



UNIVERSIDAD A DISTANCIA DE MADRID
(UDIMA)

*Facultad de Ciencias de la Salud y de la Educación
Departamento de Educación*

*Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria, Bachillerato,
Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas*

***EL APRENDIZAJE COOPERATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS EN EL 3º CURSO DE LA ESO***

POLIEDROS Y CUERPOS DE REVOLUCIÓN

M^a Cruz Castro Mata

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Bajo la dirección de:

Nicolás Benesh Fernández-Miranda

MADRID
Junio de 2020

RESUMEN

El presente documento expone un trabajo de innovación educativa a través de una programación didáctica. Se trata de la implantación de la metodología de aprendizaje cooperativo en la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas del 3º curso de la educación secundaria obligatoria. Se pretende con ello, dar respuesta a las numerosas dificultades con las que se encuentra la enseñanza de las matemáticas en esta etapa de la educación. Como base teórica, se analiza, por un lado, la importancia y la utilidad de las matemáticas a lo largo de la historia y, por otro, las características del aprendizaje cooperativo, así como sus ventajas sobre otras metodologías más tradicionales. Así mismo, se profundiza en los beneficios de la aplicación del aprendizaje cooperativo en el aula de matemáticas de secundaria. En la segunda parte del trabajo se expone la programación didáctica, con la implantación del aprendizaje cooperativo como hilo conductor. En ella se desarrolla detalladamente la unidad didáctica de cuerpos geométricos y de revolución, donde se hace visible la aplicación de la metodología del aprendizaje cooperativo en el día a día del aula.

Palabras clave: Educación secundaria obligatoria, aprendizaje cooperativo, matemáticas, geometría.

ÍNDICE GENERAL

1.	INTRODUCCIÓN	1
2.	JUSTIFICACIÓN	3
3.	OBJETIVOS	5
3.1.	Objetivo general	5
3.2.	Objetivos específicos.....	5
4.	MARCO TEÓRICO.....	6
4.1.	Las matemáticas	6
4.1.1.	La importancia de las matemáticas en la sociedad actual	6
4.1.2.	Utilidad de las matemáticas a lo largo de la historia.....	9
4.1.3.	Importancia y ventajas de la Geometría.....	10
4.1.4.	Breve historia sobre la Geometría.....	11
4.2.	Aprendizaje cooperativo.....	13
4.2.1.	Definición, características y fundamentación teórica	14
4.2.2.	Beneficios del aprendizaje cooperativo	17
4.2.3.	Características del aprendizaje cooperativo	19
4.2.4.	Ámbitos de intervención.	20
4.2.5.	Nivel de andamiaje.....	21
4.2.6.	Los equipos cooperativos. Formación, normas y roles.....	24
4.2.7.	Técnicas del trabajo cooperativo.....	27
4.2.8.	Recursos didácticos.....	29
4.3.	Aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas	30
5.	PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA	33
5.1.	Descripción del centro.....	33
5.2.	Materia.....	35
5.3.	Curso	35
5.4.	Competencias clave.....	35
5.5.	Objetivos generales de la etapa	36
5.5.1.	Objetivos generales de etapa en Andalucía.....	38
5.5.2.	Objetivos curriculares de la asignatura	38
5.6.	Contenidos.....	39
5.7.	Metodología.....	44
5.7.1.	Principios metodológicos y justificación	44
5.7.2.	Criterios para el agrupamiento	46
5.7.3.	Utilización de espacios.....	47
5.7.4.	Organización de tiempos.....	47
5.7.5.	Recursos didácticos.....	48
5.7.6.	Actividades de Enseñanza-Aprendizaje.....	49
5.8.	Evaluación	50
5.8.1.	Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.....	51
5.8.2.	Momentos, procedimientos e instrumentos de evaluación	52
5.8.3.	Criterios de calificación	55
5.8.4.	Evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje.	56
5.9.	Desarrollo de la unidad didáctica	57
5.9.1.	Presentación de la unidad.....	57
5.9.2.	Competencias específicas de la unidad didáctica	58

5.9.3. Contenidos, Criterios de Evaluación, Competencias Clave y Estándares de Aprendizajes Evaluables de la Unidad Didáctica.	59
5.9.4. Temporalización y desarrollo de las sesiones	61
5.9.5. Evaluación de la unidad didáctica.....	69
6. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.....	71
7. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN CRÍTICA.....	73
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76
9. ANEXOS	81
Anexo 1. Roles cooperativos.	81
Anexo 2. Técnicas cooperativas.....	82
Anexo 3. Contenidos de las Unidades Didácticas en Relación con los Bloques, según el R.D. 1105/2014 (BOE, 2015).	86
Anexo 4. Criterios de Evaluación, Competencias Clave y Estándares de Aprendizajes Evaluables en relación con los contenidos didáctico, según el R.D. 1105/2014 (BOE, 2015).	93
Anexo 5. Herramientas de evaluación	106
Anexo 6. Presentación del Proyecto de Geometría.....	112

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Fachada del Partenón con rectángulos áureos. Fuente: Mulero et. al. (2016).....	9
Figura 2. Anuncios publicitarios. Fuente: Mulero et. al. (2016)	9
Figura 3. Los poliedros regulares. Fuente: Steward, 2008.....	12
Figura 4. Inteligencias múltiples de Gardner. Fuente: Elaboración propia basada en Gardner, (1998)	17
Figura 5. Triada cooperativa. Fuente: Elaboración propia basada en Zariquey, (2015).....	20
Figura 6. Secuencias de andamiaje. Fuente: Zariquey, s.f.	21
Figura 7. Disposición de alumnos en grupo. Fuente: Zariquey ,2015	26
Figura 8. Fases de formación de grupos cooperativos. Fuente: Torrego y Negro, 2012.....	26
Figura 9. Organigrama del Colegio. Fuente: Elaboración propia	34
Figura 10. Cronograma de temporalización de las unidades didácticas. Fuente: Elaboración propia.....	44
Figura 11 Características de la Evaluación. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE 2015)	50
Figura 12 Rúbrica de evaluación de tareas. Fuente: Elaboración propia	106
Figura 13. Rúbrica de coevaluación. Fuente: Elaboración propia	107
Figura 14. Rúbrica ACRE (Actitud, Colaboración, Respeto y Esfuerzo). Fuente: Elaboración propia.....	107
Figura 15. Diana de autoevaluación de Portfolio. Fuente: Elaboración propia	108
Figura 16. Rúbrica de evaluación de Portfolio. Fuente: Elaboración propia	109
Figura 17. Rúbrica de Evaluación de Proyecto. Fuente: Elaboración propia	110
Figura 18. Cuaderno de equipo. Fuente: Elaboración propia en base a Pujolàs, 2009	111
Figura 19. Diario de aprendizaje. Fuente: Elaboración propia	111
Figura 20. Presentación del proyecto de geometría 1. Fuente: Elaboración propia.....	112
Figura 21. Presentación del proyecto de geometría 2. Fuente: Elaboración propia.....	112
Figura 22. Presentación del proyecto de geometría 3. Fuente: Elaboración propia.....	113
Figura 23. Presentación del proyecto de geometría 4. Fuente: Elaboración propia.....	113
Figura 24. Presentación del proyecto de geometría 5. Fuente: Elaboración propia.....	114
Figura 25. Presentación del proyecto de geometría 6. Fuente: Elaboración propia.....	114
Figura 26. Presentación del proyecto de geometría 7. Fuente: Elaboración propia.....	115
Figura 27. Presentación del proyecto de geometría 8. Fuente: Elaboración propia.....	115
Figura 28. Presentación del proyecto de geometría 9. Fuente: Elaboración propia.....	116

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Relación de Unidades Didácticas con Bloques	40
Tabla 2 Contenidos de la Unidad Didáctica 12: Cuerpos Geométricos	41
Tabla 3 Secuenciación de la Programación Didáctica	41
Tabla 4 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 1: Números Racionales	52
Tabla 5 Procedimientos, Actividades e Instrumentos de Evaluación del Curso	55
Tabla 6 Ponderación de las Herramientas de Evaluación	56
Tabla 7 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución	60
Tabla 8 Sesión 1. Evaluación Inicial	62
Tabla 9 Sesión 2. Contenidos	63
Tabla 10 Sesión 3. Práctica con Ejercicios y Problemas	64
Tabla 11 Sesión 4. Presentación de Proyectos y Bocetos	65
Tabla 12 Sesión 5, 6 y 7. Diseño 3D	66
Tabla 13 Sesión 8. Producto final 3D y cierre proyecto	67
Tabla 14 Sesión 9. Repaso Final Unidad Didáctica	68
Tabla 15 Sesión 10. Evaluación Final de la Unidad	69
Tabla 16 Evaluación de la Unidad Didáctica	70
Tabla 17 Contenidos de la Unidad Didáctica 1. Números Racionales	86
Tabla 18 Contenidos de la Unidad Didáctica 2. Números Reales	86
Tabla 19 Contenidos de la Unidad Didáctica 3. Sucesiones	87
Tabla 20 Contenidos de la Unidad Didáctica 4. Polinomios	87
Tabla 21 Contenidos de la Unidad Didáctica 5. Ecuaciones	88
Tabla 22 Contenidos de la Unidad Didáctica 6. Sistemas de Ecuaciones	88
Tabla 23 Contenidos de la Unidad Didáctica 7. Funciones. Características	89
Tabla 24 Contenidos de la Unidad Didáctica 8. Funciones Elementales	89
Tabla 25 Contenidos de la Unidad Didáctica 9. Figuras Planas	90
Tabla 26 Contenidos de la Unidad Didáctica 10. Movimientos en el Plano	90
Tabla 27 Contenidos de la Unidad Didáctica 11. Cuerpos Geométricos	91
Tabla 28 Contenidos de la Unidad Didáctica 12. Estadística	91
Tabla 29 Contenidos de la Unidad Didáctica 13. Probabilidad	92
Tabla 30 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 1: Números Racionales	93
Tabla 31 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 2: Números Reales	94
Tabla 32 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 3: Sucesiones	95
Tabla 33 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 4: Polinomios	96
Tabla 34 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 5: Ecuaciones	97
Tabla 35 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 6: Sistemas de Ecuaciones	98
Tabla 36 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 7: Funciones. Características	99
Tabla 37 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 8: Funciones Elementales	100

Tabla 38 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 9: Figuras Planas.....	101
Tabla 39 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 10: Movimientos en el Plano.....	102
Tabla 40 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución.....	103
Tabla 41 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 12: Estadística.....	104
Tabla 42 Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 13: Probabilidad.....	105

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo fin de Máster desarrolla un proyecto de innovación a través de una programación didáctica. La implementación de la metodología de enseñanza cooperativa en la enseñanza de las matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º curso de la ESO. Desarrollando, posteriormente, la unidad didáctica de cuerpos geométricos y de revolución del bloque de geometría, donde se pretende mostrar que es posible otra forma de enseñar.

Como veremos a lo largo del trabajo, son numerosos los estudios que muestran los altos niveles de fracaso que existen actualmente en la enseñanza y, en concreto, la correspondiente a la materia de las matemáticas. Se plantea la necesidad de un cambio radical en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este trabajo pretende introducir un nuevo enfoque hacia el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante una metodología de carácter activo, como es el aprendizaje cooperativo.

En primer lugar, se ha llevado a cabo una profundización teórica sobre la importancia de las matemáticas en el día a día, una breve introducción sobre la historia de las matemáticas y una exploración sobre el Aprendizaje Cooperativo, consultando distintas fuentes. Se desarrolla qué es esta metodología, los principios en los que se fundamenta, características, beneficios que aporta a la enseñanza, etc. Se exponen los distintos métodos y se presentan los requisitos necesarios para su aplicación.

En segundo lugar, se focaliza sobre una programación didáctica de la asignatura de Matemáticas de 3º curso de la ESO, basada en la aplicación de técnicas de Aprendizaje Cooperativo. La programación parte de la legislación educativa vigente en Andalucía, a partir de la cual se han definido las diferentes unidades didácticas que van a componer la asignatura. Se ha fijado la secuencia de las mismas de acuerdo al calendario escolar del curso 2019-20. Se expone también en este punto la metodología utilizada, mostrando el aprendizaje cooperativo un papel principal. Se detallan el tipo de actividades, recursos didácticos, agrupamientos y métodos de evaluación aplicados en la asignatura.

Por último, se ha desarrollado completamente una unidad didáctica del curso. La unidad es la de cuerpos geométricos y de revolución, correspondiente al bloque de contenidos de geometría del Decreto 1105/2015, de 26 de diciembre, del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del

Bachillerato. En la unidad se detallan las sesiones necesarias para conseguir un aprendizaje significativo en los alumnos, describiendo el trabajo que se realizará en cada una de las sesiones, utilizando la metodología innovadora de aprendizaje cooperativo como base.

Durante el desarrollo del trabajo se evidencian las dificultades existentes actualmente en el sistema educativo. Así como las propuestas que pueden llegar a transformar esas dificultades en oportunidades. ¿Se puede realmente enseñar de otra forma? ¿Deben cambiar los alumnos su forma de estudiar o son los docentes los que deben modificar su proceso de enseñanza? ¿Está el sistema realmente preparado para formar a ciudadanos competentes en la sociedad actual y futura?

2. JUSTIFICACIÓN

Tradicionalmente, hasta hace pocos años, el tipo de enseñanza prioritario estaba basado en metodologías mayoritariamente empiristas. Una enseñanza tradicional donde prima el individualismo y la competitividad, las clases magistrales y la repetición del mismo tipo de ejercicios una y otra vez. Los trabajos en equipo equivalen a un reparto de tareas. Las emociones en el aula no existen y los compañeros “especiales” no están con los demás en clase. Pero, actualmente, está surgiendo una nueva forma de enseñar. Ahora, son los alumnos los que aprenden entre ellos y les enseñan a sus compañeros. Cada alumno es “especial” y todos comparten una misma aula. El profesor ya no tiene el saber absoluto, ahora es una persona que trata de entender a sus alumnos y les guía por el mejor camino, para que aprendan de una forma significativa, y lleguen a desarrollarse de una forma integral, no solo académica. "Un maestro es una brújula que activa los imanes de la curiosidad, el conocimiento y la sabiduría en los alumnos" Ever Garrison.

El informe “The future os skills: Employment in 2030” (Bakhshi, Downing, Osborne y Scheneider, (2017) nos expone los resultados de su investigación sobre las habilidades, competencias y conocimientos que se requerirán a los profesionales en unos años. Según este informe, los alumnos de hoy en día, deberán desarrollar habilidades relacionadas con las relaciones interpersonales, creatividad, habilidades comunicativas, resolución de problemas, pensamiento crítico y trabajo en equipo, entre otras. Además, se hace hincapié en la necesidad de unas estrategias pedagógicas dinámicas.

Los dos pilares básicos de los aprendizajes fundamentales son la lengua y la escritura y las matemáticas, debido al carácter instrumental de sus contenidos. Esto nos hace entender la gran importancia que tiene un aprendizaje profundo de sus contenidos. Muchos docentes tienen una especial preocupación por los altos niveles de fracaso que muestra el alumnado en la materia de matemáticas. Contenidos que, en la sociedad tecnológica en la que nos encontramos, se hacen imprescindibles. El informe PISA (2018), que se centra en evaluar, entre otras, la competencia matemática, es decir, la capacidad que tienen los alumnos de aplicar los conocimientos de matemáticas que tienen en sus situaciones cotidianas, así como en otras nuevas y desconocidas, nos muestra estos resultados:

La puntuación media estimada de los estudiantes de España alcanza los 481 puntos, significativamente inferior a la media OCDE (489) y al total UE (494) [...] también alejadas de Canarias (460) y Andalucía (467), que son las más bajas entre las

comunidades autónomas españolas, con resultados significativamente inferiores a los del promedio de España (y del conjunto de países OCDE) (p. 49).

Como podemos ver, la educación necesita un cambio, y especialmente la materia de matemáticas. Las metodologías innovadoras y, destacando entre ellas el aprendizaje cooperativo, nos pueden ayudar a conseguir este cambio. Son numerosos los estudios que nos demuestran las amplias ventajas que tiene este tipo de enseñanza (Johnson y Johnson, 1999a; Johnson, Johnson y Holubec, 1999b; Kagan y Kagan, 2009, 2011 y Slavin, 2014). Las metodologías activas precisamente, trabajan y desarrollan las habilidades que nuestros alumnos deberán tener en su futuro personal y laboral.

El uso de esta metodología de trabajo no sólo nos enseña los conceptos y competencias propias de la materia, en este caso, de las matemáticas, sino que, además, se trabajan una serie de competencias y habilidades para que nuestros alumnos lleguen a ser unos ciudadanos competentes, activos y comprometidos con la sociedad.

Las matemáticas, y en concreto, la geometría, ha sido durante siglos una de las bases de la formación académica, y parte importante de la cultura del hombre. Sin embargo, en muchas ocasiones, se enseña y estudia de manera memorística, rutinaria y descontextualizada (Báez e Iglesias, 2007). Esto hace que los alumnos no encuentren sentido a su estudio y se encuentren desmotivados hacia estos temas, lo que influye en la calidad del aprendizaje que están teniendo. Sin embargo, una metodología activa, de tipo cooperativo, donde el alumno es parte activa del proceso, experimentando y contextualizando los contenidos, puede cambiar por completo el tipo de aprendizaje que experimenten. Ya no sólo de la materia en cuestión, sino en el desarrollo completo del alumno.

El presente trabajo pretende darle la vuelta al proceso de enseñanza-aprendizaje en las matemáticas. Mostrar que existe otra forma de enseñar y aprender, mucho más práctica y motivadora que las metodologías tradicionales, las cuales han demostrado no ser todo lo efectivas que deberían ser.

Llegados a este punto, me permito la licencia de nombrar un par de frases célebres que reflejan el tipo de aprendizaje al que debemos ir.

“Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo” Benjamín Franklin

“El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información” Albert Einstein

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo general

- ✓ Desarrollar la implantación de la metodología de aprendizaje cooperativo en la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en el 3º curso de ESO.

3.2. Objetivos específicos

- ✓ Profundizar en los conocimientos de las matemáticas a lo largo de la historia y su utilidad en la vida cotidiana.
- ✓ Ampliar los conocimientos sobre el aprendizaje cooperativo como metodología didáctica innovadora y sus efectos en la enseñanza de las matemáticas.
- ✓ Potenciar la implicación y autonomía de los estudiantes en el proceso de aprendizaje.
- ✓ Favorecer la atención a la diversidad en el aula
- ✓ Mejorar el rendimiento, la motivación, la atención y las relaciones interpersonales de todo el alumnado y reducir el fracaso escolar.
- ✓ Desarrollar la habilidad de colaboración y cooperación en el alumno.
- ✓ Favorecer el aprendizaje significativo de los alumnos en las matemáticas.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Las matemáticas

Las matemáticas no son algo estático, que permanezca inalterable a lo largo del tiempo. Las matemáticas son una ciencia que está en continua creación o descubrimiento, gracias a los esfuerzos y estudios de muchos filósofos, estudiosos y matemáticos a lo largo de las distintas culturas. Al contrario de algunos descubrimientos que quedan obsoletos o dejan de tener mucho sentido al cabo de los años, las matemáticas son un elemento estable. Muchos conceptos o ideas matemáticas que usamos actualmente datan de hace más de 4.000 años. Quizás no se usen las mismas notaciones, pero la base fundamental es la misma. Por otro lado, las matemáticas son un elemento vivo que está en continuo avance, cada día se van creando nuevas matemáticas a un ritmo exponencial, un claro ejemplo lo tenemos en las nuevas tecnologías.

4.1.1. La importancia de las matemáticas en la sociedad actual

Tal y como señala Godino, existe una relación entre competencia matemática, comprensión matemática y la vida real “la competencia matemática y la comprensión en matemáticas son nociones cognitivas complementarias cuyo logro implica un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático y sus relaciones con el mundo empírico” (Godino, 2002, p.18)

En muchas ocasiones, surge la pregunta de por qué son necesarias las matemáticas. Mirando a nuestro alrededor, podemos descubrir que las matemáticas están en todas partes, el dinero, la televisión, los sistemas de navegación, los escáneres médicos, la arquitectura, etc. La sociedad actual no sería la misma sin las matemáticas. Están fuertemente asociadas al contexto social y culturas que las van creando. Tradicionalmente, las matemáticas han sido consideradas como un ente abstracto y formal, independiente del entorno que las rodea. Sin embargo, los últimos estudios avanzan en la dirección de vincular inevitablemente las matemáticas con el contexto sociocultural (Anacona, 2003).

Tal y como acabamos de comentar, las matemáticas están a nuestro alrededor y nos aportan numerosos beneficios, entre los cuales podemos destacar los siguientes (Fernández, s.f.):

- Las matemáticas enseñan a pensar mejor: un elemento fundamental de las matemáticas es la resolución de problemas. Con ella aprendemos a planificar y probar las distintas

soluciones que puede tener un problema. Nos ayuda con la búsqueda eficaz de una solución a cualquier problema de la vida cotidiana.

- Permiten entender el funcionamiento de situaciones cotidianas en la vida: la estructuración de las matemáticas nos permite mejorar en la composición de las ideas y pensamientos, facilitando la expresión de éstos con más claridad y coherencia, lo que potencia nuestro desarrollo personal y las relaciones interpersonales.
- Las matemáticas fomentan la sabiduría: las matemáticas explican muchos de los fenómenos de nuestra vida cotidiana y, están inevitablemente conectadas con otras muchas ciencias y con la tecnología.
- Fomentan el pensamiento analítico: las matemáticas utilizan continuamente el pensamiento analítico en el planteamiento, resolución de problemas y toma de decisiones. Mejoran notablemente la capacidad de investigación y nos ayuda en la búsqueda de soluciones eficaces. Permiten razonar de manera lógica, lo que nos ayuda a evitar los engaños o la manipulación.
- Las matemáticas ayudan a la descomposición de los problemas en partes y relacionarlos entre ellas, metodología que se puede trasladar a los problemas de la vida cotidiana.

Las matemáticas mejoran notablemente la vida de las personas, ya que agilizan nuestra mente, facilitan una explicación a muchos fenómenos, permiten una resolución más rápida y eficaz de los problemas y abren la mente y el entendimiento.

Es imprescindible que nuestra sociedad sea matemáticamente inteligente, con el fin de que obtenga un conocimiento más profundo del mundo que nos rodea. La competencia matemática, según la define PISA (2018) “ayuda a los individuos a reconocer el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo y a formular juicios y tomar decisiones fundamentadas imprescindibles para llegar a ser ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos” (p. 40).

Para que el alumnado sienta la necesidad de aprender y entender las matemáticas, es imprescindible que entienda el sentido de éstas (Muñoz y Murcia, 2015):

- Sentido numérico. relacionado con contar, ordenar, cuantificar, operar, clasificar, representar... Implica el uso reflexivo de distintos procedimientos de cálculo, destacando el cálculo mental y la estimación.
- Sentido espacial. Es el que tienen los que son capaces de identificar, analizar, describir

y relacionar características y propiedades de formas y figuras geométricas. Se manifiesta en la habilidad para localizar y predecir posiciones y trayectorias, y usar composiciones y descomposiciones, entre otras.

- Los alumnos con sentido de la medida identifican los atributos comparables y las características de los objetos mensurables. También conocen, seleccionan y utilizan unidades de medida apropiadas a cada situación. Como ocurre al hablar de sentido numérico, la estimación es un aspecto crucial del sentido de la medida.
- Finalmente, el sentido estocástico expresa un uso acertado de las nociones de la estadística y la probabilidad para abordar situaciones de incertidumbre. Se centra en formular preguntas para después recoger, organizar y presentar datos de diversa índole. Está relacionado con utilizar y validar métodos con los que analizar esos datos... En general, conlleva la interpretación crítica y el análisis de la información y la capacidad para desenvolverse en situaciones de incertidumbre con rigor y objetividad, para poder tomar decisiones y explicarlas.

Según Valiente (1998), en su reseña de *La matemática aplicada en la vida cotidiana* (Corbalán, 1995), una de las labores del docente, consiste en entrenar al alumnado a descubrir las matemáticas en las cosas cotidianas, encontrar patrones, relaciones..., es decir, descubrir las matemáticas fuera del aula. Las matemáticas son mucho más que números, la esencia de éstas, está en los razonamientos. El sistema de numeración decimal no es el único en el que debemos centrarnos. Los porcentajes se aplican en el IVA, en las recetas, en las pendientes de los planos, análisis de resultados. Encontramos números grandes en la bolsa y la población mundial, números pequeños en el grosor de una hoja o en el peso de un billete. La estadística y la probabilidad se aplica a estimaciones deportivas o a temas tan actuales como la población que se contagiara con el Covid-19. La geometría la podemos encontrar en la arquitectura y el diseño de cosas tan cotidianas como un mueble o un envase. Las matemáticas nos ayudan a leer, de una forma crítica, cifras y consecuencias de sucesos, como una crisis humanitaria o los resultados de una encuesta.

Por todo lo expuesto anteriormente, podemos analizar que un requisito imprescindible para ser ciudadanos integrados y competentes es estar matemáticamente alfabetizados. La sociedad tiene una gran labor por delante y, debe ser consciente y responsable con sus ciudadanos.

4.1.2. Utilidad de las matemáticas a lo largo de la historia

En base a Mulero, G. J., Segura, A. L., y Sepulcre, M. J. M. (2016), a continuación, destacamos algunas de las utilidades que se les han dado a las matemáticas a lo largo de la historia.

Los Números de la Naturaleza: desde los primeros tiempos, científicos y matemáticos se han sentido atraídos por determinados números, tales como π , que representa la relación entre el diámetro de una circunferencia y su longitud, $\sqrt{2}$ que es la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado la unidad o el número áureo Φ , también llamado número de oro o número divino, que nos introdujo Euclides y que está relacionado con numerosos fenómenos naturales. De Fibonacci (s. XII – XIII) nos quedamos con la sucesión que lleva su nombre, que establece el ritmo de crecimiento de una población, así como de multitud de fenómenos naturales, como la distribución de los órganos laterales de una planta, enlazados también con el número áureo. Relacionando el número áureo con el arte, encontramos el rectángulo áureo, cuyos lados están en proporción áurea. Podemos encontrar esta proporción en algunas de las grandes construcciones del antiguo Egipto y la antigua Grecia, como el famoso Partenón o la Alhambra, en obras como La última cena o la Gioconda.



Figura 1. Fachada del Partenón con rectángulos áureos. Fuente: Mulero et. al. (2016).

La Publicidad Matemática: existen multitud de ejemplos de anuncios publicitarios que utilizan las matemáticas en sus estrategias, con mayor o menor eficacia y acierto. En la figura 2 podemos ver algunos ejemplos. Nos encontramos con errores matemáticos para llamar la atención como: “Los 8 días de oro de El Corte Inglés” que en realidad son 18, o la suma de $1+1=0$ de Durex. Otros engañosos como el que observamos en el anuncio del gimnasio, donde la supuesta oferta, en realidad no lo es. Y otros, donde el binomio matemáticas-publicidad es realmente productivo.

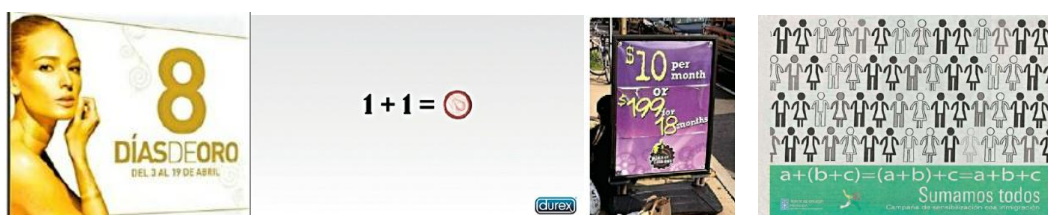


Figura 2. Anuncios publicitarios. Fuente: Mulero et. al. (2016)

El Arte de las Teselaciones: basados en patrones matemáticos, desde el año 3.500 a.c. se han utilizado a lo largo de la historia los mosaicos y murales. Los sumerios los utilizaron en sus recintos, los persas decoraron sus templos y mezquitas y los romanos los aplicaron en las paredes y techos de sus hogares. Los musulmanes, profundizaron y perfeccionaron las técnicas, añadiendo la isometría de las figuras, produciendo obras realmente bellas como el palacio de la Alhambra de Granada. Kepler, estudiando las tres dimensiones, se centró en los poliedros, ampliamente utilizados a lo largo de la historia.

La esfericidad de la Tierra: ya en el siglo III a.c. Eratóstenes escribió un tratado Sobre la medida de la Tierra, donde se hace una estimación bastante aproximada del tamaño esférico de la Tierra, el Sol y la Luna. Para ello, utilizó un modelo matemático basado en la igualdad de ángulos correspondientes. Adelantándose en 1.500 años al de Copérnico.

La estadística y superstición: A lo largo de la historia los números han tomado distintos significados según la cultura y época. En occidente, el 12 ha sido considerado un número perfecto, que nos da suerte y, por el contrario, su siguiente el 13, no ha tenido tanta suerte. En la cultura nipona, por el contrario, los números asociados a la mala suerte son el 4 y el 9 entre otros. Cuando hablamos de loterías, lo que parece asociado a la superstición, es pura estadística. Un claro ejemplo de esto lo encontramos en las administraciones de loterías que regularmente se asocian a la buena suerte. Esta fortuna no es más que el mayor porcentaje de ventas de décimos que tienen en relación con su competencia, por lo que la probabilidad es mucho mayor. Por lo que, para tomar unas buenas decisiones, se ha de tener como mínimo unos conocimientos básicos en matemáticas y estadística.

Las matemáticas y la arquitectura: La arquitectura ha avanzado de la mano de la geometría a lo largo de los años, desde las antiguas pirámides de Egipto, pasando por las catedrales del románico, auténticas joyas de la geometría, hasta edificaciones más modernas como el Pentágono de Washington, el museo del Louvre en París o las Torres Kio en Madrid. Dentro de la geometría, la simetría y la proporción han sido dos elementos clave en la arquitectura.

4.1.3. Importancia y ventajas de la Geometría

Las matemáticas son “la ciencia que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones” y la geometría es “el estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio” (RAE, 2020). Con esto entendemos, que la geometría es una parte fundamental de las mismas.

La geometría está presente a nuestro alrededor, es algo con lo que vivimos continuamente, por lo que su estudio por los alumnos es muy importante y necesario. Utilizamos figuras planas y volúmenes en nuestro entorno más cercano. Hallamos las longitudes, tamaños y volúmenes de multitud de elementos, se diseñan planos, edificaciones y elementos tan cotidianos como una caja y un adorno.

La geometría nos facilita la formación del pensamiento matemático. A través de ella, desarrollamos nuestro razonamiento lógico; la visión espacial: potenciando la creatividad y la imaginación; el pensamiento crítico y la resolución de problemas: que nos ayuda con el razonamiento, capacidad de comunicación, representación gráfica y la argumentación.

Además, no debemos pasar por alto la relación que existe entre la geometría y el resto de bloques y contenidos matemáticos, que la hacen aún más interesante. Con los números y el álgebra comparten las mediciones, las proporciones, transformaciones geométricas y relaciones métricas. Los patrones geométricos, las tablas, gráficos y cambios la enlazan con la estadística y la probabilidad.

Para obtener todas estas ventajas, es necesario que la enseñanza-aprendizaje que se realice en el aula sea una enseñanza contextualizada y práctica, que lleve a un aprendizaje significativo y conectado con la realidad. Para ello, el aprendizaje cooperativo es un método muy eficaz, ya que aporta al alumno un papel activo en su formación, fomenta el aprendizaje significativo y por descubrimiento, adaptándose a las necesidades y ritmos de cada uno de los alumnos.

4.1.4. Breve historia sobre la Geometría.

Una vez destacada ya la importancia de la geometría, y la relevancia de su estudio en la educación secundaria, es necesario conocer un poco de historia de la geometría en las matemáticas. Es importante que los alumnos conozcan de dónde viene su estudio para activar su motivación y que lleguen a entender su importancia.

La geometría es una de las ciencias más antiguas. Comenzó en el Antiguo Egipto con la necesidad de medir formas (medición de tierras para hacer el reparto de los campos) y trazar ángulos rectos (para las esquinas de los edificios). Esta cultura sentó las bases de la geometría griega, la cual aporta una metodología deductiva a la geometría.

A continuación, vamos a realizar un breve recorrido histórico por sus comienzos (Stewart, 2008).

Pitágoras y su escuela de pensamiento pitagórico: su nombre es muy conocido debido al

famoso teorema sobre los triángulos rectángulos que lleva su nombre (aunque no se sabe a ciencia cierta si llegó a demostrarlo). Entendían las matemáticas como conceptos abstractos, no con la realidad. Para ellos los números son la base del universo. El número 1 es la fuente primaria de todas las cosas del universo, el 2 y el 3 son los principios femenino y masculino y el 4 la armonía y los cuatro elementos. Además, con estos números se forma un triángulo, que es la base de la geometría griega.

Euclides: Su obra maestra son “Los Elementos” (uno de los diez textos sobre matemáticas que escribió). En este libro se sistematiza la geometría y nos muestra la geometría de dos dimensiones (el plano) y la de tres dimensiones (el espacio). Su tema más destacado es la demostración de que existen cinco sólidos regulares: el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro. En geometría plana se permiten las líneas rectas y los círculos y en geometría espacial también los planos, cilindros y esferas.

La duplicación del cubo, la cuadratura del círculo y la trisección del ángulo fueron tres problemas que datan de estos tiempos y que no fueron finalmente demostrados hasta 1882.

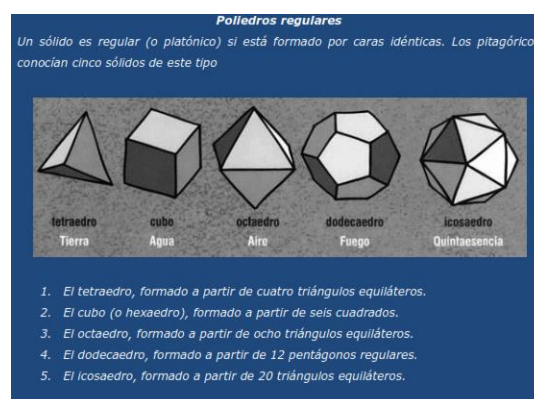


Figura 3. Los poliedros regulares. Fuente: Steward, 2008

La introducción más interesante para los matemáticos modernos de Euclides es su estructura lógica. No se limita a realizar afirmaciones, sino que presenta una demostración. Sin embargo, la lógica de Euclides ofrece muchas lagunas hoy en día, da muchas cosas por supuestas y su lista de axiomas no está muy completa.

Arquímedes: fue uno de los más importantes matemáticos antiguos e hizo grandes contribuciones a la geometría. Su aportación más emblemática es su obra sobre círculos, esferas y cilindros. Inventó formas de medir el área de algunas figuras curvas, así como la superficie y volumen de sólidos limitado por superficies cónicas. Hasta el momento, los griegos conocían la relación existente entre una circunferencia y su diámetro, pero Arquímedes fue el primero que hizo una estimación del número π de una forma rigurosa.

Apolonio: introdujo las nociones de las curvas obtenidas por la intersección de figuras cónicas por un plano, que llamamos cónicas, así como descubrió muchas de sus propiedades fundamentales. También fundó la astronomía matemática griega, que explicaba la teoría planetaria mediante modelos geométricos.

Descartes: Desde el final de la era griega hasta la edad media, los avances en matemáticas fueron escasos. En 1637 publicó su tratado “El Discurso del Método”, mediante el cual establecía una conexión entre la geometría y el álgebra. Iniciándose así el estudio de la geometría analítica, la cual permite representar figuras geométricas mediante fórmulas.

4.2. Aprendizaje cooperativo

Según El Laboratorio de Innovación Educativa, en su manual qué–por qué–para qué–cómo. Aprendizaje cooperativo. Propuesta para la implantación de una estructura de cooperación en el aula (2009), la educación tradicional se basa en tres principios:

- Individualidad: el desarrollo del aprendizaje es algo individual, cada alumno debe trabajar de forma independiente a sus compañeros, la relación entre compañeros es algo a evitar, una distracción. Su objetivo principal es el desarrollo cognitivo del alumno.
- Homogeneidad: Se basa en la idea de que el grupo de alumnos de la misma edad es homogéneo, que aprenden de la misma forma y al mismo ritmo. No tiene en cuenta la diversidad, la educación es la misma para todos. La inteligencia se tiene o no se tiene, no hay matices.
- Pasividad: El papel del alumno es pasivo, es un mero receptor de los conocimientos. Se centra en la memorización y no se tienen en cuenta la investigación o lo que el alumno pueda descubrir por sí mismo.

Hoy en día, este tipo de educación ya no es posible, ya que las leyes educativas de nuestro país ya incluyen en sus artículos la atención a la diversidad y el papel activo del alumno en su proceso de aprendizaje. La Ley Orgánica de Educación (2006) recoge en el artículo 1, donde se detallan sus principios, lo siguiente:

La equidad, que garantice la igualdad de oportunidades para el pleno desarrollo de la personalidad a través de la educación, la inclusión educativa, la igualdad de derechos y oportunidades que ayuden a superar cualquier discriminación y la accesibilidad universal a la

educación, y que actúe como elemento compensador de las desigualdades personales, culturales, económicas y sociales, con especial atención a las que se deriven de cualquier tipo de discapacidad (p.14).

El fomento y la promoción de la investigación, la experimentación y la innovación educativa (p. 15).

La educación de hoy se está transformando, se tiende hacia escuelas activas e inclusivas, donde se promueven los criterios de colaboración, cooperación y heterogeneidad, donde el alumno tiene un papel activo en su formación. El Aprendizaje Cooperativo nos brinda una metodología que fomenta y trabaja dichos aspectos, por lo que los docentes del presente y futuro deben encaminarse en esa dirección.

4.2.1. Definición, características y fundamentación teórica

El aprendizaje cooperativo, según distintos autores relevantes en la materia es:

- El aprendizaje cooperativo se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje (Kagan, 1994, p. 2)
- El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás (Johnson *et al.*, 1999a, p. 5)
- Es el uso didáctico de equipos reducidos de alumnos, generalmente de composición heterogénea en rendimiento y capacidad, aunque ocasionalmente pueden ser más homogéneos, utilizando una estructura de la actividad tal que asegure al máximo la participación equitativa (para que todos los miembros del equipo tengan las mismas oportunidades de participar) y potencie al máximo la interacción simultánea entre ellos, con la finalidad de que todos los miembros de un equipo aprendan los contenidos propuestos, cada uno hasta el máximo de sus posibilidades y aprendan, además, a trabajar en equipo. (Pujolàs, 2011, p. 19)

El aprendizaje cooperativo es, pues, una metodología de enseñanza basada en el trabajo en pequeños grupos heterogéneos y estables. Donde los miembros del equipo tienen una doble

responsabilidad: aprender lo que les enseñan y que sus compañeros también aprendan y, donde el docente tiene una doble finalidad: que los alumnos aprendan los contenidos y a cooperar y trabajar en equipo. Se trabaja de forma conjunta para obtener unos objetivos comunes, resolviendo tareas y mejorando su aprendizaje.

La fundamentación teórica del aprendizaje cooperativo está basada en los siguientes postulados:

- Teoría sociocultural de Vygotsky

Vygotsky (1979) introduce el concepto de Zona de Desarrollo Próximo para explicar el aprendizaje, y lo define como la distancia entre el nivel de desarrollo real del alumno, determinado por lo que el alumno ya sabe y es capaz de desarrollar de forma autónoma e independiente, y el nivel de desarrollo potencial, determinado por lo que el alumno podría llegar a saber y saber hacer con la ayuda de otras personas, que pueden ser sus compañeros o un docente. El proceso de enseñanza-aprendizaje ha de estar situado dentro de esta zona de desarrollo próximo.

En el aprendizaje cooperativo trabajamos mediante la interacción social entre los alumnos, donde cada uno de ellos trabaja sobre la zona de desarrollo próximo de sus compañeros y viceversa. Entre todos, se generan situaciones de construcción de conocimientos compartidos. Se promueve el uso y dominio del lenguaje, como elemento de comunicación y como herramienta de pensamiento.

- Teoría genética de Piaget

Según Piaget (1978) la mente humana tiene dos atributos principales: *la organización*, que se organiza y estructura mediante esquemas cognitivos y *la adaptación*, que puede adaptarse a los estímulos que recibe del entorno. Los procesos clave para la construcción y desarrollo del conocimiento son producto de la interacción del estudiante y el entorno, que producirá un estado de equilibrio (los conocimientos previos), desequilibrio (la nueva información entra en conflicto con la actual) y reequilibrio (se realizan las modificaciones necesarias hasta conseguir el equilibrio).

Las dinámicas de trabajo de los grupos cooperativos generan conflictos sociocognitivos debido a su heterogeneidad. Esto nos llevan a la reestructuración de aprendizajes, a través de la búsqueda de nuevas soluciones y comprensión de las perspectivas distintas de cada uno de los miembros del equipo.

- Teoría de la interdependencia social de los hermanos Johnson

Estructuras de interdependencia social en los grupos (Johnson *et al.*, 1999a):

- ✓ Interdependencia positiva (cooperación): Los individuos se animan y facilitan los esfuerzos de los demás.
- ✓ Interdependencia negativa (competencia): Los alumnos obstruyen y desaniman a los demás compañeros.
- ✓ No hay interdependencia (individualista): ausencia de relaciones en el grupo. Cada individuo trabaja independientemente de los demás.

En el aprendizaje cooperativo los alumnos trabajan juntos para alcanzar un objetivo común. La interdependencia de finalidades es positiva. Cada alumno debe ser responsable de su aprendizaje y del aprendizaje de sus compañeros de grupo.

- Aprendizaje significativo de Ausubel

Ausubel (1983) introdujo el concepto de aprendizaje significativo, como el proceso por el cual los nuevos conocimientos se han de relacionar de manera sustantiva y no arbitraria con la estructura cognitiva de la persona que está aprendiendo. Se ha de llegar a conseguir que la nueva información quede integrada en sus conocimientos y en su cultura previos.

El aprendizaje cooperativo potencia el aprendizaje significativo ya que modifica los contenidos para adaptarlos a los niveles de cada alumno, dispone de tiempos para asimilación, reflexión y asociación de ideas, fomenta la participación de todos los miembros del equipo, etc.

- La psicología humanista de Rogers

El alumno es único, diverso, con entidad propia y dispone de afectos, intereses y valores individuales (Rogers, 1972).

El aprendizaje cooperativo obtiene tres grandes conceptos de la psicología humanista, como son:

- ✓ La diversidad: fomenta la atención a la diversidad debido a la heterogeneidad de sus grupos.
- ✓ La dimensión afectiva: la interdependencia positiva establece unas relaciones basadas en el respeto y el afecto.
- ✓ El clima del aula: contribuye a crear un aula segura y un entorno de trabajo tranquilo.

- La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner

Tradicionalmente la inteligencia se ha considerado como un elemento cuantificable, que unas personas tenían y otras no. Según la teoría de las Inteligencias Múltiples introducida por Gardner (2008), existen, al menos, 8 tipos de inteligencias diferentes. La mayoría de los individuos tenemos la totalidad de las inteligencias, cada una desarrollada de un modo distinto, en función de la carga biológica, la cultura y la interacción con el entorno. Todos somos inteligentes, cada uno de una manera distinta.



Figura 4. Inteligencias múltiples de Gardner. Fuente: Elaboración propia basada en Gardner, (1998)

El aprendizaje cooperativo ayuda a desarrollar las distintas inteligencias porque incrementa las experiencias educativas, se trabaja en un entorno relajado donde cada alumno se siente seguro de participar y poner en práctica sus habilidades. Se desarrolla la inteligencia espacial cuando los alumnos deben representar ideas y percibir detalles visuales. La inteligencia física-cinestésica al tener que moverse para expresarse durante los trabajos. Y, sobre todo, la inteligencia lingüístico-verbal y la interpersonal, ya que los alumnos están en constante relación unos con otros, deben expresarse y entender a los compañeros.

4.2.2. Beneficios del aprendizaje cooperativo

Numerosos estudios han demostrado los amplios beneficios que tiene el aprendizaje cooperativo en la enseñanza-aprendizaje. La superioridad en su eficacia frente a los métodos más tradicionales basado en la competitividad y la individualidad (Johnson *et al.*, 1999a; Johnson *et al.*, 1999b, Slavin, 2014, Kagan y Kagan, 2009, 2011).

Según Johnson *et al.* (1999a) los trabajos en cooperativo se constituyen como una herramienta indispensable para garantizar el buen rendimiento de los alumnos, teniendo efectos positivos en tres grandes ámbitos:

- ✓ Rendimiento y el aprendizaje, más razonamiento de alto nivel, más producción de ideas y soluciones nuevas.
- ✓ Relaciones interpersonales. Las personas que trabajan de forma cooperativa se preocupan más unas de otras y se comprometen con el bienestar conjunto.
- ✓ Mayor salud psicológica y autoestima. Genera personas con mayor autoconfianza, más autónomas e independientes.

Según Pujolàs (2009), algunas de esas ventajas son las siguientes:

- ✓ Favorece relaciones más positivas entre los miembros del equipo, generando simpatía, atención, cortesía y respeto mutuo.
- ✓ Las actitudes positivas entre el alumnado se reflejan también en las relaciones con el profesorado y la comunidad educativa.
- ✓ El nivel de rendimiento y productividad es considerablemente superior a otro tipo de estructuras.
- ✓ El aprendizaje mediante estructuras cooperativas favorece el aprendizaje de todos los alumnos, tanto los más capacitados, como los que tienen más necesidades de ayuda para conseguir el aprendizaje.
- ✓ Favorece la diversidad, ya que fomenta la aceptación y respeto de las diferencias.
- ✓ Permiten al profesorado la atención personalizada y entrada de nuevos profesionales al aula.

Por otro lado, desde la perspectiva emocional, Slavin (2014) nos explica que los procesos motivacionales, afectivos y relacionales se explican desde dos perspectivas.

- ✓ *La perspectiva emocional:* el elemento clave para el aprendizaje significativo en el trabajo en cooperativo es la motivación individual de cada uno de los miembros del equipo. Esta motivación se consigue formando una estructura de recompensa que haga que los miembros del equipo estén interesados en que todos y cada uno de los miembros de dicho equipo obtengan el mejor aprendizaje.
- ✓ *La perspectiva de la cohesión social.* En este caso, el proceso clave se sitúa en la identificación con el grupo, el compromiso con sus objetivos y la cohesión grupal. Se crea una interdependencia positiva entre los miembros del equipo, de tal manera que

los alumnos disfruten del propio proceso de trabajar en equipo, asociando a cada uno una tarea adecuada a su nivel y habilidades.

4.2.3. Características del aprendizaje cooperativo

Según la teoría de la interdependencia social, los cinco elementos esenciales para un buen funcionamiento de los grupos cooperativos según Johnson, *et. al.* (1999b) son:

- La interdependencia positiva: el docente debe marcar una tarea clara y un objetivo grupal. El esfuerzo de cada alumno beneficia a todos los miembros del grupo. Se crea un compromiso general con el éxito común. Es la base del aprendizaje cooperativo.
- Responsabilidad individual y grupal: Cada miembro del grupo debe ser responsable de cumplir con el trabajo que tiene asignado y de que el grupo llegue a alcanzar el objetivo general. El grupo debe poder evaluar la consecución del objetivo grupal por un lado y el esfuerzo de cada uno por otro lado. El fin es que aprendan a trabajar juntos para poder desenvolverse mejor solos.
- Interacción estimuladora cara a cara: Los alumnos deben trabajar juntos ayudándose, estimulándose, apoyándose unos a otros en el proceso y felicitándose unos a otros por las ganas de aprender y mejorar. Son una red de respaldo personal. Los miembros del equipo adquieren un compromiso personal entre ellos y con el objetivo general del grupo.
- Técnicas interpersonales y de equipo: El docente debe enseñar al grupo destrezas sociales, dirección, toma de decisiones, resolución de conflictos, etc., como parte del contenido a aprender, para trabajar en un contexto basado en el respeto y la comunicación. Estas materias son elementos muy importantes para el correcto funcionamiento del trabajo en grupo.
- Evaluación grupal: Los alumnos deben analizar los progresos en los objetivos alcanzados por el grupo, tanto en lo académico como en las relaciones del grupo. Han de analizar la técnica y la metodología empleada para la consecución del objetivo, focalizando tanto en los resultados como en el proceso y tomar las decisiones necesarias para mejorar.

Desde sus inicios, el aprendizaje cooperativo ha sido estudiado y trabajado en numerosas ocasiones y, actualmente, Zariquey, (2015) define en tres las condiciones básicas para que se garantice un trabajo realmente cooperativo. La denominada triada cooperativa:

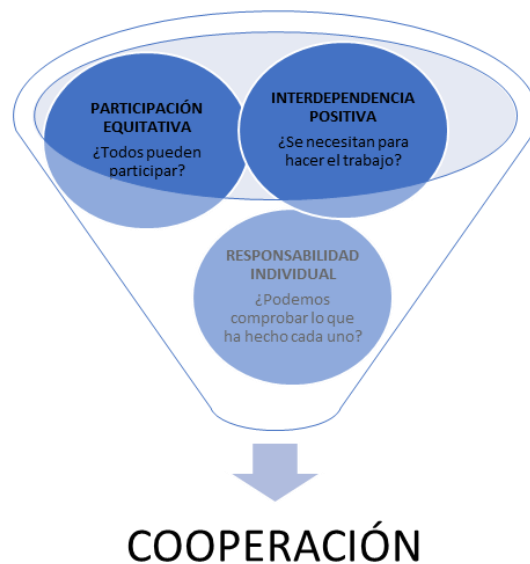


Figura 5. Triada cooperativa. Fuente: Elaboración propia basada en Zariquey, (2015)

4.2.4. Ámbitos de intervención.

Para estructurar de manera cooperativa el aprendizaje en el aula, Pujolàs (2009) propone tres ámbitos de intervención.:

- **Ámbito de intervención A:** Incluye las actuaciones relacionadas con la cohesión de grupo, para conseguir que poco a poco el alumnado se vaya sintiendo miembro de la comunidad de aprendizaje. Para tener un buen ambiente de aprendizaje en la clase es muy importante que exista una buena cohesión de grupo. En cualquier momento pueden surgir conflictos que rompan el buen clima del aula, por lo que no se debe descuidar este aspecto. Las actuaciones de este ámbito están desarrolladas para trabajarlas en las horas de tutoría, para facilitar unas buenas relaciones entre los alumnos de la clase.
- **Ámbito de intervención B:** Este ámbito incluye las actuaciones en las que se utiliza el trabajo en cooperativo como recurso para enseñar, de forma que los alumnos aprendan mejor y de manera más significativa los contenidos escolares. Se trata de que el aprendizaje cooperativo se use cada vez más por el docente para que los alumnos realicen las actividades de aprendizaje previstas. Para obtener unos resultados realmente satisfactorios es necesario que se trabaje de esta forma regularmente, no ocasionalmente.
- **Ámbito de intervención C:** contempla las actuaciones que se usan con el fin de enseñar el trabajo en equipo, es decir, el contenido a enseñar es que los alumnos de una forma

explícita y sistemática, aprendan a trabajar en equipo. Estas técnicas ayudan a los alumnos a desarrollar competencias como la comunicativa. La enseñanza del trabajo en equipo, suele ser una enseñanza transversal, que corre el riesgo de quedar en el olvido, por lo que el trabajo mediante estas técnicas asegura su introducción en los contenidos a enseñar.

El ámbito A, al tratarse de dinámicas para favorecer la cohesión de grupo, se suelen trabajar en las horas de tutoría. Para llegar al ámbito C, a veces, es necesario trabajar con los alumnos en cooperativo durante casi un curso completo. Por lo que, en nuestra programación didáctica, nos basaremos fundamentalmente en el ámbito B, usaremos el trabajo en cooperativo como recurso para aprender los contenidos de las matemáticas. Con el objetivo de ir progresando y en el último trimestre llegar hasta el ámbito C. Aunque, no debemos olvidar que los tres ámbitos están estrechamente relacionados, cuando actuamos en uno de ellos, indirectamente estamos actuando en los demás. Es necesario actuar en los tres ámbitos de manera continuada y simultánea. Lo ideal es que todo el claustro trabaje de manera conjunta y coordinada para obtener mayores beneficios de esta forma de trabajo.

4.2.5. Nivel de andamiaje.

En el trabajo en equipo no siempre se ha de trabajar juntos. Para que cada alumno aprenda a trabajar de forma autónoma y desarrolle un aprendizaje realmente significativo debe disponer, además de los momentos de trabajo en grupo, de otros momentos en los que trabaje individualmente. De otro modo, podemos generar situaciones de gran dependencia del grupo y responsabilidades repartidas de forma desigual. Para ello, Zariquiey divide las situaciones de cooperación en cuatro niveles en función del nivel de ayuda que necesita el alumnado, desde el más alto, donde los alumnos trabajan juntos, hasta el más bajo, donde el alumno trabaja principalmente de forma individual. El objetivo es partir del primer nivel (en caso de que los alumnos tengan un nivel más alto se partirá del nivel correspondiente) e ir avanzando en los niveles conforme los alumnos vayan alcanzando más conocimientos y eficacia en la resolución de tareas, con lo que irán requiriendo una menor ayuda.

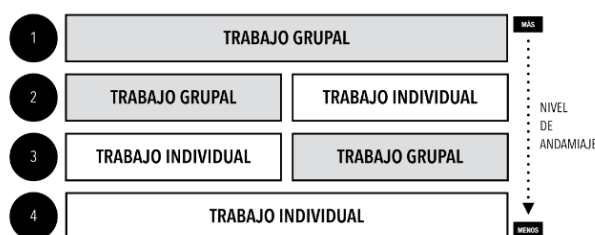


Figura 6. Secuencias de andamiaje. Fuente: Zariquiey, s.f.

Para que el trabajo a realizar sea realmente cooperativo se han de cumplir tres condiciones básicas, que llamaremos la triada cooperativa.

- Interdependencia positiva
- Participación equitativa
- Responsabilidad individual

A continuación, se exponen los cuatro niveles de las secuencias de andamiaje. Cada uno de los niveles lleva asociadas una o dos técnicas, que serán usadas en función del tipo de alumno y ritmo que lleve. Además, se detallan cómo conseguir que se cumpla la triada cooperativa en cada uno de ellos.

NIVEL 1. TRABAJO GRUPAL.

Se trata del primer nivel de la secuencia. Es recomendable cuando hay un grupo de alumnos importante que no ha entendido los conceptos y no es capaz de resolver por sí mismo los ejercicios. Se proponen trabajos para que los alumnos los realicen juntos, para que cada uno aprenda a realizarlo por sí mismo. Los alumnos deberán ayudarse entre ellos y asegurarse de que todos han entendido los ejercicios. Los alumnos más avanzados tutorizarán a los alumnos que necesiten más ayuda.

Técnicas cooperativas: “Uno para todos” y “Trabajo en equipo, logro individual (TELI)”.

Triada cooperativa:

- Interdependencia positiva: los alumnos no pueden pasar al ejercicio siguiente si todos no han entendido el anterior y, el docente pedirá a un alumno al azar, que explique el procedimiento al resto del equipo.
- Participación equitativa: cada alumno deberá comprobar individualmente su trabajo.
- Responsabilidad individual: se elegirán alumnos al azar para que presenten el trabajo.

Una vez que los alumnos tutorizados tengan una comprensión básica de los contenidos que les permitan realizar las tareas, aunque con algo de ayuda, se pasará al siguiente nivel.

NIVEL 2: TRABAJO GRUPAL + TRABAJO INDIVIDUAL.

En el segundo nivel de la secuencia, los alumnos que han tutorizado a los compañeros, han obtenido un nivel más profundo de los contenidos, y los que han sido tutorizados, tienen un nivel más básico de la comprensión de los conceptos básicos, pero aún no son capaces de trabajar de forma autónoma. Este nivel consta de dos fases, en la primera se trabajará de

forma grupal, entre todos se trabajará y decidirá una respuesta común a los ejercicios, pero sin hacerlos. En la segunda fase, los alumnos desarrollarán la actividad individualmente y de forma autónoma. Es importante que en la primera fase los alumnos no escriban, solo hablen y que en la segunda fase solo escriban, y no hablen, para que el aprendizaje sea realmente efectivo. En caso de que algún alumno aun así tenga dificultades, consultará con los compañeros, pero antes del trabajo individual.

Técnicas cooperativas: “Lápices al centro” y “Equipos pensantes”.

Triada cooperativa:

- Interdependencia positiva: los alumnos no pueden comenzar a realizar el ejercicio hasta que todos han comprendido cómo desarrollarlo y el docente elegirá a un alumno al azar para que explique el proceso seguido.
- Participación equitativa: existe una fase de trabajo individual y la comprobación de resultados será individual.
- Responsabilidad individual: se elegirán alumnos al azar para que presenten el trabajo y se pueden valorar las tareas del equipo a partir del trabajo de uno de los componentes.

Para pasar al siguiente nivel, los alumnos tutorizados deben saber plantear las tareas y comenzar a hacerlas, aunque no todas correctamente.

NIVEL 3: TRABAJO INDIVIDUAL + TRABAJO GRUPAL.

Una vez llegados a este nivel, los alumnos más avanzados, han tenido la oportunidad de profundizar en los contenidos y practicar en la aplicación de éstos. Los alumnos menos aventajados serán capaces de plantear y desarrollar los ejercicios propuestos, aunque aún cometan algunos fallos. Este nivel también consta de dos fases, pero al contrario del nivel dos, primero se trabaja de forma individual, para posteriormente, de manera grupal comprobar los resultados y procesos seguidos por los componentes del grupo para favorecer el procesamiento conjunto de los contenidos.

Técnicas cooperativas: “Uno, dos, cuatro” y “Podio cooperativo”.

Triada cooperativa:

- Interdependencia positiva: hasta que todos los alumnos no han comprendido un ejercicio, no se puede pasar al siguiente y un alumno elegido al azar deberá explicar el proceso seguido por su equipo.
- Participación equitativa: existe una fase de trabajo individual y la comprobación del

trabajo será individual.

- Responsabilidad individual: cada alumno debe realizar el ejercicio en su cuaderno y un alumno elegido al azar deberá explicar el ejercicio.

Una vez que los alumnos menos avanzados sean capaces de realizar las tareas de manera bastante eficaz, estarán en disposición de pasar al siguiente nivel.

NIVEL4: TRABAJO INDIVIDUAL.

En este último nivel los alumnos realizarán los ejercicios o tareas propuestas de forma autónoma y con eficacia, cada uno en su nivel. Cada alumno trabajará tareas, que pueden estar diferenciadas según el nivel de cada uno, de forma individual, pero con el apoyo y ayuda del grupo. La idea fundamental es que los alumnos lleguen a alcanzar niveles de autorregulación altos en el trabajo autónomo e individual.

Técnicas cooperativas: “Trabajo individual asistido”.

Triada cooperativa:

- Interdependencia positiva: se evaluarán los planes de trabajo de los componentes del equipo.
- Participación equitativa: está basado en el trabajo individualizado, se evaluarán los trabajos individuales.
- Responsabilidad individual: cada alumno realiza los ejercicios en su cuaderno, que serán comprobados al finalizar el tiempo y cada uno tendrá su plan personalizado de trabajo.

4.2.6. Los equipos cooperativos. Formación, normas y roles.

Para la formación de los grupos se han de tener en cuenta varios factores (Zariquiey, 2015):

- ✓ Distribución de alumnos en grupos: Se formarán grupos heterogéneos en cuanto a sexo, etnia, perfil de inteligencia, rendimiento académico, actitud, destrezas, etc.
- ✓ Tamaño: El tamaño ideal para la mayor parte de los autores es de cuatro alumnos, ya que existe diversidad, no es un grupo elevado ni demasiado pequeño y es susceptible de dividirse en parejas para la realización de algunas actividades ocasionales. En caso de que el número de alumnos de la clase no se pueda dividir en grupos de cuatro, se puede optar por grupos de tres (evitando un tamaño más grande de grupo que puede dificultar su funcionamiento) o grupos de 5 (que, en caso de que el aula sea pequeña

facilitará los desplazamientos por ésta). Cuando no existe experiencia previa en el trabajo en cooperativo, una buena opción son las parejas de cuatro. Es decir, formamos grupos de 4 alumnos y los dividimos en parejas compañeras. Se empieza trabajando en parejas, y en caso de que los alumnos tengan dudas, deben acudir a la pareja compañera antes que al profesor. Una vez que los alumnos vayan funcionando en parejas se irán incorporando hasta formar el grupo de cuatro.

- ✓ Duración del equipo: Mantener los equipos durante poco tiempo supone una mayor interacción, los alumnos tienen la oportunidad de trabajar con todos los compañeros de clase y mayor tolerancia. Las ventajas de mantener los grupos estables son: una estructura más clara en la clase, que aporta estabilidad y eficacia, relaciones más estables entre los alumnos, mayor cohesión de grupo. A la hora de establecer el tiempo de duración de los equipos se ha de tener en cuenta que hay que dar tiempo suficiente a los alumnos para que se conozcan y que cuanto menos experiencia con el trabajo en cooperativo tengan, menos han de durar los equipos. En nuestro caso, estimaremos una duración de los equipos de un trimestre, sin embargo, esto no nos exime de realizar cambios en cualquier momento en caso de necesidad.

Para decidir la distribución de los alumnos en los grupos, una vez que tengamos decidido el tamaño de éstos, se realizan las siguientes recomendaciones:

- Cada grupo tendrá un alumno de los que sean más capaces de ayudar a los demás.
- Cada grupo tendrá un alumno de lo que más ayuda necesiten.
- El resto de alumnos se distribuirán por los grupos teniendo en cuenta la diversidad y la heterogeneidad, especialmente de género.
- Revisamos los grupos para que no haya alumnos disruptivos en el mismo grupo, no juntar a alumnos que se lleven muy mal o excesivamente bien, etc.

La disposición en el aula también es un aspecto importante a tener en cuenta, y ha de cumplir cuatro premisas: *proximidad*: los miembros de un equipo deben estar juntos; *movilidad*: la distancia entre equipos debe ser la suficiente para facilitarla; *visibilidad*: los alumnos deben poder ver al docente cómodamente y *flexibilidad*: para facilitar los cambios de estructura ágiles y eficaces.

La disposición de los alumnos dentro del grupo también es un aspecto que no debemos dejar al azar, ya que influye en el tipo de interacción que van a mantener. Se debe tener en cuenta que los que se colocan cara a cara tienen facilidad para la interacción verbal y los que se colocan hombro con hombro trabajan bien compartiendo material.

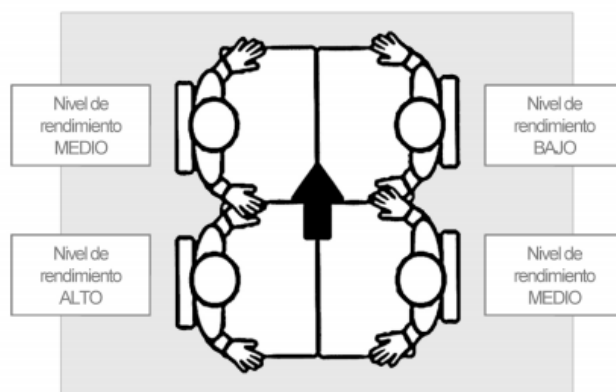


Figura 7. Disposición de alumnos en grupo. Fuente: Zariquiey, 2015

Debemos tener en cuenta que, formar los grupos con unas características concretas no es requisito suficiente para que los equipos trabajen de manera cooperativa. Para ello hay que seguir una secuencia determinada. (Torrego y Negro, 2012)

Fases	Profesor	Dinámicas
1. <i>Formación - Orientación</i> Conocerse y crear clima de confianza y aprecio	<ul style="list-style-type: none"> • Facilitar conocerse. • Explicitar expectativas. • Ser ejemplo de comportamiento. 	<ul style="list-style-type: none"> • Presentación. • Conocimiento. • Confianza y aceptación.
2. <i>Establecimiento de normas y resolución de conflictos</i> Adaptarse al centro y resolver los conflictos	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar bien las tareas. • Implicar a los alumnos. • Autonomía del grupo. • Construcción democrática de normas. • Favorecer el desarrollo de habilidades de comunicación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Responsabilidad grupal. • Comunicación. • Organización y toma de decisiones. • Resolución de conflictos.
3. <i>Rendimiento eficaz del grupo</i> Desarrollarse como grupo eficiente	<ul style="list-style-type: none"> • Ayudar a desarrollar habilidades sociales. • Proponer y reforzar la cooperación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cooperación.
4. <i>Finalización</i> Aceptar la realidad de la finalización del grupo	<ul style="list-style-type: none"> • Facilitar la expresión de sentimientos. • Valoración del proceso. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación grupal. • Expresión de sentimientos.

Figura 8. Fases de formación de grupos cooperativos. Fuente: Torrego y Negro, 2012

Como podemos observar en la figura 8, en la primera fase lo importante es que los componentes del grupo se conozcan y tomen confianza entre ellos. Esto ocurre a principio de curso, cuando los grupos no se conocen. El profesor debe fomentar las relaciones entre los alumnos y explicar qué se espera del grupo. La segunda fase consiste en el establecimiento de normas y resolución de conflictos. El profesor será el encargado de organizar bien las tareas para implicar a los alumnos y fomentar su autonomía en el grupo. La fase tres es la de rendimiento eficaz del grupo, donde se constituyen como grupo productivo y cooperativo. La función del profesor será la de ayudar en el desarrollo de las habilidades sociales y fomentar

la cooperación. La última fase, la fase cuatro, de finalización, será de balance final de los resultados obtenidos. En este caso, la labor del docente será la de facilitar la realización del balance y planes de mejora, así como ayudar a la gestión de las emociones. Estas fases no se producen de manera lineal, son simultáneas, y en ocasiones se producen retrocesos.

Para el correcto funcionamiento de los grupos, será necesario establecer las normas de funcionamiento de los equipos. Las normas deben ser: enunciadas en positivo, claras y concretas, útiles y relevantes, realistas y asequibles, justas y comprensibles, pocas y revisables. Se ha de dedicar tiempo a elaborarlas y explicarlas. La participación por parte de los alumnos en su elaboración aumenta la aceptación y cumplimiento de dichas normas, promueve la comprensión y sirve de recurso educativo en valores y actitudes.

Dentro de cada grupo, cada uno de los alumnos deben tener asignado un rol (anexo 1). Las pautas para la gestión de roles serán las siguientes:

- Enseñarlas: los alumnos deben conocer cuáles son los roles, en qué consisten, la necesidad de utilizarlos, etc.
- Utilizarlos.
- Introducción paulatina de funciones.
- Utilización por parte del docente de los roles a menudo.
- Cada rol debe tener su cartel identificador (elaborado por los propios alumnos)
- Evaluar el funcionamiento de cada rol.
- Rotación de roles.
- Existirán cuatro roles por equipo (en caso de que el equipo sea de tres o cinco componentes un alumno asumirá dos roles o se duplica el rol, respectivamente)
- Al principio se pueden asignar roles en consonancia con las características de los alumnos. Posteriormente se modificarán en función de las necesidades.

4.2.7. Técnicas del trabajo cooperativo

Las estructuras utilizadas para el trabajo cooperativo pueden ser estructuras más simples o más complejas. Las estructuras simples, se suelen llevar a cabo en una sesión, y son fáciles de aplicar. Por otro lado, están las estructuras más complejas, que se denominan técnicas cooperativas, y se han de trabajar en varias sesiones de clase.

A continuación, se describen las técnicas cooperativas que se utilizan en la unidad didáctica desarrollada, para transformar actividades tradicionalmente individualistas en

cooperativas. No obstante, en el anexo 2 se presenta una ampliación de otra serie de técnicas. (Pujolàs, 2009; Slavin, 2002; Zariquiey, 2018).

- ✓ El folio giratorio: El docente asigna una tarea a los equipos, que puede ser lista de palabras, redacción, etc. Se entrega un folio a cada equipo y un miembro del equipo comienza a responder a la tarea, a continuación, el siguiente siguiendo el orden de las agujas del reloj continúa y así hasta que la tarea está concluida y todos han participado. El resto de alumnos que no están escribiendo deben estar pendientes y corregir o aportar opiniones en caso necesario. La respuesta será responsabilidad de todos.
- ✓ Equipos pensantes: El docente propone ejercicios o tareas que trabajen los contenidos presentados. El equipo dedica unos minutos a plantear cómo realizarlas y a continuación, cada uno individualmente realiza la tarea con las pautas marcadas de manera grupal. Una vez terminado, el profesor elegirá a algunos estudiantes de manera aleatoria para que expliquen el trabajo.
- ✓ 1-2-4: El docente plantea una cuestión o problema, primero cada miembro del equipo deberá tratar de contestarla de forma individual, a continuación, se juntarán en parejas y pondrán en común la respuesta de cada uno y decidirán una, después se reunirá todo el grupo para llegar a una respuesta única por grupo.
- ✓ Lápices al centro: El profesor entrega a los equipos una hoja con tantas preguntas o ejercicios como miembros tenga el equipo. Cada alumno se hará responsable de una pregunta, la leerá en voz alta, debatirán la respuesta y se asegurará de que todos los del equipo sepan responderla adecuadamente. Mientras esto ocurre, los lápices deben estar en el centro de la mesa, no se puede escribir, solo hablar y escuchar. Cuando todos tienen clara la respuesta, cada uno toma un lápiz y lo resuelve en su cuaderno, mientras, no se puede hablar, solo escribir. A continuación, se repite el proceso con el siguiente miembro del equipo.
- ✓ Grupos de investigación: es una técnica parecida al trabajo por proyectos. Consta de tres fases, fase 1 de búsqueda de información, fase 2 de análisis y síntesis de la información y fase 3 de presentación del proyecto. La principal ventaja de esta técnica es que cada alumno puede desarrollar y participar en los aspectos que más le interesan o que se considera mejor preparado. Los pasos a seguir para la elaboración del proyecto serán elección y distribución de los temas, constitución de equipos, planificación, desarrollo del plan, análisis y síntesis, presentación del trabajo y

evaluación.

- ✓ Trabajo individual asistido: El docente propone un lote de actividades y los alumnos trabajan de manera individual, pero en caso de necesitar ayuda, pueden acudir a sus compañeros de grupo. Al docente solo se le podrá consultar cuando ninguno de los miembros del equipo pueda resolver la duda. La tarea está terminada cuando todos los componentes han terminado.

4.2.8. Recursos didácticos.

Para trabajar el aprendizaje cooperativo en el aula, no es necesario recurrir a muchos recursos, pero hay algunos que pueden facilitar el aprendizaje del trabajo en equipo en los alumnos. Estos recursos son el cuaderno de equipo y los planes de equipo. (Pujolàs, 2009).

- ✓ Cuaderno de equipo: Es una herramienta que ayuda a los alumnos a organizarse en los equipos. Se trata de un cuaderno donde van añadiendo hojas y debe tener los siguientes apartados:
 - Nombre y logotipo del equipo: Se pondrá en la primera página. El ponerle nombre y un logotipo al equipo hace que adquiera identidad propia. Ya, en la decisión del nombre del equipo, los miembros han de empezar a trabajar en equipo, ponerse de acuerdo, debatir, etc. Incluso, pueden usar técnicas de cooperativo para conseguirlo.
 - Nombres de los componentes del equipo: en una hoja deberán aparecer reflejados los nombres de todos los componentes del equipo, además, pueden opcionalmente añadir una fotografía y/o características, gustos, aficiones, etc. de cada uno de ellos. Se puede incorporar aquí alguna técnica de cooperativo que les ayude a conocerse mejor, por ejemplo: “La entrevista”.
 - Cargos y funciones del equipo: se añadirá una tabla con los roles asignados a cada uno de los componentes del equipo, así como las funciones que le son asignadas. Los roles pueden cambiar de un equipo a otro. Todos los alumnos deben tener asignado un rol. Los roles deben ser rotativos, para que todos los componentes asuman todos los roles en algún momento. Las funciones de los roles son revisables, periódicamente se deberán chequear y modificar en caso necesario. Los alumnos deben exigirse mutuamente el cumplimiento de las funciones asignadas.

- Normas de funcionamiento: este apartado del documento deberá reflejar las normas de funcionamiento de los equipos en general de la clase y las normas propias del equipo, en su caso. Es recomendable, que las normas sean elaboradas por los propios alumnos con la supervisión del docente. Las normas no son fijas, se pueden revisar y modificar en cualquier momento que lo requiera. La dinámica “El Grupo Nominal” es una buena técnica para elaborar de forma consensuada la lista de las normas.
 - Planes de equipo y las revisiones periódicas para establecer objetivos de mejora: se guardan los diferentes planes de equipo que se van a desarrollar, con los objetivos del equipo para un tiempo determinado.
 - Diarios de sesiones: recogen un resumen de cada una de las sesiones con una pequeña evaluación de la misma, que será elaborado por todos los miembros del equipo y será el secretario el encargado de transcribirlo.
 - Revisiones periódicas del equipo: revisiones que cada equipo hace al final de cada plan de equipo.
- ✓ Planes de equipo: son establecidos por los equipos, para un tiempo fijado e incluyen los objetivos que el equipo se marca. Debe incluir:
- Cargo de cada componente del equipo en el periodo fijado.
 - Objetivos establecidos para la mejora del rendimiento y funcionamiento del grupo.
 - Compromisos personales que cada componente establece a título personal para mejorar el funcionamiento del grupo.

Antes de la finalización del plazo marcado, deberá hacerse una revisión de éste, evaluando cómo se han ejercido los cargos, hasta qué punto se han conseguido los objetivos del plan y los compromisos personales de cada uno.

4.3. Aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas

El aprendizaje cooperativo está tratado en numerosos estudios dentro del ámbito de la pedagogía, sin embargo, en el campo de las matemáticas aún no está muy extendido, a pesar de las amplias experiencias que demuestran su efectividad.

El estudio de las matemáticas requiere que el alumno alcance unas competencias avanzadas sobre la realización de procesos, y procedimientos complejos que les ayudan a

entender muchas situaciones de la vida real. La complejidad de esta materia hace especialmente necesario el uso de metodologías innovadoras y activas, que permitan al alumno enfrentarse a retos tanto personales, como sociales y profesionales. Dichas metodologías mejoran notablemente el rendimiento y motivación de los alumnos (Herrada y Baños, 2018).

La dificultad en el aprendizaje de las matemáticas puede deberse a varios factores. Socas (1997) establece cinco categorías de dificultades:

- ✓ Dificultades relacionadas con la dificultad de los conceptos y procedimientos matemáticos, a su carácter abstracto, conceptual y exacto se le añade la complejidad del lenguaje utilizado.
- ✓ Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
- ✓ Dificultades relacionadas con los procesos de enseñanza.
- ✓ Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos.
- ✓ Dificultades asociadas a la dimensión afectivo-emocional, rechazo, ansiedad o miedo al fracaso.

Un cambio en la metodología de enseñanza de las matemáticas puede mejorar las dificultades en varios de estos factores, provocando un cambio de actitudes que se puede transformar en unos mejores rendimientos y aprendizajes más significativos. La enseñanza mediante el cooperativo influye directamente en las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza: sustituyendo las metodologías tradicionales por otras donde el alumno asumen un rol más activo en su aprendizaje; al desarrollo cognitivo de los alumnos: promoviendo un aprendizaje más significativo y a la dimensión afectivo-emocional: ya que las relaciones entre iguales en cooperativo favorecen el desarrollo de la inteligencia emocional.

Numerosos estudios han demostrado los beneficios que tiene aplicar estas metodologías en la enseñanza de las matemáticas. En cuarto curso de educación secundaria, Dorce (2016) realizó una experiencia en el aprendizaje de numeración y cálculo, espacio y forma, medida, etc., donde pudo observar la mejora en el razonamiento lógico de los alumnos. En otro estudio previo, realizado por Ibáñez y Gómez-Alemany (2004) en alumnos de secundaria, se observa que los alumnos perciben que aprovechan más el tiempo. Además, se aprecia un aumento de la participación, la integración, y la formación de relaciones más estables, así como una mejora del rendimiento académico.

Pons, González-Herrero y Serrano, (2008) en su estudio sobre los efectos de la metodología cooperativa en el aula de matemáticas, en el curso de 4º ESO (dividiendo el

curso en tres bloques), observaron unas diferencias significativas, en favor del cooperativo, en el rendimiento entre el grupo de control y los experimentales. Esas diferencias se vieron incrementadas en los bloques de más dificultad o novedosos. Llegan a la conclusión de que la utilización del aprendizaje cooperativo supone una mejora significativa en el rendimiento escolar en la asignatura de matemáticas, respecto a metodologías más tradicionales basadas en el individualismo y la competitividad. Según el estudio, en el segundo y tercer bloque es, donde resulta más necesario el uso de estas metodologías más activas debido a la novedad y complejidad de los contenidos.

Alarcón (2004) realizó un estudio sobre los beneficios académicos e interpersonales del aprendizaje cooperativo en alumnos de octavo grado (correspondiente a 2º ESO) en el aula de matemáticas, con dos grupos de 24 alumnos, uno de intervención y otro de control donde se trabajó con metodología individual, pero no magistral. En relación a los rendimientos académicos, los resultados obtenidos mostraban que las calificaciones promedias de los alumnos del grupo de intervención superaban a los del grupo de control en los cuatro bimestres que componen el curso escolar. En cuanto a las relaciones interpersonales de los alumnos, se observó en el grupo experimental una notable disminución de las agresiones verbales y aumento de la capacidad de escucha. En ambos grupos se denota un aumento de la responsabilidad. Respecto a la solidaridad y matoneo (agresión repetitiva en forma directa o indirecta por un tiempo prolongado) no se observaron cambios a destacar.

Según los datos obtenidos por Linares (2017) en su tesis basada en la influencia del aprendizaje cooperativo en el rendimiento académico en las matemáticas en secundaria, tenemos las siguientes conclusiones. La metodología del cooperativo afecta positivamente al rendimiento en las matemáticas de los alumnos de primer curso de secundaria, así como a la capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación lingüística y de resolución de problemas.

Hilario (2012) en su tesis sobre el aprendizaje cooperativo en secundaria, encuentra mejoras significativas en la calidad de la práctica pedagógica y las sesiones de aprendizaje cuando se usan metodologías cooperativas respecto a las metodologías individualistas y competitivas.

Por otro lado, se estudia también la disposición de los docentes a aplicar estas metodologías innovadoras en la enseñanza de las matemáticas. Meza, Suárez, Schmidt-Quesada (2015) observaron en un taller realizado con 39 docentes de distintos centros educativos que, en general, mostraban una actitud positiva ante la utilización del trabajo

cooperativo para mejorar los aprendizajes de las matemáticas. Sin embargo, como aspecto a mejorar se observa la necesidad de formación del personal docente en la materia.

Debido a la complejidad de las matemáticas, por todo lo comentado anteriormente, se hace necesario que los docentes de hoy en día incorporen las nuevas metodologías innovadoras en sus clases. Esto genera un aumento en el nivel de implicación de los alumnos en la materia, que se transforman tanto en un mayor rendimiento, como en un mejor aprendizaje y adquisición de nuevas competencias. El aprendizaje cooperativo favorece por un lado a los alumnos con buen nivel como, especialmente a los alumnos con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

5. PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

En este apartado se presenta el desarrollo de una programación didáctica, planteada a través de la integración del aprendizaje cooperativo como eje principal del proceso de enseñanza- aprendizaje.

5.1. Descripción del centro

La programación didáctica se diseña para su implantación en un colegio privado, de carácter religioso, de educación primaria, secundaria y bachillerato situado en la zona norte de la ciudad de Córdoba, alejado del casco urbano. Es una institución familiar que nació en 1983 con un centro de educación infantil y, posteriormente, en el año 2000 continuó con la apertura del colegio para dar continuidad educativa a los alumnos. En el año 2014 se inicia, además, el proyecto del bachillerato internacional, ofertando actualmente tanto el bachillerato nacional como el internacional.

El centro cuenta con dos edificios principales, uno para educación primaria de primer y segundo ciclo, donde se encuentran, además de las aulas correspondientes, el despacho de dirección, secretaría, la biblioteca de primaria, aula de usos múltiples y las aulas de educación especial. El segundo edificio está destinado a la educación primaria de tercer ciclo, educación secundaria y bachillerato. Cuenta con los despachos de coordinación, sala de profesores, aula de convivencia y biblioteca de secundaria, sala de robótica, laboratorio y salón de actos y, en la cubierta varias pistas de pádel. Por otro lado, hay un tercer edificio que alberga la cocina, el comedor y el polideportivo en planta baja y una pista deportiva en la cubierta. Por último, nos encontramos con una pequeña edificación donde se encuentra la capilla.

Se trata de un centro de una línea por etapa, que ofrece educación primaria, secundaria y

bachillerato en las líneas de Tecnológico, Salud, Ciencias y Ciencias Sociales. Además, ofrece los servicios de aula matinal, comedor, y diferentes actividades extraescolares, como refuerzo educativo y actividades deportivas. Cuenta, además, con un programa de fomento de valores sociales, donde los alumnos colaboran con distintos programas sociales.

El colegio tiene un proyecto educativo de carácter religioso, basado en la individualización y atención personalizada al alumno. Es un colegio que apuesta por el trabajo en equipo, la innovación educativa y la integración de las nuevas tecnologías. Todos los alumnos a partir del segundo ciclo de educación primaria disponen de un Ipad propio para uso escolar (algunos alumnos de bachillerato disponen de ordenadores).

En el colegio se fomenta la utilización de las nuevas metodologías y se utiliza el aprendizaje en cooperativo, por lo que los alumnos ya tienen experiencia en esta forma de trabajo. Sin embargo, no se ha llegado a desarrollar una programación completa basada en el aprendizaje cooperativo, que es la forma en que realmente se obtienen todos los beneficios de esta metodología.

Para la atención a la diversidad, hay un departamento de educación especial, donde evalúan y hacen el seguimiento de cada uno de los alumnos que lo necesiten, siempre en coordinación con el profesorado. Los alumnos de necesidades especiales están integrados en las clases y, según sus necesidades, salen a determinadas horas para obtener un refuerzo educativo, que se realiza desde este departamento.

En la figura 8 podemos ver el organigrama del centro.

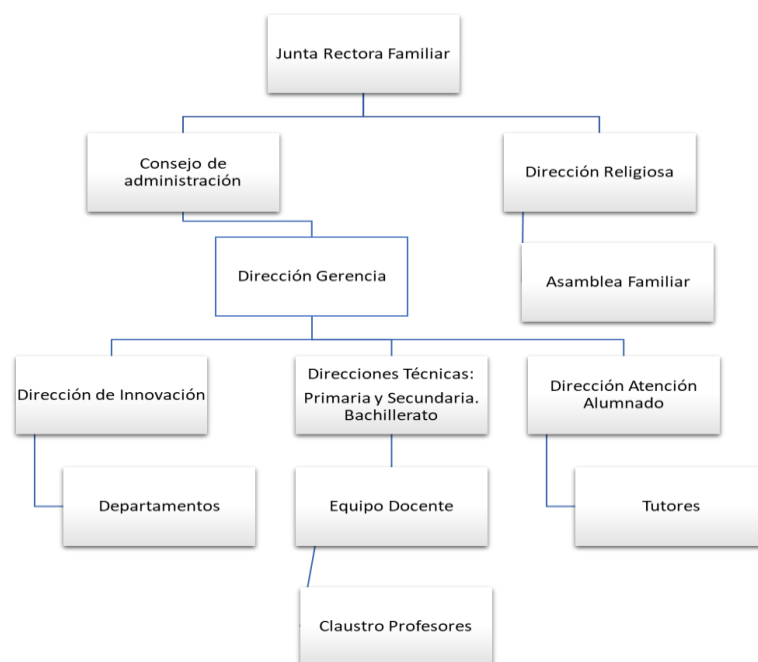


Figura 9. Organigrama del Colegio. Fuente: Elaboración propia

5.2. Materia

La materia seleccionada para este trabajo es la asignatura troncal de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas, concretamente el bloque de Geometría: Cuerpos geométricos y de revolución.

5.3. Curso

La programación didáctica que se desarrollará corresponde con el curso 3º de Educación Secundaria Obligatoria. Se toma como referencia la Instrucción 13/2019, de 27 de junio, de la Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa, por la que se establecen aspectos de organización y funcionamiento para los centros que imparten Educación Secundaria Obligatoria para el curso 2019/20. Se toma como referencia el curso 2019-20 debido a que el calendario escolar del próximo curso aún no está definido. No obstante, para implantar esta programación al curso siguiente tan solo sería necesario reajustar las fechas al calendario correspondiente.

Se trata de un curso con un nivel socio-económico bastante homogéneo, la mayoría de ellos pertenecen a familias de un nivel económico medio-alto. El curso cuenta con 28 alumnos, ninguno de ellos repetidor. Algunos de los alumnos presentan dificultades en la materia, pero en general el nivel es bastante bueno.

5.4. Competencias clave

Según la Orden ECD/65/2015 existe la necesidad de adquirir unas competencias clave por parte de los individuos que les permita llegar a alcanzar un desarrollo personal, social y profesional de acuerdo a las exigencias del mundo globalizado en el que vivimos. Entendiendo la competencia como “una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones, y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz” (p. 6986).

A continuación, se enumeran las siete competencias clave (LOMCE, 2013 y Orden de 14 de julio de 2016) y su desarrollo en el ámbito de las matemáticas y el trabajo en cooperativo.

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): mediante la lectura y comprensión de los enunciados, así como la redacción y comunicación de los resultados se trabaja tanto la comunicación escrita como la oral. El trabajo en cooperativo exige una interacción continua entre los individuos.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): se

desarrolla mediante la capacidad de plantear, interpretar, formular y resolver problemas, que son las habilidades fundamentales de las matemáticas. Esto permite a las personas el uso del lenguaje matemático y empleo las estrategias de resolución de problemas en cualquier contexto. Así como el fomento de la creatividad y el pensamiento lógico.

- Competencia digital (CD): se utilizarán las TIC para la búsqueda y tratamiento de información para la realización de actividades y proyectos. Se fomentará la utilización de criterios fiables para la selección y comprensión de la información.
- Aprender a aprender (CAA): El trabajo en cooperativo desarrolla ampliamente esta competencia ya que, además desarrollar el aprendizaje de los contenidos a aprender, se aprenden otras habilidades como el trabajo en equipo, habilidades sociales y emocionales. Se potencia el pensamiento crítico y la creatividad en la planificación, resolución y evaluación de los procesos de aprendizaje.
- Competencias sociales y cívicas (CSC): capacidad de desarrollarse con el entorno de manera responsable y constructiva, comprendiendo y respetando que existen distintos puntos de vista. Desarrolla una actitud abierta las diferentes soluciones, aprendiendo a negociar.
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP): se desarrolla mediante el establecimiento de los planes de trabajo para la resolución de los problemas y sus posteriores revisiones.
- Conciencia y expresiones culturales (CEC): es necesario contextualizar las matemáticas con el entorno, asociándolas a los temas de actualidad, de forma que los alumnos tomen conciencia de los problemas sociales y culturales existentes y sepan analizarlos de forma objetiva.

5.5. Objetivos generales de la etapa

Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (BOE, 2015), la Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que les permitan (pp. 176-177):

- a. Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de

trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

- b. Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- c. Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.
- d. Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
- e. Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g. Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- h. Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
- i. Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.
- j. Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.
- k. Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el

cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

1. Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

5.5.1. Objetivos generales de etapa en Andalucía.

El Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, establece, además de los objetivos generales expuestos anteriormente, que la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que le permitan (p. 30):

- a. Conocer y apreciar las peculiaridades de la modalidad lingüística andaluza en todas sus variedades.
- b. Conocer y apreciar los elementos específicos de la historia y la cultura andaluza, así como su medio físico y natural y otros hechos diferenciadores de nuestra Comunidad, para que sea valorada y respetada como patrimonio propio y en el marco de la cultura española y universal.

5.5.2. Objetivos curriculares de la asignatura

Según la Orden de 14 de julio de 2016, Anexo I, las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía contribuirán a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que permitan (p.190):

1. Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizándolos recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos,

cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
7. Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
9. Manifiestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.
10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
11. Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual, apreciar el conocimiento matemático acumulado por la humanidad y su aportación al desarrollo social, económico y cultural.

5.6. Contenidos

Los bloques en los que se distribuyen las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas

Académicas en el tercer curso de la educación secundaria obligatoria se establecen en el Real Decreto 1105/2014 y son los siguientes: Bloque 1 – Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas; Bloque 2 – Números y Álgebra; Bloque 3 – Geometría; Bloque 4 – Funciones y Bloque 5 – Estadística y Probabilidad.

El bloque 1 de Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas es un bloque transversal, por lo que deberá desarrollarse durante toda la etapa y de forma simultánea con el resto de los bloques. Este bloque está basado en tres pilares básicos: la resolución de problemas, el uso de los medios tecnológicos y la dimensión social y cultural de las matemáticas.

A continuación, en la tabla 1 se presenta la relación las unidades didácticas del curso con los bloques correspondientes. En la tabla 2, los contenidos establecidos por el Real Decreto 1105/2014 asociados a la unidad didáctica 11: Cuerpos Geométricos. En el anexo 3, podremos encontrar los contenidos del resto de unidades didácticas.

Tabla 1
Relación de Unidades Didácticas con Bloques

Unidad	Bloques	
Ud. 1 Números racionales	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 2. Números y Álgebra
Ud. 2 Números reales	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 2. Números y Álgebra
Ud. 3 Sucesiones	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 2. Números y Álgebra
Ud. 4 Polinomios	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 2. Números y Álgebra
Ud. 5 Ecuaciones	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 2. Números y Álgebra
Ud. 6 Sistemas de ecuaciones	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 2. Números y Álgebra
Ud. 7 Funciones. Características	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 4. Funciones
Ud. 8. Funciones elementales	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 4. Funciones
Ud. 9. Figuras planas	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 3. Geometría
Ud. 10 Movimientos en el plano	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 3. Geometría
Ud. 11 Cuerpos geométricos	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 3. Geometría
Ud. 11 Estadística	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 5. Estadística y probabilidad
Ud. 12 Probabilidad	Bloque 1. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas	Bloque 5. Estadística y probabilidad

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 2

Contenidos de la Unidad Didáctica 12: Cuerpos Geométricos

Unidad 11: Cuerpos Geométricos	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados. - Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos y geométricos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 3. GEOMETRÍA.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. - La esfera. Intersecciones de planos y esferas. - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Nota. Fuente: Elaboración propia según el R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

En la tabla 3 se refleja la distribución de las sesiones en las distintas unidades didácticas y en las evaluaciones. Según la Instrucción 13/2019, de 27 de junio, para el 3º curso de educación secundaria se dedicarán 4 horas semanales a la asignatura de matemáticas. Se ha estimado que los días de impartición serán de lunes a jueves, considerando el calendario escolar de Córdoba para el curso académico 2019-20.

Tabla 3

Secuenciación de la Programación Didáctica

UNIDAD	SESIONES	EVALUACIÓN	TOTAL SESIONES: 147
Ud. 1 Números racionales	11		
Ud. 2 Números reales	11		
Ud. 3 Sucesiones	7	1ª Evaluación	46 sesiones
Ud. 4 Polinomios	10		
Repaso	3		
SESIONES DE EVALUACIONES	4		
Ud. 5 Ecuaciones	10		
Ud. 6 Sistemas de ecuaciones	13		
Ud. 7 Funciones. Características	8	2ª Evaluación	48 sesiones
Ud. 8. Funciones elementales	10		
Repaso	3		
SESIONES DE EVALUACIONES	4		
Ud. 9. Figuras planas	11		
Ud. 10 Movimientos en el plano	7		
Ud. 11 Cuerpos geométricos	9		
Ud. 12 Estadística	8	3ª Evaluación	53 sesiones
Ud. 13 Probabilidad	8		
Repaso	4		
SESIONES DE EVALUACIONES	4		

Nota. Fuente: Elaboración propia

A continuación se exponen la relación de unidades didácticas en las que se divide el curso

con una breve descripción de ellas:

Unidad 1. Números racionales: Aprenderá a identificar las fracciones y los números racionales. Realizarán operaciones con ellos, tales como reducción de fracciones a común denominador, ordenación y comparación; suma, resta, multiplicación y división de números racionales. Determinarán la potencia y jerarquía de operaciones. Conocerán los números decimales, sus tipos y la fracción generatriz.

Unidad 2. Números reales: Serán capaces de identificar los números reales, aprenderá a realizar su aproximación y conocerán sus errores; Conocerán la notación científica. Conocerán los radicales y realizarán operaciones con ellos.

Unidad 3. Sucesiones: Conocerán los aspectos fundamentales de las sucesiones. Aprenderán qué son las progresiones aritméticas y cómo se suman sus términos. Identificarán las progresiones geométricas y resolverán el producto y la suma de sus términos.

Unidad 4. Polinomios: Conocerán e identificarán los polinomios y resolverán operaciones con ellos, tales como la suma, la resta, el producto y la división de polinomios. Aprenderán y aplicarán la Regla de Ruffini. Representarán un polinomio mediante identidades notables y realizarán la factorización de polinomios. Serán capaces de resolver problemas utilizando los polinomios.

Unidad 5. Ecuaciones: Conocerán e identificarán las ecuaciones de primer y segundo grado, las ecuaciones de segundo grado incompletas y ecuaciones bicuadradas. Aprenderá a resolver problemas mediante ecuaciones.

Unidad 6. Sistemas de ecuaciones: Aprenderán de qué se componen los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y serán capaces de hallar el número de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales y cuáles son éstas. Resolverán sistemas de ecuaciones, utilizando para ellos los métodos de sustitución, igualación y reducción. Aprenderán a resolver problemas mediante la utilización de sistemas de ecuaciones.

Unidad 7. Funciones. Conocerán los elementos y características de las funciones, así como su representación mediante la realización de tablas. Aprenderán a calcular su dominio y recorrido, los puntos de corte con los ejes, sus extremos. Conocerán el concepto de simetría de una función y cómo identificarla. Serán capaces de analizar el crecimiento y decrecimiento de una función, su continuidad y periodicidad.

Unidad 8. Funciones elementales: Aprenderán a estudiar e interpretar las funciones, diferenciando las funciones lineales y afines, las funciones cuadráticas y las funciones de proporcionalidad inversa. Conocerán sus aplicaciones y aprenderán a utilizarlas

correctamente.

Unidad 9. Figuras planas: Aprenderán y aplicarán el concepto de lugar geométrico. Conocerán los elementos de un polígono y su clasificación. Serán capaces de identificar los ejes de simetría de los polígonos y su área. Aprenderán el Teorema de Pitágoras y Teorema de Tales y lo utilizarán en la resolución de problemas. Conocerán el concepto de escalas. Trabajarán con la circunferencia y el círculo y hallarán el área del círculo y figuras circulares.

Unidad 10. Movimientos en el plano: Conocerán e interpretarán los movimientos del plano y realizarán traslaciones, simetrías y giros respecto a un punto y una recta. Utilizarán conocimientos de los movimientos para aplicarlos en la elaboración de composiciones.

Unidad 11. Cuerpos geométricos: Aprenderán a identificar los distintos poliedros y sus elementos. Calcularán el área y volumen de un prisma, un paralelepípedo, una pirámide y un tronco de pirámide. Conocerán e identificarán los cuerpos de revolución y sus elementos. Calcularán el área y volumen de un cilindro, un cono, un tronco de cono y una esfera. Resolverán problemas relacionados con los cuerpos geométricos.

Unidad 12. Estadística: Conocerán y utilizarán las variables estadísticas. Realizarán el recuento de datos y hallarán las frecuencias, tablas estadísticas y gráficos estadísticos. Conocerán los parámetros de centralización y parámetros de dispersión. Resolverán problemas aplicando los conceptos aprendidos en la unidad.

Unidad 13. Probabilidad: Aprenderán e interpretarán el concepto de espacio muestral, experimentos aleatorios y sucesos. Conocerán los tipos de sucesos y operarán con ellos. Hallarán la frecuencia de sucesos. Conocerán y utilizarán la Regla de Laplace para la resolución de problemas. Trabajarán con experimentos compuestos y diagramas de árbol.

CALENDARIO ESCOLAR CURSO 2019-20
CURSO 3º ESO - MATEMÁTICAS (Clases L, M, X y J)

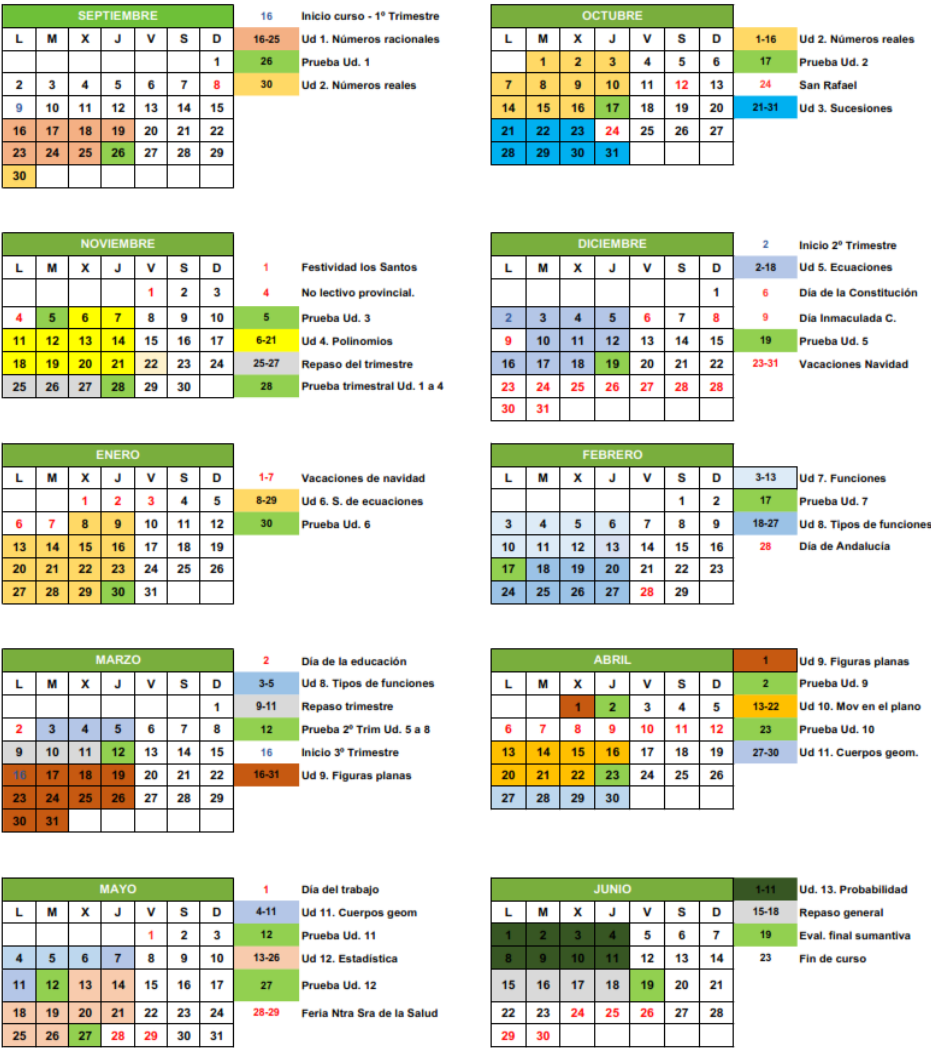


Figura 10. Cronograma de temporalización de las unidades didácticas. Fuente: Elaboración propia

5.7. Metodología

5.7.1. Principios metodológicos y justificación

La programación didáctica se desarrollará a través de una metodología basada en las recomendaciones establecidas en el artículo 7 del Decreto 111/2016. Las estrategias metodológicas cumplirán los siguientes principios:

1. Transversalidad, dinamismo y carácter integral. Las metodologías favorecerán que los procesos de enseñanza-aprendizaje sean abordados desde todas las materias y ámbitos de conocimiento y permitirán que el alumnado alcance los objetivos previstos, así como las competencias clave.

2. Atención a la diversidad. Los métodos se ajustarán al nivel inicial del alumno y

respetarán los distintos ritmos y estilos de aprendizaje mediante técnicas de trabajo individual y cooperativo. El profesorado será orientador, promotor y facilitador del desarrollo del alumno. La metodología propuesta de cooperativo es una buena base para la atención a la diversidad, debido a la heterogeneidad de sus grupos y respeto por los distintos ritmos de aprendizaje.

3. Confianza, respeto y convivencia. Se fomentará el buen clima en el aula para facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

4. Fomento del aprendizaje autónomo, la colaboración y el trabajo en equipo. Las metodologías favorecerán la implicación del alumnado en su propio aprendizaje, la estimulación de la superación individual, el desarrollo de todas sus potencialidades, el fomento de su autoconcepto y su autoconfianza. Con el objetivo de contribuir al aprendizaje significativo en el alumno.

5. Promoción de la expresión oral y escrita. Se fomentará la práctica de la expresión escrita y capacidad de expresión correcta en público. Para ello, se ofrecerán continuamente oportunidades para su desarrollo.

6. Potencia de la reflexión y el pensamiento crítico. Se fomentará la construcción individual y colectiva del conocimiento, y se favorecerá el descubrimiento, la investigación, el espíritu emprendedor y la iniciativa personal.

7. Desarrollo de las habilidades y métodos de recopilación, sistematización y presentación de la información y aplicación de procesos de análisis, observación y experimentación, adecuados a los contenidos de las distintas materias.

8. Uso de estrategias interactivas para dinamizar la construcción del conocimiento. Se fomentará el intercambio verbal y colectivo de ideas y diferentes formas de expresión.

9. Uso de metodologías activas que favorezcan la participación, la experimentación y la motivación del alumnado.

10. Fomento del trabajo de investigación. Se potenciará el enfoque interdisciplinar del aprendizaje por competencias.

11. Uso de las tecnologías de la información y de la comunicación para el aprendizaje y el conocimiento. Se usarán las tecnologías como apoyo para el aprendizaje de los contenidos, y sobre todo de las distintas competencias. Por otro lado, se usará una plataforma virtual de gestión de aula, que permita al alumnado adquirir habilidades digitales.

A lo largo del curso se trabajará mediante el aprendizaje cooperativo, el cual promueve

todos estos principios metodológicos. El aprendizaje cooperativo será el hilo conductor del curso, ya que es una herramienta muy eficaz que cumple con los requisitos expuestos anteriormente. Tal y como se ha detallado en el marco teórico del presente trabajo, se trata de una metodología activa, que trabaja desde la diversidad. Promueve la participación y la construcción individual y colectiva del conocimiento. Con esta metodología se favorece la autonomía del alumnado, su cooperación y trabajo en equipo, lo que le lleva a desarrollar habilidades relacionadas con las relaciones interpersonales y la comunicación. Además, ayuda a aumentar la motivación y autoestima de los estudiantes, lo que contribuye a un aprendizaje más significativo y duradero, el cual ayuda a disminuir el fracaso escolar. En relación con la asignatura en cuestión, resulta especialmente recomendable, ya que se trata de una materia compleja y, tradicionalmente rechazada por muchos alumnos. El aprendizaje cooperativo proporciona un aumento significativo de rendimiento, especialmente en los contenidos nuevos o complejos, como son los contenidos matemáticos.

5.7.2. Criterios para el agrupamiento

A lo largo del curso se realizarán actividades y proyectos en los que se trabajarán distintos tipos de agrupamientos:

- ✓ Gran grupo, incluyendo a toda la clase
- ✓ Pequeños grupos heterogéneos de cuatro alumnos, que en determinados momentos trabajarán en parejas previamente establecidas.
- ✓ Individual

Es muy importante que haya variedad en los tipos de agrupamientos, así como que haya momentos de trabajo individual. No debemos olvidarnos de que uno de los objetivos del aprendizaje cooperativo es que el alumno sea autónomo, por lo que necesita de momentos de trabajo individual. El objetivo es que el tipo de agrupamiento principal sea el de pequeños grupos para trabajo en cooperativo. La dificultad que entraña el funcionamiento real en cooperativo de los equipos de trabajo, nos hace plantearnos la necesidad de empezar por trabajos en grupos de dos parejas. Esta forma de trabajo nos permite que los alumnos empiecen a realizar actividades en parejas y posteriormente, cada dos parejas formen un grupo. Este tipo de agrupamientos es muy versátil a la hora del funcionamiento en clase.

Los criterios que se establecen para realizar las agrupaciones serán los siguientes:

- El profesor será el encargado de realizar los agrupamientos en función de las

características de los alumnos

- Los grupos serán flexibles. La duración de los equipos será de un trimestre, con la flexibilidad de poder modificar cualquier grupo en el momento que no funcione correctamente o se vea su necesidad.
- Los grupos serán preferentemente de cuatro alumnos, para poder permitir la formación de parejas. Sin embargo, dependerá del número total de alumnos por aula, no siendo menos de tres ni más de cinco.
- Los grupos serán lo más heterogéneos posibles en cuanto a sexo, etnia, habilidades, capacidad y necesidad de ayuda, habilidades sociales, etc. Estando formados por un alumno que requiera ayuda, un alumno avanzado y dos o tres alumnos de nivel medio. Para conseguir este tipo de agrupamientos el profesor debe tener un conocimiento profundo de sus alumnos, que puede obtener del tutor o resto de profesores o de encuestas y dinámicas hechas expresamente para obtener este tipo de conocimientos.

5.7.3. Utilización de espacios

El centro tiene asignadas las aulas por materias, por lo que las clases se impartirán mayoritariamente, en el aula de matemáticas. Las mesas del aula estarán agrupadas por equipos para favorecer el trabajo en cooperativo, de tal forma que los alumnos puedan ver en todo momento al docente y permita el paso entre las agrupaciones de mesas. Ocasionalmente, cuando sean necesario se podrá modificar la disposición de éstas.

Para algunas actividades previstas durante el curso, se saldrá del aula a las zonas comunes de las edificaciones y a las zonas exteriores. Incluso, para algunas actividades previstas se saldrá al exterior de las instalaciones del colegio. (Por ejemplo, para la participación de los alumnos en las Olimpiadas matemáticas).

Las sesiones en las que sea necesario el uso de los ordenadores del colegio o la impresora 3D se realizarán en el aula de robótica.

5.7.4. Organización de tiempos

En apartados anteriores hemos expuesto la temporalización de las distintas unidades didácticas, detallando el número de sesiones en las que se van a desarrollar cada una de ellas. Pero, además de tener una buena programación de las unidades, es importante gestionar bien los tiempos en el aula, en cada sesión. A continuación, se exponen unas estrategias para un correcto aprovechamiento del tiempo en la clase, basadas en Aula Planeta (2016).

- ✓ Establecer objetivos, metas y tiempos. Es importante planificar las sesiones de clase,

no dejarlas a la improvisación.

- ✓ Programar la sesión en función de la metodología a utilizar. Los tiempos no serán los mismos si aplicamos una metodología de clase magistral o una metodología de trabajo cooperativo, por lo que es importante establecer primero dicha metodología.
- ✓ Priorizar lo importante. Establecer cuáles son los contenidos más necesarios que los alumnos dominen y priorizar su aprendizaje frente a otros.
- ✓ Resolver las dudas y errores lo antes posible. Evitando así que se arrastren errores que puedan ralentizar el ritmo del proceso de aprendizaje. Las dudas las puede resolver el profesor, o incluso mejor, que lo hagan entre los alumnos y así se podrá detectar si es un problema de comprensión generalizado o puntual.
- ✓ Implicar a tus alumnos en la organización de la clase. Informar a los alumnos de los tiempos de que disponen para cada tarea y de la organización de la clase, les enseña a organizarse y se recortan los tiempos perdidos.
- ✓ Permitir cierta flexibilidad para adaptarse a las necesidades de los alumnos y a la diversidad. Es importante escuchar a los alumnos y prestar atención a sus reacciones y reestructurar la clase en consecuencia.

Las sesiones de clase se estructurarán en tres fases. Los primeros 5-10 minutos de la clase se dedicarán a captar la atención de los alumnos y activar los conocimientos previos de que disponen, ya sean de cursos anteriores como de los contenidos tratados en las sesiones anteriores. A continuación, se procederá al desarrollo de los contenidos a aprender y/o realización de actividades, en función del momento de estudio en el que se encuentre el curso. Para cerrar la sesión, se dedicarán otros 5-10 minutos a hacer un pequeño resumen o recopilatorio de lo trabajado en la sesión.

5.7.5. Recursos didácticos

Durante la impartición de las distintas unidades didácticas se dispondrá de los siguientes recursos, que estarán disponibles para su uso en el momento requerido:

- Material digital: Durante el curso se trabajará con una plataforma de gestión y comunicación de aula (Google Classroom) donde el profesor irá exponiendo los temas (documentos, vídeos, tareas, enlaces, etc.), y donde los alumnos deberán ir subiendo los trabajos realizados durante el curso. Tanto los alumnos como el profesor dispondrán de un libro de texto en formato digital. Se utilizarán a lo largo del curso, además, distintos recursos digitales como: Kahoot, material audiovisual, hojas de

cálculo, geogebra, wiris, etc.

- Recursos físicos: el aula dispondrá de pizarra de rotuladores y cada alumno dispondrá de su propia calculadora científica, cuaderno, lápices, gomas y bolígrafos. Estarán a disposición del aula diversos materiales manipulativos (o los crearán los alumnos) como tangram, ajedrez, reglas, compases, dados, etc. Las instalaciones completas del colegio serán un recurso para utilizar durante el curso, ya que se pueden encontrar contenidos matemáticos en espacios muy variados (naturaleza, mobiliario, edificaciones, etc.)
- Recursos tecnológicos: Cada alumno y el profesor dispondrá de un Ipad u ordenador propio para uso personal, donde tendrán acceso a internet a través de la red WIFI del colegio. El aula cuenta con una televisión con acceso a internet donde el profesor o los alumnos pueden proyectar. (El colegio cuenta con un sistema de control sobre los dispositivos móviles de los alumnos para evitar su uso indebido). El aula de robótica también está a disposición de las clases y cuenta con varios ordenadores y tres impresoras 3D.

5.7.6. Actividades de Enseñanza-Aprendizaje.

Durante el curso se realizarán actividades que promuevan el aprendizaje significativo, de tal forma que activen los conocimientos previos de los alumnos para integrarlos con los nuevos a adquirir. Por línea general, antes de iniciar un tema se realizará alguna actividad (formulario, Kahoot, esquema grupal, etc.) que recuerde a los alumnos los conocimientos adquiridos anteriormente. Esta actividad servirá al docente de evaluación inicial y punto de partida para la unidad. Durante el desarrollo de la unidad se realizarán proyectos y actividades contextualizadas preferentemente en el entorno de los alumnos, y siempre que se pueda de manera experimental o manipulativa. Estas actividades servirán como evaluación formativa, que guíe a los alumnos y al docente en el proceso de construcción del aprendizaje. Igualmente, al final de cada unidad se realizarán actividades o pruebas, tanto individuales como colectivas que actuarán como evaluación final de lo aprendido.

Adicionalmente, se realizarán actividades complementarias que, en ocasiones, no serán exclusivas de la asignatura, ni del curso. Se trabajarán de manera multidisciplinar. Estas actividades ayudarán a la adquisición de competencias transversales y a desarrollar el carácter multidisciplinar de las materias. A continuación, se enumeran algunos de ellos:

- La Noche Europea de los Investigadores: INGEMA, el Real Jardín Botánico de

Córdoba organiza todos los años un evento donde alumnos de los distintos centros educativos de la provincia exponen experimentos, talleres, demostraciones, etc., relacionados con la investigación.

- Gymkana matemática: se realizará dentro de las instalaciones del colegio una Gymkana, donde los alumnos deberán ir superando retos matemáticos para seguir avanzando, para la realización de esta actividad se contará con el apoyo de algunos profesores de otras asignaturas.
- Microrrelatos matemáticos: concurso interno que se organizará por el colegio, donde los alumnos deberán redactar un pequeño relato relacionado con las matemáticas.
- Torneo de ajedrez
- Concurso de fotografía matemática: se propondrá al alumnado que realicen fotografías matemáticas y se realizará una exposición en el colegio con ellas. Además, esta actividad servirá para generar un debate sobre los elementos matemáticos que existen en cada una de las fotografías.

5.8. Evaluación

La figura 11 nos muestra las características de la evaluación, según establece el artículo 13 de la Orden de 14 de julio de 2016 (BOJA, 2016).

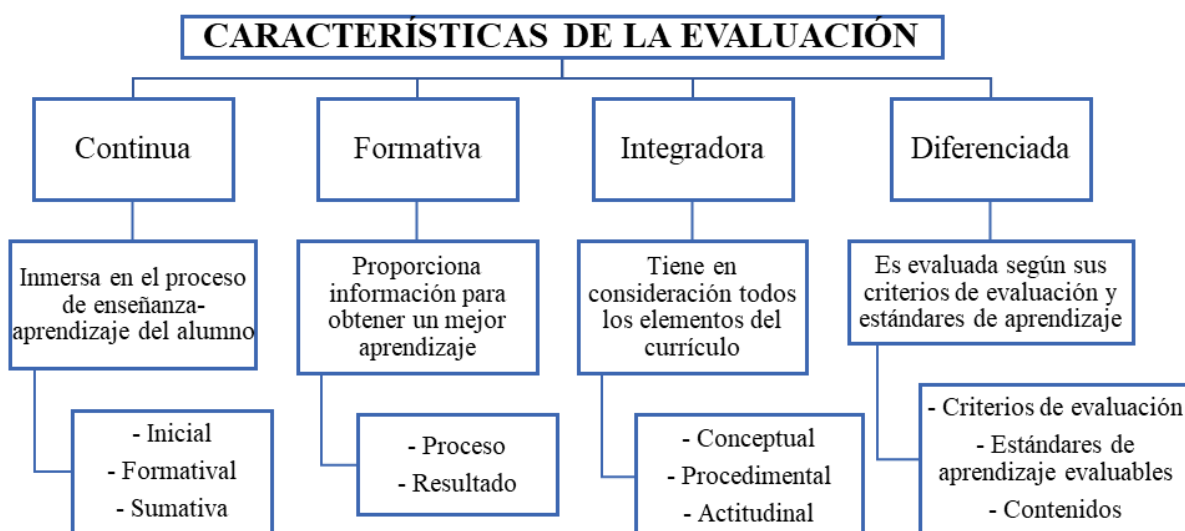


Figura 11 Características de la Evaluación. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE 2015)

5.8.1. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.

Para la evaluación de los contenidos y competencias establecidos en el currículo de 3º ESO en la asignatura de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, se tendrán en cuenta los criterios de evaluación, competencias y estándares de aprendizaje evaluables relacionados con los contenidos de cada unidad, según la Orden de 14 de julio de 2016 (BOJA, 2016). Los estándares de aprendizaje evaluables que se trabajan en cada unidad se dividen en conceptuales, procedimentales y actitudinales, evaluando cada uno de estos bloques y asignando una ponderación a cada uno de ellos.

En la tabla 4 se presentan los contenidos correspondientes a la unidad 1, relacionados con los criterios de evaluación, competencias y estándares de aprendizaje evaluables. En el Anexo 4 podemos encontrar todas las unidades didácticas establecidas para el curso.

Tabla 4

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 1: Números Racionales

Unidad 1: Números Racionales		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p>
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso. - Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica. - Jerarquía de operaciones. - Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz. - Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo. 	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida. CMCT, CAA</p>	<p>1.1. Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.</p> <p>1.2. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.</p> <p>1.3. Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.</p> <p>1.9. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

5.8.2. Momentos, procedimientos e instrumentos de evaluación

Un sistema de evaluación, para ser continuo, formativo e integrador debe contar con una amplia variedad de procedimientos, técnicas e instrumentos ajustados al proceso de

enseñanza-aprendizaje y a las necesidades del alumnado. Además, se ha de evaluar a lo largo de todo el proceso y evaluando tanto el producto como el proceso seguido. Otro aspecto a destacar es la retroalimentación. Es muy importante que el alumno disponga de una retroalimentación adecuada que le ayude a mejorar en su proceso de aprendizaje. Esta información ha de ser recibida por el alumno de forma continua, y en el plazo más breve posible. (En el anexo 5 se detallan las herramientas de evaluación a utilizar durante el curso)

En función del momento en el que se realiza la evaluación, tendremos las siguientes evaluaciones:

- **Evaluación inicial:** Según establece la Orden de 14 de julio de 2016 (BOJA, 2016) se realizará una evaluación diagnóstica en los primeros días del curso. El objetivo de esta evaluación será el de comprobar el nivel de conocimientos iniciales que los alumnos tienen sobre los contenidos a estudiar durante el curso. Esta evaluación tiene una doble función, por un lado, le facilita información al docente que le servirá como punto de partida para desarrollar el proceso de aprendizaje del curso académico. Por otro lado, a los alumnos les sirve para activar los conocimientos previos de cursos anteriores que, posteriormente van a conectar con los nuevos contenidos a aprender para fomentar un aprendizaje más significativo. Con el mismo objetivo, se realizará una evaluación inicial más específica al inicio de cada unidad didáctica. Esta evaluación será de carácter informativo, no llevará asociada calificación alguna.

- **Evaluación formativa:** A lo largo del curso y de las unidades didácticas se irán utilizando una serie de herramientas para realizar una evaluación que oriente, regule y motive el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno.

- **Evaluación sumativa:** A final de cada unidad didáctica, de cada evaluación y del curso se realizará una evaluación final para comprobar el grado de logros en los objetivos.

Si nos centramos en el agente evaluador, a lo largo del curso tendremos distintos tipos de evaluación:

- **Heteroevaluación:** El encargado de realizar la evaluación es el docente.
- **Coevaluación:** En las distintas unidades se utilizará este tipo de evaluación que consiste en que los alumnos se evalúen entre sí. Que lleguen a conocer si han logrado los objetivos y mejorado las competencias.
- **Autoevaluación:** El estudiante, en algunas ocasiones será el encargado de su propia evaluación. Este tipo de evaluación favorece la metacognición, el alumno debe

analizar el conocimiento adquirido, cómo lo ha adquirido y para qué.

Los procedimientos de evaluación que se utilizarán durante el curso serán la observación sistemática, las pruebas específicas y el análisis de las producciones del alumnado.

- ✓ Observación sistemática: Mediante la participación en los trabajos en grupo y participación en clase. Diariamente se realizará una observación sistemática de aspectos cuya producción no es tangible, tales como la participación diaria, el esfuerzo, la colaboración, el respeto, etc. Esta observación se hará tanto por el docente como por los alumnos, ya que ellos también deberán evaluar a sus compañeros y a ellos mismos. Los instrumentos de evaluación que se utilizarán para evaluar estas actividades serán las rúbricas, diarios de aula, cuaderno de equipo y dianas de autoevaluación.
- ✓ Pruebas específicas: Se realizarán pruebas de distinto tipo, tanto escritas como orales. Estas pruebas pueden consistir en actividades, problemas o cuestionarios, tanto en papel como en formato digital. Podrán ser de carácter informativo, formativo o de evaluación final de unidad, trimestre o curso. Los instrumentos de evaluación que se utilizar que serán evaluados mediante rúbricas, diarios de aula y escalas de valoración.
- ✓ Análisis de las producciones del alumnado: A lo largo del curso se trabajarán numerosas actividades, tanto de forma individual como grupal. Estas actividades constituyen la evaluación formativa, la cual pretende favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno. Todas estas producciones tendrán un feedback, que podrá ser realizado por el docente o por los propios alumnos:
 - Portfolio: a lo largo del trimestre, cada alumno deberá elaborar un portfolio de las unidades correspondientes. El docente, al inicio del trimestre, publicará en Classroom los contenidos mínimos, así como la rúbrica de evaluación correspondiente para que los alumnos lo conozcan de antemano. El portfolio deberá tener unos objetivos a conseguir y una reflexión final del aprendizaje, así como una diana de autoevaluación. A lo largo del trimestre, el docente establecerá entregas parciales del portfolio, que serán devueltas al alumno con un feedback constructivo que se realizará en el plazo más breve posible. Estas entregas serán solo de carácter informativo para el alumno, para que le ayude en su proceso de aprendizaje.
 - Actividades, problemas y presentaciones: Para trabajar las unidades se recurrirá a actividades, problemas y presentaciones que los alumnos deberán realizar para trabajar los contenidos de dicha unidad.
 - Cuaderno del alumno: En diversos momentos del desarrollo de las unidades se

evaluará el cuaderno del alumno. Esta evaluación podrá ser de forma individual o de forma grupal, siendo la nota de un alumno representativa de la nota del grupo completo.

En la tabla 5 se presenta un resumen de los procedimientos, actividades e instrumentos de evaluación que se utilizarán a lo largo del curso.

Tabla 5
Procedimientos, Actividades e Instrumentos de Evaluación del Curso

Evaluación del Curso		
Procedimientos	Actividades de evaluación	Instrumentos de Evaluación
Observación sistemática	Participación en los trabajos de grupo Participación en clase	Rúbricas Diario de aula Diana de autoevaluación Cuaderno de equipo
Pruebas específicas	Pruebas escritas Pruebas orales Cuestionarios o formularios	Rúbricas Diario de aula Escala de valoración
Análisis de las producciones del alumnado	Portfolio Actividades y problemas Proyectos Presentaciones Cuaderno de clase	Diario de aula Rúbricas Diana de autoevaluación Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

5.8.3. Criterios de calificación

El curso está dividido en tres evaluaciones, cada una con cuatro unidades didácticas, excepto la tercera que está compuesta por cinco unidades. La calificación final se obtendrá de aplicar unas ponderaciones a las distintas calificaciones obtenidas durante el curso. Los alumnos conocerán los criterios de evaluación desde el principio del curso con el objetivo de que regulen mejor su aprendizaje a lo largo del curso. En la tabla 6 se presentan las ponderaciones de las calificaciones para obtener la calificación final.

El alumnado que obtenga una evaluación negativa en alguna de las evaluaciones o en el curso general, tendrá la oportunidad de demostrar los objetivos alcanzados en una prueba escrita realizada para tal efecto. A principios de la siguiente evaluación, en junio y/o en septiembre, en cada caso.

Tabla 6
Ponderación de las Herramientas de Evaluación

Calificación final									
	Evaluación	Tipo evaluación	%	Estándares a evaluar	Instrumentos de evaluación				
PRUEBA FINAL 30%			30%	Conceptual	Prueba escrita				
			70%	Procedimental					
			20%	Conceptual					
			1 ^a Evaluación 33%	Evaluación sumativa 30%		70%	Procedimental	Prueba trimestral Portfolio	
						10%	Actitudinal		
						20%	Conceptual		
				Evaluación formativa 70%		70%	Procedimental	Rúbricas Pruebas escritas Cuaderno de equipo	
						10%	Actitudinal		
						20%	Conceptual		
			EVALUACIONES 70%				20%	Conceptual	Prueba trimestral Portfolio
							70%	Procedimental	
							10%	Actitudinal	
2 ^a Evaluación	Evaluación sumativa 30%	70%			Procedimental		Prueba trimestral Portfolio		
		10%			Actitudinal				
		20%			Conceptual				
	Evaluación formativa 70%	70%			Procedimental		Rúbricas Pruebas escritas Cuaderno de equipo		
		10%			Actitudinal				
		20%			Conceptual				
3 ^a Evaluación 34%					20%		Conceptual	Prueba trimestral Portfolio	
					70%		Procedimental		
					10%		Actitudinal		
				Evaluación sumativa 30%	70%	Procedimental	Prueba trimestral Portfolio		
					10%	Actitudinal			
					20%	Conceptual			
	Evaluación formativa 70%	70%	Procedimental	Rúbricas Pruebas escritas Cuaderno de equipo					
		10%	Actitudinal						
		20%	Conceptual						

Nota. Fuente: Elaboración propia

5.8.4. Evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La evaluación del proceso de aprendizaje estará compuesta por tres fases, evaluación inicial, evaluación formativa y evaluación final.

- Evaluación inicial: a principio de curso, el docente pedirá a los alumnos que realicen un cuestionario sobre las expectativas que tienen del curso y cómo les gustaría que fuera el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta evaluación inicial tiene como objetivo orientar al docente sobre las expectativas, motivaciones y preferencias de los alumnos de cara programar el curso. El docente, a su vez, rellenará una tabla donde expondrá los objetivos del curso.
- Evaluación formativa: Al finalizar cada unidad didáctica y cada trimestre, los alumnos deberán rellenar un breve cuestionario, Diario de aprendizaje (anexo 5), donde valorarán los aspectos que más les han gustado y los aspectos a mejorar. El docente, a vez, rellenará también un registro donde irá anotando los datos relevantes de la unidad terminada. Esta evaluación tiene el objetivo de servir de guía para modificar o mejorar las unidades siguientes y la misma unidad de cara al año siguiente.
- Evaluación final: A final de curso los alumnos realizarán una breve encuesta como valoración del curso. El docente también tendrá un registro donde anotará los objetivos conseguidos y hará una reflexión sobre los objetivos marcados y los alcanzados.

Para la evaluación del aprendizaje cooperativo se utilizará el cuaderno de equipo. Esta es una herramienta muy versátil, que se utiliza tanto para planificar los objetivos y planes, como para revisarlos y evaluarlos. Los diarios de sesiones permiten a los alumnos realizar una evaluación de cada una de las sesiones. Las revisiones periódicas del equipo permiten también analizar el logro alcanzado en los objetivos marcados en su plan de equipo.

5.9. Desarrollo de la unidad didáctica

5.9.1. Presentación de la unidad

Las figuras y cuerpos geométricos desempeñan un papel fundamental en nuestra vida cotidiana, se encuentran en numerosos objetos a nuestro alrededor. Especialmente en el campo de la arquitectura, el urbanismo y la ingeniería.

En esta unidad, los alumnos aprenderán a identificar y describir los distintos cuerpos geométricos, trabajarán con los poliedros y los cuerpos de revolución, calculando sus áreas y volúmenes. Serán capaces de resolver problemas relacionados con estos contenidos.

La unidad didáctica se desarrollará en la tercera evaluación del curso de 3º ESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, y para ello se dispondrá de 9 sesiones

más una sesión de evaluación de los contenidos y competencias adquiridos.

Los alumnos partirán de unos conocimientos previos de la unidad, ya que esta misma unidad se ha tratado en cursos anteriores. Según los contenidos del curso anterior, los alumnos deben conocer la definición de poliedros y cuerpos de revolución y sus elementos. Sin embargo, con la evaluación inicial de principio de curso y la de inicio del tema, el profesor comprobará el nivel de conocimientos de los que se parten, para adaptar el desarrollo de la unidad a dicho nivel.

5.9.2. Competencias específicas de la unidad didáctica

Durante el desarrollo de esta unidad, se pretende que el alumno adquiera las siguientes competencias:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): La metodología de trabajo en cooperativo exige de una interacción continua con los compañeros, por lo que deberá comunicarse y expresarse de forma ordenada y precisa. Además, deberá realizar una adecuada lectura y comprensión de los enunciados, así como la redacción y comunicación de los resultados, donde se trabaja tanto la comunicación escrita como la oral.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): el alumnado deberá aplicar el lenguaje y razonamientos matemáticos en el planteamiento, interpretación, formulación y resolución de problemas relacionados con las áreas y volúmenes de los cuerpos geométricos, aplicados en contextos reales. Además, se ayudará de medios tecnológicos para alcanzar sus objetivos.
- Competencia digital (CD): para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje se utilizarán las TIC para la búsqueda y tratamiento de información, así como para la realización de actividades y proyectos.
- Aprender a aprender (CAA): el trabajo en equipo y, en concreto en cooperativo ayudará al alumnado a desarrollar la autonomía en el aprendizaje y la motivación. Se desarrollan habilidades sociales y emocionales y se potencia el pensamiento crítico y la creatividad.
- Competencias sociales y cívicas (CSC): la metodología de aprendizaje cooperativo y el trabajo por proyectos fomenta la capacidad de desarrollarse con el entorno de manera responsable y constructiva, comprendiendo y respetando que existen distintos puntos de vista. Desarrolla una actitud abierta las diferentes soluciones, aprendiendo a

negociar.

- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP): el proyecto planteado ayudará a los alumnos a desarrollar esta competencia, ya que deberán tomar decisiones, resolver problemas y aprender de sus errores.
- Conciencia y expresiones culturales (CEC): la contextualización de la geometría en el entorno potenciará la toma de conciencia sobre los problemas reales y culturales y les proporcionará capacidad de análisis.

5.9.3. Contenidos, Criterios de Evaluación, Competencias Clave y Estándares de Aprendizajes Evaluables de la Unidad Didáctica.

En la tabla 7 se presentan los contenidos de la unidad 11 de cuerpos geométricos y de revolución, relacionados con los criterios de evaluación, competencias clave y estándares de aprendizajes evaluables. El objetivo de esta unidad es que el alumnado alcance un logro adecuado en estas competencias y criterios de evaluación, concretados en los estándares de aprendizajes evaluables.

Tabla 7

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución

Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados. -Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos y geométricos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema)</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.1 Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p>
Bloque 3. Geometría		
<ul style="list-style-type: none"> - Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. - La esfera. Intersecciones de planos y esferas. - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas. 	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. CMCT</p> <p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. CMCT</p>	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.2. Maneja las relaciones entre ángulos y resuelve problemas geométricos sencillos.</p> <p>2.1. Calcula el perímetro y área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

5.9.4. Temporalización y desarrollo de las sesiones

La programación didáctica presentada asigna un total de 9 sesiones para la unidad didáctica 11: Cuerpos geométricos y de revolución, más otra sesión donde se realizará una prueba para comprobar los conceptos y competencias adquiridos. La duración de cada sesión será de 50 minutos aproximadamente.

Llegados a esta unidad, los alumnos ya tienen experiencia y práctica con la metodología de trabajo cooperativo, ya que llevarán todo el curso utilizándola. El nivel de andamiaje en el que se encuentran los alumnos será mayoritariamente el 3, donde se comienza con el trabajo individual del alumno, para posteriormente trabajar en el grupo base. Esta unidad no es nueva para los alumnos, ya que se trata de contenidos que se imparten en cursos anteriores. El alumno ya tiene conocimientos previos, por lo que el nivel de ayuda inicial será menor. Además, al ser la tercera unidad de la evaluación, los equipos, que se cambian en cada evaluación, llevan trabajando juntos unas semanas y se conocen. En el apartado 4.2.5 del presente trabajo podemos encontrar una descripción de cada una de las técnicas que se utilizarán en esta unidad.

A continuación, en las tablas 8 a 15 se detallan las sesiones en las que se ha a trabajar la unidad didáctica.

Tabla 8
Sesión 1. Evaluación Inicial

Sesión 1: Evaluación Inicial	
Objetivos	Obtener información sobre los conocimientos previos de los alumnos. Conectar estos conocimientos con el entorno (arquitectura, urbanismo, ingeniería, diseño, etc.). Activar dichos conocimientos para conectarlos con el nuevo contenido. Plantear un esquema previo de la unidad. El trabajo en equipo.
Contenidos y competencias	Poliedros y cuerpos de revolución, elementos, clasificación. CLL, CMCT, CD, CAA, SIEP y CEC.
Agrupamientos	Equipos base de cooperativo y gran grupo.
Técnica Cooperativa / Nivel de Andamiaje	Folio giratorio / Nivel 3 -Individual + grupal: se establece este nivel de ayuda ya que el contenido a trabajar es del año anterior, por lo que la ayuda requerida por el alumnado es menor. Con el objetivo de activar estos conocimientos se trabajará de forma individual primero, para que cada alumno intente recordar lo aprendido y, posteriormente, realizar una construcción conjunta del conocimiento.
Espacios	Aula de matemáticas e instalaciones del colegio
Recursos	Ordenador del docente, tv, tabletas de alumnos, pizarra, libro digital, material de escritura y programas de realización de infografías (p.e. canva)
Desarrollo	<p>Inicio: Proyección de un vídeo introductorio del tema llamado Cuerpos Geométricos (s.f.). El objetivo es captar la atención de los alumnos, a la vez que contextualizamos los cuerpos geométricos en la vida cotidiana. A continuación, los equipos base de cooperativo trabajarán con la técnica del folio giratorio, anotando los conceptos que recuerdan del tema. Al finalizar esta actividad, en gran grupo se realiza un esquema con los datos recogidos por los distintos grupos. Un alumno, de forma voluntario, saldrá a la pizarra e irá haciendo el esquema con los datos que le facilitan los compañeros de la clase. El docente establecerá el turno en el que irán participando los distintos grupos, aportando una idea en cada turno, si la idea ya está expuesta, se pasa al siguiente grupo. El docente actuará de guía y apoyo en todo momento (15 minutos).</p> <p>Desarrollo: En grupos de cooperativo, saldrán del aula, por las instalaciones del colegio y realizarán fotos a los elementos que encuentren con formas geométricas y, una vez de vuelta, cada grupo elaborará una infografía con las fotos, identificando los nombres de los cuerpos geométricos y sus elementos. Esta infografía se compartirá con los compañeros mediante una carpeta compartida de drive (25-30 minutos).</p> <p>Final: Proyección de infografías de los grupos y reflexión en grupo de la actividad realizada, además, cada grupo deberá evaluar con la rúbrica de coevaluación a sus compañeros de grupo. Cada grupo rellenará su diario de sesión. (5-10 minutos).</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>
Evaluación	Rúbrica de coevaluación Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 9
Sesión 2. Contenidos

Sesión 2: Contenidos	
Objetivos	Conocer los cuerpos geométricos y de revolución, sus elementos y cálculo de superficies y volúmenes. El trabajo en equipo.
Contenidos competencias	y Geometría del espacio. La esfera. CCL, CMCT, CD, CAA, CSC y SIEP
Agrupamientos	Individual, pequeño grupo y gran grupo
Técnica Cooperativa / Nivel de Andamiaje	Equipos pensantes / Nivel 2 - grupal + individual: Esta técnica combina el trabajo grupal con el individual. Los alumnos, ya tienen una comprensión básica de los contenidos, ya que se han trabajado en cursos anteriores y en la sesión anterior se han repasado, pero aún necesitan un nivel de ayuda algo.
Espacios	Aula de matemáticas
Recursos	Libro digital, tableta de alumnos, material de escritura, presentaciones de Google
Desarrollo	
<p>Inicio: En los primeros minutos de la clase, los alumnos realizarán un Kahoot sobre los cuerpos geométricos y de revolución, los tipos y sus elementos, contenido tratado en la sesión anterior. Esta actividad tiene como objetivo activar los conocimientos de la sesión anterior para conectarlos con la nueva materia. (5 minutos)</p> <p>Desarrollo: A continuación, el docente realizará una breve explicación de los contenidos a tratar. Los alumnos se agruparán en los equipos base de cooperativo y trabajarán con la técnica equipos pensantes. Deberán ir leyendo de manera conjunta cada uno de los apartados del tema, dedicarán unos minutos a resolver dudas y consensuar los aspectos más relevantes de este apartado y a continuación cada uno de los alumnos desarrollará un resumen o esquema en su cuaderno del contenido, basándose en las pautas establecidas por el grupo. Cuando todos los miembros del grupo hayan terminado, pasarán al siguiente apartado y así hasta terminar el tema. El docente actuará de guía y apoyo durante la sesión (40 minutos en total).</p> <p>Final: Durante los últimos minutos de la clase se hará una reflexión en gran grupo sobre el trabajo realizado, qué es lo que más les ha gustado, dificultades, cómo se han sentido, etc. Cada grupo rellenará su diario de sesión.</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>	
Evaluación	Rúbrica de evaluación de tareas Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 10
Sesión 3. Práctica con Ejercicios y Problemas

Sesión 3: Práctica con ejercicios y problemas	
Objetivos	Que los alumnos practiquen ejercicios y problemas de cálculos de áreas y volúmenes. El trabajo en equipo.
Contenidos y competencias	Geometría del espacio. La esfera. Planificación del proceso de resolución de problema. Reflexión sobre los resultados. CCL, CMCT, CAA y SIEP.
Agrupamientos	Individual, pequeño grupo y gran grupo
Técnica Cooperativa Nivel de Andamiaje	Lápices al centro/ Nivel 2 – Grupal + individual: Para los primeros ejercicios que se realicen se utilizará esta técnica que requiere un nivel un poco más de ayuda, ya que son los primeros ejercicios que trabajan del tema. 1-2-4/ Nivel 3 – Individual + grupal: Una vez que hayan trabajado algunos ejercicios pasaremos a esta técnica en la que el nivel de ayuda requerido es menor, con el objetivo de ir retirando poco a poco la ayuda prestada. Con la técnica 1-2-4 se pretende que cada alumno trabaje los problemas de forma individual primero y, posteriormente, intercambie las respuestas y las comente con los compañeros en pareja y en grupo.
Espacios	Aula de matemáticas
Recursos	Libro digital, tabletas de alumnos, material de escritura, presentaciones de Google
Desarrollo	<p>Inicio: Al inicio de la sesión se trabajará en gran grupo. El profesor irá preguntando a los alumnos qué recuerdan de la sesión anterior y se hará un breve esquema o mapa conceptual en la pizarra. Un alumno voluntario lo irá realizando con las aportaciones de los compañeros. El docente será el encargado de supervisar y en caso de que haya algo incorrecto o incompleto preguntará a los alumnos para guiarlos en su corrección (5 minutos)</p> <p>Desarrollo: Los alumnos se reúnen en los grupos base del cooperativo. Durante la sesión se realizarán ejercicios de cálculo de áreas y volúmenes para trabajar los contenidos de las sesiones anteriores. Se utilizarán dos técnicas, los primeros ejercicios se harán con la técnica de lápices al centro, ya que los alumnos necesitarán un nivel de ayuda medio-alto, ya que no tienen mucha práctica en este tipo de ejercicios. A medida que vaya transcurriendo la sesión y los alumnos vayan cogiendo soltura con las actividades, se pasará a la técnica de 1-2-4. Primero, los alumnos de forma individual deberán pensar la respuesta, luego compartirán su procedimiento con su pareja (dentro del grupo base) y por último la compartirán entre todos. Una vez que lleguen a un acuerdo, todos deberán resolver el ejercicio en sus cuadernos.</p> <p>Con el objetivo de reforzar la responsabilidad individual de los alumnos y la interdependencia positiva se trabajará de la siguiente forma. Se realizarán los ejercicios uno a uno, sin poder pasar al siguiente hasta que todos los miembros del equipo hayan realizado correctamente el anterior. Para realizar la corrección de los ejercicios, el docente pedirá a un miembro del equipo al azar que resuelva el ejercicio y la nota obtenida por este alumno será la nota para todo el equipo. (40 minutos)</p> <p>Final: Los últimos minutos de la clase servirán para resolver las últimas dudas y reflexionar sobre la actividad realizada. Cada grupo rellenará su diario de sesión.</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>
Evaluación	Rúbrica de evaluación de tareas Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 11
Sesión 4. Presentación de Proyectos y Bocetos

Sesión 4: Presentación de proyectos y bocetos	
Objetivos	Presentación del proyecto, análisis de superficie y volumen y elaboración de primeros bocetos. Trabajo en equipo.
Contenidos y competencias	Geometría del espacio. La esfera. Planificación del proceso de resolución de problema. Reflexión sobre los resultados. Planteamiento de investigaciones matemáticas. Práctica del proceso de matematización y modelización. CCL, CMCT, CD, CAA, ASC, SIEP y CEC.
Agrupamientos	Individual, pequeño grupo y gran grupo
Técnica Cooperativa y Nivel de Andamiaje	Grupos de investigación. En estas sesiones se combinarán distintos niveles de andamiaje, según la fase en que se encuentren del proyecto, dejando el docente a los alumnos libertad para que sean ellos mismos los que se gestionen. Los alumnos tienen experiencia en cooperativo de años anteriores y esta unidad se trabaja cuando el curso ya está muy avanzado y llevan todo el curso utilizando esta metodología. El nivel de cooperación de los alumnos llegados a esta unidad es suficientemente alto para trabajar mediante esta técnica más compleja.
Espacios	Aula de matemáticas
Recursos	Material de escritura, tabletas de alumnos, tv, pizarra, libro digital y presentaciones Google
Desarrollo	
<p>Inicio: Al inicio de la sesión, el docente proyectará la presentación del proyecto (anexo 6) y resolverá las dudas que surjan. (5-10 minutos)</p> <p>Desarrollo: En esta sesión y las 4 siguientes se va a trabajar un proyecto mediante el cual los alumnos deberán diseñar en 3D e imprimir un vaso con unos requisitos establecidos. El proyecto se presenta como si los alumnos fueran el departamento de diseño de una empresa que desea un nuevo modelo de vaso. Para ello, deberán aplicar los conocimientos sobre cuerpos geométricos, cálculo de áreas y perímetros. Los alumnos trabajarán en los grupos base de cooperativo y con la técnica grupos de investigación. Durante esta sesión se planificará el proyecto y se comenzará con el análisis de superficies y volúmenes y con los primeros bocetos de su pieza. El docente actuará de guía durante todo el proyecto. (35-40 minutos)</p> <p>Final: La sesión finalizará con una charla en gran grupo sobre la impresión que tienen del proyecto, las dificultades que ven, etc. Cada grupo rellenará su diario de sesión. (5 minutos)</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>	
Evaluación	Rúbrica de evaluación del proyecto Rúbrica de coevaluación Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 12
Sesión 5, 6 y 7. Diseño 3D

Sesión 5, 6 y 7: Diseño 3D	
Objetivos	Diseño de la pieza en 3D, desarrollo e impresión. Trabajo en equipo.
Contenidos y competencias	Geometría del espacio. La esfera. Planificación del proceso de resolución de problema. Reflexión sobre los resultados. Planteamiento de investigaciones matemáticas. Práctica del proceso de matematización y modelización. Utilización de medios tecnológicos. CCL, CMCT, CD, CAA, ASC, SIEP y CEC.
Agrupamientos	Individual, pequeño grupo y gran grupo
Técnica Cooperativa Nivel de Andamiaje	Grupos de investigación. En estas sesiones se combinarán distintos niveles de andamiaje, según la fase en que se encuentren del proyecto, dejando el docente a los alumnos libertad para que sean ellos mismos los que se gestionen. Los alumnos tienen experiencia en cooperativo de años anteriores y esta unidad se trabaja cuando el curso ya está muy avanzado y llevan todo el curso utilizando esta metodología. El nivel de cooperación de los alumnos llegados a esta unidad es suficientemente alto para trabajar mediante esta técnica más compleja.
Espacios	Aula de robótica
Recursos	Tabletas de los alumnos, impresoras 3D, programa Tinkercad, tv, pizarra, material de escritura, hoja de cálculo
Desarrollo	
<p>Inicio: Durante tres sesiones los grupos deberán realizar su proyecto. Al inicio de las sesiones en gran grupo se preguntará si existen dudas generales y los compañeros las resolverán. (5 minutos)</p> <p>Desarrollo: Los alumnos trabajarán en los grupos base de cooperativo en el diseño de su vaso, primero en papel y luego en digital mediante el programa Tinkercad, realizarán el desarrollo y cálculo de área y volumen. Al finalizar el proyecto los alumnos deberán presentar una muestra del vaso impresa en 3D, una hoja de cálculo con los cálculos y resultados obtenidos, la bibliografía consultada, un vídeo del desarrollo del proyecto y una presentación en digital de su proyecto. En estas sesiones se realizará el desarrollo del proyecto y documentación a presentar. (40 minutos)</p> <p>Final: Los últimos minutos de las sesiones se dedicarán a resolver en gran grupo las dudas que hayan surgido en ésta. Al final de cada sesión, cada grupo rellenará su diario de sesión. (5 minutos)</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>	
Evaluación	Rúbrica de evaluación del proyecto de geometría Rúbrica de coevaluación Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 13

Sesión 8. Producto final 3D y cierre proyecto

Sesión 8: Producto final 3D y cierre de proyecto	
Objetivos	Presentación de proyectos y medidas empíricas. Trabajo en equipo.
Contenidos y competencias	Geometría del espacio. La esfera. Reflexión sobre los resultados. Práctica del proceso de matematización y modelización. Utilización de medios tecnológicos. CCL, CMCT, CD, CAA, ASC, SIEP y CEC.
Agrupamientos	Pequeño grupo y gran grupo
Técnica Cooperativa Nivel de Andamiaje	Grupos de investigación. En estas sesiones se combinarán distintos niveles de andamiaje, según la fase en que se encuentren del proyecto, dejando el docente a los alumnos libertad para que sean ellos mismos los que se gestionen. Los alumnos tienen experiencia en cooperativo de años anteriores y esta unidad se trabaja cuando el curso ya está muy avanzado y llevan todo el curso utilizando esta metodología. El nivel de cooperación de los alumnos llegados a esta unidad es suficientemente alto para trabajar mediante esta técnica más compleja.
Espacios	Aula de matemáticas
Recursos	Ordenador, tv, pizarra, hoja de cálculo, proyectos realizados, tabletas de los alumnos
Desarrollo	<p>Inicio y desarrollo: En esta sesión cada equipo presentará su proyecto y se realizarán las mediciones correspondientes para comprobar que cumple con los requisitos exigidos de volumen, superficie, etc. (40-45 minutos)</p> <p>Final: Para finalizar la clase se comentará en gran grupo cómo ha sido la experiencia durante el proyecto. Cada grupo rellenará su diario de sesión. (5-10 minutos)</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>
Evaluación	Rúbrica de evaluación del proyecto de geometría Rúbrica de coevaluación Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 14
 Sesión 9. Repaso Final Unidad Didáctica

Sesión 9: Repaso final de la unidad didáctica	
Objetivos	Repaso y afianzamiento de los contenidos. Trabajo en equipo
Contenidos y competencias	Geometría del espacio. La esfera. Planificación del proceso de resolución de problema. Reflexión sobre los resultados. CCL, CMCT, CD, CAA, CSC, SIEP y CEC.
Agrupamientos	Individual, parejas, pequeño y gran grupo
Técnica Cooperativa Nivel de Andamiaje	Trabajo individual asistido/ Nivel 4 – Individual: En esta fase de la unidad, para el repaso final, los alumnos requieren un nivel de ayuda bajo, por lo que trabajarán de forma individual, pero con el apoyo de los compañeros en caso de necesidad.
Espacios	Aula de matemáticas
Recursos	Libro digital, tabletas de los alumnos y material de escritura
Desarrollo	
<p>Inicio: Los primeros minutos de la clase se trabajará en gran grupo. El docente preguntará a los alumnos si tienen dudas concretas. En caso de que haya, le pedirá a algún compañero que las resuelva. (5 minutos)</p> <p>Desarrollo: Una vez resueltas las dudas, los alumnos trabajarán en la creación de actividades y problemas relacionados con el tema, cada equipo deberá elaborar una actividad y un problema de cada uno de los apartados del tema. La técnica a utilizar será la de trabajo individual asistido. Los alumnos se repartirán el tema y trabajarán de forma individual en la creación de sus problemas y actividades y, en caso de tener alguna duda o problema, podrán acudir a sus compañeros de equipo. Finalmente, el grupo completo elaborará una batería de ejercicios y problemas con el trabajo realizado por todos los compañeros. Una vez terminadas, cada equipo subirá sus trabajos a Classroom. El docente estará de guía y apoyo para los alumnos que lo requieran. (40 minutos)</p> <p>Final: Los últimos minutos de la clase se realizará una reflexión en gran grupo de la actividad realizada. Cada grupo rellenará su diario de sesión. (5 minutos)</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>	
Evaluación	Evaluación mediante feedback directo Rúbrica de coevaluación Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

Tabla 15
Sesión 10. Evaluación Final de la Unidad

Sesión 10: Evaluación final de la unidad	
Objetivos	Evaluación final de los contenidos y competencias adquiridas durante la unidad. Trabajo en equipo.
Contenidos y competencias	Geometría del espacio. La esfera. Planificación del proceso de resolución de problema. Reflexión sobre los resultados. CCL, CMCT, CAA, SIEP y CEC.
Agrupamientos	Individual y pequeño grupo
Técnica Cooperativa Nivel de Andamiaje	Trabajo individual asistido/ Nivel 4 – Individual: En esta fase de la unidad, para el repaso final, los alumnos requieren un nivel de ayuda bajo, por lo que trabajarán de forma individual, pero con el apoyo de los compañeros en caso de necesidad.
Espacios	Aula de matemáticas
Recursos	Prueba escrita, cuestionario final de la unidad y material de escritura
Desarrollo	
<p>Inicio: El docente explicará a los alumnos el procedimiento para realizar la prueba</p> <p>Desarrollo: Los alumnos se agrupan en los equipos base de cooperativo y trabajarán con la técnica de trabajo individual asistido. El docente irá entregando a cada uno de los alumnos ejercicios y problemas de los que crearon en la clase anterior, a cada alumno tendrá una relación de ejercicios distintos a los de sus compañeros de grupo y teniendo en cuenta que no se entregará a un equipo los ejercicios que elaboró él mismo. Dispondrán de 40 minutos para realizar los ejercicios.</p> <p>Final: En los últimos minutos de la clase, cada alumno deberá rellenar el cuestionario de final de unidad y cada grupo rellenará su diario de sesión.</p> <p>A lo largo de toda la unidad, cada alumno deberá ir elaborando el portfolio correspondiente a esta evaluación.</p>	
Evaluación	Valoración de la prueba escrita Diario de aula Cuaderno de equipo

Nota. Fuente: Elaboración propia

5.9.5. Evaluación de la unidad didáctica

Para la evaluación de la unidad didáctica se han dividido los estándares de aprendizajes evaluables de la unidad en conceptuales, procedimentales y actitudinales y a cada uno de estos grupos se le asignan unos instrumentos de evaluación y una ponderación. La calificación final de la unidad didáctica será la suma de las calificaciones de las tres categorías. A continuación, en la tabla 16 se presentan los estándares de aprendizajes evaluables separados por categorías con la ponderación e instrumentos de evaluación correspondientes.

Cada una de las rúbricas tendrá diferenciado cada uno de estos bloques, con su ponderación correspondiente.

Tabla 16
Evaluación de la Unidad Didáctica

Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución		
Estándares de Aprendizajes Evaluables	Peso	Instrumentos de Evaluación
Conceptuales		
<ul style="list-style-type: none"> - Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. - Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas. 	20%	<ul style="list-style-type: none"> Rúbrica de evaluación de tareas Rúbrica de evaluación de portfolio Diario de aula
Procedimentales		
<ul style="list-style-type: none"> - Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. - Maneja las relaciones entre ángulos y resuelve problemas geométricos sencillos. - Calcula el perímetro y área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas. - Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados. 	70%	<ul style="list-style-type: none"> Rúbrica de evaluación de tareas Rúbrica de evaluación del proyecto de geometría Rúbrica de evaluación de portfolio Diario de aula
Actitudinales		
<ul style="list-style-type: none"> - Analiza y comprende el enunciado de los problemas - Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. - Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada. - Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación. 	10%	<ul style="list-style-type: none"> Diario de aula Rúbrica ACRE Rúbrica de coevaluación Rúbrica de evaluación de tareas Rúbrica de evaluación de portfolio Diana de autoevaluación

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

6. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Las aulas son un reflejo vivo de la sociedad, donde prima la diversidad. No sólo considerando la diversidad como la presencia de alumnos con necesidades educativas especiales, sino teniendo en cuenta que cada alumno tiene sus propias características y circunstancias. Por lo que la atención a la diversidad y a la heterogeneidad del alumnado debe ser uno de los focos principales de cualquier docente.

La normativa actual, hace alusión a esto en numerosas ocasiones y, en concreto, el Decreto 111/2016 de 14 de junio, en su artículo 20, establece las medidas y programas para la atención a la diversidad:

Dirigidas a dar respuesta a las diferentes capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones, intereses, situaciones socioeconómicas y culturales, lingüísticas y de salud del alumnado, con la finalidad de facilitar la adquisición de las competencias clave y el logro de los objetivos de la etapa y no pondrán, en ningún caso, suponer una discriminación que le impida alcanzar la titulación de Educación Secundaria Obligatoria (p. 40).

Las medidas que se han tenido en cuenta en el desarrollo de la presente programación didáctica para atender a la diversidad son las siguientes:

- Utilización de una metodología variada y activa, especialmente en el uso del aprendizaje cooperativo ya que, según La Prova (2017), la base de dicha metodología es que cada alumno aporta al grupo según sus características y capacidades y todos y cada uno han de ser elementos activos en el aprendizaje del resto de los componentes del grupo. Los roles se asignan según las capacidades individuales de cada alumno. El alumno no está expuesto a toda la clase, sino que se trabajan en grupo reducidos. El alumno debe realizar su parte del trabajo, no puede eximirse de ella. El ritmo se adapta a cada alumno.
- Alternancia de distintos tipos de agrupaciones, en función del momento de estudio y necesidades del aula se trabajará de forma individual, en gran grupo, en pequeño grupo y en pareja, siempre para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Heterogeneidad en los grupos. La formación de los grupos se hará teniendo en cuenta criterios de heterogeneidad en relación a capacidades, etnia, sexo, cultura, etc.
- Uso de materiales didácticos variados. A lo largo del curso se utilizará recursos de

distintos tipos, manipulativos como puede ser el ajedrez o el tangram, digitales como las hojas de cálculo, Geogebra o Tinkercad, ejercicios en papel, etc. Además, se procurará transmitir y recibir los conocimientos por vías variadas (auditiva, visual y kinestésica)

- Evaluación formativa y continua, ya que los alumnos irán recibiendo feedback continuo de las actividades que van realizando, lo que permite al docente y a los propios alumnos conocer el ritmo de aprendizaje y orientarles sobre cómo continuar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Variedad en las herramientas de evaluación. Con la utilización de distintos tipos de herramientas se garantiza la evaluación tanto de los contenidos como de las distintas competencias, e incluso de otros aspectos importantes a evaluar, como son la actitud, respeto, esfuerzo y colaboración.
- Distintos niveles de complejidad en las actividades a realizar. Se realizarán actividades de distintas dificultades para atender a todas las capacidades.
- Se realizarán, en coordinación con el departamento de orientación y de especial, adaptaciones curriculares significativas para los alumnos con necesidades educativas especiales.

7. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN CRÍTICA

El promotor del presente trabajo ha sido la necesidad de implantar un cambio en el sistema de enseñanza actual. Como hemos podido ir observando, la forma de enseñanza tradicional que se ha venido impartiendo no es suficiente y adecuada a los nuevos requisitos de la sociedad actual, así como a las exigencias de la nueva legislación en materia de educación. Por lo que urge un giro radical en esta forma de enseñar.

Por otro lado, nos enfrentamos a una materia compleja, las matemáticas, que tradicionalmente ha tenido un alto porcentaje de desmotivación por parte de los alumnos y altos niveles de fracaso escolar.

Para poner en valor el aprendizaje de las matemáticas, se ha indagado en las matemáticas a lo largo de la historia y sus aplicaciones en la vida cotidiana. Podemos encontrar las matemáticas en la arquitectura, en la publicidad, en el mercado, en las estadísticas, en los desastres naturales, en la naturaleza... Se ha mostrado la amplia utilidad que han tenido y tienen las matemáticas históricamente, en el día a día. Se muestra la enorme importancia que tiene que nuestros alumnos alcancen un nivel adecuado de conocimiento y competencia matemática para llegar a ser ciudadanos competentes. También se ha puesto en relieve, que las dificultades existentes en el aprendizaje de las matemáticas no son sólo debidas a los contenidos matemáticos, sin que, en gran medida, se deben a condicionantes socioculturales, relaciones interpersonales y emocionales.

Uno de los objetivos del trabajo fin de máster es profundizar en los conocimientos acerca del aprendizaje cooperativo. A lo largo del trabajo, se ha ido demostrando ampliamente, a través de numerosos estudios e investigaciones, la variedad de beneficios que aporta la aplicación de este tipo de enseñanzas frente a las metodologías pasivas tradicionales, entre las que se encuentran:

- Mayor rendimiento escolar y niveles más altos de razonamiento
- Incremento de la producción de ideas y soluciones nuevas
- Aumento y mejora de las relaciones interpersonales, siendo estas más positivas
- Fomento de la atención a la diversidad
- Incremento de la motivación y la autoestima
- Atención más personalizada al alumno por parte del docente

Por lo que hemos podido constatar, la aplicación de este tipo de metodologías, no solo

mejora los rendimientos académicos, sino que además afecta positivamente al desarrollo personal y emocional de los alumnos. Por lo que promueve un desarrollo integral del alumno. Pero, el aprendizaje cooperativo no es simplemente trabajar en equipo, sino que va mucho más allá. Es necesario tener unos amplios conocimientos de los alumnos, conocer los niveles de ayuda necesarios en cada momento de estudio, así como determinar para qué queremos utilizar esta metodología. En el trabajo se refleja la gran planificación y organización que requiere el trabajo cooperativo. Y que para llegar a beneficiarse de todas las ventajas que ofrece hay que ir trabajando el aprendizaje cooperativo poco a poco, para que los alumnos y el propio docente vayan asentando las bases de este tipo de trabajos.

El objetivo principal del proyecto es la implantación del aprendizaje cooperativo en la asignatura de las matemáticas. Con este objetivo se pretende aumentar la efectividad del aprendizaje de las matemáticas en el aula, potenciar la motivación y autonomía del alumnado, atender a la diversidad del aula, favorecer el aprendizaje significativo y desarrollar destrezas en las relaciones interpersonales y emocionales del alumno. Como hemos podido constatar en el presente trabajo, mediante la programación didáctica basada en el aprendizaje cooperativo se llega a alcanzar este propósito. Los alumnos desarrollan la autonomía a través del trabajo en equipo, siendo imprescindible también los momentos de trabajo individual. Se pretende que el alumno sea capaz de trabajar de forma eficaz y autónoma a través del trabajo en equipo. La continua interacción entre el alumnado exige del intercambio de ideas, conocimientos y habilidades que potencian el aprendizaje significativo. El reparto de roles en los equipos, favorece la atención a la diversidad, así como la amplia variedad de los niveles en los distintos ejercicios.

En resumen, se han alcanzado ampliamente los objetivos marcados en el presente trabajo. El aprendizaje cooperativo es una metodología de enseñanza que nos aporta enormes ventajas en muchos aspectos. El alumno, a través de esta metodología alcanza unos niveles de desarrollo académico, personal y social que son prácticamente imposibles con otras metodologías. Transformándose el docente en un guía y facilitador del aprendizaje. Como hemos podido verificar a través de la programación didáctica no son necesarios grandes recursos para transformar radicalmente la enseñanza y sí son amplios los beneficios que se obtiene ¿Por qué entonces no se está llevando a cabo? ¿Qué necesita el sistema para transformarse? ¿Son los docentes los que tienen que cambiar o es el sistema?

Para completar este estudio, sería necesario aplicar la programación propuesta en el colegio. Con ello podríamos comprobar empíricamente que las conclusiones obtenidas en el presente trabajo están en lo cierto y analizar los niveles de éxito en cada una de las medidas adoptadas y los beneficios. Así como proponer propuestas de mejora.

Personalmente, después de la elaboración de este trabajo, me he dado cuenta de que los conocimientos que tenía sobre las metodologías innovadoras, que pensaba que eran muchos, eran solo la punta del iceberg. A través de su desarrollo, he ido descubriendo que las matemáticas existen en cada detalle que vemos, o incluso en los que no vemos. Que para aprenderlas, entenderlas y aplicarlas debemos vivirlas, experimentarlas y compartirlas. En mi experiencia como alumna, la mayoría de la enseñanza la he recibido mediante métodos tradicionales, pasivos y memorísticos. Ahora he descubierto que hay otras formas de enseñar, y otras competencias que debemos enseñar a nuestros alumnos. Actualmente, como docente, sé que mi labor no es sólo transmitir los conocimientos de la materia, sino que va más allá, debo ayudar a cada uno de los alumnos a sacar lo mejor de ellos mismos y en enseñarlos a ser personas competentes, íntegras y completamente desarrolladas.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alarcon, J. (2004). Estudio sobre los beneficios académicos e interpersonales de una técnica del aprendizaje cooperativo en alumnos de octavo grado en la clase de matemáticas. *Revista EMA*, 9(2), 106-128.
- Anacona, Maribel (2003). La historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, 8(1), 30-46.
- Aula Planeta (10 de marzo de 2016). *Seis consejos para aprovechar y organizar el tiempo en el aula*. Recuperado de <https://www.aulaplaneta.com/2016/03/10/recursos-tic/seis-consejos-para-aprovechar-y-organizar-el-tiempo-en-el-aula/>
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1, 1-10.
- Báez, R e Iglesias, M (2007) Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El mácaro”. *Enseñanza de la matemática*, 12, 67-86.
- Bakhshi, H, Downing, J, Osborne, M y Scheneider, P (2017). *The future os Skills: Employment in 2030*. Londres: Pearson and Nesta.
- Dorce, C. (2016). Geometría en el aula a partir de un tratado español de fortificación del siglo XVI. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 48, 187-207.
- Espacio matemático (s.f.). *Cuerpos geométricos* [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://youtu.be/dbatIwOBGJY>
- Fernández, J. (s.f.). *Beneficios de las matemáticas. Por qué son importantes las matemáticas*. Recuperado de <https://soymatematicas.com/beneficios-de-las-matematicas/>
- Fuerte, K. (2017). *Las competencias y habilidades en demanda para 2030*. Monterrey, Nuevo León: Observatorio de Innovación Educativa. Tecnológico de Monterrey. Recuperado de <https://observatorio.tec.mx/edu-news/futurodeempleo2030>
- Gardner, H. (1998). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós.
- Godino, J. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen? *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 29, 9-19.
- Herrada, R.I. y Baños, R. (2018). Experiencias de aprendizaje cooperative en matemáticas. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 11(23), 99-108. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/22f3/623d2bcd10edec311ce7e5da4ec4696ffc19.pdf>
- Hilario, J (2012). *El aprendizaje cooperativo para mejorar la práctica pedagógica en el Área de Matemática en el nivel secundario de la Institución Educativa “Señor de la Soledad” – Huaraz, región Ancash en el año 2011* (Tesis doctoral). Universidad

- Nacional Mayor de San Marcos, Lima. Recuperada de <http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/2369>
- Ibáñez, V. E., & Gómez Alemany, I. (2004). ¿Qué pasa cuando cooperamos?: hablan los alumnos. *Revista Investigación en la Escuela*, 54, 69-79.
- INEE (Instituto Nacional de Evaluación de la Educativa) (2018). Evaluaciones Internacionales. Informes Españoles PISA 2018. Madrid: Ministerio de Educación y Formación Profesional. Recuperado de <https://www.educacionyfp.gob.es>
- Johnson, D.W. y Johnson, R.T. (1999a). *Aprender juntos y solos*. Buenos Aires: Aique.
- Johnson, D. W. y Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999b). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Juan Capistrano, California: Kagan Cooperative Learning.
- Kagan, S. y Kagan, M. (2009). *Kagan cooperative learning*. San Clemente, CA: Kagan Publishing.
- Kagan, S. y Kagan, M. (2011). *Five must-know Kagan structure for higher education*. En J. Cooper & P. Robinson *Small group learning in Higher Education* (pp.109–113). United States of America: New Forums Press.
- Laboratorio de innovación educativa. (2009). qué–por qué–para qué–cómo aprendizaje cooperativo propuesta para la implantación de una estructura de cooperación en el aula. Recuperado de http://www.madrid.org/dat_capital/upe/impresos_pdf/AprendizajeCooperativo2012.pdf
- La Prova, A. (2017). *La práctica del aprendizaje cooperativo. Propuestas operativas para el grupo-clase*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Linares, A. E. (2017). *El aprendizaje cooperative y su influencia en el rendimiento académico en el área de matemática de los alumnos de educación secundaria* (Tesis doctoral). Instituto para la Calidad de la Educación. Escuela Profesional de Educación, Lima. Recuperada de <http://200.37.171.68/handle/usmp/2621>
- Meza, L. G., Suárez, Z., y Schmidt-Quesada, S. (2015). La actitud del personal docente de matemática hacia el aprendizaje cooperativo y los elementos institucionales que favorecen o dificultan el empleo de esa metodología didáctica. *Revista Electrónica Educare*, 19(1), 03-24.
- Muñoz, J. y Murcia, J.A. (2015). Las matemáticas en busca de sentido. *Uno: Revista de*

Didáctica de las Matemáticas, 70, 6-8.

- Mulero, G. J., Segura, A. L., y Sepulcre, M. J. M. (2016). *Las matemáticas de nuestra vida*. Recuperado de <https://ebookcentral.proquest.com>
- Piaget, J. (1978). *La equilibrio de las estructuras cognitivas. Problema central del Desarrollo*. España: Siglo XXI.
- Pons, R.M., González-Herrero, M.E. y Serrano, J.M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales De Psicología*, 24 (2), 253-261. Recuperado de <https://revistas.um.es/analesps/article/view/42761>
- Pujolàs, P. (2009). *Introducción al aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Universitat Central de Catalunya.
- Pujolàs, P., Lago, J. R., Naranjo, M., Pedragosa, O., Riera, G., Soldevila, J., Olmos, G., Torner, A. y Rodrigo, C. (2011). *El programa CA/AC (“cooperar para aprender/aprender a cooperar”) para enseñar a aprender en equipo. Implementación del aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Universitat Central de Catalunya.
- Real Academia Española (2014). Diccionario de la lengua Española (23ª sd.) Recuperado de <https://dle.rae.es/>
- Rogers, C. (1972). *El proceso de convertirse en persona*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Slavin, R.E. (1990) *Cooperative Learning: Theory, research, and practice*. Englewood Cliffs, NJ: Pren-tice-Hall.
- Slavin, R. (2002). *Grupo de estudio sobre aprendizaje cooperativo. Aprendizaje cooperativo: teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires: Aique.
- Slavin, R. E. (2014). *Cooperative Learning and Academic Achievement: Why Does Groupwork Work?*. *Anales De Psicología / Annals of Psychology*, 30(3), 785-791. doi:<https://doi.org/10.6018/analesps.30.3.201201>
- SM España (s.f.). *Francisco Zariquiey: “Dale la vuelta al cooperativo: una propuesta sencilla e infalible”* [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://youtu.be/A5sZl-G1CQ4>
- Socas, M. (2007), Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática XI*. 19-52 Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/12341704.pdf>
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona: Crítica.
- Torrego, J. C. y Negro, A. (2012). *Aprendizaje cooperativo en las aulas*. Madrid: Alianza

Editorial

- Valiente, S. (1998). La matemática aplicada en la vida cotidiana [Reseña del libro *La matemática aplicada en la vida cotidiana*, de F. Corbalán]. *Educación Matemática*, 10(3), 148-150. Recuperado de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol10/3/13Corbalan.pdf>
- Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijaldo.
- Zariquiey, F. (2015). Guía para diseñar y gestionar una red de aprendizaje cooperativo. *Colectivo cinética*. Recuperado de <https://www.colectivocinetica.es/media/cinetica-guia-disenar-red-aprendizaje-1.pdf>
- Zariquiey, F. (s.f.). La secuencia de andamiaje. Juntos aprendemos a hacer las cosas solos. *Colectivo cinética*. Recuperado de <https://www.colectivocinetica.es/media/colectivo-cin%C3%A9tica-secuencia-de-andamiaje.pdf>
- Zarquiey, F. (2018). Cinco rutinas básicas de aprendizaje cooperativo. *Colectivo cinética*. Recuperado de https://www.colectivocinetica.es/media/01_-Cinco-rutinas-de-cooperacion_-v-2018.pdf

LEGISLACIÓN

- Consejería de Educación y Deporte (2019). *Organización y funcionamiento para los centros que imparten educación Secundaria Obligatoria para el curso 2019/20*. Junta de Andalucía. Recuperado de <http://www.juntadeandalucia.es/educacion/portals/web/ced/novedades/-/contenidos/detalle/instruccion-13-2019-de-27-de-junio-de-la-direccion-general-de-ordenacion-y-evaluacion-educativa-por-la-que-se>
- Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía. Publicado en BOJA n.º 122, de 28 de junio de 2016, pp. 27-45. Consejería de Educación.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Publicado en BOE n.º 106, de 4 de mayo de 2006, pp. 17158-17207. Jefatura del Estado.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Publicado en BOE n.º 295, de 10 de diciembre de 2013, pp. 97858-97921. Jefatura de Estado.

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Publicado en BOE n.º 25, de 29 de enero de 2015, pp. 6986-7003. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

ORDEN de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado. Publicado en BOJA n.º 144, de 28 de julio de 2016, pp. 108-396. Consejería de Educación.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Publicado en BOE nº 3, de 3 de enero de 2015, pp. 169-546. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

9. ANEXOS

Anexo 1. Roles cooperativos.

- **Coordinador:** Será el encargado de organizar el trabajo y de fomentar la participación de los demás componentes del equipo. Sus tareas serán las de repartir y dirigir las actividades que realizará el equipo, así como de repartir los turnos de palabra. En caso de conflicto será el coordinador el responsable de la mediación.
- **Supervisor-Secretario:** Será el encargado de que el equipo cumpla con la realización de las tareas y con los objetivos. Sus tareas serán las de gestionar los tiempos para que se cumplan los objetivos marcados. Además, será el responsable de escribir y rellenar los documentos necesarios a lo largo de las sesiones.
- **Mantenimiento:** Será el encargado del mantenimiento de un entorno de trabajo adecuado. Sus tareas serán las de repartir y guardar los materiales del grupo, que exista un orden y nivel de ruido adecuado.
- **Portavoz:** Será el encargado de la búsqueda de información fuera del grupo. Sus tareas serán la de comunicación con el docente y con el resto de los grupos, tanto de dudas como de exposición de respuestas y decisiones del equipo.

Anexo 2. Técnicas cooperativas.

- ✓ Trabajo en equipo, logro individual (TELI): El profesor presenta los contenidos y los ejercicios sobre los que se va a trabajar. Los alumnos trabajan con una hoja de ejercicios y otra de respuestas y van realizando los ejercicios uno a uno entre todos. Una vez que han llegado a un acuerdo sobre cómo hacerlo y todos lo tienen resuelto, comprueban las soluciones. Si es correcto, pasan al siguiente, si no lo es, vuelven al ejercicio hasta conseguir resolverlo. El grupo debe asegurarse de que todos los componentes saben resolver los ejercicios.
- ✓ Podio cooperativo: Después de la explicación del docente, los alumnos, de forma individual deberán reflexionar y anotar en sus cuadernos las ideas o contenidos que piensen que son los más importantes. A continuación, de forma grupal, los alumnos hacen una puesta en común de sus ideas y, entre todos, eligen las tres ideas que consideran más importantes: el podio cooperativo. Todos copian en sus cuadernos el podio cooperativo.
- ✓ El Rompecabezas: Técnica muy adecuada para temario susceptible de ser fragmentado. Se divide la clase en grupos heterogéneos de 4-5 alumnos. Se divide el tema en tantas partes como componentes tenga el grupo y cada alumno recibe solo una parte y la prepara. Después, se reúnen los alumnos de cada equipo que tengan la misma parte, para formar un grupo de expertos. Posteriormente, vuelven a sus equipos y son los encargados de explicar su parte al resto de compañeros del equipo.
- ✓ Trabajo individual asistido: El profesor propone una batería de ejercicios a los alumnos, que pueden estar diferenciados por niveles según cada alumno. Cada alumno trabaja sus ejercicios individualmente, en caso de que tenga dudas, consultará al resto de miembros del equipo. Solo si el equipo no es capaz de resolver el ejercicio se acudirá al docente. El equipo dará por terminado el trabajo cuando todos sus miembros hayan terminado su plan de trabajo.
- ✓ Lectura compartida: Un miembro del equipo comienza leyendo el primer párrafo del texto y los demás deben estar atentos, el segundo miembro (siguiendo el sentido de las agujas del reloj) debe hacer un resumen o breve explicación de lo que ha leído su compañero, el resto de miembros deberán decir si es correcto o no. A continuación, el

segundo alumno lee el segundo párrafo y el tercero hace el resumen y el resto deberán confirmar si está bien o no, y así hasta terminar la lectura del texto. En caso de que durante la lectura surja alguna palabra que todos desconocen, deberán buscarla en el diccionario y si continúan sin entenderla, pedirán al docente que les explique las dudas.

- ✓ Uno por todos: El profesor elige al azar a un componente del equipo y le retira su cuaderno para corregirlo. La nota de este alumno será para todo el equipo. La nota reflejará el proceso realizado, no la presentación.
- ✓ Parada tres minutos: Durante la explicación de un tema por parte del docente, cada cierto tiempo se hará una parada de tres minutos para que los equipos piensen y planteen tres preguntas sobre el tema en cuestión. Transcurrido ese tiempo, cada equipo, por turnos va planteando sus preguntas (una por ronda y equipo). Cuando estén todas resueltas se continúa con la explicación.
- ✓ El número: El profesor asigna una tarea o problema a toda la clase. Cada grupo deberá resolver el problema y asegurarse de que todos sus componentes lo saben resolver. Una vez transcurrido el tiempo marcado, el profesor sacará una bola de una bolsa que contendrá tantos números como alumnos (cada alumno tiene asignado un número). El alumno que coincida con el número de la bola deberá explicar el ejercicio al resto de los compañeros. Si lo realiza correctamente, su equipo obtendrá una recompensa (una estrella, un punto, etc). Lo que se premia es el esfuerzo, ya que todos los componentes del equipo deben responsabilizarse de que todos sepan realizarlo. Una variante es Números iguales juntos. En este caso, todos los equipos tendrán componentes numerados del 1 al 4, y, cuando el profesor diga el número, sale un alumno de cada equipo. (Todos los equipos tienen la oportunidad de conseguir la recompensa)
- ✓ El entrenamiento: El docente propone una serie de ejercicios o tareas que les faciliten la comprensión de los contenidos. Los alumnos deben resolver los ejercicios uno a uno, con la premisa de que no se puede pasar al siguiente hasta que todos los miembros del equipo hayan entendido y sean capaces de realizar el anterior. Como último paso, el profesor propondrá actividades similares para que los alumnos las realicen de manera individual. De esta manera, ponen en práctica individualmente lo que han aprendido juntos.

- ✓ La sustancia: Estructura muy adecuada para obtener las ideas principales de un texto. Cada estudiante del equipo escribe una frase que refleje la idea principal del texto y a continuación la ponen en común en el equipo y reflexionan, la debaten, la corrigen hasta que estén todos de acuerdo. Para finalizar, ordenan las frases y cada uno la escribe en su cuaderno.
- ✓ El juego de las palabras: El profesor escribe algunas palabras clave en la pizarra del tema que están trabajando. Cada equipo debe formular una frase o una idea con esas palabras. A continuación, por turnos van leyendo las frases y, entre todos han de corregirla, matizarla, completarla, ... Al final, se ordenan todas las frases y alguno de los alumnos se encarga de escribirla a limpio.
- ✓ Mapa conceptual a cuatro bandas: Esta técnica se puede usar para realizar un mapa conceptual o resumen del tema al acabarlo. Se reparte el tema entre los alumnos del grupo y cada uno deberá presentar un esquema o resumen de la parte que se le ha asignado. El profesor les irá guiando sobre los aspectos clave. Luego, en clase, se reunirán todas las partes y las estructurarán y unirán para que tengan coherencia. Cada alumno lo transcribirá a su cuaderno una vez terminado.
- ✓ El saco de dudas: Dentro de cada equipo, cada uno escribe una duda sobre el tema que estén trabajando en un tercio de folio, con su nombre y el del equipo. Al cabo de un tiempo, se exponen las dudas en el equipo para que los compañeros las resuelvan, si se resuelven dentro del equipo, el que ha escrito la duda, escribe la respuesta en su cuaderno, si no, se la entrega al profesor. En una segunda parte, el profesor va sacando las dudas que les han entregado para que el resto de equipos las resuelvan. Si no lo sabe nadie, el profesor se encargará de resolverla.
- ✓ Cadena de preguntas: Esta técnica es muy apropiada para repaso del tema y para preparar el examen. Durante tres minutos cada equipo plantea una pregunta sobre el tema. Pasado el tiempo, un alumno plantea la pregunta de su equipo al equipo siguiente (siguiendo la dirección de las agujas del reloj) y éste debe responderla. A continuación, este mismo equipo plantea su pregunta al siguiente. Cuando se ha terminado la ronda, se dejan otros tres minutos para plantear otras cuestiones. Si sale una pregunta repetida, se salta al equipo. Cada equipo tiene un portavoz para leer la pregunta y otro para responder.

Una vez descritas las técnicas sencillas, vamos a pasar a detallar las técnicas cooperativas.

- ✓ Grupos de investigación (GI): Esta técnica es un poco más compleja que la anterior. Consta de tres fases, la primera de búsqueda de información sobre el tema, la segunda de análisis y síntesis de la información y la tercera de presentación al resto de compañeros. Se trabaja con los siguientes pasos: Los alumnos eligen subtemas según sus intereses y conocimientos. Formación de los equipos heterogéneos de 3 a 5 alumnos. Planteamiento de objetivos y reparto de tareas. Desarrollo del proceso. Análisis y síntesis de la información obtenida. Presentación del trabajo y evaluación del profesor y los alumnos.

- ✓ La técnica TGT: La técnica comienza con la formación de los equipos, heterogéneos y la explicación de que todos los miembros deberán asegurarse del aprendizaje de los compañeros. En grupo estudian el temario correspondiente. Y comienza el juego. Es necesario un juego de fichas con preguntas y respuestas. Cada ronda estará formada por tres alumnos de rendimiento similar de tres equipos distintos. El docente entrega el juego de fichas a los alumnos. Los alumnos de cada trío tomarán una carta del montón y deberán responder a la pregunta. Si la respuesta es correcta se quedan la carta, si no devuelven la ficha debajo del montón. Los compañeros pueden refutar la respuesta si no es correcta, y si aciertan, se quedan la carta. El juego acaba cuando se terminan las fichas de preguntas. El miembro del trío que haya conseguido más cartas obtiene 6 puntos para su equipo, el segundo cuatro puntos y el tercero dos puntos. Si empatan se reparten los puntos. Gana el equipo base que consiga más puntos. En este juego, todos los alumnos tienen las mismas oportunidades de conseguir puntos para su equipo, ya que compiten con compañeros de su mismo nivel.

Anexo 3. Contenidos de las Unidades Didácticas en Relación con los Bloques, según el R.D. 1105/2014 (BOE, 2015).

Tabla 17

Contenidos de la Unidad Didáctica 1. Números Racionales

Unidad 1: Números Racionales	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>Bloque 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso. - Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica. - Jerarquía de operaciones. - Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz. - Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 18

Contenidos de la Unidad Didáctica 2. Números Reales

Unidad 2: Números Reales	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>Bloque 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones. - Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 19

Contenidos de la Unidad Didáctica 3. Sucesiones

Unidad 3: Sucesiones	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. 	<p>Bloque 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes Progresiones aritméticas y geométricas.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 20

Contenidos de la Unidad Didáctica 4. Polinomios

Unidad 4: Polinomios	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>Bloque 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Jerarquía de operaciones. - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. <ul style="list-style-type: none"> - Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 21
Contenidos de la Unidad Didáctica 5. Ecuaciones

Unidad 5: Ecuaciones	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje. 	<p>Bloque 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Jerarquía de operaciones. - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico). - Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos. - Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 22
Contenidos de la Unidad Didáctica 6. Sistemas de Ecuaciones

Unidad 6: Sistemas de ecuaciones	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Jerarquía de operaciones. - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico). - Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos. - Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 23

Contenidos de la Unidad Didáctica 7. Funciones. Características

Unidad 7: Funciones. Características	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>Bloque 4. FUNCIONES.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias. - Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente. - Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados. - Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica. - Expresiones de la ecuación de la recta.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 24

Contenidos de la Unidad Didáctica 8. Funciones Elementales

Unidad 8: Funciones Elementales	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 4. FUNCIONES.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias. - Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente. - Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados. - Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica. - Expresiones de la ecuación de la recta. - Funciones cuadráticas. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 25
Contenidos de la Unidad Didáctica 9. Figuras Planas

Unidad 9: Figuras Planas	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>Bloque 3. GEOMETRÍA.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Geometría del plano. - Lugar geométrico. - Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 26
Contenidos de la Unidad Didáctica 10. Movimientos en el Plano

Unidad 10: Movimientos en el Plano	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 3. GEOMETRÍA.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Geometría del plano. - Lugar geométrico. - Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. - Traslaciones, giros y simetrías en el plano. - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 27

Contenidos de la Unidad Didáctica 11. Cuerpos Geométricos

Unidad 11: Cuerpos Geométricos	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados. - Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos y geométricos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 3. GEOMETRÍA.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. - La esfera. Intersecciones de planos y esferas. - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Nota. Fuente: Elaboración propia según el R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 28

Contenidos de la Unidad Didáctica 12. Estadística

Unidad 12: Estadística	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 5. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. - Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. - Gráficas estadísticas. - Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades. - Parámetros de dispersión.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 29

Contenidos de la Unidad Didáctica 13. Probabilidad

Unidad 13: Probabilidad	
<p>Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>Bloque 5. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> - Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral. - Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Diagramas de árbol sencillos. Permutaciones, factorial de un número. - Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Anexo 4. Criterios de Evaluación, Competencias Clave y Estándares de Aprendizajes Evaluables en relación con los contenidos didáctico, según el R.D. 1105/2014 (BOE, 2015).

Tabla 30

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 1: Números Racionales

Unidad 1: Números Racionales		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p>
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso. - Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica. - Jerarquía de operaciones. - Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz. - Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo. 	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida. CMCT, CAA</p>	<p>1.1. Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.</p> <p>1.2. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.</p> <p>1.3. Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.</p> <p>1.9. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 31

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 2: Números Reales

Unidad 2: Números Reales		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. -Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. -Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p>
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones. - Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo. 	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida. CMCT, CAA</p>	<p>1.1. Reconoce los distintos tipos de números, indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.</p> <p>1.2. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.</p> <p>1.3. Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.</p> <p>1.6. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos.</p> <p>1.8. Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.</p> <p>1.9. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p> <p>1.10. Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 32

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 3: Sucesiones

Unidad 3: Sucesiones		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.</p>
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas. 	<p>2. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos. CMCT</p>	<p>2.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.</p> <p>2.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.</p> <p>2.3. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver problemas.</p> <p>2.4. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 33

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 4: Polinomios

Unidad 4: Polinomios		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.</p>
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Jerarquía de operaciones. - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios. 	<p>3. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola. CMCT</p>	<p>3.1. Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.</p> <p>3.2. Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado.</p> <p>3.3. Factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 34

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 5: Ecuaciones

Unidad 5: Ecuaciones		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. -Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<ul style="list-style-type: none"> 2.Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA 3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones. CCL, CMCT, CAA 5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. CCL, CMCT, CAA, SIEP 10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras. CMCT, CAA, SIEP 	<ul style="list-style-type: none"> 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). 3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos 5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico. 10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Jerarquía de operaciones. -Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico). - Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos. - Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> 4. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos. CCL, CMCT, CD, CAA 	<ul style="list-style-type: none"> 4.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 35

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 6: Sistemas de Ecuaciones

Unidad 6: Sistemas de Ecuaciones		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado, reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<ul style="list-style-type: none"> 2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA 3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones. CCL, CMCT, CAA 5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. CCL, CMCT, CAA, SIEP 10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras. CMCT, CAA, SIEP 	<ul style="list-style-type: none"> 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). 3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos 5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico. 10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.
Bloque 2. Números y Álgebra		
<ul style="list-style-type: none"> - Jerarquía de operaciones. - Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. - Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico). - Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos. - Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> 4. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos. CCL, CMCT, CD, CAA 	<ul style="list-style-type: none"> 4.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 36

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 7: Funciones. Características

Unidad 7: Funciones. Características		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. -Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.</p> <p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.</p>
Bloque 4. Funciones		
<ul style="list-style-type: none"> - Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias. - Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente. - Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados. - Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica. - Expresiones de la ecuación de la recta. 	<p>1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica. CMCT</p>	<p>1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.</p> <p>1.2. Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.</p> <p>1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 37

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 8: Funciones Elementales

Unidad 8: Funciones Elementales		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado, reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT</p>	<p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.</p>
Bloque 4. Funciones		
<ul style="list-style-type: none"> - Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias. - Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente. - Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados. - Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica. - Expresiones de la ecuación de la recta. - Funciones cuadráticas. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana. 	<p>1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica. CMCT</p> <p>2. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado. CMCT, CAA, CSC</p> <p>3. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características. CMCT, CAA</p>	<p>1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.</p> <p>2.1. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.</p> <p>3.1. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.</p> <p>3.2. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 38

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 9: Figuras Planas

Unidad 9: Figuras Planas		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. - Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. 	<ul style="list-style-type: none"> 2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA 6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP 8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT 	<ul style="list-style-type: none"> 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. 8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.
Bloque 3. Geometría		
<ul style="list-style-type: none"> - Geometría del plano. - Lugar geométrico. - Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> 1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. CMCT 2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC 4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. CMCT, CAA, CSC, CEC 	<ul style="list-style-type: none"> 1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. 1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos. 2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas. 4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 39

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 10: Movimientos en el Plano

Unidad 10: Movimientos en el Plano		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT</p>	<p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.</p>
Bloque 3. Geometría		
<ul style="list-style-type: none"> - Geometría del plano. - Lugar geométrico. - Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. - Traslaciones, giros y simetrías en el plano. - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas. 	<p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC</p> <p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala. CMCT, CAA</p> <p>4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. CMCT, CAA, CSC, CEC</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. CMCT</p>	<p>2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p> <p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano</p> <p>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 40

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución

Unidad 11: Cuerpos Geométricos y de Revolución		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados. -Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos y geométricos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático CMCT</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema)</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.1 Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p>
Bloque 3. Geometría		
<ul style="list-style-type: none"> - Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. - La esfera. Intersecciones de planos y esferas. - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas. 	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. CMCT</p> <p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. CMCT</p>	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.2. Maneja las relaciones entre ángulos y resuelve problemas geométricos sencillos.</p> <p>2.1. Calcula el perímetro y área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 41

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 12: Estadística

Unidad 12: Estadística		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Reflexión sobre los resultados - Planteamiento de investigaciones matemáticas - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. CCL, CMCT, CAA, SIEP</p> <p>10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras. CMCT, CAA, SIEP</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.</p> <p>10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.</p>
Bloque 5. Estadística y Probabilidad		
<ul style="list-style-type: none"> - Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. - Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. - Gráficas estadísticas. - Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades. - Parámetros de dispersión. 	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada. CCL, CMCT, CD, CAA</p> <p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas. CMCT, CD</p>	<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p> <p>1.4. Elaborar tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Tabla 42

Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Competencias Clave de la Unidad 13: Probabilidad

Unidad 13: Probabilidad		
Contenidos	Criterios de Evaluación y Competencias Clave	Estándares de Aprendizajes Evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
<ul style="list-style-type: none"> - Planificación del proceso de resolución de problemas. - Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. - Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. - Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje 	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA</p> <p>5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. CCL, CMCT, CAA, SIEP</p> <p>10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras. CMCT, CAA, SIEP</p>	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.</p> <p>10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.</p>
Bloque 5. Estadística y Probabilidad		
<ul style="list-style-type: none"> - Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral. - Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Diagramas de árbol sencillos. Permutaciones, factorial de un número. - Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos. 	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada. CCL, CMCT, CD, CAA</p> <p>4. Estimar la posibilidad de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento. CMCT, CAA</p>	<p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>4.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.</p> <p>4.3. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.</p> <p>4.4. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia según R.D. 1105/2014 (BOE, 2015)

Anexo 5. Herramientas de evaluación

		RÚBRICA DE EVALUACIÓN DE TAREAS			CALIFICACIÓN
Conceptos	Conceptos (20%)	No identifica los conceptos principales y no utiliza un lenguaje matemático adecuado (0 pts)	Identifica algunos conceptos y, en ocasiones no utiliza un lenguaje matemático adecuado. (1 pts)	Identifica los principales conceptos, utilizando un lenguaje matemático para referirse a ellos. (2 pts)	
	Comunicación (20%)	No expresa el proceso seguido en la resolución de un problema o no lo hace correctamente (0 pts)	Expresa, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, pero con algunos errores (1 pts)	Expresa, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuadas. (2 pts)	
Procedimientos	Planteamiento del problema (25%)	No relaciona la información del enunciado con las posibles soluciones y no realiza estimaciones sobre los resultados (0 pts)	Relaciona la información del enunciado con alguna solución y realiza alguna estimación, pero se realiza de forma correcta y completa (1,25 pts)	Relaciona la información del enunciado con las posibles soluciones y realiza estimaciones sobre los resultados. (2,5 pts)	
	Resolución de problemas (25%)	No razona los problemas ni reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas (0 pts)	Razona los problemas, pero no reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas. O razona y reflexiona, pero no correctamente (0 25 pts)	Razona adecuadamente los problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas (2,5 pts)	
Actitudes	Análisis y comprensión (10%)	No realiza análisis del enunciado de los problemas y no detalla la información importante (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). (0 pts)	Analiza el enunciado de los problemas, pero no lo interpreta o relaciona correctamente. (0,5 pts)	Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema) (1 pts)	
Comentarios					

Figura 12 Rúbrica de evaluación de tareas. Fuente: Elaboración propia

	RÚBRICA DE EVALUACIÓN ENTRE IGUALES			Mi evaluación	Nombre compañero	Nombre compañero	Nombre compañero
	0 puntos	1,75 puntos	2,5 puntos				
Respeto (25%)	No ha mostrado respeto por los compañeros ni por el docente.	Ha sido correcto en general en el trato con los demás, pero ocasionalmente no ha mostrado respeto por algún compañero o profesor	Ha sido correcto en el trato con los demás.				
Esfuerzo (25%)	Ha trabajado poco o nada durante la actividad.	Ha trabajado la mayoría de las veces.	Ha trabajado a diario y ha cumplido con sus tareas.				
Colaboración (25%)	No ha colaborado ni muestra implicación en las actividades que se proponen.	Ha colaborado con el grupo en las actividades que se le asignan, pero no aporta ideas	Ha colaborado con el grupo en todo momento, trabajando y aportando ideas				
Actitud (25%)	No le interesa aprender ni que el grupo avance	Ha estado atento y ha participado la mayoría de las veces	Ha mostrado interés por aprender y ha participado activamente.				
			NOTA TOTAL				

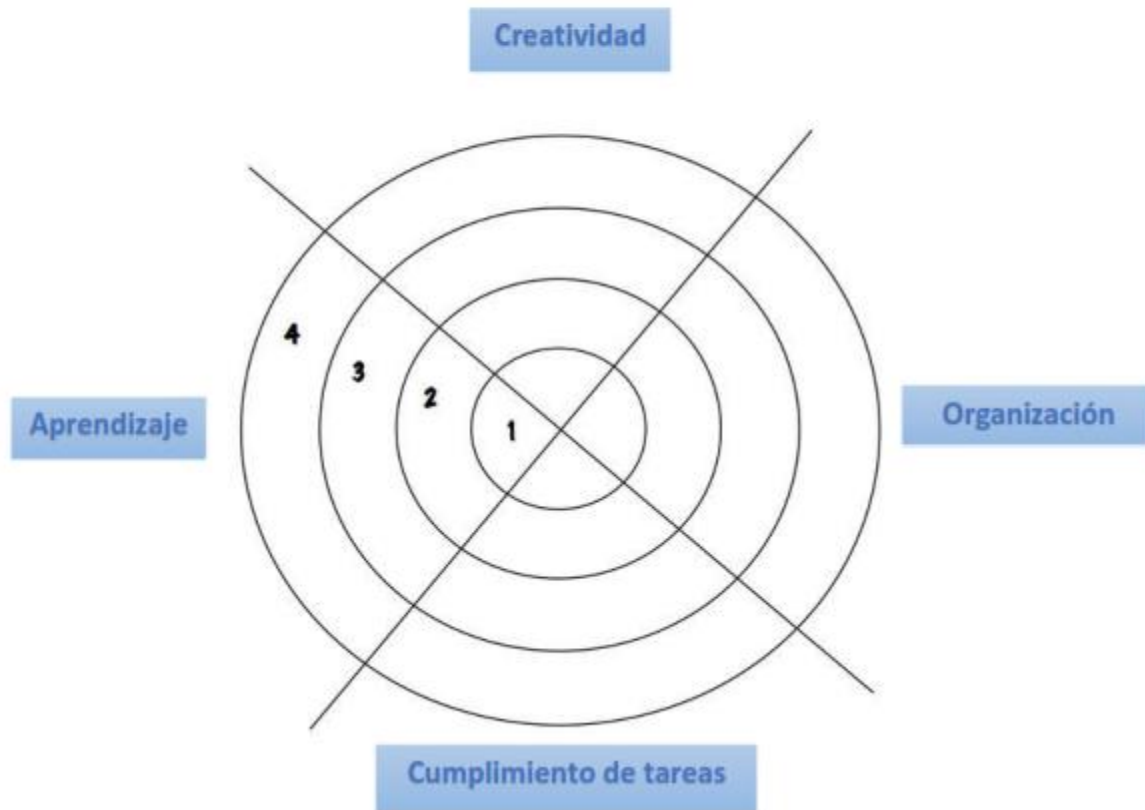
Figura 13. Rúbrica de coevaluación. Fuente: Elaboración propia

	RÚBRICA ACRE			
	0 puntos	0,75 puntos	1,75 puntos	2,5 puntos
Actitud (25%)	No atiende en clase y participa muy poco o nada, demostrando que no tiene interés por aprender.	Ha estado atento en las clases y participado solo algunas veces, no muestra interés por aprender.	Ha mostrado interés por aprender y ha participado activamente.	Ha mostrado mucho interés por aprender, prestando atención en clase, participando activamente y siendo proactivo.
Colaboración (25%)	No ha colaborado ni muestra implicación en las actividades que se proponen.	Colabora en las actividades que se le asigna, pero no muestra implicación en todas las actividades.	Se muestra colaborativo, se implica en todas las actividades que se plantean.	Ha sido muy colaborativo, se implica en todo y muestra capacidad de ayuda y colaboración con los compañeros que tienen dificultades.
Respeto (25%)	No ha mostrado respeto por los compañeros ni por el docente.	Ha sido correcto en general en el trato con los demás, pero ocasionalmente no ha mostrado respeto por algún compañero o profesor	Ha sido correcto en el trato con los demás.	Ha mostrado un respeto y amabilidad excelentes en el trato con los profesores y compañeros.
Esfuerzo (25%)	Ha trabajado poco o nada durante la actividad.	Ha mostrado capacidad de trabajo, pero no de superación ni de resolución de dudas. Ha trabajado en momentos puntuales.	Ha trabajado a diario y ha corregido sus errores.	Ha trabajado a diario con gran calidad y ha corregido sus errores, mostrando su afán de superación y realizando actividades voluntarias o complementarias.

Figura 14. Rúbrica ACRE (Actitud, Colaboración, Respeto y Esfuerzo). Fuente: Elaboración propia

DIANA DE AUTO EVALUACIÓN

PORTFOLIO



OBSERVACIONES:

A large, empty rounded rectangular box with a green border, intended for writing observations.

Figura 15. Diana de autoevaluación de Portfolio. Fuente: Elaboración propia

RÚBRICA PARA EVALUAR EL PORTFOLIO							
Criterios	Conceptos (20%)	Procedimientos (70%)				Actitudes (10%)	
	Vocabulario específico	Creatividad en la presentación	Coherencia en la redacción	Crecimiento y desarrollo	Reflexión	Puntualidad	Orden
Excelente (2,5 puntos)	Usa un vocabulario matemático correcto y pertinente	Presenta una excelente creatividad	Presenta coherencia en la redacción y una secuencia lógica. Se entiende perfectamente	Se evidencia que sí hubo aprendizaje.	Presenta una reflexión profunda del trabajo realizado	Entrega en la fecha estipulada	Presenta todos los documentos con el orden establecido
Bueno (2 puntos)	Usa ocasionalmente un vocabulario matemático	Presenta una creatividad escasa	La mayoría del trabajo tiene una coherencia en la redacción, pero la secuencia no está clara	Se evidencia que hubo un aprendizaje inicial	Presenta una reflexión media de los trabajos realizados	Entrega un día después de la fecha estipulada	Presenta todos los documentos, pero no con el orden solicitado
Regular (1,5 puntos)	Utiliza vocabularios matemático, pero no de forma correcta	Presentación normal	Presenta coherencia en la redacción, pero el uso de algunas palabras no es el correcto	Se percibe un escaso aprendizaje inicial	Presenta una reflexión muy pobre de los trabajos realizados	Entrega dos días después de la fecha estipulada	Faltan algunos documentos y no presenta el orden solicitado
Debe mejorar (1 punto)	No utiliza el vocabulario matemático	Presentación muy simple	No presenta una coherencia y secuencia lógica, por lo que es difícil su comprensión	No hay evidencia de aprendizaje	No presenta reflexión del trabajo realizado	Entrega tres días después de la fecha estipulada	Falta importante de documentos

Figura 16. Rúbrica de evaluación de Portfolio. Fuente: Elaboración propia

RÚBRICA DE EVALUACIÓN DEL PROYECTO							
	Contenido (20%)		Procedimiento (70%)				Actitud (10%)
	10%	10%	30%	5%	5%	30%	10%
	Identificación de elementos clave del reto	Contenido	Adquisición de conocimiento	Originalidad	Presentación	Exposición ante el grupo	Actitud
Nada (1pto)	No identifica los elementos clave	El contenido es mínimo o hay muchos errores.	El proceso seguido y la solución aportada no ha logrado adquisición de nuevos conocimientos	Usa las ideas de otras personas sin atribución.	Usa color, gráficos y efectos, pero no aumenta ni mejora la presentación	No demuestra dominio ni aprendizaje durante la exposición. Lee la presentación o no sabe explicar lo que dice.	No ha mostrado interés por el proyecto
Poco (2 ptos)	Identifica algunos elementos clave	Incluye información esencial acerca del tema, pero hay 1 o 2 errores.	El proceso seguido y la solución aportada ha logrado adquisición de nuevos conocimientos	Usa las ideas de otras personas con atribución, pero hay poca evidencia de pensamiento original.	Usa color, gráficos y efectos para aumentar la presentación, pero a veces, su uso es una detracción.	Demuestra poco dominio o aprendizaje durante la exposición. Demuestra solo saber lo que está en la diapositiva	Ha mostrado interés solo en momentos puntuales
Normal (3 ptos)	Identifica los elementos clave más importantes, dando solución al problema o reto.	Incluye conocimiento esencial acerca del tema	El proceso seguido y la solución aportada ha logrado adquisición de bastantes nuevos conocimientos	Tiene algún pensamiento original con nuevas ideas y perspectivas.	Usa color, gráficos y efectos para aumentar la presentación.	Demuestra aprendizaje durante la exposición, controla la presentación.	Se ha mostrado participativo y activo la mayor parte del tiempo
Mucho (4 ptos)	Identifica los elementos clave y va más allá, localizando elementos no previstos	El conocimiento del tema es excelente. Hay mucho detalle y ejemplos.	El proceso seguido y la solución aportada ha logrado adquisición de múltiples nuevos conocimientos	Muestra mucho pensamiento original. Las ideas son creativas.	Usa color, gráficos y efectos para aumentar la presentación en una manera excelente.	Demuestra dominio de la presentación	Se ha mostrado participativo y activo a lo largo de todo el proyecto

Figura 17. Rúbrica de Evaluación de Proyecto. Fuente: Elaboración propia

CUADERNO DE EQUIPO	
1. Nombre del equipo y logo	El nombre será elegido por el equipo, así como el logo será diseñado por ellos mismos.
2. Miembros del equipo	Nombre de todos los miembros del equipo
3. Cargos y funciones	Rol que asume cada uno de los componentes del equipo, así como las funciones que le corresponden
4. Normas de funcionamiento	Listado de normas de funcionamiento del equipo, que serán elaboradas por el mismo equipo
5. Planes de equipo	Cargos, objetivos del equipo y compromisos personales de los componentes para un periodo, que en principio se establecerá de dos semanas aproximadamente, la duración de cada unidad
6. Diario de sesiones	Evaluación de cada una de las sesiones
7. Revisiones periódicas del equipo	Revisiones que se irán haciendo a los planes de equipo, objetivos cumplidos, puntos a mejorar, tanto grupales como personales y una valoración general del trabajo en equipo

Figura 18. Cuaderno de equipo. Fuente: Elaboración propia en base a Pujolàs, 2009

DIARIO DE APRENDIZAJE
UNIDAD:
¿Qué he aprendido en esta unidad?
¿Qué actividades me han gustado más?
¿Qué dificultades he tenido? ¿Por qué?
¿Qué he conseguido?
¿Me he esforzado?
¿Qué mejorarías?
Comentarios:

Figura 19. Diario de aprendizaje. Fuente: Elaboración propia

Anexo 6. Presentación del Proyecto de Geometría

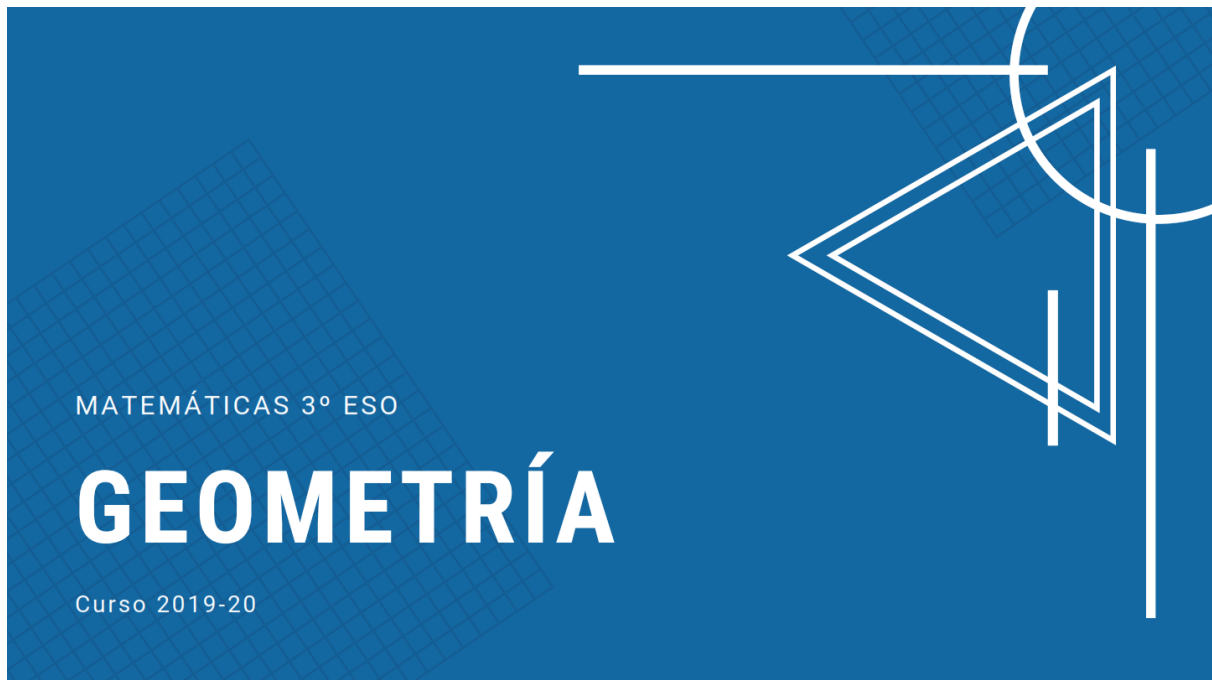


Figura 20. Presentación del proyecto de geometría 1. Fuente: Elaboración propia

DPTO. DISEÑO E INNOVACIÓN

3º ESO

Comenzamos un nuevo proyecto de diseño e innovación. Queremos lanzar una nueva línea llamada "Geometría". Con vuestros diseños estamos seguros de que la empresa volverá a tener un nuevo éxito.
¡VAMOS A POR ELLO!

The image shows a white grid background. In the center, there is a blue geometric design consisting of a triangle and a square-like shape. Below the grid, there is a solid blue horizontal line.

Figura 21. Presentación del proyecto de geometría 2. Fuente: Elaboración propia

OBJETIVO

LÍNEA GEOMÉTRICA: VASOS

La primera fase del proyecto será el diseño de una línea de VASOS.

Nuestra base serán los cuerpos geométricos y de revolución. Nuestros vasos deberán cumplir unos requisitos establecidos en cuanto al volumen y superficie, ya que su coste dependerá directamente de ellos. Tenemos a nuestra disposición las impresoras 3D para realizar las pruebas de impresión necesarias para alcanzar nuestro objetivo.

Vamos a diseñar unos vasos, que serán el referente en el mercado en los próximos meses.

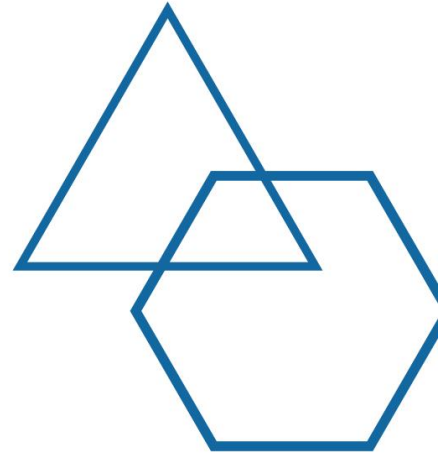


Figura 24. Presentación del proyecto de geometría 5. Fuente: Elaboración propia

EL CLIENTE

REQUISITOS DEL PROYECTO

DIMENSIONES

Volumen: máx 250 ml
Superficie: No establecida, pero se ha de presentar, así como el desarrollo de la pieza, ya que influye en los costes de fabricación.

IMPRESIÓN 3D

Se ha de entregar una muestra de la pieza en 3D de cada uno de los vasos diseñados

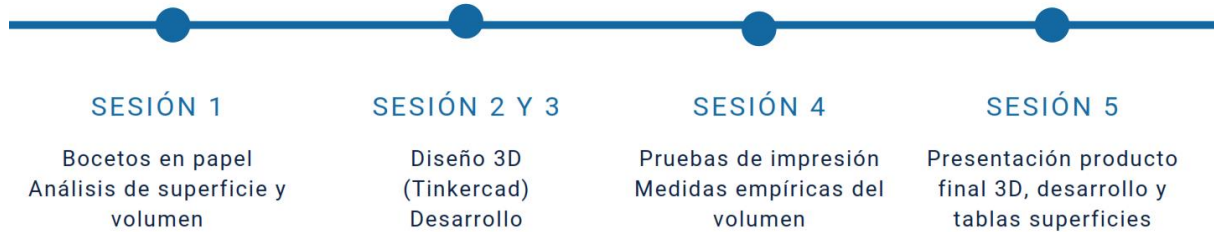
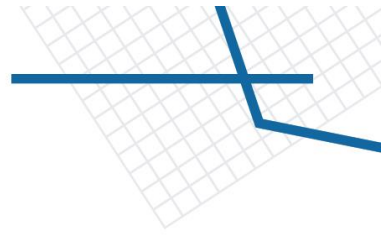
PRESENTACIÓN

Se realizará una presentación del proyecto realizado donde se aprecie el proceso llevado a cabo.

Figura 25. Presentación del proyecto de geometría 6. Fuente: Elaboración propia

TIME LINE

DESARROLLO DEL PROYECTO



Durante todas las sesiones se realizará una grabación del proceso seguido durante la sesión

Figura 26. Presentación del proyecto de geometría 7. Fuente: Elaboración propia

Documentos a Presentar

- **PIEZA EN 3D**
Pieza diseñada impresa en 3D
- **PRESENTACIÓN**
Presentación del proyecto en digital
- **CÁLCULOS Y BIBLIOGRAFÍA**
Hoja de cálculo con los cálculos y medidas de superficie y volumen de la pieza.
Bibliografía
- **VÍDEO**
Vídeo del proceso seguido en la elaboración del proyecto

Figura 27. Presentación del proyecto de geometría 8. Fuente: Elaboración propia

¡¡¡VAMOS A DISEÑAR!!!

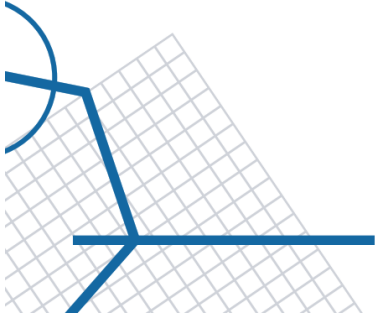


Figura 28. Presentación del proyecto de geometría 9. Fuente: Elaboración propia