Les mots et les images en mathématiques et ailleurs

François Blanchard

LES MOTS ET LES IMAGES EN MATHÉMATIQUES ET AILLEURS.

FRANÇOIS BLANCHARD

Résumé. Parmi les obstacles qui empêchent ou ralentissent la communication entre les mathématiciens et les expérimentalistes, nous relevons que certains sont de nature sémantique. En effet, de par son extrême spécificité et son caractère déductif, le langage mathématique est incapable d'appréhender la notion d'expérience ; il pousse un certain nombre de mathématiciens à refuser à la métaphore et à la métonymie toute place dans un discours scientifique achevé, ce qui est (relativement) légitime dans le leur, mais certainement pas dans ceux de la physique, de la chimie, de la biologie et des autres domaines scientifiques. D'où des malentendus fréquents entre mathématiciens et spécialistes d'autres disciplines.

Ces malentendus ne sont toutefois pas une norme, puisque la communication se fait malgré tout. La notion de *complexe intermédiaire*, introduite ici, vise à rendre compte à la fois des malentendus et du dialogue existants. Il s'agit d'une expression tirée du langage courant, porteuse de sens variés et reprise par une ou plusieurs disciplines pour symboliser une question scientifique encore mal formulée. Un complexe intermédiaire se prête à des interprétations divergentes, certaines scientifiques et d'autres non ; c'est aussi un moyen de communication approximative qui permet à diverses sciences de dialoguer dans une perspective de travail commun.

abstract. Among the obstacles that hinder communication between mathematics and experimental sciences, some are linguistic by nature. Indeed, because of its very peculiar character and of the fact that it relies solely on deduction, the language of mathematics cannot grasp the notion of experiment ; it also induces a significant number of mathematicians to deny metaphore and metonymy any place in elaborate scientific language. While this denial is rather legitimate in their own field, it is certainly not so in physics, chemistry, biology and elsewhere. Hence frequent misunderstandings between mathematicians and other researchers.

However, misunderstanding is far from being a general rule, as shown by the existing interactions between sciences. Here we introduce the notion of *intermediate complex*, in order to account for situations in which misunderstandings and understandings both occur. An intermediate complex is a word or a phrase from common language, together with its various meanings, that has been chosen in one or several fields to express a scientific question that has not yet been formulated properly. An intermediate complex can be interpreted in different ways, some scientific and others not. It is a communication medium which allows different sciences to talk and work together.

Die Mathematiker sind eine Art Franzosen : redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsbald ganz etwas anders.

Les mathématiciens sont comme les Français : ce qu'on leur dit, ils le traduisent dans leur langue, et c'est alors quelque chose de complètement différent.

J. W. von Goethe : *Maximen und Reflexionen* (1805)

1. Introduction.

Chaque scientifique qui a cherché un jour le dialogue avec des spécialistes d'une science autre que la sienne a pu se rendre compte de la difficulté de la tâche. On ne se comprend pas facilement d'une discipline à une autre. Les objectifs sont toujours de nature différente, plus ou moins suivant les situations ; les méthodes et les procédés de validation diffèrent, et on ne s'exprime pas de la même manière. Quand l'un des partenaires n'a pas déjà lui-même balisé le terrain, il faut en général plusieurs années pour arriver à bien communiquer.

Key words and phrases. épistémologie comparée, mathématiques, complexe intermédiaire, mot, métaphore.

Je voudrais illustrer ce constat à l'aide d'un cas extrême, celui du dialogue entre les mathématiques et les autres sciences, et proposer l'hypothèse que voici : *le caractère déductif du discours mathématique dans sa forme achevée a pour conséquence qu'en mathématiques l'usage sémantique de la langue n'est pas de même nature que dans les sciences expérimentales ou humaines.* J'introduis à cette occasion la notion de *complexe intermédiaire*, qui me paraît représentative de cette différence ; nous verrons plus loin de quoi il s'agit.

L'absence d'esprit concret des mathématiciens était déjà un lieu commun bien avant la publication du « Savant Cosinus » ; il s'agit ici de dépasser l'image amusante et un peu distordue que cet album en présente, en explorant les structures profondes dont elle n'est qu'un reflet déformé.

Disons tout de suite que pour vraiment fonder cette thèse, il faudrait un travail de longue haleine dont ce texte représente au mieux le début. Et ajoutons qu'elle ne signale qu'un aspect parmi tous ceux qui différencient la pratique des mathématiques de celle des autres sciences.

Lorsqu'on écrit des mathématiques ou lorsqu'on fait un exposé, analogies et glissements de sens n'ont leur place que dans le discours *autour* des théories et des résultats ; ils peuvent servir d'instruments pédagogiques, mais leur importance reste secondaire, puisque les relations qu'ils illustrent ont été soumises au préalable à une vérification rigoureuse ; celles qu'ils ont suggérées et qui se sont révélées fausses, on n'en parle plus qu'à l'occasion, pour éviter des équivoques. Insérés *dans* les développements proprement mathématiques, ils en détruiraient la rigueur et nieraient la notion même de preuve. Dans la recherche ils doivent donc être réservés à la démarche exploratoire, et écartés dans la démonstration proprement dite. Au contraire, la métaphore joue un rôle essentiel pour la représentation de la nature : entre la théorie qui se construit, qu'elle soit ou non mathématisée, et la réalité qu'elle cherche à exprimer, la relation est souvent représentée comme métaphorique. Elle est aussi importante pour la transmission des connaissances sur le monde qui nous entoure. Si, comme le montre G. Bachelard dans son « Essai sur la connaissance approchée » [2], l'expérience immédiate est mise à distance dès que commence la théorisation, si la « réalité » sur laquelle travaille le chercheur est déjà le produit d'une élaboration complexe, la nécessité de conserver le lien entre la théorie qui se fait et l'intuition qui la soutient n'en est que plus forte, ce qui amène à utiliser des images.

De là résultent de fréquents malentendus chaque fois que, s'adressant à un mathématicien, un collègue expérimentaliste s'aventure hors du champ purement déductif pour lui exposer une difficulté qui le tracasse. Pour ce faire, il utilise des analogies, des images. Le mathématicien qui les entend est souvent mal à l'aise. Il peut réagir à l'extrême en estimant que le langage qu'on lui tient n'est pas scientifique, et dans ce cas le dialogue s'arrête là ; ou encore se jeter sur le premier objet mathématique évoqué par les explications de son interlocuteur, qu'il soit adéquat ou non, pour substituer de la netteté au flou des paroles qu'on lui adresse ; cela, au risque de ne pas vraiment écouter ce que l'autre lui dit et de mettre fin au dialogue tout juste ébauché. Dans les deux cas, on touche un aspect de cet « esprit abstrait » dont il était question à l'instant.

Une autre conséquence est peut-être à la fois moins évidente et plus facile à illustrer. Les mathématiciens peuvent se permettre une grande liberté de vocabulaire, parce qu'à chaque mot qu'ils utilisent correspond en principe une définition mathématique unique ; un mot est l'étiquette d'une seule propriété et, comme dans le commerce, seul compte le fait qu'à deux marchandises différentes correspondent deux étiquette différentes. Ils peuvent donc choisir leurs dénominations presque arbitrairement. La rigueur de leurs définitions rejette dans le champ extérieur la polysémie et tous les effets de la rhétorique ; une fois la définition posée et choisie l'expression qui la désigne, métaphore ou métonymie cessent d'être acceptables en ce qui concerne celle-ci. Quand par hasard un même mot désigne deux définitions dans des sous-domaines différents, cela ne pose pas de problème aussi longtemps que les deux domaines ne communiquent pas ; le jour où ils commencent à le faire, il se crée une situation embarrassante, un conflit qui doit aboutir à l'éviction d'au moins l'un des sens concurrents.

Dans les autres sciences, la question de la dénomination est d'une autre nature. Pour autant que je puisse en juger, il n'y a pas la même prolifération des concepts et des propriétés à nommer. Choisir des dénominations chargées de sens préalables trop variés fait courir le risque d'entraîner des confusions métaphoriques ou métonymiques qui pourraient fourvoyer la recherche ou la freiner, mais on y est parfois obligé. Et surtout, le rapport à l'expérience impose que beaucoup de mots gardent longtemps une signification imprécise, et que la rigueur des définitions puisse varier : fondamentalement, les notions sont toujours approximatives dans la mesure où théorie et réalité restent toujours en porte-à-faux l'une vis-à-vis de l'autre.

Dans les facteurs d'incompréhension que je viens de décrire, il ne faudrait pas voir une fatalité. Nous savons que les mathématiciens–pas tous, mais beaucoup d'entre eux–communiquent avec les autres scientifiques. Le mérite en revient pour partie à leur capacité à ne pas s'enfermer dans le langage déductif, et pour partie à la volonté de leurs partenaires et à la leur de se comprendre. Le dialogue s'appuie notamment sur des *complexes intermédiaires* qui naissent là où s'élèvent des obstacles au progrès des connaissances, et qui cernent et dissimulent ces obstacles à la fois. Imprécis, puisqu'il s'agit de mots ou d'expressions qui véhiculent, outre des contenus scientifiques qui peuvent varier d'une discipline à l'autre, tous les sens que le langage courant leur attribue, ils peuvent conduire à des malentendus durables ; cependant, pris pour ce qu'ils sont, c'est-à-dire comme exprimant tantôt des questions, tantôt des idées encore mal formulées qui ne demandent qu'à l'être mieux, ils sont un moyen de faire passer d'une science à l'autre une intuition imprécise ou de pointer à l'interlocuteur que quelque chose ne va pas dans la théorie, avant de savoir encore l'expliciter soi-même. Ils incitent ceux qui veulent bien les accueillir à réfléchir et à chercher.

2. Les mathématiques, les mots et les images.

Commençons par examiner les usages que les mathématiciens font du langage dans l'exercice de leur métier. Ces usages ne sont pas les mêmes suivant qu'il s'agit, soit de faire de la recherche, soit d'exposer des résultats nouveaux à des collègues ou d'enseigner une théorie à des étudiants ou des lycéens. On pourrait encore mentionner le langage de la vulgarisation, mais tenons-nous-en à ces deux activités-ci.

En schématisant outrageusement, on peut décrire la recherche en mathématiques comme combinant deux démarches distinctes. Partant d'une intuition, on envisage qu'une propriété A peut entraîner une propriété B, puis on se met à tâtonner, cherchant tantôt un schéma qui pourrait conduire à une preuve de cette conjecture, tantôt un exemple prouvant qu'elle est fausse, tantôt une reformulation des hypothèses qui permette d'arriver plus facilement à une conclusion. Constamment, on doit tester l'inspiration par le raisonnement, puis revenir du raisonnement à l'inspiration quand le premier a échoué ou bien n'a abouti qu'à un résultat insatisfaisant. C'est seulement après un nombre indéfini d'oscillations entre les deux démarches qu'on arrive à la preuve que A entraîne B, ou à la preuve que c'est faux, ou bien qu'on se révèle inapte à démontrer l'un comme l'autre, ou encore qu'on a démontré qu'une autre propriété, A', entraîne l'autre propriété B'. On chemine en s'appuyant sur deux béquilles, l'intuition et les facultés déductives ; alternativement, est-on tenté de dire, mais il y a peut-être une sorte de chevauchement.

Ce que je dis est très sommaire. Il faudrait ici interroger le concept d'*abduction*, développé par C. S. Pierce, grâce auquel les deux modes de travail que je viens de décrire s'articulent partiellement au lieu de s'opposer. Sans chercher à la définir ici, citons seulement la manière dont S. Catellin la présente : *L'abduction désigne une forme de raisonnement qui permet d'expliquer un phénomène ou une observation à partir de certains faits* [4]. Floue, la description pourrait s'appliquer à la déduction mathématique, à condition d'oublier l'absolue rigueur qui la caractérise ; or c'est bien cette rigueur que le mathématicien laisse momentanément de côté quand il tâtonne.

Autrement dit, on voit se dessiner deux modes de travail qui se succèdent en se chevauchant parfois inextricablement sans pour autant se confondre, ni non plus s'opposer radicalement. L'un consiste à trouver des idées par tous les moyens possibles, sans oublier toute rationalité mais sans trop s'en soucier non plus ; associations, analogies, glissements de sens sont présents à ce moment de la recherche (je n'affirme pas qu'ils en épuisent le contenu) ; *il faut sortir du cadre de la logique formelle pour appréhender l'abduction dans ce qu'elle a de singulier*, écrit plus loin S. Catellin [4]. L'autre vise à valider ou non les idées ainsi obtenues en ne retenant que celles qui peuvent trouver une expression rigoureuse. Les deux sont nécessaires ; sans le premier, il manque les idées, sans le second, la forme mathématique. Toutefois dans le produit fini, celui qu'à la fin on rédige et qu'on expose, et qui se compose des définitions, des énoncés et des preuves, seule la trace du second type de travail reste explicitement présente. Dès que le non-rigoureux, les intuitions et les tâtonnements indispensables à la recherche, en bref l'abduction, a joué son rôle, elle est gommée. Et quand il en est fait mémoire plus tard, c'est en marge de l'exposé mathématique, pour l'anecdote.

Cela crée une tension permanente entre ces deux modes de fonctionnement de l'esprit, et partant entre les modes de compréhension du langage qui les expriment. On ne peut se passer ni de l'un ni de l'autre. Chaque chercheur le sait, mais il ou elle n'attribue pas à chacun des deux la même importance.

Nous venons de le dire mais il faut y insister ; quand il s'agit d'exposer, de rédiger, d'enseigner, tout est simple : seule l'expression rigoureuse est admise. C'est le mode de la communication officielle et durable, et il en est valorisé socialement. Il représente la norme. Le mode intuitif ne se manifeste que dans la communication entre très peu de personnes, ou dans le dialogue du chercheur avec soi-même, et encore pas tout le temps, seulement quand on cherche ou quand on essaie de comprendre la formulation achevée proposée par un autre mathématicien ; il inquiète, parce qu'il n'obéit à aucune norme, qu'il est difficile à décrire (et ce que j'en dis ci-dessus ne déroge pas à la règle !), enfin parce qu'il oriente facilement vers de fausses pistes. On s'étonnera d'autant moins de sa dévalorisation qu'il est perçu, à tort et à raison, comme transitoire. À raison, parce qu'il s'efface dans la formulation définitive ; à tort parce qu'on aura très vite besoin de faire appel à lui de nouveau.

A chacun de ces modes correspond un usage des significations. Dans le premier, on tâtonne et toutes les ambiguïtés de vocabulaire, tous les effets de déplacement de sens ou de condensation sont permis. Dans le second, le seul outil autorisé est la déduction, ce qui impose que chaque mot ait un sens précis et interdit toutes les approximations.

2.1. **Le mot et sa définition.** Voyons dans un premier temps comment cela influence la réception par les mathématiciens des mots de leur langage propre. Dans le cours de leurs recherches, des notions nouvelles sont produites en permanence. S'ils ne veulent pas avoir à en redonner la définition à tout bout de champ, il leur faut les nommer. Pour ce faire, ils ne tiennent pas à toujours créer des mots nouveaux ; ils vont donc chercher une partie de leur vocabulaire dans la langue courante ou dans des lexiques spécialisés. La polysémie qui s'ensuit mécaniquement, puisqu'un nouveau sens vient s'ajouter aux significations préexistantes du mot, les règles du métier les contraignent à faire comme si elle n'existait pas, à effacer les rencontres de sens fortuites qu'elle entraîne et qui intriguent les non-mathématiciens peu habitués à cette manière très stricte de manier les mots.

Le vocabulaire qui sert à désigner certaines familles de nombres est particulièrement révélateur à cet égard. Prenons les mots « rationnel », « irrationnel », « réel », « imaginaire ». Un mathématicien parle de nombres « rationnels » ou « irrationnels » sans se soucier le moins du monde d'un rapport à la raison, et dans son esprit comme pour le grand public les nombres dits « réels » sont des créations tout aussi artificielles que les nombres « imaginaires ». Pour lui, les références de ces appellations à la raison et à la réalité ont perdu leur sens, elles ne subsistent que comme traces d'un vieux débat qui remonte à la création des concepts.

En toute rigueur, cela a-t-il une importance quelconque que les nombres réels qui ne sont pas des quotients d'entiers soient appelés « irrationnels » plutôt que « défectueux » ou « fantaisistes » ? Pas la moindre : en mathématiques, un mot appelle une définition et rien d'autre. Mais le qualificatif d'irrationnels continue de leur conférer une aura particulière : replongé dans le langage courant d'où il tire dans ce cas son origine et où de toute façon il baigne, le mot évoque d'autres sens et des connotations variées qui débordent sa définition ; on ne peut pas éliminer complètement sa polysémie ni son pouvoir de faire image. En-dehors de l'exercice de ses fonctions, et subrepticement pendant qu'il ou elle les exerce, le mathématicien est dans la plupart des cas un homme ou une femme dont l'esprit fonctionne comme celui de tout un chacun [1] et qui est influencé par les formes du langage. Le terme choisi apporte avec lui ses propres connotations, qui jouent leur rôle dans les préférences des individus et dans la manière dont chacun reçoit la définition officiellement véhiculée par lui [2].

Ce n'est pas seulement dans l'heuristique qu'on joue sur le langage, mais aussi, de façon moins consciente, dans l'acte de dénomination ; les nombres imaginaires ont été ainsi nommés parce qu'au moment de leur introduction ils semblaient être un artifice plutôt que de « vrais » nombres bien ancrés dans la réalité : rien là qui soit de nature vraiment mathématique. Seulement, une fois posée l'équivalence entre un terme et une définition, il faut jouer le jeu de la rigueur jusqu'au bout, et accepter que l'intuition initiale perde son sens. C'est ce qui s'est produit avec les imaginaires, qui sont devenus des nombres comme les autres pour tous ceux qui s'en servent, ingénieurs compris. C'est ce qui s'est produit d'une autre façon avec le concept d'attracteur. Pour rendre compte d'une image intuitive, celle qu'un système qui évolue au cours du temps, au lieu de parcourir tout le champ des possibles, est comme attiré par un ensemble restreint de configurations, on a été amené à définir formellement des objets qu'on a appelés « attracteurs ». On pouvait croire que ce néologisme transparent conserverait sa valeur métaphorique. Mais dans les espaces symboliques, dont la topologie ne ressemble pas du tout à celles de la droite, du plan et de l'espace à trois dimensions, la définition conduit par pure cohérence mathématique à appeler attracteurs certains objets qui ne correspondent pas à cette image, car en fait ils n'attirent rien du tout ! Sitôt une métaphore utilisée pour désigner cette propriété, on a donc dû accepter qu'elle perde une part de sa validité.

Maintenant que nous avons décrit la position de force du raisonnement déductif et du besoin qui en résulte que les mots qu'on utilise soient définis sans aucune ambiguïté, il faut aussi tenir compte de la situation réelle. Une mathématique qui refuserait effectivement tout ce qui ne se plie pas à ces normes ne peut pas exister concrètement dans notre monde. En voici l'illustration.

Dans ce domaine plus qu'ailleurs, la recherche se présente sous la forme d'une multitude de petits chantiers spécialisés qui n'ont pas toujours besoin de communiquer entre eux. De l'un à l'autre l'harmonisation du vocabulaire ne se fait pas d'une manière automatique. Au contraire, il faut y travailler, et on ne le fait que lorsque les circonstances y contraignent .

En dépit de la répugnance que cela provoque chez les acteurs, il y assez souvent pluralité de sens pour un même mot dans le champ mathématique, que ce soit de manière transitoire, quand deux sens entrent en concurrence par la rencontre des domaines où ils ont cours, ou de façon plus durable. Laissant de côté le cas assez simple du conflit sémantique entre deux définitions rigoureuses, on va voir que la pluralité de sens durable d'un mot est souvent en rapport avec le fait qu'il n'appartient pas en propre aux mathématiques. Voici quelques exemples. Les deux premiers ont donné naissance à des controverses, souvent larvées, parfois féroces, qui illustrent le malaise que suscite la polysémie dans le milieu.

1. Le mot « chaos » y a deux interprétations mathématiques, l'une de nature probabiliste, l'autre

---

1. Au contraire de celui du Savant Cosinus !
2. Imaginons le cas extrême du mathématicien Machin qui refuse d'aborder la théorie spectrale (une branche de l'Analyse) parce qu'il a peur des fantômes. Si on le lui dit, Machin pousse les hauts cris, affirmant que l'étiquette arbitraire d'une théorie mathématique ne l'effraie pas. Et de fait, cette interprétation serait absurde si Machin n'était qu'une sorte de machine à produire des démonstrations. Mais comme tel n'est pas le cas, rien n'empêche la métonymie dans ce qu'elle a de plus brutal d'influencer ses recherches individuelles ; et même, à l'occasion, un domaine de recherche tout entier.

non. Elles ne se confondent pas. Elles se rencontrent et peuvent même se présenter sur certains points comme des approches distinctes d'un même phénomène, mais elles restent irréductibles l'une à l'autre. Je n'ai pas parlé de définitions, parce que de l'avis de beaucoup de chercheurs et du mien le mot chaos, même dans son acception réduite à un seul champ mathématique, reste trop riche de significations diverses pour faire l'objet d'une définition univoque. Il y a en revanche une ou plutôt des théories du chaos, chacune reposant sur une multiplicité organisée de définitions distinctes. Attention ! Ces théories, existantes ou embryonnaires, ne font référence, toutes ensemble, qu'à une petite partie des sens qui s'attachent au mot dans la langue courante. Et les autres sens ? Tout ce qu'on peut en dire à présent, c'est qu'ils donneront, ou ne donneront pas, naissance à des concepts scientifiques.
2. L'optimisation, l'intégration simulée par la méthode de Monte-Carlo, la cryptologie, les simulations fines de la physique des particules utilisent chacune des méthodes de construction différentes des « suites au hasard » dont elles se servent, méthodes plus ou moins exigeantes en fonction de la finesse de simulation du hasard que requièrent les usagers. Il y a aussi deux définitions théoriques de cette expression, l'une venue de la théorie de l'information et des probabilités, l'autre de l'informatique ; dans les deux cas les concepts sont largement décalés des applications pratiques.
3. Enfin, je connais trois sens distincts au mot « code » (il y en a peut-être d'autres) : l'un en cryptographie, un autre en théorie des transmissions avec des perturbations aléatoires, le troisième quand les perturbations sont systématiques. Pour éviter la confusion, des adjectifs viennent préciser la désignation : on parle de codes cryptographique, de codes correcteurs d'erreurs, de codages par blocs. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, une notion unifiée de code qui se déclinerait dans ces trois variantes serait par force extrêmement vague, tant la première s'écarte des deux autres. Ce fait, et celui que chaque type de code a des usages clairement différenciés, ont pour conséquence que les trois sens coexistent sans se heurter.

2.2. **Une difficulté à percevoir les idées non rigoureuses.** Et ceci nous amène à une seconde conséquence de la rigueur de la langue mathématique officielle. Ici, c'est le même « esprit des mathématiciens » qui joue, leur besoin de disposer au plus vite de définitions sans équivoque, mais cette fois il se manifeste comme obstacle à l'accueil de contenus pas encore très élaborés venus de l'extérieur du domaine, ou même à l'occasion à celui de problèmes mal posés venus d'un autre secteur des mathématiques. L'obstacle, sans être infranchissable puisque, nous l'avons vu, certaines polysémies sont acceptées lorsque la raison en est bien comprise, se montre coriace.

L'intérêt des exemples précédents gît dans le fait que le chaos comme le code ou la suite au hasard sont des notions empiriques imprécises, qui ne se laissent pas réduire à une définition mathématique sommaire parce que justement elles n'appartiennent pas en propre aux mathématiques : le premier relève de sciences très variées, les seconds, entre autres, de l'ingéniérie mathématique. Et cela nous amène au second point que nous voulons développer. Un mathématicien, au moment où il fonctionne en tant que tel, a du mal à percevoir les résonances d'un mot, les diverses images qu'il véhicule. Il y a là, nous l'avons vu, une source de disputes chaque fois qu'un mot se trouve avoir plusieurs définitions distinctes en concurrence. La même difficulté se manifeste chaque fois qu'un mot désigne une notion heuristique très large et qui est donc encore loin de pouvoir se définir de façon rigoureuse, surtout s'il faut pour cela la segmenter ou la réduire. Elle est même pire dans ce cas, puisqu'alors l'écueil est double : dans ce qui lui est dit, le mathématicien ne trouve pas les définitions et les enchaînements qu'il est habitué à manipuler ; ou bien il en trouve trop vite et s'imagine à tort qu'ils épuisent le sens de la question.

La notion heuristique, indispensable dans le processus de la recherche, est tout le contraire d'un produit fini. Pour jouer son rôle, elle doit se préciser et se circonscrire, au besoin en se scindant. Cela peut se faire de plusieurs manières différentes : en une définition ou en plusieurs ; en une théorie ou en plusieurs ; ou en un paquet de définitions isolées et de théories n'ayant pas forcément beaucoup à voir les unes avec les autres. Le mot qui la désigne peut rester en place, tant que son contenu heuristique n'est pas épuisé ou pour marquer une certaine parenté des concepts dérivés, comme il peut disparaître une fois qu'il a joué son rôle. En tout cas, s'il subsiste, c'est qu'il échappe à la définition univoque.

Il s'agit donc d'une chose que les mathématiciens ont du mal à percevoir. De leur point de vue, elle est moins saisissable qu'un mot qui aurait plusieurs définitions distinctes ; il s'agit d'une sorte de boîte de Pandore qui contient potentiellement toutes sortes d'objets de différentes natures : définitions, théories, intuitions vagues, questions, contradictions, sottises. J'en veux pour exemple l'usage un peu dépréciatif qu'ils font de l'adjectif « heuristique » : par là, ils veulent naturellement dire « exploratoire », mais, l'entendant comme un contraire de « rigoureux », ils sont nombreux à accorder une moindre valeur à ce qu'ils qualifient ainsi. Le contraste est frappant avec les connotations positives de ce mot dans beaucoup d'autres domaines.

Ironiquement, la modélisation mathématique, dans laquelle un pan d'une théorie mathématique sert à représenter en l'organisant un ensemble cohérent de « phénomènes observables », est parfaitement étrangère au langage déductif. Elle relèverait plutôt de la métaphore. C'est la raison pour laquelle certains mathématiciens, sans avoir nécessairement conscience des causes de cette répugnance, ont du mal à accepter que des théories mathématiques puissent servir de modèles à des phénomènes concrets. En poussant les choses au bout, si le rejet des approximations langagières était absolu chez les mathématiciens, il n'y aurait plus la moindre communication possible entre eux et les autres scientifiques.

Dans la réalité, ce n'est pas le cas. Beaucoup parmi eux sont capables de s'extraire de leurs habitudes professionnelles strictes, savent reconnaître et manipuler plusieurs registres de langage, acceptent qu'une expression encore balbutiante puisse avoir une grande valeur heuristique.

3. Le dialogue entre sciences et ses difficultés.

Faute de connaissances assez vastes, je me cantonnerai ici aux échanges entre les mathématiques et les sciences expérimentales. C'est dommage, car les modes d'interaction y sont très particuliers, organisés autour de la notion de modèle. Comment deux sciences expérimentales dont les objets sont très différents communiquent-elles ? Je suis persuadé que l'histoire du dialogue entre physique et biologie, qui a donné lieu aux avancées que l'on sait, regorge d'enseignements sur la question. Soit dit en passant, ma formulation tient pour acquis que les mathématiques ne sont pas une science expérimentale. Cet adage est commode–raison pour laquelle je fais mine de m'y rallier–mais surtout éminemment discutable. Plutôt que de le discuter ici, admettons que le caractère expérimental des mathématiques est très différent de celui des autres sciences.

Pour entrer dans le sujet, il faut commencer par évoquer la divergence essentielle entre mathématiciens et expérimentalistes, source elle aussi de fréquentes incompréhensions, même si elle déborde largement du sujet de cet article. Il arrive très souvent que les mathématiciens, développant dans toutes les directions une théorie qui a au départ du sens en physique, élaborent des concepts et démontrent des résultats qui n'en ont plus guère ; la même chose peut se produire dans leurs relations avec la chimie ou la biologie. En sens inverse, il arrive aussi que des physiciens estiment oiseux certains développements mathématiques qui n'ont pas de sens pour leur discipline, du moins dans l'immédiat. Ce qui est en jeu ici, c'est la différence entre les objets des différentes sciences. Les mathématiciens font des mathématiques, et l'impact de leurs résultats sur la représentation a une importance secondaire de leur point de vue ; les expérimentalistes, qui se présentent à eux en demandeurs de modèles, ne se soucient pas des modèles mathématiques qui ne représentent rien ni, concernant ceux qui représentent quelque chose, de leurs propriétés qui ne sont pas significatives pour eux.

Pourtant, les obstacles à la communication entre différentes sciences ne résultent pas tous directement de la différence entre les buts visés par chacune. D'autres sont de nature, peut-on dire, plus anthropologique : ils proviennent de la différence des usages, notamment de ceux qui sont faits du langage. C'est justement autour des divers jeux sur le sens que se cristallisent certaines incompréhensions entre les mathématiques et les autres sciences. Elles résultent largement de ces interdits sémantiques que nous venons de relever en mathématiques et qui s'y présentent de façon réductrice comme une norme.

Mais avant d'en dire plus, il nous faut faire encore un détour, cette fois par le rôle que tiennent les jeux de langage dans la recherche en général.

Une grande part des fausses théories scientifiques se sont bâties sur les glissements de sens incontrôlés et l'abus des images ; c'était vrai au dix-huitième siècle, époque de leur grande floraison, et c'est encore vrai aujourd'hui. En regard, les avancées scientifiques ont presque toujours nécessité une méfiance radicale vis-à-vis des évidences langagières, des ressemblances apparentes et des généralités ; le vrai concept a toujours une définition restrictive, l'expérience, pour être concluante, doit toujours être effectuée dans des conditions particulières bien choisies et bien maîtrisées. C'est un point que Bachelard a parfaitement mis en évidence [1], et, bien que sa pensée se soit surtout appuyée sur la physique et la chimie qu'il avait enseignées, ce qu'il dit est vrai de toutes les sciences à quelques reformulations près. Le besoin de rigueur existe partout en sciences ; partout l'avancement des connaissances implique de remplacer les approximations par des définitions [3]. Pour l'expression comme pour la conception de ses résultats, aucune science ne peut accepter sans discernement les procédés approximatifs de la rhétorique : le faire serait réfuter l'idée même de pensée scientifique. Toutes pratiquent à divers degrés la chasse à la métaphore, à la métonymie et autres figures, et ne se permettent de les utiliser que dans le travail d'exploration.

Malgré cela, les jeux sur le sens restent présents dans la science de deux manières (une fois de plus, laissons de côté ceux qu'on utilise pour la vulgarisation, une activité importante mais qui n'entre pas dans notre propos). En premier lieu, à quelque discipline qu'on se rattache, on ne peut se passer d'eux dans la démarche de recherche ; pour trouver ce qu'on cherche, on est bien obligé d'énoncer d'abord des impressions hasardeuses, qui se basent souvent sur des ressemblances ou des correspondances encore inanalysées. Nous l'avons dit pour les mathématiques, c'est aussi vrai ailleurs.

D'autre part, pour beaucoup d'épistémologues, le discours scientifique même est de nature métaphorique parce qu'il vise à *représenter* le réel. Déjà, dès la première page de « La formation de l'esprit scientifique », Bachelard écrit : *La pensée scientifique est alors entraînée vers des « constructions » plus métaphoriques que réelles, vers des « espaces de configuration » dont l'espace sensible n'est, après tout, qu'un pauvre exemple* [1]. Ici l'aspect métaphorique n'est qu'évoqué au passage ; dans [13] Schlanger l'aborde plus en profondeur, et il continue à faire l'objet de riches débats. Par ailleurs ce qui frappe à la lecture de textes sur la physique, c'est l'omniprésence du besoin de représenter, alors qu'il semble absent des préoccupations des mathématiciens, du moins au premier abord [4]. Eux se donnent des définitions abstraites et développent leurs propriétés. Les autres scientifiques ont devant eux un monde dont il s'agit de rendre compte. Oui, mais les mathématiques visent-elles la représentation du réel ? Je ne m'aventurerai pas ici dans le débat complexe qui tourne autour de cette question. Admettons que si elles le font, c'est d'une manière médiatisée par les autres sciences et sans que leurs praticiens en aient nettement conscience. Absent, le monde ne l'est évidemment jamais même dans le cours de leurs recherches, mais on pourrait dire qu'il en est *comme absent* et ne s'y manifeste que par l'intermédiaire de discours scientifiques.

La divergence entre les sciences expérimentales, si théoriques qu'elles puissent se faire, et les mathématiques, se manifeste sur ces deux points suivant des modalités qu'il est un peu artificiel de distinguer ; je le fais quand même dans un souci d'ordre, en continuant d'utiliser les schémas introduits plus haut.

3. Notons bien que la notion même de définition varie d'une science à l'autre. Un concept physique, un concept biologique ne sont pas de même nature qu'un concept mathématique.

4. Attention, ici, de ne pas se laisser piéger dans l'opposition dépassée entre Théorie et Réel.

3.1. **Comment entendent-ils les mots ?** Pour commencer, essayons de mettre en valeur un usage différent des jeux sur le sens dans la pratique de la recherche. Nous avons vu qu'un mot n'a pas le même contenu sémantique pour un mathématicien que pour un expérimentaliste ; ou plutôt, que pour un mathématicien il n'est pas censé avoir de résonances, ni encore moins une variété de significations. Il y a là une source potentielle de controverse : chez les mathématiciens, chaque fois qu'un mot n'a pas une définition unique, soit qu'il en ait plusieurs distinctes en provenance de diverses écoles, soit qu'il n'en ait aucune parce qu'il désigne une notion heuristique venue d'ailleurs ; pour les physiciens, chimistes, biologistes et j'en passe, par leur préférence naturelle pour l'application qu'ils connaissent, et la crainte qu'ils peuvent avoir de se faire confisquer par d'autres un terme de leur vocabulaire courant ; mais surtout entre mathématiciens et applicateurs, dans la mesure où, entendant le même mot, ils ne comprennent pas toujours la même chose. Les premiers attendent une définition, ou un concept, c'est-à-dire une définition articulée à d'autres définitions par des résultats ; à la rigueur une architecture à base de concepts, ce qu'on appelle une théorie. Les seconds sont plus disposés à recevoir une notion complexe, riche en résonances et pas forcément bien délimitée.

J'en donne deux exemples. Prenons d'abord le mot ≪ chaos ≫. Quand il apparaît pour la première fois en 1971 dans le contexte mathématique qui lui a valu le plus de notoriété [12], d'ailleurs sous la forme adverbiale *chaotically*, c'est pour exprimer une idée riche et mal définie : l'impossibilité de prédire. Notons au passage que d'autres acceptions courantes du mot, celles qui ont trait à un désordre moins spécifique ou au bouleversement d'un ordre établi, sont ignorées ; elles se reflètent dans des usages relativement isolés du même mot qui lui donnent une signification totalement différente, comme l'hypothèse du chaos chez Botzmann ou le chaos de Wiener. Puis, en 1975, Li et Yorke introduisent une définition mathématique reprise par le milieu sous le nom de ≪ chaos de Li-Yorke ≫ [10]. Viendront ensuite le chaos d'Auslander-Yorke, celui de Devaney, le chaos de Wiggins, le chaos distributionnel, et j'en passe. La multiplicité de ces ≪ définitions ≫ rivales du chaos souligne l'inanité de l'entreprise–alors même que la plupart de ces définitions sont intéressantes d'un point de vue purement mathématique, et que, *prises collectivement*, elles dessinent l'ébauche d'un panorama du chaos. Cela résulte de ce que le formalisme mathématique mal compris peut conduire à une sorte d'idolâtrie du mot et de sa définition, au détriment des autres modes de la communication scientifique. Li, Yorke, Auslander, Devaney et les autres, mathématiciens ou physiciens agissant en mathématiciens, ont entendu les questions implicites dans cette notion de chaos comme s'il s'était agi d'un appel à la définition d'un mot ; ou du moins c'est l'attitude que leurs épigones leur prêtent implicitement, alors que ce que le mot chaos appelle en fait, c'est une théorie du chaos, c'est-à-dire une multiplicité de définitions reliées entre elles par des théorèmes, le tout filtré de certains développements avec le souci de conserver le rapport à l'intuition physique. Cette théorie du chaos existe maintenant, dans le domaine différentiel et ailleurs. Et on peut en concevoir d'autres, articulées à celle-ci. Et on peut en imaginer d'autres encore qui se baseraient sur d'autres significations courantes du mot chaos [5]

Seconde illustration : comment résonnent les mots ≪ attracteur étrange ≫ dans le monde de la modélisation et dans celui des mathématiques ? L'expression, qui aujourd'hui semble avoir perdu de son attrait, a eu son heure de gloire à la fin des années 70, époque où elle a été introduite à propos de l'attracteur d'Hénon et où on s'est aperçu que celui de Lorenz relevait de la même catégorie. Je l'interprète [6], le mot étrange n'ayant pas de sens mathématique a priori, comme exprimant au départ la réaction du scientifique devant le résultat surprenant de la simulation numérique d'un modèle mathématique, pour la météorologie dans le cas de Lorenz, pour l'astrophysique dans le cas d'Hénon. Le système dynamique, partant d'une configuration quelconque, va se concentrer sur un

5. Avec les dangers d'équivoque que cela représente ; voir par exemple les ambiguïtés entre ≪ chaos ≫ et ≪ catastrophes ≫ chez un auteur respectable mais éloigné des mathématiques comme B. Cyrulnik [5].

6. Peut-être les spécialistes la voient-ils différemment.

ensemble de configurations particulières appelé attracteur, qui se trouve être fractal et sur lequel son comportement est surprenant, imprévisible par le calcul. Il me semble qu'il y a dans le terme « attracteur étrange » la condensation de deux constats et d'une question : d'un côté, l'attraction vers un ensemble bizarre, et le comportement chaotique de la transformation sur cet ensemble ; de l'autre, l'idée que ces deux faits sont peut-être corrélés. Cela, je le vois après coup, après le travail effectué pendant plusieurs années par les chercheurs. Au départ, il n'y avait qu'une surprise dont les différentes facettes se condensaient en une seule expression aux contenus multiples.

Face à une expression de ce genre, dans quelle direction ses habitudes de pensée conduisent-elles un esprit formaliste ? Il sait ce qu'est un attracteur–voir plus haut !–et ne trouve pas ceux de Lorenz ou d'Hénon plus étranges que beaucoup d'autres qu'il sait construire. S'il en reste là, il se contente de l'équivalence « attracteur étrange = attracteur fractal » et voit dans l'appellation une naïveté de physicien. S'il va plus loin, il verra plutôt de l'étrangeté dans le fait que le système dynamique engendré par une famille d'équations différentielles ou par une transformation se comporte chaotiquement : le système est sensible aux petites fluctuations des données initiales, et même plus désordonné que cela dans beaucoup de cas typiques. Ce n'est pas tant l'attracteur qui est étrange, c'est le système dans son ensemble. Qu'est-ce que c'est, se dit-il, que ce langage de béotiens dans lequel l'adjectif est accolé à un terme qu'il ne qualifie pas vraiment ?

L'applicateur n'a pas les mêmes contraintes. Le fait que les mots « attracteur étrange » expriment une observation complexe ne le dérange pas. Il sera capable d'entendre « attracteur étrange » dans deux sens différents : l'un rigoureux et sans grand intérêt, l'autre sans rigueur mais recelant pour un temps des questions d'avenir. Il voit dans le second une invite à décortiquer le contenu de l'expression. Une fois ce travail fait, elle aura perdu son utilité–ce qui est le cas aujourd'hui, à mon avis, pour « attracteur étrange »[7].

Les expérimentalistes acceptent donc qu'un terme puisse vouloir dire–du moins momentanément–plusieurs choses à la fois, tandis que beaucoup de mathématiciens peinent à l'admettre.

3.2. **Comment entendent-ils la métaphore ?** Passons au second volet, et examinons maintenant les conséquences du peu de goût des mathématiciens pour la représentation, et de l'importance qu'elle revêt pour les autres scientifiques. Une fraction importante des premiers a du mal à entendre les métaphores exploratoires des autres scientifiques : pour eux, ou bien il s'agit de définitions et de théorèmes, ou bien c'est du bla-bla. On sent chez eux une sorte d'irritation face à la métaphore, vue comme un mode d'expression inadéquat qu'il faut s'efforcer de mettre au rencard le plus vite possible, lorsqu'on est obligé d'y avoir recours du fait que l'on n'a pas encore trouvé « la » formulation mathématique rigoureuse (comme s'il y en avait toujours une et jamais plusieurs !).

Cette sorte d'irritation, je la ressens parfois moi-même, et je l'ai entendu exprimer par de nombreux collègues. Pour y échapper, on va parfois jusqu'à refuser de voir la polysémie, la métonymie et leurs avatars, comme il a été dit à propos des attracteurs étranges. Ou, plus subtilement, une fois la théorie construite, on accepte bien que l'expression qui la désigne (par exemple, « chaos ») n'ait pas de définition mathématique propre, qu'elle prenne son sens de l'ensemble de la théorie, mais on a du mal à admettre qu'elle puisse exprimer, de manière plus vague, un reste encore non théorisé qui continue d'interpeller les scientifiques.

Ainsi, pour les mathématiciens, la métaphore, une fois qu'elle a servi, doit immédiatement être oubliée. Et cela marche très bien tant qu'ils restent dans leur domaine propre. Mais dès l'instant qu'ils veulent communiquer avec d'autres scientifiques–et il est indispensable pour la vie de la discipline que certains s'y appliquent–ils doivent lui reconnaître une validité plus large et plus durable. Les autres scientifiques sont eux aussi appelés à oublier la métaphore, mais à un moindre degré et avec une différence dans les délais : chez eux, sa durée de vie est à mettre en parallèle avec

7. alors même que les questions ne sont pas épuisées, mais parce qu'on sait maintenant de quelles questions précises il s'agit.

le délai qui sépare la conceptualisation de l'expérimentation, ou la seconde de la première puisqu'il y a chez eux un va-et-vient constant entre ces deux pôles.

Dans les publications de recherche en physique, on distingue les résultats théoriques rigoureux (ceux qui découlent des principes et postulats de départ par déduction stricte) et ceux qui ne le sont pas (quand la déduction, approximative, se rapproche de l'abduction) [7, 8]. Cette distinction, extrêmement révélatrice d'un mode de pensée où prime la représentation de la nature, fait toujours frémir les mathématiciens pour qui un résultat est rigoureux ou n'existe pas. Elle s'efforce pourtant d'intégrer deux points de vue complémentaires mais pas toujours compatibles : la volonté de représentation, et le besoin d'une théorie bien construite qui permette de déduire. Par nature, le mathématicien tend à se cantonner au second.

Dans tout ce qui précède, il a été principalement question de mécanismes et de tendances générales qui font obstacle à la communication ; autant dire que je me tenais à un certain niveau d'abstraction. Il est temps d'en dire plus long sur l'effet concret produit sur les scientifiques eux-mêmes par ces mécanismes et ces tendances ; effet qui, heureusement, n'a rien d'automatique. Si certains éléments de leur usage du langage prédisposent les mathématiques au repli sur soi, aucun mathématicien n'est entièrement contraint par ces pesanteurs. Rien ne l'empêche (alors même que son métier ne l'y oblige pas) de prendre en compte l'existence de la physique et des autres sciences aussi bien que des types d'expression qui s'y attachent, moyennant un effort et même si ses habitudes professionnelles ne l'y aident pas. En pratique, beaucoup sont capables de moduler leur usage du langage suivant qu'il s'agit de montrer des théorèmes dans leur branche, de parler avec des mathématiciens spécialistes d'autres domaines ou de discuter avec d'autres scientifiques pour construire une description mathématique de certains phénomènes expérimentaux. Les tolérances à la polysémie et à l'imprécision que nous avons évoquées plus haut dans la partie 2.2 en fournissent une illustration.

En regard, le tour qu'a pris leur science depuis deux siècles oblige les physiciens à articuler rigueur déductive, rigueur expérimentale et intuition, à défaut de quoi ils ne seraient pas physiciens. Naturellement, certains d'entre eux comprennent mal la quête de rigueur des mathématiciens et trouvent qu'elle dépasse souvent les bornes quand il s'agit de modéliser. Ils ont raison, quand les mathématiciens avec qui ils voudraient collaborer se lancent dans des entreprises théoriques qui ne veulent plus rien dire pour eux. Parfois ils se trompent. Beaucoup d'entre eux, à l'époque où Dirac a introduit sa ≪ fonction delta ≫, estimaient qu'elle était un instrument de calcul adapté à leurs besoins, et ne voyaient aucun intérêt à l'obstination des mathématiciens à en faire une mesure ou une distribution [8] ; l'idée a mis longtemps à s'imposer à eux qu'en la situant dans son vrai cadre mathématique, on s'autorisait aussi une modélisation plus adéquate dans des cadres infiniment plus variés. Cependant, comme il leur faut reconnaître la nécessité de la formalisation mathématique dans leur domaine, cette attitude contribue peut-être moins à freiner le dialogue que ne le fait la domination du langage déductif chez les mathématiciens.

Ici, en même temps que les différences d'utilisation sémantique du langage, joue aussi le fait que chacune des deux sciences a son objet propre. Le physicien aura tendance à s'arrêter dès qu'il possède une représentation satisfaisante du phénomène physique, là où le mathématicien veut continuer à élaborer une théorie bien construite. On ne peut donner tort ni à l'un ni à l'autre, seulement constater que leurs préoccupations divergent.

4. Les complexes intermédiaires.

De l'expérimentation surgissent régulièrement des mots fourre-tout, par lesquelles les chercheurs s'efforcent de désigner ce que j'ai envie d'appeler des ≪ trous noirs de la connaissance ≫. En retour, il arrive qu'un mot d'un vocabulaire scientifique soit repris dans d'autres domaines, parfois en y

8. L'objet en question, appelé fonction par Dirac, ne peut pas avoir en tant que fonction les propriétés qu'il souhaitait lui donner ; en revanche, conçu comme une mesure ponctuelle ou une distribution, il les possède naturellement.

véhiculant des sens qu'il n'a pas dans son domaine d'origine. Dans les deux cas, pour passer à un concept scientifique, il va falloir décortiquer l'objet bâtard ainsi constitué et lui associer des sens plus précis, susceptibles d'ouvrir des pistes à la recherche.

Ces « complexes intermédiaires » sont une ressource pour établir le dialogue entre scientifiques de disciplines différentes qui y sont accessibles. Il s'agit, insistons bien là-dessus, de mots ou d'expressions qui, à côté de leurs significations courantes, en ont aussi dans plusieurs domaines scientifiques où les concepts qu'elles évoquent posent question. Trois éléments donc pour qu'on ait affaire à un complexe intermédiaire : *une expression, ayant un contenu scientifique, mais qui désigne quelque chose d'inachevé* ; en particulier, une expression ayant un sens scientifique qui ne pose pas problème d'une façon ou d'une autre n'est pas un complexe intermédiaire. Ils signalent souvent la présence d'un obstacle épistémologique, d'une de ces impasses théoriques qui appellent un renouvellement de la pensée.

Le qualificatif d'intermédiaire s'entend ici de deux façons, et je ne tiens pas à lever cette ambiguïté fructueuse. Intermédiaire, un de ces conglomérats de sens variés l'est d'abord parce qu'il occupe une position intermédiaire entre un concept scientifique et une constatation issue de l'expérience immédiate du chercheur qui la formule. J'emploie volontairement le terme de « complexe » : il ne s'agit pas d'un concept, d'un objet bien défini au sens d'au moins une science, mais d'une idée porteuse d'une multiplicité de sens. Ce qui nous amène au second sens du mot : le complexe peut, de surcroît, servir de médiateur plus ou moins efficace entre deux sciences ou plus. En écrivant qu'il provoque des malentendus, on représente mal la vérité : rien n'oblige en effet à ce qu'un mot soit compris de la même façon par des personnes d'horizons différents. Le malentendu est une condition naturelle au départ, il s'agit de le dissiper, et c'est le désir de se comprendre d'un bord à l'autre qui est le ressort des avancées scientifiques qu'il suscite.

Il n'est pas perçu de la même façon, surtout au début, par les spécialistes de disciplines différentes ; et pour que son efficacité se déploie, il nécessite un emploi du langage plus souple que la norme mathématique ne le suggère. Les physiciens, pour ne citer qu'eux, flairent plus facilement le complexe intermédiaire porteur d'un questionnement. Au contraire, beaucoup de mathématiciens sont portés à vouloir le réduire tout de suite à une définition, car ils doivent fournir un effort plus important pour l'appréhender en tant qu'intermédiaire, donc comme se situant en-dehors du discours déductif.

Les complexes intermédiaires sont toujours trop vagues pour les mathématiciens, car pour eux le seul objet tangible est celui qui est bien défini ; pas étonnant, dans ces conditions, qu'ils cherchent à substituer le plus tôt possible une définition claire à toute idée aux contours vagues qu'ils considèrent comme fumeuse, ni que parfois ils n'aient pas la patience d'attendre que les choses se clarifient ni de réfléchir pour les aider à le faire. C'est si tentant de retourner démontrer des théorèmes ! Pour leurs collègues venus d'autres sciences, ces complexes intermédiaires ne sont pas non plus des produits finis, mais il me semble qu'ils sont mieux reconnus comme porteurs de questions encore mal posées qui finiront par l'être mieux, si mêlées qu'elles soient à d'autres contenus, ou sinon par être abandonnées. À l'impatience des mathématiciens qui rongent leur frein tant qu'ils ne voient pas venir une définition, on peut opposer la patience des expérimentalistes qui comptent qu'à force d'obstination on finira bien par en dégager une.

Le complexe intermédiaire peut être plus ou moins riche en polysémie ou en variété de questionnements. Il n'a pas vocation à durer aussi longtemps qu'un concept scientifique, seulement le temps de la recherche, tant que son contenu heuristique n'est pas épuisé. Sa vie peut être très courte. Plus tard il n'en reste qu'une formule emblématique d'un moment de la recherche, et les vrais concepts qui ont pu naître des questions qu'il portait. Ainsi, je pense que l'attracteur étrange a joué ce rôle pendant un court moment, et qu'il l'a perdu dès l'instant où les deux ou trois sens que l'expression condensait ont pu être dégagés et traités séparément. On connaît aujourd'hui des systèmes dynamiques peu chaotiques mais qui ont un attracteur fractal ; les deux propriétés, aujourd'hui bien distinctes, ne sont donc pas aussi liées qu'on a pu le penser au départ.

Prenons pour exemple encore une fois la notion de chaos, non plus pour examiner les réactions qu'elle suscite chez différents spécialistes, mais pour le rôle qu'elle joue dans le développement des concepts. Ruelle et Takens ont introduit l'adjectif *chaotically* en 1971 dans [12]. Ils cherchaient un terme frappant pour exprimer l'impossibilité de connaître avec précision l'évolution à long terme de certains systèmes déterministes. C'est à ce moment précis que la rencontre s'est produite entre le mot chaos, porteur de tous ses sens antérieurs, savants (métaphysiques, politiques etc.) aussi bien que courants, et le concept scientifique préexistant de sensibilité aux conditions initiales, avec tout son cortège d'interrogations sur la difficulté de prédire l'évolution d'un système. Un complexe intermédiaire était né. Plus tard suivraient diverses ≪ productions ≫ que j'énumère dans le désordre : les autres concepts dont il allait progressivement susciter la création ; l'aura nouvelle qui entoure le mot chaos dans des milieux tant scientifiques que littéraires au sens large [9] ; enfin de nouvelles questions, souvent là où on n'en attendait pas, et des réponses partielles.

Ce n'est pas le complexe ≪ chaos ≫ qui a créé tout cela ; il a seulement stimulé l'intérêt des chercheurs, par toutes les interrogations que suscitait sa nature indéfinie.

Il a ainsi contribué à la naissance d'une théorie spécialisée du chaos qui s'est construite en dialogue entre les systèmes d'équations différentielles et certains domaines, météorologie, physique, électricité, où elle s'accorde bien avec l'expérience. Cette théorie est ensuite entrée en communication avec d'autres domaines où elle crée la surprise : la dynamique des populations, l'économétrie, la physiologie humaine et j'en passe. L'idée qu'il devait bien y avoir du chaos là-dedans a joué un rôle déterminant.

Toutefois, cette notion semble ne pas avoir épuisé son potentiel de questionnement du côté des mathématiques, où certains aspects du chaos déterministe échappent à la théorie constituée, et où ses connexions avec le point de vue des probabilistes sur l'imprévisibilité envisagée formellement comme un effet du hasard, essentiellement différent de celui de l'imprévisibilité déterministe qui résulte de la sensibilité aux conditions initiales, restent à explorer. Il en va de même en dynamique abstraite : les concepts élaborés pour les systèmes différentiels, transposés dans ce cadre plus large, ne donnent pas une description satisfaisante de ce qu'on peut y entendre par chaos. Sur ce dernier aspect, on pourra lire l'article [3], que je réécrirais aujourd'hui d'une manière complètement différente. Au surplus, ≪ chaos ≫ a d'autres résonances chez les informaticiens (à qui les systèmes différentiels ne sont forcément pas très familiers) et pourrait en avoir encore d'autres en génomique (où la robustesse des mécanismes de régulation fait du chaos un phénomène atypique, qui peut néanmoins survenir). La pluralité des sens du mot chaos dans la sphère scientifique paraît donc toujours d'actualité ; on peut le vérifier avec un certain amusement dans l'usage qui en est fait jour après jour. D'où l'intérêt qu'il conserve comme matrice potentielle d'avancées à venir.

Ce que nous venons de voir à propos du chaos, on pourrait le reprendre pour les mots ≪ complexité ≫ et ≪ information ≫ dans leurs contextes respectifs. Là aussi, un terme vague a donné naissance à un ou plusieurs concepts mathématiques ultra-spécialisés qui ne rendent compte que d'une toute petite fraction de son sens. Il se peut qu'il en fasse naître d'autres dans un futur proche.

Les complexes intermédiaires ne sont pas forcément le principal vecteur de la communication entre sciences. Il y a d'autres modes d'interaction. La coopération est harmonieuse depuis longtemps entre les mathématiques et les domaines où la modélisation mathématique est profonde et bien établie, comme la mécanique et la plupart des branches de la physique. Il me semble que l'habitude de travailler ensemble à modéliser des phénomènes y évite au moins que ne s'installent durablement des complexes intermédiaires qui résulteraient seulement d'une incompréhension réciproque. Ceci

9. Voir par exemple ≪ Le peintre de batailles ≫, d' A. Pérez-Reverte [11] ; le chaos, par le biais de l'effet papillon, est un thème explicite et important du roman, dont le contenu évoque par ailleurs d'autres significations du même mot.

suggère fortement que d'autres outils de communication existent. Et pourtant, là même où il est une réalité bien établie, le travail en commun peut achopper sur des obstacles momentanément insurmontables qui peuvent alors susciter l'apparition de nouveaux complexes intermédiaires.

Enfin, dans le champ culturel au sens large, le complexe intermédiaire se pare de toutes les résonances, scientifiques et non-scientifiques, de l'expression qui le désigne, et revêt un aspect chatoyant propre à entraîner des effets de mode. Des mots comme ≪ chaos ≫, ≪ information ≫, ≪ complexité ≫ sont utilisés de toutes sortes de manières afin de faire image, quelquefois à contresens, le plus souvent de manière poétique et sans vrai souci de faire avancer les connaissances. Parfois aussi une intuition fructueuse se fait jour, conduisant alors sur des pistes nouvelles.

The vague notion of chaos : à tort ou à raison, je vois beaucoup d'enseignements sur les complexes intermédiaires dans ce bout de phrase extrait d'un article de E. Glasner et B. Weiss, et dans ce qu'il évoque du reste de ce texte [9]. D'abord la réaction de deux mathématiciens face à un complexe intermédiaire nourri par la physique et qui les laisse perplexes parce qu'il est mal défini. Puis leur rejet d'une définition du chaos, celle de Devaney, qu'ils trouvent réductrice et inadéquate dans leur domaine, la dynamique topologique abstraite, sans qu'ils signalent clairement s'ils savent qu'elle a du sens dans le cadre de la dynamique différentielle. Enfin, l'idée, qu'ils n'expriment pas nettement tout en la suggérant, que le mot chaos appelle non pas une définition mais une théorie [10]. Ils font un premier pas dans cette direction, en énumérant *plusieurs* propriétés qu'on peut considérer comme chaotiques et qu'ils comparent, et en en signalant d'autres, sans prétendre que l'une d'entre elles pourrait devenir ≪ la ≫ seule et unique définition du chaos.

5. Conclusion et interrogations.

L'idée centrale développée ici est que les spécificités de certaines disciplines scientifiques induisent des habitudes différentes dans l'usage du langage. De ce fait, mathématiques et sciences expérimentales, qui ne s'expriment pas de la même manière et dont les conceptions de l'heuristique divergent singulièrement, sont prédisposées au dialogue de sourds. Le phénomène est heureusement atténué par la familiarité que beaucoup de physiciens, de mécaniciens et en général d'utilisateurs de modèles ont avec le langage mathématique, et par l'aptitude de beaucoup de mathématiciens à surmonter leur crainte devant les ambiguïtés du langage et l'usage du déplacement et de la condensation.

Les complexes intermédiaires jouent un triple rôle ; mots ou expressions empruntés au langage ordinaire et autour desquels se cristallisent de nombreuses significations, certaines scientifiques de nature, d'autres non, ils sont tour à tour expression d'une perplexité, symptôme des difficultés de communication qui apparaissent à son propos, et outil pour surmonter celles-ci.

Pour approfondir l'hypothèse et justifier l'appel à cette notion nouvelle, plusieurs autres questions seraient à explorer. En voici quelques-unes qui sont loin d'épuiser le sujet.

D'abord, le point de vue développé ici est celui d'un mathématicien. Je pense qu'un physicien ou un biologiste auraient des critiques à lui faire, et d'autres idées à développer.

Actuellement, l'interaction entre la génomique et les mathématiques se fait le plus souvent par une multiplicité de petits modèles venus de domaines variés à l'intérieur des secondes, et moins par le développement de modèles larges comme cela se passe en physique. Comment penser ce nouveau genre de coopération ? Est-il destiné à durer, ou devons-nous nous attendre à voir apparaître un jour une modélisation mathématique de type classique en biologie ?

Que dire de l'usage des statistiques, quasi-universel dans la recherche actuelle ? Est-ce qu'il est le même partout, ou bien y a-t-il des distorsions quand on passe d'une science à l'autre ? Aident-elles les sciences à communiquer, ou bien les différences dans l'usage qui en est fait créent-elles au contraire des incompréhensions ?

---

10. si ce n'est plusieurs, à mon avis.

Quand on veut s'échapper du cadre étroit des interactions des mathématiques et s'ouvrir à l'ensemble du champ scientifique, le programme devient énorme. J'ai évoqué les rapports entre physique et biologie, qui pourraient apporter des intuitions nouvelles. Les difficultés du dialogue sont-elles les mêmes entre les différentes sciences expérimentales ? Sans avoir aucune qualification pour l'affirmer, je suis tenté de croire que leur référence commune à la réalité expérimentale aide leurs spécialistes à se comprendre plus vite, sans pour autant rendre la communication transparente. Bien entendu, cela demande vérification.

En sciences humaines et sociales, la situation est paradoxale. Aujourd'hui, beaucoup de chercheurs se réclament de plusieurs disciplines : historiens qui sont aussi économistes ou anthropologues, économistes-sociologues, géographes-anthropologues, pour ne citer qu'un petit nombre de ces statuts qui ne sont hybrides qu'au vu des catégories établies ; aux yeux d'un observateur naïf les diverses sciences semblent former un grand continuum dans lequel chaque chercheur se définirait plus par sa problématique personnelle que par son rattachement à une discipline. Mais il y a un revers à la médaille. Nombreux sont aussi les chercheurs qui se plaignent du cloisonnement institutionnel entre leurs disciplines, tant dans les départements universitaires que dans les organes d'évaluation, avec pour conséquence que leurs travaux sont souvent mal reconnus ! Là, on voit que la structuration des milieux universitaires crée des obstacles à la recherche. En existe-t-il d'autres, propres à la diversité des démarches scientifiques parmi les grandes disciplines ? Car celles-ci subsistent aussi dans la réalité de la recherche, et pas seulement dans l'institution.

Je remercie vivement Éric Delamotte, Christophe Letellier et les autres participants du séminaire d'épistémologie comparée, ainsi qu'Alejandro Maass, pour d'innombrables informations et discussions. Plusieurs idées nouvelles ont été suscitées par des remarques d'Étienne Ghys. Toute ma reconnaissance va aussi à Christian Leruste qui m'a signalé la phrase de Goethe mise en exergue, que je trouve délectable.

Références

[1] G. Bachelard, ≪ La formation de l'esprit scientifique ≫. Bibliothèque des textes philosophiques, Vrin, Paris, 1993 (réédition).

[2] G. Bachelard, ≪ Essai sur la connaissance approchée ≫. Bibliothèque des textes philosophiques, Vrin, Paris, 2006 (6e édition).

[3] F. Blanchard, *Topological chaos : what may this mean ?*, Journal of Differential Equations and Applications **15** (2009), n°1, 23–46.

[4] S. Catellin, *L'abduction : une pratique de la découverte scientifique et littéraire*, Hermès 39, 179–185.

[5] B. Cyrulnik, ≪ Autobiographie d'un épouvantail ≫, Odile Jacob, Paris, 2008.

[6] C. Chesneau Du Marsais, Des tropes, ou des differens sens dans lesquels on peut prendre un mème mot dans une mème langue. 1730. Réédition de F. Douay-Soublin, Paris, Flammarion, coll. " Critiques ", 1988.

[7] K. Davey, *Is mathematical rigor necessary in physics ?*. British Journal for the Philosophy of Science, Volume 54, Number 3, September 2003, pp. 439-463.

[8] A. Gelfert, *Mathematical rigor in physics : putting exact results in their place*, Philosophy of Science, 72 (2005) 723-738.

[9] E. Glasner, B. Weiss, *Sensitive dependence on initial conditions*, Nonlinearity **6** (1993), 1067–1075.

[10] T.-Y. Li, J. A. Yorke, *Period three implies chaos*, American Mathematical Monthly **82** (1975), 985–992.

[11] A. Pérez-Reverte, ≪ Le peintre de batailles ≫, trad. F. Maspéro, Seuil, Paris, 2007.

[12] D. Ruelle, F. Takens, *On the nature of turbulence*, Communications in Mathematical Physics, **20** (1971), 167–192.

[13] J. Schlanger, *La pensée inventive.* In : I. Stengers, J. Schlanger, ≪ Les concepts scientifiques ≫. Folio/Essais, Gallimard, 1991 (réédition).

Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, UMR 8050 (CNRS-Université Paris Est), UMLV, 5 boulevard Descartes, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

E-mail address: francois.blanchard@univ-mlv.fr