beschleunigungsamplitude von der Frequenz

Bei der Analyse des Vergleichs ist auffällig, dass obwohl das erste Maximum der gemessenen Kennlinie (siehe Abbildung 3.4, bei 160 Hz, rote Kennlinie) einen Kippanteil aufweist, die mittels harmonischer Balance ermittelte Abhängigkeit (siehe Abbildung 3.4, schwarze Kennlinie) wenigstens einen Hinweis gibt, dass Schwingungen mit großer Amplitude in diesem Frequenzbereich möglich sind, da zwei stabile Lösungen bei 160 Hz zur Verfügung stehen.

Das zweite Maximum (siehe Abbildung 3.4, bei 200 Hz) lässt sich mit Hilfe des gewählten Modells und der Berechnungsmethode sehr gut abbilden. Die gemessene und berechnete Amplitude stimmen miteinander überein.

Außerdem ist zu erkennen, dass dieses Modell nicht in der Lage ist, das dritte Maximum (siehe Abbildung 3.4, bei 260 Hz, rote Kennlinie) zu ermitteln. Dies kann dadurch erklärt werden, dass bei 260 Hz ausgeprägte Kippschwingungen der Anpressplatte gemessen wurden, die nur unter Berücksichtigung der Kippfreiheitsgrade berechnet werden können.

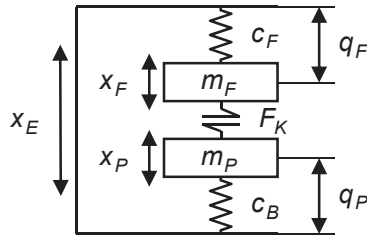
Daraus folgt, dass das in Abbildung 3.1 (a) dargestellte Modell zusammen mit der Methode der harmonischen Balance eine Möglichkeit bietet, die analytische Untersuchung der durch den Kontaktverlust verursachten axialen Schwingungen durchzuführen, die das Trennproblem hervorrufen können. Dies ist aber nur begrenzt aussagekräftig und kann deswegen nicht für eine zuverlässige Bewertung eines realen Systems eingesetzt werden.

## 3.2 Analyse eines eindimensionalen Stoß-Schwingers mittels der Anstückelungsmethode

### 3.2.1 Aufgabestellung

In Kapitel 3.1 wurde gezeigt, dass die Ursache der Entstehung des Trennproblems in den Schwingungen der Anpressplatte besteht, die mittels der Methode der harmonischen Balance nur näherungsweise ermittelt wurden. Um diese Schwingungen, die wegen des Kontaktverlustes zwischen Tellerfeder und Anpressplatte auftreten, exakt abzubilden, wird ein Modell erstellt, das sowohl beide Körper als auch den Kontakt dazwischen aufweist (siehe Abbildung 3.5). Dabei ist zu berücksichtigen, dass unter  $m_F$  und  $m_P$  entsprechend eine redu-

zierte Masse von Tellerfeder und Anpressplatte verstanden werden. Der Kontakt zwischen den beiden Körpern, der mit Hilfe der Kontaktkraft  $F_K$  in Abbildung 3.5 gekennzeichnet wird, wird als absolut starr betrachtet.



**Abbildung 3.5**

Modell des eindimensionalen Stoß-Schwingers

Die beiden Körper sind mittels der linearen Feder  $c_B$  und  $c_F$  mit dem Schwingtisch verbunden. Hierbei ist zu bemerken, dass  $c_B$  die Steifigkeit der Blattfedern des Kupplungssystems ist. Mittels  $c_F$  wird eine *wirksame Feder* gekennzeichnet, die die Steifigkeiten der unterschiedlichen Bauteile des Kupplungssystems beinhaltet. Dazu zählt unter anderem auch die Tellerfeder mit der Steifigkeit, die sowohl die Steifigkeit des Krafrandes als auch die Steifigkeit der Zungen mit der Berücksichtigung des Einflusses des Übersetzungsverhältnisses der Tellerfeder aufweist.

Darüber hinaus, wie in Abbildung 3.5 dargestellt, dient die vorgegebene Bewegung des Schwingtisches  $x_E$  als Anregungsquelle. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die kinematische Anregung in diesem Fall auch harmonisch ist und eine konstante Beschleunigungsamplitude aufweist:

$$x_E = \frac{a_E}{\omega^2} \sin(\omega t). \quad (3.21)$$

Abschließend ist in der Aufgabenstellung anzumerken, dass im Rahmen der analytischen Untersuchung mittels dieses Modells nicht nur die stationären Lösungen in Form der Bewegungen der Körper ermittelt werden müssen, sondern auch die Stabilität der Lösungen analysiert werden muss.

### 3.2.2 Begründung des Einsatzes der Anstückelungsmethode

Um die Aufgabe zu lösen, die im vorherigen Kapitel festgelegt wurde, wird die Anstückelungsmethode verwendet, da diese eine Möglichkeit zur Verfügung stellt, sowohl eine exakte transiente Analyse des Systems mit absolut starrem Anschlag durchzuführen<sup>21</sup>, als auch eine exakte stationäre Lösung für das obengenannte System zu ermitteln.

Jedoch kann die stationäre Lösung nur unter der Annahme gefunden werden, dass die Information über die Bewegungen der Körper des Systems zur Verfügung steht bzw. die qualitativen Verläufe der Zustandsvariablen bekannt sind (Panovko, 1971), (Panovko, 1977). Diese Annahme wird eingesetzt, einerseits um die Anzahl der linearen Abschnitte der periodischen Lösung festzulegen, andererseits um die Bedingungen der Ereignisse zu bestimmen, die die einzelnen linearen Abschnitte miteinander verbinden. Das bedeutet, dass mittels der Anstückelungsmethode nur nach den Lösungen gesucht wird, die den qualitativ vorgegebenen periodischen Bewegungen entsprechen. Daraus folgt ein Nachteil der gewählten Methode zur Auffindung stationärer Lösungen des Modells, der darin besteht, dass nicht alle mögliche Lösungen gefunden werden können, weil nicht alle möglichen qualitativen periodischen Lösungen untersucht werden können.

---

<sup>21</sup> In Kapitel 1.5.3 wurden die Vorgehensweise erläutert, die die Auffindung der transienten Lösungen der stückweise linearen Systeme ermöglicht.

Zu den Vorteilen der Anstückelungsmethode gehört unter anderem auch die Möglichkeit, eine Stabilitätsuntersuchung durchzuführen. Dadurch werden die stabilen periodischen Lösungen des Systems mit dem absolut starren Anschlag ermittelt, die mit den ausgewerteten Ergebnissen der Messungen verglichen werden. Aufgrund dieses Vergleichs kann sowohl dieses Modell des Kupplungssystems validiert werden, als auch der Gültigkeitsbereich des Modells festgestellt werden.

### 3.2.3 Periodische Bewegungen eines eindimensionalen Stoß-Schwingers

Um die periodischen Lösungen des Modells mittels der Anstückelungsmethode zu ermitteln, werden die qualitativen Verläufe der Zustandsvariablen vorgegeben. Wie aus Abbildung 3.6 hervorgeht, wird in diesem Fall nach Lösungen gesucht, die zwei lineare Abschnitte und zwei Ereignisse aufweisen.

Zunächst bewegen sich die beiden Körper unabhängig voneinander (siehe Abbildung 3.6, Phase I). Das führt dazu, dass diese Phase mittels folgender zwei Gleichungen beschrieben werden kann:

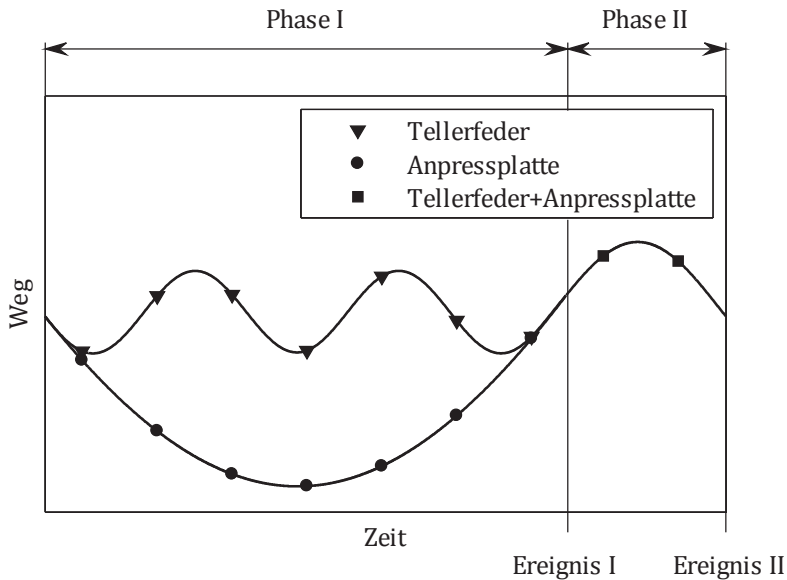
$$\begin{aligned} m_F \ddot{x}_F + c_F q_F &= 0, \\ m_P \ddot{x}_P + c_B (q_P - q_{P0}) &= 0, \end{aligned} \tag{3.22}$$

wobei unter  $q_{P0}$  ein Vorspannweg der Blattfeder verstanden wird.

Zum Zeitpunkt  $t_I$  stoßen die beiden Körper aufeinander (siehe Abbildung 3.6, Ereignis I). Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass der Stoß vollplastisch modelliert wird. Daraus folgen die Zusammenhänge der Zustandsvariablen der Körper vor dem Stoß, die die Wege und Geschwindigkeiten der Körper am Ende der Phase I darstellen, und nach dem Stoß, die den Weg und die Geschwindigkeit des Systems am Anfang der Phase II bestimmen (Akademischer Verein Hütte e.V., 2012), (Appell, 1953):

$$\begin{aligned}x_F(t_I) &= x_P(t_I), & \dot{x}_F(t_I) &= \dot{x}_{FP}(t_I), \\m_S \dot{x}_S(t_I) &= m_F \dot{x}_F(t_I) + m_P \dot{x}_P(t_I),\end{aligned}\tag{3.23}$$

wobei mit  $m_S$  und  $x_S$  entsprechend eine Masse und ein Weg des Systems bezeichnet wird, das aus den kontaktierenden Körper  $m_F$  und  $m_P$  besteht.



**Abbildung 3.6**

Form der gesuchten periodischen Lösung

Nach dem Stoß entsteht ein Kontakt zwischen den Körpern, da die Kontaktkraft größer als Null ist. Dadurch bewegen sich die Körper zusammen (siehe Abbildung 3.6, Phase II). Das bedeutet, dass eine einzige Gleichung eingesetzt werden kann, um die Phase II abzubilden:

$$m_S \ddot{x}_S + c_S (q_S - q_{S0}) = 0.\tag{3.24}$$



Dabei ist zu berücksichtigen, dass  $c_S$  die Steifigkeit einer virtuellen Feder ist, die die Steifigkeiten der beiden linearen Federn  $c_B$  und  $c_F$  beinhaltet. Unter  $q_S$  und  $q_{S0}$  wird entsprechend eine Verformung und eine Anfangsverformung der virtuellen Feder verstanden.

Wenn die Kontaktkraft gleich 0 ist, geht der Kontakt zwischen den Körpern verloren (siehe Abbildung 3.6, Ereignis II). Daraus folgen die Zusammenhänge des zweiten Ereignisses, die sowohl die Bedingungen für die Zustandsvariablen der Körper vor dem Kontaktverlust (am Ende der Phase II) und nach dem Kontaktverlust (am Anfang der Phase I) zur Verfügung stellen, als auch die Bedingungen für die Kraft im Kontakt berücksichtigen:

$$\begin{aligned} x_F(0) &= x_P(0), & x_F(0) &= x_S(T), \\ \dot{x}_F(0) &= \dot{x}_P(0), & \dot{x}_F(0) &= \dot{x}_S(T), \\ F_K(T) &= 0, & \dot{F}_K(T) &< 0 \end{aligned} \tag{3.25}$$

wobei mit  $T$  eine Periode der gesuchten Lösung bezeichnet wird. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass das Kräftegleichgewicht des Körpers  $m_F$  am Ende der Phase II betrachtet werden kann, um die Kontaktkraft zu ermitteln:

$$F_K = m_F \ddot{x}_S + c_F q_S. \tag{3.26}$$

Im Endeffekt führt dies dazu, dass einerseits drei Gleichungen zur Verfügung stehen, die die beiden Phasen beschreiben, andererseits acht Zusammenhänge für zwei Ereignisse ermittelt wurden, die während der Suche nach der periodischen Lösungen berücksichtigt werden müssen.

### 3.2.4 Vorgehensweise. Suche nach den periodischen Lösungen eines Systems zweier kollidierender Körper

Um die periodischen Bewegungen der Körper  $m_F$  und  $m_P$  mit einem einzigen Stoß pro Periode zu ermitteln, die beispielsweise in Abbildung 3.6 gezeigt wurden, müssen Gleichungen (3.22) und (3.24) gelöst werden. Da in diesen Gleichungen sowohl absolute  $x_F, x_P, x_{FP}$ , als auch relative Koordinaten  $q_F, q_P, q_{FP}$  zur Verfügung stehen, werden diese zunächst mittels (3.21) und der Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}x_F &= x_E + q_F, \\x_P &= x_E + q_P, \\x_S &= x_E + q_S\end{aligned}\tag{3.27}$$

in Relativkoordinaten dargestellt:

$$\begin{aligned}m_F \ddot{q}_F + c_F q_F &= m_F a_E \sin(\omega t), \\m_P \ddot{q}_P + c_B (q_P - q_{P0}) &= m_P a_E \sin(\omega t), \\m_S \ddot{q}_S + c_S (q_S - q_{S0}) &= m_S a_E \sin(\omega t).\end{aligned}\tag{3.28}$$

Außerdem werden die Bedingungen für periodische Lösungen<sup>22</sup> (3.23), (3.25) und (3.26) durch Einsetzen von (3.27) in Form von Relativkoordinaten formuliert:

$$\begin{aligned}q_F(t_I) &= q_P(t_I), \quad q_F(t_I) = q_S(t_I), \\m_S \dot{q}_S(t_I) &= m_F \dot{q}_F(t_I) + m_P \dot{q}_P(t_I), \\q_F(0) &= q_P(0), \quad q_F(0) = q_S(T), \\ \dot{q}_F(0) &= \dot{q}_P(0), \quad \dot{q}_F(0) = \dot{q}_S(T), \\m_F \ddot{q}_S(T) + c_F q_S(T) &= m_F a_E \sin(\omega T).\end{aligned}\tag{3.29}$$

---

<sup>22</sup> Darunter werden die acht obengenannten Zusammenhänge der beiden Ereignisse verstanden.

Anschließend können die Gleichung in dimensionsloser Form aus (3.28) abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} z_F'' + \zeta_F^2 z_F &= \zeta_F^2 \sin(\tau + \varphi), \\ z_P'' + \zeta_P^2 (z_P - z_{P0}) &= \zeta_P^2 \sin(\tau + \varphi), \\ z_S'' + \zeta_S^2 (z_S - z_{S0}) &= \zeta_S^2 \sin(\tau + \varphi), \end{aligned} \quad (3.30)$$

mit

$$\begin{aligned} z_F &= \frac{q_F c_F}{m_F a_E}, & z_P &= \frac{q_P c_P}{m_P a_E}, & z_S &= \frac{q_S c_S}{m_S a_E}, \\ \zeta_F^2 &= \frac{c_F}{m_F \omega^2}, & \zeta_P^2 &= \frac{c_P}{m_P \omega^2}, & \zeta_S^2 &= \frac{c_S}{m_S \omega^2}, \\ \tau &= \omega t, & z_{P0} &= \frac{q_{P0} c_P}{m_P a_E}, & z_{S0} &= \frac{q_{S0} c_S}{m_S a_E}. \end{aligned}$$

Die Lösung der Gleichungen (3.30) lautet

$$\begin{aligned} z_F &= c_{F1} \cos(\zeta_F \tau) + c_{F2} \sin(\zeta_F \tau) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \sin(\tau + \varphi), \\ z_P &= c_{P1} \cos(\zeta_P \tau) + c_{P2} \sin(\zeta_P \tau) + \frac{\zeta_P^2}{\zeta_P^2 - 1} \sin(\tau + \varphi) + z_{P0}, \\ z_S &= c_{S1} \cos(\zeta_S \tau) + c_{S2} \sin(\zeta_S \tau) + \frac{\zeta_S^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\tau + \varphi) + z_{S0}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

wobei  $c_{F1}, c_{F2}, c_{P1}, c_{P2}, c_{S1}, c_{S2}$  die verbleibenden Integrationskonstante und  $\varphi$  die unbekannte Phasenverschiebung bezeichnen.

Um die sieben obengenannten Unbekannten zu ermitteln, werden die Bedingungen für periodische Lösungen eingesetzt. Das führt dazu, dass noch eine unbekannte Konstante verbleibt, nämlich  $\tau_I$  – der Zeitpunkt des ersten Ereignisses. Daraus resultierend ergibt sich ein nichtlineares System, das einerseits acht Gleichungen zur Verfügung stellt, andererseits acht Unbekannte aufweist. Unter Berücksichtigung von (3.30) lässt sich dieses Gleichungssystem wie folgt transformieren:

$$\begin{aligned}
 z_F(\tau_I) &= z_P(\tau_I), \\
 z_F(0) &= z_P(0), \\
 z_F(0) &= z_S(2\pi), \\
 z'_F(0) &= z'_P(0), \\
 z'_F(0) &= z'_S(2\pi), \\
 z''_S(2\pi) + \zeta_F^2 z_S(2\pi) &= \zeta_F^2 \sin(\varphi), \\
 z_F(\tau_I) &= z_S(\tau_I), \\
 m_S z'_S(\tau_I) &= m_F z'_F(\tau_I) + m_P z'_P(\tau_I),
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

mit

$$\begin{aligned}
 z_F(\tau_I) &= c_{F1} \cos(\zeta_F \tau_I) + c_{F2} \sin(\zeta_F \tau_I) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \sin(\tau_I + \varphi), \\
 z_P(\tau_I) &= c_{P1} \cos(\zeta_P \tau_I) + c_{P2} \sin(\zeta_P \tau_I) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_P^2 - 1} \sin(\tau_I + \varphi) + z_{P0}, \\
 z_S(\tau_I) &= c_{S1} \cos(\zeta_S \tau_I) + c_{S2} \sin(\zeta_S \tau_I) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\tau_I + \varphi) + z_{S0}, \\
 z'_F(\tau_I) &= -c_{F1} \zeta_F \sin(\zeta_F \tau_I) + c_{F2} \zeta_F \cos(\zeta_F \tau_I) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \cos(\tau_I + \varphi), \\
 z'_P(\tau_I) &= -c_{P1} \zeta_P \sin(\zeta_P \tau_I) + c_{P2} \zeta_P \cos(\zeta_P \tau_I) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_P^2 - 1} \cos(\tau_I + \varphi), \\
 z'_S(\tau_I) &= -c_{S1} \zeta_S \sin(\zeta_S \tau_I) + c_{S2} \zeta_S \cos(\zeta_S \tau_I) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \cos(\tau_I + \varphi), \\
 z_F(0) &= c_{F1} + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \sin(\varphi), \\
 z_P(0) &= c_{P1} + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_P^2 - 1} \sin(\varphi) + z_{P0}, \\
 z_S(2\pi) &= c_{S1} \cos(2\pi \zeta_S) + c_{S2} \sin(2\pi \zeta_S) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\varphi) + z_{S0}, \\
 z'_F(0) &= c_{F2} \zeta_F + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \cos(\varphi),
 \end{aligned}$$

$$z'_P(0) = c_{P2}\zeta_P + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_P^2 - 1} \cos(\varphi),$$

$$z'_S(2\pi) = -c_{S1}\zeta_S \sin(2\pi\zeta_S) + c_{S2}\zeta_S \cos(2\pi\zeta_S) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \cos(\varphi),$$

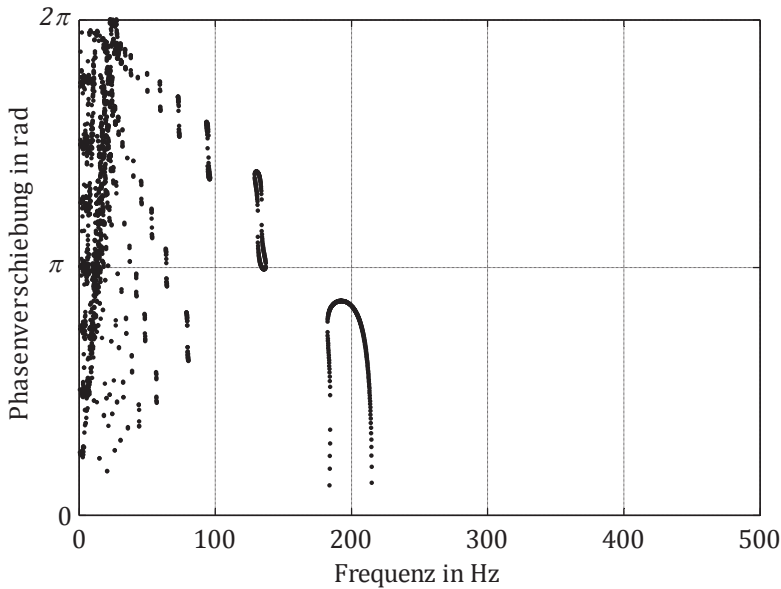
$$z''_S(2\pi) = -c_{S1}\zeta_S^2 \cos(2\pi\zeta_S) - c_{S2}\zeta_S^2 \sin(2\pi\zeta_S) - \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\varphi).$$

Um die Suche nach Lösungen zu vereinfachen, werden zunächst die unbekanntenen Integrationskonstanten in Form von Abhängigkeiten von der Phasenverschiebung  $\varphi$  und dem Zeitpunkt des ersten Ereignisses  $\tau_I$  dargestellt. Dafür werden die erste sechs Bedingungen der periodischen Bewegungen (3.32) eingesetzt. Anschließend werden mittels dieser Abhängigkeiten die Integrationskonstanten in den restlichen zwei Gleichungen ersetzt. Das führt dazu, dass ein reduziertes Gleichungssystem numerisch gelöst werden muss, um alle Unbekannten zu bestimmen.

In Abbildung 3.7 werden die Ergebnisse der numerischen Lösung des reduzierten Gleichungssystems<sup>23</sup> aufgeführt, wobei unter Punkten die einzelnen im untersuchten Frequenzbereich existierenden periodischen Lösungen mit einem einzigen Stoß pro Periode verstanden werden können. Dabei ist auch in Betracht zu ziehen, dass die Anregungsamplitude in diesem Fall gleich  $10 \text{ m/s}^2$  vorgegeben war.

---

<sup>23</sup> Hier werden beispielsweise die Phasenverschiebungen für unterschiedliche Anregungsfrequenzen dargestellt.

**Abbildung 3.7**

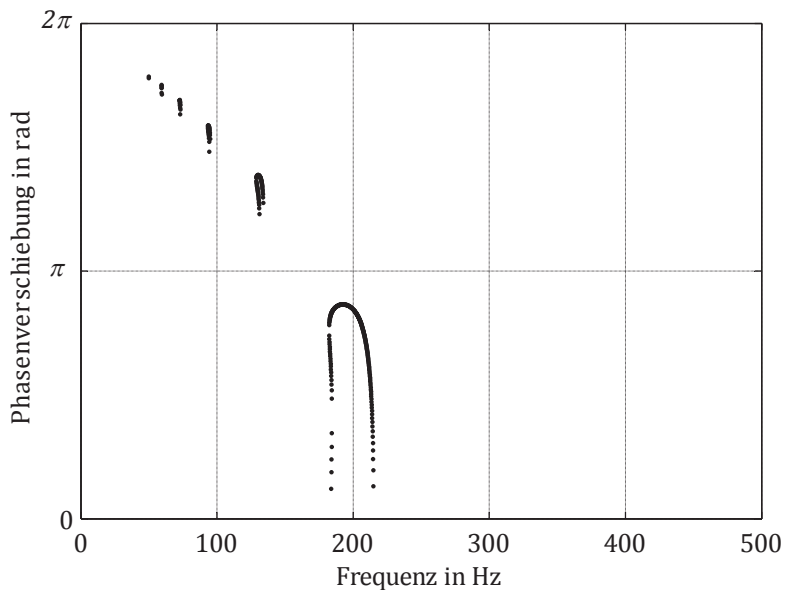
Abhängigkeit der Phasenverschiebung von der Anregungsfrequenz

Es hat sich herausgestellt, dass nicht alle in Abbildung 3.7 dargestellten Lösungen den vordefinierten qualitativen Verläufen (siehe Abbildung 3.6) entsprechen. Die Ursache dafür besteht darin, dass die Bedingungen für periodischen Lösungen (3.39) nicht gewährleisten können, dass einerseits kein Stoß vor Ereignis I auftritt, andererseits kein unerwarteter Kontaktverlust vor Ereignis II entsteht. Um die Lösungen mit den beiden obengenannten Effekten von der folgenden Betrachtung auszuschließen, werden zusätzlichen Bedingungen eingesetzt:

$$\begin{aligned}
 z_F(\tau) &> z_P(\tau), & \text{wenn } 0 < \tau < \tau_I \\
 z_S''(\tau) + \zeta_F^2 z_S(\tau) &> \zeta_F^2 \sin(\tau + \varphi), & \text{wenn } \tau_I < \tau < 2\pi
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

wobei erste Bedingung bedeutet, dass sich die Bahn des Körpers  $m_F$  während der Phase I oberhalb der Bahn des Körpers  $m_P$  befindet. Die zweite Bedingung stellt sicher, dass eine positive Kraft im Kontakt zwischen beiden Körpern zur Verfügung steht.

Durch Einsetzen von (3.33) können zulässige Lösungen mit einem einzigen Stoß pro Periode ermittelt werden (siehe Abbildung 3.8).



**Abbildung 3.8**

Abhängigkeit der Phasenverschiebung von der Anregungsfrequenz (zulässige Lösungen)

Darüber hinaus ist zu beachten, dass die dargestellten Ergebnisse alle mittels Anstückelungsmethode berechneten zulässigen Lösungen zur Verfügung stellen, sowohl stabile als auch instabile.

### 3.2.5 Stabilitätsuntersuchung der ermittelten Lösungen

Um stabile periodische Lösungen zu ermitteln, die einerseits zur Validierung des Modells, andererseits zur Untersuchung des Trennproblems im Kupplungssystem eingesetzt werden können, muss eine Stabilitätsuntersuchung durchgeführt werden<sup>24</sup>.

Die Stabilitätsuntersuchung, die im Rahmen der Arbeit verwendet wird, beruht auf der Floquet Theorie. Dieses Verfahren bezieht sich auf die Analyse der Eigenwerte der Monodromy-Matrix (Nayfeh & Balachandran, 1995), (Ivanov, 1997), die zunächst bestimmt werden muss.

Dafür werden sowohl kleine Störungen der Zustandsvariablen der Körper, nämlich Störung der Positionen der Körper  $\delta_{ZIA}^{(1)}$  und Störung der Geschwindigkeiten der Körper  $\delta_{VIA}^{(1)}$ , als auch kleine Störung der Zeit des Kontaktverlustes  $\delta_{\tau II}^{(1)}$  zu Beginn der Phase I Periode 1 dem System hinzugefügt. Das führt zu den Störungen der Integrationskonstanten der Phase I  $\delta_{CF1}$ ,  $\delta_{CF2}$ ,  $\delta_{CP1}$  und  $\delta_{CP2}$ , die mittels der folgenden Gleichungen ermittelt werden können<sup>25</sup>:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{ZF} &= \Delta_{F1} \cos(\zeta_F \delta_{\tau II}^{(1)}) + \Delta_{F2} \sin(\zeta_F \delta_{\tau II}^{(1)}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \sin(\delta_{\tau II}^{(1)} + \varphi), \\
 \Delta_{VF} &= -\Delta_{F1} \zeta_F \sin(\zeta_F \delta_{\tau II}^{(1)}) + \Delta_{F2} \zeta_F \cos(\zeta_F \delta_{\tau II}^{(1)}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \cos(\delta_{\tau II}^{(1)} + \varphi), \\
 \Delta_{ZP} &= \Delta_{P2} \cos(\zeta_P \delta_{\tau II}^{(1)}) + \Delta_{P2} \sin(\zeta_P \delta_{\tau II}^{(1)}) + \frac{\zeta_P^2}{\zeta_P^2 - 1} \sin(\delta_{\tau II}^{(1)} + \varphi) + z_{P0}, \\
 \Delta_{VP} &= -\Delta_{P1} \zeta_P \sin(\zeta_P \delta_{\tau II}^{(1)}) + \Delta_{P2} \zeta_P \cos(\zeta_P \delta_{\tau II}^{(1)}) + \frac{\zeta_P^2}{\zeta_P^2 - 1} \cos(\delta_{\tau II}^{(1)} + \varphi),
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

<sup>24</sup> Einige Beispiele der Stabilitätsanalyse der periodischen Lösungen sind in (Peterka, 1974), (Peterka & Kotera, 1984) und (Kobrinskii, 1964) angeführt.

<sup>25</sup> Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Zusammenhänge der Störungen hier und im Folgenden mittels der Taylor-Entwicklung linearisiert werden.



mit

$$\begin{aligned}
 \Delta_{ZF} &= z_F(0) + \delta_{ZIA}^{(1)}, & \Delta_{VF} &= z'_F(0) + \delta_{VIA}^{(1)}, \\
 \Delta_{F1} &= c_{F1} + \delta_{CF1}, & \Delta_{F2} &= c_{F2} + \delta_{CF2}, \\
 \Delta_{ZP} &= z_P(0) + \delta_{ZIA}^{(1)}, & \Delta_{VP} &= z'_P(0) + \delta_{VIA}^{(1)}, \\
 \Delta_{P1} &= c_{P1} + \delta_{CP1}, & \Delta_{P2} &= c_{P2} + \delta_{CP2}.
 \end{aligned}$$

Die Störungen der Integrationskonstanten führen dazu, dass der Zeitpunkt des ersten Ereignisses und die Zustandsvariablen am Ende von Phase I auch gestört vorliegen. Um die Störung der Zeit des vollplastischen Stoßes  $\delta_{\tau I}$  zu bestimmen, wird die Bedingung für periodische Lösungen eingesetzt, die unter Berücksichtigung der Störungen der Integrationskonstanten wie folgt transformiert wird:

$$\Delta_{ZF} = \Delta_{ZP}, \quad (3.35)$$

mit

$$\begin{aligned}
 \Delta_{ZF} &= \Delta_{F1} \cos(\zeta_F \Delta_{\tau I}) + \Delta_{F2} \sin(\zeta_F \Delta_{\tau I}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \sin(\Delta_{\tau I} + \varphi), \\
 \Delta_{ZP} &= \Delta_{P1} \cos(\zeta_P \Delta_{\tau I}) + \Delta_{P2} \sin(\zeta_P \Delta_{\tau I}) + \frac{\zeta_P^2}{\zeta_P^2 - 1} \sin(\Delta_{\tau I} + \varphi) + z_{P0},
 \end{aligned}$$

und

$$\Delta_{\tau I} = \tau_I + \delta_{\tau I}.$$

Anschließend können die Störungen der Zustandsvariablen am Ende der Phase I ermittelt werden:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{ZF} &= \Delta_{F1} \cos(\zeta_F \Delta_{\tau I}) + \Delta_{F2} \sin(\zeta_F \Delta_{\tau I}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \sin(\Delta_{\tau I} + \varphi), \\
 \Delta_{VF} &= -\Delta_{F1} \zeta_F \sin(\zeta_F \Delta_{\tau I}) + \Delta_{F2} \zeta_F \cos(\zeta_F \Delta_{\tau I}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_F^2 - 1} \cos(\Delta_{\tau I} + \varphi), \\
 \Delta_{VP} &= -\Delta_{P1} \zeta_P \sin(\zeta_P \Delta_{\tau I}) + \Delta_{P2} \zeta_P \cos(\zeta_P \Delta_{\tau I}) + \frac{\zeta_P^2}{\zeta_P^2 - 1} \cos(\Delta_{\tau I} + \varphi),
 \end{aligned} \quad (3.36)$$

mit

$$\begin{aligned}\Delta_{ZF} &= z_F(\tau_I) + \delta_{ZIE}, \\ \Delta_{VF} &= z'_F(\tau_I) + \delta_{VFIE}, \quad \Delta_{VP} = z'_P(\tau_I) + \delta_{VPIE},\end{aligned}$$

wobei unter  $\delta_{ZIE}$  die Störung der Position der Körper beim Stoß und unter  $\delta_{VFIE}$ ,  $\delta_{VPIE}$  die Störungen der Geschwindigkeiten der Körper vor dem Stoß verstanden werden.

Um die Störung der Geschwindigkeit des Systems am Anfang der Phase II  $\delta_{VIIA}$  zu berechnen, wird der transformierte Zusammenhang der Geschwindigkeiten der Körper vor dem Stoß und nach dem Stoß eingesetzt:

$$m_S \delta_{VIIA} = m_F \delta_{VFIE} + m_P \delta_{VPIE}. \quad (3.37)$$

Jetzt können die Störungen der Zustandsvariablen nach dem Ereignis I für das Auffinden der Störungen der Integrationskonstanten in Phase II verwendet werden:

$$\begin{aligned}\Delta_{ZS} &= \Delta_{S1} \cos(\zeta_S \Delta_{tI}) + \Delta_{S2} \sin(\zeta_S \Delta_{tI}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\Delta_{tI} + \varphi) + z_{S0}, \\ \Delta_{VS} &= -\Delta_{S1} \zeta_S \sin(\zeta_S \Delta_{tI}) + \Delta_{S2} \zeta_S \cos(\zeta_S \Delta_{tI}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \cos(\Delta_{tI} + \varphi),\end{aligned} \quad (3.38)$$

mit

$$\begin{aligned}\Delta_{ZS} &= z_S(\tau_I) + \delta_{ZIE}, \quad \Delta_{VS} = z'_S(\tau_I) + \delta_{VIIA}, \\ \Delta_{S1} &= c_{S1} + \delta_{CS1}, \quad \Delta_{S2} = c_{S2} + \delta_{CS2},\end{aligned}$$

die zur Bestimmung der Störungen der Zustandsvariablen am Ende der Phase II eingesetzt werden können. Dafür ist es auch nötig, die Störung der Zeit des zweiten Ereignisses  $\delta_{tII}$  im Vorfeld zu finden, die mittels der transformierten Bedingung der periodischen Lösungen berechnet werden kann:

$$\Delta_{AS} + \zeta_F^2 \Delta_{ZS} = \zeta_F^2 \sin(\Delta_{tII} + \varphi), \quad (3.39)$$

mit

$$\begin{aligned}\Delta_{AS} &= -\Delta_{S1}\zeta_S^2 \cos(\zeta_S\Delta_{\tau II}) - \Delta_{S2}\zeta_S^2 \sin(\zeta_S\Delta_{\tau II}) - \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\Delta_{\tau II} + \varphi), \\ \Delta_{ZS} &= \Delta_{S1} \cos(\zeta_S\Delta_{\tau II}) + \Delta_{S2} \sin(\zeta_S\Delta_{\tau II}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\Delta_{\tau II} + \varphi) + z_{S0},\end{aligned}$$

und

$$\Delta_{\tau II} = 2\pi + \delta_{\tau II}.$$

Unter Berücksichtigung von (3.38) und (3.39) werden die Störungen der Zustandsvariablen am Ende der Phase II, nämlich die Störung der Position  $\delta_{ZII E}$  und die Störung der Geschwindigkeit beim Kontaktverlust  $\delta_{VII E}$ , ermittelt:

$$\begin{aligned}\Delta_{ZS} &= \Delta_{S1} \cos(\zeta_S\Delta_{\tau II}) + \Delta_{S2} \sin(\zeta_S\Delta_{\tau II}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \sin(\Delta_{\tau II} + \varphi) + z_{S0}, \\ \Delta_{VS} &= -\Delta_{S1}\zeta_S \sin(\zeta_S\Delta_{\tau II}) + \Delta_{S2}\zeta_S \cos(\zeta_S\Delta_{\tau II}) + \frac{\zeta_F^2}{\zeta_S^2 - 1} \cos(\Delta_{\tau II} + \varphi),\end{aligned}\tag{3.40}$$

mit

$$\begin{aligned}\Delta_{ZS} &= z_S(2\pi) + \delta_{ZII E}, \\ \Delta_{VS} &= z'_S(2\pi) + \delta_{VII E},\end{aligned}$$

Die Bedingungen für periodische Lösungen des Ereignisses II führen zu folgenden Zusammenhängen der Störungen:

$$\begin{aligned}\delta_{\tau II} &= \delta_{\tau II}^{(2)}, \\ \delta_{ZII E} &= \delta_{ZIA}^{(2)}, \\ \delta_{VII E} &= \delta_{VIA}^{(2)},\end{aligned}\tag{3.41}$$

wobei unter  $\delta_{\tau II}^{(2)}$  die Störung der Anfangszeit der Phase I Periode 2, unter  $\delta_{ZIA}^{(2)}$  die Störung der Position und unter  $\delta_{VIA}^{(2)}$  die Störung der Geschwindigkeit am Anfang der Phase I Periode 2 verstanden werden.

Im Endeffekt bedeutet dies, dass die Abhängigkeiten der Störungen der benachbarten Periode aus (3.34)-(3.41) abgeleitet werden können. Da die Zusammenhänge der Störungen (3.34)-(3.41) linearisiert wurden, lassen sich die obengenannten Abhängigkeit in Form von Polynomen darstellen, die dementsprechend auch linear bezüglich der Störungen sind:

$$\begin{aligned}\delta_{ZIA}^{(2)} &= m_{11}\delta_{ZIA}^{(1)} + m_{12}\delta_{VIA}^{(1)} + m_{13}\delta_{rII}^{(1)} \\ \delta_{VIA}^{(2)} &= m_{21}\delta_{ZIA}^{(1)} + m_{22}\delta_{VIA}^{(1)} + m_{23}\delta_{rII}^{(1)} \\ \delta_{rII}^{(2)} &= m_{31}\delta_{ZIA}^{(1)} + m_{32}\delta_{VIA}^{(1)} + m_{33}\delta_{rII}^{(1)}\end{aligned}\tag{3.42}$$

oder in Matrixform:

$$\delta^{(2)} = M\delta^{(1)},\tag{3.43}$$

wobei unter  $M$  die sogenannte Monodromy-Matrix, unter  $\delta^{(1)}$  und  $\delta^{(2)}$  die Spaltenmatrizen der Störungen für Periode 1 und 2 entsprechend verstanden werden.

Der nächste Schritt der Stabilitätsuntersuchung der periodischen Lösungen besteht in der Ermittlung der Eigenwerte  $\lambda$  der Monodromy-Matrix mittels

$$\det(M - \lambda E) = 0,\tag{3.44}$$

wobei mit  $E$  die Einheitsmatrix bezeichnet wird.

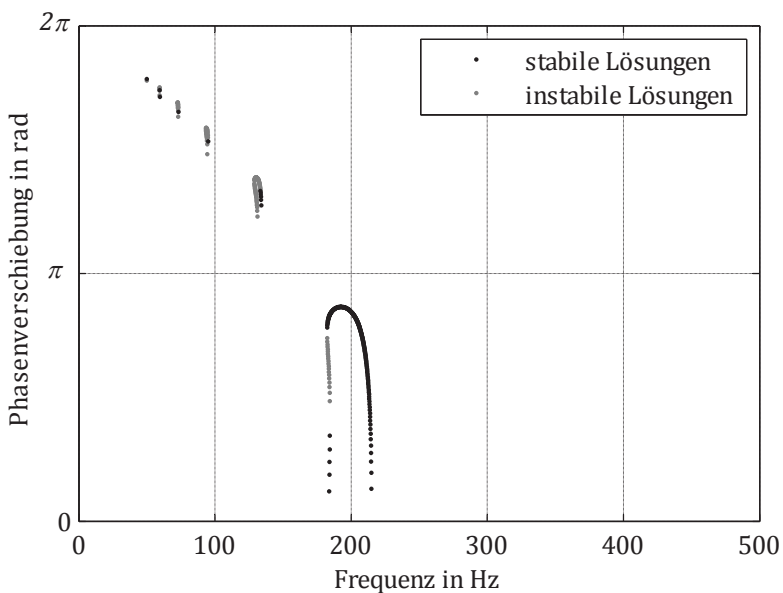
Die Eigenwerte der Monodromy-Matrix werden direkt im Stabilitätskriterium eingesetzt, das in diesem Fall wie folgt lautet:

$$|\lambda_1| < 1, \quad |\lambda_2| < 1, \quad |\lambda_3| < 1.\tag{3.45}$$

Das bedeutet, dass die asymptotisch stabilen periodischen Lösungen dieses Systems über die Eigenwerte der Monodromy-Matrix verfügen, deren absolute Werte kleiner als eins sind.

Aufgrund der oben angeführten Stabilitätsuntersuchung können die in Abbildung 3.8 dargestellten periodischen Lösungen mit einem einzigen Stoß pro Periode in zwei Gruppen unterteilt werden (siehe Abbildung 3.9):

- Zur ersten Gruppe gehören die stabilen Lösungen, die in Abbildung 3.9 mit Hilfe von schwarzen Punkten gekennzeichnet werden. Diese Lösungen werden im Rahmen der weiteren Schritte der analytischen Untersuchung ausgewertet.
- Die zweite Gruppe periodischer Lösungen beinhaltet nur instabile Lösungen, die in Abbildung 3.9 mittels grauer Punkte markiert werden. Da keine dieser Lösungen realisiert werden kann, werden sie hier nicht weiter betrachtet.

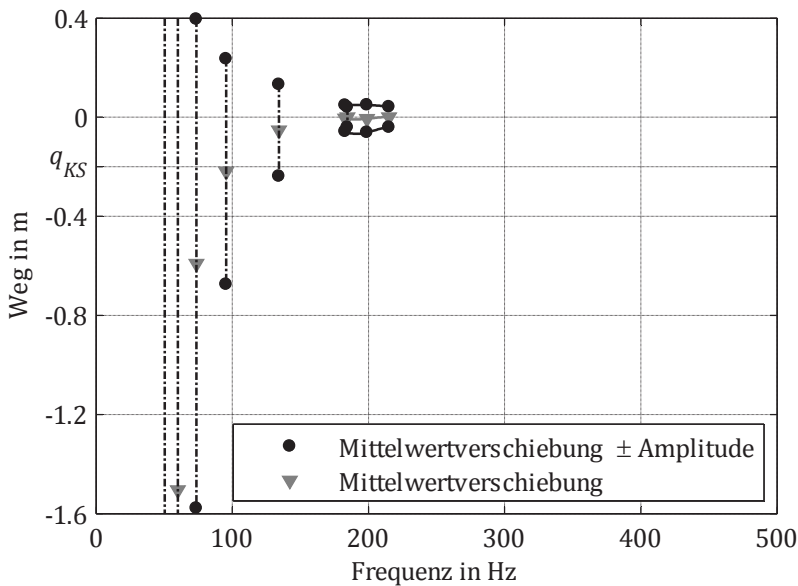


**Abbildung 3.9**

Stabile und instabile periodische Lösungen

### 3.2.6 Auswertung der Ergebnisse

Um die Entstehung des Trennproblems zu erfassen, wird in diesem Fall dieselbe Bedingung wie in Kapitel 3.1.4 eingesetzt, die darin besteht, dass eine Grenze des zulässigen Bewegungsbereiches der Anpressplatte relativ zum Schwungrad überschritten werden muss, um die Kupplungsscheibe zu verklemmen und dadurch das Trennproblem hervorzurufen. Diese Bedingung ist in Abbildung 3.10 grafisch dargestellt, wobei die spezifische Grenze mittels  $q_{KS}$  gekennzeichnet wird<sup>26</sup>.



**Abbildung 3.10**

Schwingungsbreite und mittlere Position der Anpressplatte relativ zum Unterbau

<sup>26</sup> Der zulässige Bewegungsbereich ist oberhalb der Grenze.

Wie aus der Abbildung 3.10 hervorgeht, existieren stabile periodische Bewegungen der Körper mit einem einzigen Stoß pro Periode nur in bestimmten Frequenzbereichen. Dazu zählen einerseits die getrennten relativ engen Frequenzabschnitte, die sich in der Nähe von 50 Hz, 60 Hz, 74 Hz, 95 Hz und 135 Hz befinden, andererseits auch ein relativ breiter Bereich, der zwischen 183 Hz und 215 Hz liegt. Außerdem stehen zwei stabile periodische Lösungen in der Nähe von 185 Hz zur Verfügung, die abhängig von den Anfangswerten der Zustandsvariablen angeregt werden können.

Darüber hinaus folgt aus der Analyse der Abbildung 3.10, dass die Bahn der relativen Bewegungen der Anpresspatte sich immer oberhalb der Grenze befindet, falls die Anregungsfrequenz größer als 150 Hz ist. Das bedeutet, dass ein Luftspalt zwischen der Anpressplatte und der Kupplungsscheibe zur Verfügung steht<sup>27</sup>, der die Momentübertragung durch das Kupplungssystem verhindert.

Im Frequenzbereich von 50 Hz bis 150 Hz existieren fünf potenzielle Problemstellen, nämlich: in der Nähe von 50 Hz, 60 Hz, 74 Hz, 95 Hz und 135 Hz. Dies lässt sich dadurch erkennen, dass die strichpunktierten Linien, die die Schwingungsbreiten der Anpresspatte relativ zum Schwungrad in Abbildung 3.10 darstellen, die obengenannte Grenze überschreiten<sup>28</sup>. Das deutet darauf hin, dass die Kupplungsscheibe seitens des Verbrennungsmotors angetrieben werden kann, da sie zwischen Anpressplatte und Schwungrad zusammengepresst wird.

---

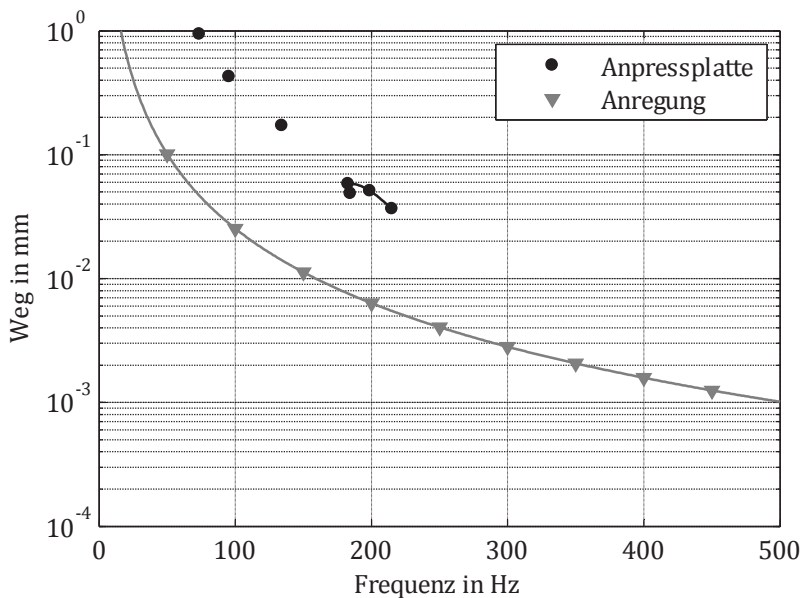
<sup>27</sup> In diesem Fall wird es angenommen, dass die Kupplungsscheibe mit dem Schwungrad kontaktiert, und die Anpressplatte relativ zum Schwungrad rein axial sich bewegt.

<sup>28</sup> Dabei ist es noch zu berücksichtigen, dass die Verformungen der Kupplungsscheibe, die den ersten vier Frequenzbereichen entsprechen, sehr groß sind. Das weist darauf hin, dass die Kupplungsscheibe in diesen Fällen unbedingt betrachtet werden muss, um die Bewegungen der Körper zu ermitteln und dadurch die aussagekräftige Folgerung über die Entstehung des Trennproblems zu ziehen.

### 3.2.7 Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen. Bestimmung des Gültigkeitsbereichs

Da dieses Modell zur Untersuchung der Dynamik des Kupplungssystems und dadurch zur Analyse der Trennproblementstehung eingesetzt wird, müssen die Berechnungsergebnisse, die mittels der Anstückelungsmethode ermittelt wurden, mit den Messergebnissen im Rahmen einer Validierung verglichen werden.

Dafür werden zunächst die absoluten Bewegungsamplituden der Anpressplatte (siehe Abbildung 3.11) für die in Abbildung 3.10 dargestellten Lösungen mit einem einzigen Stoß pro Periode berechnet.



**Abbildung 3.11**

Amplitude der absoluten Bewegung der Anpressplatte

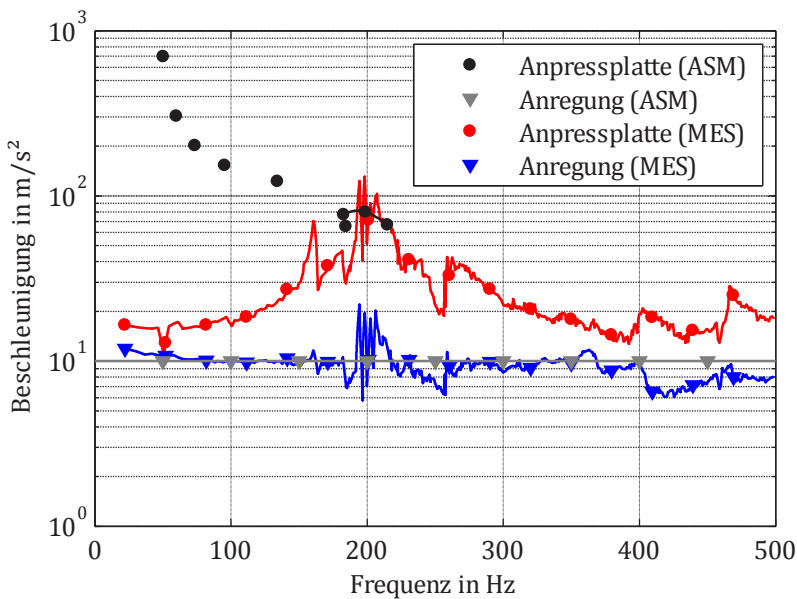


Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die obengenannten Amplituden folgendermaßen bestimmt werden:

$$x_a = \frac{x_{Smax} - x_{Pmin}}{2}, \quad (3.46)$$

wobei unter  $x_{Smax}$  ein maximaler Wert des Weges des Systems mit Kontakt zwischen beiden Körpern und unter  $x_{Pmin}$  ein minimaler Wert des Weges der Anpressplatte innerhalb der Phase I verstanden wird.

Darüber hinaus können die Beschleunigungsamplituden der Anpressplatte für die stabilen periodischen Lösungen mit einem einzigen Stoß pro Periode abgeleitet werden (siehe Abbildung 3.12, schwarze Kennlinie).



**Abbildung 3.12**

Amplitude der absoluten Beschleunigung der Anpressplatte

Die mittels Anstückelungsmethode erfasster Beschleunigungsamplituden werden mit dem ausgewerteten Messeergebnis (siehe Abbildung 3.12, rote und blaue Kennlinien) verglichen. Aus diesem Vergleich folgt:

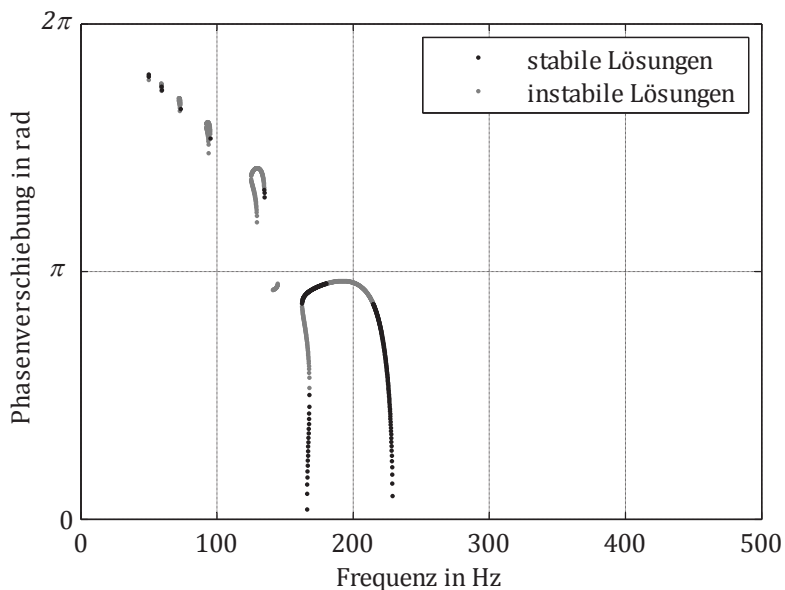
- in der Nähe des ersten gemessenen Maximums der Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte, das sich bei 160 Hz befindet (siehe Abbildung 3.12, rote Kennlinie), gibt es periodische Bewegungen des untersuchten Systems mit großen Amplituden (siehe Abbildung 3.12, bei 135 Hz und 183 Hz, schwarze Kennlinie).
- im Frequenzbereich zwischen 183 Hz und 215 Hz wurden periodische Stoß-Schwingungen ermittelt, die mit dem zweiten gemessenen Maximum übereinstimmen (siehe Abbildung 3.12, bei 200 Hz).
- es gibt keine periodischen Schwingungen mit einem Stoß pro Periode, die dem dritten gemessenen Maximum (siehe Abbildung 3.12, bei 260 Hz, rote Kennlinie) entsprechen.

Die Erklärung dafür besteht darin, dass das erste und dritte Maximum um ausgeprägte Kippbewegung aufweist, die mit Hilfe des axialen Modells nicht abgebildet werden kann.

Darüber hinaus können die mit Hilfe der Anstückelungsmethode berechneten Beschleunigungsamplituden, die in Abbildung 3.12 angeführt sind, mit den mittels der Methode der harmonischen Balance ermittelten Beschleunigungswerten (siehe Abbildung 3.4) verglichen werden. Wie aus diesem Vergleich hervorgeht, stimmen die Ergebnisse der beiden Verfahren überein, da sowohl die Kennlinien der Abhängigkeiten der Beschleunigungsamplitude von der Frequenz in den nichtlinearen Bereichen qualitativ ähnlich sind, als auch die Werte der Beschleunigungsamplituden für die entsprechenden Frequenzen miteinander korrelieren.

### 3.2.8 Periodische Lösungen mit den mehrfachen Stößen

Im Rahmen der Untersuchung der Dynamik des Kupplungssystems hat sich herausgestellt, dass sich das Verhalten des Systems bei Beschleunigungsamplituden der Anregung, die größer als  $10 \text{ m/s}^2$  sind, ändert. Dies kann dadurch festgestellt werden, dass der Frequenzbereich der stabilen periodischen Schwingungen mit einem einzigen Stoß pro Periode, der sich bei  $10 \text{ m/s}^2$  zwischen 183 Hz und 215 Hz befindet (siehe Abbildung 3.9), sich bei  $20 \text{ m/s}^2$  geteilt hat (siehe Abbildung 3.13, erster Abschnitt – von 163 Hz bis 181 Hz, zweiter Abschnitt – von 215 Hz bis 230 Hz). Außerdem entsteht ein Frequenzbereich von 181 Hz bis 215 Hz, in dem Lösungen mit einem einzigen Stoß pro Periode instabil sind.

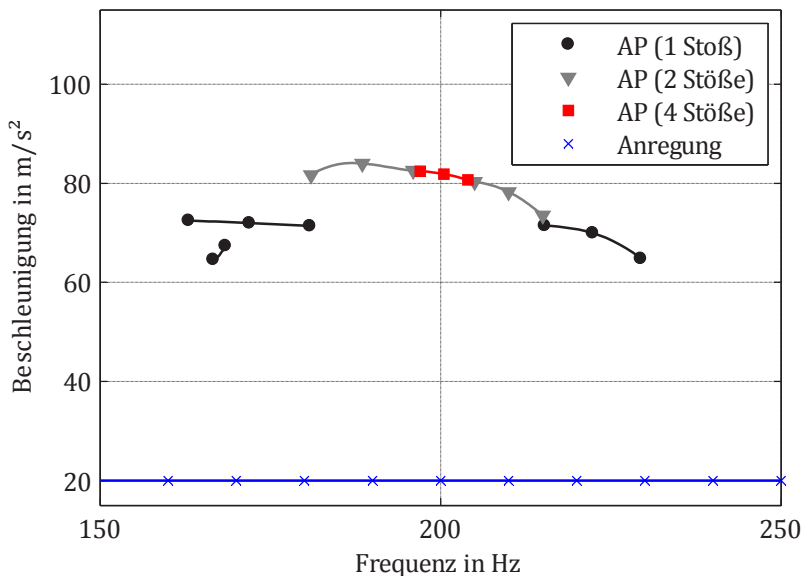


**Abbildung 3.13**

Stabile und instabile periodische Lösungen ( $20 \text{ m/s}^2$  Anregungsamplitude)

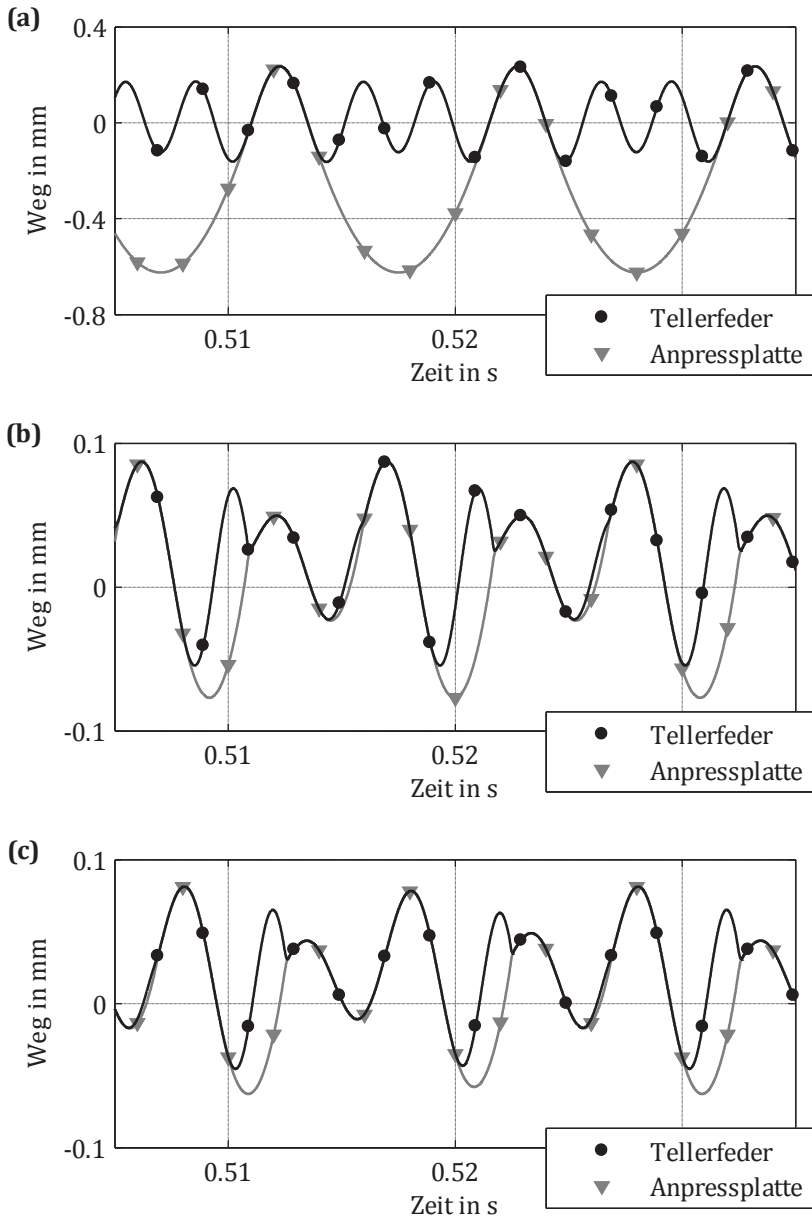
Um diese Auffälligkeit zu analysieren, werden die numerischen Simulationen mittels eines in SimulationX erstellten Modells durchgeführt, das das in Abbildung 3.5 dargestellte System vollständig nachbildet. Dieses Modell wird verwendet, um die Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte im untersuchten Frequenzbereich zu berechnen (siehe Abbildung 3.14).

Wie in Abbildung 3.14 dargestellt ist, ändert sich nicht nur die Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte, sondern auch der Typ der periodischen Stoß-Schwingungen des Systems bei Erhöhung der Anregungsfrequenz. Im Frequenzbereich von 163 Hz bis 181 Hz existieren Stoß-Schwingungen mit einem einzigen Stoß pro Periode (siehe beispielsweise Abbildung 3.15 oben), wobei bei manchen Frequenzen zwei stabile Lösungen zur Verfügung stehen.



**Abbildung 3.14**

Bifurkationsdiagramm der periodischen Stoß-Schwingungen



**Abbildung 3.15**

Unterschiedliche Typen der periodischen Stoß-Schwingungen des Systems

Bei Frequenzen, die zwischen 181 Hz und 196 Hz liegen, entstehen stabile periodische Schwingungen mit zwei vollplastischen Stößen pro Periode (siehe beispielsweise Abbildung 3.15 (b)). Die weitere Erhöhung der Anregungsfrequenzen führt zu Stoß-Schwingungen mit vier Stößen pro Periode (siehe beispielsweise Abbildung 3.15 (c)). In Frequenzbereichen von 205 Hz bis 215 Hz bzw. von 215 Hz bis 230 Hz werden wieder die Stoß-Schwingungen mit zwei Stößen und mit einem Stoß pro Periode angeregt.

Daraus folgt, dass die stabilen periodischen Schwingungen mit unterschiedlicher Anzahl vollplastischer Stöße pro Periode bei entsprechenden Frequenzen und Beschleunigungsamplituden der Anregung hervorgerufen werden können.

### 3.2.9 Diskussion und Zusammenfassung

Die Analyse der Ergebnisse, die in Kapitel 3.2.6 - 3.2.8 erläutert wurden, deutet darauf hin, dass die analytische Untersuchung der periodischen Stoß-Schwingungen des in Abbildung 3.5 dargestellten Modells mittels der Anstückelungsmethode erlaubt, axiale Bewegungen der Anpressplatte mit großer Amplitude im relevanten Frequenzbereich zu ermitteln, die dem vordefinierten qualitativen Verlauf entsprechen, und dadurch die Entstehung des Trennproblems im Kupplungssystem zu beschreiben.

Aber aus den Annahmen, die für die analytischen Untersuchungen getroffen wurden, folgt, dass einerseits die Kippbewegungen der Anpressplatte außer Acht gelassen wurden, andererseits die unterschiedlichen Nichtlinearitäten<sup>29</sup> im Rahmen der Vereinfachung dieser Analyse nicht in Betracht gezogen wurden, die die Bewegung der Anpressplatte maßgeblich beeinflussen können. Die

---

<sup>29</sup> Dazu zählt nicht nur der mögliche Kontakt zwischen der Anpressplatte und der Kupplungsscheibe, der in Kapitel 3.2.6 erwähnt wurde, sondern auch Reibung und nichtlineare Steifigkeiten der Federn, die das Kupplungssystem beinhaltet.

oben angeführten Bemerkungen weisen darauf hin, dass die mittels der analytischen Untersuchungen ermittelten Ergebnisse nur für eine qualitative Abschätzung der Wahrscheinlichkeit der Entstehung des Trennproblems im Fahrzeug eingesetzt werden können.





# 4 MKS-Modell des Kupplungssystems. Numerische Untersuchung des Trennproblems

## 4.1 Aufgabestellung

In Rahmen einer messtechnischen Analyse des Kupplungssystems wurde festgestellt, dass dessen Komponenten, unter anderem auch die Anpressplatte, komplexe dreidimensionale Bewegungen sogar im Fall einer rein axialen Anregung aufweisen (siehe Abbildung 2.7). Um diese Bewegungen zu beschreiben und dadurch die dreidimensionalen dynamischen Effekte abzubilden, die im Antriebsstrang des Fahrzeugs hervorgerufen werden können, muss ein 3D-Modell entwickelt werden, das den folgenden wesentlichen Anforderungen entspricht:

- Das Modell soll in der Lage sein, nicht nur axiale Verschiebungen der Anpressplatte zu berechnen, sondern auch deren Kippbewegungen zu simulieren.
- Um die Frequenzen und Amplituden der Bewegungen der Komponenten des Kupplungssystems exakt zu erfassen, muss dieses Modell unterschiedliche Nichtlinearitäten berücksichtigen. Dazu zählen einerseits die nichtlinearen Steifigkeiten der Bauteile<sup>30</sup>, andererseits die nichtlinearen Interaktionen der Körper im System, wie beispielsweise Reibung, Kontaktverlust und Abrollen.

---

<sup>30</sup>Dazu gehören sowohl eindimensionale als auch mehrdimensionale Abhängigkeiten der Kräfte von den Verformungen.

- Außerdem muss noch die Möglichkeit vorgesehen werden, den Einfluss verschiedener Asymmetriequellen zu untersuchen, wobei darunter nicht nur der toleranzbehaftete Zusammenbau des Kupplungssystems, sondern auch die Herstellungstoleranzen der einzelnen Bauteile verstanden werden können.

Die obengenannten Anforderungen deuten darauf hin, dass das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell viele verschiedenartige Eingabedaten benötigt. Ein Teil davon, wie zum Beispiel der Zungenschlag<sup>31</sup>, kann nur messtechnisch ermittelt werden. Zur Bestimmung des anderen Teils der Daten können FE-Berechnungen verwendet werden. Dazu gehören beispielsweise die Abhängigkeit der Kraft von der Verformung der Tellerfeder oder Kennfelder, die die Kräfte und Verformungen der Tellerfederzungen in unterschiedlichen Richtungen miteinander verbinden. Um die Eingabeparameter zu erfassen, die nur indirekt gemessen werden können, wie zum Beispiel die Reibkoeffizienten in den Kontakten zwischen Tellerfeder und benachbarten Bauteilen, werden kombinierte Verfahren eingesetzt, die sowohl auf Simulationen, als auch auf Messungen beruhen. Außerdem werden Zeichnungen bzw. 3D-Pro/ENGINEER-Modelle analysiert, um Informationen über Geometrie und Trägheitsdaten der einzelnen Bauteile und Baugruppen zu beschaffen.

Darüber hinaus wurden statische und dynamische Messungen des Kupplungssystems durchgeführt, um das 3D-Modell zu validieren.

---

<sup>31</sup> Durch den Zungenschlag wird ein Höhenunterschied der Tellerfederzungen in der zusammengebauten Kupplung relativ zu der Deckelverschraubungsebene gekennzeichnet.

## 4.2 Begründung der Vorgehensweise

Um die in Kapitel 4.1 angeführte Aufgabe zu lösen, soll ein 3D-Modell des Kupplungssystems entwickelt werden. Dazu kann die MKS-Methode eingesetzt werden, die verschiedene Vorteile aufweist. Dazu zählt unter anderem auch eine Möglichkeit komplexe Modelle beruhend auf dem Zusammenbau einfacher Grundbausteine mit relativ kleinem Aufwand zu erstellen. Außerdem können MKS-Modelle mittels Ergänzung neuer Elemente bzw. der Entfernung existierender Komponenten relativ unkompliziert modifiziert werden, dass die Analyse komplexer dynamischer Effekte mit Hilfe von sequenziell entwickelten Modellen vereinfacht.

Darüber hinaus ist es auch vorteilhaft, dass mehrere MKS-Programme zur Verfügung stehen, die für Simulation dynamischer Effekten im Antriebsstrang einschließlich des Kupplungssystems eingesetzt werden (Fidlin, Burkovski, & Stamm, 2011), (Schreiber, Todtermuschke, Felbrich, & Hudi, 2012), (Schwalbe & Schille, 2010), (Langella, Schreiber, & Bertels, 2012).

Das 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems wird mittels des Softwarepakets SimulationX aufgebaut. Dazu liegen mehrere Gründe vor. Erstens können alle in der Aufgabestellung genannten Forderungen mit Hilfe von SimulationX erfüllt werden, da mehrere Elemente zur Simulation der 1D- bzw. 3D-Mechanik bereitgestellt sind. Falls erforderlich, können neue Elemente in SimulationX mittels des sogenannten *TypeDesigners* entwickeln werden (Gubsch, Schubert, & Kehrer, 2011). Dafür stehen unterschiedliche Wege zur Verfügung, nämlich:

- Modifikation bzw. Erweiterung bereits existierender Elemente,
- Zusammenfassung mehrerer Elemente in Form eines sogenannten Compounds,
- Anwendung externer Funktionen, die in eines anderen Software erstellt wurden und in Form einer dll-Datei vorhanden sind,

- Erstellung eines komplett neuen Elements basierend auf Algorithmen und Gleichungen.

Außerdem weist SimulationX auch andere Bibliotheken auf, die zur Simulation des Gesamtsystems wichtig sein können. Als Beispiel dafür dient die Simulation des Pedalkribbelns, die außer einem Modell des Kupplungssystems unter anderem noch ein Modell des Ausrücksystems erfordert, das neben mechanischen auch mehrere hydraulische Komponenten beinhaltet (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009).

Darüber hinaus können SimulationX-Modelle zur Anwendung in anderen Programmen exportiert werden (MODELISAR consortium, 2010), dass einerseits den Aufwand der Doppellentwicklung von den Modellen in verschiedenen Umgebungen vermeiden kann, andererseits eine effiziente Erstellung komplexer domänenübergreifender<sup>32</sup> Modelle ermöglicht. Dies ist besonders dann vorteilhaft, wenn die beteiligten Programme eigene Stärke in den unterschiedlichen Domänen aufweisen (Belmon, Geng, & He, 2014), (Pillekeit, 2014).

### 4.3 MKS-Modell des Kupplungssystems

Das Kupplungssystem ist ein komplexer mechanischer Zusammenbau (siehe Abbildung 1.2). Daraus folgt eine naheliegende Vorgehensweise der Modellerstellung, die darin besteht, dass die Submodelle aller Komponenten und komplizierter Interaktionen zwischen den Komponenten zunächst komplett einzeln entwickelt werden müssen, um anschließend im Rahmen des Aufbaus des gesamten Modells des Kupplungssystems miteinander verbunden zu werden.

---

<sup>32</sup> Dabei ist es zu berücksichtigen, dass unter Domäne sowohl physikalische Bereiche, wie zum Beispiel Mechanik und Hydraulik, als auch Signalglieder für die Regelungstechnik verstanden werden.

### 4.3.1 Submodelle einzelner Komponenten und Interaktionen zwischen Komponenten

Die Entwicklung der Submodelle einzelner Komponenten des Kupplungssystems besteht aus den folgenden Schritten:

- Aufbau des Submodells, das alle wesentlichen Eigenschaften der Komponenten und Interaktionen nachbildet.
- Validierung des Submodells. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass nicht alle Modelle der Komponenten mit Hilfe von Messungen einzeln geprüft werden können. Dazu zählt beispielsweise auch das Modell der Tellerfeder, das nur zusammen mit den Interaktionsmodulen validiert werden kann.
- Erstellung eines neuen Typs basierend auf dem validierten Submodell, das für Simulationen bereitgestellt wird.

Zusammengefasst bedeutet dies, dass neue Typen sowohl aller in Abbildung 1.2 dargestellter Bauteile als auch Bauteilschnittstellen zur Simulation des Kupplungssystems erarbeitet werden müssen.

#### 4.3.1.1 Schwungrad

Um das statische bzw. dynamische Verhalten des Schwungrades im allgemeinen Fall komplett abzubilden, müssen nicht nur seine Trägheitseigenschaften sondern auch Steifigkeiten modelliert werden. Diese Steifigkeiten beeinflussen einerseits die Kräfte und Verformungen während der Betätigung geringfügig, andererseits wirken sie sich auf die Schwingungen innerhalb des Kupplungssystems aus. Dies führt aber zu einer gravierenden Erhöhung der Berechnungszeit, da das Schwungrad in der Regel ein sehr steifes Bauteil ist. Deswegen werden die Steifigkeiten des Schwungrades nur dann ins System eingesetzt, wenn es zur Simulation bestimmter Phänomene zwingend erforderlich ist. Da das Schwungrad Eigenfrequenzen aufweist, die deutlich oberhalb des für das

Trennproblem relevanten Frequenzbereiches liegen, wird das mittels eines Starrkörpers simuliert, dessen Dynamik durch folgende Gleichung beschrieben werden kann:

$$M_S \ddot{x}_S = F_{WS} + F_{DS} + F_{BS} + F_{KS}, \quad (4.1)$$

wobei

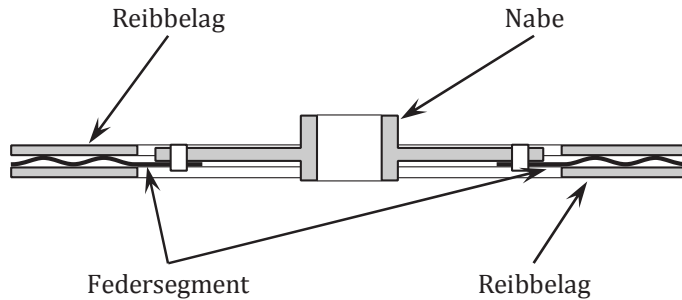
- $x_S$  Spaltenmatrix der absoluten Freiheitsgrade des Schwungrades,
- $M_S$  Massenmatrix des Schwungrades,
- $F_{WS}$  Kraft in der Verbindung mit der Kurbelwelle oder dem Schwingtisch,
- $F_{DS}$  Kraft in der Schnittstelle Deckel-Schwungrad,
- $F_{BS}$  Kraft in der Schnittstelle Blattfederkraft-Schwungrad,
- $F_{KS}$  Kraft in der Schnittstelle Kupplungsscheibe-Schwungrad.

Hierbei ist zu bemerken, dass die Bewegungen des Schwungrades in bestimmten Fällen auch direkt vorgegeben werden können. Dadurch wird aber die Rückwirkung des Systems auf die Anregungsquelle verloren, was bei der Analyse der Simulationsergebnisse berücksichtigt werden soll.

Die Parametrierung des Submodells des Schwungrades kann mit Hilfe eines CAD-Modells erfolgen, das alle erforderlichen Abmessungen aufweist. Darüber hinaus werden die Trägheitsdaten des Körpers beruhend auf der Geometrie, Dichte und dem eingegebenen Koordinatensystem in der CAD-Umgebung automatisch ermittelt.

#### 4.3.1.2 Kupplungsscheibe

Die Kupplungsscheibe ist eine Baugruppe, die aus mehreren verschiedenartigen Elementen besteht. Dazu gehören sowohl Reibbeläge und Federsegmente, die sich zwischen Anpressplatte und Schwungrad befinden, als auch eine Nabe, die mit der Getriebeeingangswelle verbunden ist (siehe Abbildung 4.1).



**Abbildung 4.1**  
Konstruktion der Kupplungsscheibe

Aus der Konstruktion der Kupplungsscheibe folgt, dass die Massen bzw. Massenträgheiten der Komponenten, vor allem der Beläge und der Nabe, beim Aufbau des Modells berücksichtigt werden müssen. Dafür können unterschiedliche Vorgehensweisen eingesetzt werden. Die Trägheitseigenschaften der Komponenten können beispielsweise mittels Starrkörpern abgebildet werden. Dies wird aber dazu führen, dass nicht nur mehrere Freiheitsgrade ins Modell eingefügt werden müssen, um die Simulation der Bewegungen der Komponenten der Kupplungsscheibe zu ermöglichen, sondern auch mehrere Kontaktstellen vorgesehen werden müssen, um die Kupplungsscheibe mit anderen Elementen des Kupplungssystems zu verbinden. Im Endeffekt führt dieses Verfahren einerseits zu einer wesentlichen Steigerung der Modellkomplexität und der Simulationszeit, andererseits werden die Ergebnisse der Simulationen mehrerer dynamischen Phänomene, wie zum Beispiel das Trennproblem oder das Pedalkribbeln, dadurch unbedeutend beeinflusst<sup>33</sup>, da die eigene Dynamik der

---

<sup>33</sup> Es ist hier zu bemerken, dass eine ausführliche Modellierung der Kupplungsscheibe für Simulation einiger dynamischer Phänomene zwingend erforderlich ist. Ein bezeichnendes Beispiel dafür ist das sogenannte Eek-Noise.

Komponenten der Kupplungsscheibe zur Simulation der obengenannten dynamischen Phänomene eine untergeordnete Rolle spielt.

Die andere Vorgehensweise besteht darin, Massen und Massenträgheiten der Komponenten der Kupplungsscheibe abhängig von der Position der Bauteile des Kupplungssystems zu verteilen. Das bedeutet, dass im Fall eines eingekuppelten oder gleitenden Kupplungssystems (siehe Abbildung 1.3) die Trägheitseigenschaften der Beläge bei der Parametrierung der Anpressplatte und des Schwungrades berücksichtigt werden und die Nabe zusammen mit der Eingangswelle des Getriebes abgebildet wird. Wenn das Kupplungssystem sich im ausgekuppelten Zustand befindet, können die Trägheitseigenschaften der Kupplungsscheibe in Bezug auf die Simulation der Axial- und Kippdynamik der Kupplung und des Schwungrades komplett ausgeschlossen werden. Im Unterschied zum ersten Verfahren werden in diesem Fall keine Freiheitsgrade und Kontaktstellen zur Simulation der Kupplungsscheibe benötigt. Dadurch bleiben sowohl Simulationszeit als auch Güte der Simulationsergebnisse angemessen.

Außerdem ist es erforderlich die nichtlineare Kraft-Verformungs-Kennlinie der Segmente zur Simulation der Kupplungsscheibe zu modellieren. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Federsegmente nicht nur infolge einer Änderung des axialen Abstands zwischen Anpressplatte und Schwungrad geklemmt werden, sondern auch bei einer Kippbewegung der Anpressplatte relativ zum Schwungrad belastet werden. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird die Kraft-Verformungs-Kennlinie der gesamten Kupplungsscheibe gleichmäßig in Umfangsrichtung verteilt. Daraus ergibt sich, dass:

$$F_{KSB} = \sum_{i=1}^n f_{ksbi}(x_{PS}), \quad (4.2)$$

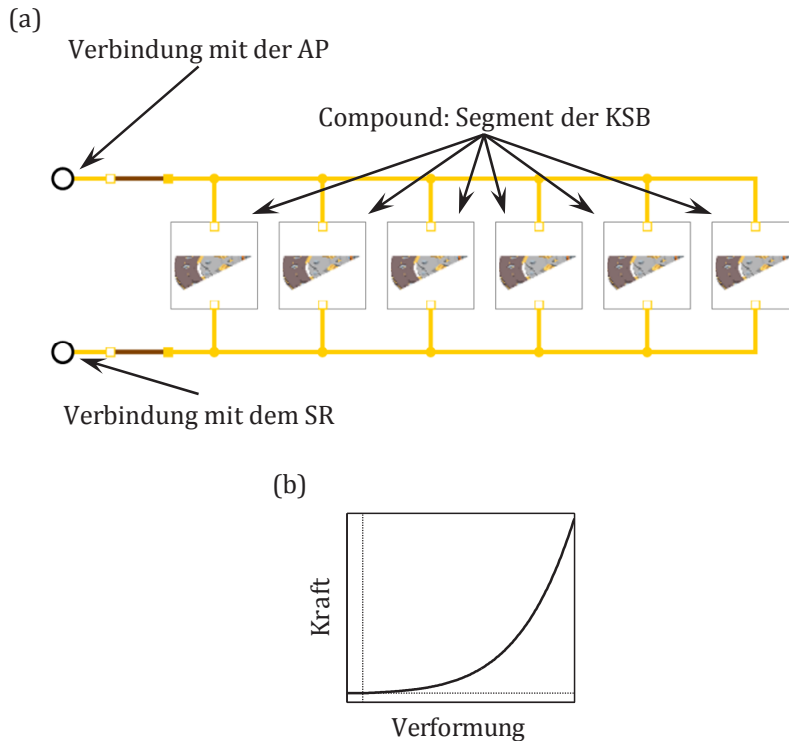
wobei

$x_{PS}$  Spaltenmatrix der Anpressplattenfreiheitsgrade relativ zum Schwungrad,



- $F_{KSB}$  Gesamtkraft im Kontakt zwischen der Kupplungsscheibe und der Anpressplatte,  
 $f_{ksbi}$  Kraft-Verformungs-Abhängigkeit des Kupplungsscheibensegments,  
 $n$  Anzahl der Segmenten der Kupplungsscheibe.

Wie aus Abbildung 4.2 (a) hervorgeht, werden sechs Compounds dafür eingesetzt, die entsprechend ein Sechstel der gesamten Belastungskurve der Kupplungsscheibe abbilden (siehe Abbildung 4.2 (b)).



**Abbildung 4.2**  
 Modell der Kupplungsscheibe

Um dieses Submodell zu parametrieren, wird die Geometrie der Kupplungs-scheibe benötigt, die in Zeichnungen zu finden ist. Darüber hinaus ist es erforderlich, die Kraft-Verformungs-Kennlinie vorzugeben, die entweder mit Hilfe von FE-Berechnungen ermittelt werden kann, oder messtechnisch erfasst werden kann.

#### 4.3.1.3 Anpressplatte

Die Anpressplatte ist eine sehr steife Komponente des Kupplungssystems. Die Ursache dafür besteht einerseits in deren Form, einem dicken ringförmigen zylindrischen Körper (siehe beispielsweise Abbildung 2.6), andererseits aber auch in deren Material, welches in der Regel Gusseisen ist. Das führt dazu, dass sich die Anpressplatte im relevanten Frequenzbereich wie ein Starrkörper verhält und entsprechend abgebildet werden kann.

Um die Simulation der in der Aufgabestellung festgelegten Bewegungen zu ermöglichen, verfügt die Anpressplatte über die relativen Axiale-  $z_{PS}$  und Kippfreiheitsgrade<sup>34</sup>  $\varphi_{PS}$ ,  $\psi_{PS}$ , die wie folgt beschrieben werden können:

$$M_P(\ddot{x}_{PS} + \ddot{x}_S) + D_{PS}\dot{x}_{PS} = F_{BP} + F_{TP} + F_{KP} , \quad (4.3)$$

mit

$$x_{PS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{PS} \\ \varphi_{PS} \\ \psi_{PS} \\ 0 \end{pmatrix} , \quad F_{TP} = \sum_{i=1}^n F_{tpi} ,$$

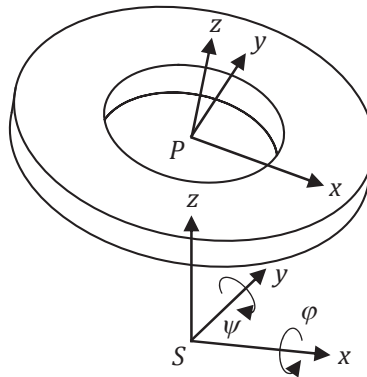
---

<sup>34</sup> Die Freiheitsgrade der Anpressplatte sind relativ zum Schwungrad bzw. zu der Deckelverschraubungsebene im Modell eingebaut. In der Abbildung 4.3 ist die Anpressplatte mittels einer Scheibe und des Koordinatensystems  $P$  und das Schwungrad mit Hilfe des Koordinatensystems  $S$  dargestellt. Wie in Abbildung 4.3 zu erkennen ist, darf das Koordinatensystem  $P$  sich relativ zum Koordinatensystem  $S$  entlang Z-Achse verschieben bzw. um X- und Y-Achsen drehen.

wobei

- $M_P$  Massenmatrix der Anpressplatte,
- $D_{PS}$  Matrix der Dämpfungskonstanten,
- $F_{BP}$  Kraft in der Schnittstelle Blattfederkraft-Anpressplatte,
- $F_{tpi}$  Kraft in der Schnittstelle Tellerfedersegment-Anpressplatte,
- $F_{KP}$  Kraft in der Schnittstelle Kupplungsscheibe-Anpressplatte,
- $n$  Anzahl der Segmente der Tellerfeder.

(a)



**Abbildung 4.3**

Anpressplatte P mit den Freiheitsgraden relativ zum Schwungrad S

Die Parametrierung des Submodells der Anpressplatte ist mehrstufig. Ein Teil der Eingabeparameter lässt sich im Vorfeld bestimmen und vorgeben. Dazu gehören alle geometrischen Eingabewerte und Trägheitsdaten der Anpressplatte, die mittels eines CAD-Modells ermittelt werden können. Der andere Teil der Eingabedaten kann nur nach dem Modellzusammenbau fein justiert werden. Darunter werden alle Dämpfungskonstanten verstanden, die beruhend auf dynamischen Messungen angepasst werden müssen.

#### 4.3.1.4 Blattfedern

Wie in Kapitel 1.3.1 erwähnt wurde, weisen die Blattfedern mehrere Funktionen auf. Einerseits werden diese Bauteile eingesetzt, um einen Teil des Motor-momentes bis zur Anpressplatte weiterzuleiten. Andererseits wird es mittels der Blattfedern gewährleistet, dass die Anpressplatte der Tellerfeder beim Ausrücken folgt.

Um diese Funktionen zu erfüllen, werden die Blattfedern zwischen dem unteren Teil des Deckels und der Anpressplatte mit einer Vorspannung eingebaut. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Blattfederpakete gleichmäßig in Umfangsrichtung verteilt werden.

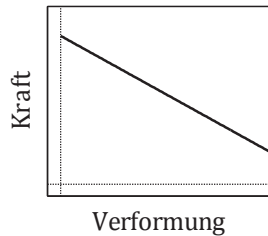
Die Blattfedern werden in der Regel mit Hilfe vorgespannter Federn abgebildet, deren Positionen im Modell den Lagen der Blattfederpakete im Kupplungssystem entsprechen. Daraus ergibt sich, dass die Kraft aller Blattfedern  $F_B$  folgenderweise ermittelt werden kann:

$$F_B = \sum_{i=1}^n f_i(x_{PS}), \quad (4.4)$$

wobei

$n$  Anzahl der Blattfederpakete im Kupplungssystem.

In Abbildung 4.4 ist die Abhängigkeit der Kraft von der Verformung der Blattfeder im Fall einer rein axialen Bewegung der Anpressplatte relativ zum Schwungrad dargestellt. Hierbei ist zu bemerken, dass die maximale Blattfederkraft dem eingerückten Zustand des Kupplungssystems entspricht.

**Abbildung 4.4**

Kraft-Verformungs-Kennlinie der Blattfeder

Da die Anpressplatte nur Axial- und Kippfreiheitsgrade relativ zum Deckel aufweist<sup>35</sup>, ist die effektive Steifigkeit der Verbindung<sup>36</sup> zwischen den beiden Körpern abhängig von der Belastungsrichtung:

- steif bzw. starr in Torsions- und Radialrichtung,
- relativ weich bei den Axial- und Kippverformungen.

Um die Eingabewerte für dieses Submodell zu ermitteln, sind in der Regel Messungen am Prüfstand erforderlich. Die Ursache dafür besteht darin, dass nicht alle Eingabeparameter mittels Simulationen gefunden werden können. Dazu zählt die Vorspannkraft der Blattfeder in axialer Richtung, die unter anderem auch vom Vernietungsvorgang bei der Fertigung des Kupplungssystems abhängig ist. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das eingesetzte Messverfahren der Vorspannkraft erlaubt, die Steifigkeit aller Blattfedern im Zusammenbau zu bestimmen. Außer obengenannter Eingabewerte müssen noch

<sup>35</sup> Das Verdrehen der Anpressplatte wird vernachlässigt, weil diese Bewegung für die hier zu analysierende Phänomene eine untergeordnete Rolle spielt.

<sup>36</sup> Ein Einfluss der Tellerfeder wird in diesem Fall unberücksichtigt gelassen.

verschiedene geometrische Parameter eingegeben werden, die in der Regel bei der Konstruktion festgelegt werden (Zeichnungsangaben).

#### 4.3.1.5 Deckel

Unter dem Deckel wird ein relativ steifes Bauteil verstanden, das alle anderen Komponenten der Kupplung zusammenfasst. Das bedeutet, dass sowohl die Blattfedern und dadurch die Anpressplatte, als auch die Tellerfeder und die Stützfeder mit dem Deckel verbunden werden (siehe Abbildung 1.2). Außerdem muss noch berücksichtigt werden, dass die Kupplung und das Schwungrad mit Hilfe des Deckels miteinander aggregiert werden. Dies deutet darauf hin, dass unterschiedliche Einschlüsse vorgesehen werden müssen, um den Zusammenbau aller obengenannter Komponenten der Kupplung bzw. des Kupplungssystems zu ermöglichen.

Darüber hinaus ist auch erforderlich, die axiale Verformung des Deckels abzubilden, weil einerseits das statische Verhalten der Kupplung (siehe Abbildung 1.3), andererseits die Dynamik des Kupplungssystems davon bedeutend beeinflusst werden. Um die Abhängigkeit der Kraft von der Verformung des Deckels zu untersuchen, wurden FE-Berechnungen durchgeführt. Die Berechnungsergebnisse haben nachgewiesen, dass die Steifigkeit dieser Komponente im Bereich relevanter Kräfte linear simuliert werden kann. Zudem wurde der Wert der Steifigkeit des Deckels aus diesen Ergebnissen abgeleitet.

Da der Deckel ein relativ schweres Bauteil ist, müssen noch dessen Trägheitseigenschaften modelliert werden. Dafür werden die Massen und Massenträgheiten dieser Komponente zwischen den zwei mittels der Feder verbundenen Starrkörpern geteilt, die die Bewegungen der verschiedenen Deckelteile abbilden. Da ein Teil des Deckels mit dem Schwungrad direkt verbunden ist, wird nur ein relativer Freiheitsgrad nötig, um diese Komponente des Kupplungssystems zu beschreiben:

$$M_{D1}(\ddot{x}_{DS} + \ddot{x}_S) + D_{DS}\dot{x}_{DS} + C_{DS}x_{DS} = F_{SD} + F_{BD} + F_{TD} + F_{RD}, \quad (4.5)$$

mit

$$x_{DS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{DS} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F_{TD} = \sum_{i=1}^n F_{tdi},$$

wobei

- $x_{DS}$  Spaltenmatrix der Deckelfreiheitsgrade relativ zum Schwungrad,
- $M_{D1}$  Massenmatrix des Deckelteils,
- $D_{DS}$  Matrix der Dämpfungskonstanten des Deckels,
- $C_{DS}$  Steifigkeitsmatrix des Deckels,
- $F_{SD}$  Kraft in der Schnittstelle Schwungrad-Deckel,
- $F_{BD}$  Kraft in der Schnittstelle Blattfeder-Deckel,
- $F_{tdi}$  Kraft in der Schnittstelle Tellerfedersegment-Deckel,
- $F_{RD}$  Kraft in der Schnittstelle Stützfeder-Deckel,
- $n$  Anzahl der Segmente der Tellerfeder.

Es ist in Betracht zu ziehen, dass die Trägheitseingaben einzelner Deckelteile mittels eines CAD-Modells berechnet werden können. Außerdem können auch alle für die Parametrierung des Deckels nötigen Geometrieingaben daraus abgeleitet werden.

Um die Dämpfungskonstante des Deckels  $D_{Dz}$  zunächst näherungsweise zu bestimmen, wird das folgende Verhältnis eingesetzt:

$$D_{Dz} = 0,01\sqrt{c_{Dz}m_D}, \quad (4.6)$$

wobei unter  $c_{Dz}$  die Deckelsteifigkeit und unter  $m_D$  die Deckelmasse verstanden werden (Dresig, 2006), (ITI GmbH, 2010). Für die exakte Erfassung der Dämpfungskonstante des Deckels sind dynamische Messungen erforderlich.

## 4.3.1.6 Stützfeder

Die Stützfeder ist ein vorgespanntes elastisches Element, das zwischen dem Deckel und der Tellerfeder eingebaut wird, um die Kontaktstelle zwischen den obengenannten Komponenten unabhängig von der Position des Ausrücklagers und der Dynamik des Kupplungssystems vorgespannt zu halten. Daraus folgt, dass sich ein Teil der Stützfeder zusammen mit dem Deckel bewegt und über dessen Freiheitsgrade abgebildet werden kann. Anderer Teil wird seitens der Tellerfeder beansprucht. Dabei ist zu beachten, dass ein zusätzlicher Freiheitsgrad in axialer Richtung erforderlich ist, da die Stützfeder und die Tellerfeder mit Hilfe einer speziellen Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung verbunden sind. Daraus folgt die Gleichung des Modells der Stützfeder:

$$M_{R1}(\ddot{x}_{RD} + \ddot{x}_D) + D_{RD}\dot{x}_{RD} + f_{RD}(x_{RD}) = F_{DR} + F_{TR}, \quad (4.7)$$

mit

$$x_{RD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{RD} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_D = x_{DS} + x_S, \quad F_{TR} = \sum_{i=1}^n F_{tri},$$

wobei

- $x_{RD}$  Spaltenmatrix der Freiheitsgrade der Stützfeder relativ zum Deckel,
- $M_{R1}$  Massenmatrix des Teils der Stützfeder,
- $D_{RD}$  Matrix der Dämpfungskonstanten der Stützfeder,
- $f_{RD}$  Kraft-Verformungs-Abhängigkeit der Stützfeder,
- $F_{DR}$  Kraft in der Schnittstelle Deckel-Stützfeder,
- $F_{tri}$  Kraft in der Schnittstelle Tellerfedersegment-Stützfeder,
- $n$  Anzahl der Segmente der Tellerfeder.



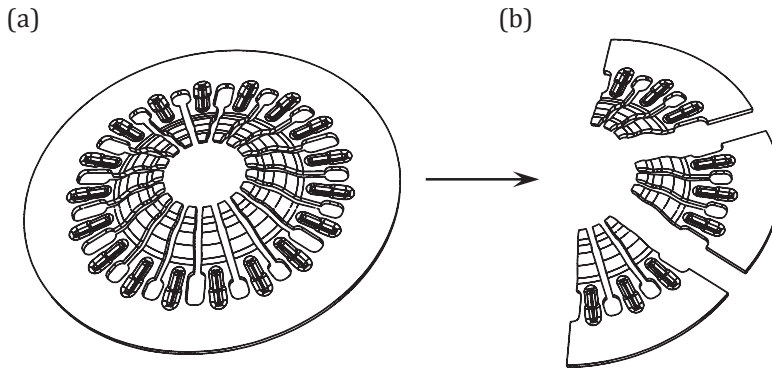
Da die Geometrie der Stützfeder die Kräfteingriffspunkte bestimmt und dadurch das Verhalten der Tellerfeder beeinflusst, müssen die zur Modellerstellung erforderlichen geometrischen Merkmale auch berücksichtigt werden.

Aus dem Submodell der Stützfeder ergibt sich, dass eine Menge Daten für dessen Parametrierung notwendig ist. Mehrere Parameter davon können mit Hilfe des CAD-Modells der Stützfeder ermittelt werden. Dazu zählen nicht nur die unterschiedlichen geometrischen Werte, sondern auch die Masse und der Trägheitstensor der Stützfeder. Andere Eingaben, wie zum Beispiel die Vorspannkraft und die Steifigkeit bzw. die Kraft-Weg-Kennlinie, fordern FE-Berechnungen oder Messungen.

#### 4.3.1.7 Tellerfeder

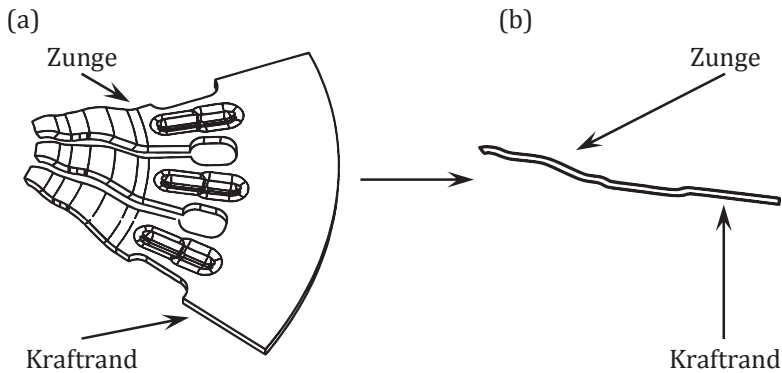
Die Tellerfeder ist ein elastisches Bauteil der Kupplung, welches das dynamische Verhalten der Anpressplatte maßgeblich beeinflusst. Daraus folgt, dass diese Komponente ausführlich abgebildet werden muss, um die Dynamik des Kupplungssystems vollständig zu erfassen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das Modell der Tellerfeder auch auf ein Kippen der Anpressplatte korrekt reagieren muss, um die in der Aufgabenstellung angeführten Anforderungen des Modells zu erfüllen. Das führt dazu, dass die Tellerfeder (siehe Abbildung 4.5 (a)) ähnlich wie die Kupplungsscheibe (siehe 4.3.1.2) mittels mehrerer in Umfangsrichtung verteilter und miteinander verbundener Segmente (siehe Abbildung 4.5 (b)) modelliert wird.

Um das Modell der einzelnen Segmente zu erstellen, wird angenommen, dass sowohl das Verhalten eines Segments der Tellerfeder, als auch die Belastungen im Kupplungssystem, die auf dieses Segment wirken, axialsymmetrisch betrachtet werden können. Daraus ergibt sich, dass die einzelnen Tellerfedersegmente zweidimensional simuliert werden können, oder, anders formuliert, ein entsprechend belasteter 2D-Querschnitt (siehe Abbildung 4.6 (b)) der Tellerfeder statt eines 3D-Segments (siehe Abbildung 4.6 (a)) modelliert werden kann.



**Abbildung 4.5**

Tellerfeder und Segmenten der Tellerfeder



**Abbildung 4.6**

Segment der Tellerfeder und Querschnitt der Tellerfeder im Zungenbereich

Die obengenannte Annahme führt dazu, dass die Einflüsse einiger 3D-Verformungen der Tellerfeder außer Acht gelassen werden. Ein bezeichnendes Beispiel dafür ist die Herausbildung der Wellen an der Oberfläche des Tellerfederkrafrandes in Umfangsrichtung, die einerseits die Kräfte im Segment beein-

flussen, andererseits auch den Abhub im Kupplungssystem reduziert. Aber hierzu ist zu betonen, dass die Einflüsse solcher Effekte auf Ergebnisse dynamischer Untersuchungen in der Regel vernachlässigbar klein sind. Daraus folgt, dass die durch diese Annahme verursachten Fehler auch klein sind.

Bei der Modellierung des Tellerfedersegments muss noch berücksichtigt werden, dass dessen Teile während des Betätigungsvorgangs verschiedenartig belastet und verformt werden. Dieses komplexe Verhalten ist die Folge von Ausführung, Materialeigenschaften und Kontakten der Tellerfeder zu anderen Bauteilen. Dabei ist auch in Betracht zu ziehen, dass nicht alle axialsymmetrischen Verformungen des Tellerfedersegments eine relevante Rolle spielen und konsequenterweise abgebildet werden müssen. Um die für die Dynamik des Kupplungssystems wesentliche Merkmale des Verhaltens der Tellerfeder zu ermitteln, werden diese Teile des Tellerfedersegments, nämlich der Krafrand und die Zungen (siehe Abbildung 4.6), zunächst einzeln betrachtet.

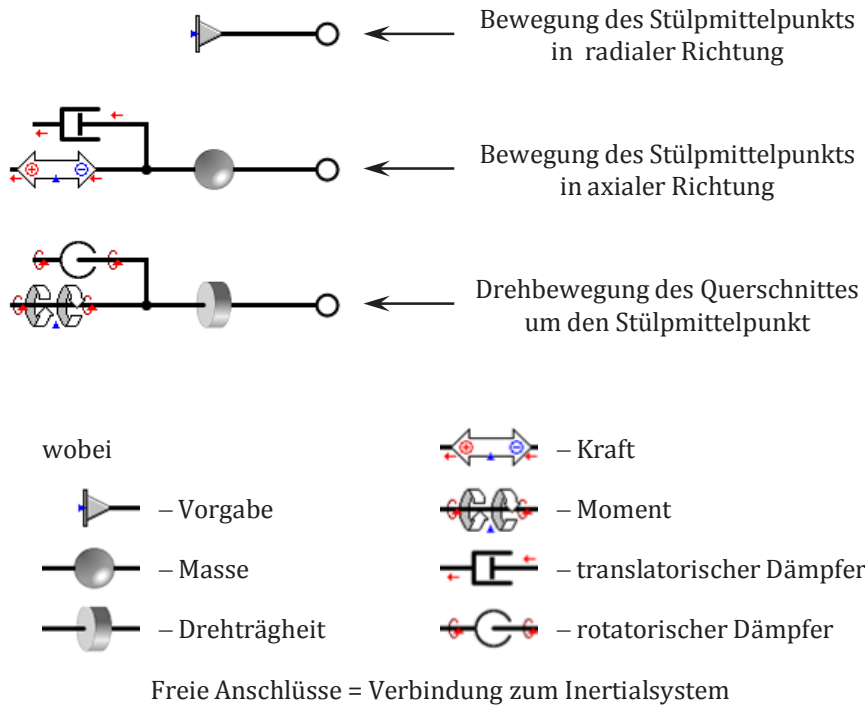
Der Krafrand der Tellerfeder ist ein geschlossener Ring, der zwischen der Anpressplatte und dem Deckel wirkt (siehe Abbildung 1.2). Die Hauptfunktion des Krafrandes besteht in der Erzeugung einer bestimmten axialen Kraft, die:

- im eingekuppelten Zustand des Kupplungssystems die Kupplungs-scheibe vollständig verklemmt und dadurch die Übertragung des Motormoments gewährleistet,
- in der Gleitphase und im ausgekuppelten Zustand eine vernünftige Steuerung der Kupplung ermöglicht.

Um diese Anforderungen zur Auslegung des Kupplungssystems zu erfüllen, können unterschiedliche geometrische Werte und Herstellungsparameter angepasst werden, die die Belastungskurve des Tellerfederkrafrandes beeinflussen.

Zur Erstellung des Modells des Krafrandes des Tellerfedersegments werden zwei zusätzliche Annahmen getroffen (Künne, 2007). Zunächst wird angenommen, dass jeder Querschnitt des Krafrandes sich um einen sogenannten Stülpmittelpunkt drehen kann, wobei der Stülpmittelpunkt sich nur axial bewegen kann. Das bedeutet, dass ein Durchmesser innerhalb des Tellerfederkrafrandes zur Verfügung steht, nämlich der Durchmesser des Stülpmittelpunktkreises, der keine Bewegungen in radialer Richtung aufweist. Die zweite Annahme besteht darin, dass der Querschnitt des Krafrandes immer rechteckig bleibt. Diese Annahme deutet darauf hin, dass die Verformungen des Querschnittes unberücksichtigt bleiben.

Beruhend auf den oben angeführten Annahmen kann ein Modell des Krafrandes des Tellerfedersegments erstellt werden, das nur zwei Freiheitsgrade hat, da der Stülpmittelpunkt in radialer Richtung fixiert ist (siehe Abbildung 4.7). Um dieses Compound mit anderen Elementen zu verbinden, werden die Anschlussstellen vorgesehen, die in Abbildung 4.7 mit Hilfe von Kreisen gekennzeichnet sind. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass nur die Kraftelemente mit dem Compound verbunden werden dürfen, die die bezogen auf den Stülpmittelpunkt umgerechneten Kräfte und Momente zur Verfügung stellen. Im Rahmen dieses Modells wird die Umrechnung mittels eines speziellen Compounds durchgeführt, das eine Kontaktstelle mit Abrollen und Reibung zwischen den zwei benachbarten Starrkörpern abbildet (siehe 4.3.1.9). Außerdem muss noch die Wirkung der Tellerfederzungen auf den Tellerfederkrafrand berücksichtigt werden. Darunter werden eine Kraft in axialer Richtung und ein Moment verstanden, die das Krafrandsegment entsprechend belasten (siehe Abbildung 4.7).

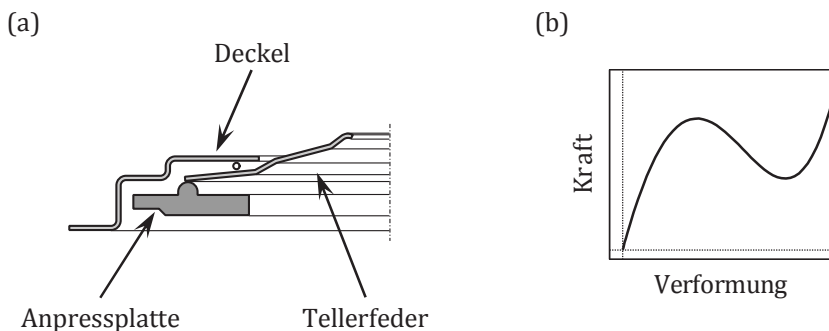
**Abbildung 4.7**

Modell des Krafrandes des Tellerfedersegments

In der Beschreibung der Hauptfunktion des Tellerfederkrafrandes wurde erläutert, dass sie in der Erstellung einer axialen Kraft im Kupplungssystem besteht. Diese axiale Kraft ist eine Rückstellkraft, die infolge der Verformung des Krafrandes entsteht. Da der Krafrand im unbelasteten Zustand in der Regel die Form eines Kegelstumpfs hat, ist seine Kraft-Verformungs-Kennlinie stark nichtlinear (siehe Abbildung 4.8 (b)). Um diese Kennlinie zu erfassen, stehen folgende Möglichkeiten zur Verfügung:

- Messungen mittels Vorrichtungen, wobei zwei ringförmige Körper statt der Anpressplatte und des Deckels eingesetzt werden.

- Messungen mit dem Einsatz der Komponenten der Kupplung. Das bedeutet, dass der Tellerfederkrastrand zwischen Anpressplatte und Deckel belastet wird (siehe Abbildung 4.8 (a)).
- FE-Berechnungen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass eine Reihe von Simulationen durchgeführt werden muss, um die für die Qualität der Kennlinienermittlung relevanten Abschnitte des Herstellungsprozesses abzubilden.
- Almen-Laszlo-Theorie (Künne, 2007). Darunter wird ein Berechnungsverfahren verstanden, das eine Möglichkeit bietet, die Belastungskurve näherungsweise zu ermitteln.



**Abbildung 4.8**

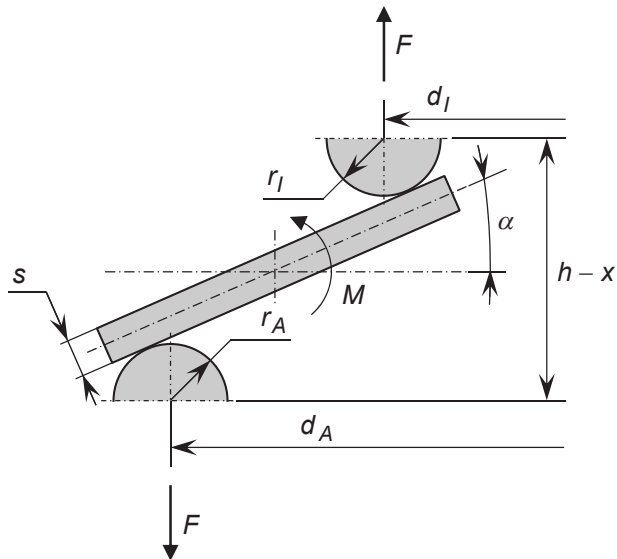
Messung des Tellerfederkrastrand und ausgewertete Messergebnisse

Hierzu ist noch zu bemerken, dass die erfasste Kraft-Weg-Kennlinie von der Geometrie der Körper abhängig ist, die den Krastrand berühren. Das führt dazu, dass die Kennlinie neu bestimmt werden muss, falls sich die Geometrie eines benachbarten Bauteils ändert. Um einen Datensatz der Tellerfeder zu erstellen, der von den anderen Bauteilen des Kupplungssystems unabhängig ist, wird die

Kraft-Weg-Kennlinie  $F(x)$  in einen Momenten-Winkel-Zusammenhang  $M(\alpha)$  umgewandelt. Dafür werden folgende Gleichungen verwendet<sup>37</sup>:

$$h - x = \frac{(d_A - d_I)}{2} \tan(\alpha) + \frac{(r_A + s + r_I)}{\cos(\alpha)}, \quad (4.8)$$

$$M = \frac{F}{\cos(\alpha)} \left( \frac{(d_A - d_I)}{2 \cos(\alpha)} + (r_A + s + r_I) \tan(\alpha) \right). \quad (4.9)$$



**Abbildung 4.9**

Geometrie des Querschnittes des Tellerfederkrafttrandes mit den Auflagen

<sup>37</sup> Alle Bezeichnungen aus (4.8) und (4.9) werden in Abbildung 4.9 erläutert.

Die ermittelte Momenten-Winkel-Kennlinie wird ins Modell des Tellerfederkrafrandes eingesetzt, um die Wirkung der Rückstellkraft zu berücksichtigen. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass unter Winkel  $\alpha$  der Drehwinkel des Trägheitselements (siehe Abbildung 4.7) verstanden wird. Beruhend auf dem Winkel  $\alpha$  und der Kennlinie  $M(\alpha)$  wird ein Moment berechnet, das auf das obengenannte Trägheitselement wirkt.

Um das Modell des Krafrandes des Tellerfedersegments vollständig zu parametrieren, sind außer der Kennlinie noch Geometrieangaben und Masse bzw. Massenträgheit erforderlich. Diese Eingabewerte können beispielsweise aus dem CAD-Modell abgeleitet werden, wobei einige Besonderheiten beachtet werden müssen. Da nur ein Segment mit Hilfe dieses Modells beschrieben wird, muss ein entsprechender Teil der Tellerfeder herausgeschnitten werden. Dann wird ein Koordinatensystem speziell zur Analyse der Trägheitseigenschaften eingefügt, wobei eine Achse tangential zum Stülpmittelpunktkreis im Stülpmittelpunkt gerichtet ist. Das Ergebnis dieser Analyse, nämlich die Komponente des Trägheitstensors, die für die Drehbewegung um diese Achse relevant ist, wird ins Modell des Krafrandes als Massenträgheit des Trägheitselements vorgegeben.

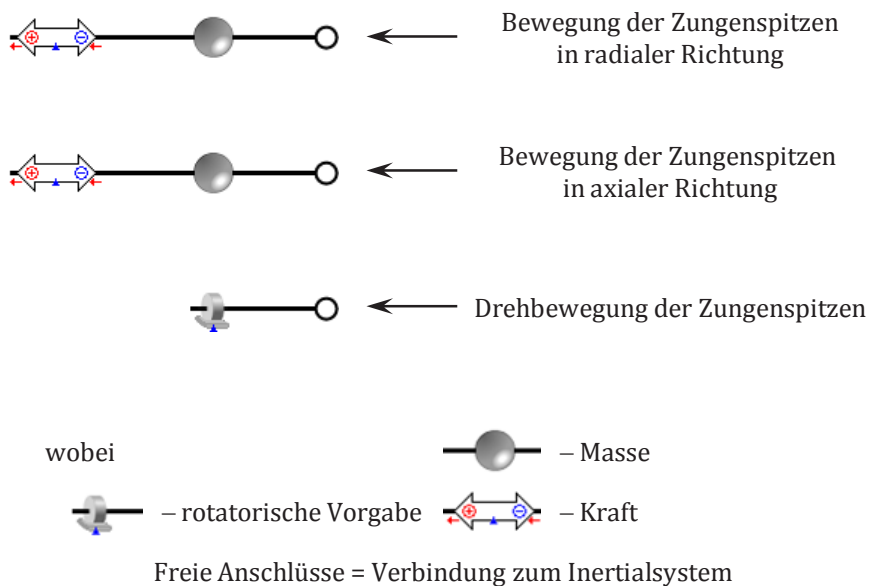
Darüber hinaus müssen noch die Dämpfungskonstanten der beiden Freiheitsgrade des Modells des Krafrandes festgelegt werden, deren Werte ähnlich zur Parametrierung der Anpressplatte mittels dynamischer Messungen bestimmt werden können.

Das entwickelte Modell ist in der Lage, Bewegungen des Segments des Tellerfederkrafrandes zu simulieren. Aber, um das statische bzw. dynamische Verhalten der Tellerfederzungen abzubilden, muss dieses Modell noch entsprechend erweitert werden.



Da die Tellerfederzungen als elastische Hebel dienen, ist es zwingend erforderlich, sowohl axiale als auch radiale Bewegungen der Spitzen exakt zu erfassen. Die Ursache dafür besteht darin, dass die Verschiebungen der Zungenspitzen die Hebelarme und entsprechend die Kräfte und Bewegungen innerhalb des Kupplungssystems bestimmen.

Zur Simulation der Bewegungen der Zungenspitzen bzw. deren Position im belasteten Zustand werden zwei zusätzliche Freiheitsgrade ins Modell des Tellerfedersegments eingefügt (siehe Abbildung 4.10).



**Abbildung 4.10**

Modell der Tellerfederzungen des Tellerfedersegments

Um die Kräfte in den Tellerfederzungen zu ermitteln, müssen zunächst deren Verformungen erfasst werden. Dafür muss zusätzlich zu dem oben angeführten belasteten Zustand noch ein unbelasteter Zustand betrachtet werden, wobei der nur von der Geometrie der Tellerfeder und der Bewegung bzw. Drehung des Krafrandes abhängig ist. Das bedeutet, dass die Verformungen der Tellerfederzungen in jedem Simulationsschritt zur Verfügung stehen.

Darüber hinaus sind zur Berechnung die Abhängigkeiten der Kräfte von den Verformungen der Tellerfederzungen in unterschiedlichen Richtungen erforderlich. Dabei ist zu berücksichtigen, dass dies die nichtlinearen Zusammenhänge sind, die nicht nur von den konstanten vorgegebenen Parameter, wie zum Beispiel der geometrischen Größen im unbelasteten Zustand oder Materialeigenschaften der Tellerfederzungen, sondern auch von deren Verformungen abhängig sind.

Die obengenannten Zusammenhänge werden mittels FE-Berechnungen ermittelt<sup>38</sup>. Dafür wird ein Segment der Tellerfeder, das alle verschiedenen Formen der Zungen bzw. der Zungenfenster aufweist, aus dem CAD-Modell ausgeschnitten und in Abaqus importiert (siehe Abbildung 4.11). Dann werden die Randbedingungen zur Erfassung der Steifigkeit der Tellerfederzungen im CAE-Modell vorgegeben. In Abbildung 4.11 werden alle für FE-Berechnung nötigen Randbedingungen beziffert, wobei die Zahlen das Folgende kennzeichnen:

- Die Bewegungen der mit Hilfe von Kegeln markierten Knoten, die zu dem äußeren Auflagedurchmesser des Tellerfederkrafrandes gehören (siehe Abbildung 4.9,  $d_A$ ), sind in axialer Richtung (siehe Abbildung 4.11, Z-Achse) gesperrt.

---

<sup>38</sup>Die hier aufgeführten FE-Berechnungen wurden in Zusammenarbeit mit Herrn Dipl. Ing. Notter durchgeführt.



- Die Bewegungen der Schnittflächen des Tellerfederkraftrandes werden in Umfangsrichtung gesperrt. Diese Randbedingungen sind erforderlich, weil unter Berücksichtigung der Symmetrie der Tellerfeder nur deren Drittel berechnet wird, um die Simulationszeit zu reduzieren.
- Die Bewegungen der Knoten der Zungenspitzen werden in radialer und axialer Richtung (siehe Abbildung 4.11, R- und Z-Achsen des zylindrischen Koordinatensystems) vorgegeben, um die Tellerfederzungen zu verformen.

Als Ergebnisse der FE-Analyse dienen die radialen und axialen Kräfte, die in Abhängigkeit der vorgegebenen Verformungen der Tellerfederzungen ermittelt werden. Daraus folgt, dass mehrere FE-Berechnungen durchgeführt werden müssen, um die Zusammenhänge für einen relevanten Verformungsbereich der Tellerfederzungen zu bestimmen. Dabei ist zu beachten, dass dieser Bereich ausreichend groß sein soll, da nicht nur die Zungenverformung während eines statischen Betätigung des Kupplungssystems, sondern auch das Verhalten der Tellerfederzungen bei verschiedenartigen dynamischen Phänomenen abgebildet werden muss.

Weil die Ergebnisse der FE-Berechnungen für die Parametrierung des Modells der Tellerfederzungen eingesetzt werden, müssen die Zusammenhänge in einer für SimulationX geeigneten Form zur Verfügung gestellt werden. Dazu zählen unter Umständen Kraft-Verformungs-Kennfelder, wie in Abbildung 4.12 dargestellt.

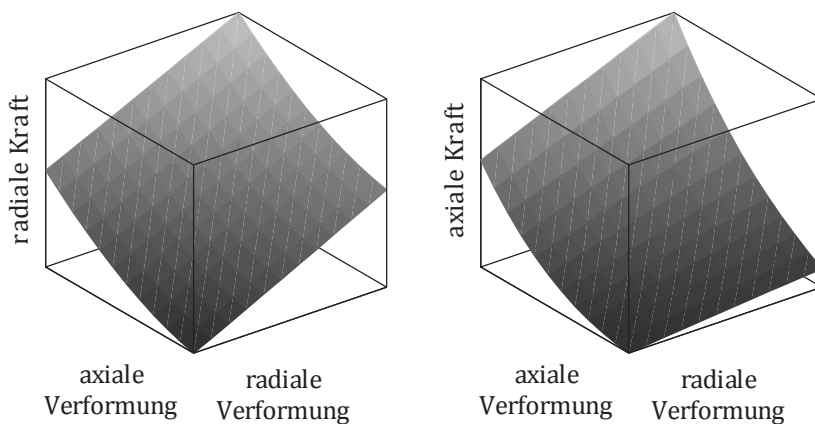
Wie aus den Randbedingungen hervorgeht, werden die Kennfelder für eine bestimmte Lage des Tellerfederkraftrandes, nämlich die Planlage, erfasst. Das bedeutet, dass die Komponenten der Verformungen der Tellerfederzungen bezogen auf ein Koordinatensystem umgerechnet werden müssen, das sich mit dem Tellerfederkraftrand um den Stülpmittelpunkt dreht:

$$x^F = R_{-\alpha} x^I, \quad (4.10)$$

mit

$$R_{-\alpha} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix},$$

wobei unter  $\alpha$  der Winkel des Krafrandes (siehe Abbildung 4.9), unter  $x^I$  und  $x^F$  die Komponenten der Verformungen im Inertialsystem und im Krafrandkoordinatensystem verstanden werden.



**Abbildung 4.12**

Kraft-Verformungs-Kennfelder

Beruhend auf den simulierten Verformungen und vorgegebenen Kennfeldern werden die Komponenten der Zungenkraft eines Tellerfedersegments im Krafrandkoordinatensystem berechnet. Um die Kräfte im Inertialsystem zu ermitteln, die einerseits zur Modellierung der Zungen erforderlich sind (siehe

Abbildung 4.10), andererseits im Modell des Krafrandes verwendet wurden (siehe Abbildung 4.7), wird folgende Formel eingesetzt:

$$F^I = R_\alpha F^F, \quad (4.11)$$

mit

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix},$$

wobei unter  $F^I$  und  $F^F$  die Zungenkraftkomponenten im Inertialsystem und im Krafrandkoordinatensystem verstanden werden.

Um das Modell der Tellerfederzungen zu vervollständigen, müssen noch die Dämpfungskräfte abgebildet werden. Dafür werden die Geschwindigkeiten der Verformungen der Zungen berechnet und mit den Dämpfungskonstanten multipliziert. Die dadurch errechneten Kräfte werden zusammen mit den Federkräften (4.11) ins Modell des Tellerfedersegments eingebaut. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Dämpfungskonstanten zunächst mittels des Verhältnisses (4.6) erfasst werden können, wobei die linearisierte Steifigkeit und Masse der Zungen statt Deckelsteifigkeit und Deckelmasse verwendet werden müssen. Für eine feinere Justierung der Dämpfungskonstanten können die Ergebnisse der dynamischen Messungen eingesetzt werden.

Darüber hinaus müssen noch verschiedene Geometrieparameter im Modell der Tellerfederzungen eingegeben werden. Die Mehrheit davon kann direkt aus einer Zeichnung abgelesen werden. Aber manche Parameter, die zur Herausbildung der Asymmetrie im Kupplungssystem eine signifikante Rolle spielen, wie zum Beispiel der Zungenschlag, können nur mit Hilfe von Messungen ermittelt werden.

Da das Modell der Tellerfederzungen zwei Freiheitsgrade aufweist, die mittels Starrkörpern abgebildet sind, muss noch deren Masse festgelegt werden. Dafür kann ein Teil des CAD-Modells der Tellerfeder analysiert werden. Dabei ist aber

zu berücksichtigen, dass diese Masse relativ ungenau erfasst werden darf, da die Tellerfederungen in der Regel in Kontakt mit dem Ausrücklager stehen. Dadurch ist der Einfluss der Masse der Tellerfederungen unbedeutend.

Nach der Parametrierung ist das Modell der Tellerfederzunge vollständig. Beruhend auf diesem Modell und dem Modell des Krafrandes kann ein Compound des Tellerfedersegments erstellt werden, der das axialsymmetrische Verhalten der Tellerfeder ausreichend detailliert beschreiben kann:

$$M_t \ddot{x}_t + d_t(x_t, \dot{x}_t) + f_t(x_t) = F_{pt} + F_{rt} + F_{dt} + F_{at}, \quad (4.12)$$

mit

$$x_t = \begin{pmatrix} x_{aR} \\ \alpha_{aR} \\ x_{rZ} \\ x_{aZ} \end{pmatrix}, \quad d_t(x_t, \dot{x}_t) = D_t \begin{pmatrix} \dot{x}_{aR} \\ \dot{\alpha}_{aR} \\ \dot{x}_{rZ} - \dot{x}_{rZ0} \\ \dot{x}_{aZ} - \dot{x}_{aZ0} \end{pmatrix},$$

$$f_t(x_t) = \begin{pmatrix} 0 \\ f_M(\alpha_{aR}) \\ f_{rZ}(x_t) \\ f_{aZ}(x_t) \end{pmatrix}$$

wobei

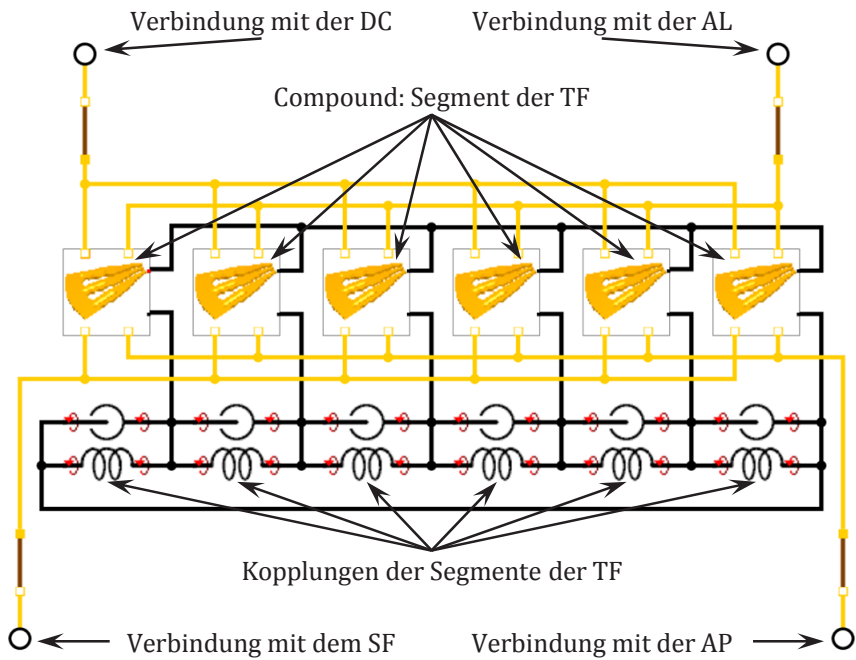
- $x_t$  Spaltenmatrix der absoluten Freiheitsgrade des Tellerfedersegments,
- $x_{aR}$  axiale Bewegung des Stülpmittelpunkts des Krafrandes,
- $\alpha_{aR}$  Drehung um den Stülpmittelpunkt des Krafrandes,
- $x_{rZ}$  radiale Bewegung der Tellerfederungen,
- $x_{aZ}$  axiale Bewegung der Tellerfederungen,
- $\dot{x}_{rZ0}$  radiale Geschwindigkeit der Tellerfederungen im unbelasteten Zustand aufgrund der Bewegung des Krafrandes,
- $\dot{x}_{aZ0}$  axiale Geschwindigkeit der Tellerfederungen im unbelasteten Zustand aufgrund der Bewegung des Krafrandes,
- $M_t$  Massenmatrix des Tellerfedersegments,
- $D_t$  Matrix der Dämpfungskonstanten des Tellerfedersegments,
- $f_M$  Momenten-Winkel-Abhängigkeit des Tellerfederkrafrandes

- $f_{rZ}$  radiale Kraft-Verformungs-Abhängigkeit der Tellerfederzungen,
- $f_{aZ}$  axiale Kraft-Verformungs-Abhängigkeit der Tellerfederzungen,
- $F_{pt}$  Kraft in der Schnittstelle Anpressplatte-Tellerfedersegment,
- $F_{rt}$  Kraft in der Schnittstelle Stützfeder-Tellerfedersegment,
- $F_{dt}$  Kraft in der Schnittstelle Deckel-Tellerfedersegment,
- $F_{at}$  Kraft in der Schnittstelle Ausrücklager-Tellerfedersegment.

Um das 3D-Submodell der Tellerfeder zu erstellen, müssen mindestens sechs gleichmäßig verteilte Compounds des Segments ins Modell des Kupplungssystems eingebaut werden (siehe Abbildung 4.13). Dabei ist zu beachten, dass jedes Compound mit Hilfe spezieller Kontaktschnittstellen mit Abrollen und Reibung (siehe 4.3.1.9) mit den Submodellen der Anpressplatte, des Deckels, der Stützfeder und des Ausrücklagers verbunden ist.

Darüber hinaus müssen die benachbarten Compounds miteinander gekoppelt werden, da der Tellerfederkrastrand ein geschlossener Ring ist. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass diese Kopplungen laut der FE-Analyse im relevanten Belastungsbereich linear abgebildet werden dürfen. Das führt dazu, dass die Drehfreiheitsgrade der Segmente des Krastrands mittels linearer Federn verbunden werden (siehe Abbildung 4.13), wobei deren Steifigkeit  $c_K$  mit Hilfe der FE-Berechnungen ermitteln wurde. Außerdem müssen noch die Dämpfungskonstanten vorgegeben werden, die basierend auf den dynamischen Messergebnissen abgeschätzt werden können.





**Abbildung 4.13**  
Modell der Tellerfeder

Im Endeffekt ergibt sich ein Gleichungssystem zur Beschreibung der Tellerfeder:

$$M_T \ddot{x}_T + d_T(x_T, \dot{x}_T) + f_T(x_T) = F_{PT} + F_{RT} + F_{DT} + F_{AT}, \quad (4.13)$$

mit

$$M_T = \begin{pmatrix} M_t^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & M_t^{(6)} \end{pmatrix}, \quad x_T = \begin{pmatrix} x_t^{(1)} \\ \vdots \\ x_t^{(6)} \end{pmatrix},$$

$$d_T(x_T, \dot{x}_T) = \begin{pmatrix} d_t^{(1)} \\ \vdots \\ d_t^{(6)} \end{pmatrix}, \quad f_T(x_T) = \begin{pmatrix} f_t^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ M_K^{(1)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vdots \\ f_t^{(6)} + \begin{pmatrix} 0 \\ M_K^{(6)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$F_{pT} = \begin{pmatrix} F_{pt}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_{pt}^{(6)} \end{pmatrix}, \quad F_{rT} = \begin{pmatrix} F_{rt}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_{rt}^{(6)} \end{pmatrix},$$

$$F_{dT} = \begin{pmatrix} F_{dt}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_{dt}^{(6)} \end{pmatrix}, \quad F_{AT} = \begin{pmatrix} F_{at}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_{at}^{(6)} \end{pmatrix},$$

und

$$M_K^{(1)} = c_K(\alpha_{aR}^{(1)} - \alpha_{aR}^{(6)}) + c_K(\alpha_{aR}^{(2)} - \alpha_{aR}^{(1)}),$$

...

$$M_K^{(6)} = c_K(\alpha_{aR}^{(6)} - \alpha_{aR}^{(5)}) + c_K(\alpha_{aR}^{(1)} - \alpha_{aR}^{(6)})$$

wobei

- $x_T$  Spaltenmatrix der absoluten Freiheitsgrade der Tellerfeder,
- $M_T$  Massenmatrix der Tellerfeder,
- $d_T$  Spaltenmatrix der Dämpfungskräfte der Tellerfeder,
- $f_T$  Spaltenmatrix der elastischen Tellerfederkräfte,
- $F_{pT}$  Kraft in den Schnittstellen Anpressplatte-Tellerfedersegment,
- $F_{rT}$  Kraft in den Schnittstellen Stützfeder-Tellerfedersegment,
- $F_{dT}$  Kraft in den Schnittstellen Deckel-Tellerfedersegment,
- $F_{AT}$  Kraft in den Schnittstellen Ausrücklager-Tellerfedersegment,
- $M_K^{(i)}$  Moment in der Segmentkopplung,
- $c_K$  Steifigkeit der Segmentkopplung.

#### 4.3.1.8 Ausrücklager

Unter Ausrücklager wird ein Bauteil verstanden, das die Betätigung des drehenden Kupplungssystems mittels der nichtdrehenden Komponente des Ausrücksystems, wie zum Beispiel eines Hydraulikzylinder oder eines Betätigungshebel, ermöglicht. Dafür wird das Ausrücklager an der Führungseinheit des Ausrücksystems befestigt, die die axiale Position der Tellerfederungen bestimmt. Dabei ist zu beachten, dass das Ausrücklager sogar im Fall des eingrückten Kupplungssystems durch eine axiale Kraft vorbelastet wird.

Um ein detailliertes Modell des Wälzlagers zu erstellen, müssen verschiedene Nichtlinearitäten berücksichtigt werden (Fritz, 2011). Dies wird aber dazu führen, dass die Komplexität des Gesamtmodells und die Simulationszeit dadurch signifikant erhöht werden. Darüber hinaus ist auch in Betracht zu ziehen, dass die Nichtlinearitäten des Ausrücklagers zur Simulation verschiedener dynamischer Phänomene im Kupplungssystem, unter anderem auch des Pedalkribbelns oder des Trennproblems, eine untergeordnete Rolle spielen. Daraus folgt, dass das Ausrücklager zunächst vereinfacht als Starrkörper simuliert wird und nur bei Bedarf ausführlich beschrieben wird:

$$M_A \ddot{x}_A = F_{AA} + F_{TA}, \quad (4.14)$$

mit

$$F_{TA} = \sum_{i=1}^n F_{tai},$$

wobei

- $x_A$  Spaltenmatrix der absoluten Freiheitsgrade des Ausrücklagers,
- $M_A$  Massenmatrix des Ausrücklagers,
- $F_{AA}$  Kraft in Verbindung des Ausrücklagers mit dem Ausrücksystem,
- $F_{tai}$  Kraft in der Schnittstelle Tellerfedersegment-Ausrücklager,
- $n$  Anzahl der Segmente der Tellerfeder.

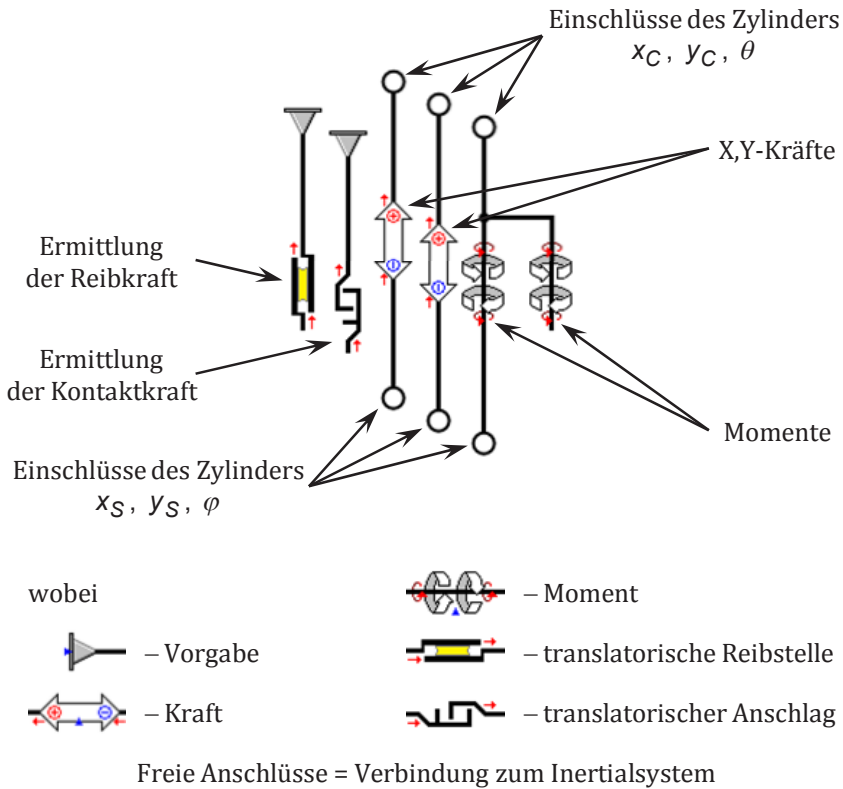
Aus der Gleichung (4.14) folgt, dass nur die Eingabewerte des Starrkörper, wie zum Beispiel eine Masse, und die Abmessungen des Ausrücklagers vorgegeben werden müssen, um das Modell zu parametrieren. Alle diese Parameter können in Zeichnungen gefunden werden.

#### 4.3.1.9 Kontakt mit Abrollen und Reibung

Um ein Gesamtmodell des Kupplungssystems zu erstellen, müssen die Submodelle der einzelnen Bauteile miteinander verbunden werden. Dafür müssen die Schnittstellen modelliert werden, die Interaktionen zwischen unterschiedlichen Bauteilen beschreiben. Ein Teil davon kann mit Hilfe vorgefertigter SimulationX-Elemente abgebildet werden. Um die anderen Schnittstellen zu simulieren, sind die neuen Compounds erforderlich, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurden. Dazu gehört beispielsweise die Schnittstelle zwischen dem Tellerfederkrafrand und dem Deckel, die neben einem möglichen Kontaktverlust noch Abrollen und Gleiten beschreiben muss.

Es werden zweidimensionale Schnittstellen definiert. Die Kontakte finden zwischen zwei Körpern statt:

- ein Körper  $S$  hat eine Kontaktebene (siehe Abbildung 4.15). Dabei ist es zu beachten, dass die Bewegungen dieses Körpers mittels der drei Freiheitsgrade, nämlich  $x_S, y_S, \varphi$  (siehe Abbildung 4.14 und Abbildung 4.15), vollständig bestimmt werden können.
- ein Körper  $C$  wird mit Hilfe eines Zylinders (siehe Abbildung 4.15) abgebildet, wobei zur Simulation des Verhaltens auch drei Freiheitsgrade  $x_C, y_C, \theta$  (siehe Abbildung 4.14 und Abbildung 4.15) eingesetzt werden.



**Abbildung 4.14**

Modell der Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung

Beruhend auf den oben angeführten Freiheitsgraden kann ein Vektor  $\vec{r}_{SC}$  ermittelt werden, der die Bezugspunkte der Koordinatensysteme der beiden Körper miteinander verbindet:

$$\vec{r}_{SC} = x_{SC}\vec{e}_x + y_{SC}\vec{e}_y, \quad (4.15)$$

mit

$$x_{SC} = x_C - x_S, \quad y_{SC} = y_C - y_S,$$

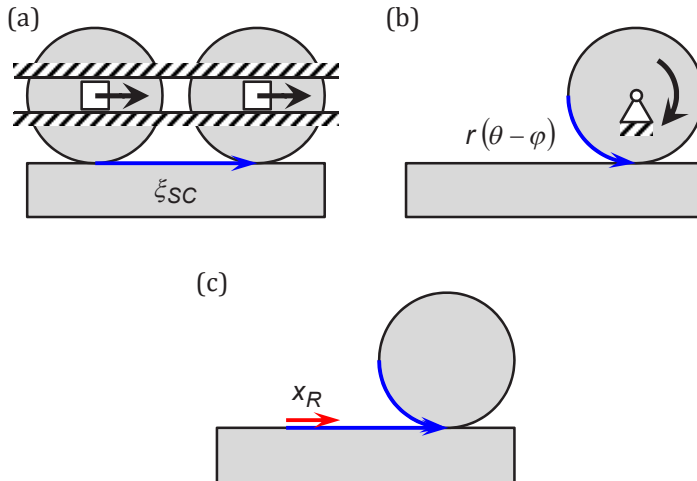


Diese Koordinaten werden verwendet, um sowohl den Gleitweg in der Reibstelle  $x_R$ , als auch die Durchdringung  $x_N$  in der Kontaktstelle zwischen den zwei Körpern zu erfassen:

$$\begin{aligned} x_R &= \xi_{SC} + r(\theta - \varphi), \\ x_N &= \eta_{SC} - (r + s). \end{aligned} \tag{4.17}$$

Wie aus (4.17) hervorgeht, ist die Durchdringung  $x_N$  nur von der Komponente des Vektors  $\vec{r}_{SC}$  in normaler Richtung  $\eta_{SC}$  und der Geometrie der beiden Körper abhängig. Im Gegensatz dazu hängt der Gleitweg  $x_R$  nicht nur von der Komponente des Vektors  $\vec{r}_{SC}$  in tangentialer Richtung  $\xi_{SC}$ , sondern auch den Drehungen der Körper ab. Dies lässt sich dadurch erklären, dass das Gleiten einerseits aufgrund einer Parallelverschiebung des Zylinders  $C$  relativ zum Körper  $S$  entlang der  $\xi$ -Achse (siehe Abbildung 4.16, a) entstehen kann, andererseits auch durch eine Rotation des Zylinders  $C$  relativ zum Körper  $S$  (siehe Abbildung 4.16, b). Daraus ergibt sich, dass die Summe dieser zwei unabhängigen Relativbewegungen den Gleitweg in der Reibstelle bestimmt (siehe Abbildung 4.16, c).

Der Gleitweg und die Durchdringung werden direkt in einer Reibstelle bzw. in einem Anschlagelement vorgegeben. Dabei ist zu beachten, dass die beiden obengenannten Elemente Grundbausteine der mechanischen Bibliothek von SimulationX sind. Darauf basierend werden die Reibkraft  $F_R$  und Kontaktkraft  $F_N$  im Berührungspunkt zwischen beiden Körpern ermittelt (siehe Abbildung 4.14 und Abbildung 4.17, blaue Pfeilen), wobei die Reibkraft proportional zu Kontaktkraft ist.


**Abbildung 4.16**

Ermittlung des Gleitweges

Da diese Kräfte einerseits im Berührungspunkt wirken, sich andererseits mit dem Körper  $S$  drehen, müssen sie nicht nur bezogen auf das Koordinatensystem  $I$  umgerechnet werden, sondern auch in die Bezugspunkte der Koordinatensysteme  $C$  und  $S$  verschoben werden. Dabei müssen außer den Kräften noch Momente berücksichtigt werden, um die beiden Körper korrekt zu belasten (siehe Abbildung 4.17, rote Pfeile):

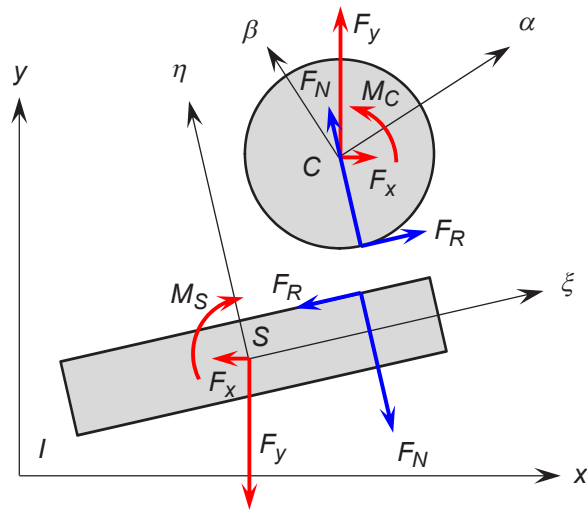
$$\begin{aligned}
 F^I &= R_\varphi F^S, \\
 M_C &= r F_R, \\
 M_S &= s F_R - \xi_{SC} F_N,
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

mit

$$F^I = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}, \quad R_\varphi = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, \quad F^S = \begin{pmatrix} F_R \\ F_N \end{pmatrix},$$



wobei unter  $M_C$  und  $M_S$  die Momente verstanden werden, die in den Bezugspunkten der Koordinatensysteme des Zylinders  $C$  und des Körpers  $S$  wirken. Die berechneten Kräfte und Momente werden mit Hilfe dafür geeigneter SimulationX-Grundbausteine (siehe Abbildung 4.14) zur Verfügung gestellt.



**Abbildung 4.17**

Kinetik der Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung

Zusammengefasst bedeutet dies, dass die Bewegungen und die Drehungen der Bezugspunkte der beiden kontaktierenden Körper vorgegeben werden müssen, um die dadurch verursachten Kräfte und Momente in den selben Punkten zu ermitteln.

Um dieses Compound anzuwenden, müssen zunächst verschiedene Parameter eingegeben werden. Dazu zählen sowohl geometrische Größen, die in

Abbildung 4.15 dargestellt wurden, als auch Steifigkeiten und Dämpfungen der elastischen Kontakt- bzw. Reibstellen. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Werte der Steifigkeiten relativ hoch festgelegt werden müssen, um deren Einflüsse auf das statische bzw. dynamische Verhalten des Kupplungssystems zu reduzieren. Zur Ermittlung der Dämpfungskonstanten  $b$  kann folgendes Verhältnis verwendet werden:

$$b = 0,1\sqrt{cm_1}, \quad (4.19)$$

wobei  $m_1$  gleich 1 kg ist, und unter  $c$  die Steifigkeit der Kontakt- bzw. Reibstellen verstanden wird (Dresig, 2006), (ITI GmbH, 2010). Außerdem müssen noch die Reibkoeffizienten eines gleitenden bzw. haftenden Zustands der Reibstelle vorgegeben werden, die mit Hilfe der unterschiedlichen statischen Messungen der Kupplung erfasst werden können.

#### 4.3.1.10 Modellierung der Prüfstandanregung

Für die dynamischen Simulationen des Kupplungssystems ist es erforderlich, das Gesamtmodell um ein Anregungsmodul zu erweitern. Dafür wird ein Element<sup>40</sup> eingesetzt, das in der Lage ist, das Kupplungssystem mit Hilfe einer axialen sinusförmigen Bewegung  $x_E$  kinematisch anzuregen (siehe Abbildung 4.18, Prüfstand):

$$x_E = \frac{a_E}{(2\pi f)^2} \sin(\psi), \quad (4.20)$$

mit

$$\psi = 2\pi \left( f_B t + \frac{f_E - f_B}{2t_D} t^2 \right),$$
$$f = f_B + \frac{f_E - f_B}{t_D} t,$$

---

<sup>40</sup> Darunter wird eine sogenannte Vorgabe verstanden.

wobei unter  $a_E$  eine vorgegebene konstante Beschleunigungsamplitude der Anregung verstanden wird. Dabei ist auch zu berücksichtigen, dass die Anregungsfrequenz  $f$  während der Simulation geändert wird, um einen Anregungssweep mit einer Startfrequenz  $f_B$  und einer Endfrequenz  $f_E$  innerhalb der Sweepzeit  $t_D$  zu erzeugen. Daraus folgt, dass das dadurch erstellte Anregungssignal die gemessene Anregung (siehe Abbildung 2.5) nachbildet.

### 4.3.2 Erstellung des MKS-Modells des Kupplungssystems

Anhand der entwickelten Submodelle der einzelnen Bauteile und deren Interaktionen wird ein Gesamtmodell erstellt (siehe Abbildung 4.18), das neben dem Kupplungssystem noch einen Teil des Ausrücksystems und den Prüfstand simulieren lässt.

Um das Modell des Kupplungssystems zusammenzubauen, werden die obengenannten Submodelle miteinander gemäß der Konstruktion verbunden. Wie aus Abbildung 4.18 hervorgeht, entsteht dadurch eine Strukturansicht des Modells in SimulationX, die den Strukturaufbau des Kupplungssystems nachbildet.

Im Ergebnis des Zusammenbaus der Submodelle wird ein Gleichungssystem erstellt, das Simulationen unterschiedlicher Phänomene im Kupplungssystem ermöglicht:

$$M\ddot{x} + d(x, \dot{x}) + f(x, \dot{x}) = F, \quad (4.21)$$

mit

$$M = \begin{pmatrix} M_S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{D1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{R1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_A \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_S \\ x_P \\ x_D \\ x_R \\ x_T \\ x_A \end{pmatrix}$$

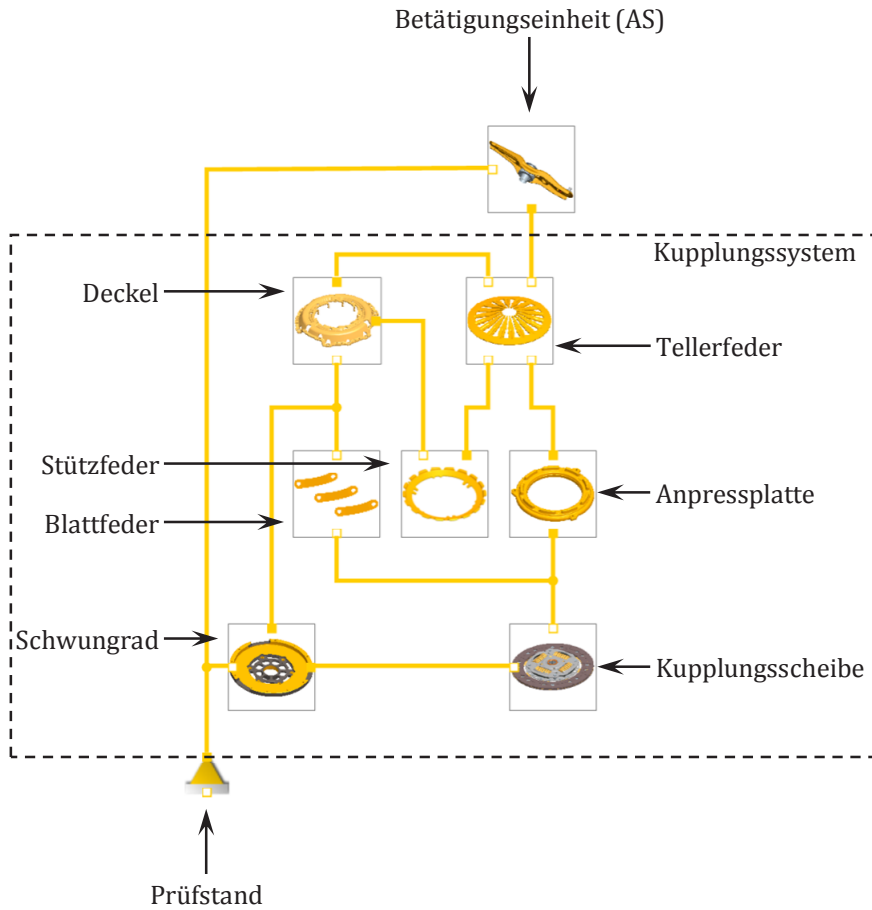
$$d(x, \dot{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ D_{PS}(\dot{x}_P - \dot{x}_S) \\ D_{DS}(\dot{x}_D - \dot{x}_S) \\ D_{RD}(\dot{x}_R - \dot{x}_D) \\ d_T(x_T, \dot{x}_T) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} F_{WS} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{AA} \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} -F_{DS}(x) - F_{BS}(x) - F_{KS}(x) \\ -F_{BP}(x) - F_{TP}(x, \dot{x}) - F_{KP}(x) \\ C_{DS}x_{DS} - F_{SD}(x) - F_{BD}(x) - F_{TD}(x, \dot{x}) - F_{RD}(x) \\ f_{RD}(x_{RD}) - F_{DR}(x) - F_{TR}(x, \dot{x}) \\ f_T(x_T) - F_{PT}(x, \dot{x}) - F_{RT}(x, \dot{x}) - F_{DT}(x, \dot{x}) - F_{AT}(x, \dot{x}) \\ -F_{TA}(x, \dot{x}) \end{pmatrix},$$

wobei

- $x$  Spaltenmatrix der absoluten Freiheitsgrade,
- $M$  Massenmatrix,
- $d$  Spaltenmatrix der Dämpfungskräfte,
- $f$  Spaltenmatrix der Kräfte in den elastischen Elementen und Schnittstellen,
- $F$  Spaltenmatrix der äußeren Kräfte (einerseits seitens des Prüfstandes bzw. der Kurbelwelle, andererseits seitens des Ausrücksystems).

Außerdem wird noch die Betätigungseinheit, die auch das Ausrücklager beinhaltet, modelliert (siehe Abbildung 4.18), weil das Gesamtmodell in der Lage sein muss, sowohl die kompletten statischen Betätigungen als auch die Dynamik des Kupplungssystems in verschiedenen Betriebszuständen abzubilden. Dabei ist zu beachten, dass im Fall der Prüfstandmessungen die Positionen bzw. die Bewegungen des Ausrücklagers direkt vorgegeben werden können, da der Prüfstand mit den Betätigungsvorrichtungen als ein starres System betrachtet werden kann.



**Abbildung 4.18**

Gesamtmodell des Kupplungssystems, Simulation der Prüfstandmessung

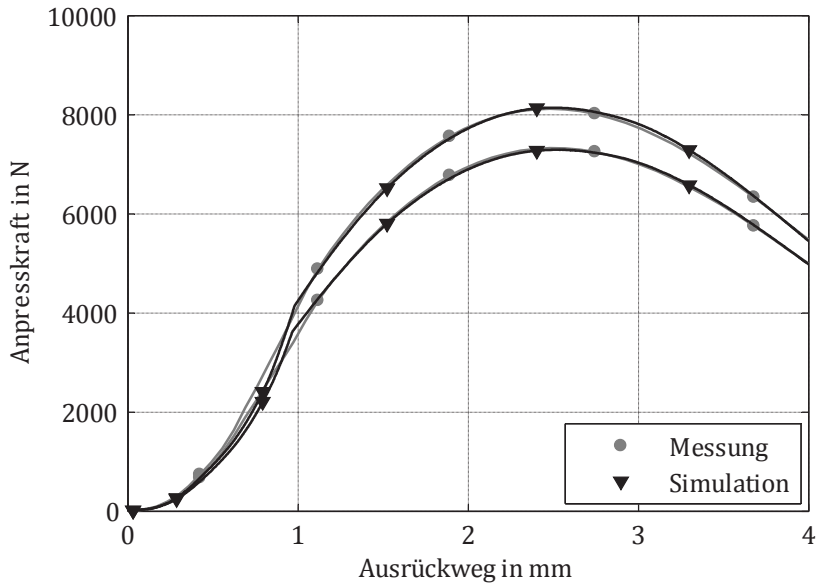
## 4.4 Parametrisierung und Validierung des MKS-Modells des Kupplungssystems

Wie in Kapitel 4.3 erwähnt wurde, benötigt das Modell des Kupplungssystems Eingabewerte, die nur messtechnisch erfasst werden können. Dazu gehören neben den Reibkoeffizienten in den Interaktionen zwischen den Bauteilen und den Dämpfungskonstanten der Komponenten noch die Parameter, die die Asymmetrie des Kupplungssystems beeinflussen. Das bedeutet, dass verschiedenartige statische und dynamische Messungen des Kupplungssystems zur Parametrierung des Modells durchgeführt werden müssen. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Ergebnisse der obengenannten Messungen auch zur Validierung des Modells des Kupplungssystems eingesetzt werden können.

### 4.4.1 Statischen Messungen des Kupplungssystems

Um die Reibkoeffizienten zu ermitteln, die in die Submodelle der Kontaktschnittstelle mit Abrollen und Reibung vorgegeben werden müssen, können zwei Typen statischer Messungen verwendet werden, nämlich Anpresskraftmessung und Ausrückkraftmessung.

Die Anpresskraftmessung wird zur Erfassung der Abhängigkeit der Anpresskraft vom Betätigungsweg der Vorrichtung eingesetzt (siehe Abbildung 4.19). Dafür wird ein Teil des Kupplungssystems, das aus Kupplung und Kupplungs-scheibe besteht, mittels des Kupplungsdeckels am Prüfstand befestigt. Um diesen Zusammenbau zu belasten, wird die Betätigungsvorrichtung an Stelle des Schwungrades verwendet, die sich axial relativ zur Deckelverschraubungsebene bewegen kann.



**Abbildung 4.19**

Anpresskraftmessung bzw. Simulation eines Kupplungssystems

Die gemessene Abhängigkeit ermöglicht vor allem die Anpresskraft in einem neuen und einem verschlissenen Zustand des Kupplungssystems zu bestimmen, die eines der wichtigsten Funktionsmerkmale bei der Auslegung ist. Außerdem können die Reibkoeffizienten der drei Reibstellen im Kupplungssystem mit Hilfe dieser Kennlinie abgeschätzt werden, da die komplette Hystereschleife zur Verfügung steht. Dazu zählen folgende Reibstellen:

- zwischen dem Tellerfederkrastrand und der Anpressplatte,
- zwischen dem Tellerfederkrastrand und der Stützfeder,
- zwischen dem Tellerfederkrastrand und dem Deckel.

Zur Ermittlung des Reibkoeffizienten in der Reibstelle zwischen den Tellerfederungen und dem Ausrücklager ist es erforderlich die Ergebnisse der

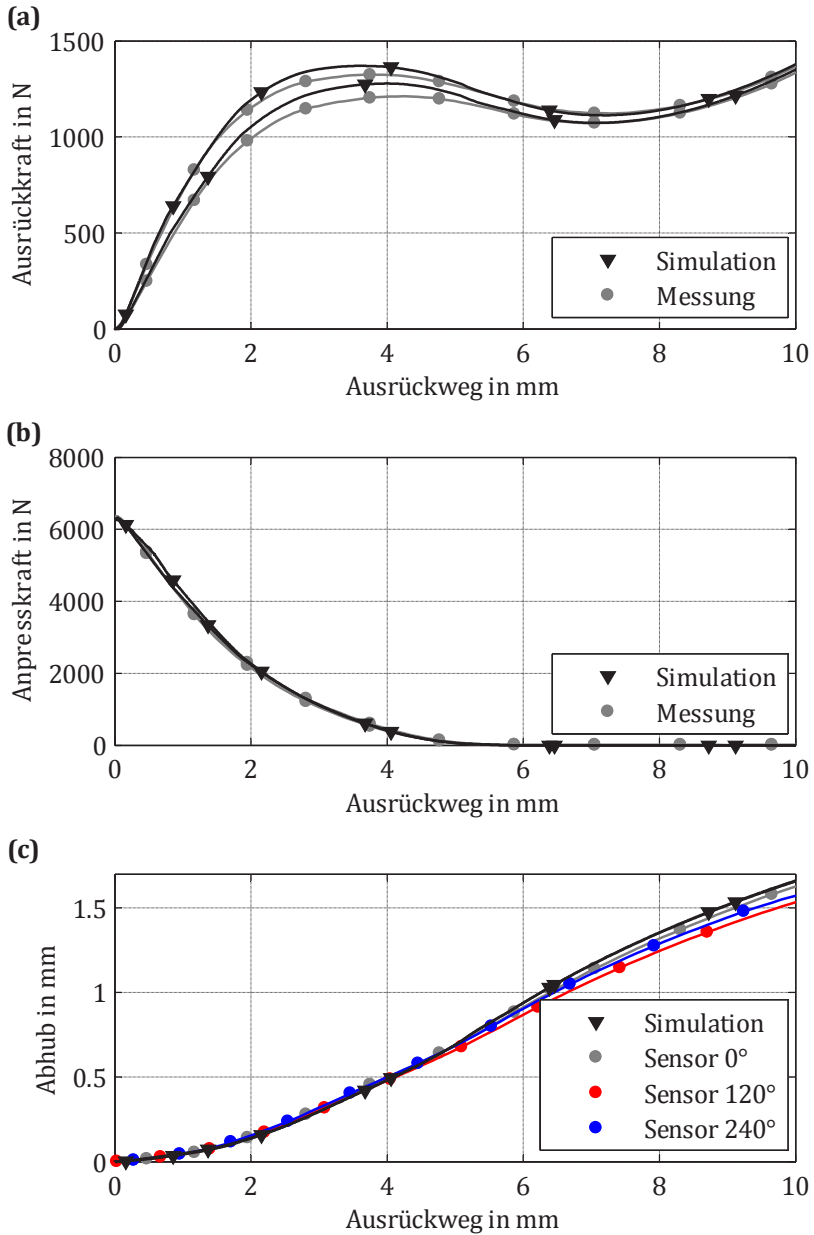
Ausrückkraftmessung zu analysieren (siehe Kapitel 1.3.2 und Abbildung 4.20). Wie aus Abbildung 4.20 (a) hervorgeht, weist die Abhängigkeit der Ausrückkraft vom Ausrückweg eine Hysterese auf, die von allen Reibstellen beeinflusst wird. Da die Reibkoeffizienten in den Reibstellen zwischen dem Tellerfederkrafttrand und den benachbarten Bauteilen mittels Anpresskraftmessung bestimmt wurden, wird der Reibkoeffizient in der Reibstelle zwischen den Tellerfederzungen und dem Ausrücklager angepasst, um eine möglichst gute Korrelation zwischen den Simulation- und Messergebnissen zu erzielen.

In der Abbildung 4.20 (c) sind drei Abhängigkeiten des Abhubs vom Ausrückweg dargestellt (siehe Abbildung 4.20 (c), Sensor 0°, Sensor 120°, Sensor 240°), die während eines einzigen Betätigungsvorgangs gemessen wurden. Diese Kennlinien wurden mit Hilfe von Wegsensoren aufgenommen, die die Bewegungen verschiedener Punkte der Anpressplatte erfassen. Da die Kennlinien unterschiedlich sind (siehe Abbildung 4.20 (c) zum Beispiel bei 8 mm Ausrückweg), bedeutet dies, dass die Anpressplatte nicht parallel zu deren Anfangsposition verschoben wurde<sup>41</sup>. Dieses Verhalten der Anpressplatte wird durch die unbeabsichtigte Asymmetrie des Kupplungssystems bedingt, wobei ein Teil der Parameter, welche die Asymmetrie verursachen, standardmäßig gemessen wird. Dazu gehört beispielsweise der Zungenschlag. Für eine direkte Erfassung des anderen Teils sind spezielle Messungen nötig, die in diesem Fall nicht durchgeführt wurden. Das führt dazu, dass diese Parameter beruhend auf dynamischen Messungen (siehe Abbildung 2.8) bestimmt werden müssen.

---

<sup>41</sup> Das ist ein sogenannter Schiefabhub.





**Abbildung 4.20**

Ausrückkraftmessung bzw. Simulation eines Kupplungssystems

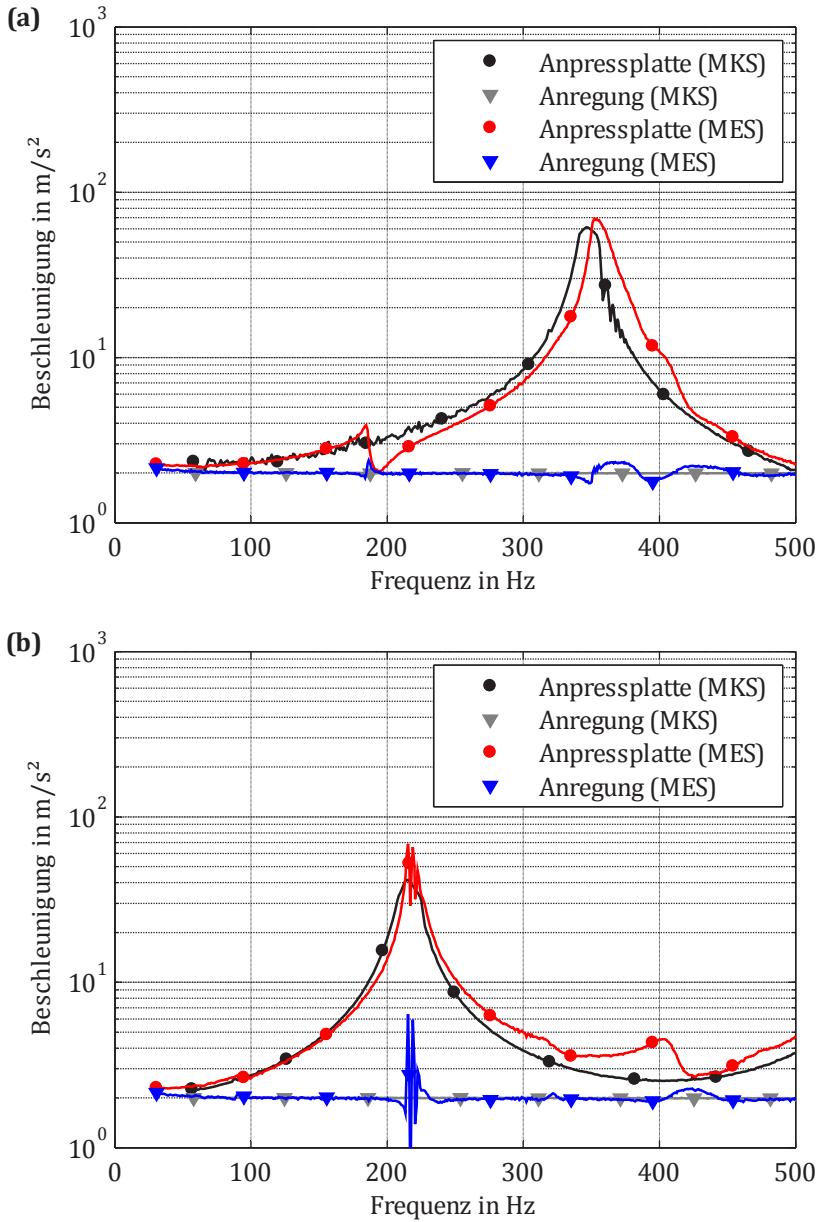
Darüber hinaus werden statische Messungen für eine erste Nachprüfung des Modells eingesetzt, da eine genaue Ermittlung des Betriebspunkts zur Untersuchung der Dynamik des Kupplungssystems bzw. dynamischer Phänomene gewährleistet werden muss. Das bedeutet, dass die statischen Verläufe des Kupplungssystems mit Hilfe des erstellten MKS-Modells abgebildet werden müssen. Dies fordert wiederum einerseits eine hinreichend exakte Beschreibung der Nichtlinearitäten des Kupplungssystems, andererseits auch eine entsprechende Güte des vorgegebenen Datensatzes. Beruhend auf dem in Abbildung 4.20 dargestellten Vergleich zwischen den Berechnungs- und Messergebnissen kann das MKS-Modell des Kupplungssystems für statische Simulationen validiert werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass eine relativ große Abweichung der berechneten Ausrückkraft im Bereich des Maximums dadurch erklärt werden kann, dass die Momenten-Winkel-Kennlinie des Tellerfederkraftandes vom Belastungstyp abhängig ist (Sundararajan, 2013).

#### 4.4.2 Dynamik des Kupplungssystem unter sinusförmiger Anregung mit kleiner Amplitude

Die Parametrierung des MKS-Modells des Kupplungssystems umfasst unter anderem auch die Eingabe der Dämpfungskonstanten, die zunächst ermittelt werden müssen. Dazu werden dynamische Prüfstandmessungen bei unterschiedliche Positionen der Betätigungsvorrichtung durchgeführt<sup>42</sup> (siehe Abbildung 4.21), da das dynamische Verhalten des Kupplungssystems vom dessen Zustand abhängig ist. Um den Einfluss nichtlinearer Effekte, wie zum Beispiel Kontaktverlust zwischen Tellerfeder und Anpressplatte, zu reduzieren, muss die Anregungsamplitude relativ klein vorgegeben werden.

---

<sup>42</sup> Der Aufbau des Prüfstandes mit der Betätigungsvorrichtung und dem untersuchten Kupplungssystem wurde in Kapitel 2.2 erläutert.


**Abbildung 4.21**

 Dynamik eines Kupplungssystems ( $2 \text{ m/s}^2$  Anregungsamplitude)

In Abbildung 4.21 sind Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Messergebnissen für zwei Zustände des Kupplungssystems dargestellt, nämlich eingekuppelter (a) und ausgekuppelter (b), wobei Folgendes festgestellt werden kann:

- Die erste Eigenfrequenz des Systems liegt im eingekuppelten Zustand bei 350 Hz, im ausgekuppelten Zustand bei 215 Hz. Dies lässt sich dadurch erklären, dass das eingekuppelte Kupplungssystem deutlich steifer ist, da die Anpressplatte zwischen der Tellerfeder und der Kupplungsscheibe eingespannt wird.
- Die Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte im eingekuppelten Zustand ist größer als im ausgekuppelten.
- Obwohl eine Rückwirkung der Schwingungen der Komponenten des Kupplungssystems auf die Bewegungen des Prüfstandes in beiden Fällen zu erkennen ist, weicht die Beschleunigungsamplitude der Anregung bei der Messung des ausgekuppelten Kupplungssystems stärker von der vorgegebenen Beschleunigung von  $2 \text{ m/s}^2$  ab. Die Ursache dafür besteht in Stoß-Schwingungen der Anpressplatte, die infolge des Kontaktverlustes zwischen Anpressplatte und Tellerfeder im ausgekuppelten Kupplungssystem schon unter Anregung mit kleiner Amplitude hervorgerufen werden.

Um eine ausreichende Übereinstimmung der Simulations- und Messergebnisse zu erzielen, werden die Dämpfungskonstanten fein justiert. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass nur ein Satz von Dämpfungsparametern festgelegt werden darf, der für Simulationen verschiedener dynamischer Phänomene im Modell vorgegeben wird.

Aus dem Vergleich der berechneten und gemessenen Kennlinien folgt, dass dieses MKS-Modell auch für die dynamischen Simulationen des Kupplungssystems eingesetzt werden darf.

## 4.5 Ergebnisse und deren Analyse

Die numerische Untersuchung des Trennproblems beinhaltet mehrere Schritte. Zunächst wird das dynamische Verhalten des Kupplungssystems mit dem Trennproblem, das in Kapitel 2.2 dargestellt ist, mittels des entwickelten 3D-MKS-Modells abgebildet und analysiert. Dann können unterschiedliche Lösungsansätze geprüft werden, um die möglichen Abhilfemaßnahmen zu identifizieren.

### 4.5.1 Untersuchung des symmetrischen Kupplungssystems

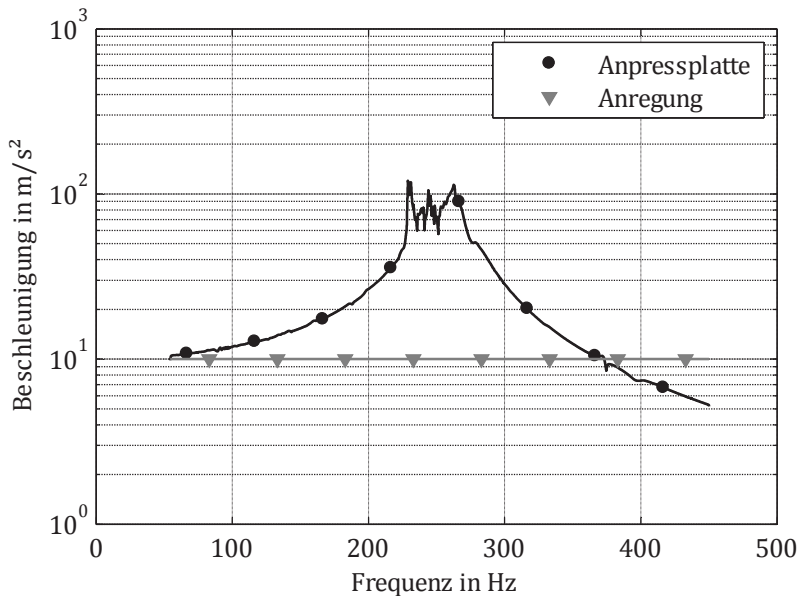
Obwohl alle gefertigten Kupplungssysteme toleranzbehaftet sind, wird eine Simulation eines nominalen Zusammenbaus durchgeführt, der das Verhalten eines absolut symmetrischen Systems nachbildet. Dabei ist zu beachten, dass das MKS-Modell des Kupplungssystems standardmäßig mittels des nominalen Datensatzes parametrisiert wird. Das bedeutet:

- alle Bauteile sind nominal und ohne Versätze beschrieben,
- alle Feder bzw. Federsegmente sind gleichmäßig in Umfangsrichtung verteilt.

Da das Kupplungssystem im ausgekuppelten Zustand gemessen wurde, ist es erforderlich, die Position des Ausrücklagers der Prüfstandmessung festzulegen. Anschließend wird das Kupplungssystem durch einen axialen sinusförmigen Sweep mit einer konstanten Beschleunigungsamplitude von  $10 \text{ m/s}^2$  angeregt (siehe Abbildung 4.22).

Wie aus Abbildung 4.22 hervorgeht, verfügt der absolut symmetrische Zusammenbau im Unterschied zum gemessenen Kupplungssystem (siehe Abbildung 2.8) unter obengenannten Randbedingungen nur über einen Frequenzbereich mit großer Amplitude der axialen Beschleunigung der Anpressplatte, der sich zwischen 230 Hz und 265 Hz befindet und mehrere lokale Maxima aufweist.

Dabei kann die deutlich nichtlineare Abhängigkeit der Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte von der Frequenz durch die Stoß-Schwingungen im Kupplungssystem erklärt werden, die in diesem Frequenzbereich hervorgerufen werden.



**Abbildung 4.22**

Dynamik des symmetrischen Kupplungssystems ( $10 \text{ m/s}^2$  Anregungsamplitude)

Zusammengefasst bedeutet dies, dass das MKS-Modell mit dem nominalen symmetrischen Datensatz nicht in der Lage ist, die drei gemessenen Maxima abzubilden.

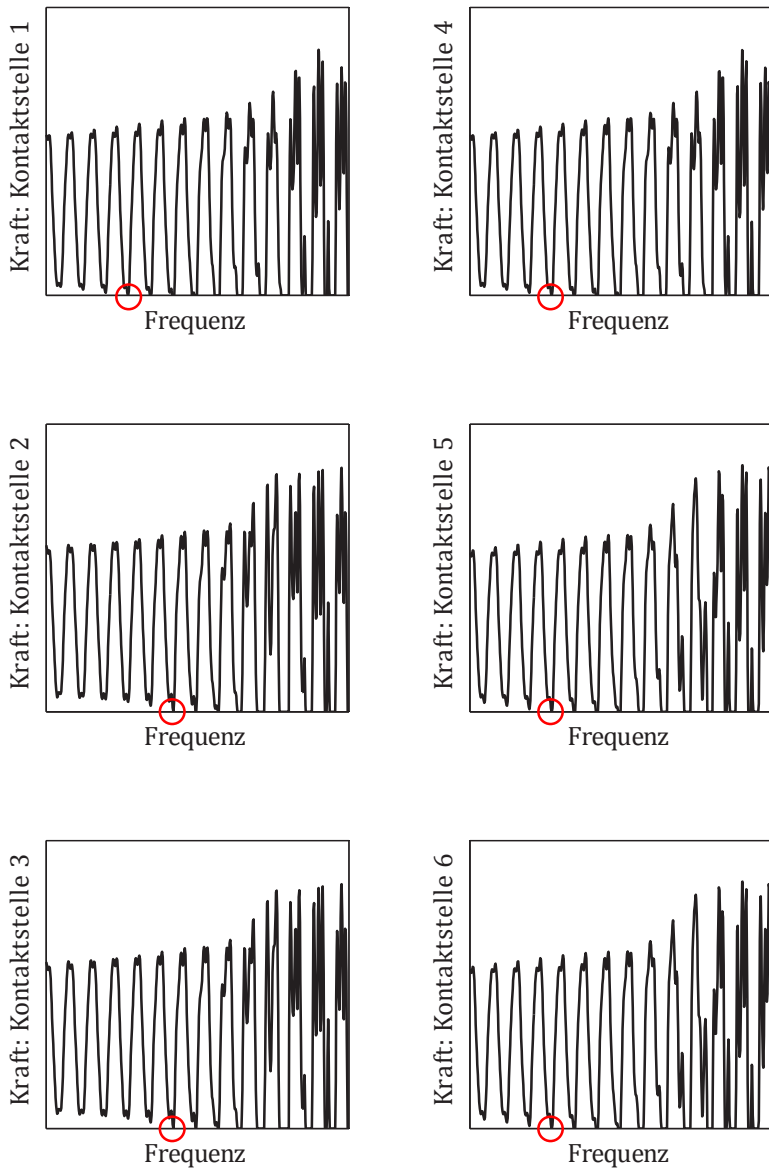
#### 4.5.2 Untersuchung des Einflusses der Asymmetrie auf die Dynamik des Kupplungssystems

Da das berechnete dynamische Verhalten des symmetrischen Zusammenbaus stark vom Ergebnis der Prüfstandmessung abweicht, wird das MKS-Modell durch Berücksichtigung verschiedener Asymmetriequellen des Kupplungssystems erweitert.

Zunächst wird ein Achs- bzw. Winkelversatz der Tellerfeder ins Modell des Kupplungssystems eingebaut. Dafür werden die Momenten-Winkel-Kennlinien der Segmente des Tellerfederkrafttrandes dermaßen bestimmt, den maximal erlaubten Versatz der Tellerfeder zu beschreiben. Das führt dazu, dass Segmente des Tellerfederkrafttrandes unterschiedlich belastet und verformt werden. Daraus folgt, dass die benachbarten Bauteile nicht nur in Axial-, sondern auch in Kipprichtung beansprucht werden.

Um die Kippbelastungen und dadurch die Asymmetrie des Kupplungssystems zu bewerten, können die Kräfte in allen Kontaktstellen zwischen Tellerfeder und Anpressplatte ausgewertet werden. In Abbildung 4.23 sind die Frequenzabhängigkeiten dieser Kontaktkräfte dargestellt, wobei Folgendes zu erkennen ist:

- Die Kräfte in den Kontaktstellen sind vergleichbar, obwohl ein maximaler Versatz der Tellerfeder mit Hilfe des modifizierten Datensatzes modelliert wird.
- Die Stöße werden im untersuchten Frequenzbereich in den Kontaktstellen zwischen Tellerfeder und Anpressplatte hervorgerufen, wobei die Kontaktverluste in den Interaktionsstellen zeitlich versetzt entstehen (In der Abbildung 4.23 werden die erste Kontaktverluste mittels roter Kreise bezeichnet.).

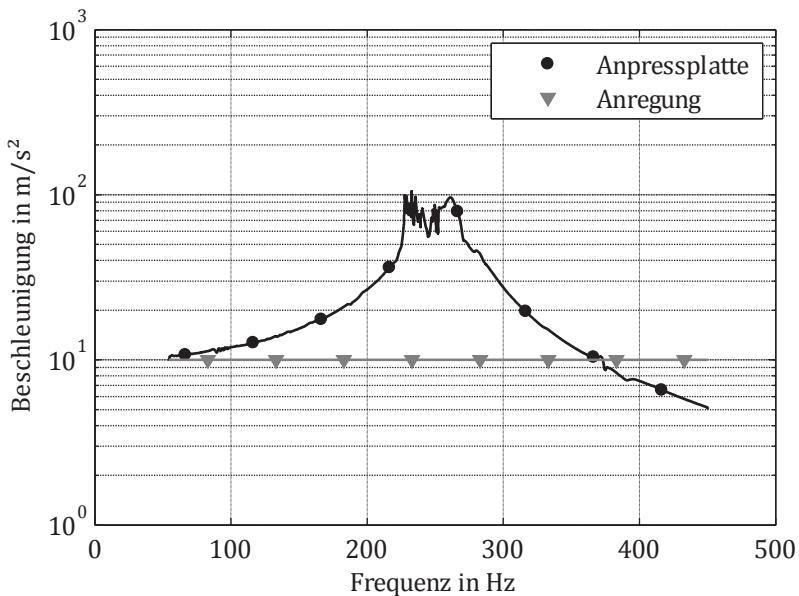


**Abbildung 4.23**

Kräfte in den Kontaktstellen zwischen Tellerfeder und Anpressplatte



Aus der Betrachtung der Kennlinien ergibt sich, dass die Asymmetrie des Kupplungssystems, die infolge des Versatzes der Tellerfeder entstehen kann, unwesentlich ist. Dies erklärt die Tatsache, dass der mit Hilfe dieses Modells ermittelte Amplitudengang der Anpressplatte (siehe Abbildung 4.24) sich im Vergleich zum Verhalten des symmetrischen Kupplungssystems (siehe Abbildung 4.22) nur geringfügig verändert.

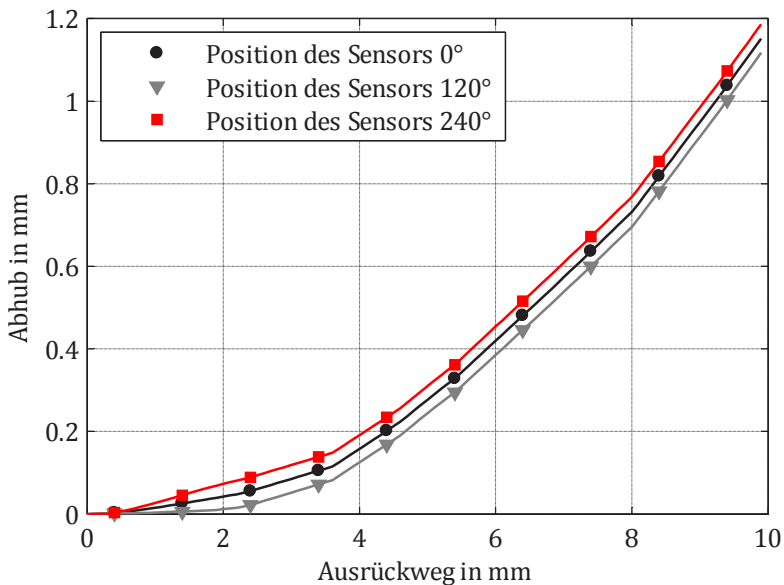


**Abbildung 4.24**

Dynamik des asymmetrischen Kupplungssystems (Versatz der Tellerfeder, 10 m/s<sup>2</sup> Anregungsamplitude)

Dies deutet darauf hin, dass noch andere Asymmetriequellen des Kupplungssystems abgebildet werden müssen, wie beispielsweise der Zungenschlag. Um den Zungenschlag zu modellieren, werden die Werte der Zungenhöhen, die in

allen Segmenten der Tellerfeder standardmäßig gleich sind, unterschiedlich vorgegeben. Dadurch werden die Tellerfederzungen während der Betätigung ungleichmäßig belastet, was sowohl die asymmetrischen Verformungen der elastischen Komponenten, als auch ein Kippen der Starrkörper des Kupplungssystems, unter anderem auch der Anpressplatte (siehe Abbildung 4.25), verursacht.

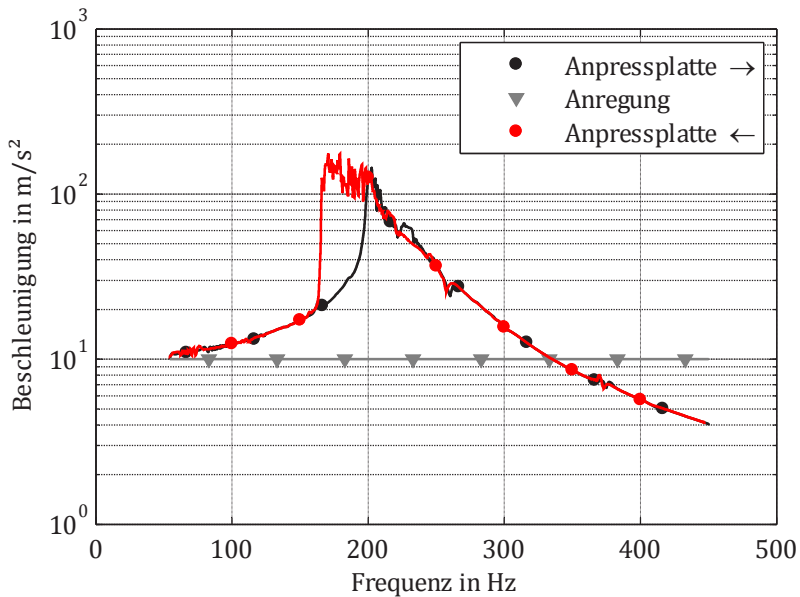


**Abbildung 4.25**

Schiefabhub

Wie aus der Abbildung 4.25 hervorgeht, zeigen die drei Punkte der Anpressplatte verschiedene Bewegungsverläufe, die auf einen Schiefabhub der Anpressplatte hindeuten. Das bedeutet, dass die Anpressplatte im ausgekuppelten Zustand des Kupplungssystems verkippt wird.

Zur Untersuchung der Dynamik des Kupplungssystems, das sowohl den Versatz der Tellerfeder, als auch den Zungenschlag beinhaltet, wird der Anregungssweep in beiden Richtungen durchgeführt (siehe Abbildung 4.26).



**Abbildung 4.26**

Dynamik des asymmetrischen Kupplungssystems (Versatz der Tellerfeder, Zungenschlag,  $10 \text{ m/s}^2$  Anregungsamplitude)

Die Ergebnisse der Simulation dieses asymmetrischen Kupplungssystems unter vorgegebenen Randbedingungen<sup>43</sup> zeigen, dass das dynamische Verhalten der

<sup>43</sup> Das Kupplungssystem ist vollständig ausgerückt. Anregung ist sinusförmig mit der konstanten Beschleunigungsamplitude gleich  $10 \text{ m/s}^2$ .

Anpressplatte stark nichtlinear ist. Einerseits folgt dies sich aus den Amplitudengängen der Beschleunigung der Anpressplatte (siehe Abbildung 4.26, schwarze und rote Kennlinien), die eine sehr große Steigung der Kennlinien vor dem Maximum aufweisen. Andererseits folgt es aus der Abhängigkeit der Amplitudengänge von der Richtung der Frequenzänderung:

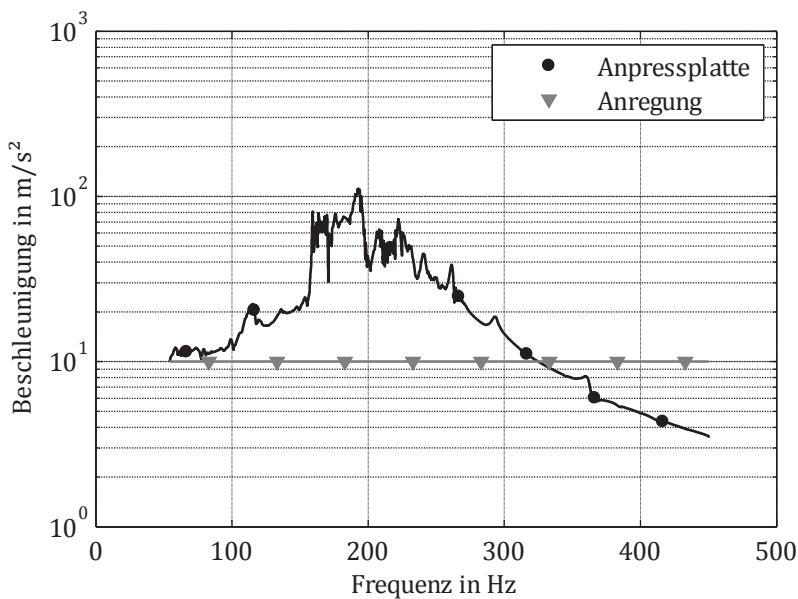
- Im Fall der Simulation mit aufsteigender Anregungsfrequenz liegt das Maximum der Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte, das gleich  $145 \text{ m/s}^2$  ist, bei 200 Hz.
- Das Maximum, das der Simulation mit absteigender Anregungsfrequenz entspricht, ist gleich  $175 \text{ m/s}^2$  und befindet sich im Bereich von 165 Hz.

Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die obengenannte Abhängigkeit das Ergebnis der analytischen Untersuchung der Dynamik des vorgespannten Systems qualitativ nachbildet (siehe Kapitel 3.1, Abbildung 3.4).

Außerdem ist zu beachten, dass die Frequenz des Maximums der Beschleunigungsamplituden der Anpressplatte im Fall einer Simulation mit aufsteigender Anregungsfrequenz mit dem zweiten gemessenen Maximum (siehe Abbildung 2.8) übereinstimmt.

Da die Übereinstimmung zwischen den Simulations- (siehe Abbildung 4.26, schwarze Kennlinie) und Messergebnissen (siehe Abbildung 2.8) noch nicht ausreichend ist, werden weitere Asymmetriequellen des Kupplungssystems modelliert. Darunter werden die Herstellungstoleranzen der Anpressplatte, des Deckels und der Blattfedern verstanden, die sowohl die Vorspannung als auch die Steifigkeit der Blattfederpakete beeinflussen. Darüber hinaus muss noch berücksichtigt werden, dass die Blattfedern mit den benachbarten Komponenten vernieten werden. Dies führt zu einer zusätzlichen Streuung der Vorspannungen der Blattfedern im Kupplungssystem.

In Abbildung 4.27 sind die Simulationsergebnisse des Modells dargestellt, das außer den beiden oben angeführten Asymmetrien der Tellerfeder noch die unterschiedlichen Blattfedern aufweist. Die Analyse der Abhängigkeit der axialen Beschleunigungsamplitude der Anpressplatte von Frequenz zeigt, dass mehrere lokale Maxima zwischen 160 Hz und 300 Hz existieren, die relativ hohe Beschleunigungswerte aufweisen (siehe Abbildung 4.27, zum Beispiel bei 160 Hz und 200 Hz). Daraus ergibt sich, dass das Trennproblem im Fahrzeug mit diesem asymmetrischen Kupplungssystem hervorgerufen werden kann, da sich die Maxima teilweise im relevanten Frequenzbereich befinden, der unter Berücksichtigung der Motoranregung auf 200 Hz begrenzt ist.

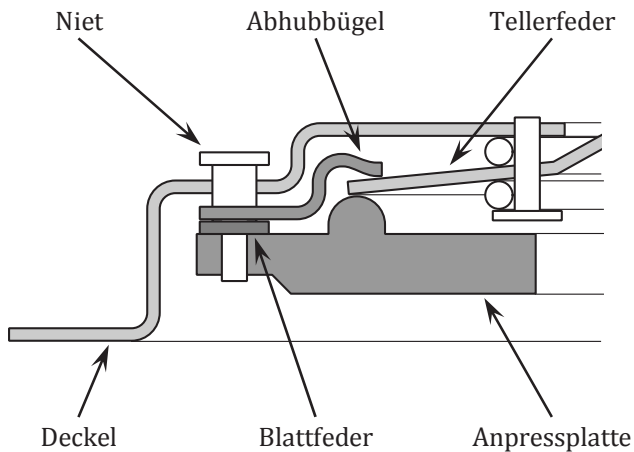


**Abbildung 4.27**

Dynamik des asymmetrischen Kupplungssystems (Versatz der Tellerfeder, Zungenschlag, unterschiedliche Blattfedern, 10 m/s<sup>2</sup> Anregungsamplitude)

### 4.5.3 Kupplungssystem mit Abhubbügel

Wie in Kapiteln 3.1.4, 3.2.6 und 4.5.2 erläutert wurde, führt der Kontaktverlust zwischen Tellerfeder und Anpressplatte im relevanten Frequenzbereich zu Stoß-Schwingungen, die das Trennproblem verursachen können. Daraus kann eine mögliche Abhilfemaßnahme abgeleitet werden, die in der Beibehaltung des obengenannten Kontakts besteht. Dafür können beispielsweise spezielle Federn in das Kupplungssystem eingebaut werden, sogenannte Abhubbügel, die zwischen der Tellerfeder und der Anpressplatte wirken und diese Kontaktstelle belasten (siehe Abbildung 4.28).

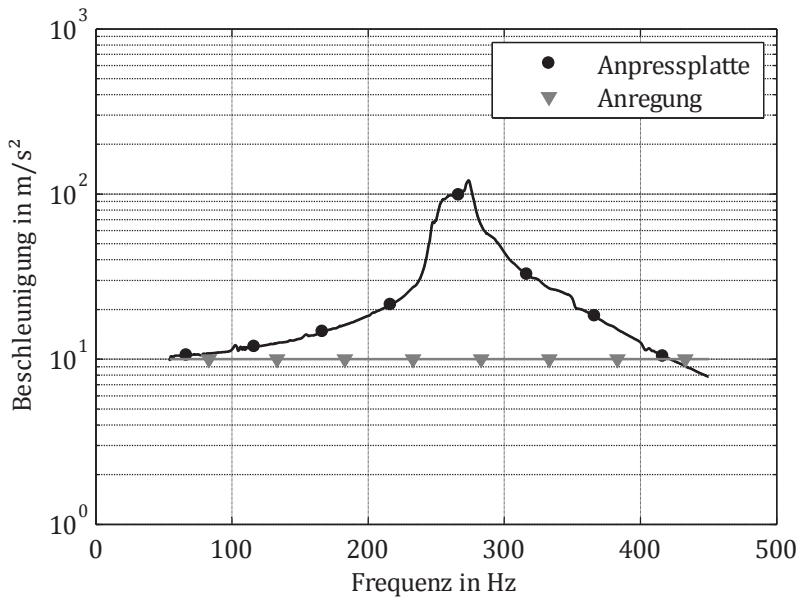


**Abbildung 4.28**

Konstruktion des Kupplungssystems mit dem Abhubbügel

Da die Kontaktstelle zwischen Tellerfeder und Anpressplatte durch den Einsatz der Abhubbügel zusätzlich vorgespannt wird, wird der Einfluss mancher Asymmetrien im Kupplungssystem unterdrückt. Daraus ergibt sich, dass der Verlauf der Abhängigkeit der axialen Beschleunigungsamplitude der

Anpressplatte von der Frequenz (siehe Abbildung 4.29) eines Kupplungssystems mit Abhubbügeln mit der Kennlinie eines absolut symmetrischen Systems vergleichbar ist (siehe Abbildung 4.22).



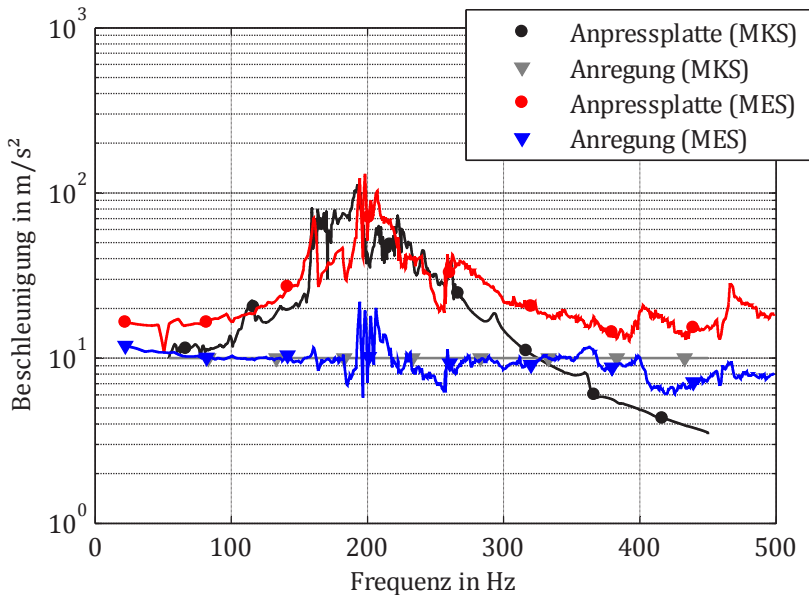
**Abbildung 4.29**

Dynamik des Kupplungssystems mit den Abhubbügeln (Versatz der Tellerfeder, Zungenschlag, unterschiedliche Blattfedern, Abhubbügeln, 10 m/s<sup>2</sup> Anregungsamplitude)

Wie aus den Simulationsergebnissen hervorgeht (siehe Abbildung 4.29), weist das Kupplungssystem mit den Abhubbügeln nur einen relativ schmalen Frequenzbereich mit großer Beschleunigungsamplitude auf, der deutlich über 200 Hz liegt. Die Beschleunigungsamplituden der Anpressplatte im relevanten Frequenzbereich sind relativ klein. Dies deutet darauf hin, dass das Trennproblem im Fahrzeug mit diesem Kupplungssystem nicht zu erwarten ist.

## 4.6 Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen

Um das ausgearbeitete 3D-Modell zur numerischen Analyse des Trennproblems zu validieren, werden zunächst Simulationsergebnisse des asymmetrischen Kupplungssystems ohne Abhubbügel (siehe Abbildung 4.27) und entsprechende Messergebnisse (siehe Abbildung 2.8) miteinander verglichen (siehe Abbildung 4.30).



**Abbildung 4.30**

Vergleich der Simulations- und Messergebnisse (asymmetrisches Kupplungssystem,  $10 \text{ m/s}^2$  Anregungsamplitude)



Aus dem Vergleich (siehe Abbildung 4.30) ergibt sich, dass:

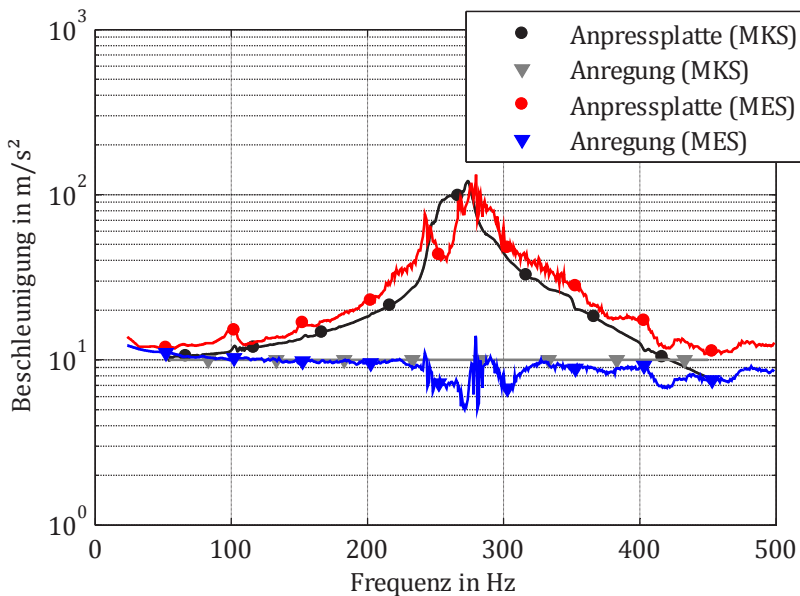
- sowohl Simulations- als auch Messergebnisse über mehrere lokale Beschleunigungsmaxima, unter anderem bei 160 Hz, 200 Hz und 260 Hz, verfügen.
- nicht nur die Frequenzen sondern auch die Beschleunigungsamplituden der obengenannten lokalen Maxima der berechneten und gemessenen Abhängigkeiten miteinander übereinstimmen.
- die berechneten und gemessenen Amplitudengänge der axialen Beschleunigung der Anpressplatte in der Nähe von 185 Hz und 210 Hz voneinander abweichen. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Verläufe dieser Abhängigkeiten einerseits von der Asymmetrie des Kupplungssystems andererseits von der tatsächlichen Anregung abhängig sind. In Abbildung 4.30 ist zu erkennen, dass die gemessene Beschleunigungsamplitude der Anregung nicht immer gleich  $10 \text{ m/s}^2$  ist, sondern im Bereich von  $6 \text{ m/s}^2$  bis  $20 \text{ m/s}^2$  streut und dadurch das dynamische Verhalten der Anpressplatte stark beeinflusst (siehe Kapitel 2.2).
- ein Unterschied zwischen den Simulations- und Messergebnissen im Bereich über 325 Hz vorhanden ist. Aber da die Frequenzen deutlich über dem relevanten Frequenzbereich liegen, und sowohl die berechneten als auch die gemessenen Beschleunigungsamplituden der Anpressplatte in diesem Bereich verhältnismäßig klein sind, ist diese Abweichung irrelevant.

Da das Kupplungssystem mit Abhubbügeln gebaut und am Prüfstand gemessen wurde<sup>44</sup>, können die Simulationsergebnisse (siehe Abbildung 4.29) mit den

---

<sup>44</sup> In der Regel beinhaltet das Kupplungssystem drei Abhubbügeln, die zusammen mit den Blattfedern und der Anpressplatte vernietet sind.

Messergebnissen auch für diese Ausführung verglichen werden (siehe Abbildung 4.31). Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass sowohl alle nominalen Eingabewerte, die Reibkoeffizienten und die Dämpfungsparameter, als auch die Eingabe der Parameter der Asymmetriequellen vom Modell des Kupplungssystems ohne Abhubbügel übernommen werden, obwohl das Kupplungssystem mit Abhubbügel aus einem anderen Satz von Bauteilen zusammengebaut wurde.



**Abbildung 4.31**

Vergleich der Simulation- und Messergebnisse (asymmetrisches Kupplungssystem mit Abhubbügel,  $10 \text{ m/s}^2$  Anregungsamplitude)

Bei der Betrachtung des in Abbildung 4.31 dargestellten Vergleichs resultiert, dass:

- nicht nur die Frequenz, sondern auch die Amplitude des mittels Simulation ermittelten Maximums der Anpressplattenbeschleunigung mit den entsprechenden Messwerten übereinstimmt (siehe Abbildung 4.31, schwarze und rote Kennlinien bei 275 Hz).
- die berechneten und gemessenen Amplitudengänge der axialen Beschleunigung der Anpressplatte im Bereich bis 425 Hz, ausgenommen den Frequenzbereich von 240 Hz bis 265 Hz, miteinander übereinstimmen (siehe Abbildung 4.31, schwarze und rote Kennlinien).
- die Simulations- und Messergebnisse im Frequenzbereich von 240 Hz bis 265 Hz voneinander abweichen. Die Ursache dafür besteht in der Anregung während des Versuchsvorgangs, deren Beschleunigungsamplitude nicht wie vorgegeben gleich  $10 \text{ m/s}^2$  war, sondern sich im Bereich zwischen  $5 \text{ m/s}^2$  und  $13 \text{ m/s}^2$  geändert hat.

Zusammengefasst folgt aus den beiden Vergleichen, dass die Simulationsergebnisse und Messergebnisse im relevanten Frequenzbereich im Wesentlichen miteinander übereinstimmen. Dadurch wird das MKS-Modell zur numerischen Untersuchung der Dynamik des Kupplungssystems, unter anderem auch zur Abbildung des Trennproblems, validiert.

## 4.7 Diskussion und Zusammenfassung

Das 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems wurde auf Basis der entwickelten Submodelle der Bauteile und deren Interaktionen aufgebaut. Dieses Modell ist in der Lage, sowohl das statische als auch das dynamische Verhalten des Kupplungssystems unter Berücksichtigung aller signifikanten Nichtlinearitäten zu simulieren. Dabei ist zu beachten, dass nicht nur das nominale symmetrische

Kupplungssystem mittels des Modells abgebildet werden kann, sondern auch die Einflüsse verschiedener Asymmetriequellen untersucht werden können.

In Kapitel 4.5 wurde nachgewiesen, dass die Asymmetrie des Kupplungssystems das komplexe dynamische Verhalten der Anpressplatte erklären lässt, das neben axialen Bewegungen zusätzlich ausgeprägtes Kippen, sogar im Fall einer rein axialen Anregung aufweist. Dabei können Stoß-Schwingungen der Anpressplatte mit großer Amplitude im relevanten Frequenzbereich entstehen, die zum Trennproblem im Fahrzeug führen können. Außerdem wurde durch den Einsatz der Abhubbügel bewiesen, dass die Entstehung des Trennproblems durch eine Reduktion der Asymmetrie und Erhöhung der Vorspannkraft in der Kontaktstelle zwischen Tellerfeder und Anpressplatte im Kupplungssystem vermieden werden kann.

Darüber hinaus wurden die Modelle mit und ohne Abhubbügel mit Hilfe von Messungen am Shaker für dynamische Simulationen validiert.

# 5 Simulation anderer dynamischer Phänomene

Aus den in Kapitel 4.1 angeführten Anforderungen folgt, dass ein ausführliches 3D-Modell des Kupplungssystems im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde, das zur Simulation verschiedener dynamischer Phänomene eingesetzt werden kann. Als Beispiel dafür dienen die Simulationen des Trennproblems, die in Kapitel 4.5 dargestellt wurden.

Dieses Kapitel widmet sich den numerischen Untersuchungen zweier weiterer dynamischer Phänomene, die mit Hilfe des obengenannten Modells durchgeführt wurden, nämlich Getrieberasseln beim Schalten<sup>45</sup> (siehe Kapitel 5.1) und Pedalkribbeln<sup>46</sup> (siehe Kapitel 5.2)

## 5.1 Getrieberasseln beim Schalten

### 5.1.1 Definition und Entstehungsmechanismus

Wie in Kapitel 1.3.3 erwähnt wurde, wird unter Getrieberasseln ein unangenehmes Geräusch verstanden (siehe Abbildung 5.1), das durch die Stöße im Kontakt der Zahnräder im Getriebe hervorgerufen wird und durch die Fahrzeugkarosserie in den Fahrgastraum weitergeleitet wird. Daraus folgt, dass

---

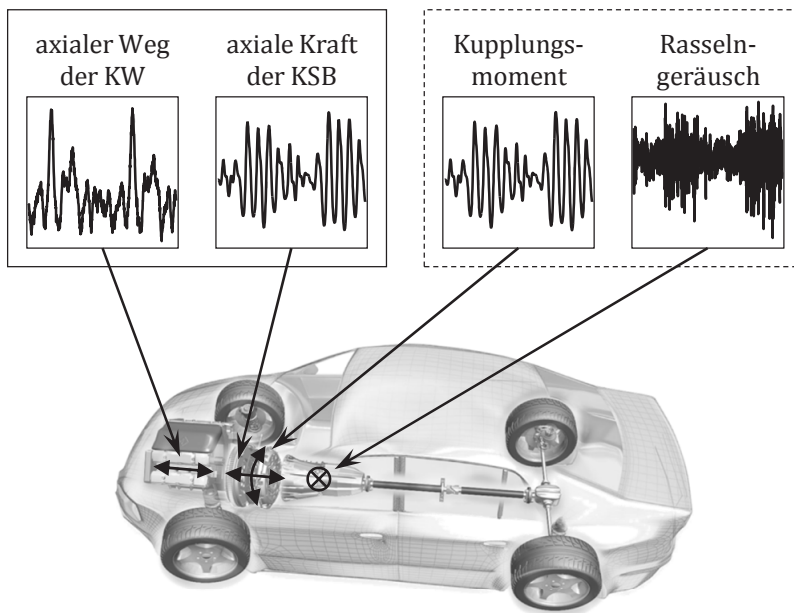
<sup>45</sup> Das Getrieberasseln beim Schalten wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr.-Ing. Fidlin und Dipl. Ing. Klünder untersucht (Tikhomolov, Klünder, & Fidlin, 2011).

<sup>46</sup> Das Pedalkribbeln wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr.-Ing. Fidlin, Dr.-Ing. Ineichen, Dr. tech. Nauk Kremer und Dipl. Ing. Klünder untersucht (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009).

zwei Gruppen von Abhilfemaßnahmen zur Bekämpfung des Getrieberassels verwendet werden können.

Die erste Gruppe ist dadurch gekennzeichnet, dass die Übertragung des Geräusches von der Anregungsquelle zum Fahrgastraum beeinflusst wird. Dazu zählt beispielsweise eine Verbesserung der Isolation des Fahrgastraums.

Zur zweiten Gruppe gehören die Abhilfemaßnahmen, die auf die Geräuschquelle, nämlich Stöße im Kontakt der Zahnradflanken, einwirken. Darauf bezieht sich unter anderem eine Optimierung der Fahrzeug- bzw. Verzahnungseigenschaften. Hierbei ist zu bemerken, dass diese Eigenschaften in der Regel kaum veränderbar sind, da sie durch andere Funktionsmerkmale bestimmt sind.



**Abbildung 5.1**

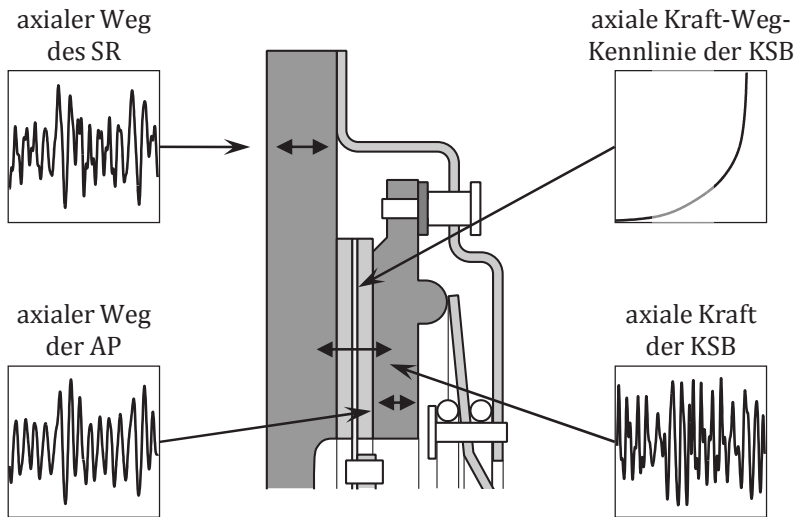
Entstehungsprinzip des Getrieberassels beim Schalten

Die zweite Gruppe beinhaltet auch Abhilfemaßnahmen, die Schwingungen des Momentes an der Getriebeeingangswelle reduzieren. Da sich das Kupplungssystem während des Schaltens in der Gleitphase befindet, sind diese Schwingungen sowohl vom Kupplungssystem als auch vom Antriebstrang abhängig. Daraus folgt, dass das Getrieberasseln mit Hilfe der Anpassung der Torsionseigenschaften des Antriebstrangs unterdrückt werden kann. Das Ziel dieser Abhilfemaßnahmen besteht in der Optimierung der Übertragungsfunktion des Antriebstrangs vom Kupplungssystem bis zur Verzahnung (siehe Abbildung 5.1, durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet). Als Beispiel dafür kann der Einsatz einer speziellen gedämpften Kupplungsscheibe dienen.

Außerdem kann das Getrieberasseln beim Schalten mittels einer Verringerung der Schwingungen der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe reduziert werden, da diese Kraft das Moment an der Getriebeeingangswelle direkt beeinflusst. Daraus ergibt sich, dass die Optimierung der Parameter des Kupplungssystems mit dem Ziel, die Ungleichförmigkeit der obengenannten Kraft zu minimieren, auch eine mögliche Abhilfemaßnahme ist (siehe Abbildung 5.1, durch eine durchgezogene Linie gekennzeichnet). Da diese Abhilfemaßnahme im Rahmen der Untersuchung des Getrieberasseln beim Schalten numerisch analysiert wurde, wird der Entstehungsmechanismus der Schwingungen der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe ausführlich dargestellt (siehe Abbildung 5.2).

Wie aus dem Aufbau des Antriebstrangs folgt (siehe Abbildung 1.1), wird das Schwungrad mit der Kurbelwelle direkt verbunden. Dadurch werden die Kurbelwellenschwingungen (siehe Abbildung 5.1), die infolge der Zündungen im Verbrennungsmotor hervorgerufen werden, ins Kupplungssystem weitergeleitet. Dabei wird einerseits das Schwungrad in Bewegung gebracht, andererseits werden Schwingungen der Anpressplatte angeregt (siehe Abbildung 5.2). Das führt dazu, dass der Abstand zwischen den Reibflächen des Schwungrades und der Anpressplatte oszilliert. Dadurch werden die Schwingungen der axialen

Kraft in der Kupplungsscheibe verursacht, da dieser Abstand die Verformungen der Federsegmente bestimmt.



**Abbildung 5.2**

Entstehungsprinzip der Schwingungen der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe

### 5.1.2 Ergebnisse der Simulation

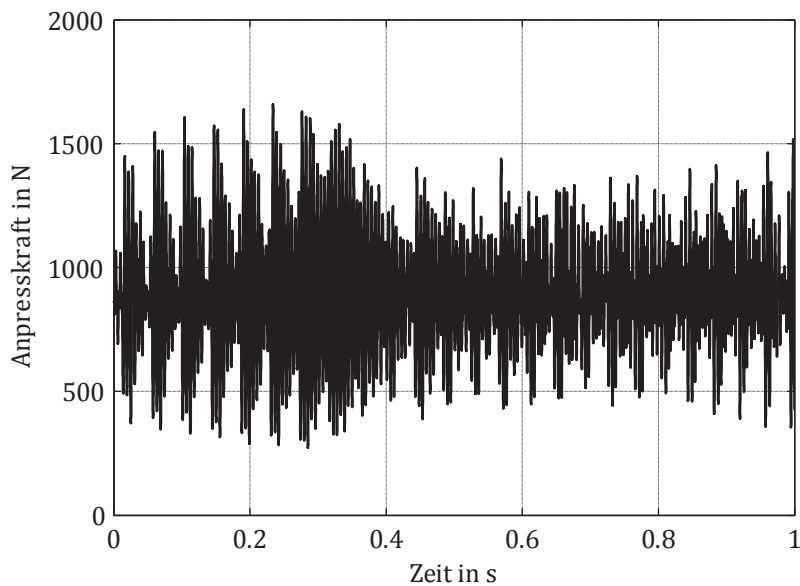
Um die Ungleichförmigkeit der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe zu ermitteln (siehe Abbildung 5.3), wurde das entwickelte 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems eingesetzt. Dabei ist Folgendes zu berücksichtigen:

- Da sich das Kupplungssystem beim Schalten in der Gleitphase befindet, werden die Randbedingungen der Simulation dem Betriebspunkt entsprechend vorgegeben. Das ist zwingend erforderlich, weil sowohl



die Statik und dadurch der Mittelwert der Anpresskraft als auch die Dynamik des Kupplungssystems und dementsprechend die Ungleichförmigkeit der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe von der Lage des Ausrücklagers abhängig sind.

- Um die Schwingungen der Anpresskraft im Fahrzeug zu simulieren, werden die getriebeseitigen Bewegungen der Kurbelwelle gemessen (siehe Kapitel 2.1). Nach der Auswertung wird die Abhängigkeit des axialen Weges der Kurbelwelle von der Zeit im Modell als Anregungssignal verwendet.



**Abbildung 5.3**

Ungleichförmigkeit der axialen Kraft in der Kupplungsscheibe

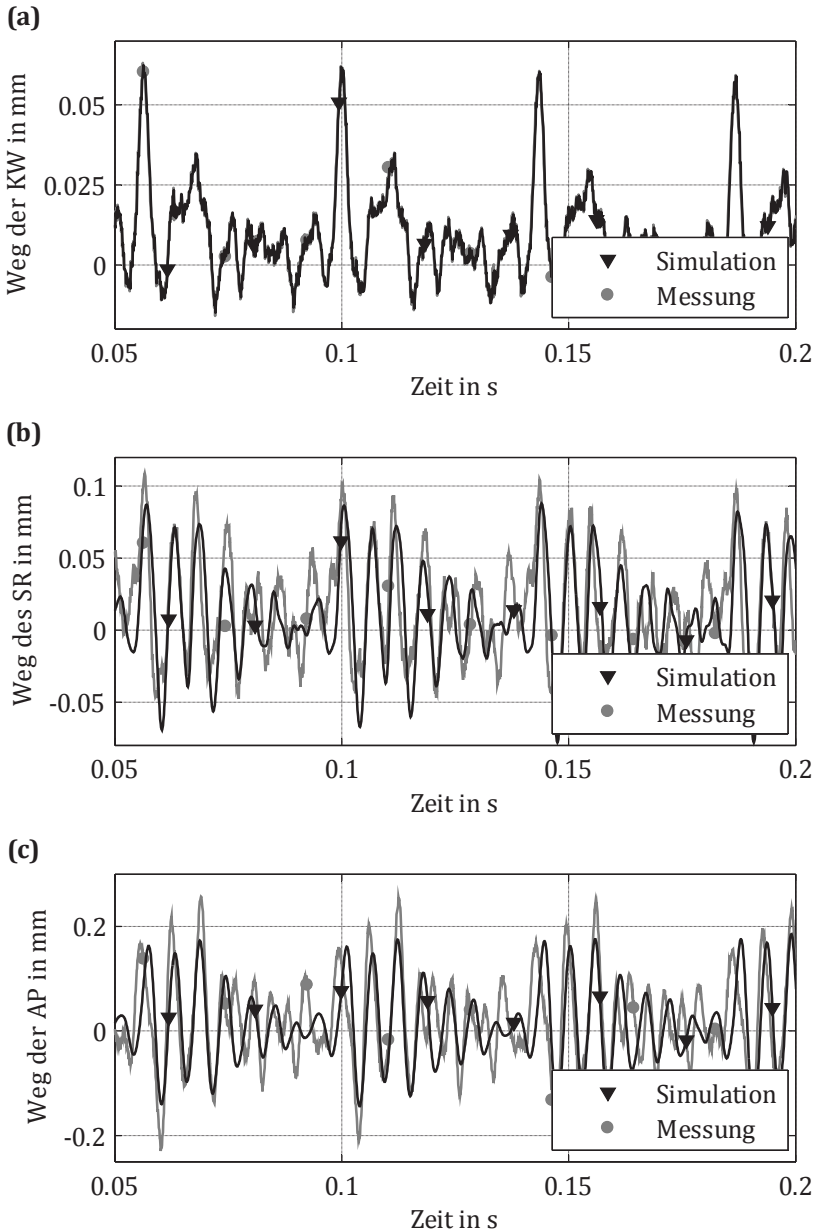
Wie aus Abbildung 5.3 hervorgeht weist die Abhängigkeit der Anpresskraft von der Zeit hochfrequente Schwingungen auf, die zur quantitativen Bewertung des Verhaltens des Kupplungssystems beim Schalten verwendet werden können.

### 5.1.3 Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen

Da die Schwingungen der Kurbelwelle (siehe Abbildung 5.4 (a)) zur Simulation des Getrieberasseln erforderlich sind, wurden Fahrzeugmessungen durchgeführt. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Motoranregung in einer spezifizierten Fahrsituation erfasst wurde, in der das zur Untersuchung stehende Getrieberasseln hervorgerufen werden kann. Darüber hinaus wurden noch zusätzliche Sensoren installiert, welche die Bewegungen des Schwungrades (siehe Abbildung 5.4 (b)) und der Anpressplatte (siehe Abbildung 5.4 (c)) ermitteln lassen. Daraus folgt, dass verschiedene gemessene Signale zur Verfügung stehen, die zu einer erweiterten Validierung des Modells eingesetzt werden können.

In Abbildung 5.4 sind Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Messergebnissen dargestellt. Da die gemessene Bewegung der Kurbelwelle als Vorgabe fürs Modell übernommen wurde, ist kein Unterschied zwischen den Kennlinien in Abbildung 5.4 (a) zu erkennen. Die anderen zwei Vergleiche weisen eine gute qualitative und quantitative Korrelation der Verläufe auf, obwohl Abweichungen in einigen Bereichen existieren. Die Ursache dafür besteht einerseits in den Messergebnissen, die gewisse Ungenauigkeiten beinhalten, andererseits im Modell des Kupplungssystems, das nicht alle Details abbildet.

Zusammengefasst folgt aus dem Vergleich, dass das entwickelte Modell des Kupplungssystems zur Simulation dynamischer Phänomene im Fahrzeug unter Berücksichtigung der Anregung des Verbrennungsmotors validiert ist und zur Systemoptimierung verwendet werden kann (Tikhomolov, Klünder, & Fidlin, 2011).



**Abbildung 5.4**  
Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Messergebnissen (Fahrzeuganregung)

## 5.2 Pedalkribbeln

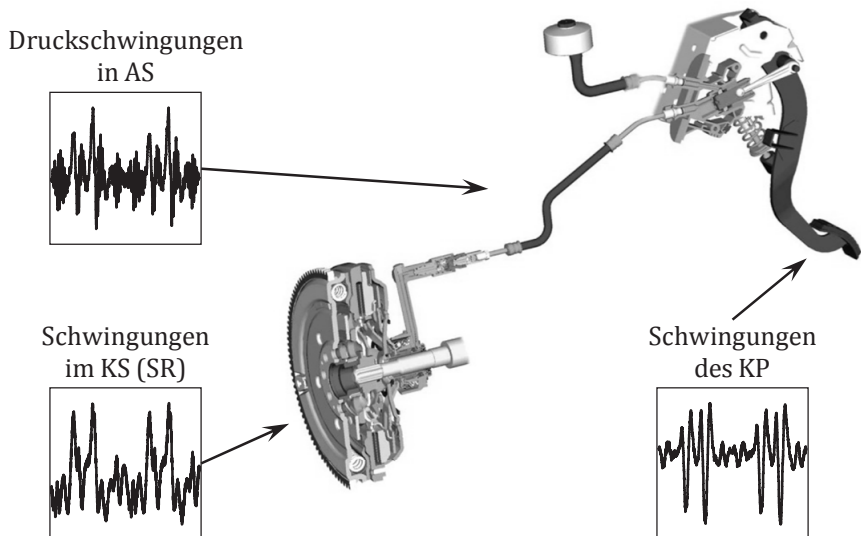
### 5.2.1 Definition und Entstehungsmechanismus

Unter Pedalkribbeln werden spürbare niederfrequente Schwingungen des Kupplungspedals verstanden, die den Fahrkomfort vor allem bei leicht betätigtem Pedal verschlechtern. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das Pedalkribbeln, wie mehrere andere dynamische Phänomene im Antriebstrang, infolge der Anregung seitens des Verbrennungsmotors hervorgerufen wird. Das bedeutet, dass unterschiedliche Systeme der Strecke Verbrennungsmotor-Fahrerfuß in dessen Entstehung beteiligt sind. Dazu gehören:

- das Kupplungssystem,
- das Ausrücksystem. Diese Baugruppe besteht in der Regel aus zwei hydraulischen Zylindern, nämlich Geberzylinder und Nehmerzylinder, die mittels einer Leitung miteinander verbunden sind. Da die Zylinder unterschiedlichen sind, wird die Betätigungskraft mit Hilfe des Ausrücksystems übersetzt. Außerdem kann das Ausrücksystem noch spezielle Komponenten beinhalten, die zur Reduktion der Schwingungen innerhalb des Systems eingebaut werden können. Als Beispiel dafür kann ein sogenannter Kribbelfilter oder eine Dämpferdose dienen (Kirchner, 2007).
- das Kupplungspedal. Dieses Bauteil ist ein Hebel, dessen Hauptfunktion in der Erhöhung und Übertragung der Fahrerkräfte vom Fahrerfuß bis zum Ausrücksystem besteht.

Das Kupplungssystem ist mit dem Verbrennungsmotor verbunden. Das führt dazu, dass Schwingungen der Kurbelwelle Vibrationen der Komponenten des Kupplungssystems, unter anderem auch des Schwungrades (siehe Abbildung 5.5), der Anpressplatte und den Tellerfederungen verursachen. Da die Tellerfederungen das Ausrücklager und dadurch den Nehmerzylinder

beanspruchen, rufen die Vibrationen der Komponenten des Kupplungssystems Druckschwingungen innerhalb des Ausrücksystems hervor (siehe Abbildung 5.5). Die Schwingungen des Ausrücksystems werden durch die Schnittstelle zwischen dem Geberzylinder und dem Pedal übertragen, was zu Vibrationen des Kupplungspedals führt (siehe Abbildung 5.5).



**Abbildung 5.5**

Entstehungsprinzip des Pedalkribbelns

## 5.2.2 Modell des Gesamtsystems und Ergebnisse der Simulation

Für die Berechnungen der Schwingungen des Kupplungspedals (siehe Abbildung 5.6) wurde ein Modell des Gesamtsystems erstellt, das neben dem Kupplungssystem noch das Ausrücksystem und das Pedal simulieren lässt. Um

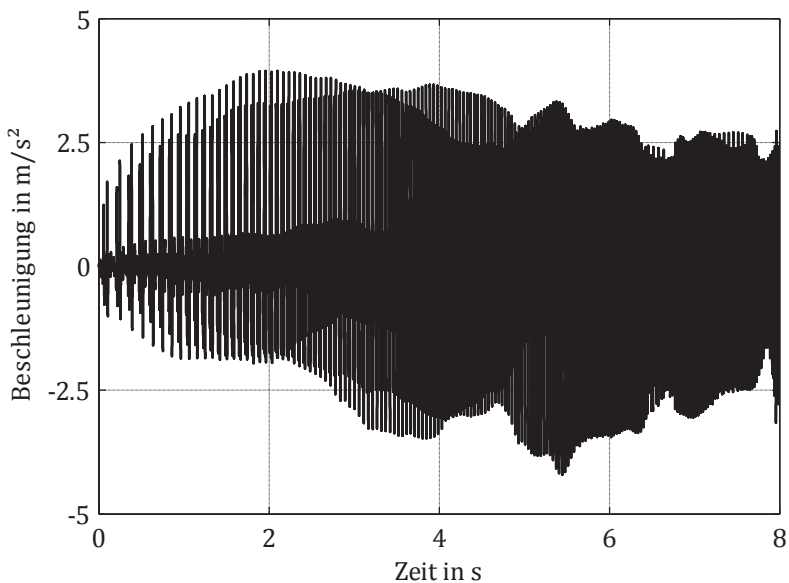
dieses Modell vollständig zu parametrieren, wurden verschiedene Messungen einzelner Komponenten und Baugruppen durchgeführt. Dazu zählen beispielsweise statische Messungen der Bauteile des Kupplungssystems und dynamische Messungen der hydraulischen Einheiten des Ausrücksystems.

Die Simulationen der Pedalschwingungen können mit unterschiedlichen Anregungsprofilen erfolgen. Dazu gehören sowohl sinusförmige bzw. impulsförmige Verschiebungen, die zur die Abbildung der Prüfstandmessungen verwendet werden können, als auch Bewegungen der Kurbelwelle, die zur Simulation der Fahrzeugmessungen erforderlich sind. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass die Bewegungen der Kurbelwelle sowohl messtechnisch (siehe Kapitel 2.1) als auch numerisch (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009) erfasst werden können.

Da das dynamische Verhalten des Kupplungssystems vom Ausrückweg abhängig ist, müssen die Schwingungen des Kupplungspedals in definierten Betriebspunkten bzw. Fahrsituationen ermittelt werden. Dafür muss das Pedal gemäß der Spezifikation betätigt werden, wobei der Betätigungsvorgang mittels eines Teilmodells des Fahrerfußes durchgeführt wird. Hierzu ist zu bemerken, dass die Parametrierung des obengenannten Teilmodells mit Hilfe des Vergleichs der Simulations- und Messergebnisse durchgeführt wurde (siehe Abbildung 5.7).

In Abbildung 5.6 ist das Ergebnis der Simulation, nämlich die Abhängigkeit der Beschleunigungsamplitude des Kupplungspedals von der Zeit, für eine Fahrzeuganregung dargestellt. Um den Fahrkomfort bei der Betätigung des Kupplungspedals auf Basis dieser Abhängigkeit zu benoten, muss die Kennlinie ausgewertet werden. Zu diesem Zweck kann beispielsweise die VDI-Norm 2057 eingesetzt werden (Verein Deutscher Ingenieure, 2002).

Wie in (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009) erläutert wurde, können die ausgewerteten Simulationsergebnisse zur Bewertung einzelner Abhilfemaßnahmen verwendet werden, wobei darunter nicht nur Modifikationen der Komponenten des Kupplungssystems, sondern auch Veränderungen innerhalb des Verbrennungsmotors und des Ausrücksystems verstanden werden können.



**Abbildung 5.6**

Beschleunigung des Kupplungspedals

### 5.2.3 Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen

Um das Modell des Gesamtsystems zu validieren, wurden Prüfstandmessungen durchgeführt. Dafür wurde das Kupplungssystem wie gewöhnlich mittels des

Schwungrades am Schwingtisch befestigt. Das Ausrücksystem und das Kupplungspedal wurden mit Hilfe einer speziellen Vorrichtung am unbeweglichen Teil des Prüfstandes montiert. Das führt dazu, dass die Randbedingungen der Prüfstandmessungen von den Fahrzeugmessungen abweichen, da die beiden Systeme im Fahrzeug durch die Karosserie bzw. das Getriebegehäuse zusätzlich angeregt werden können. Hierbei ist zu bemerken, dass dieser Unterschied der Randbedingungen eine untergeordnete Rolle für die Untersuchung spielt, da diese zusätzlichen Anregungsquellen kaum Auswirkungen auf das Pedalkribeln haben.

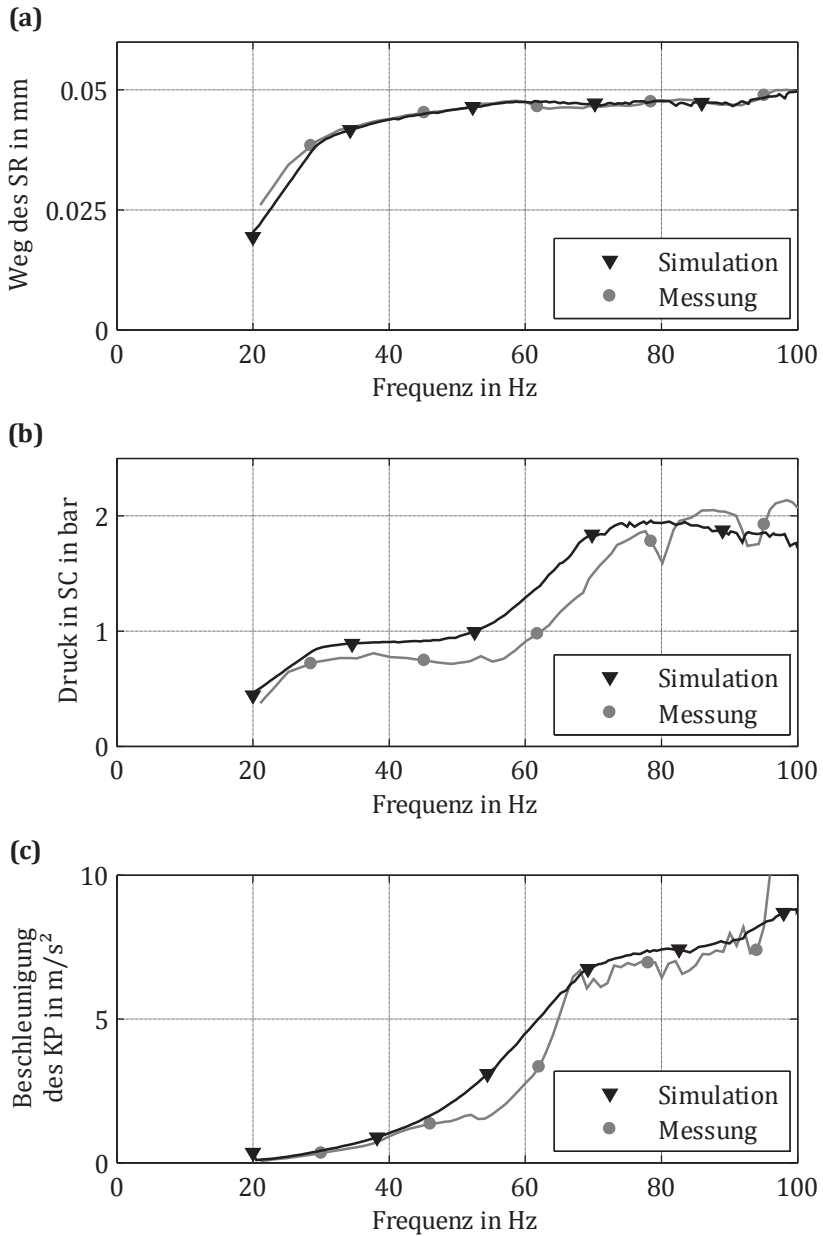
Da verschiedene Kennwerte zur Validierung des Modells des Gesamtsystems erfasst werden müssen, wurden mehrere Sensoren ins untersuchte System eingebaut, nämlich:

- im Kupplungssystem: Beschleunigungssensoren am Schwungrad und an der Anpressplatte,
- im Ausrücksystem: Beschleunigungssensoren am Ausrücklager, Drucksensoren im Nehmerzylinder und im Geberzylinder,
- ein Beschleunigungssensor am Kupplungspedal.

Alle Messungen und Simulationen wurden unter gleichen Randbedingungen durchgeführt. Dazu gehört einerseits ein vorgegebener Mittelwert des Weges des Kupplungspedals, andererseits ein sinusförmiger Sweep der Anregung im Bereich von 20 Hz bis 100 Hz. Dieser Frequenzbereich wurde betrachtet, da nur niederfrequente Schwingungen des Kupplungspedals für dieses dynamische Phänomen relevant sind.

In der Abbildung 5.7 ist ein Teil der ausgewerteten Simulations- und Messergebnisse dargestellt.



**Abbildung 5.7**

Vergleich der Simulation- und Messergebnisse (Gesamtsystem)

Wie aus den Kennlinien hervorgeht steigt die Amplitude der Druckschwingungen im Nehmerzylinder im Frequenzbereich von 50 Hz bis 70 Hz relativ stark (siehe Abbildung 5.7 (b)), obwohl das Schwungrad mit annähernd konstanter Wegamplitude oszilliert (siehe Abbildung 5.7 (a)). Die Ursache dafür besteht darin, dass eine Resonanz des hydraulischen Teils des Ausrücksystems zwischen 50 Hz und 70 Hz vorhanden ist. Das führt dazu, dass die Beschleunigungsamplitude der Pedalschwingungen in diesem Bereich auch stark zunimmt (siehe Abbildung 5.7 (c)).

Die Analyse des Vergleichs der Simulations- und Messergebnisse zeigt eine gute Korrelation im gesamten Frequenzbereich. Dies deutet darauf hin, dass das Modell des Kupplungssystems als ein Baustein verwendet werden darf, um die dynamischen Phänomene im Gesamtsystem zu simulieren.

### 5.3 Diskussion und Zusammenfassung

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell des Kupplungssystems wurde zur Analyse des Getrieberasseln beim Schalten und des Pedalkribbelns eingesetzt. Dabei hat sich herausgestellt, dass dieses Modell mit den Modellen anderer Komponenten des Fahrzeugs, wie zum Beispiel des Ausrücksystems, für Simulationen des Verhaltens des Gesamtsystems verbunden werden kann. Dadurch können unterschiedliche dynamische Phänomene im Kupplungssystem und benachbarten Baugruppen unter Berücksichtigung möglicher Rückwirkungen betrachtet werden.

Darüber hinaus wurden Simulationen und Messungen mit verschiedenen Anregungssignalen durchgeführt, nämlich:

- am Prüfstand mit sinusförmigem Sweep (siehe Abbildung 5.7),
- im Fahrzeug mit der Anregung des Verbrennungsmotors (siehe Abbildung 5.4).

Auch die Funktionsfähigkeit des Modells wurde in unterschiedlichen Zuständen des Kupplungssystems nachgewiesen, da das Getrieberasseln beim Schalten in der Gleitphase und das Pedalkribbeln im eingekuppelten Zustand untersucht wurden.

Es wurde gezeigt, dass eine gute Übereinstimmung der Simulations- und Messergebnisse in beiden Fällen erzielt werden kann. Daraus ergibt sich, dass dieses Modell zur Simulationen mehrerer dynamischer Phänomene in unterschiedlichen Zuständen des Kupplungssystems unter Berücksichtigung der Motoranregung validiert ist.



## 6 Zusammenfassung

Das Kupplungssystem weist eine Mannigfaltigkeit dynamischer Phänomene auf, die sehr komplex sind. Die Ursache dafür besteht darin, dass das Kupplungssystem unterschiedliche nichtlineare Komponenten beinhaltet, die auf eine sehr komplexe Art und Weise miteinander interagieren. Unter nichtlinearen Komponenten können beispielsweise die Tellerfeder oder die Kupplungsscheibe verstanden werden, die deutliche nichtlineare Kraft-Verformungs-Abhängigkeiten aufweisen. Zu den komplizierten Interaktionen der Komponenten gehört unter anderem der Kontakt zwischen Tellerfeder und Anpressplatte, in dem nicht nur Kontaktverlust möglich ist, sondern auch Abrollen mit Gleiten stattfindet.

Dynamische Phänomene können das Fahrverhalten eines Fahrzeugs unterschiedlich beeinträchtigen. Eine Gruppe dynamischer Phänomene kann den Fahrkomfort stark beeinflussen. Darauf beziehen sich unter anderem das Getrieberasseln (Tikhomolov, Klünder, & Fidlin, 2011) und das Pedalkribbeln (Fidlin, Ineichen, Kremer, Klünder, & Tikhomolov, 2009). Die andere Gruppe dynamischer Probleme kann zum Versagen einzelner Funktionen des Kupplungssystems führen. Ein bezeichnendes Beispiel dafür ist das dynamische Trennproblem, das nichts anderes als die Mitnahme der Kupplungsscheibe bei vollständig ausgerückter Kupplung unter dem Einfluss der Anregung des Verbrennungsmotors bedeutet.

Um das Trennproblem zu untersuchen, werden einerseits Messungen durchgeführt, die zur Validierung der Modelle verwendet werden können. Andererseits werden analytische Methoden eingesetzt, die zur Betrachtung von Stoß-Schwingungen der Komponenten des Kupplungssystems angewendet werden können. Dafür werden zwei Verfahren eingesetzt: Die Methode der harmoni-

schen Balance, um das Verhalten des Kupplungssystems unter Berücksichtigung von Reibung, Dämpfung und Kontaktverlust näherungsweise zu untersuchen, und die Anstückelungsmethode, um periodische Bewegungen der Komponenten des Kupplungssystems und deren Stabilität zu analysieren. Die Ergebnisse der analytischen Untersuchungen werden mit den Versuchsergebnissen verglichen, um den Gültigkeitsbereich der gewählten Methoden und Modelle zu bestimmen.

Außerdem wird ein 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems erstellt, das nicht nur alle zur Simulation des nominalen Verhaltens nötige nichtlineare Elemente beinhaltet, sondern auch den Einfluss von Asymmetrie auf die Dynamik des Kupplungssystems ermitteln lässt. Mit Hilfe dieses Modells wird einerseits das Trennproblem analysiert, andererseits eine mögliche Abhilfemaßnahme untersucht. Dafür werden Simulationen und Messungen durchgeführt, um zu zeigen, wie sich das Verhalten des Kupplungssystems ändert, und was hilft, das Trennproblem im Fahrzeug zu vermeiden. Anschließend werden die Simulationsergebnisse mit den Versuchsergebnissen verglichen, um das Modell sowohl für statische als auch für dynamische Untersuchungen der Kupplungssysteme zu validieren.

Darüber hinaus wird das 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems zur numerischen Untersuchung des Getrieberasseln beim Schalten und des Pedalkribbelns eingesetzt. Zu diesem Zweck werden zunächst die Entstehungsmechanismen der obengenannten dynamischen Phänomene im Fahrzeug mit daraus abgeleiteten möglichen Abhilfemaßnahmen erklärt. Dann werden Modelle, Randbedingungen und Ergebnisse der Simulationen erläutert, die zur Bewertung des dynamischen Verhaltens des Kupplungssystems bzw. zur Bewertung der Einflüsse der Abhilfemaßnahme verwendet werden können. Abschließend werden die Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Versuchsergebnissen dargestellt, um nachzuweisen, dass dieses Modell für Simulationen mehrerer dynamischer Phänomene in unterschiedlichen Zuständen des

Kupplungssystems unter Berücksichtigung der Anregung des Verbrennungsmotors und des Prüfstandes eingesetzt werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass die Dynamik des Kupplungssystems durch 1D-Modelle nicht hinreichend genau beschrieben werden kann. Dies hängt damit zusammen dass durch Herstellungsungenauigkeiten gewisse Asymmetrien entstehen, die das dynamische Verhalten des Kupplungssystems entscheidend beeinflussen. Zu diesen Asymmetrien gehören unter anderem:

- Zungenschlag,
- radialer Versatz der Tellerfeder,
- Vorspannungsunterschiede der Blattfedern.

Bei Aufbau des 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems müssen reibungsbehaftete Kontaktstelle systematisch und möglichst genau betrachtet werden. Dazu zählen:

- Kontakt zwischen der Anpressplatte und der Tellerfeder,
- Kontakt zwischen der Stützfeder und der Tellerfeder,
- Kontakt zwischen dem Deckel und der Tellerfeder,
- Kontakt zwischen dem Ausrücklager und der Tellerfeder.

Je nach Konstruktion des Kupplungssystems kommen weitere Kontakte dazu. Die Abbildung dieser Kontakte eröffnet die Möglichkeit nicht nur die statische Hysterese der Kennlinien des Kupplungssystems zu beschreiben, sondern auch quantitative Voraussagen über Schwingungsamplituden von Kupplungskomponenten zu treffen.

Darüber hinaus wurde gezeigt, wie Schwingversuche an einem axialen Shaker zum Aufbau, zur Parametrierung und Validierung des Simulationsmodells eingesetzt werden können.

Das im Rahmen der Arbeit ausgearbeitete 3D-MKS-Modell des Kupplungssystems kann zur virtuellen Erprobung neuer Kupplungskonzepte in der frühen Entwicklungsphase verwendet werden. Allerdings kann dies unter Umständen verschiedenartige Erweiterungen des Modells bedeuten, die noch zu entwickeln bleiben. Dazu gehören unter anderem:

- Erstellung von Submodelle neuer Komponenten des Kupplungssystems, wie zum Beispiel der kraft- bzw. weggesteuerten Nachstellmechanismen<sup>47</sup>, die das Modell des Kupplungssystems bei der Simulationen ergänzen sollen.
- Verbindung mit unterschiedlichen Varianten von Betätigungssystemen, nämlich hydraulischen, semi-hydraulischen Systemen oder Hebelaktoren. Diese Verbindung ist erforderlich, um die dynamischen Phänomene im Betätigungssystem unter Berücksichtigung der Anregung des Verbrennungsmotors zu simulieren.
- Beschreibung der Interaktion der axialen Dynamik des Kupplungssystems mit der Torsionsdynamik des Antriebstrangs, die zur Simulation der dynamischen Effekte im Gesamtsystem unter Berücksichtigung der Rückwirkung der beiden Teilsysteme eingesetzt werden kann.

Darüber hinaus kann dieses Modell des Kupplungssystems zur statistischen Unsicherheitsanalyse eingesetzt werden. Dies fordert allerdings Daten über Verteilungen kritischer Parameter, die von Herstellungstoleranzen einzelner Bauteile und Toleranzen des Zusammenbaus des Kupplungssystems abhängen.

---

<sup>47</sup> Darunter werden spezielle Baugruppen verstanden, die einen Verschleißausgleich gewährleisten.



# Literaturverzeichnis

Akademischer Verein Hütte e.V. (2012). *HÜTTE Das Ingenieurwissen* (34., aktualisierte Auflage Ausg.). (H. Czichos, & M. Hennecke, Hrsg.) Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Albers, A., & Elison, H. D. (1997). Trennprobleme bei Trockenkupplungen - Auftreten, Ursachen, Maßnahmen. *VDI-Bericht 1323 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 1997* (S. 63-81). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Albers, A., & Herbst, D. (1998). Rupfen - Ursachen und Abhilfen. 6. *LuK Kolloquium*, (S. 23-46).

Albers, A., & Krüger, A. (2003). Aktive Dämpfung friktionskontaktinduzierter Schwingungen in Antriebssträngen. *VDI-Bericht 1786 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 2003* (S. 193-209). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Albers, A., Behrendt, M., & Ott, S. (2007). Entwicklungsmethodik für Kupplungssysteme. *VDI-Bericht 1987 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 2007* (S. 3-23). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Albers, A., Deters, L., Feldhusen, J., Leidich, E., Linke, H., Poll, G., et al. (2012). *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2*. (W. Steinhilper, & B. Sauer, Hrsg.) Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg.

Albers, A., Krüger, A., & Behrendt, M. (2003). Kupplungssysteme im Automobilbau Trends, Anforderungen und Lösungen. *VDI-Bericht 1786 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 2003* (S. 3-30). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Albers, A., Krüger, A., Lux, R., & Albrecht, M. (2001). Prüfen von Antriebssträngen am Beispiel des Kupplungsrupfens – Ganzheitliche Antriebsstrangentwicklung. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* (1), S. 44-49.

Albers, A., Ott, S., & Nowicki, L. (2003). Ganzheitliche Untersuchungsmethode von friktionskontaktinduzierten Schwingungen in Antriebssträngen. *VDI-Bericht 1786 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 2003* (S. 177-192). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Amirouche, F. (2006). *Fundamentals of Multibody Dynamics. Theory and Applications*. Boston: Birkhäuser.

Appel, W., Brähler, H., Dahlhaus, U., Esch, T., Kopp, S., & Rhein, B. (2008). *Nutzfahrzeugtechnik*. (E. Hoepke, & S. Breuer, Hrsg.) Wiesbaden: Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH.

Appell, P. (1953). *Traité de Mécanique Rationnelle*. Paris: Gauthier-Villars.

Arnold, M., & Heckmann, A. (2007). From Multibody Dynamics to Multidisciplinary Applications. *Multibody Dynamics. Computational Methods and Applications. ECCOMAS Thematic Conference Multibody Dynamics 2005* (S. 273-294). Dordrecht: Springer.

Babitsky, V. I., & Kolovsky, M. Z. (1976). On the Research of Resonant Motions Excited in a Vibroimpact System (in Russian). *Izw. AN SSSR Mechanika Tverdogo Tela* (4), S. 88-91.

Babitsky, V. I., & Kolovsky, M. Z. (1970). On the Theory of Vibroimpact Systems (in Russian). *Mashinovedenie* (1), S. 24-30.

Babitsky, V. I., & Kolovsky, M. Z. (1967). Research of Oscillation of Linear System with Limiter by means of Exact and Approximate Methods (in Russian). *Mashinovedenie* (4), S. 14-20.

Balashov, D., Burkovski, L., Ferderer, F., Fidlin, A., Kremer, M., Pennec, B., et al. (2006). Simulation bei Drehschwingungsdämpfern. *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* (12), S. 1038-1045.

Bat', M. I., Dzhanelidze, G. Y., & Kel'zon, A. S. (1973). *Theoretical Mechanics. Problems and Solutions (in Russian)*. (G. Y. Dzhanelidze, & D. R. Merkina, Hrsg.) Moscow: Nauka.

Belmon, L., Geng, Y., & He, H. (2014). Virtual Integration for Hybrid Powertrain Development, Using FMI and Modelica Models. *Proceedings of the 10th International Modelica Conference, March 10-12, 2014* (S. 419-426). Lund: Linköping University Electronic Press, Linköpings universitet.

Biderman, V. L. (1980). *Theory of Mechanical Oscillations (in Russian)*. Moscow: Vysshaya Shkola.

Bogoliubov, N. N., & Mitropolskii, Y. A. (1961). *Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations*. New York: Gordon and Breach.

Brogliato, B. (1999). *Nonsmooth Mechanics* (2. Ausg.). London: Springer.

Chelomei, V. N., & Blekhman, I. I. (Hrsg.). (1979). *Vibration in Technique (in Russian)*. Moscow: Mashinostroenie.

Diemer, M. (2008). Reibschwingungen im Antriebsstrang. *VDI-Bericht 2029 Getriebe in Fahrzeugen 2008*. Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Dresig, H. (2006). *Schwingungen und mechanische Antriebssysteme. Modelbildung, Berechnung, Analyse, Synthese* (2. Ausg.). Berlin, Heidelberg: Springer.

Dresig, H., & Holzweißig, F. (2005). *Maschinendynamik* (6. Ausg.). Berlin, Heidelberg: Springer.

Drexl, H.-J. (1997). *Kraftfahrzeugkupplungen: Funktion und Auslegung*. Landsberg/Lech: Verlag Moderne Industrie.

Drozdetskaya, O., Fidlin, A., & Waltersberger, B. (2011). On the wobbling of friction discs. *Proceedings of ENOC 2011, Seventh EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference*. Rome.

Fidlin, A. (2006). *Nonlinear Oscillations in Mechanical Engineering*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Fidlin, A., & Drozdetskaya, O. (2011). Instabilität der gleitenden Fahrzeugkupplungen: Vom analytischen Grundmodell zur Simulation des Gesamtgetriebes. *VDI-Berichte Nr. 2155 7. Fachtagung Schwingungen in Antrieben 2011* (S. 183 – 194). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Fidlin, A., Burkovski, L., & Stamm, W. (2011). SimPaGe - a Powerful Pool to Simulate Clutch and Gearbox Dynamics in Manual and Double Clutch Transmissions. In V.-G. P.-u. Prozessgestaltung, & V. D. Ingenieure (Hrsg.), *Transmissions in vehicles; Getriebe in Fahrzeugen 2011 . VDI Berichte 2130*, S. 143-160. Dusseldorf: VDI Verlag.

Fidlin, A., Ineichen, L., Kremer, E., Klünder, D., & Tikhomolov, A. (2009). Schwingungen im Kupplungsbetätigungssystem: Von der Kurbelwelle bis zum Pedal. *VDI-Berichte Nr. 2077 6. Fachtagung Schwingungen in Antrieben 2009*. Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Flores, P., Ambrósio, J., Pimenta Claro, J. C., & Lankarani, H. M. (2008). *Kinematics and Dynamics of Multibody Systems with Imperfect Joints. Models and Case Studies*. (F. Pfeiffer, & P. Wriggers, Hrsg.) Berlin, Heidelberg: Springer.

Fritz, F. (2011). *Modellierung von Wälzlagern als generische Maschinenelemente einer Mehrkörpersimulation*. Diss. Karlsruhe: KIT Scientific Publishing.

Garrett, T., Newton, K., & Steeds, W. (2001). *The Motor Vehicle* (13. Ausg.). Oxford: Butterworth-Heinemann.

Glocker, C. (1995). *Dynamik von Starrkörpersystemen mit Reibung und Stößen*. Diss. München.

Grote, K.-H., & Feldhusen, J. (Hrsg.). (2007). *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau* (22 Ausg.). Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

Gubsch, I., Schubert, C., & Kehrer, C. (2011). *From Versatile Analysis Methods to Interactive Simulation with a Motion Platform Based on SimulationX and FMI*. Abgerufen am 2014 von Modelica: [www.modelica.org](http://www.modelica.org)

Haberhauer, H., & Bodenstern, F. (2009). *Maschinenelemente: Gestaltung, Berechnung, Anwendung* (15. Ausg.). Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Hagedorn, P. (1978). *Nichtlineare Schwingungen*. Wiesbaden: Akademische Verlagsgesellschaft.

Heisler, H. (2002). *Advanced Vehicle Technology* (2. Ausg.). Oxford: Butterworth-Heinemann.

Ineichen, L. (2013). *Konzeptvergleich zur Bekämpfung der Torsionsschwingungen im Antriebsstrang eines Kraftfahrzeugs*. Diss. Karlsruhe: KIT Scientific Publishing.

ITI GmbH. (2010). ITI SimulationX Help. Dresden, Deutschland.

ITI GmbH. (2012). *SimulationX Bibliotheken*. Abgerufen am 2013 von ITI: <http://www.iti.de>

Ivanov, A. P. (1997). *Dynamics of Systems with Mechanical Collisions (in Russian)*. Moscow: International Program of Education.

Kimmig, K.-L., Liebermann, T., & Keck, H. (2003). Selbsteinstellende Kupplung mit geringer Betätigungskraft. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* (6), S. 584-589.

Kirchner, E. (2007). *Leistungsübertragung in Fahrzeuggetrieben*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Kländler, D. (2007). *Untersuchung des Schwingungsverhaltens der Anpreßplatte bei axialer Anregung*. Versuchsbericht, LuK GmbH & Co. oHG, Bühl.

Kobrinskii, A. E. (1964). *Mechanisms with Elastic Connections. Dynamics and Stability (in Russian)*. Moscow: Nauka.

Kobrinskii, A. E., & Kobrinskii, A. A. (1973). *Vibroimpact Systems*. Moscow: Nauka.

Kolovsky, M. Z. (1963). On the Application of the Method of Small Parameter for Finding of the Discontinuous Periodic Solutions. *International Nonlinear Oscillations Conference. 1 (Analytical Method of the Theory of Nonlinear Oscillations)*, S. 264-276. Kiev: Izd. AN USSR.

Kolovsky, M. Z. (1960). On the Conditions for the Existence of Periodic Solutions in Systems of Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides, Containing Small Parameter. *Appl. Math. Mech.*, 24 (4), S. 738-745.

Krylov, N. M., & Bogoliubov, N. N. (2004). *Introduction to non-linear mechanics (in Russian)* (reprint 1937 Ausg.). Moscow: NIC Reguljarnaya i khaoticheskaya dinamika.

Künne, B. (2007). *Köhler/Rögnitz Maschinenteile 1*. Wiesbaden: B.G.Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH.

Langella, V., Schreiber, U., & Bertels, H. (2012). A New Physical Simulation Model for the 9HP Gearbox Incorporating a Nonlinear Twin Torsional Damper

and Backlashes. *VDI-Bericht 2158 Getriebe in Fahrzeugen 2012* (S. 411-424). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Lechner, G., & Naunheimer, H. (1999). *Automotive Transmissions*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Levi-Civita, T., & Amaldi, U. (1951). *Lecture on Theoretical Mechanics (in Russian)*. Moscow: Inostrannaya Literatura.

LuK-Aftermarket Service oHG. (2002). *Schadensdiagnose. Leitfaden für die Beurteilung von Störungen am Kupplungssystem im Pkw*. Von LuK GmbH & Co. KG: <http://www.luk.de> abgerufen

Mandel'shtam, L. I. (1955). *Lecture on Oscillations (in Russian)*. Moscow: Academy of Sciences.

Mechanical Dynamics, Incorporated. (2001). *Basic ADAMS Full Simulation Training Guide*. Von Kettering University: <http://paws.kettering.edu> abgerufen

MODELISAR consortium. (2010). *Functional Mock-up Interface for Model Exchange*. Abgerufen am 2013 von Functional Mock-up Interface: <https://www.fmi-standard.org/>

Naunheimer, H., Bertsche, B., & Lechner, G. (2007). *Fahrzeuggetriebe* (2. Ausg.). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Nayfeh, A. H., & Balachandran, B. (1995). *Applied Nonlinear Dynamics. Analytical, Computational and Experimental Methods*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Novak, W. (2010). *Geräusch- und Wirkungsgradoptimierung bei Fahrzeuggetrieben durch Festradentkopplung*. Stuttgart: Institut für Maschinenelemente Universität Stuttgart.

Nunney, M. (2007). *Light and Heavy Vehicle Technology* (4. Ausg.). Oxford: Butterworth-Heinemann.

Orthwein, W. C. (2004). *Clutches and Brakes. Design and Selection* (2. Ausg.). New York: Marcel Dekker, Inc.

Panovko, Y. G. (1977). *Introduction to Theory of Mechanical Impact (in Russian)*. Moscow: Nauka.

Panovko, Y. G. (1971). *Introduction to Theory of Mechanical Oscillations (in Russian)*. Moscow: Nauka.

Peterka, F. (1974). Laws of Impact Motion of Mechanical Systems with One Degree of Freedom. Part I - Theoretical Analysis of n-multiple (1/n)-impact Motions. *Acta Technica* , S. 462-473.

Peterka, F., & Kotera, T. (1984). Laws of Impact Motion of Mechanical Systems with One Degree of Freedom. Part VI - Analytical and Analogue Solution of the Multi-Impact Motion and its Stability. *Acta Technica* , S. 255-279.

Pfeiffer, F., & Glocker, C. (1996). *Multibody dynamics with unilateral contacts*. New York: Wiley.

Pillekeit, A. (2014). *FMUs from Dymola and SimulationX on dSPACE SCALEXIO HiL*. Abgerufen am 2014 von Functional Mock-up Interface: [www.fmi-standard.org](http://www.fmi-standard.org)

Sanders, J. A., & Verhulst, F. (1985). *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems*. New York: Springer-Verlag.

Schaeffler Automotive Aftermarket GmbH & Co. KG. (2012). *LuK Kupplungs-Kurs*. Von LuK GmbH & Co. KG: <http://www.luk.de> abgerufen



- Schaeffler Automotive Aftermarket GmbH & Co. KG. (2012). *Selbstnachstellende Kupplung (SAC)*. Von LuK GmbH & Co. KG: <http://www.luk.de> abgerufen
- Schreiber, U., Todtermuschke, K., Felbrich, C., & Hudi, J. (2012). Powertrain and Vehicle Simulation to the Engine Starting Behavior at the AUDI Q5 Hybrid. *15th ITI Symposium* (S. 61-69). Dresden: ITI GmbH.
- Schwalbe, M., & Schille, R. (2010). Drive-Line Analysis regarding NVH Aspects. *13th ITI Symposium* (S. 28-34). Dresden: ITI GmbH.
- Semenov, Y. A. (2008). *Mechanics. Theory of Mechanical Oscillations*. St. Petersburg: St.Petersburg State Polytechnical University.
- Shabana, A. (2005). *Dynamics of Multibody Systems* (3. Ausg.). New York: Cambridge University Press.
- Shi, P., & McPhee, J. (2000). Dynamics of Flexible Multibody Systems using Virtual Work and Linear Graph Theory. *Multibody System Dynamics* (4), S. 355–381.
- Stamm, W. (2011). *Modellierung und Simulation von Mehkörpersysteme mit flächigen Reibkontakten*. Diss. Karlsruhe: KIT Scientific Publishing.
- Stone, R., & Ball, J. K. (2004). *Automotive Engineering Fundamentals*. Warrendale: SAE International.
- Sundararajan, S. (2013). *Simulation of Diaphragm Spring*. Master Thesis, Head VPE, TU Kaiserslautern. Bühl: LuK GmbH & Co. KG.
- Tikhomolov, A., & Fidlin, A. (2011). Nonlinear Dynamic Effects in Automotive Clutches. *Proc. Appl. Math. Mech.* 11, S. 339–340. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.

Tikhomolov, A., Klünder, D., & Fidlin, A. (2011). Dynamik der Fahrzeugkupplungen. *VDI-Berichte Nr. 2155 7. Fachtagung Schwingungen in Antrieben 2011* (S. 171-181). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Trzesniowski, M. (2010). *Rennwagentechnik*. Wiesbaden: Vieweg+ Teubner Verlag | Springer Fachmedien GmbH.

Verein Deutscher Ingenieure. (2002). *Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen. Ganzkörper-Schwingungen*. VDI 2057 Blatt 1.

Wallentowitz, H., & Reif, K. (Hrsg.). (2006). *Handbuch Kraftfahrzeugelektronik*. Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag | GWV Fachverlage GmbH.

Welter, R., Lang, V., & Wolf, B. (2010). Kupplungsbetätigung mit Köpfchen. *Schaeffler Kolloquium*, (S. 60-75).

Wittenburg, J. (2008). *Dynamics of Multibody Systems* (2. Ausg.). Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Wittmann, C., & Bergl, T. (2007). Kupplungskonzepte für steigende Motormomente. *VDI-Bericht 1987 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 2007* (S. 329-337). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Wittmann, C., Tikhomolov, A., & Häßler, M. (2011). Moderne Kupplungskonzepte für Fahrzeuge. *VDI-Berichte Nr. 2139 Kupplungen und Kupplungssysteme in Antrieben 2011* (S. 35-47). Düsseldorf: VDI Verlag GmbH.

Zhuravlev, V. F., & Klimov, D. M. (1988). *Applied methods in the theory of oscillations (in Russian)*. Moscow: Nauka.





Die Bände sind unter [www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu) als PDF frei verfügbar oder als Druckausgabe zu bestellen.

- Band 1**     **Marcus Simon**  
Zur Stabilität dynamischer Systeme mit stochastischer  
Anregung. 2004  
ISBN 3-937300-13-9
- Band 2**     **Clemens Reitze**  
Closed Loop, Entwicklungsplattform für mechatronische  
Fahrregelungssysteme. 2004  
ISBN 3-937300-19-8
- Band 3**     **Martin Georg Cichon**  
Zum Einfluß stochastischer Anregungen auf mechanische  
Systeme. 2006  
ISBN 3-86644-003-0
- Band 4**     **Rainer Keppler**  
Zur Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen  
unter Berücksichtigung von Greifkontakt bei Robotern. 2007  
ISBN 978-3-86644-092-0
- Band 5**     **Bernd Waltersberger**  
Strukturmechanik mit ein- und zweiseitigen Bindungen  
aufgrund reibungsbehafteter Kontakte. 2007  
ISBN 978-3-86644-153-8
- Band 6**     **Rüdiger Benz**  
Fahrzeugsimulation zur Zuverlässigkeitsabsicherung  
von karosseriefesten Kfz-Komponenten. 2008  
ISBN 978-3-86644-197-2
- Band 7**     **Pierre Barthels**  
Zur Modellierung, dynamischen Simulation und  
Schwingungsunterdrückung bei nichtglatten, zeitvarianten  
Balkensystemen. 2008  
ISBN 978-3-86644-217-7

- Band 8**     **Hartmut Hetzler**  
Zur Stabilität von Systemen bewegter Kontinua mit Reibkontakten am Beispiel des Bremsenquietschens. 2008  
ISBN 978-3-86644-229-0
- Band 9**     **Frank Dienerowitz**  
Der Helixaktor – Zum Konzept eines vorverwundenen Biegeaktors. 2008  
ISBN 978-3-86644-232-0
- Band 10**    **Christian Rudolf**  
Piezoelektrische Self-sensing-Aktoren zur Korrektur statischer Verlagerungen. 2008  
ISBN 978-3-86644-267-2
- Band 11**    **Günther Stelzner**  
Zur Modellierung und Simulation biomechanischer Mehrkörpersysteme. 2009  
ISBN 978-3-86644-340-2
- Band 12**    **Christian Wetzel**  
Zur probabilistischen Betrachtung von Schienen- und Kraftfahrzeugsystemen unter zufälliger Windanregung. 2010  
ISBN 978-3-86644-444-7
- Band 13**    **Wolfgang Stamm**  
Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen mit flächigen Reibkontakten. 2011  
ISBN 978-3-86644-605-2
- Band 14**    **Felix Fritz**  
Modellierung von Wälzlagern als generische Maschinenelemente einer Mehrkörpersimulation. 2011  
ISBN 978-3-86644-667-0

- Band 15**     **Aydin Boyaci**  
Zum Stabilitäts- und Bifurkationsverhalten hochtouriger Rotoren in Gleitlagern. 2012  
ISBN 978-3-86644-780-6
- Band 16**     **Ruggeri Toni Liong**  
Application of the cohesive zone model to the analysis of rotors with a transverse crack. 2012  
ISBN 978-3-86644-791-2
- Band 17**     **Ulrich Bittner**  
Strukturakustische Optimierung von Axialkolbeneinheiten. Modellbildung, Validierung und Topologieoptimierung. 2013  
ISBN 978-3-86644-938-1
- Band 18**     **Alexander Karmazin**  
Time-efficient Simulation of Surface-excited Guided Lamb Wave Propagation in Composites. 2013  
ISBN 978-3-86644-935-0
- Band 19**     **Heike Vogt**  
Zum Einfluss von Fahrzeug- und Straßenparametern auf die Ausbildung von Straßenunebenheiten. 2013  
ISBN 978-3-7315-0023-0
- Band 20**     **Laurent Ineichen**  
Konzeptvergleich zur Bekämpfung der Torsionsschwingungen im Antriebsstrang eines Kraftfahrzeugs. 2013  
ISBN 978-3-7315-0030-8
- Band 21**     **Sietze van Buuren**  
Modeling and simulation of porous journal bearings in multibody systems. 2013  
ISBN 978-3-7315-0084-1

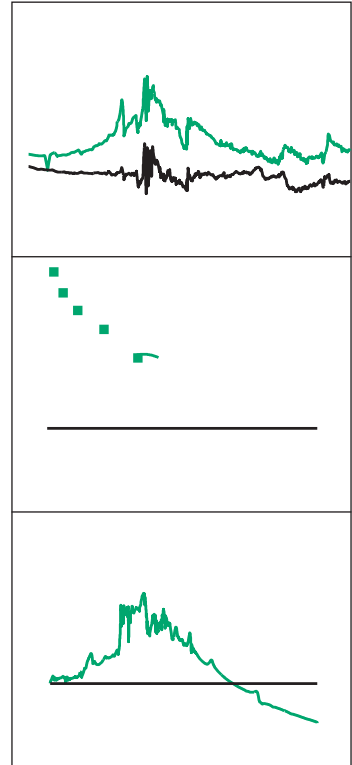
- Band 22**    **Dominik Kern**  
Neuartige Drehgelenke für reibungsarme Mechanismen. 2013  
ISBN 978-3-7315-0103-9
- Band 23**    **Nicole Gaus**  
Zur Ermittlung eines stochastischen Reibwerts und dessen Einfluss  
auf reibungserregte Schwingungen. 2013  
ISBN 978-3-7315-0118-3
- Band 24**    **Fabian Bauer**  
Optimierung der Energieeffizienz zweibeiniger  
Roboter durch elastische Kopplungen. 2014  
ISBN 978-3-7315-0256-2
- Band 25**    **Benedikt Wiegert**  
Nichtlineare Schwingungen von Systemen  
mit elasto-hydrodynamischen Linienkontakten. 2015  
ISBN 978-3-7315-0350-7
- Band 26**    **Arsenty Tikhomolov**  
Analytische, numerische und messtechnische  
Untersuchung der Dynamik von Fahrzeugkupplungen  
am Beispiel des Trennproblems. 2015  
ISBN 978-3-7315-0362-0







Kupplungssysteme weisen eine Mannigfaltigkeit an dynamischen Phänomenen auf, die das Fahrverhalten von Fahrzeugen unterschiedlich beeinträchtigen. Ein Element dieser Menge an Phänomene, das Trennproblem, wird zunächst analytisch und messtechnisch betrachtet. Anschließend wird ein aus elastisch verbundenen Starrkörper bestehendes dreidimensionales Mehrkörpersystem erstellt, welches einerseits alle wesentlichen Nichtlinearitäten beinhaltet, andererseits die entscheidenden Einflussfaktoren auf die Dynamik des Systems abzubilden vermag. Dieses Modell wird eingesetzt, um das Trennproblem, das Getrieberasseln beim Schalten und das Pedalkribbeln numerisch zu erfassen. Zur Validierung des Modells werden die Simulationsergebnisse mit experimentellen Resultaten aus statischen und dynamischen Versuchen abgeglichen.



ISSN 1614-3914  
ISBN 978-3-7315-0362-0

ISBN 978-3-7315-0362-0



9 783731 503620 >