ESTRATEGIA METODOLÓGICA DE CARÁCTER HEURÍSTICO PARA EL ESTUDIO DE LAS RELACIONES DE MEDIDAS GEOMÉTRICAS: EL CASO DE ÁREAS Y PERÍMETROS

Armando Morales Carballo
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México
armando280@hotmail.com

RESUMEN

En este trabajo, mostraremos el papel de una Estrategia Metodológica de carácter heurístico en la solución de dos problemas de tipo geométrico y que están relacionados con los conceptos de área y perímetro. A partir de construcciones geométricas con ayuda del software GoeGebra, pretendemos abordar las relaciones entre perímetros y las relaciones entre áreas, mostrando así, los procesos de la elaboración del conocimiento y destacando el papel de la heurística en dicho proceso. De esta forma, se aportan elementos para la enseñanza-aprendizaje de los conceptos en el Nivel Medio Superior[1].

Palabras clave: Estrategia metodológica, procedimientos heurísticos, problema, área y perímetro

INTRODUCCIÓN

En el artículo se expone la solución de dos problemas de tipo geométrico apoyados en una Estrategia Metodológica de carácter heurístico, dichos problemas geométricos están enmarcados en una de las situaciones típicas de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, denominada “Resolución de ejercicios y problemas”, el objetivo de tal solución es mostrar el papel de la heurística en la elaboración del conocimiento sobre las relaciones entre perímetros y relaciones de áreas de figuras planas. De esta manera, tendremos los argumentos que permitan sustentar que los aprendizajes sobre contenidos de la matemática, no deben ser vistos como productos acabados, sino que dichos aprendizajes son procesos de elaboración los que lo posibilitan.

De igual manera, queremos resaltar la importancia de rescatar los procedimientos heurísticos en la solución de ejercicios y problemas, para de esta forma, se puede mostrar incluso, el andamiaje de los saberes, las contradicciones que posibilitaron la consistencia de conceptos, relaciones y propiedades sobre perímetros y áreas de figuras planas.

[1] El Nivel Medio Superior en México, equivale al Nivel Pre-universitario.

ELEMENTOS TEÓRICOS

El enfoque histórico-cultural de Vigotsky, establece que la elaboración del conocimiento ocurre en dos etapas, la primera se da a partir de la interacción sociocultural del individuo y la segunda, ocurre como proceso de internalización individual, Hernández (1997). En las dos etapas de elaboración del conocimiento del individuo, las leyes generales de desarrollo de la Teoría del Conocimiento, juegan un papel central, pues se revela que la fuerza motriz del desarrollo es la contradicción.

Rizo y Campistrous, (2011), establecen que la matemática no puede verse como un producto del pensamiento libre del hombre, sino que a lo largo de la historia del desarrollo humano, ésta ha tenido su razón de ser, al posibilitar la comprensión y desarrollo de la misma, según la necesidad en cada etapa del desarrollo humano sobre el desarrollo de su conocimiento, de esta forma se puede decir que hay razones prácticas que le dan origen al desarrollo de la noción de la matemática, y en un momento histórico concreto.

En el contexto de la enseñanza-aprendizaje, en particular de la matemática, las estrategias didácticas juegan un papel central, ya que cada una de ellas tipifica una situación de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, Sigarreta, et al., (2011) sostiene que las estrategias didácticas se conciben como mediadores externos que se modelan en el curso de la interacción entre los que aprenden y los que enseñan.

Desde esta perspectiva, las estrategias didácticas son producto de elaboraciones más complejas, como las llamadas metodologías. Sin embargo, el investigador considera, que las estrategias didácticas son diseñadas a partir de la perspectiva del profesor, del alumno o del plan de estudios y principalmente en función del contenido. Dado que cada estrategia didáctica tiene como objetivo favorecer el trabajo en el aula para el abordaje de los contenidos sobre los cuáles se forma el individuo o el estudiante, entonces, en toda estrategia didáctica se atiende la enseñanza-aprendizaje de los elementos asociados a los contenidos que en el momento se están estudiando.

Problema:

Del concepto problema, asumimos la posición de Sigarreta y Laborde, (2004) que consideran que un problema es aquel en el que:

1. Existirá una situación inicial y una situación final.
2. La vía de pasar de una situación a otra debe de ser desconocida o que no se pueda acceder a ella de forma inmediata.
3. Debe existir el estudiante que quiera resolverlo.
4. El estudiante dispone de los elementos necesarios para buscar las relaciones que le permitan transformar la situación.

Campistrous y Rizo (1996), definen problema como “aquella situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla. La vía de pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer realizar la transformación”.

Observamos que las definiciones anteriores no se contraponen, más bien enfatizan en el papel que juega la persona quien resolverá la situación. Por lo tanto, consideramos que la estrategia metodológica debe establecer el papel del estudiante en el proceso de solución de los problemas y en ella jugarán un papel fundamental los procesos heurísticos.

ESTRATEGIA METODOLÓGICA

Sigarreta, et al. (2011), define una estrategia metodológica como una concepción sistémica que en el plano de la enseñanza y del aprendizaje estructura una determinada práctica dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje para incidir en el desarrollo de una habilidad, proceso o conocimiento de manera general. De esta manera, la estrategia que propone el investigador y que utilizaremos en este trabajo es de carácter metodológico y su característica principal es la de proveer un método para la enseñanza en nuestro caso, de los conceptos de perímetro y área y las relaciones que guardan mediante la utilización de recursos heurísticos.

La estrategia metodológica que utilizaremos es la que estructura Sigarreta, et al. (2011) tomando como elementos teóricos los aportes del enfoque histórico-cultural, y de la teoría de las acciones mentales.
Dicha estrategia, consta de la siguiente estructura:

Etapa de Orientación. Esta etapa ayuda al profesor a considerar los principios a tener en cuenta para el proceso de resolución de problemas, el trabajo del docente estará orientado a partir de identificar la importancia de los principios heurísticos y didácticos. Ya que en éstos principios es donde se ven reflejados todos los elementos teóricos considerados. Los procedimientos heurísticos que pueden utilizarse son: Analogía, reducción, inducción, generalización.

En nuestro caso, enfatizaremos en la **Inducción**, que consiste en llegar a la suposición de que existe una relación general, a partir del análisis de una serie de resultados particulares.

También utilizaremos la **Generalización**, que permite obtener suposiciones para un conjunto de objetos, fenómenos o relaciones, a partir del análisis de un caso especial o particular.

Diagnóstico. Se sustenta en un conjunto de acciones por parte del profesor. Exige un diagnóstico, a partir de los elementos relacionados con los recursos heurísticos que poseen los alumnos, además se considera el conocimiento matemático que el alumno posee. Se conocen los intereses cognitivos y es aquí donde se deben evidenciar carencias y fortalezas para tener un punto de partida.

Etapa de Ejecución. En esta etapa y de los resultados del diagnóstico, se consideran los siguientes elementos:

1. Clasificación de los Problemas. Se propone una clasificación de los problemas en Estructurales (aquellos que pueden resolverse según sean análogos en cuanto a su estructura o en cuanto al proceso de solución con otros problemas ya resueltos) y Reductivos (que pueden resolverse transformándolos a nuevos problemas en donde se pueda vislumbrar mejor una vía de solución o reducirlos a problemas ya resueltos)
2. Recurso Heurístico a utilizar. Se debe tener en cuenta cuál va a ser el recurso que se quiera fortalecer o enseñar.
3. Momento del desarrollo del contenido. Cuáles son los temas que los estudiantes necesitan o están en posición de aprender.
4. Nivel de profundidad. Donde en función del objetivo aparecen además los diferentes tipos de problemas. Algunos ejemplos.
    - Problemas abiertos con varias soluciones
    - Problemas con datos contradictorios
    - Entre otros.
5. Habilidad Matemática.

ESTRATEGIA HEURÍSTICA

Después del diagnóstico, y considerando la fortalezas y desventajas sobre el contenido. Se proponen las siguientes acciones, que constituyen la estrategia heurística.

***ACCION 1: Orientación. OPERACIONES*:**

¿Qué problema vas a enfrentar? ¿Has visto alguno formulado de manera parecida? ¿Es un problema real? ¿Está relacionado con tu entorno sociocultural? ¿Qué relaciones reales son expresadas en el texto del problema? ¿Qué elementos conoces sobre la actividad abordada en el texto del problema? ¿Son familiares para ti todos los términos que intervienen en la formulación del problema? ¿En qué campo de conocimientos se mueve el problema planteado?

***ACCION 2: Ejecución. OPERACIONES*:**

Clasifica el problema: estructurales o reductivos, en su debida subclasificación. Elabora un esquema, diagrama, tabla, etc. ¿Son suficientes los datos? ¿Existen datos contradictorios? Delimita qué conocimientos se relacionan con los elementos del problema. Realiza transformaciones equivalentes en la premisa y/o la tesis. ¿Has resuelto un problema parecido o relacionado con éste? Escoge un lenguaje apropiado o una notación adecuada.

ACCION 3: Control. OPERACIONES:

¿Todas las soluciones halladas son soluciones del problema? Explica con tus palabras cómo arribaste a la solución. ¿Puede ser generalizado el método de solución encontrado?

La última etapa que constituye la estrategia metodológica, es la **Etapa de Control.** Esta etapa es fundamental, ya que en ella el profesor y el estudiante pueden retroalimentarse sobre el contenido abordado, a través de analizar, observar, etc., todo el procedimiento llevado acabo. Aunque es la última etapa de le estrategia, en realidad se puede llevar a cabo en cualquier momento del proceso, incluso el estudiantes debe estar en condiciones de realizar controles parciales que le permitan identificar cuál es el nivel desarrollo que se va alcanzado.

En este trabajo nos interesamos más por los procedimientos heurísticos que considera la estrategia Metodológica, ya que el trabajo queda a nivel teórico.

SITUACIÓN PROBLEMA 1

Sea un triángulo cualquiera ABC de área S y un punto P en su interior. Si por P se trazan paralelas a cada uno de los lados, se forman tres nuevos triángulos de áreas S_1, S_2, S_3.

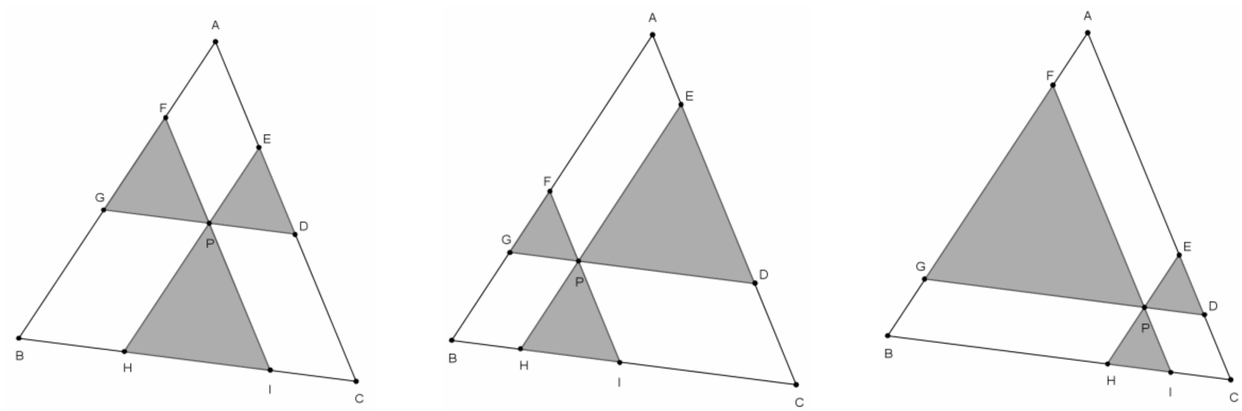
1. Hallar una relación entre los perímetros de los triángulos formados y el original.
2. Hallar una relación entre las áreas de los triángulos formados y el original.

Previo a resolver cada una de las situaciones planteadas, vale asumir una posición sobre lo que entenderemos por punto interior de un polígono, y en particular de un triángulo. Dado que en la práctica tradicional de la enseñanza de la Geometría esta situación se considera como algo que es entendido por toda la comunidad, ocurre que los que estamos realizando actividades docentes, debemos considerar que estamos formando a profesionales en la disciplina y por lo tanto, entre más claros los conceptos, la matemática la hacemos más consistente.

En tal sentido, asumiremos la posición de Pogorélov, (1974) que establece que: *un punto X se halla en el interior de un polígono si pertenece a todos los semiplanos marcados y no pertenece al polígono***.** En el caso particular de un triángulo ABC, podemos decir que **un punto** P *está en el interior, si pertenece a la intersección de los tres semiplanos,* y a partir de aquí, se desprenden definiciones equivalentes, como la siguiente: *Un punto está en el interior de un triángulo se está en el interior de los tres ángulos interiores del triángulo dado.*

Para resolver la **situación 1**, consideramos los siguientes aspectos enmarcados en la metodología descrita en el epígrafe anterior.

- Por un punto interior de un triángulo, entenderemos aquel punto P que es interior a los tres ángulos interiores de un triángulo dado.
- Sea un triángulo ABC y un punto P interior a él. Tracemos las paralelas a cada lado e identifiquemos los triángulos formados. En la siguiente ilustración, se muestran tres comportamientos de los triángulos formados, a medida que el punto interior P es movido en el interior del triángulo principal ABC



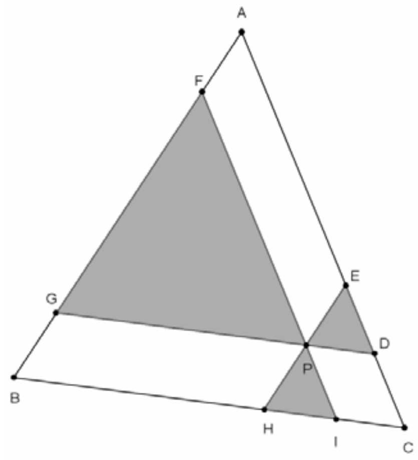
a) b) c)

Figura 1.

- Apoyados en el software GeoGebra, podemos animar el punto P y entonces, los triángulos formados cambian de tamaño y de medida de sus área, la pregunta natural es ¿Cada vez que se mueve P en el interior del triángulo ABC, la forma y la medida de los perímetros de los triángulos formados también cambia?, ¿Es posible establecer una relación entre sus perímetros y el del triángulo principal ABC?

En este momento, tenemos como objetivo motivar al alumno a hacer suyo el problema, pero lo más importante es crearle una contradicción interna, de tal manera que cuando él trate la actividad, esa contradicción sea la fuerza motriz del desarrollo de su noción para establecer la relación motivada.

- Posteriormente, utilizando GeoGebra, determinamos la medida del perímetro de los triángulos en cada caso y hacemos la comparación con la medida del perímetro del triángulo principal ABC
  Por ejemplo: Considerando el triángulo de c) de la Figura 1., obtenemos las siguientes medidas.



$P(\Delta ABC) = 20.65,$

$P(\Delta HIP) = 3.85, \qquad P(\Delta GPF) = 13.21, \qquad P(\Delta PDE) = 3.59$

A simple vista, no se ve cuál puede ser la relación entre las medidas determinadas. Sin embargo, si sumamos las medidas de los perímetros de los tres triángulos formados, tendremos:

$$P(\Delta HIP) + P(\Delta GPF) + P(\Delta PDE) = 3.85 + 13.21 + 3.59 = 20.65$$

y al comparar este valor, con la medida del perímetro del triángulo ABC vemos que los valores coinciden, de igual manera podemos proceder en los otros dos casos, y la relación es análoga.

Esto motiva a buscar justificar matemáticamente esta conjetura, sobre la generalización de la relación numérica anterior.

En este momento, se favorece la reflexión y la búsqueda de herramientas para enfrentar la situación de validar o refutar la conjetura. La visualización cobra importancia en este momento, viendo ésta por supuesto, como una herramienta que permite identificar y aislar algunas propiedades de los triángulos y casos especiales de cuadriláteros, los paralelogramos.

Sea $P(\Delta ABC)$ el perímetro del triángulo ABC, entonces:

$$P(\Delta ABC) = AB + BC + CA.$$

Por definición de paralelogramo, tenemos que:

$$BH = GP, IC = PD, EA = PF, HP = BG, IP = CD, EP = AF.$$

Entonces,

$$AB = EP + FG + HP, BC = GP + HI + PG, CA = IP + DE + PF.$$

Así, el perímetro del triángulo ABC , se puede escribir como:

$$P(\Delta ABC) = EP + FG + HP + GP + HI + PD + IP + DE + PF =$$
$$= (GP + PF + FG) + (HI + IP + HP) + (DE + EP + PD) = P(\Delta GPF) + P(\Delta HIP) + P(\Delta PDE).$$

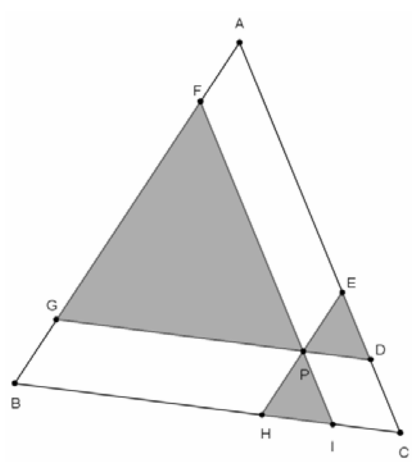
De lo anterior se tiene que:

$$P(\Delta ABC) = P(\Delta GPF) + P(\Delta HIP) + P(\Delta PDE).$$

Por tanto, la suma de los perímetros de los tres triángulos formados es igual al perímetro del triángulo principal. En esta etapa de la solución al problema, hemos mostrado, que el papel de la heurística es fundamental, en dos sentidos. Primero, la comprobación en casos particulares, permite redescubrir el comportamiento general, segundo, a partir del redescubrimiento, se crea una necesidad, la abstracción matemática. De esta manera, cobra sentido el estudio y utilidad de los conceptos de la matemática, para atender problemas más generales, y que sin embargo, en una práctica tradicional de enseñanza no se favorece esta vía de conducción de la enseñanza-aprendizaje del concepto de perímetro.

Una consecuencia de esta forma de trabajar la geometría, es la posibilidad de justificar que si el triángulo principal dado es equilátero, entonces la suma de las alturas de los triángulos formados es igual a la altura del triángulo principal ABC .

Como motivación a la solución de la **situación problema 2**, utilizamos el software GeoGebra, para analizar algunos casos particulares, en este caso, iniciamos por analizar el triángulo c) de la Figura 1.



En este caso, el área:

$S = A(\Delta ABC) = 20.44, S_1 = A(\Delta HIP) = 0.71, S_2 = A(\Delta PDE) = 0.62, S_3 = A(\Delta GPF) = 8.37.$

Podemos observar que:

$$\left(\sqrt{0.71} + \sqrt{0.62} + \sqrt{8.37}\right)^2 \approx 20.45$$

Eso significa que el cuadrado de la suma de las raíces de las áreas de los triángulos formados está relacionada con la medida del área del triángulo principal y se observa que, la diferencia entre ellas es mínima, según el análisis de casos, esta diferencia se debe a los redondeos que establece el sotfware.

Para establecer **la conjetura**, es suficiente con mover el punto P , y habremos de observar que independientemente de la posición, el cuadrado de la suma de las raíces de las áreas de los triángulos formados es igual a la medida del área del triángulo principal. De esta forma se conjetura y se exige su demostración, para rechazar dicha conjetura, o establecerla como propiedad.

Después de establecer la conjetura, es el momento en que el alumno, reflexiona sobre qué herramientas de la matemática utilizar para hacer la demostración. A diferencia de la situación 1, en este caso, es difícil que con sólo la definición de área se pueda validar la conjetura, es decir; el alumno redescubre, la utilidad de propiedades de la semejanza, para establecer la relación de áreas y validar o refutar la conjetura. De entre las propiedades de la semejanza que se utilizan, están las siguientes: *Dos triángulos son semejantes si tienen sus lados paralelos o perpendiculares entre sí***.**

Así que por construcción, el triángulo principal es semejante a cada uno de los tres triángulos formados. Por otra parte, dado que hay semejanza de triángulos y además necesitamos tratar la conjetura que relaciona las áreas de los triángulos formados y el área del triángulo principal, entonces, redescubrimos la necesidad de utilizar la siguiente propiedad: *La razón entre las áreas de dos triángulos semejantes es al cuadrado de la razón de sus lados proporcionales.* Lo anterior no significa que directamente o de forma inmediata se conoce la herramienta o propiedad a utilizar, sino que es producto de un proceso de búsqueda, es decir, que en ese camino de búsqueda, también se pudo haber establecido la relación de los perímetros, o las áreas y los perímetros. De hecho, se puede demostrar que: *La razón de los perímetros de dos triángulos semejantes es a la razón de los lados proporcionales.*

A continuación demostramos que: *La razón entre las áreas de dos triángulos semejantes es al cuadrado de la razón de sus lados proporcionales.*

Demostración:

Sean los triángulos semejantes ABC y $A'B'C'$, sea k la razón de semejanza, entonces:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k.$$

Utilizando una de las fórmulas para determinar el área de un triángulo dado, tenemos:

$$A(\Delta ABC) = \frac{AB \cdot AC \sin\alpha}{2},$$

$$A(\Delta A'B'C') = \frac{A'B' \cdot A'C' \sin\alpha}{2}.$$

Formando la razón de las áreas, se tiene:

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta A'B'C')} = \frac{\frac{AB \cdot AC \sin\alpha}{2}}{\frac{A'B' \cdot A'C' \sin\alpha}{2}} = \frac{AB \cdot AC}{A'B' \cdot A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \cdot \frac{AC}{A'C'} = k^2.$$

Utilizando el resultado anterior, podemos establecer a partir de considerar el triángulo c) de la Figura 1., que

$$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{HI}{BC}\right)^2, \frac{S_2}{S} = \left(\frac{PD}{BC}\right)^2, \frac{S_3}{S} = \left(\frac{GP}{BC}\right)^2.$$

Por definición de paralelogramo, se tiene que: $BC = GP + HI + PD,$ y de las igualdades anteriores, se establece que:

$$\frac{HI}{BC} = \sqrt{\frac{S_1}{S}}, \qquad \frac{PD}{BC} = \sqrt{\frac{S_2}{S}}, \qquad \frac{GP}{BC} = \sqrt{\frac{S_3}{S}}$$

Sumando miembro a miembro, las igualdades anteriores y aplicando propiedades de los radicales se tiene:

$$\frac{HI}{BC} + \frac{PD}{BC} + \frac{GP}{BC} = \sqrt{\frac{S_1}{S}} + \sqrt{\frac{S_2}{S}} + \sqrt{\frac{S_3}{S}} = \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S}}$$

Pero $BC = GP + HI + PD$, así que:

$$1 = \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S}}$$

Luego:

$$S = \left(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}\right)^2 .$$

Por lo tanto, la conjetura ha sido demostrada verdadera, así que se establece como propiedad. Como podemos observar, los métodos heurísticos resultan fundamentales, no sólo para resolver los problemas, sino que son un medio para la elaboración del conocimiento, la ventaja de esta herramienta es la muestra del proceso de formación de nociones, propiedades, relaciones y generalizaciones. Por lo que, la metodología aplicada, atiende la enseñanza-aprendizaje de los conceptos de áreas y perímetros de figuras planas, y muestra que tanto la enseñanza como el aprendizaje son vistos y concebidos como proceso, no se presenta como algo acabado. Por otra parte, la necesidad de la elaboración del conocimiento, es motivado a partir de la actividad realizada en la práctica.

A pesar de que, es particular el abordaje de contenido y centrado en las áreas y perímetros, en el proceso de solución se ha mostrado el camino de la verdad, según la teoría del conocimiento y que se ha favorecido, a partir de la consideración de las acciones mentales por etapas que trabaja Galperin, y que sistematizan su precursores.

A partir del trabajo anterior, se motiva el estudio de las siguientes situaciones:

a) Si dado un triángulo con una circunferencia inscrita, se trazan triángulos a partir de considerar la tercer tangente en cada arco menor ¿Cómo es la suma de sus perímetros comparada con el perímetro del triángulo dado?
b) Si las tres tangentes interiores son paralelas a los lados respectivos del triángulo principal: 1. Establecer una relación entre las seis tangentes. 2. Establecer una relación entre las áreas de los tres triángulos formados y el área del triángulo principal.

En cada situación, los métodos heurísticos, permiten el redescubrimiento de comportamientos, y la exigencia a utilizar propiedades, que permitan desarrollar la solución.

CONCLUSIONES

La estrategia heurística utilizada en la solución de los problemas como se indica en este reporte, tiene la ventaja de que son producto de la elaboración de una estrategia metodológica, lo que significa que tiene sustento tanto teórico como psicopedagógico y eso favorece no sólo la solución del problema como tal, sino, que incide en el desarrollo de la personalidad del alumno y en la adquisición de valores.

Por otra parte, los problemas a los cuales aplicamos la estrategia metodológica para su solución, permiten mostrar los procesos de elaboración del conocimiento, en el caso concreto de establecer las relaciones entre perímetros y entre áreas. De esta manera, se revela la enseñanza-aprendizaje como un proceso, en el cual se redescubren propiedades generales, que permiten sistematizar las conjeturas durante el desarrollo de la solución.

Con la utilidad de la estrategia metodológica considerada en este trabajo, se refuerza que la herramienta matemática permite resolver situaciones identificadas en este caso, en la historia y en un momento concreto. El caso de las áreas y los perímetros de figuras planas, permiten resolver situaciones complejas, que pueden enriquecer el desarrollo de la misma Matemática.

A cerca de las relaciones establecidas entre los perímetros, se demuestra que la suma de los perímetros de los triángulos formados es igual al perímetro del triángulo principal. Por otro lado, se prueba que el área del triángulo principal es igual que el cuadrado de la suma de las raíces de las áreas de los triángulos formados. Estas no son las únicas relaciones que se pueden establecer, sin embargo, a estas relaciones se orientó el desarrollo. Lo relevante de esto, es que en cada búsqueda, hay elaboración de conocimiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Pogorélov, A.V. (1974). *Geometría Elemental*. Rusia: Mir Moscú.

Campistrous, L y C. Rizo (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos.* Editorial Pueblo y Educación, La Habana. P.IX.

Hernández, G. (1997). *Bases psicopedagógicas.* México: Editado por ILCE-OEA.

Sigarreta, J.M. y Laborde, J.M. (2004). *Estrategia para la resolución de problemas como un recurso para la interacción sociocultural*. Revista Premisa, 6(22), 15-28.

Bulajich, R. y Gómez, J.A. (2010). *Geometría: Ejercicios y problemas.* México: Instituto de Matemáticas UNAM.

Bulajich, R. y Gómez, J.A. (2010). *Geometría.* México: Instituto de Matemáticas UNAM.

Campistrous, L. y Rizo, C. (2011). *Algunas implicaciones de la filosofía marxista para la enseñanza de la Matemática: El caso de Cuba.* Revista IBERO-AMERICANA DE EDUCACAO. 56, 179-199.

Sigarreta, J.M. et al. (2011).*Metodología para el tratamiento de los problemas matemáticos.* Revista Premisa, 13(48), 28-40.