



# Traitement et analyse de séries chronologiques continues de turbidité pour la formulation et le test de modèles des rejets urbains par temps de pluie

Marjolaine Métadier

## ► To cite this version:

Marjolaine Métadier. Traitement et analyse de séries chronologiques continues de turbidité pour la formulation et le test de modèles des rejets urbains par temps de pluie. Architecture, aménagement de l'espace. INSA de Lyon, 2011. Français. <NNT : 2011ISAL0018>. <tel-00668706>

**HAL Id: tel-00668706**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00668706>**

Submitted on 10 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre 2011ISAL0018

Année 2011

Thèse

# **Traitement et analyse de séries chronologiques continues de turbidité pour la formulation et le test de modèles des rejets urbains par temps de pluie**

**Présentée devant**

L'institut national des sciences appliquées de Lyon

**Pour obtenir**

Le grade de docteur

**Formation doctorale : Génie Civil urbain**

École doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)

**Par**

Marjolaine Métadier

Soutenue le 14 février 2011 devant la Commission d'examen

**Jury**

J.-L. Bertrand-Krajewski	Professeur	Directeur de thèse
B. Chocat	Professeur	Président
P. Vanrolleghem	Professeur	Rapporteur
F. Clemens	Professeur	Rapporteur
G. Chebbo	Professeur	Examineur
M. Ayherre	Docteur	Examineur
S. Deleville	Docteur	Invité

Laboratoire de Génie Civil et d'Ingénierie Environnementale (LGCIE)



**INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quadriennal 2007-2010**

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://sakura.cpe.fr/ED206">http://sakura.cpe.fr/ED206</a>  M. Jean Marc LANCELIN  Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/eea">http://www.insa-lyon.fr/eea</a> M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a>  M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTE</b>  Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> M. Alain MILLE	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 <a href="mailto:infomaths@bat710.univ-lyon1.fr">infomaths@bat710.univ-lyon1.fr</a> - <a href="mailto:alain.mille@liris.cnrs.fr">alain.mille@liris.cnrs.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b>  M. Jean Marc PELLETIER  Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 <a href="mailto:Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr">Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b>  M. Jean Louis GUYADER  Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 <a href="mailto:mega@lva.insa-lyon.fr">mega@lva.insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b>  M. OBADIA Lionel  Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 <a href="mailto:Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr">Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



# Remerciements

Je voudrais d'abord remercier Jean-Luc Bertrand-Krajewski, mon directeur de thèse, professeur au LGCIE, sans qui ce travail n'aurait pu être aussi enrichissant et stimulant. Merci pour toutes les idées et les précieux conseils et merci d'avoir supporté mes nombreuses interrogations dans ma quête de vérité scientifique... Enfin, merci d'avoir relu jusqu'à la dernière minute ce document !

Je remercie l'entreprise SAFEGE de m'avoir permis de réaliser cette thèse. Je remercie Dominique Renaudet, directeur de la Recherche, de l'Innovation et du Développement Durable, pour sa confiance et ses conseils. Je remercie également Pierre-Antoine Jarrige pour m'avoir suivie ces trois années, pour sa compréhension et sa disponibilité. Je vous remercie infiniment de m'avoir soutenue dans la période de fin de thèse.

Je remercie également toute l'équipe de l'hydraulique urbaine, particulièrement Guillaume Binet et Jean Vuathier avec qui j'ai eu le plaisir de travailler directement.

Je remercie Bernard Chocat, directeur du LGCIE, pour son accueil au sein du laboratoire et d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Votre humanité et votre volonté inspirent !

Je suis également très reconnaissante à Peter Van Vanrholléghe et François Clemens d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette (longue !) thèse. Merci également à Ghassan Chebbo et Mathieu Ayherre, ainsi que Stéphane Deleville d'avoir accepté d'être membres du jury.

Je remercie tous les doctorants que j'ai croisés tout au long de ma thèse. Nos nombreux échanges ont nourri ma réflexion : les doctorants du laboratoire, Céline, Damien, Priscilla, Abbas, Abel, Carolina, Mathieu, Christel, Andrès, Miguel, Guilhem et les autres, mais aussi d'ailleurs, Jussana, Manfred, Gunther, Bertrand, Valentin, Ali. J'adresse une attention particulière à Céline Becouze, qui m'a beaucoup aidée au quotidien, par sa grande capacité d'écoute et son amitié. Mes pensées vont aussi vers Priscilla Macedo Moura, pour son soutien dans mes nombreuses quêtes alimentaires ! Je remercie également Damien Granger pour son énergie et son enthousiasme si communicatifs et Abbas Benzerra pour ses encouragements et les discussions enrichissantes des derniers mois de rédaction.

Je remercie les chercheurs du laboratoire du LGCIE, pour la bonne ambiance de travail qu'ils savent insuffler au sein de l'équipe. J'adresse un remerciement particulier à Gislain Lipeme-Kouyi, qui m'a beaucoup encouragé au début de la thèse. Toute ma reconnaissance va également à Tim Fletcher, professeur invité, dont les qualités professionnelles et humaines sont pour moi un exemple. Je tiens également à remercier les secrétaires, les informaticiens et les techniciens du laboratoire : Valérie, Renée, Christian, Sylvie, Yvan, Serge, et Dominique pour leur disponibilité et leur assistance technique en tout type de circonstance ! Je remercie tout particulièrement Yvan pour notre collaboration dans l'étape de traitement des données. Merci également à l'équipe CANOE, Hervé et Nicolas. Je remercie particulièrement Nicolas pour sa patience dans les longues heures de travail passées à l'élaboration du logiciel prototype de traitement des données.

Je voudrais enfin remercier Jasper Vrugt pour sa disponibilité et son aide précieuse dans les derniers mois de la thèse : I really thank you for your great help and explanations for running the DREAM algorithm you gracefully sent us. Thank you !

Merci à ma famille et mes proches ! Vous qui m'avez accompagnée et encouragée ces dernières années, je vous remercie infiniment.

A mes parents, qui êtes toujours là pour moi, quel que soit le moment, pour l'exemple que vous me donnez, je vous suis éternellement reconnaissante. Merci à mes sœurs. Je remercie en particulier Aude pour toutes nos discussions et Gaëlle pour m'avoir aidé à relire ce document « incompréhensible »... Je remercie mes cousins Gilles, Jacques, Paola, Joseph et Pauline. Merci de m'avoir soutenue dans mes moments de doute.

Je remercie mes amies Perrine, Céline, Stéphanie, Marguerite, Violette, Carole, Fleur, Catherine, Heidi, Hadil, Marie-Estelle, Isabelle, Pauline,..., et de manière générale toutes les personnes dont la rencontre et les discussions m'ont permis de progresser dans ma recherche scientifique et personnelle. Je remercie particulièrement Catherine pour sa gentillesse et sa générosité pendant la période de rédaction.

Merci à Pierre Hamond et François Brossollet, qui sans le savoir d'avance m'ont permis de terminer sereinement cette thèse. Merci à Damien Matterdorf pour toutes nos discussions. Enfin, je voudrais spécialement remercier Muriel et Pierre Mattersdorf pour la chaleur de leur accueil, leur écoute et leur bienveillance ces quatre dernières années, qui m'ont beaucoup aidée.

Enfin mes remerciements vont à Guillaume Mattersdorf que je ne remercierai jamais assez : pour sa patience, son soutien, pour toutes nos discussions et nos joies qui n'ont cessé de me porter durant ces trois ans et demi. Merci de m'avoir accompagnée jusqu'au bout de cette longue étape, malgré les épreuves. Merci enfin de m'avoir aidée à terminer ce document. Je te le dédicace !

« L'autre détient toujours une part de vérité qui nous est étrangère »  
Guy Gilbert

# Traitement et analyse de séries chronologiques continues de turbidité pour la formulation et le test de modèles des rejets urbains par temps de pluie

## Résumé

Les modèles actuels de la qualité des rejets urbains par temps de pluie (RUTP) restent encore à l'heure actuelle peu utilisés dans les études opérationnelles. Cependant, un intérêt croissant pour cette problématique est observé de la part des acteurs de la gestion de l'eau en milieu urbain. Cet intérêt est à l'origine de ce travail de thèse effectué en partenariat entre l'INSA de Lyon et l'entreprise d'ingénierie conseil Safege.

Depuis quelques années, un courant de recherche se développe pour la proposition de modèles parcimonieux, en adéquation avec le nombre de données disponibles dans les études. Des modèles à l'échelle globale du bassin versant ou avec une approche simplifiée des processus dans le réseau sont proposés. De plus, l'analyse des incertitudes apparaît aujourd'hui comme un outil incontournable pour le test des modèles. L'approche bayésienne offre de ce point de vue un cadre d'analyse performant pour une compréhension plus approfondie des structures de modèles.

Parallèlement, le développement des techniques de mesure en continu en réseau, spectrométrie et turbidité, permet l'obtention de données continues de flux de matières en suspension (MES) et de demande chimique en oxygène (DCO) en grand nombre. Ces données apportent une information riche sur la dynamique des flux à pas de temps court et ce à moindre coût par rapport aux méthodes traditionnelles d'échantillonnage.

Ce travail de recherche constitue une des premières études en hydrologie urbaine basée sur l'exploitation d'une grande base de données acquises par la mesure de la turbidité avec : deux sites implémentés sur le territoire du Grand Lyon, Chassieu (réseau séparatif) et Ecully (réseau unitaire), et des mesures sur la période 2004-2008. Les deux premiers objectifs de ce travail sont la validation et l'analyse de la base de données existante. Le troisième objectif est le test de modèles de type multi-régression et Accumulation-Erosion-Transfert sur la base de ces nouvelles données. Pour ce faire, des outils de traitement et d'analyse des données semi-automatisés ont été mis en œuvre, ainsi qu'une analyse bibliographique approfondie sur les méthodes d'analyse des incertitudes et de test des modèles.

263 et 239 événements pluvieux ont été retenus pour le test des modèles, respectivement pour les sites de Chassieu et Ecully. L'analyse des données a permis la formulation d'hypothèses sur la génération des flux pour la proposition de modèles adaptés. Le test de l'approche multi-régression a confirmé la nécessité de construire des modèles locaux, basés sur une analyse approfondie des données. Les modèles obtenus pour les concentrations moyennes événementielles (CME) montrent des résultats médiocres. Ceux pour la masse événementielle parviennent à reproduire en tendance la variabilité des observations, mais sans précision les valeurs ponctuelles. La méthode bayésienne formelle a été utilisée pour le test à Chassieu d'un modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert simple à l'échelle du bassin versant. Les premiers résultats mettent en défaut la structure du modèle testé qui ne parvient pas à reproduire la diversité des dynamiques événementielles observées. Cependant ces premiers tests ont démontré l'efficacité de la procédure d'analyse bayésienne, dont l'application du principe d'apprentissage permet d'améliorer de manière significative les structures des modèles.

**Mots clés :** analyse bayésienne, DCO, données, MES, modélisation, RUTP, traitement de données, turbidité



# Treatment and analysis of continuous turbidities series for the test of urban stormwater quality models

## Abstract

Few storm water quality models are currently used for operational purposes. Nevertheless, more and more urban water managers are tackling this issue. This work, carried out in partnership with the INSA Lyon and the engineering consulting company SAFEGE, is such an example of this interest.

Current research works focus on parsimonious modelling approaches that match the amount of data available for calibration. Two types of reality representation are proposed: global approaches at the catchment scale or models with a simplified representation of sewer processes. Moreover uncertainties analysis now appears as an integrated step and a powerful tool in models testing. Bayesian approach allows such type of analysis that improves our knowledge on models structure.

In parallel, development of in sewer continuous measurements based on spectrometry and turbidimetry techniques, provides large data base of continuous total suspended solids (TSS) and chemical oxygen demand (COD) concentrations. Much information on pollutant fluxes dynamics at short time steps can be provided.

To our knowledge, this research work is one of the first studies in urban hydrology based on a large turbidity database. Two sites are implemented next to Lyon, France: Chassieu (separated sewer) and Ecully (combined sewer), with measurements over the period 2004-2008. The first two objectives of this work were validation and analysis of the existing database. The third objective was to test multi-regression and Accumulation-Erosion-Transfer modelling approaches, with this new database. Semi-automatic treatment and data analysis tools have been used for this purpose. In the meantime, a deep bibliographic work on uncertainties analysis methods and models test has been carried out.

263 and 239 stormwater events were selected for the modelling work, namely for Chassieu and Ecully. Data analysis provided insights for making assumptions on the pollutant fluxes generation and proposing adapted models. Test of multi-regression approach confirmed conclusions of previous research works: it is necessary to build local approaches based on detailed data analysis.

Models that were obtained for event mean concentrations poorly reproduced observed data. For event mass, data variability could be reproduced in trend. However point values can not be reproduced satisfyingly. Formal Bayesian approach was used for testing a simple global Accumulation-Erosion-Transfer model for Chassieu. First results evidenced the difficulties of the model to reproduce the dynamics variability. This may be due to the simple structure. However these first tests have demonstrated the efficiency of the Bayesian analysis procedure. In particular, the application of the learning principle showed that model structure can be significantly and efficiently improved.

**Key words:** Bayesian analysis, COD, data treatment, modelling, urban stormwater loads, TSS, turbidity



## **Table des matières**



<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<hr/>	
<b>PARTIE 1 : LA MODELISATION DE LA QUALITE DES REJETS URBAINS PAR TEMPS DE PLUIE (RUTP)</b>	<b>7</b>
<hr/>	
<b>INTRODUCTION</b>	<b>9</b>
<hr/>	
<b>CHAPITRE 1 : INTRODUCTION</b>	<b>11</b>
<hr/>	
<b>1.1 Définition d'un modèle.....</b>	<b>11</b>
<b>1.2 La diversité des modèles de RUTP .....</b>	<b>12</b>
1.2.1 Critères de distinction .....	12
1.2.2 État actuel .....	12
<b>1.3 Les difficultés relatives à la modélisation des RUTP.....</b>	<b>13</b>
1.3.1 La complexité des processus et le manque de connaissances .....	13
1.3.2 Le manque de données en qualité et en quantité .....	14
1.3.3 La difficulté des procédures de calage et de calcul des incertitudes .....	15
1.3.4 Conclusion .....	15
<b>CHAPITRE 2 : APPROCHES DE MODELISATION DE LA QUALITE DES RUTP</b>	<b>17</b>
<hr/>	
<b>2.1 Les modèles statistiques simples .....</b>	<b>17</b>
2.1.1 Définition du modèle statistique .....	17
2.1.2 Les modèles statistiques simples de RUTP.....	18
2.1.3 Considérations épistémologiques.....	19
2.1.4 Méthode de construction des modèles de type multi-régression.....	19
2.1.4.1 Les méthodes de sélection des variables .....	19
2.1.4.2 Analyse des résultats .....	20
2.1.5 Intérêts et limites de l'approche .....	21
<b>2.2 Les modèles détaillés type Accumulation-Erosion-Transfert.....</b>	<b>21</b>
2.2.1 Définition de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert .....	21
2.2.2 Des années 1970 à 2000 : une complexité croissante des modèles .....	22
2.2.2.1 Les premières études .....	22
2.2.2.2 Les modèles de transfert.....	22
2.2.2.3 L'intégration dans des logiciels .....	22
2.2.3 Des années 2000 à aujourd'hui : de nouvelles connaissances.....	23
2.2.4 Intérêts et limites de l'approche .....	23
2.2.4.1 Intérêts .....	23
2.2.4.2 Limites.....	23
<b>2.3 Vers des modèles parcimonieux .....</b>	<b>24</b>
2.3.1 Objectifs.....	24
2.3.2 Une représentation simplifiée du réseau .....	24
2.3.3 Une représentation plus globale des processus .....	25
2.3.3.1 Une représentation simplifiée du transfert.....	25
2.3.3.2 Vers des modèles de régression à base déterministe .....	27
2.3.3.3 Intérêt et limites des approches.....	28
<b>2.4 Conclusions .....</b>	<b>28</b>
<b>CHAPITRE 3 : CHOIX DES APPROCHES TESTEES</b>	<b>31</b>
<hr/>	
<b>3.1 Quel modèle choisir ?.....</b>	<b>31</b>
<b>3.2 Objectifs de la thèse.....</b>	<b>33</b>

3.2.1	Test de l'approche multi-régression.....	33
3.2.2	Test de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert.....	34
<b>3.3</b>	<b>Choix généraux de modélisation .....</b>	<b>34</b>
3.3.1	Test de l'approche multi-régression.....	34
3.3.2	Test de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert.....	35
<b>PARTIE 2 : TEST DES MODELES ET INCERTITUDES</b>		<b>37</b>
<hr/>		
<b>INTRODUCTION</b>		<b>39</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE 4 : LE CONCEPT D'INCERTITUDE EN MODELISATION EN HYDROLOGIE URBAINE</b>		<b>41</b>
<hr/>		
<b>4.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>41</b>
<b>4.2</b>	<b>Modèle optimal et incertitude de prédiction .....</b>	<b>42</b>
4.2.1	Définition du modèle optimal .....	42
4.2.2	Procédure de calage simple.....	43
4.2.2.1	<i>Définition de la fonction objectif.....</i>	<i>43</i>
4.2.2.2	<i>Algorithmes de calage.....</i>	<i>48</i>
4.2.3	Calcul de l'incertitude de prédiction.....	49
<b>4.3</b>	<b>Les sources d'incertitude dans les modèles .....</b>	<b>50</b>
4.3.1	Incertitudes liées au système de mesure.....	50
4.3.2	Incertitudes sur la connaissance des processus .....	51
4.3.3	Incertitude sur la procédure de calage et d'estimation des incertitudes .....	51
4.3.4	Quelle classification ? .....	51
<b>CHAPITRE 5 : LES METHODES D'EVALUATION DES INCERTITUDES</b>		<b>55</b>
<hr/>		
<b>5.1</b>	<b>Concepts statistiques .....</b>	<b>55</b>
5.1.1	Formalisation du terme d'erreur .....	55
5.1.2	Incertitudes sur les paramètres .....	56
5.1.3	Incertitude de prédiction .....	57
<b>5.2</b>	<b>Cas des modèles linéaires.....</b>	<b>57</b>
5.2.1	Méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO).....	58
5.2.2	Méthode des Moindres Carrés Pondérés.....	60
5.2.3	Méthode de Williamson .....	61
5.2.4	Cas des modèles simples linéarisables.....	62
<b>5.3</b>	<b>Cas des modèles complexes : la méthode bayésienne formelle .....</b>	<b>63</b>
5.3.1	Principe de l'approche bayésienne.....	63
5.3.1.1	<i>L'inférence bayésienne.....</i>	<i>63</i>
5.3.1.2	<i>Application au cas d'un modèle paramétrique.....</i>	<i>64</i>
5.3.1.3	<i>Principe d'apprentissage .....</i>	<i>65</i>
5.3.2	Choix de la distribution <i>a priori</i> .....	66
5.3.3	Choix de la vraisemblance .....	67
5.3.4	L'échantillonnage de la distribution <i>a posteriori</i> .....	69
5.3.4.1	<i>Méthode d'échantillonnage d'importance.....</i>	<i>69</i>
5.3.4.2	<i>Principe de la méthode MCMC.....</i>	<i>71</i>
5.3.4.3	<i>L'algorithme de Metropolis.....</i>	<i>73</i>
5.3.4.4	<i>Les nouvelles générations d'algorithmes MCMC .....</i>	<i>74</i>
5.3.4.5	<i>Diagnostics de convergence.....</i>	<i>75</i>
5.3.5	Calcul des intervalles de prédiction .....	76
5.3.6	Avantages et limites de l'approche .....	77
<b>5.4</b>	<b>L'approche GLUE .....</b>	<b>79</b>
5.4.1	Principe de la méthode.....	79
5.4.1.1	<i>Introduction générale.....</i>	<i>79</i>
5.4.1.2	<i>Comparaison avec la méthode bayésienne.....</i>	<i>80</i>
5.4.1.3	<i>Algorithme de base.....</i>	<i>81</i>
5.4.2	Choix des éléments subjectifs .....	83

5.4.3	Avantages et limites de la méthode.....	83
<b>5.5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>85</b>
5.5.1	Les méthodes disponibles .....	85
5.5.2	Quelle méthode choisir ? .....	86
5.5.3	Méthodes utilisées pour la modélisation de la qualité des RUTP .....	87
<b>CHAPITRE 6 : TEST DES MODELES</b>		<b>89</b>
<b>6.1</b>	<b>Evaluation de la performance des modèles .....</b>	<b>89</b>
6.1.1	Test de la capacité prédictive .....	89
6.1.2	Les critères mathématiques de performance .....	91
6.1.3	Vérification des hypothèses sur les résidus .....	91
<b>6.2</b>	<b>Apports de l'analyse bayésienne .....</b>	<b>93</b>
6.2.1	L'analyse des paramètres .....	93
6.2.2	Application du principe d'apprentissage .....	95
<b>6.3</b>	<b>Quantification des sources d'incertitude.....</b>	<b>96</b>
6.3.1	Analyse de sensibilité à une source d'incertitude .....	97
6.3.2	Modélisation des sources d'incertitude .....	98
<b>CONCLUSION</b>		<b>101</b>
<b>PARTIE 3 : CONSTRUCTION DE LA BASE DE DONNEES</b>		<b>103</b>
<b>INTRODUCTION</b>		<b>105</b>
<b>CHAPITRE 7 : PRESENTATION DES SITES D'ETUDE</b>		<b>107</b>
<b>7.1</b>	<b>Observatoire de Terrain en Hydrologie Urbaine (OTHU).....</b>	<b>107</b>
<b>7.2</b>	<b>Sites d'étude.....</b>	<b>108</b>
7.2.1	Site de Chassieu - Django Reinhardt .....	108
7.2.2	Site d'Ecully .....	110
<b>7.3</b>	<b>Dispositifs de mesure.....</b>	<b>112</b>
7.3.1	Mesures en continu aux exutoires .....	112
7.3.2	Mesures pluviométriques .....	114
<b>CHAPITRE 8 : TRAITEMENT DES DONNEES</b>		<b>115</b>
<b>8.1</b>	<b>Calcul du débit et des concentrations en MES et DCO.....</b>	<b>115</b>
8.1.1	Données utilisées .....	115
8.1.2	Calcul du débit et de l'incertitude associée .....	116
8.1.3	Calcul des concentrations en MES et DCO et de leurs incertitudes associées .....	117
8.1.3.1	Établissement des relations [MES]-turbidité et [DCO]-turbidité .....	117
8.1.3.2	Calcul des concentrations et de leurs incertitudes .....	120
<b>8.2</b>	<b>Identification des événements pluvieux .....</b>	<b>121</b>
8.2.1	Délimitation préliminaire des pluies .....	121
8.2.2	Site de Chassieu .....	121
8.2.3	Site d'Ecully .....	122
<b>8.3</b>	<b>Calcul des masses et des concentrations moyennes événementielles de MES et DCO .....</b>	<b>123</b>
8.3.1	Calcul des volumes ruisselés .....	123
8.3.2	Calcul des masses et des concentrations moyennes événementielles totales .....	124
8.3.3	Distinction des apports de temps sec et de temps de pluie.....	124

<b>CHAPITRE 9 : PRESENTATION DE LA BASE DE DONNEES FINALE</b>	<b>125</b>
<b>9.1 Choix des événements</b>	<b>125</b>
9.1.1 Analyse des lacunes	125
9.1.2 Exclusion des événements douteux	125
9.1.3 Base de données finale	126
<b>9.2 Analyse critique de la base de données</b>	<b>127</b>
9.2.1 Efficacité du système de mesure	127
9.2.2 Représentativité globale	129
9.2.3 Représentativité saisonnière	131
<b>9.3 Exemples d'événements</b>	<b>133</b>
9.3.1 Petites pluies	133
9.3.2 Pluies moyennes	136
9.3.3 Fortes pluies	139
<b>CONCLUSION</b>	<b>143</b>
<b>PARTIE 4 : ANALYSE DES DONNEES</b>	<b>145</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>147</b>
<b>CHAPITRE 10 : VARIABILITE DES FLUX DE TEMPS SEC</b>	<b>149</b>
<b>10.1 Base de données de temps sec</b>	<b>149</b>
10.1.1 Définition du temps sec	149
10.1.2 Données utilisées	150
10.1.3 Classification des jours de temps sec <i>a priori</i>	150
10.1.4 Représentativité de la base de données	151
<b>10.2 Analyse des profils de temps sec</b>	<b>152</b>
10.2.1 Classes de jours de temps sec retenues <i>a posteriori</i>	152
10.2.2 Variabilité à l'échelle du profil	152
10.2.3 Variabilité saisonnière	157
10.2.3.1 Analyse des profils mensuels	157
10.2.3.2 Analyse de corrélation	158
10.2.4 Relation débit-turbidité	160
<b>10.3 Conclusions et perspectives</b>	<b>161</b>
<b>CHAPITRE 11 : ESTIMATION DE LA CONTRIBUTION DU TEMPS SEC</b>	<b>163</b>
<b>11.1 Méthode</b>	<b>163</b>
11.1.1 Définition de la contribution du temps sec	163
11.1.1.1 Principe de la méthode	163
11.1.1.2 Choix des signaux de référence	164
11.1.1.3 Ajustement du signal de référence	165
11.1.2 Calcul de l'incertitude de l'estimation	165
11.1.2.1 Définition de l'incertitude d'estimation	165
11.1.2.2 Évaluation de l'incertitude de substitution	166
<b>11.2 Résultats</b>	<b>166</b>
11.2.1 Incertitude de substitution	166
11.2.2 Estimation des contributions événementielles	169
11.2.2.1 Calcul des volumes ruisselés et des masses de polluants	169
11.2.2.2 Calcul des concentrations moyennes événementielles	170
11.2.2.3 Résultats	171
11.2.3 Etablissement de chroniques continues de temps sec sur la période 2007-2008	174
<b>11.3 Limites de la méthode</b>	<b>174</b>

<b>CHAPITRE 12 : VARIABILITE DES FLUX DE TEMPS DE PLUIE</b>	<b>177</b>
<b>12.1 Recherche de variables corrélées</b>	<b>177</b>
12.1.1 Variables expliquées	177
12.1.2 Recensement des variables explicatives potentielles	178
12.1.2.1 Variables explicatives recensées dans la bibliographie	178
12.1.2.2 Nouvelles variables explicatives	179
12.1.2.3 Distribution des variables	181
12.1.3 Analyse des coefficients de corrélation	183
12.1.3.1 Principe de l'analyse	183
12.1.3.2 Résultats	184
12.1.4 Analyse en composante principale (ACP)	189
12.1.4.1 Principe de l'analyse	189
12.1.4.2 Résultats	190
12.1.4.3 Sélection des variables corrélées	194
<b>12.2 Etude des courbes M(V)</b>	<b>195</b>
12.2.1 Principe de l'analyse	195
12.2.2 Analyse de la typologie des courbes	196
12.2.2.1 Principe	196
12.2.2.2 Résultats	197
12.2.3 Prédiction des courbes	200
12.2.3.1 Objectifs	200
12.2.3.2 1ère méthode : recherche de variables corrélées	201
12.2.3.3 2ème méthode : simulations de longue durée	202
12.2.3.4 Résultats	203
<b>CONCLUSION</b>	<b>211</b>
<b>PARTIE 5 : CHOIX DES MODELES ET METHODOLOGIE DE TEST</b>	<b>213</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>215</b>
<b>CHAPITRE 13 : MODELES DE TYPE MULTI-REGRESSION</b>	<b>217</b>
<b>13.1 Choix de modèles antérieurs</b>	<b>217</b>
13.1.1 Critères de sélection	217
13.1.2 Modèles retenus	218
<b>13.2 Méthode de construction des modèles locaux</b>	<b>219</b>
13.2.1 Méthode de sélection semi-automatique	219
13.2.2 Méthode de recherche systématique	220
13.2.3 Méthode de calage et critère de performance	221
<b>13.3 Résultats des modèles locaux</b>	<b>221</b>
13.3.1 Analyse des modèles optimaux	221
13.3.2 Modèles retenus	230
<b>CHAPITRE 14 : MODELE DE TYPE ACCUMULATION-EROSION-TRANSFERT</b>	<b>233</b>
<b>14.1 Structure générale de modélisation</b>	<b>233</b>
14.1.1 Structure du modèle	233
14.1.2 Choix du niveau de complexité	235
<b>14.2 Modèle hydrologique</b>	<b>236</b>
14.2.1 Module de pertes	236
14.2.2 Propagation des débits	236
<b>14.3 Modèle qualité</b>	<b>238</b>
14.3.1 Accumulation des sédiments en temps sec sur la surface et dans le réseau	239
14.3.2 Erosion des sédiments de surface et dans le réseau par la pluie	240
14.3.3 Calcul de la concentration entrante totale et des classes de sédiments	241

14.3.4	Calcul de la capacité de transport totale de l'écoulement .....	243
14.3.5	Calcul des concentrations totales transportées et déposées .....	246
14.3.6	Calcul des concentrations totales transportées en suspension et par charriage .....	248
14.3.7	Transfert des sédiments jusqu'à l'exutoire .....	249
<b>CHAPITRE 15 : METHODOLOGIE DE TEST DES MODELES</b>		<b>251</b>
<b>15.1</b>	<b>Test de l'approche de type multi-régression .....</b>	<b>251</b>
15.1.1	Méthode de calage .....	251
15.1.2	Test du pouvoir prédictif .....	251
15.1.3	Analyse de sensibilité à la qualité des données .....	252
<b>15.2</b>	<b>Test de l'approche d'Accumulation-Erosion-Transfert.....</b>	<b>253</b>
15.2.1	Hypothèses sur les résidus .....	253
15.2.2	Algorithme MCMC .....	254
15.2.3	Type de calage .....	255
15.2.4	Test du pouvoir prédictif .....	256
<b>15.3</b>	<b>Mise en œuvre de la méthode Bayésienne .....</b>	<b>257</b>
15.3.1	Contexte d'analyse .....	257
15.3.2	Application du principe d'apprentissage .....	257
15.3.3	Analyse de sensibilité à la chronique de calage .....	259
<b>PARTIE 6 : RESULTAT DES TESTS</b>		<b>261</b>
<b>INTRODUCTION</b>		<b>263</b>
<b>CHAPITRE 16 : TEST DES MODELES DE TYPE MULTI-REGRESSION</b>		<b>265</b>
<b>16.1</b>	<b>Test des modèles antérieurs.....</b>	<b>265</b>
16.1.1	Résultats.....	265
16.1.2	Performance des modèles de masse .....	267
16.1.3	Conclusion .....	269
<b>16.2</b>	<b>Analyse de sensibilité à la qualité des données.....</b>	<b>269</b>
<b>16.3</b>	<b>Test du pouvoir prédictif .....</b>	<b>272</b>
16.3.1	Validité du modèle d'erreur .....	272
16.3.2	Calage et évaluation externe .....	273
16.3.3	Résultats de l'analyse LOOCV .....	276
<b>16.4</b>	<b>Conclusions et perspectives .....</b>	<b>279</b>
<b>CHAPITRE 17 : TEST DES MODELES ACCUMULATION-EROSION-TRANSFERT</b>		<b>281</b>
<b>17.1</b>	<b>Résultats généraux .....</b>	<b>282</b>
<b>17.2</b>	<b>Calage du modèle hydrologique .....</b>	<b>282</b>
17.2.1	Distribution <i>a priori</i> des paramètres .....	282
17.2.2	Résultats.....	283
17.2.2.1	<i>Itérations</i> .....	283
17.2.2.2	<i>Résultats finaux</i> .....	293
17.2.3	Analyse de sensibilité au choix de la chronique réduite .....	294
17.2.3.1	<i>Période de calage totale</i> .....	295
17.2.3.2	<i>Chroniques de calage réduites : été, automne et hiver</i> .....	297
17.2.4	Conclusions.....	297
<b>17.3</b>	<b>Calage du modèle qualité.....</b>	<b>298</b>
17.3.1	Distribution <i>a priori</i> des paramètres .....	298
17.3.2	Résultats.....	299
17.3.2.1	<i>Itérations</i> .....	299
17.3.2.2	<i>Résultats avec le modèle de la 5ème itération</i> .....	305
<b>17.4</b>	<b>Conclusions et perspectives .....</b>	<b>309</b>

**Tables des matières**

17.4.1	Conclusions.....	309
17.4.2	Perspectives de recherche .....	309
17.4.3	Vers une utilisation opérationnelle ?.....	310

**CONCLUSION GENERALE** **313**

---

**BIBLIOGRAPHIE** **321**

---

**ANNEXES** **341**

---



# Liste des abréviations

DCO	Demande Chimique en Oxygène
ENPC	Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
GLUE	Global Likelihood Uncertainty Analysis
IC	Intervalle de Confiance
INSA	Institut National des Sciences Appliquées
LGCIE	Laboratoire de Génie Civil et d'Ingénierie Environnemental
LOOCV	Leave-One-Out Cross Validation
LPI	Loi de Propagation des Incertitudes
MCO	Moindres Carrés Ordinaires
MCMC	Monte Carlo par Chaîne de Markov
MES	Matières En Suspension
NC1	Niveau de Complexité 1
NC2	Niveau de Complexité 2
NC3	Niveau de Complexité 3
OTHU	Observatoire de Terrain en Hydrologie Urbaine
RMSE	Root Mean Square Error (=Somme des Ecart Absolus)
RUTP	Rejets Urbains par Temps de Pluie
SCE	Somme des carrés des Ecart
TP	Temps de Pluie
TS	Temps Sec



## Liste des variables

$a$	coefficient amplificateur de la pluie
$A$	surface imperméable du bassin versant
$ACCU$	coefficient d'accumulation
$ARRA$	paramètre d'arrachement
$ARRA_1$	paramètre d'arrachement pour des intensités de pluie brute comprises entre 2.5 et 7.3 mm/h
$ARRA_2$	paramètre d'arrachement pour des intensités de pluie brute supérieures à 7.3 mm/h
$b$	paramètre de calage
$c$	paramètre de calage
$c_1$	classe de particules fines
$c_2$	classe de particules grossières
$C$	constante
$\bar{C}$	concentration moyenne en polluants dans le ruissellement
$C_{susp}$	concentration en MES à l'exutoire du réseau
$C_{char_k}$	concentration en sédiments de la classe $k$ transportée par charriage à l'exutoire du réseau
$C_{depo}$	concentration totale de sédiments déposée dans le réseau
$C_{depo_k}$	concentration de sédiments de la classe $k$ déposée dans le réseau
$C_{ent_k}$	concentration de sédiments de la classe $k$ entrant dans le réseau
$C_{ent_{Tot}}$	concentration totale de sédiments entrant dans le réseau
$CME_{DCO}$	concentration moyenne événementielle totale en DCO
$CME_{MES}$	concentration moyenne événementielle totale en DCO
$CME_X$	concentration moyenne événementielle totale en polluant $X$
$CME_{X_{TP}}$	concentration moyenne événementielle pluviale en DCO
$CME_{X_{TS}}$	concentration moyenne événementielle de temps sec en DCO
$C_{susp}$	concentration de sédiments transportée en suspension dans le réseau
$C_{susp_k}$	concentration de sédiments de la classe $k$ transportée en suspension dans le réseau
$C_{trans}$	concentration de sédiments transportée dans le réseau
$C_{trans_k}$	concentration de sédiments de la classe $k$ transportée dans le réseau
$C_{TS}$	concentration en MES à l'exutoire du réseau
$CT_{Tot}$	capacité de transport totale de l'écoulement
$C_X$	concentration en polluant $X$
$C_{X_{TS}}$	concentration de temps sec en polluant $X$
$C_{X_{TP}}$	concentration pluviale en polluant $X$
$d_{50}$	diamètre médian
$d_{50k}$	diamètre médian de la classe de sédiments $k$
$D_{eq}$	diamètre du collecteur équivalent
$DISP$	coefficient d'arrachement

## Liste des variables

$DTS$	durée de temps sec
$E$	écart entre les variables observées et simulées par le modèle
$f$	fonction mathématique
$f^l$	fonction réciproque
$f_{\varepsilon_i}$	fonction de densité de probabilité du résidu $\varepsilon_i$
$Flux_{TS\_Amont}$	flux de particules de temps sec entrant en amont dans le réseau [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$Fpent_k$	fraction de la concentration totale entrante pour la classe de particules $k$
$Fptrans_k$	fractions en concentration de sédiments transportés pour la classe de particules $k$
$g$	accélération de la pesanteur [ $9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ].
$h_{cum}$	hauteur de pluie cumulée au cours de l'événement pluvieux [mm]
$h_{eq}$	hauteur d'eau $h$ dans le collecteur équivalent [m]
$h_i$	hauteur d'eau mesurée à l'exutoire au pas de temps $i$
$I$	intensité de pluie [ $\text{mm}\cdot\text{h}^1$ ]
$I_{eq}$	pente moyenne dans le collecteur équivalent [ $\text{m}\cdot\text{m}^1$ ]
$I_{lim}$	intensité maximale de la pluie [ $\text{mm}\cdot\text{h}^1$ ]
$k$	classe de particules de sédiments
$k_1$	coefficient d'érosion
$k_2$	paramètre relatif à l'érosion
$k_3$	coefficient d'érosion
$k_4$	paramètre relatif à l'intensité
$k_K$	paramètre de calage
$k_R$	paramètre de sédimentation
$k_s$	paramètre d'accumulation
$Kar$	constante de von Karman [-]
$Kero_k$	coefficient d'érosion des sédiments pour la classe de particule $k$ [ $\text{m}^{-3}$ ]
$K_H$	paramètre du réservoir linéaire [s]
$K_{H1}$	paramètre du réservoir linéaire 1 dans le modèle hydrologique [s]
$K_{H2}$	paramètre du réservoir linéaire 2 dans le modèle hydrologique [s]
$K_{Q1}$	paramètre du réservoir linéaire 1 dans le modèle qualité[s]
$K_{Q2}$	paramètre du réservoir linéaire 2 dans le modèle qualité[s]
$K_{MS}$	coefficient de Manning-Strickler [ $\text{m}^{1/3}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$L_\varepsilon$	fonction de vraisemblance
$M(\theta, x)$	modèle de jeu de paramètres $\theta$ et de variable d'entrée $x$
$\bar{M}$	masse moyenne de solides disponible par unité de surface [ $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$ ]
$M_{DCO}$	masse de DCO
$M_{MES}$	masse de MES
$Mr_{ent,k}$	masse de sédiments de la classe $k$ entraînée depuis la surface du bassin versant vers le réseau [kg]
$Mero_k$	masse érodée pour la classe de particules $k$ [kg]
$Mr$	masse déposée dans le réseau au début de la période de temps sec [kg]
$Mr_{ini}$	masse initiale de sédiments déposée dans le réseau lors du début de l'événement pluvieux [kg]
$Mr_k$	masse de sédiments déposée dans le réseau pour la classe de particules $k$ [kg]
$Mr_{max}$	masse maximale de sédiments déposable dans le réseau [kg]
$Ms$	masse de sédiments accumulée sur le bassin versant [kg]

## Liste des variables

$M_{Sent}$	masse de sédiments de surface entraînés vers le réseau [kg]
$M_{Sini}$	masse initiale de sédiments accumulée sur le bassin versant [kg]
$M_{Smax}$	masse maximale de sédiments accumulée sur le bassin versant
$M_X$	masse événementielle totale en polluant $X$
$M_{X_{TS}}$	masse événementielle de temps sec en polluant $X$
$M_{X_{TP}}$	masse événementielle pluviale en polluant $X$
$M_{TS}$	masse événementielle de temps sec en polluant $X$
$M_{TP}$	masse événementielle pluviale en polluant $X$
$n_{deb}$	nombre de pas de temps correspondant au début de l'événement
$n_{OH}$	nombre de pas de temps correspondant au décalage temporel $t_o$ dans le modèle hydrologique
$n_{OQ}$	nombre de pas de temps correspondant au décalage temporel $t_o$ dans le modèle qualité
$n_p$	nombre de pas de temps de l'événement pluvieux
$n_v$	nombre de variables d'entrée des modèles de type multi-régression
$N$	le nombre d'observations disponibles pour le calage du modèle
$N_{conv}$	nombre total d'itérations de l'algorithme DREAM
$p_i$	les paramètres du modèle
$p_j$	variable aléatoire
$P$	Profil de temps sec
$P_b$	pluie brute [ $\text{mm.h}^{-1}$ ]
$P_n$	pluie nette [ $\text{mm.h}^{-1}$ ]
$PCP$	pertes continues proportionnelles [ $\text{mm.mm}^{-1}$ ]
$PI$	perte initiale [mm]
$\bar{Q}$	débit moyen [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q$	débit [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_e$	débit de pluie nette [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_{ex}$	débit à l'exutoire du bassin versant [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_i$	débit mesurée à l'exutoire au pas de temps $i$
$Q_S$	débit simulé en sortie du réservoir linéaire simple [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_{S1}$	débit simulé en sortie du réservoir linéaire simple 1 [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_{S2}$	débit simulé en sortie du réservoir linéaire simple 2 [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_{seuil}$	débit seuil pour l'érosion des sédiments
$Q_S'$	débit simulé en sortie du réservoir linéaire simple et un retard $t_o$ [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$Q_{TS}$	débit de temps sec [ $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ]
$r^2$	coefficient de détermination
$R_h$	rayon hydraulique [m]
$s$	densité des sédiments par rapport à l'eau [-]
$s(\varepsilon_i)$	écart type des erreurs, avec $i = [1:N]$
$s(x_{j,i})$	écart type des variables d'entrée, avec $i = [1:N]$
$s(y_i)$	écart type des observations, avec $i = [1:N]$
$S$	surface active du bassin versant [ha]
$S(h_{eq})$	surface mouillée pour la hauteur $h_{eq}$ dans le collecteur équivalent [ $\text{m}^2$ ]
$S_i$	surface mouillée à l'exutoire au pas de temps $i$
$S_{imp}$	surface imperméable [ $\text{m}^2$ ]
$S_{MC}$	somme des moindres carrés

## Liste des variables

$S_{Pond}$	somme pondérée
$S_W$	somme de Williamson
$to_H$	décalage temporel pour le modèle hydrologique [s]
$to_Q$	décalage temporel pour le modèle qualité [s]
$t_s$	temps de simulation totale de l'algorithme DREAM
$T$	temps
$Turb$	turbidité
$Turb_{TS}$	turbidité de temps sec
$u$	incertitude type
$u(Q_{TS\_m})$	incertitude de mesure du signal de référence de temps sec de débit
$u(Q_{TS\_subs})$	incertitude de substitution du signal de référence de temps sec de débit
$u(Turb_{TS\_m})$	incertitude de mesure du signal de référence de temps sec de turbidité
$u(Turb_{TS\_subs})$	incertitude de substitution du signal de référence de temps sec de turbidité
$U_{eq}$	vitesse moyenne de l'écoulement dans le collecteur équivalent [ $m.s^{-1}$ ]
$U^*$	vitesse de frottement [ $m.s^{-1}$ ]
$v_i$	vitesse mesurée à l'exutoire au pas de temps $i$
$V_s$	volume stocké dans le réservoir linéaire
$Vr$	volume événementiel ruisselé total
$Vr_{TS}$	volume événementiel ruisselé de temps sec
$Vr_{TP}$	volume événementiel ruisselé pluvial
$w$	vitesse de chute des sédiments [ $m.s^{-1}$ ]
$w_i$	facteur de pondération d'une observation $i$
$w_k$	vitesse de chute des sédiments de la classe $k$ [ $m.s^{-1}$ ]
$x_i$	valeur prise par la variable $X$ pour une observation $i$ , avec $i = [1:N]$
$X$	les grandeurs d'entrée du modèle
$y_i$	valeur prise par la variable $Y$ pour une observation $i$ , avec $i = [1:N]$
$Y$	les grandeurs observées du modèle
$Z_k$	nombre de Rouse pour la particule de classe $k$ [-]
$\varepsilon_i$	valeur prise par la variable $E$ pour une observation $i$ , avec $i = [1:N]$
$\xi$	effet d'asymétrie
$\beta$	effet de kurtosis
$\bar{\beta}$	coefficient de débit moyen [-]
$\alpha$	facteur d'occupation des sols [ $kg.kg_{moyen}^{-1}$ ]
$\theta$	jeu des $n$ paramètres $p_i$ du modèle, avec $\theta = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
$\delta$	angle du collecteur équivalent pour la hauteur d'eau $h_{eq}$
$\phi$	terme d'erreur
$\tau$	contrainte de cisaillement [ $N.m^2$ ]
$\gamma$	vecteur des caractéristiques des résidus $\varepsilon$
$\kappa$	paramètre de calage
$\kappa_1$	paramètre de calage
$\kappa_2$	paramètre de calage
$\kappa_{max1}$	paramètre de calage
$\kappa_{max2}$	paramètre de calage
$\nu$	paramètre de calage
$\mu_\varepsilon$	moyenne du résidu $\varepsilon$
$\sigma_\varepsilon$	écart type du résidu $\varepsilon$

## Liste des variables

$\rho_e$	masse volumique de l'eau [ $10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ]
$\rho_{sk}$	masse volumique des sédiments de la classe $k$ [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$\eta_{Ck}$	coefficient de rendement par charriage des sédiments de la classe $k$ [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$\eta_{Sk}$	coefficient de rendement en suspension des particules de la classe $k$ [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$\eta_{Tk}$	coefficient de rendement total des sédiments de la classe $k$ [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$\Delta t$	pas de temps du modèle
$\Delta t_{RES}$	durée de retour au débit de temps sec
$n\Delta t$	$n^{\text{ième}}$ itération du modèle



# **Introduction générale**



## Contexte général

De nombreux modèles de calcul des flux polluants en réseau d'assainissement par temps de pluie ont été proposés dans les années 1970-1990, conjointement à l'acquisition des premières bases de données (Driver et Tasker 1990; Saget 1994). Deux approches ont principalement été développées : les modèles de type statistique (e.g. Servat 1984; Huber 1986; Driscoll *et al.* 1990; Saget *et al.* 1998) et les modèles conceptuels détaillés à base physique de type Accumulation-Erosion-Transfert (e.g. Sartor et Boyd 1972; Ackers et White 1973; Alley et Smith 1981; Wiuff 1985). Si certains de ces modèles ont été implémentés dans des logiciels commerciaux, par exemple MIKE URBAN (DHI 2003) ou CANOE (INSA/SOGREAH 1999), des études récentes ont montré que leur usage opérationnel reste encore très limité (Bailly 1996; Cabane *et al.* 2002). Ce constat s'explique d'abord par les limites théoriques des modèles (Ahyerre *et al.* 1998), élaborés à partir de données expérimentales discrètes et disponibles en faibles quantités : ils sont une représentation partielle de la réalité. La seconde difficulté est liée à la mise en œuvre opérationnelle des outils de modélisation (Ahyerre *et al.* 1998; Bertrand-Krajewski 2007a), du fait i) des contraintes techniques et financières limitant les échantillonnages (Cabane *et al.* 2002), ii) du manque d'outils de calage performants et adaptés à la complexité des modèles et iii) du manque de formation des hydrologues urbains (Beven 2009).

Cependant, au cours des vingt dernières années, des avancées scientifiques significatives ont été obtenues grâce au développement des techniques de mesure en continu et de la mise au point d'outils et de méthodes fiables pour le calage et le test de modèles complexes.

Le développement des techniques de mesure en continu lors de ces dix dernières années a permis d'acquérir à pas de temps court des séries chronologiques représentatives des flux polluants à différentes échelles de temps, de l'événement pluvieux à l'année (Langergraber *et al.* 2003; de Bénédittis et Bertrand-Krajewski 2005; Torres et Bertrand-Krajewski 2008). Parmi les techniques les plus avancées, on trouve les mesures de turbidité et de spectrométrie. La spectrométrie est principalement utilisée pour l'estimation de la demande chimique en oxygène (DCO) (Winkler *et al.* 2008), la turbidité permet d'avoir une estimation des concentrations en matières en suspension (MES) et en DCO véhiculées dans les réseaux (Bertrand-Krajewski 2004; Lacour 2009; Bertrand-Krajewski *et al.* 2010a). En France, plusieurs programmes de recherche ont été initiés au cours des années 1990, avec la mise en place d'observatoires de terrain : OPUR à Paris, OTHU à Lyon, SAP à Nantes. Ils sont aujourd'hui regroupés au sein du Réseau des Observatoires Français en Hydrologie Urbaine (HURRBIS, <http://www.graie.org/hurrbis/>). Plus d'une dizaine de sites sont actuellement équipés de turbidimètres et quelques uns de spectromètres. Les premières recherches fondées sur ces nouvelles bases de données commencent à être publiées (Muschalla *et al.* 2008; Torres et Bertrand-Krajewski 2008; Lacour 2009; Schilperoort *et al.* 2009). Cependant, celles concernant la modélisation des Rejets Urbains par Temps de Pluie (RUTP) restent pour le moment rares : Muschalla *et al.* (2008) par exemple exploitent des données de spectrométrie pour le calage d'un modèle continu de DCO.

Concernant les méthodes de calage et de test des modèles, on observe de la part de la communauté scientifique des hydrologues un intérêt croissant pour le sujet, depuis les premières études (Beven et Binley 1992; Kuczera et Parent 1998) jusqu'aux avancées significatives de ces dernières années (e.g. Kuczera *et al.* 2006; Vrugt *et al.* 2008a; Blasone *et al.* 2008a). Stedinger

*et al.* (2008) rappellent les trois objectifs du développement de ces méthodes. Il s'agit de proposer i) des méthodes de calage adaptées à la complexité des surfaces de réponses des modèles et capable de trouver le modèle optimal au vu des données disponibles, ii) des méthodes capables d'estimer de manière fiable les incertitudes des prédictions et enfin iii) des méthodes capables de quantifier les incertitudes des paramètres et des différentes sources d'incertitude dans la perspective d'améliorer les modèles. Si ces méthodes ont été largement appliquées pour la modélisation hydrologique des bassins versants ruraux, leur application en hydrologie urbaine pour la modélisation de la qualité des RUTP reste encore limitée (Kanso *et al.* 2003; Dotto *et al.* 2009; Kleidorfer *et al.* 2009a). Les principales raisons en sont le manque de maîtrise des outils d'analyse et l'absence de données disponibles en grande quantité (Willems 2008) qui ne permet pas d'appliquer avec fiabilité les méthodes.

Ainsi, l'acquisition de bases de données plus fiables et plus représentatives de la variabilité des phénomènes apparaît de plus en plus comme un élément incontournable pour l'amélioration des outils de modélisation de la qualité des RUTP et ultérieurement pour leur utilisation dans un contexte opérationnel.

## **Cadre de l'étude et problématique**

Si la majorité des avancées scientifiques récentes mentionnées précédemment demeure la plupart du temps dans le domaine de la recherche, de nombreuses coopérations entre chercheurs et gestionnaires des systèmes d'assainissement urbain ont vu le jour ces dix dernières années.

Les exploitants des réseaux et les bureaux d'étude sont aujourd'hui plus que jamais demandeurs de méthodes et d'outils opérationnels, à la fois pour la gestion des données et la modélisation des flux polluants (Ahyerre *et al.* 1998). Dans le cadre de l'autosurveillance des réseaux, de nombreuses collectivités commencent à disposer de bases de données significatives et le couplage modélisation/météorologie apparaît plus que jamais comme une stratégie pertinente pour la gestion des réseaux (Mourad 2005; Christian *et al.* 2010).

Concernant la modélisation des RUTP en France, de récents travaux ont permis des avancées significatives dans la connaissance des modèles. Ainsi, un programme de recherche a été conduit sur la période 2000-2004 en collaboration avec l'ENPC, l'INSA de Lyon et l'université Montpellier II. Dans le cadre de ce programme, différents modèles de RUTP ont été testés, avec une base de données de grande taille (environ 60 événements) obtenue par les techniques d'échantillonnage traditionnelles. Les travaux effectués ont d'une part permis de confirmer l'importance du nombre et de la représentativité des données expérimentales utilisées pour le calage des modèles ainsi que leur influence sur la performance prédictive des modèles (Mourad 2005). D'autre part, Kanso a mis en évidence l'intérêt de l'utilisation de la méthode statistique bayésienne pour une meilleure compréhension des incertitudes et l'amélioration des structures des modèles de type Accumulation-Erosion-Transfert (Kanso *et al.* 2003; Kanso *et al.* 2005a; Kanso *et al.* 2005b). Depuis, l'acquisition de nouvelles bases de données importantes, également obtenues par les techniques d'échantillonnage traditionnelles, a permis de confirmer ces résultats (Dotto *et al.* 2009; Kleidorfer 2009).

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux de recherche, dans le cadre d'une convention CIFRE entre le laboratoire LGCIE de l'INSA de Lyon et l'entreprise d'ingénierie conseil SAFEGE. Elle porte sur le test de modèles de la qualité des RUTP. La thèse s'appuie sur des séries chronologiques de débit et de turbidité à court pas de temps (2 minutes) acquises dans le cadre de l'OTHU sur deux bassins versants de l'agglomération lyonnaise, Chassieu et Ecully, respectivement équipés d'un réseau séparatif et unitaire.

## Objectifs de la thèse

Sur le plan scientifique, les objectifs de cette thèse sont les suivants :

- Valider une base de données de la qualité des RUTP, établie à partir de la mesure en continu de la turbidité, en proposant des outils de traitements des données semi-automatisés, notamment pour l'estimation des incertitudes.
- Analyser la base de données validée pour une meilleure compréhension des processus de génération des flux polluants, dans une perspective de modélisation.
- Elaborer des modèles de masse et de concentration moyenne événementielle de MES et de DCO et travailler sur les modèles d'Accumulation-Erosion-Transfert. L'objectif est de tester ces modèles en tenant compte des incertitudes dans le processus de modélisation, notamment l'incertitude sur les données.

La méthodologie employée pour répondre à ces questions est la suivante :

- Dans un premier temps, le travail a consisté à traiter les données de turbidité pour l'obtention d'une base de données fiable. Une attention particulière a été accordée à l'estimation des incertitudes des mesures et des flux de MES et DCO. Cette phase du travail constitue une étape déterminante dans la mesure où la qualité des données conditionne ultérieurement celle de la modélisation.
- Une analyse de la base de données a ensuite été effectuée, afin de mieux comprendre la variabilité des flux polluants en temps sec et en temps de pluie aux échelles annuelle, inter-événementielle et intra-événementielle.
- Enfin, une étape importante du travail a consisté à sélectionner, pour le test des modèles, des méthodes adaptées et fiables. Une attention particulière a notamment été apportée au choix d'outils pertinents de calage et d'analyse des incertitudes pour les deux approches de modélisation testées.

Sur le plan opérationnel, l'objectif de la thèse est de proposer :

- Des méthodes efficaces pour le traitement et l'analyse des données, notamment l'optimisation de l'étape de validation des données brutes.
- Des méthodes et des outils pertinents pour le calage des modèles et l'évaluation des incertitudes associées.
- De manière générale, la proposition de méthodologies compréhensibles pour une application future dans les études opérationnelles des outils et méthodes proposées dans le cadre de la thèse.

## Structure du document

Ce document est composé de 6 parties. La partie 1 propose une synthèse bibliographique sur la modélisation de la qualité des RUTP. Les difficultés relatives à la mise en œuvre des modèles sont notamment soulignées. Les approches de type multi-régression et Accumulation-Erosion-Transfert sont décrites ainsi que les raisons pour lesquelles nous avons décidé de les tester.

La partie 2 présente les méthodes et outils utilisés pour le test des modèles. Les méthodes d'analyse des incertitudes sont notamment expliquées en détail, pour les modèles simples et complexes, afin de faciliter leur transfert vers le milieu opérationnel.

La partie 3 traite de l'élaboration de la base de données pour les deux sites d'étude. Ces derniers sont décrits ainsi que les dispositifs de mesures et les différentes étapes de traitement des données.

La partie 4 présente les résultats de l'analyse de la base de données, analyse effectuée dans la perspective du travail de modélisation. Il convient de préciser ici que cette étude ne constitue pas une analyse exhaustive mais une première analyse exploratoire guidée par nos objectifs de modélisation.

La partie 5 présente les modèles retenus pour les deux approches testées ainsi que la méthodologie de test adoptée.

La partie 6 détaille les résultats des tests pour les deux approches testées.

Enfin une synthèse des principales conclusions ainsi que les perspectives de recherche ouvertes par ce travail sont présentées dans un dernier temps.

A l'issue de chaque partie, une réflexion sur les retombées potentielles opérationnelles du travail effectué est proposée. La Figure 1 récapitule les différentes étapes du travail réalisé, avec l'indication des parties auxquelles elles se rapportent.

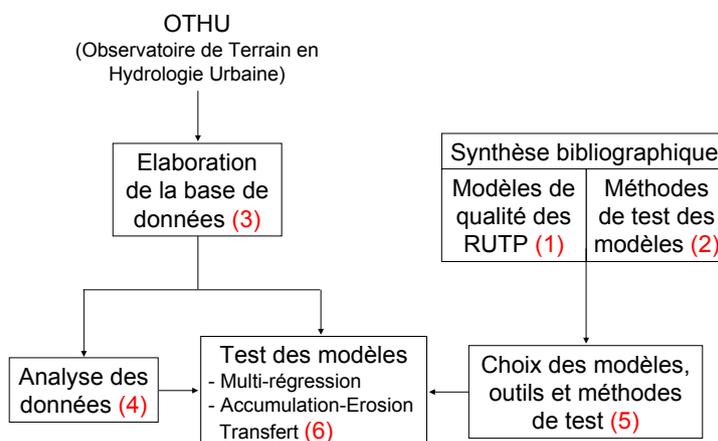


Figure 1. Récapitulatif des étapes de travail effectuées dans chaque partie (1)

Enfin, il nous semble important de préciser les temps passés sur chacune des parties de la thèse. Nous donnons ici des ordres de grandeur. Sur une période de trente-six mois, un équivalent de 26 mois environ a été consacré à l'étude bibliographique sur les modèles, le traitement et l'analyse des données (parties 1, 3 et 4). L'étude des méthodes d'analyse des incertitudes et de test des modèles ainsi que le choix des modèles et la mise au point de la méthodologie de test (parties 2 et 5) représentent un équivalent de 6 mois de travail. Enfin le test proprement dit des modèles a été effectué sur une période d'environ 4 mois.

## **Partie 1**

### **La modélisation de la qualité des Rejets Urbains par Temps de Pluie (RUTP)**



## Introduction

L'objectif de cette première partie est de présenter les approches de modélisation que nous avons choisi de tester et les critères de choix. Nous ne proposons pas dans ce chapitre une description exhaustive des mécanismes de génération des flux polluants et des modèles. En effet :

- Des synthèses bibliographiques complètes et d'excellente qualité ont été récemment proposées dans la littérature. Pour les mécanismes de génération des polluants sur les bassins versants urbains, nous faisons référence par exemple à Mourad (2005), ou plus récemment à Becouze (2010) qui s'intéresse au cas particulier des substances prioritaires. Pour les modèles de RUTP, des récentes synthèses en français (Bertrand-Krajewski 1991; Mourad 2001; Kanso 2004) et en anglais (Zoppou 2001; Obropta et Kardos 2007) sont disponibles.
- Si l'acquisition croissante de données ces dernières années a permis d'améliorer la connaissance des processus de génération des flux polluants urbains (e.g. Chebbo et Gromaire 2004), peu de nouvelles approches de modélisation ont jusqu'ici été proposées, et en tout cas aucune qui ne remette en cause de manière significative les modèles déjà proposés.

Le chapitre 1 propose une introduction à la modélisation de la qualité des RUTP. L'objectif principal de ce chapitre est de mettre en évidence les difficultés spécifiques à la modélisation de la qualité des rejets en milieu urbain et leurs conséquences sur l'utilisation opérationnelle des modèles. Le chapitre 2 propose une revue des approches de modélisation de la qualité des RUTP actuellement disponibles. La synthèse met en exergue l'évolution des types de modèles utilisés depuis les premières formulations jusqu'aux tendances actuelles. Enfin, le chapitre 3 présente les deux approches de modélisation testées dans le cadre de cette thèse, l'approche par régression multiple et l'approche par Accumulation-Erosion-Transfert. Pour les deux approches, les objectifs scientifiques et opérationnels ainsi que les choix généraux de modélisation sont explicités, en relation avec les conclusions de la revue bibliographique.



# Chapitre 1

## 1 Introduction

### 1.1 Définition d'un modèle

Nous adopterons la définition suivante : un modèle est une description mathématique de processus physiques. Il constitue une représentation simplifiée des processus réels, basée sur les connaissances du système considéré. A partir d'une ou plusieurs variable(s) d'entrée, le modèle détermine une ou plusieurs variable(s), dites de sortie du système réel. Il comprend des paramètres, dont les valeurs, à fixer, doivent permettre de représenter au mieux les processus. Les valeurs optimales des paramètres sont déterminées lors d'une procédure de calage, qui consiste à comparer les variables de sortie observées et simulées. La réponse d'un modèle ne représente donc pas parfaitement la réalité. De plus les variables d'entrée ne sont pas parfaitement mesurées, ni les variables observées qui sont elles-mêmes une mesure de la réponse réelle du système.

Pour les modèles de la qualité des RUTP, les variables d'entrée principales sont presque toujours les caractéristiques de la pluie, par exemple l'intensité de la pluie en continu ou à l'échelle événementielle, la hauteur totale précipitée ou l'intensité maximale. Les réponses observées et simulées, pour un polluant considéré, sont les concentrations, les flux ou les masses de polluants. Inspirée du schéma proposé par Vrugt *et al.* (2008b, Figure 1), la Figure 1.1 illustre le principe d'un modèle de la qualité des RUTP.

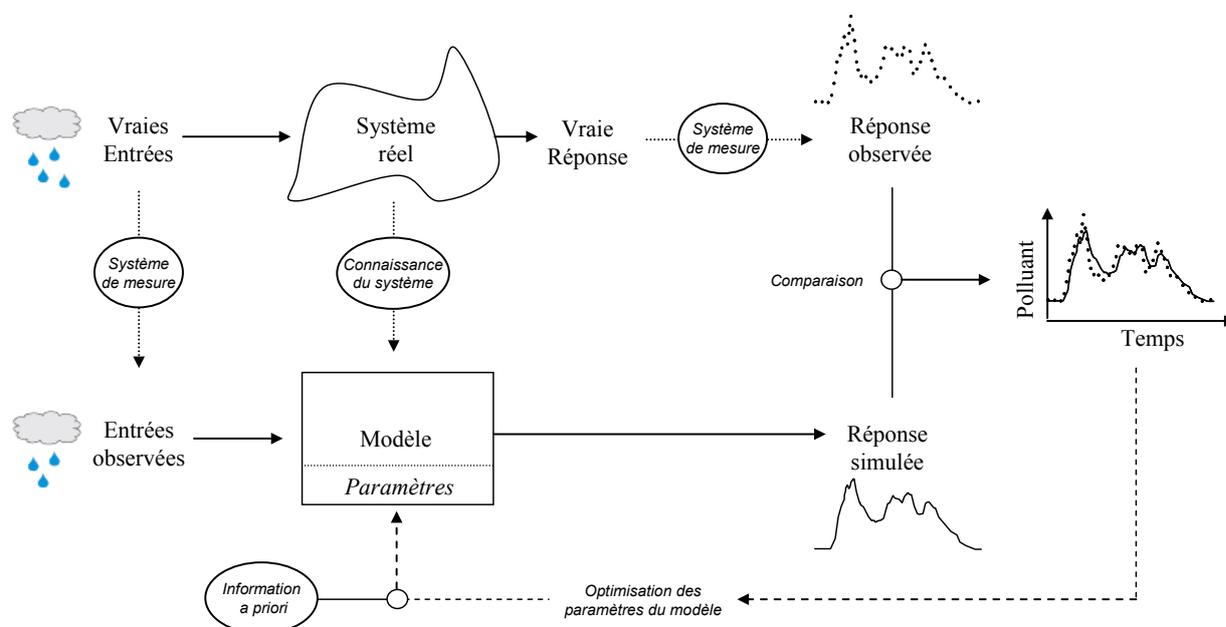


Figure 1.1. Représentation schématique d'un modèle de la qualité des RUTP, exemple d'un modèle déterminant des hydrogrammes et des pollutogrammes (d'après Vrugt *et al.* (2008b))

## 1.2 La diversité des modèles de RUTP

### 1.2.1 Critères de distinction

Depuis une quarantaine d'années maintenant, un grand nombre de modèles de la qualité des RUTP ont été proposés. Les auteurs (e.g. récemment : Kanso 2004; Mourad 2005; Obropta et Kardos 2007), distinguent les modèles selon les principaux critères suivants :

- **L'approche de modélisation** : déterministe, stochastique ou hybride. Il convient de préciser que dans le domaine de l'hydrologie urbaine, la différence entre les deux approches n'est pas absolue, étant donnée la connaissance limitée des processus physiques régissant la production des flux polluants (voir partie 1.3.1).
- **Les niveaux de complexité** : d'un nombre réduit de paramètres à un nombre élevé, des modèles statistiques simples aux modèles détaillés du type Accumulation-Erosion-Transfert qui décrivent en détail les processus de l'amont vers l'aval (figure 1-2). Ces derniers incluent un ensemble de sous-modèles. Une variable de sortie d'un sous-modèle peut alors servir d'entrée de variable d'entrée pour un autre sous-modèle. Par exemple, le débit peut être modélisé d'abord et servir ensuite comme entrée pour simuler un processus lié à la qualité.
- **L'échelle spatiale** : modèles détaillés dans l'espace et modèles conceptuels représentant le bassin versant de manière globale (modèles distribués vs modèles globaux).
- **L'échelle temporelle** : simulation à l'échelle événementielle ou simulation continue à pas de temps court.
- **Le type de polluant considéré** : les paramètres globaux de pollution (MES, DCO) ou des polluants spécifiques (e.g. phosphore total, azote, métaux).
- **L'intégration dans des logiciels** : à destination commerciale (e.g. INSA/SOGREAH 1999; Wallingford Software 2004; DHI 2003; CRCCH 2005) ou de recherche (e.g. Bujon 1988; Briat 1995; Bertrand-Krajewski 1992).

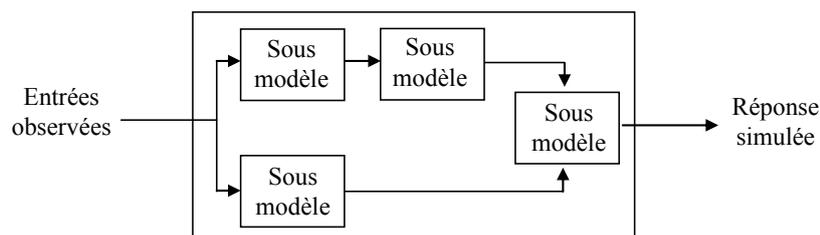


Figure 1.2. Représentation schématique du principe d'un modèle détaillé

### 1.2.2 État actuel

Ces dix dernières années ont vu des avancées encourageantes dans la compréhension des processus de formation des flux polluants dans les réseaux d'assainissement (Ahyerre et Chebbo 2002; Chebbo et Gromaire 2004; Ashley *et al.* 2004; Gasperi *et al.* 2008). Ces avancées sont liées à une augmentation du nombre de sites expérimentaux instrumentés et des quantités de

données disponibles. Elles sont également liées aux exigences réglementaires européennes de plus en plus contraignantes (Directive Cadre européenne sur l'Eau - DCE 2000/60/CE), notamment dans le cadre de l'auto-surveillance des réseaux.

Les données disponibles concernent les paramètres globaux de pollution traditionnellement mesurés (MES et DCO) et de plus en plus des polluants spécifiques en rapport avec les nouvelles contraintes réglementaires (Zgheib 2009; Becouze 2010).

Il n'existe cependant pas encore de consensus bien établi de la part des auteurs à propos des processus de production des flux polluants (Willems 2010). Les opinions sur les formulations des modèles restent diverses (e.g. Shaw *et al.* 2010; Soonthornnonda et Christensen 2008) et l'utilisation des modèles dans un contexte opérationnel est toujours limitée (Gromaire *et al.* 2002). Ce constat nous conduit aux réflexions suivantes :

- L'acquisition croissante de données met en évidence une forte variabilité des processus. Ainsi les modèles actuels formulés sur la base des connaissances antérieures ne sont pas toujours capables de reproduire les observations de manière satisfaisante (Kanso *et al.* 2003; Dotto *et al.* 2009). Par exemple, Shaw *et al.* (2010), pour le cas d'un petit bassin versant du Viscosin de 9.4 km<sup>2</sup> (site de Spring Harbor), mettent en défaut plusieurs modèles et suggèrent l'existence de facteurs explicatifs autres que ceux actuellement considérés.
- Les modèles actuels ne sont pas explicatifs mais reproduisent seulement les observations utilisées pour leur calage et leur évaluation (Bertrand-Krajewski 2007a). La perspective d'un modèle déterministe unique dont la formulation serait adaptée pour tous les bassins versants est encore loin d'être envisageable.
- Si la fiabilité des modèles reste aujourd'hui limitée, l'analyse des nouvelles bases de données et la poursuite des mesures pour une large gamme de polluants devraient se traduire dans les prochaines années par la proposition de modèles plus appropriés.

## **1.3 Les difficultés relatives à la modélisation des RUTP**

En revanche, un point qui fait consensus entre les auteurs sont les difficultés relatives à la modélisation des RUTP (e.g. Ahyerre *et al.* 1998; Kanso *et al.* 2003; Bertrand-Krajewski 2007a; Obropta et Kardos 2007) avec en particulier les difficultés d'utilisation dans un contexte opérationnel. Les trois principales difficultés identifiées par les auteurs sont présentées dans les paragraphes suivants.

### **1.3.1 La complexité des processus et le manque de connaissances**

Kanso (2004, chapitre 1) rappelle la difficulté de décrire de manière mécaniste les processus de génération des flux polluants par temps de pluie sur la surface d'un bassin versant et dans le réseau d'assainissement. De l'amont vers l'aval, les difficultés spécifiques aux différents processus identifiés sont les suivantes :

- Les apports de l'atmosphère par temps de pluie. Les études sur le sujet sont pour l'instant limitées et les données encore rares. Becouze (2010) propose une synthèse bibliographique approfondie sur cet aspect.
- L'accumulation des polluants sur la surface du bassin versant, l'érosion et l'entraînement des polluants par temps de pluie vers le réseau. Une des principales

difficultés de représentation de ces processus est la variabilité spatio-temporelle des phénomènes, liée notamment à la complexité des surfaces urbaines. L'extrapolation à l'échelle du bassin versant des résultats observés à des échelles réduites n'est pas évidente (Kanso 2004), étant donnée la diversité des mécanismes qui influencent la quantité de sédiments présents sur les surfaces du bassin versant (e.g. l'érosion par le vent ou le nettoyage des voiries (Kanso 2004).

- Les processus de transport solide en réseau avec les phénomènes de déposition/resuspension des particules et le charriage des sédiments (Kanso 2004). L'hétérogénéité et la nature organique des particules ainsi que la variabilité de leurs caractéristiques au cours du temps (Chebbo et Gromaire 2004) rendent difficile la compréhension des dynamiques de transport des polluants. La validité des modèles de transport solide, pour la plupart transposés des modèles d'hydrodynamique fluviale, reste critiquable du fait de : i) l'hétérogénéité des solides, ii) des régimes transitoires et de la discontinuité des processus dans le temps et l'espace et iii) des apports des flux polluants de type domestique dans le cas des réseaux unitaires. Les modèles de sédimentation et de remise en suspension des dépôts, proposés sur la base d'expérimentations en laboratoire sont difficiles à extrapoler à l'échelle du bassin versant et à valider in situ dans des conditions réelles. De plus les observations entre les différents sites sont variables et le nombre de données limité.
- Les processus biochimiques dans les canalisations, dont certains polluants sont l'objet. Leur représentation reste un des points faibles de la modélisation de la qualité. Si des progrès dans la compréhension des processus et leur intégration dans les modèles ont été récemment obtenus (Yongsiri *et al.* 2003; Vollertsen *et al.* 2008; Sharma *et al.* 2008), la limitation du nombre de données et la complexité des modèles restent un frein pour la proposition de modèles opérationnels.

Le manque de connaissances actuel sur les phénomènes de production des flux polluants se répercute directement sur les structures des modèles, qui sont entachées d'approximations et d'incertitudes nombreuses. Avec l'acquisition de davantage de données dans des contextes variés, la complexité et la variabilité des processus apparaissent encore plus évidentes. Les observations montrent une forte variabilité spatiale entre les sites instrumentés. Cependant de récents travaux effectués dans le cadre d'OPUR (Observatoire des Polluants Urbains, à Paris) sur plusieurs bassins versants parisiens sont encourageants. Gasperi *et al.* (2008) suggèrent une homogénéité des processus pour des sites d'occupation des sols et de caractéristiques de réseau comparables.

### **1.3.2 Le manque de données en qualité et en quantité**

Bertrand-Krajewski (2007) rappelle que les modèles ne sont pas encore suffisamment explicatifs mais reproduisent seulement les observations disponibles pour leur construction et/ou leur calage. Le manque de données en qualité et en quantité dans la plupart des études constitue aujourd'hui une raison majeure de la discutabilité des modèles.

La quantité de données requise est d'autant plus indispensable que les modèles sont complexes. Un nombre important de paramètres à caler requiert une base de données suffisante afin d'éviter les problèmes de surparamétrisation des modèles lors de la procédure de calage

(Beven 2009). Beven (2009, partie 1.1) souligne la difficulté de disposer de mesures à l'échelle de laquelle les prédictions veulent être faites.

### **1.3.3 La difficulté des procédures de calage et de calcul des incertitudes**

L'incertitude sur les structures des modèles et le manque de données rendent difficile la mise en œuvre des procédures de calage. Il n'est en général pas possible de trouver un jeu optimal de paramètres (Duan *et al.* 1992; Kuczera et Parent 1998), et les surfaces de réponse des modèles sont d'autant plus complexes que le nombre de paramètres est élevé. L'évaluation des incertitudes de prédiction des modèles est une étape incontournable pour une utilisation fiable des modèles. La mise en œuvre des outils statistiques pour l'évaluation des incertitudes devient d'autant plus que difficile que la complexité des modèles augmente (voir Partie 2).

### **1.3.4 Conclusion**

Face à ces difficultés, les auteurs s'accordent donc à l'heure actuelle sur les trois points suivants :

- Il est nécessaire de continuer à acquérir davantage de données afin de mieux comprendre les facteurs régissant les processus de production des polluants par temps de pluie.
- Il n'y a pas un bon modèle, mais le choix du modèle et de son niveau de complexité doit prendre en compte les besoins et objectifs de l'étude ainsi que la quantité de données disponibles. Ainsi le modèle le plus simple qui permet de répondre aux objectifs de l'étude est-il préconisé (Harremoës et Madsen 1999; Rauch *et al.* 2002; Doherty et Johnston 2003). Cette approche est d'autant plus pertinente dans les cas où les modèles de qualité des RUTP sont intégrés comme sous-modèles dans un modèle plus large du système d'assainissement (Rauch *et al.* 2002; Obropta et Kardos 2007; Freni *et al.* 2010a; Willems 2010).
- Il est nécessaire d'évaluer les incertitudes lors du calage des modèles, afin de garantir une utilisation ultérieure assortie de l'évaluation de son niveau d'incertitude en prédiction. Ceci nécessite l'application d'outils et de méthodes appropriés (voir partie 2).



## Chapitre 2

Nous revenons dans un premier temps sur les modèles statistiques simples et les modèles type Accumulation-Erosion-Transfert. Ces deux approches sont celles qui ont été d'abord développées et implémentées dans les logiciels commerciaux. Le principe des deux approches est présenté, ainsi que leur intérêt et leurs limites actuelles. Puis les approches de modélisation récentes, développées selon le principe de parcimonie, sont présentées.

Nous ne présentons pas ici les approches de modélisation plus novatrices, type réseaux de neurones ou modèles de séries temporelles dont les applications pour la modélisation de la qualité des RUTP restent aujourd'hui rares et exclusivement du domaine de la recherche (e.g. Gong *et al.* 1996; May et Sivakumar 2009). Une revue de ces approches est par exemple disponible dans Mourad (2001). Le nombre encore restreint d'applications s'explique principalement par le nombre limité de données. Ces approches nécessitent en effet de disposer de bases de données suffisamment importantes pour parvenir à caler de manière significative les modèles qui comprennent un nombre importants de paramètres.

## 2 Approches de modélisation de la qualité des RUTP

### 2.1 Les modèles statistiques simples

#### 2.1.1 Définition du modèle statistique

Le modèle statistique, dans sa définition première, est un modèle qui se base sur les structures statistiques d'un phénomène particulier pour pouvoir ensuite simuler le même phénomène (Obropta et Kardos 2007). Par exemple, dans le cas de la masse événementielle d'un polluant, le modèle le plus simple consiste à dériver la loi de distribution des masses à partir des masses observées disponibles (e.g. une loi lognormale) puis de simuler les masses futures à partir de cette loi.

Pour la modélisation de la qualité des RUTP, les modèles statistiques intègrent en réalité une composante déterministe. Ils intègrent des modèles empiriques dans leur formulation qui décrivent les relations entre les variables liées au processus simulé (Obropta et Kardos 2007). Ces modèles sont classés comme statistiques dans la mesure où leur formulation est à dominante statistique. Ainsi par définition :

- Les variables d'un modèle statistique, aussi bien la variable simulée que les variables d'entrée, sont considérées comme des variables aléatoires et sont donc caractérisées par leur loi de distribution ou leur incertitude.
- Un modèle statistique est local et nécessite un nombre important de données pour être significatif. Il ne peut donc pas être transposé pour un autre site. De même il ne peut pas être utilisé sur un même site dont les caractéristiques ont changé et ne sont plus représentées par les observations qui ont servi à la construction initiale du modèle.
- Cette dernière remarque exclut la possibilité d'utilisation de ces modèles pour la simulation de scénarios de changement spatiaux ou temporels (e.g. changement climatique).

## 2.1.2 Les modèles statistiques simples de RUTP

Le modèle statistique le plus simple utilisé par les gestionnaires est le modèle de concentration constante. Un bassin versant est caractérisé, pour un polluant donné, par une concentration unique estimée à partir des observations disponibles et une incertitude sur cette estimation. Cette approche est détaillée dans Mourad (2005) qui propose une analyse critique des différentes méthodes utilisables pour l'estimation de la concentration caractéristique. La principale application de ce type de modèle est la simulation des masses à une échelle annuelle ou pluriannuelle (e.g. Schueler 1987; Chiew et McMahon 1999).

Le deuxième type de modèle statistique très utilisé est le modèle de régression linéaire. Un modèle de régression est défini comme une fonction permettant de prévoir la valeur moyenne  $\hat{Y}$  d'une variable  $Y$  en fonction d'un jeu de valeurs de  $n_v$  variables  $X_i$ ,  $i \in [1:n_v]$ . Ce type de modèle agrège les processus à l'échelle du bassin versant. L'hypothèse la plus simple souvent faite sur la structure de la fonction est le modèle linéaire, c'est-à-dire qu'il est fait l'hypothèse que  $\hat{Y}$  est une combinaison linéaire des variables  $X_i$  :

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n \quad \text{Eq. 2.1}$$

avec  $b_i, i \in [0:n_v]$ , les paramètres du modèle. Le modèle est linéaire sur les  $b_i$ . Afin de simplifier la lecture des équations, on notera  $\hat{Y}$  dans la suite de la thèse  $Y$ .

Les modèles de régression simples ( $n_v=1$ ) ou de type multi-régression linéaire ( $n_v>1$ ), ont été largement utilisés pour la simulation des RUTP depuis l'acquisition des premières bases de données (US EPA 1970; Marsalek 1976; Servat 1984; Huber 1986; Driver et Tasker 1990). Les meilleurs résultats ont été obtenus pour la majorité des cas avec des modèles linéaires sur le logarithme des valeurs, ce qui revient à proposer des modèles de type multiplicatif :

$$Y = b_0 \cdot X_1^{b_1} \cdot X_2^{b_2} \cdot \dots \cdot X_n^{b_n} \quad \text{Eq. 2.2}$$

L'intérêt de l'adoption d'une transformation logarithmique s'explique par le fait qu'elle donne moins de poids aux grandes valeurs lors du calage (Driver et Tasker 1990).

Ces modèles ont été appliqués majoritairement à l'échelle événementielle pour la prédiction des masses et des concentrations pour différents types de polluants (Driver et Tasker 1990; Driscoll *et al.* 1990; Saget 1994; Irish *et al.* 1998; Hoos 1996; INSA/SOGREAH 1999) mais également plus récemment pour la simulation continue des flux (Dotto *et al.* 2007; Kleidorfer *et al.* 2009a) :

$$Y = b_0 \cdot X^{b_1} \quad \text{Eq. 2.3}$$

avec  $Y$  le flux de polluant et  $X$  l'intensité de pluie sur le pas de temps. Cependant, les résultats obtenus avec ce modèle à partir d'une grande base de données ont mis en évidence l'incapacité du modèle à reproduire le flux de manière satisfaisante (Dotto *et al.* 2007).

Récemment également, des approches événementielles originales ont été proposées (Vaze et Chiew 2003; Francey 2010). Les auteurs simulent la masse événementielle de polluant comme une fonction linéaire des intensités de la pluie ou des volumes ruisselés à chaque pas de temps lors de l'événement pluvieux :

$$Y = b_0 \cdot \sum_{i=1}^{n_p} X_i^{b_1} \quad \text{Eq. 2.4}$$

avec  $X_i$  l'intensité de la pluie ou le volume ruisselé au pas de temps  $i$  et  $n_p$  le nombre de pas de temps de l'événement pluvieux.

Shaw *et al.* (2010) ont également montré, à partir de l'utilisation de données de pluie radar que la combinaison des deux variables, volume ruisselé et somme de l'énergie cinétique de la pluie sur une période de 30 minutes avant le pic de débit, permettent d'expliquer 81 % de la variance des flux de MES.

### 2.1.3 Considérations épistémologiques

Historiquement le modèle de régression linéaire a été développé avec pour objectifs : i) d'utiliser le modèle en prédiction et ii) de décrire les relations entre la variable  $Y$  et les variables  $X_i$  (Tomassone 1992). C'est ce deuxième objectif qui justifie l'utilisation du terme « analyse de régression » : il s'agit de mieux comprendre les processus mis en jeu. Aussi les variables  $X_i$  sont-elles appelées les variables explicatives et  $Y$  la variable expliquée. De plus, il est souvent fait l'hypothèse que les variables explicatives sont indépendantes. Cette hypothèse permet de quantifier l'importance de chaque variable, en fonction des valeurs et du signe des paramètres qui s'y rapportent. Un coefficient négatif par exemple signifie que la variable explicative est négativement corrélée à la variable expliquée. Aussi les variables  $X_i$  sont-elles aussi appelées variables indépendantes et  $Y$  la variable dépendante. Dans le domaine de la qualité des eaux pluviales, les variables explicatives considérées ne sont généralement pas indépendantes, avec des niveaux de corrélation variables suivant la formulation des modèles. Une interprétation ultérieure des valeurs des coefficients est donc difficile et les modèles restent avant tout reproductifs et non explicatifs. Seront cependant utilisées dans la suite de la thèse les termes de variable expliquées et explicatives pour désigner les variables  $Y$  et  $X_i$ .

### 2.1.4 Méthode de construction des modèles de type multi-régression

L'objectif lors de la construction d'un modèle local est de sélectionner la meilleure combinaison possible de variables explicatives pour la prédiction du polluant considéré. Un modèle spécifique est donc construit pour chacune des variables expliquées considérées. Il faut cependant prendre en compte qu'il n'existe pas toujours un seul modèle optimal, mais plusieurs combinaisons de variables pourront donner des résultats comparables. Ceci est dû au fait que la plupart des variables explicatives testées pour la prédiction de la qualité des RUTP sont corrélées (e.g. le volume ruisselé et l'intensité de la pluie).

#### 2.1.4.1 Les méthodes de sélection des variables

##### *Méthodes de sélection automatique*

Dans la plupart des études, des méthodes statistiques de sélection automatique, type pas à pas (stepwise), en avant (forward) ou en arrière (backward), sont utilisées pour la sélection des variables (e.g. Saget *et al.* 1998; Irish *et al.* 1998; Brezonik et Stadelmann 2002). Par rapport à un test manuel des combinaisons par essai-erreur, l'avantage de ces méthodes est leur rapidité et leur facilité d'application, étant donnée leur implémentation dans la plupart des logiciels de calcul. Cependant la validité de leur application est critiquée par de nombreux auteurs (Tomassone 1992; Dembélé *et al.* 2010) du fait de la violation de l'hypothèse d'indépendance entre les variables expliquées.

### ***La sélection par analyse des corrélations***

Certains auteurs préfèrent donc s'appuyer sur une analyse simple des coefficients de régression linéaire (e.g. Dembélé *et al.* 2010), qui permet de sélectionner des variables le moins corrélées possible. Cependant dans le cas de la prédiction de la qualité des RUTP, les variables explicatives traditionnellement testées ne sont en général que partiellement corrélées. Ainsi l'exclusion d'une variable au profit d'une autre qui lui est corrélée n'est pas toujours pertinente : leur combinaison peut potentiellement améliorer le pouvoir prédictif du modèle, du fait de la part non corrélée entre les deux variables. Cette méthode de sélection reste longue et nécessite une expérience du modélisateur pour être appliquée de manière fiable.

### ***La sélection par analyse systématique***

Une autre possibilité pour la construction des modèles locaux est de tester de manière automatique toutes les combinaisons de variables possibles, comme suggéré par certains auteurs (Dembélé 2010, communication personnelle). Avec des logiciels de simulation puissants, type Matlab, une recherche systématique peut ne prendre que quelques secondes. L'avantage de cette approche est que l'opérateur est sûr de sélectionner le(les) modèle(s) optimal(aux). En revanche les combinaisons de variables sont testées en aveugle, et leur choix ne peut pas être orienté par le modélisateur, à moins de restreindre au départ la liste des variables potentielles testées.

## **2.1.4.2 Analyse des résultats**

### ***Méthode de calage***

Quelle que soit la méthode employée, les combinaisons de variables testées sont évaluées à chaque fois par calage du modèle avec les observations disponibles. La méthode généralement utilisée est celle des moindres carrés ordinaires (MCO), qui consiste à minimiser la somme des carrés des écarts entre les variables expliquées observée et simulée. Cette méthode a l'avantage d'être rapide, étant donné qu'une solution analytique peut être déterminée. Les MCO et les hypothèses associées seront présentées en détail dans le chapitre 2 (paragraphe 5.2.1), nous ne la détaillerons donc pas ici. Dans le cas des modèles simples linéaires, les hypothèses de la méthode sont la plupart du temps vérifiées, aussi leur application est souvent justifiée. Dans une récente étude, Dembélé (2010) compare différentes méthodes possibles pour le calage des modèles de régression et propose une analyse comparative critique.

### ***Critère de performance***

Pour évaluer la performance des modèles, différents critères peuvent être utilisés, suivant les objectifs du modélisateur. En général, la moyenne de la somme des carrés des écarts (MSE) ou la racine carrée de la même quantité (RMSE) est considérée, le meilleur modèle étant celui pour lequel le critère est minimal. C'est le cas par exemple dans les méthodes statistiques de sélection des variables. Le choix de ce critère est cohérent avec l'application de la méthode des MCO pour le calage des modèles. Un autre critère est le coefficient de Nash et Sutcliffe (1970) qui donne moins d'importance aux grandes valeurs. Les critères possibles, ainsi que leurs avantages et inconvénients, sont présentés plus en détail dans la partie 2 (paragraphe 6.1.2).

## 2.1.5 Intérêts et limites de l'approche

### *Intérêts*

Le premier intérêt est la simplicité des modèles dont l'utilisation ne nécessite pas de connaissances poussées de modélisation. Les modèles peuvent alors être testés avec les données disponibles, pour n'importe quel polluant. Ceci explique le grand nombre d'études utilisant des modèles de type multi-régression, notamment des études opérationnelles (Cabane *et al.* 2002). Ainsi ces modèles ont-ils été implémentés dans de nombreux logiciels commerciaux, par exemple en France dans CANOE (INSA/SOGREAH 1999), en Europe dans MIKE URBAN (<http://www.dhigroup.com/>) ou aux États Unis et en Australie dans SWMM5 (Rossman 2008) ou XPAQUALM (XP-SOFTWARE 1999).

De plus le test de ces modèles constitue généralement une première étape pour la compréhension des processus en jeu sur les sites spécifiques étudiés. Si un modèle statistique simple peut s'avérer pertinent pour répondre aux objectifs d'un modélisateur, rien ne sert de s'orienter vers des modèles plus complexes.

Un autre avantage de cette approche est la simplicité des méthodes de calcul des incertitudes sur les prévisions des modèles, étant donné la linéarité des formulations (voir Partie 2). Cette remarque est valable si les hypothèses des méthodes de calcul sont bien vérifiées.

### *Limites*

La validité de l'approche reste locale. Dans le cas des modèles de type multi-régression événementielle, les études ont montré la diversité des combinaisons optimales de variables obtenues (Dembélé *et al.* 2010). Ces résultats mettent bien en évidence que les modèles ne sont pas explicatifs mais se contentent de reproduire au mieux les observations.

De plus, l'approche n'est théoriquement valable que si les modèles sont élaborés à partir de bases de données représentatives des phénomènes étudiés. Si les variables mesurées ne représentent pas les processus spécifiques observés sur un bassin versant donné, la probabilité d'obtenir un bon modèle est réduite. Il faut donc disposer de données en qualité et en quantité suffisantes.

## 2.2 Les modèles détaillés type Accumulation-Erosion-Transfert

### 2.2.1 Définition de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert

Cette approche de modélisation se veut au départ mécaniste. Un modèle mécaniste cherche à reproduire au mieux les processus physiques par des relations de cause à effet (Obropta et Kardos 2007). Théoriquement, les paramètres du modèle sont parfaitement connus et ne nécessitent pas d'être calés. Ainsi les auteurs ont voulu décrire de l'amont vers l'aval les différents processus supposés impliqués dans la génération des flux polluants : l'accumulation, l'érosion et le transfert des polluants sur le bassin versant (cf. paragraphe 1.3.1). Cependant, notre connaissance actuelle des processus est encore limitée. Aussi les équations proposées pour leur description sont majoritairement empiriques. Les modèles de type Accumulation-Erosion-Transfert ne sont donc pas parfaits et contiennent une part d'incertitude dans leur structure et dans leur paramètres. C'est d'ailleurs cette part stochastique du modèle qui est implicitement

considérée lors de l'estimation des incertitudes des paramètres et des prédictions des modèles (voir Partie 2).

## **2.2.2 Des années 1970 à 2000 : une complexité croissante des modèles**

### **2.2.2.1 Les premières études**

Les premiers modèles d'Accumulation-Erosion-Transfert, ou modèles dits détaillés, ont été proposés dès l'acquisition des premières bases de données dans les années 1970. Parmi les études les plus anciennes, les auteurs font souvent référence à Sartor et Boyd (1972) ou Sartor *et al.* (1974) aux Etats-Unis. Sur la base d'études expérimentales sur chaussées, ces auteurs ont proposé une formule exponentielle asymptotique pour la description de l'accumulation des polluants sur la surface. Pour l'érosion lors des événements pluvieux, une décroissance exponentielle proportionnelle à l'intensité de la pluie et à la masse disponible sur la surface est adoptée. Les auteurs suggèrent donc que l'accumulation sur la surface entre les événements pluvieux est un des facteurs majeurs qui expliquent la variabilité des masses de polluants observées à l'exutoire des bassins versants. Les résultats de ces travaux ont constitué la base des études ultérieures, parmi lesquelles les travaux de Pitt et Amy (1973), Alley et Smith (1981), Servat (1984), Novotny *et al.* (1985), Bujon (1988). Si des formules et des variables alternatives ont depuis été proposées, le principe de cette conceptualisation mathématique n'a pas vraiment été remis en cause avant la fin des années 2000.

### **2.2.2.2 Les modèles de transfert**

Pour la représentation du transfert des polluants en réseau, les modèles proposés présentent différents niveaux de complexité depuis le simple transport des polluants par advection-dispersion jusqu'au modèles de transport solide dérivés de l'hydrodynamique des rivières (e.g. Ackers et White 1973; Wiuff 1985). Nous renvoyons par exemple à Ashley *et al.* (2004) pour une synthèse récente de la connaissance des processus solides en réseau. Les modèles actuels prennent en compte le dépôt et la reprise des sédiments dans les différents points du réseau. Ils font également la distinction entre les différents modes de transport : en suspension et par charriage. Étant donnée la rareté des données disponibles, très peu de modèles prennent en compte la nature spécifique des particules en réseau d'assainissement (Skipworth *et al.* 2001; Ashley *et al.* 2004).

### **2.2.2.3 L'intégration dans des logiciels**

Avec l'apparition des premiers simulateurs et leurs constantes améliorations, les modèles d'accumulation, d'érosion et de transfert ont été implémentés dans des logiciels de gestion des eaux urbaines : depuis la première version du logiciel américain SWMM en 1971 (par la US-EPA) jusqu'aux logiciels plus récents comme MOUSE (DHI 2003) ou INFOWORKS (Wallingford Software 2004) en Europe ou MUSIC (CRCCH 2005) en Australie. Les auteurs soulignent la complexité croissante des modèles implémentés (Ahyerre *et al.* 1998, Bertrand-Krajewski 2007a, Beven 2009). Ainsi dans MOUSETRAP le module qualité du logiciel MIKE URBAN (DHI 2003), plusieurs modèles des processus biochimiques sont proposés.

### 2.2.3 Des années 2000 à aujourd’hui : de nouvelles connaissances

Avec l’accroissement du nombre de sites instrumentés, le rôle de l’accumulation a été remis en question par plusieurs auteurs (Charbeneau et Barrett 1998; Sutherland et Jelen 2003; Egodawatta *et al.* 2007; Shaw *et al.* 2010). Kanso (2004), à partir d’une importante base de données, a testé plusieurs modèles d’accumulation des MES sur la surface et conclut qu’un simple modèle de masse constante avant chaque événement permet d’obtenir les meilleurs résultats. Shaw *et al.* (2010) ont également évalué l’influence de la durée antérieure de temps sec (*DTS*) en comparant un modèle continu simple d’Accumulation-Erosion-Transfert à des modèles de régression événementielle multi-linéaires. Les auteurs concluent que la masse de sédiments érodés pendant les événements pluvieux ne dépend pas de *DTS*. Ces résultats suggèrent l’existence d’autres facteurs, dont des facteurs aléatoires, régissant les processus d’érosion sur la surface et dans les réseaux, actuellement non pris en compte dans les modèles traditionnels.

En s’appuyant sur des données d’un petit bassin versant parisien, Kanso (2004) a également testé plusieurs modèles de transport solide en réseau, notamment le modèle d’Ackers et White (1973) et le modèle de Vélikanov qui propose une approche énergétique plus simple. Les résultats montrent que le modèle d’Ackers-White n’est pas adapté à la simulation du transport solide en réseau d’assainissement. Pour le modèle de Vélikanov, l’auteur met en évidence que les résultats obtenus sont très dépendants des conditions initiales de localisation des dépôts dans le réseau et que l’utilisation de ce modèle par rapport à un simple modèle d’advection ne permet pas d’améliorer de manière significative les résultats.

### 2.2.4 Intérêts et limites de l’approche

#### 2.2.4.1 Intérêts

La première motivation pour une représentation à base déterministe des processus est la possibilité d’utiliser les modèles de manière générique pour tous types de bassins versants, sans avoir besoin de reconstruire pour chaque site des modèles spécifiques, comme dans le cas des modèles statistiques simples (cf. paragraphe 1.2). Une deuxième motivation est de pouvoir utiliser les modèles dans des études d’impacts, avec la simulation de scénarios de changements de configuration du réseau ou de changement climatique. Si les modèles ne sont pas entièrement déterministes et que les paramètres ont besoin d’être calés avec des mesures locales, il est vrai que ces modèles présentent un avantage potentiel de ce point de vue par rapport aux approches locales. Toutefois, cette remarque n’est justifiée que si les modèles proposés représentent effectivement les processus réels.

Un autre intérêt de l’approche Accumulation-Erosion-Transfert par rapport aux approches événementielles simples est de pouvoir simuler des pollutogrammes en continu, non seulement à l’exutoire du bassin versant mais également en d’autres points du réseau. Encore une fois, cette remarque ne vaut que si le modèle après calage est effectivement capable de reproduire les flux réels à l’échelle spatio-temporelle considérée.

#### 2.2.4.2 Limites

Les modèles détaillés de la qualité des RUTP sont très peu utilisés pour des applications opérationnelles (Cabane *et al.* 2002). Ceci est notamment dû au nombre important de paramètres

qu'il faut caler, d'autant plus élevé que les modèles sont complexes. Un calage satisfaisant des paramètres est la plupart du temps incompatible avec le nombre restreint de données généralement disponibles dans les études.

De plus, du fait de la discrétisation spatiale des processus et du couplage avec les modèles hydrologiques et hydrauliques, les temps de simulation des modèles sont souvent longs, ce qui n'encourage pas leur utilisation par les gestionnaires. La longueur des temps de calcul rend également plus difficile l'application des méthodes de calcul des incertitudes (Mannina et Viviani 2010), méthodes longues en temps de calcul du fait de la non linéarité des modèles (voir partie 2).

## 2.3 Vers des modèles parcimonieux

### 2.3.1 Objectifs

Les raisons qui ont motivé le développement de modèles parcimonieux ont été déjà évoquées dans la partie 1.3.4. Il s'agit de proposer des modèles compatibles avec une utilisation opérationnelle, au vu des objectifs du modélisateur et de la quantité des données disponibles pour le calage. Plus précisément, le choix d'un modèle parcimonieux est guidé par les considérations suivantes (Mannina et Viviani 2010) :

- Un temps de calcul limité, compatible avec l'estimation des incertitudes.
- Un niveau de paramétrisation en adéquation avec le nombre de données disponibles. En général, dans les études, le nombre d'événements est presque toujours inférieur à 20, et le plus souvent compris entre 5 et 10 événements (e.g. Muschalla *et al.* 2008; Willems 2010; Mannina et Viviani 2010).
- Un niveau réduit d'auto-corrélation entre les paramètres (Beck 1999; Kanso *et al.* 2005b; Bertrand-Krajewski 2007a; Willems 2010), afin d'éviter notamment les problèmes d'identifiabilité des paramètres qui rendent les temps de calage plus longs (voir partie 2).
- Une échelle spatio-temporelle adaptée aux besoins de l'étude et des données disponibles.

Un tel modèle parcimonieux se rapproche donc d'un « modèle pour l'ingénieur » (Bouleau 1999). Les différentes approches actuellement proposées pour des modèles parcimonieux sont présentées dans les paragraphes suivants.

### 2.3.2 Une représentation simplifiée du réseau

Dès les années 1990, Bertrand-Krajewski (1992) a proposé un modèle type Accumulation-Erosion-Transfert à l'échelle des petits bassins versants (moins de 100 ha), mais avec une représentation simplifiée du réseau. Ce modèle, appelé HYPOCRAS, représente le réseau d'assainissement par une canalisation équivalente sans longueur, dans laquelle sont simulés les processus de sédimentation et d'érosion des sédiments par une approche énergétique simple (modèle de Wiuff). Les calculs de transport solide ne sont donc plus discrétisés à l'échelle des canalisations, rendant les temps de calcul beaucoup moins longs. Les flux de sédiments en suspension et charriés sont simulés en continu à l'exutoire du bassin versant et les sédiments sont représentés par deux classes granulométriques de particules, de temps sec et de temps de

pluie. Le transfert des flux d'eau et de particules est simplement simulé avec des modèles de réservoir linéaire. Pour les données disponibles à l'époque, le modèle a donné des résultats satisfaisants (Bertrand-Krajewski 1993).

Briat (1995) a repris le modèle HYPOCRAS en l'appliquant à plus grande échelle. Le modèle est appliqué sur des sous bassins versants. Les sédiments à l'exutoire des sous-bassins sont ensuite transférés par un modèle d'advection-dispersion jusqu'à l'exutoire du bassin. Le transport des sédiments étant couplé avec un modèle de Muskingum, les temps de calcul restent relativement raisonnables. De plus, Briat propose un modèle d'érosion des sédiments de surface plus élaboré, prenant en compte une dynamique d'érosion variable suivant l'intensité de la pluie. Le modèle a été intégré dans le logiciel HYDROPOL, développé au sein de la Lyonnaise des Eaux. Le test du modèle sur deux bassins versants de la région de Bordeaux a montré des résultats satisfaisants (Briat 1995).

Récemment, Mannina et Viviani (2010) ont repris cette approche de modélisation à l'échelle du bassin versant, en proposant une alternative pour la modélisation de l'érosion des dépôts dans le réseau (modèle de Skipworth *et al.* 1999) et la possibilité de prendre en compte un lessivage des routes.

Si les temps de calcul de cette approche sont plus limités que pour un modèle détaillé traditionnel, le nombre de paramètres à caler reste néanmoins élevé (environ une quinzaine de paramètres), rendant son utilisation opérationnelle difficile (Gong *et al.* 1996). Les résultats obtenus par Mannina et Viviani (2010) sont intéressants. Cependant, comme dans les études de Bertrand-Krajewski et Briat, le nombre de données utilisé pour le calage reste limité (moins de 12 événements).

Avec le développement des techniques de mesure et l'augmentation de la taille des bases de données, l'utilisation de ce type de modèle pourrait s'avérer pertinente dans un avenir proche. Cette perspective n'est néanmoins envisageable que si le modèle est validé sur d'autres sites, avec des jeux de données de calage davantage représentatifs de la diversité et de la variabilité des événements pluvieux.

### **2.3.3 Une représentation plus globale des processus**

#### **2.3.3.1 Une représentation simplifiée du transfert**

Récemment, avec l'augmentation du nombre de données disponibles à l'exutoire des bassins versants, plusieurs recherches ont été orientées vers des modèles de type Accumulation-Erosion-Transfert, où :

- i) l'accumulation et l'érosion sont représentées à l'échelle globale du bassin versant, sans faire la distinction entre processus de surface et dans le réseau. Les modèles proposés ne décrivent donc pas de manière détaillée la structure du réseau.
- ii) le transfert est pris en compte de manière simplifiée, sans décrire de manière détaillée les collecteurs du réseau.

Par exemple, Dotto *et al.* (2009) et Kleidorfer (2009), sur la base de 40-50 événements par site échantillonnés par les techniques de mesure traditionnelles sur plusieurs sites (Francey *et al.* 2010) ont testé un modèle simple à deux équations, qui comprend 4 paramètres de calage. L'accumulation sur le bassin en période de temps sec est simulée par le modèle de Sartor *et al.* (1974) :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = k_s \cdot (Ms_{\max} - Ms(t)) \quad \text{Eq. 2.5}$$

avec  $Ms(t)$  la masse moyenne de solides disponible par unité de temps [kg],  $Ms_{\max}$  la masse maximum de solides accumulable sur la surface [kg], et  $k_s$  la constante d'accumulation [ $J^{-1}$ ].

L'érosion est représentée par le modèle de Deletic *et al.* (2000) :

$$\frac{dCsusp(t+t_0)}{dt} = k_1 \cdot Ms(t) \cdot I(t)^{k_2} \cdot S_{imp} \quad \text{Eq. 2.6}$$

avec  $Csusp$  la concentration en polluants dans le ruissellement [ $kg \cdot m^{-3}$ ],  $I$  l'intensité de la pluie [mm/h],  $S_{imp}$  la surface imperméable [ $m^2$ ],  $k_1$  le coefficient d'érosion et  $k_2$  l'exposant relatif à l'érosion. La concentration est transférée jusqu'à l'exutoire par le débit (décalage de  $t_0$ ). Les paramètres de calage de ce modèle sont  $k_s$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $t_0$ . Les résultats obtenus pour la simulation des concentrations en MES et en azote total ne sont pas très encourageants, avec des valeurs du coefficient de Nash et Sutcliffe (1970) proches de 0, indiquant que le modèle n'est pas meilleur que la moyenne des observations. Ces modèles ne permettent donc pas de représenter la complexité des processus (Dotto *et al.* 2009).

Ces résultats confirment les conclusions de Kanso (2004), qui avait testé une approche similaire pour la simulation des concentrations de MES, sur la base d'une cinquantaine d'événements échantillonnés. Couplées à un modèle hydrologique, plusieurs combinaisons Accumulation-Erosion avait été testées par l'auteur, dont celle du type testé par Dotto *et al.* (2009). Les résultats ont notamment montré qu'un modèle d'accumulation considérant une masse fixe au début de chaque événement permettait d'obtenir de meilleurs résultats qu'un modèle de type exponentiel.

Muschalla *et al.* (2008) ont également testé une approche globale couplée à un modèle hydrologique, mais pour la modélisation de la DCO. Le calage des modèles est basé sur des données en continu acquises par spectrométrie. Respectivement 3 et 2 événements sont utilisés pour le calage et l'évaluation. A notre connaissance, ce travail constitue la première étude de modélisation basée sur des données de qualité en continu. Les auteurs utilisent un modèle d'accumulation classique comparable à celui de Sartor *et al.* (1974) et testé par de nombreux auteurs (Alley et Smith 1981; Bertrand-Krajewski 1993; Kanso 2004):

$$\frac{dMs(t)}{dt} = ACCU - DISP \cdot Ms(t) \quad \text{Eq. 2.7}$$

avec  $Ms$  la masse accumulée sur le bassin [kg], et  $ACCU$  et  $DISP$  [ $s^{-1}$ ] les coefficients d'accumulation et d'arrachement, estimés lors du calage. Deux modèles d'érosion ont été testés : une simple décroissance exponentielle et une deuxième version prenant en compte un exposant  $w$  appliqué à l'intensité de la pluie (e.g. Bertrand-Krajewski 1993; Kanso 2004; Mourad 2005; Dotto *et al.* 2009) et une intensité de pluie maximum  $I_{lim}$  :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = -k_3 \cdot Ms(t) \cdot I(t) \cdot \left( \frac{I(t)}{I_{lim}} \right)^{k_4} \quad \text{Eq. 2.8}$$

avec  $I$  l'intensité de la pluie [mm/h],  $I_{lim}$  l'intensité maximale de la pluie [ $mm \cdot h^{-1}$ ],  $k_3$  le coefficient d'érosion [ $mm^{-1}$ ] et  $k_4$  l'exposant relatif à l'intensité [-].  $Im$ ,  $k_3$  et  $k_4$ , doivent être calés (pour  $I > I_{lim}$ ,  $k_4 = 0$ ).

L'étude a montré que ce deuxième modèle ne permettait pas d'obtenir de meilleurs résultats que le modèle d'érosion simple. Les résultats obtenus avec ce dernier sont encourageants (coefficient de Nash et Sutcliffe supérieur à 0.7), mais les événements de type convectif n'ont

pu être reproduits de manière satisfaisante, du fait de la mauvaise reproduction des débits. Les auteurs attribuent ce résultat au fait que la modélisation est basée sur les mesures d'un unique pluviomètre pour une surface de 335 ha.

### 2.3.3.2 Vers des modèles de régression à base déterministe

Récemment certains auteurs ont proposé de revenir à des approches déterministes plus globales, avec un nombre réduit de paramètres de calage, mais en intégrant tous les processus considérés dans une seule équation (Willems 2010; Dembélé et Becouze 2010; Dembélé 2010). Ces modèles de régression sont supposés plus performants que les modèles de régression statistiques simples (cf. partie 1.2). L'objectif est d'agrèger les différents sous-modèles de qualité de l'approche détaillée en une seule équation, capable de rendre compte de ces mêmes phénomènes.

Basé sur le travail de Bechmann *et al.* (1999) sur les modèles de type « Grey Box », Willems (2010) a récemment proposé un modèle continu pour la prédiction des flux, qu'il a testé pour les MES, la demande biologique en oxygène (DBO) et l'ammonium ( $\text{NH}_4^+$ ). La structure du modèle est fondée sur le principe du réservoir linéaire : la partie hydrologique est simulée avec un réservoir linéaire double avec retard et le modèle de flux de polluant est construit par analogie avec le fonctionnement du réservoir linéaire :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = \nu(Ms(t) - \bar{Ms}) + \kappa(Q_S(t) - \bar{Q}_S) \quad \text{Eq. 2.9}$$

avec  $Ms$  la masse de polluants totale déposée sur la surface et dans le réseau [kg],  $Q_S$  le débit ruisselé à l'exutoire [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ].  $\bar{Q}_S$  représente le débit moyen à partir duquel on observe l'érosion des sédiments [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ], il peut être fixé par l'utilisateur ou calé.  $\nu$ ,  $\bar{Ms}$  et  $\kappa$  sont des paramètres de calage. La valeur de  $\kappa$  dépend de la valeur de  $Q_S$  :

$$\text{Pour } Q_S(t) > \bar{Q}_S, \quad \kappa = \kappa_1 \quad \text{Eq. 2.10}$$

$$\text{Pour } Q_S(t) \leq \bar{Q}_S, \quad \kappa = \kappa_2 \quad \text{Eq. 2.11}$$

Willems (2010) propose de calculer  $\kappa$  comme une fonction de la concentration déposée, afin de prendre en compte l'éventuel effet de « premier flot » :

$$\kappa(t) = \kappa_{\max} \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{Ms(t)}{k_\kappa}} \right] \quad \text{Eq. 2.12}$$

Une valeur fixe  $k_\kappa$  est considérée pour  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$ , il faut donc caler les paramètres  $\kappa_{\max 1}$ ,  $\kappa_{\max 2}$  et  $k_\kappa$ . Le modèle comprend au final 5 à 6 paramètres de calage.

Soonthornnonda et Christensen (2008) proposent également un modèle avec une équation unique mais pour la simulation des masses à l'échelle événementielle. L'originalité du modèle est la prise en compte de plusieurs périodes précédant l'événement pluvieux simulé. Le modèle permet de prendre en compte plusieurs masses résiduelles correspondant à plusieurs événements antérieurs et non plus seulement à la masse résiduelle de l'événement précédent. Cette approche permet de mieux rendre compte de la mémoire du système avant un événement pluvieux. Le modèle est présenté en détail dans Soonthornnonda et Christensen (2008). Il a été testé pour plusieurs polluants sur 18 sites de type résidentiel et « open land », avec une vingtaine d'événements mesurés pour chaque site. Les résultats montrent que dans le cas de plusieurs

métaux (zinc, cuivre, cadmium, nickel, chrome, plomb, mercure), la DBO<sub>5</sub>, les bactéries et le phosphore total, les résultats sont meilleurs par rapport à la prise en compte d'une seule période de temps sec antérieure. En revanche ce n'est pas le cas pour les MES et l'argent.

Sheng *et al.* (2008) proposent un modèle qui prend en compte deux comportements des polluants, suivant que la masse ou le débit sont les facteurs limitants de la production et du transfert des polluants. Le principe de cette approche a récemment été repris sous une forme modifiée par Dembélé et Becouze (2010) auquel nous renvoyons pour une description complète du modèle. Avellaneda *et al.* (2009) ont récemment testé un modèle simple d'Accumulation-Erosion-Transfert à l'échelle du bassin versant, pour les MES mais aussi pour l'azote inorganique dissous et le zinc. Chen et Adams (2006) ont obtenu des résultats intéressants pour la simulation des concentrations moyennes événementielles de MES, de phosphore total, de DCO, d'aluminium, de cuivre, de fer et de zinc.

Ces modèles n'ont pour l'instant été testés que sur un nombre réduit d'événements (inférieur à 20) et de sites. Leur application à d'autres sites et avec davantage de données est nécessaire pour pouvoir confirmer les premières conclusions positives.

### 2.3.3 Intérêt et limites des approches

L'avantage des approches globales est qu'elles peuvent être appliquées indépendamment pour différents polluants, contrairement aux modèles détaillés complexes qui ont d'abord été construits pour simuler le transport des sédiments.

La proposition de modèles parcimonieux adaptés est d'autant plus difficile que les processus sont agrégés dans un nombre réduit d'équations (1 ou 2). La part respective des processus dans le réseau et sur la surface du bassin versant est susceptible de différer suivant les caractéristiques spécifiques des sites, rendant difficile la transposition des structures des modèles d'un site à l'autre. De plus, dans la mesure où ces approches considèrent le bassin versant comme une seule entité, l'applicabilité des modèles reste circonscrite à une échelle spatiale limitée (de l'ordre de 100 ha). L'extrapolation de ces modèles à plus grande échelle, avec la prise en compte de plusieurs sous-bassins versants, impliquerait un nombre plus importants de paramètres à caler (Willems 2010), nécessitant des données suffisante en nombre et aux échelles spatiales étudiées.

## 2.4 Conclusions

### *Les approches classiques*

Les modèles statistiques de type multi-régression constituent des approches simples d'utilisation avec des limites d'application bien identifiées. L'utilisation de bases de données représentatives est une condition nécessaire à la formulation de modèles pertinents.

Les modèles de type Accumulation-Erosion-Transfert restent difficiles à utiliser de manière opérationnelle en raison de leur complexité et du manque de données. La connaissance physique des processus est encore limitée et les formulations des modèles complexes ne peuvent être testées faute de données suffisantes. Enfin, la généralisation des modèles à des sites variés reste une question mal résolue.

### ***Les approches parcimonieuses***

Le développement de modèles parcimonieux apparaît de plus en plus comme une solution pertinente afin de retrouver une adéquation entre complexité des modèles et données disponibles. De nombreux auteurs préconisent le développement de modèles conceptuels simples en attendant d'acquérir plus de données pour une meilleure compréhension des processus et la proposition de modèles plus adaptés (Willems 2010). De plus, une limitation des temps de calcul est préconisée dans la perspective d'intégrer les modèles de la qualité des RUTP au sein de modèles plus globaux de simulation du cycle de l'eau urbain (e.g. le logiciel CITY DRAIN). Néanmoins, cette question des temps de calcul, au vu de l'évolution rapide des moyens informatiques, ne devrait pas être un critère majeur de modélisation.

### ***La classification des modèles***

La distinction entre modèles stochastiques et déterministes semble de moins en moins pertinente, dans la mesure où les modèles sont toujours pour partie empirique et où les auteurs s'orientent de plus en plus vers des approches hybrides de modélisation, permettant d'exploiter les avantages des deux approches. Obropta et Kardos (2007) définissent un modèle hybride comme une combinaison équilibrée des deux approches, par exemple un modèle déterministe couplé à un réseau de neurones.

### ***L'évolution des connaissances***

L'augmentation croissante du nombre de sites pour lesquels des données de qualité sont disponibles tend à remettre en question la conceptualisation des phénomènes physiques considérés jusqu'à ces dernières années. Cependant, la compréhension des processus d'accumulation et d'érosion des polluants à l'échelle des bassins versants urbains reste un enjeu important des travaux de recherche actuels en hydrologie urbaine.

### ***La diversité et le choix des modèles***

Dans l'état actuel des connaissances, il ne semble pas exister de modèles pertinents pour tous les sites, tant en termes de paramètres que de structure. Suivant les caractéristiques des sites (occupation des sols) et du réseau, certains modèles peuvent être plus ou moins performants. Le manque de compréhension des processus physiques explique la diversité des modèles proposés et la variabilité des résultats suivant les sites. Les modèles sont avant tout reproductifs et finalement assez peu prédictifs de manière générique.

Pour être pertinent, le choix d'un modèle doit donc tenir compte des données disponibles et des objectifs de l'étude (cf. paragraphe 1.3.4), mais également des caractéristiques du site considéré, afin de proposer une structure de modèle la plus adaptée possible.

Enfin, une solution pour la sélection d'un modèle approprié pourrait être le test de plusieurs hypothèses de modélisation couplé à une analyse *a posteriori* des résultats. Ce type d'analyse est facilité par l'utilisation d'outils efficaces d'analyse des modèles. Ces derniers connaissent aujourd'hui un développement très rapide. Kanso *et al.* (2005b) ont à notre connaissance proposé une méthode de référence pour l'analyse des incertitudes dans les modèles de qualité des RUTP, basée sur la méthode bayésienne (voir Partie 2). Les récentes modélisations de la qualité ont depuis confirmé l'intérêt de la méthode (Mannina *et al.* 2006; Freni *et al.* 2007a; Dotto *et al.* 2009; Kleidorfer 2009; Kleidorfer *et al.* 2009a; Mannina et Viviani 2010)



## Chapitre 3

### 3 Choix des approches testées

Dans la première partie de ce chapitre, la question du choix d'un modèle de la qualité des RUTP pour des études opérationnelles est d'abord considérée. Les deux parties suivantes présentent les objectifs poursuivis dans le cadre de la thèse pour le test des approches de régression et d'Accumulation-Erosion-Transfert, et les choix généraux de modélisation que nous avons effectué.

#### 3.1 Quel modèle choisir ?

Alors que les gestionnaires de réseaux sont de plus en plus demandeurs d'outils et de méthodes pour la modélisation de la qualité des RUTP, une question essentielle est la suivante : quel modèle choisir ? Kanso (2004) concluait à un manque d'outils opérationnels d'aide aux choix des modèles. Il semble que la question soit encore d'actualité.

Sur la base des conclusions de la revue bibliographique, la Figure 3.1 propose une méthodologie d'aide au choix d'un modèle. La méthode proposée est valable pour des applications opérationnelles ou de recherche. Elle comprend les étapes suivantes :

1. Définition des objectifs initiaux de l'étude :
  - Les polluants auxquels on s'intéresse.
  - Le type de simulation : annuelle, événementielle ou continue.
  - Le type de réseau : unitaire et/ou séparatif.
  - L'échelle spatiale : définition des points du réseau où l'on souhaite simuler la qualité, subdivision éventuelle du bassin en sous-bassins.
  - Le couplage éventuel avec d'autres modèles, par exemple l'intégration dans un modèle plus large du système d'assainissement.
  - Les éventuels autres critères spécifiques à l'étude.
2. Recensement des données disponibles et pertinentes vis-à-vis des objectifs poursuivis. Etat de l'art des connaissances sur le site considéré et estimation des données que l'on peut envisager de mesurer spécifiquement pour l'étude en fonction du temps et du budget disponible :
  - Récapitulatif/définition des points de mesure (nombre/localisation).
  - Types de mesures : caractéristiques des dépôts, concentrations en polluants, mesures discrètes ou continues.
  - Recensement des connaissances actuelles sur les processus sur le bassin, par exemple : présence de lessivages fréquents des routes, de dépôts dans le réseau, de fortes pentes, de zones très urbanisées.
3. Ajustement éventuel suivant le type et la qualité des objectifs initiaux par rapport aux résultats de l'étape 2.

4. Analyse des données :
  - Données disponibles, e.g. données acquises dans le cadre de l'auto-surveillance des réseaux ou d'études antérieures.
  - Données acquises dans le cadre de campagnes de mesure spécifiques.
  - L'objectif de cette étape est double :
  - Traiter les données pour le calage et le test ultérieurs des modèles.
  - Améliorer la connaissance des processus locaux de production des flux polluants.
  
5. Choix d'un modèle *a priori* en tenant compte des objectifs retenus (étape 3), des résultats de l'analyse des données (étapes 4) et des modèles disponibles dans la littérature. Il s'agit notamment de sélectionner la structure de modèle la plus adaptée aux caractéristiques des processus majeurs identifiés sur le site. Il n'est cependant pas exclu que plusieurs structures de modèles conviennent de manière équivalente. Une première structure est dans ce cas retenue dans un premier temps. Puis, à l'issue du test du modèle (étape 6), si les objectifs du modélisateur ne sont pas atteints, les autres structures peuvent éventuellement être testées.
  
6. Test du modèle : calage et analyse des résultats, en utilisant les données traitées dans l'étape 4. L'objectif de cette étape est de tester l'hypothèse de modélisation *a priori* par une analyse *a posteriori* du modèle. En fonction des résultats obtenus, des améliorations du modèle peuvent éventuellement être apportées :
  - Au niveau de la structure du modèle.
  - Au niveau des paramètres. Par exemple certains paramètres non sensibles peuvent être fixés, réduisant ainsi le nombre total de paramètres à caler.Une telle analyse n'est possible qu'avec l'utilisation d'outils automatiques adaptés et efficaces, garantissant la fiabilité des résultats et des temps de calcul modérés.
  
7. Sélection du modèle final au vu des résultats de l'étape 6 et utilisation du modèle en prédiction pour les besoins de l'étude.

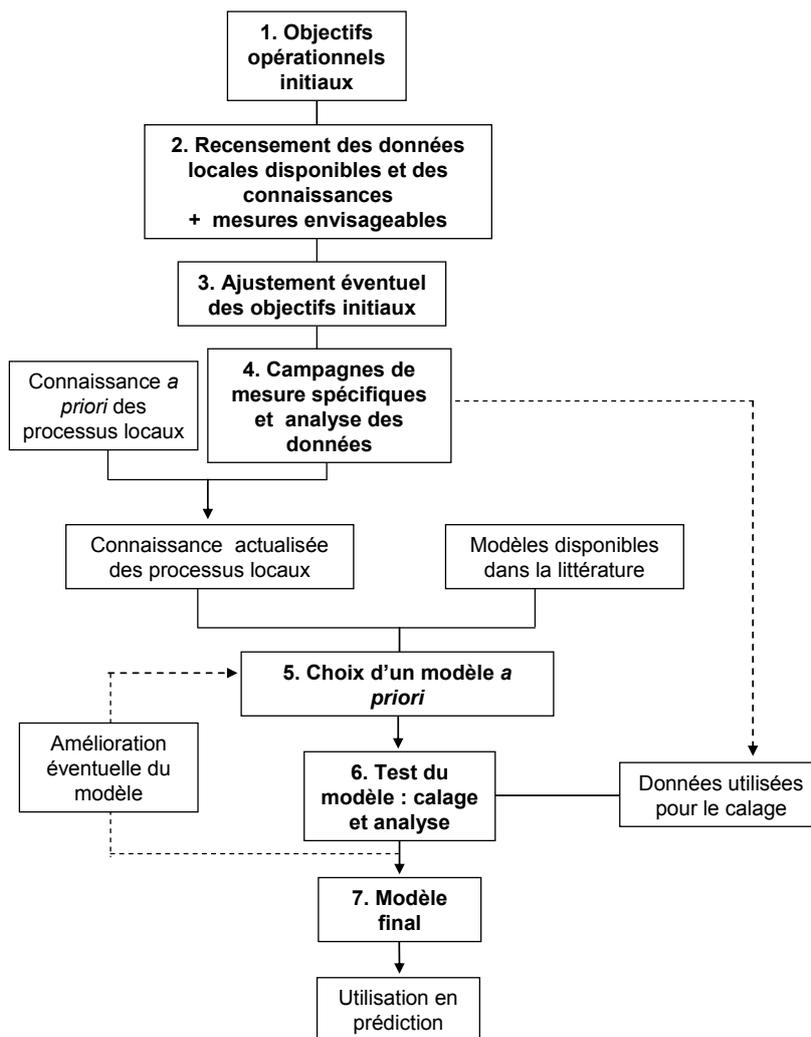


Figure 3.1. Méthodologie proposée pour le choix d'un modèle

## 3.2 Objectifs de la thèse

### 3.2.1 Test de l'approche multi-régression

L'objectif scientifique est de tester la capacité de ces modèles à reproduire la variabilité des flux de MES et de DCO estimés à partir de mesurages en continu de la turbidité. Est-il possible de proposer des modèles dont la précision soit compatible avec une utilisation opérationnelle ? (Une des difficultés à répondre à cette question vient du fait que la précision requise par les utilisateurs opérationnels n'est pas, voire jamais, indiquée ou exprimée. Néanmoins, les discussions avec les gestionnaires laissent penser que des résultats à 30 voire 40 % près leur paraissent acceptables, même s'ils ne l'explicitent pas véritablement sous cette forme (Bertrand-Krajewski 2010, communication personnelle). L'approche statistique de type multi-régression reste en effet simple d'application dans un contexte opérationnel, pourvu que les résultats puissent répondre aux objectifs des gestionnaires en intégrant notamment une évaluation des incertitudes.

Du point de vue opérationnel, l'objectif de cette partie est i) d'évaluer la capacité des modèles existants à reproduire ces nouvelles observations et ii) de proposer des méthodes de construction de modèles locaux fiables, efficaces et facilement utilisables par les gestionnaires.

### 3.2.2 Test de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert

D'un point de vue scientifique, il s'agit d'évaluer l'approche de type Accumulation-Erosion-Transfert, avec des données en continu de turbidité. Ce travail constitue une des premières études avec un nombre de données disponibles compatible avec un calage fiable d'un modèle complexe de la qualité des RUTP, prenant en compte l'évaluation des incertitudes.

Le test d'un modèle de simulation continue est également motivé par la perspective ultérieure de l'utiliser pour des applications opérationnelles (e.g. études d'impact ou études de dimensionnement d'ouvrages de dépollution). Cette perspective pourra être raisonnablement envisagée si :

- Une structure de modèle s'avère pertinente pour une prédiction fiable des flux de polluants.
- Le niveau de complexité du modèle est compatible avec la quantité de données potentiellement disponibles dans des études opérationnelles.
- Le modèle peut être calé facilement (complexité du modèle et temps de calcul).

## 3.3 Choix généraux de modélisation

Avec la méthodologie proposée au paragraphe 3.1, il s'agit de tester un modèle qui tienne compte i) des objectifs de modélisation, ii) des données disponibles et des caractéristiques des sites et enfin iii) des modèles disponibles dans la littérature. Ce dernier point a été abordé dans les chapitres 1 et 2 de cette partie. La présentation des sites et l'analyse des données font l'objet des parties 3 et 4 de la thèse.

Nous nous contentons donc ici de proposer une structure générale de modèle *a priori* sur la base des résultats de la revue bibliographique et des objectifs de l'étude. Le choix des modèles sera précisé dans la partie 5 de la thèse, au vu des résultats des parties 3 et 4.

### 3.3.1 Test de l'approche multi-régression

Les objectifs sont les suivants :

- Modéliser les masses événementielles et les concentrations moyennes événementielles en MES et en DCO
- Application sur un réseau unitaire et un réseau séparatif
- Simulation des flux de polluants à l'exutoire de bassins versants de taille réduite (environ 200 ha).
- Pas de couplage ou d'intégration dans un modèle plus large.

Nous nous intéresserons dans le cadre de cette thèse au test de modèles de régression de type multi-linéaires. Dans un premier temps, nous avons choisi de tester des formulations de modèles existants, en choisissant les modèles *a priori* les plus transposables, au vu des caractéristiques des bassins versants. Nous comparerons dans un deuxième temps les résultats obtenus avec des modèles construits à partir des données locales.

### 3.3.2 Test de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert

Les objectifs sont les suivants :

- Modéliser les concentrations en MES en continu à court pas de temps (2 minutes).
- Application sur un réseau unitaire et un réseau séparatif.
- Simulation à l'exutoire de bassins versants de taille réduite (environ 200 ha).
- Pas de couplage ou d'intégration dans un modèle plus large.

Nous nous sommes limités aux MES et avons choisi de reprendre dans une première étape l'approche détaillée proposée dans HYPOCRAS (Bertrand-Krajewski 1993) et HYDROPOL (Briat 1995). Cette approche a également été choisie dans une perspective d'application opérationnelle, du fait d'un niveau de complexité et de temps de calcul *a priori* raisonnable. De plus, ce choix est lié à une volonté de SAFEGE de tester cette approche, déjà envisagée dans le cadre de projets internes de recherche du groupe SUEZ.



## **Partie 2**

### **Test des modèles et incertitudes**



## Introduction

Un modèle, par définition, ne représente jamais parfaitement la réalité. Les prédictions ne sont en effet jamais strictement égales aux observations. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas des modèles de la qualité des RUTP, du fait de leurs difficultés de mise en œuvre (cf. Chapitre 1). Il est donc nécessaire d'assortir les prédictions d'un niveau d'incertitude, afin de garantir une utilisation réaliste des modèles.

Par ailleurs, les méthodes d'estimation des incertitudes apparaissent de plus en plus comme un outil incontournable pour le test des modèles (Kanso *et al.* 2005; Dotto *et al.* 2009; Mannina et Viviani 2010). Leur mise en œuvre facilite l'amélioration de la structure des modèles et du même coup notre compréhension des processus.

C'est pour ces différentes raisons que nous nous sommes particulièrement intéressés à cette question dans le cadre de ce travail. Les trois principales raisons pour lesquelles nous avons choisi d'y consacrer une partie entière sont exposées dans les paragraphes suivants.

### ***La diversité des niveaux d'analyse***

Comme l'observent Deletic *et al.* (2009), l'évaluation des incertitudes dans le processus de modélisation peut se faire à différents niveaux. Le plus basique consiste à estimer les intervalles de prédiction pour un degré de confiance donné. La quantification des différentes sources d'incertitude, notamment la manière dont elles se propagent dans le processus de modélisation implique des études plus poussées. Deletic *et al.* (2009) soulignent l'attention qui a été consacrée dans le domaine de la qualité des RUTP à l'étude de l'efficacité des procédures de calage et de vérification des modèles, alors que l'influence de la qualité des données reste à ce jour encore peu étudiée.

### ***Le manque de connaissances statistiques des hydrologues urbains***

Malgré les progrès récents, les méthodes d'estimation des incertitudes en hydrologie urbaine restent à l'heure actuelle peu appliquées et difficilement compréhensibles pour des utilisateurs non statisticiens. Ceci est particulièrement vrai pour les méthodes adaptées aux modèles non linéaires complexes. Vrugt *et al.* (2008a) qualifient ces dernières de la manière suivante : « [...] Despite these advances, the more recent approaches for uncertainty estimation require considerable understanding of mathematics and statistics, and significant experience with implementation of these methods on a digital computer ». Cette remarque vaut pour les applications dans le domaine opérationnel mais également dans le domaine de la recherche environnementale en général, où un manque d'interaction entre scientifiques de la recherche appliquée et statisticiens est notable (Reichert 2009).

### ***Le manque de documents et d'outils pédagogiques***

Peu de documents et d'outils à vocation pédagogique sont aujourd'hui disponibles dans le domaine de l'hydrologie urbaine, tant à l'attention des opérationnels que des chercheurs. Reichert (2009) souligne l'absence de textes explicatifs donnant un aperçu d'ensemble des différentes techniques d'analyse statistique des incertitudes dans les études environnementales. Ce constat explique selon lui le manque de rigueur dans l'application des outils mais également le développement de méthodes sur des bases conceptuelles non rigoureuses. Ces dernières années, une volonté croissante de la part de la communauté scientifique internationale pour la production d'outils et de documents est observée (Kanso 2004; Beven 2009; Reichert 2009;

Kleidorfer *et al.* 2009; Deletic *et al.* 2009). Malgré ces progrès, l'explicitation des méthodes dans leur ensemble reste encore partielle et difficile d'accès pour des non initiés, spécialement dans un cadre opérationnel. De surcroît, la question du choix des méthodes à appliquer ne fait pas encore aujourd'hui l'unanimité dans la communauté scientifique des hydrologues urbains (Mantovan et Todini 2006; Vrugt *et al.* 2008a; Beven 2008; Vrugt *et al.* 2008c).

Le chapitre 4 revient sur le concept d'incertitudes en hydrologie urbaine, avec l'explicitation des différentes sources d'incertitude dans le processus de modélisation. Le chapitre 5 détaille les différentes méthodes d'analyse actuellement disponibles pour leur évaluation et propose une discussion finale sur le choix des méthodes. Enfin le chapitre 6 explicite les outils et méthodes utilisés pour le test des modèles, avec en particulier la manière dont sont mis en œuvre les outils d'analyse des incertitudes présentés dans le chapitre 5.

Afin de faciliter la compréhension des méthodes, nous nous sommes attachés le mieux possible à mettre en évidence de façon rigoureuse les hypothèses et les points clés des étapes du raisonnement. L'analogie entre les méthodes utilisées pour les modèles simples et complexes a notamment été soulignée. Les méthodes sont illustrées en s'appuyant sur des exemples de modèles de qualité des RUTP testés dans le cadre de cette thèse. Nous nous sommes intéressés dans ce travail à l'estimation des incertitudes lorsque des observations sont disponibles, sans aborder le cas où aucune donnée historique n'est à la disposition du modélisateur.

Nous espérons que cette partie pourra contribuer, modestement, à rendre moins incertaine en hydrologie urbaine notre compréhension des méthodes de calcul des incertitudes dans les modèles. Bien expliciter ces méthodes apparaît aujourd'hui primordial afin que leur application ne devienne pas elle-même une source d'incertitude importante.

## Chapitre 4

# 4 Le concept d'incertitude en modélisation en hydrologie urbaine

## 4.1 Introduction

La notion d'incertitude en modélisation sous-entend d'abord l'évaluation d'un niveau de confiance des prédictions. Le résultat qui est considéré n'est plus la simulation dite « optimale », mais cette dernière assortie d'un niveau de confiance sur sa fiabilité, ou incertitude de prédiction.

Il est important de préciser que cette conceptualisation repose sur l'hypothèse probabiliste qu'il existe effectivement un jeu de paramètres optimal. Ce dernier est défini comme le jeu qui, en probabilité, donne les meilleurs résultats de simulation par rapport aux observations. La notion d'incertitude en modélisation est dans ce cas abordée avec une approche statistique. L'approche GLUE (Global Likelihood Uncertainty Analysis) développée par Beven et Binley (1992) constitue actuellement une alternative à ce point de vue : la notion de jeu optimal est abandonnée au profit de l'adoption du concept d'équifinalité (voir paragraphe 5.4). Cependant cette approche est directement dérivée de l'approche probabiliste. La compréhension des méthodes statistiques apparaît donc de toute façon nécessaire afin de bien comprendre le principe des deux approches, ainsi que le débat actuel des hydrologues sur leur validité et modalités d'application (Mantovan et Todini 2006; Vrugt *et al.* 2008a; Beven 2008; Vrugt *et al.* 2008c; Stedinger *et al.* 2008)

Lorsque le terme d' « analyse des incertitudes » est employé, la question qui se pose ne se rapporte plus seulement à l'évaluation de l'incertitude de prédiction sur le résultat final mais également à la compréhension des sources d'incertitude qui sont à son origine. Récemment, Stedinger *et al.* (2008) ont rappelé les trois objectifs opérationnels d'une méthode d'analyse des incertitudes :

- Trouver le modèle optimal pour prédire le futur, considérant les données disponibles pour le calage.
- Quantifier les erreurs potentielles associées aux prédictions futures.
- Quantifier les incertitudes des paramètres pour guider le développement du modèle.

Ce troisième point met en évidence l'intérêt de l'analyse pour l'identification d'une structure de modèle adaptée. Un autre aspect considéré ces dernières années en hydrologie urbaine est la quantification de la part d'incertitude sur le résultat provenant de l'incertitude sur les données d'entrée utilisées pour le calage (Vrugt *et al.* 2008; Kleidorfer *et al.* 2009; Freni *et al.* 2010).

De manière générale, l'objectif ultime d'une analyse des incertitudes pour guider le développement d'un modèle peut donc être vu comme la quantification de l'ensemble des différentes sources d'incertitude qui se propagent dans le processus de modélisation jusque sur les résultats.

La Figure 4.1 reprend le schéma général d'un modèle (cf. Figure 1.1), avec en rouge surligné en gras les éléments relatifs aux incertitudes dans le processus de modélisation :

- L'intervalle de confiance de prédiction, associé à la prédiction optimale sous l'hypothèse qu'elle existe effectivement.
- Les sources d'incertitude à son origine. Ces dernières se situent à trois niveaux, relatifs aux systèmes de mesure (des grandeurs d'entrée ou observées), à la connaissance des processus et à la procédure de calage et d'estimation des incertitudes.
- Les relations par lesquelles les incertitudes se propagent à travers le modèle jusque sur les résultats.

Nous adopterons dans la suite les notations suivantes :  $f$  la fonction mathématique définissant la structure du modèle  $M(\theta, X)$ , avec  $\theta$  le jeu des  $n$  paramètres  $p_i$  du modèle,  $\theta = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ ,  $X$  les grandeurs d'entrée et  $Y$  les grandeurs observées.

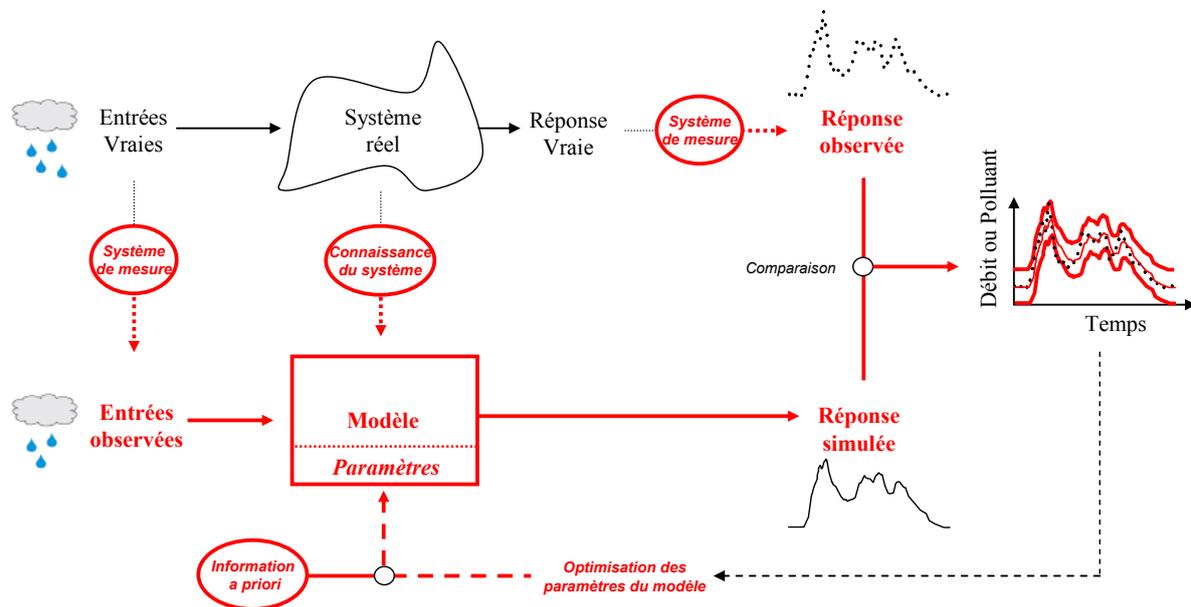


Figure 4.1. Représentation schématique d'un modèle de la qualité des RUTP, avec l'exemple de la simulation en continu d'hydrogrammes ou de pollutogrammes ; en rouge surligné en gras les éléments relatifs aux incertitudes dans le processus de modélisation : intervalles de prédiction, sources d'incertitude et leur propagation dans le modèle

## 4.2 Modèle optimal et incertitude de prédiction

### 4.2.1 Définition du modèle optimal

A défaut de disposer d'un modèle parfait, le premier objectif généralement considéré dans les études est de trouver le modèle optimal. La recherche de ce dernier constitue l'étape de calage. Cette dernière est basée sur l'exploitation d'une série de données d'entrée pour laquelle la variable de sortie que l'on cherche à prédire est en réalité déjà connue. Les simulations du modèle pour cette série d'entrée sont comparées avec les observations disponibles et la structure

du modèle permettant d'obtenir les meilleurs résultats, au vu d'un critère d'optimisation donné, est retenue.

La structure optimale du modèle est définie par i) la conceptualisation des processus et les équations les représentant ainsi que par ii) les valeurs de l'ensemble des paramètres qui s'y rapportent. Le premier point définit la structure au sens strict tandis que la prise en compte du deuxième se rapporte à la structure au sens large. La procédure d'optimisation consiste donc à déterminer la meilleure structure au sens large ou la meilleure structure au sens strict et les meilleures valeurs du jeu de paramètres s'y rapportant. Nous nous placerons ici dans le cas le plus courant, où la structure au sens strict du modèle est considérée comme établie et que le calage consiste uniquement à déterminer les valeurs optimales des paramètres.

## 4.2.2 Procédure de calage simple

La procédure de calage est donc définie au départ sans aucune prise en compte du concept d'incertitude. Il s'agit dans ce cas d'un calage simple dont les valeurs optimales des paramètres permettant de satisfaire au mieux les objectifs de performance du modélisateur. Ce sont ces derniers qui conditionnent la définition du critère d'optimisation, qualifié de fonction objectif.

Outre le choix des paramètres dont les valeurs sont ajustées lors du calage, la mise en œuvre du calage simple nécessite le choix de la fonction objectif et de l'algorithme mathématique utilisé pour l'optimisation. Les différents choix possibles sont discutés dans les paragraphes suivants.

### 4.2.2.1 Définition de la fonction objectif

Il existe deux points de vue pour la définition d'une fonction objectif, selon qu'elle est directement dérivée de l'approche statistique ou non. Nous notons dans la suite  $X$ ,  $Y$  et  $E$  les variables se rapportant respectivement aux données d'entrée, à la variable simulée et aux écarts entre les valeurs observées et simulées par le modèle. Nous notons  $x_i$ ,  $y_i$  et  $\varepsilon_i$  les valeurs prises respectivement par ces variables pour une observation  $i$  avec  $i = [1:N]$  et  $N$  le nombre d'observations disponibles pour le calage du modèle :

$$Y = F(\theta, X) + E \quad \text{Eq. 4.1}$$

$$y_i = f(\theta, x) + \varepsilon_i \quad \text{Eq. 4.2}$$

Les écarts  $\varepsilon_i$  sont également appelés indifféremment résidus ou erreurs. Dans la suite nous emploierons le terme résidus.

#### *Point de vue statistique*

Le point de vue statistique consiste à assigner des propriétés statistiques aux résidus. Le jeu optimal  $\theta_{opt}$  est ensuite défini comme celui qui maximise la vraisemblance des résidus  $L_\varepsilon$  :

$$L_\varepsilon = \prod_{i=1}^N f_{\varepsilon_i} \quad \text{Eq. 4.3}$$

avec  $f_{\varepsilon_i}$  la densité de probabilité du résidu  $\varepsilon_i$ .

La vraisemblance, ou likelihood en anglais, représente la probabilité de prédire les  $y_i$  pour le modèle  $M(\theta, x)$  considéré, sous l'hypothèse que la structure supposée des résidus est vraie :

$$L_\varepsilon = P(y_i | M(\theta, x_i) \setminus \varepsilon_i) \quad \text{Eq. 4.4}$$

La vraisemblance décrit donc la probabilité des sorties du modèle comme une fonction des paramètres.

Si on calcule les valeurs de  $L_\varepsilon$  pour l'ensemble des jeux de paramètres dans l'espace des possibles, la valeur maximale de  $L_\varepsilon$  correspondra au jeu de paramètres qui prédit le mieux les  $y_i$  en probabilité.  $\theta_{opt}$  est le jeu qui semble le plus « vrai », sous l'hypothèse de la structure des résidus. Pour des raisons de stabilité numérique et de simplification des calculs, la maximisation de la vraisemblance s'effectue en général sous la forme logtransformée, en anglais loglikelihood. Cette dernière sera notée dans la suite  $LogL_\varepsilon$ .

A titre d'exemple, l'hypothèse la plus simple sur la distribution des résidus est la loi normale. Dans ce cas, pour chaque résidu  $\varepsilon_i$ , caractérisé par sa moyenne  $\mu_\varepsilon$  et son écart type  $\sigma_\varepsilon$ , sa densité de probabilité  $f_{\varepsilon_i}$  s'exprime :

$$f_{\varepsilon_i} = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_i - \mu_\varepsilon}{\sigma_\varepsilon} \right)^2} \quad \text{Eq. 4.5}$$

Et la vraisemblance des  $N$  valeurs de résidus :

$$L_\varepsilon = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_i - \mu_\varepsilon}{\sigma_\varepsilon} \right)^2} \quad \text{Eq. 4.6}$$

De plus, il est souvent supposé que les résidus sont de moyenne nulle et homoscédastiques :  $\mu_\varepsilon = 0$  et  $\forall i, \sigma_\varepsilon = C$ , avec  $C$  une constante. Eq. 4.7

L'hypothèse d'une distribution normale centrée sur zéro sous-entend que le modèle est bon en moyenne et que les résidus non expliqués sont des termes aléatoires imputables aux incertitudes sur les données. Cela revient donc à dire que la structure choisie du modèle est correcte. Sous ces nouvelles hypothèses,  $L_\varepsilon$  s'écrit :

$$L_\varepsilon = \frac{1}{(\sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{2 \cdot \pi})^N} \prod_{i=1}^N e^{-\frac{\varepsilon_i^2}{2 \cdot \sigma_\varepsilon^2}} \quad \text{Eq. 4.8}$$

Et la loglikelihood :

$$LogL_\varepsilon = \log \left( \frac{1}{(\sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{2 \cdot \pi})^N} \right) + \sum_{i=1}^N \log \left( e^{-\frac{\varepsilon_i^2}{2 \cdot \sigma_\varepsilon^2}} \right) \quad \text{Eq. 4.9}$$

$$LogL_\varepsilon = -N \cdot \log(\sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}) - \frac{1}{2 \cdot \sigma_\varepsilon^2} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad \text{Eq. 4.10}$$

Le premier terme étant constant et  $\sigma_\varepsilon$  également, la maximisation de  $\text{Log}L_\varepsilon$  revient donc à minimiser la somme des carrés des écarts (Clarke 1973). Il s'agit donc sous ces hypothèses de la méthode des Moindres Carrés. On note  $S_{MC}$  la somme des Moindres Carrés :

$$S_{MC} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2 \quad \text{Eq. 4.11}$$

Actuellement en hydrologie urbaine, l'approche statistique est dans la majorité des cas appliquée sous ces hypothèses. Or la distribution des résidus diffère la plupart du temps d'une loi normale avec un effet de Kurtosis lié à la présence de valeurs élevées des résidus. Cette question est abordée plus en détail dans le chapitre 5 lors de la présentation des méthodes statistiques d'évaluation des incertitudes.

### ***Point de vue plus intuitif***

Nous qualifions de point de vue plus intuitif les formulations de fonctions objectif qui ne sont pas directement dérivées de la théorie statistique. Le modélisateur définit une relation mathématique qui reflète l'ajustement entre les simulations et les observations de manière la plus conforme à ses objectifs. Deux grands types de fonctions objectifs sont distingués : i) les fonctions simples, c'est-à-dire incluant une seule formule mathématique qui s'applique à l'ensemble des données et ii) les fonctions multi-objectifs incluant dans leur formulation plusieurs parties se rapportant à des objectifs distincts (Gamerith *et al.* 2008; Blasone *et al.* 2008a). Nous nous sommes intéressés dans le cadre de ce travail exclusivement au premier type. Le Tableau 4.1 récapitule les fonctions objectif simples principalement citées dans la littérature récente, avec l'indication du type d'optimisation (minimisation, maximisation ou valeur à atteindre), des valeurs minimum et maximum que peuvent prendre les fonctions et les objectifs du modélisateur se rapportant à leur utilisation.

Tableau 4.1. Fonctions objectif citées dans la littérature en hydrologie urbaine : nom du critère, type d'optimisation, formule, valeurs minimum et maximum des critères et objectifs associés à leur utilisation

Critère	Optimisation	Formule	Min	Max	Objectifs
Biais	→1	$\frac{\sum_{i=1}^N f(x_i)}{\sum_{i=1}^N y_i}$	$-\infty$	$+\infty$	Estimer les valeurs observées en moyenne (ex : bilan de masse)
Coefficient de détermination $r^2$	→Max	$\frac{\sum_{i=1}^N (f(x_i) - \overline{f(x)}) \cdot (y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (f(x_i) - \overline{f(x)})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \overline{y})^2}}$	0	1	Evaluer la relation linéaire entre les observations et les simulations
Somme des écarts quadratiques absolue (SCE)	→Min	$\sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2$	0	$+\infty$	Donner le même poids à toutes les observations, sous l'hypothèse d'une structure parfaite
Racine carrée de la variance des résidus (RMSE)	→Min	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2}{N}}$	0	$+\infty$	
Somme des écarts absolus	→Min	$\sum_{i=1}^N  f(x_i) - y_i $	0	$+\infty$	Donner moins de poids aux fortes valeurs par rapport à la SCE
Somme des écarts quadratiques relatifs	→Min	$\sum_{i=1}^N \left( \frac{f(x_i) - y_i}{y_i} \right)^2$	0	$+\infty$	
Somme des écarts pondérés	→Min	$\sum_{i=1}^N \frac{(f(x_i) - y_i)^2}{w_i}$	0	$+\infty$	
Coefficient de Nash et Sutcliffe (1970)	→Max	$1 - \frac{\sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \overline{y})^2}$	$-\infty$	1	
Index d'ajustement (Willmott <i>et al.</i> 1985)	→Max	$1 - \frac{\sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N ( f(x_i) - \overline{f(x)}  +  y_i - \overline{f(x)} )^2}$	0	1	

Cette liste s'inspire notamment des récentes synthèses de Kleidorfer (2009) et Dembélé (2010), qui proposent une analyse critique de fonctions couramment utilisées. Les critères recensés peuvent être présentés selon les groupes suivants :

- Le critère de biais et le coefficient de détermination,  $r^2$  : ce sont les critères les plus simples dont l'utilisation pertinente reste limitée à des cas bien déterminés. Le biais permet l'estimation de la performance moyenne d'un modèle et  $r^2$  l'évaluation de la relation linéaire entre les observations et les simulations. Ce

dernier critère est insensible aux erreurs additives et proportionnelles, surestimant ainsi l'impact des outliers en comparaison des valeurs proches de la moyenne.

- La somme des carrés des écarts (SCE) : nous avons intentionnellement considéré ce critère dans la classification des fonctions que nous qualifions d' « intuitives ». En effet si, au départ, la SCE est dérivée de la théorie statistique, ce critère est très souvent utilisé sans vérification des caractéristiques statistiques des résidus. D'autre part c'est à partir de cette formule que d'autres critères ont été intuitivement proposés afin de pallier ses limites. Ces dernières se situent à deux niveaux. Mathématiquement, la SCE donne le même poids à chacun des termes de la somme quadratique. Ceci implique que, dans le cas où les valeurs élevées sont mal reproduites (les résidus sont hétéroscédastiques et ne reflètent plus un bruit aléatoire normalement distribué), ces dernières seront plus élevées en valeur absolue et donc pèseront plus dans la valeur du critère. D'autre part la SCE a la même unité que le carré des grandeurs observées et simulées. Sa valeur dépend donc directement de la quantité de données simulées (longueur de la chronique de pluie simulée ou nombre d'événements simulés) et de leurs valeurs absolues. Ces éléments rendent difficile l'interprétation de la valeur du critère, particulièrement lorsque l'objectif est de comparer les résultats pour différents jeux de calage ou entre différents modèles.
- Les critères dérivés de la SCE : la RMSE, la somme des écarts absolus, la somme des écarts quadratiques relatifs et pondérés. La RMSE présente les mêmes caractéristiques que le critère de la SCE, à l'unité et la valeur absolue près. Les trois autres fonctions dérivées ont été proposées afin de pallier le problème d'hétéroscédasticité des résidus en donnant moins de poids par rapport à la SCE aux valeurs de résidus élevées (Kanso et Chebbo 2002).
- Le coefficient de Nash et Sutcliffe (1970) et l'index d'ajustement de Willmott *et al.* (1985) : l'intérêt de ces deux critères est de ramener les valeurs de la fonction objectif entre  $-\infty$  et 1 et sans unité, ce qui facilite leur interprétation et les comparaisons. Le coefficient de Nash et Sutcliffe est particulièrement utilisé en hydrologie urbaine et pour la modélisation de la qualité des RUTP (Gamerith *et al.* 2008; Dotto *et al.* 2009; Dembélé et Becouze 2010; Freni *et al.* 2010a). Il représente le rapport de la SCE à la variance des données observées, soustrait de 1. Une valeur négative de ce coefficient indique que la valeur moyenne des observations est un meilleur prédicteur que les simulations du modèle.

### **Choix de la fonction**

Le choix du critère d'optimisation est subjectif et dépend d'abord de l'objectif de modélisation. Par exemple, si le modélisateur cherche à privilégier les fortes valeurs, le choix du critère de SCE ou de RMSE peut s'avérer pertinent, même si l'hypothèse d'homoscédasticité n'est pas vérifiée. Dans le cas des modèles simples, par exemple de type multi-régression, où on détermine des valeurs discrètes événementielles (masses ou concentrations) et où l'hypothèse de structure du modèle est acceptable (c'est-à-dire les résidus se rapprochent d'une distribution normale), la RMSE peut être utilisée. Dans le cas des modèles simulant en continu les flux

polluants, il semble plus pertinent d'utiliser le coefficient de Nash et Sutcliffe qui donne moins de poids relatifs aux valeurs élevées au sein des chroniques simulées.

L'adoption de l'approche statistique n'est *a priori* pertinente que si le modélisateur est capable d'évaluer effectivement la distribution statistique des résidus, ce qui est rarement le cas. L'adoption de fonctions objectif intuitives dérivées du critère des Moindre Carrés est indirectement une réponse à ce problème, mettant en évidence la limite de la distinction des points de vue statistique et intuitif que nous avons proposée. Il semble important de rappeler que dans le cas d'un calage simple, seul compte l'objectif du modélisateur. Les performances du modèle seront, lors de son utilisation en prédiction, à l'image des performances du modèle en calage sur la base du critère d'optimisation choisi. L'application de la méthode probabiliste, malgré la violation de ses hypothèses statistique, n'a comme impact potentiel que de ne pas satisfaire les objectifs du modélisateur.

Pour ce qui est des fonctions multi-objectifs, elles sont, à notre connaissance, formulées de manière intuitive dans les études de la qualité des RUTP (Muschalla 2008; Gamerith *et al.* 2008; Mannina et Viviani 2010).

#### 4.2.2.2 Algorithmes de calage

L'algorithme de calage est défini comme la procédure qui consiste à rechercher les valeurs du jeu de paramètres optimisant la fonction objectif retenue (minimisation ou maximisation). Cette dernière est en effet comme une fonction des paramètres du modèle, à savoir une surface dont la dimension est égale au nombre de paramètres. L'objectif est de déterminer les valeurs des paramètres correspondant à l'optimum de cette surface. Etant donné le caractère fastidieux d'un calage manuel, d'autant plus que le nombre de paramètres de calage est élevé, des procédures automatiques sont dans la majorité des cas adoptées. Différentes méthodes peuvent être utilisées suivant la complexité du modèle et de la surface de réponse de la fonction objectif.

##### *Cas des modèles linéaires*

Dans le cas d'un modèle linéaire et avec une fonction objectif simple, il peut être possible d'obtenir les valeurs du jeu optimal par une résolution analytique directe. Ces dernières correspondent aux valeurs pour lesquelles les dérivées de la fonction objectif s'annulent. Le cas du modèle linéaire associé au critère de la SCE est l'exemple le plus connu. La dérivation de l'expression de la SCE par rapport à chacun des paramètres conduit à l'obtention d'un système de  $n$  équations à  $n$  inconnues à solution unique (voir paragraphe 5.2.1).

Un autre exemple de méthode adaptée au modèle linéaire est la méthode des moindres carrés robustes. Cette dernière est basée sur le critère de la somme des écarts pondérés, qui est minimisée de manière itérative. A chaque itération, les poids sont attribués en fonction des valeurs des résidus obtenus à l'issue de l'itération précédente et de manière à ce que l'influence des outliers soit minimale. Le principe détaillé de la méthode et les manières possibles d'attribuer les poids sont présentés dans Dembélé (2010). Il semble important de rappeler la signification du terme outlier. Les outliers correspondent théoriquement aux observations différant significativement de l'ensemble des données simulées et *a priori* imputables à des erreurs de mesure. Cependant de tels points peuvent tout aussi bien être fiables et refléter simplement l'incapacité de la structure du modèle à les reproduire. L'application de la méthode des moindres carrés robustes n'est dans ce cas qu'un moyen de ne pas trop leur donner de poids dans le calage, suivant les objectifs du modélisateur.

### *Cas des modèles complexes*

Dès lors que l'expression de  $f(\theta, X)$  est non linéaire et trop complexe pour être linéarisée, il est impossible de formuler une expression analytique des dérivées partielles. De plus, la surface de réponse de la fonction est susceptible de présenter des non linéarités importantes, des optimums locaux ou des discontinuités (Duan *et al.* 1992). Ces effets sont d'autant plus marqués que la structure du modèle est mal identifiée. Dans ce cas, l'emploi d'algorithmes d'optimisation numérique, capables d'identifier de manière fiable et efficace l'optimum global de la surface de réponse, devient nécessaire. Les méthodes principalement utilisées à l'heure actuelle en hydrologie urbaine incluent les algorithmes génétiques ou dérivés de la théorie de l'évolution (Duan *et al.* 1992) ainsi que la méthode de Levenberg-Marquardt (Levenberg 1944; Marquardt 1963). Cette dernière est implémentée notamment dans les outils de calage automatique PEST (Doherty 1999) et CALIMERO (Kleidorfer *et al.* 2009). La méthode de Levenberg-Marquardt a récemment été utilisée pour le calage des modèles de qualité des RUTP (Kleidorfer 2009; Kleidorfer *et al.* 2009; Dembélé et Becouze 2010).

Des algorithmes de calage spécifiques à l'optimisation de fonctions multi-objectifs, basés sur des stratégies d'évolution et la théorie des jeux optimum de Pareto, ont également été développés ces dix dernières années (Madsen 2000; Muschalla 2008; Gamerith *et al.* 2008).

### **4.2.3 Calcul de l'incertitude de prédiction**

L'incertitude sur les prédictions est évaluée à partir de l'analyse de l'incertitude avec laquelle les données observées de calage sont reproduites. Comme pour le calage simple, cette projection n'est fiable que si la série de données utilisée pour le calage est suffisamment représentative des processus observés.

D'un point de vue statistique, l'idée de base est de caractériser les résidus entre les données observées et simulées avec le jeu optimal, puis, à partir de cette caractérisation, de les reproduire en prédiction. Il est donc fait l'hypothèse que les résidus en prédiction auront la même nature que les résidus obtenus sur la période de calage.

La caractérisation statistique des résidus consiste à déterminer leur densité de probabilité, c'est-à-dire la forme de leur distribution, leurs degrés d'auto-corrélation et d'homoscédasticité. L'intervalle de prédiction est ensuite déterminé par des simulations de Monte Carlo à partir de cette caractérisation.

L'intervalle de prédiction est calculé en prenant en compte deux sources d'incertitude :

- L'incertitude liée à l'estimation du jeu optimal de paramètres lui-même déterminé lors de la procédure de calage. Cette incertitude provient du fait que plusieurs jeux de paramètres peuvent donner des valeurs proches du critère de performance. Le jeu optimal est celui qui en probabilité donne les meilleurs résultats.
- L'incertitude résiduelle entre les valeurs simulées et observées. Pour chacune des simulations obtenues par la propagation de l'incertitude des paramètres dans le modèle, il reste un écart avec les observations.

L'incertitude de prédiction totale est la résultante de ces deux sources d'incertitude et est calculée de manière à contenir un certain pourcentage des observations. Le principe de l'estimation de l'incertitude de prédiction d'un point de vue statistique, avec l'exemple d'un

intervalle de confiance à 95 %, est illustré dans la Figure 4.2, avec de haut en bas les résultats obtenus i) avec un calage simple, ii) avec le calcul de l'intervalle de confiance  $IC_{Par}$  lié à l'estimation des paramètres et iii) le calcul de l'intervalle de confiance total  $IC_{Tot}$ . Dans cet exemple, le jeu de paramètres optimal est assez bien identifié avec un intervalle de confiance à 95 % lié aux paramètres plutôt resserré.

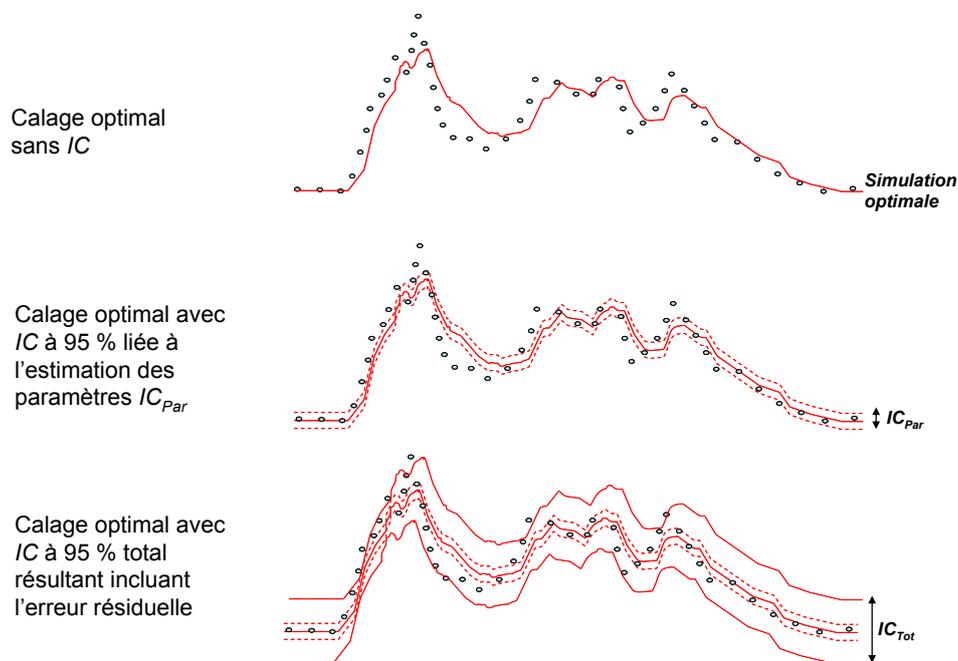


Figure 4.2. Illustration du principe d'évaluation de l'incertitude de prédiction suivant l'approche probabiliste ; exemple d'une chronique continue de débit ou de concentration en polluants : en cercles bleus les données observées, en rouge et trait continu la simulation optimale, en rouge et trait pointillé les intervalles de confiance à 95 % liés à l'estimation des paramètres  $IC_{Par}$ , et l'intervalle de confiance total  $IC_{Tot}$

### 4.3 Les sources d'incertitude dans les modèles

Les trois sources d'incertitude mises en évidence Figure 4.1 sont explicitées dans les paragraphes ci-dessous.

#### 4.3.1 Incertitudes liées au système de mesure

Les incertitudes liées au système de mesure se situent à deux niveaux, celui de la mesure elle-même et celui de la représentativité des données collectées. Les données acquises sont entachées d'incertitudes. Dans cette source sont incluses les incertitudes sur les données d'entrée (e.g. la pluviométrie) et observées (e.g. le débit, la concentration en polluant) utilisées lors du calage mais également les incertitudes sur les données d'entrée utilisées en prédiction.

Deletic *et al.* (2009) rappellent les caractéristiques des erreurs affectant les mesures, qui sont de deux types : le biais (erreur systématique) et l'erreur aléatoire. Le biais n'est en général pas connu (sinon il est corrigé) et l'erreur aléatoire n'est pas forcément distribuée normalement, comme il en est souvent fait l'hypothèse.

### 4.3.2 Incertitudes sur la connaissance des processus

L'incertitude sur la connaissance des processus implique la proposition d'une structure de modèle elle-même incertaine, tant au niveau de la conceptualisation des processus aux échelles spatiale et temporelle, que des équations choisies pour les représenter. A ce sujet, Beven (2009) distingue spécifiquement l'incertitude résultant du choix de discrétisation spatio-temporelle du modèle associé à la mesure des observations (incertitude commensurable). Enfin, les méthodes de calcul numérique employées pour la résolution des équations peuvent elles-mêmes être source d'incertitudes (Schoups et Vrugt 2010b).

### 4.3.3 Incertitude sur la procédure de calage et d'estimation des incertitudes

L'incertitude sur la procédure de calage est liée au choix de la fonction objectif utilisée pour la comparaison des observations et des simulations, ainsi qu'au choix de l'algorithme mis en œuvre pour la détermination du jeu optimal de paramètres. Cette incertitude peut être importante pour les modèles non linéaires complexes, où la recherche du jeu de paramètres optimal doit prendre en compte la complexité des surfaces de réponse du critère d'optimisation dans l'espace des paramètres.

### 4.3.4 Quelle classification ?

Cette classification est comparable à celle récemment proposée par Kanso (2004). L'incertitude sur les paramètres n'est pas classée comme une source d'incertitude proprement dite, mais plutôt comme une conséquence des autres sources d'incertitudes. C'est d'ailleurs à ce titre que l'incertitude sur les prédictions liée aux paramètres est évaluée (cf. paragraphe 4.2.3) : elle est la résultante totale de la contribution des différentes sources.

Par exemple si la structure du modèle est mauvaise et si les paramètres sont par construction corrélés ou insensibles, leur détermination risque d'être très incertaine. De la même manière les incertitudes sur les données de calage ou les éventuelles erreurs dans la résolution numérique des équations sont susceptibles de se traduire par des incertitudes plus larges sur les paramètres.

D'autres conceptualisations des sources d'incertitude plus détaillées sont proposées dans la littérature. Par exemple Reichert (2009) ou Kleidorfer (2009) reprennent la classification générale pour les modèles environnementaux de Beck (1991). Cette dernière distingue les sources suivantes :

- Le comportement non déterministe du système, impliquant qu'une part du système ne peut pas être prédite. Cette source est liée à la nature aléatoire des processus environnementaux, non représentable du fait de la limitation des systèmes de mesure.
- L'incertitude sur les paramètres du modèle.
- L'incertitude sur la structure du modèle.
- Les incertitudes sur les facteurs d'influence externes.
- Les incertitudes sur la solution numérique des équations.

Récemment Deletic *et al.* (2009) ont proposé une classification plus globale, en trois groupes. Cette thèse est le fruit d'une réflexion du groupe de travail international sur les

données et les modèles (International Working Group on Data and Models), sous la direction du comité joint en hydrologie urbaine de l'IWA/IAHR. L'objectif de ce travail est de proposer un cadre et des méthodes universels pour la caractérisation et l'évaluation des incertitudes dans le processus de modélisation. L'objectif final est de faciliter la compréhension des définitions et méthodes utilisées par les chercheurs.

La classification retenue distingue spécifiquement les incertitudes sur les données d'entrée (Figure 4.3). Les incertitudes sur la procédure de calage (choix de l'algorithme et de la fonction objectif) et sur les données observées sont regroupées dans une même catégorie, intitulée « incertitudes de calage », tandis que la troisième classe inclut les incertitudes sur la structure du modèle. Les liens entre les différentes sources sont mis en évidence sur la Figure. L'incertitude sur les paramètres, notamment, n'est classée dans aucune catégorie mais considérée à l'interface des trois autres dont elles résultent.

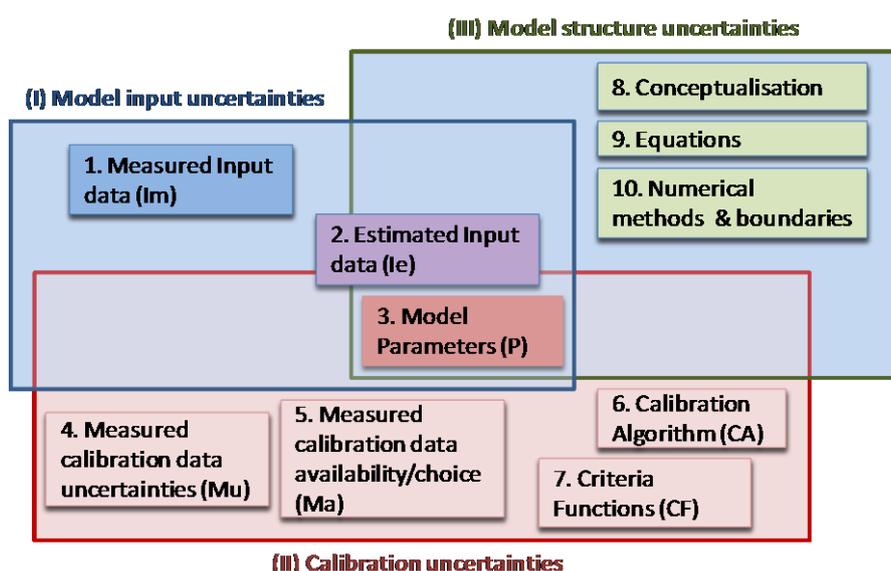


Figure 4.3. Classification des sources d'incertitude proposée par Deletic *et al* (2009) : sources principales et leurs interactions (source : Deletic *et al*, 2009)

La diversité des classifications proposées est directement liée à la manière dont les auteurs conceptualisent les incertitudes et leur propagation dans les modèles. Cette dernière est notamment susceptible de différer selon le domaine de recherche, la nature des enjeux et des questions auxquelles s'intéressent les modélisateurs. Selon le contexte, chacune des sources d'incertitude peut avoir plus ou moins de poids. Par exemple en hydrologie urbaine, les incertitudes sur les données pluviométriques sont reconnues comme une des sources majeures d'incertitude (Vrugt *et al.* 2008c; Muschalla *et al.* 2008; Kleidorfer *et al.* 2009). La Figure 4.4 montre le processus de modélisation conceptualisé par Deletic *et al* (2009) qui est à l'origine de la classification des sources en trois catégories présentée ci-dessus.

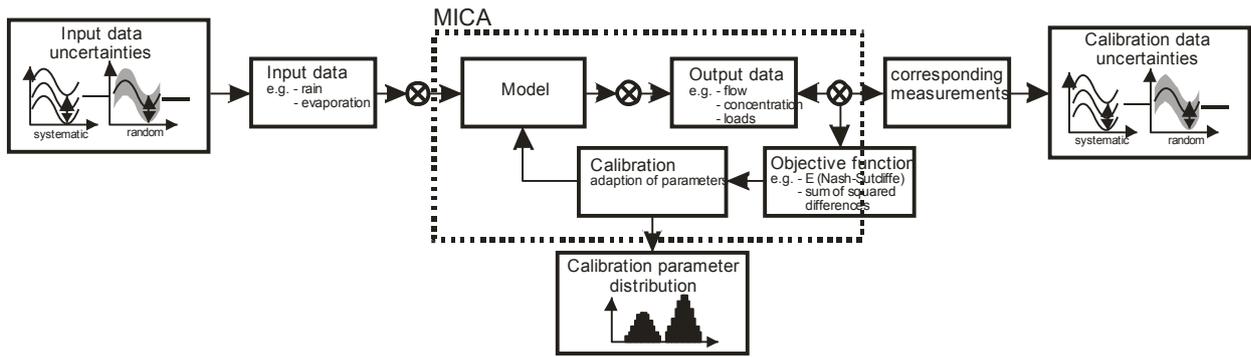


Figure 4.4. Structure générale de modélisation proposée par Deletic *et al* (2009) (source : Deletic *et al.* 2009)

Même si les conceptualisations proposées ne semblent pas antinomiques ou incompatibles, leur diversité souligne le besoin d'harmonisation des concepts et de la terminologie relatifs aux incertitudes dans la modélisation environnementale en général. S'il est encore difficile de parvenir à un consensus, il semble envisageable en revanche de s'accorder sur des principes communs.



## Chapitre 5

### 5 Les méthodes d'évaluation des incertitudes

Nous nous intéressons dans ce chapitre aux méthodes actuellement appliquées en hydrologie urbaine pour répondre aux questions suivantes :

- Comment évaluer les incertitudes sur les paramètres du modèle et comment ces dernières sont propagées jusque sur les résultats ?
- Comment évaluer l'incertitude résiduelle ?
- Comment combiner les deux sources d'incertitude afin de former l'intervalle de prédiction total ?

La partie 5.1 est une introduction des concepts statistiques généraux sous-tendant les méthodes d'analyse d'incertitude présentées ensuite. La partie 5.2 traite des méthodes utilisées pour le cas des modèles linéaires. La partie 5.3 présente l'approche statistique bayésienne formelle adaptée au cas des modèles complexes. La partie 5.4 présente l'alternative qui lui est actuellement proposée : la méthode GLUE (Beven et Binley 1992). Enfin la partie 5.3 conclut quand à la diversité des méthodes et au choix des méthodes à mettre en œuvre. Nous reprenons dans ce chapitre les notations adoptées dans le chapitre 4.

#### 5.1 Concepts statistiques

Les considérations statistiques présentées dans ce paragraphe relèvent de la théorie statistique fréquentielle classique. C'est sur cette base que les différents outils de l'analyse des incertitudes dans les modèles sont mis en œuvre. Ces axiomes sont également compatibles avec la statistique bayésienne utilisée dans le cas des modèles non linéaires complexes qui sera présentée en détail dans le paragraphe 5.3.1.

Comme le rappelle Reichert (2009), dans le cadre de la statistique fréquentielle, les paramètres du modèle ne sont pas considérés comme des variables aléatoires, mais leurs valeurs sont approchées par des estimateurs qui dépendent des observations. Ils sont caractérisés par leur probabilité de distribution, dont les caractéristiques dépendent de celles des observations et des hypothèses liées à ces dernières.

##### 5.1.1 Formalisation du terme d'erreur

L'approche statistique fait l'hypothèse qu'il est possible de caractériser de manière formelle, c'est-à-dire mathématiquement, le terme d'erreur  $\varepsilon_i$  et de l'exprimer sous une forme additive pour chaque prédiction  $y_i$  du modèle :

$$y_i = f(\theta, x_i) + \varepsilon_i \quad \text{Eq. 5.1}$$

$\varepsilon_i$  est en réalité une mesure globale, à laquelle a accès le modélisateur, qui agrège les différentes sources d'erreur se propageant dans le processus de modélisation (Beven 2009, p. 42). Ainsi  $\varepsilon_i$  peut s'exprimer comme une fonction des sources d'incertitude majeures identifiées par le modélisateur (cf. paragraphe 4.3). En reprenant le formalisme de Beven

(2009), qui exprime chaque résidu  $\varepsilon_i$  comme une fonction du temps  $t$  et de l'espace  $x, \varepsilon, x, t$ ) et en notant  $\xi$  cette fonction :

$$\varepsilon(x, t) = \xi(\varepsilon_0(x, t), \varepsilon_C(\Delta x, \Delta t, x, t), \varepsilon_M(\theta, X, \varepsilon_x, x, t), \varepsilon_R) \quad \text{Eq. 5.2}$$

avec  $\varepsilon_0$  l'erreur liée à la mesure des observations,  $\varepsilon_C$  l'erreur commensurable liée à la discrétisation spatio-temporelle du modèle,  $\varepsilon_M$  l'erreur de structure du modèle elle-même liée à l'erreur  $\varepsilon_X$  sur les données d'entrée  $X$  et enfin  $\varepsilon_R$  un terme d'erreur aléatoire indépendant de l'échelle de temps et d'espace des prédictions,  $\Delta t$  et  $\Delta x$ .

Beven (2009) adopte ce formalisme afin de mettre en évidence la difficulté de séparer de manière formelle les différentes sources d'erreur. Non seulement il apparaît difficile d'estimer statistiquement chacun des termes de manière indépendante (à moins d'effectuer des hypothèses très fortes qui sont en général difficilement vérifiables) mais également ces derniers, dans la majorité des cas, ne se propagent pas de manière linéaire dans les modèles. Beven (2009) souligne notamment la difficulté de distinguer l'erreur de commensurabilité de l'erreur sur les observations.

L'hypothèse la plus simple sur  $\xi$  est une relation linéaire correspondant à l'écriture suivante de l'équation 5.1 :

$$Y(x, t) + \varepsilon_0(x, t) + \varepsilon_C(\Delta x, \Delta t, x, t) = f(\theta, X, \varepsilon_x, x, t) + \varepsilon_M(\theta, X, \varepsilon_x, x, t) + \varepsilon_R \quad \text{Eq. 5.3}$$

Ainsi  $\varepsilon(x, t)$  s'écrit comme une fonction additive des différentes sources d'erreur :

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_0(x, t) + \varepsilon_C(\Delta x, \Delta t, x, t) - \varepsilon_M(\theta, X, \varepsilon_x, x, t) - \varepsilon_R \quad \text{Eq. 5.4}$$

Sous cette forme, il est facile de mettre en évidence la limite de l'hypothèse simple de distribution normale centrée sur 0 et de variance constante des résidus (cf. paragraphe 4.2.2.1). Ce type de distribution correspond en effet, par définition, à celle du terme aléatoire  $\varepsilon_R$ . Ceci implique plusieurs cas possibles, parmi lesquels : i) tous les autres termes d'erreur sont également distribués de manière aléatoire ou se compensent, ce qui est peu vraisemblable du fait de l'erreur sur la structure du modèle ii) soit cette dernière est considérée comme nulle, en d'autres termes le modèle est considéré comme représentatif des processus réels, donc « parfait », et les autres termes sont considérés comme nuls ou assimilables à un terme aléatoire.

Cette hypothèse, si elle s'avère vérifiée, peut représenter une manière intéressante de simplifier la réalité, lorsque l'objectif du modélisateur n'est pas de distinguer les différentes sources d'erreur. C'est par exemple l'hypothèse formulée dans la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) appliquée pour les modèles linéaires (voir paragraphe 5.2.1). La structure du modèle et les données d'entrée sont considérées comme parfaitement connues. L'incertitude résiduelle correspond alors à l'incertitude sur les observations qui s'est propagée de manière linéaire dans le modèle. Ceci explique la raison pour laquelle la variance résiduelle est dans ce cas aussi appelée variance liée, à laquelle elle est égale, si l'hypothèse est vérifiée.

## 5.1.2 Incertitudes sur les paramètres

La procédure de calage ne consiste plus seulement à déterminer le jeu de paramètres maximisant la fonction de vraisemblance supposée (cf. équation 4.2), mais également l'incertitude qui lui est associée. La distribution des estimateurs des paramètres est fonction de la forme de vraisemblance supposée des résidus. Par exemple un jeu de paramètres donnant une

simulation très mauvaise par rapport aux observations est à l'origine d'une valeur de résidus très grande, qui elle-même a par hypothèse une vraisemblance très faible. A l'inverse, les jeux les plus probables sont ceux pour lesquels les résidus sont très faibles, au sens que leur vraisemblance est maximum.

Nous précisons que, par incertitude sur les paramètres, il est entendu les distributions marginales de leurs estimateurs ainsi que leurs distributions jointes respectives.

Enfin, il est toujours possible d'identifier un jeu de paramètres le plus probable, dit « optimal » au sens où il est associé à la vraisemblance maximale des résidus. Ceci étant, ce jeu peut être plus ou moins bien défini suivant les caractéristiques des distributions des paramètres. Ces dernières sont par ailleurs le reflet direct des différentes sources d'incertitude dans le processus de modélisation.

### 5.1.3 Incertitude de prédiction

Le principe général de l'approche statistique adoptée pour l'estimation des intervalles de prédiction a déjà été présenté dans le paragraphe 4.2.3. L'intervalle de confiance des prédictions lié à l'estimation des paramètres résulte de la propagation de l'incertitude des paramètres à travers le modèle. Cette dernière peut s'effectuer de manière analytique ou dans le cas plus général par des simulations de Monte Carlo.

L'incertitude dite résiduelle définit la part de l'incertitude totale de prédiction qui n'est pas liée aux incertitudes sur les paramètres. Cette erreur est potentiellement due aux insuffisances structurelles du modèle ou à des erreurs sur les mesures des données d'entrée et observées. Kuczera *et al.* (2006) mettent en évidence que ce terme résiduel est dans la majorité des cas prédominant par rapport à l'incertitude liée à l'estimation des paramètres. Du fait de la non linéarité des modèles et des interactions éventuelles entre les paramètres, il n'est de toute façon pas possible de connaître à l'avance l'importance des deux types d'incertitudes dans l'erreur de prédiction totale.

Que ce soit pour les modèles linéaires simples ou complexes, les intervalles de prédiction sont la plupart du temps estimés de manière additive. Dans ce cas, l'erreur totale peut être estimée à partir de la simulation optimale, comme étant la somme de l'erreur liée à l'estimation du jeu de paramètres optimal  $\varepsilon_{Par}$  et de l'erreur résiduelle calculée à partir de la simulation optimale  $\varepsilon_{Res}$ . La prédiction  $y_{pred}$  s'écrit alors :

$$y_{pred} = f(\theta_{opt}, x) \pm \varepsilon_{Par} \pm \varepsilon_{Res} \quad \text{Eq. 5.5}$$

## 5.2 Cas des modèles linéaires

Le cas le plus simple pour l'estimation des incertitudes est le modèle linéaire sur les valeurs des paramètres à estimer, soit la fonction  $f$  telle que :

$$f(X_j, j = [1 : n_v]) = p_0 + \sum_{j=1}^{n_v} p_j \cdot X_j \quad \text{Eq. 5.6}$$

avec  $X_j$  la  $j$ ème variable d'entrée du modèle,  $j = [1 : n_v]$ , et  $n_v$  le nombre de variables d'entrée.

Suivant les hypothèses statistiques sur le terme d'erreur, différentes méthodes de résolution sont envisageables. Nous présentons dans les paragraphes suivants les trois cas principaux

distingués par Journeaux (2009). Pour chaque cas, la méthode d'estimation de la distribution de probabilité des paramètres et de l'incertitude de prédiction est explicitée.

### 5.2.1 Méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO)

La régression linéaire a été développée au départ en considérant l'hypothèse de normalité, d'indépendance et d'homoscédasticité des résidus. On fait de plus l'hypothèse supplémentaire que la structure du modèle est connue parfaitement, que les variables d'entrée  $x_{j,i}, j = [1, \dots, n_v], i = [1, \dots, N]$  sont connues sans incertitudes et que les  $N$  observations  $y_i$ , sont indépendantes. Il s'agit de la technique de régression des Moindres Carrés Ordinaires (MCO), la plus utilisée dans les études.

#### *Distribution des paramètres*

La fonction objectif considérée pour la détermination du jeu de paramètres le plus probable est dans ce cas :

$$S_{MC} = \sum_{i=1}^N \left( y_i - f(x_{j,i}, j = [1:n_v]) \right)^2 \quad \text{Eq. 5.7}$$

En remplaçant  $f(x_i)$  par son expression 5.6,  $S$  s'écrit :

$$S_{MC} = \sum_{i=1}^N \left( y_i - \sum_{j=0}^{n_v} p_j \cdot x_{j,i} \right)^2 \quad \text{Eq. 5.8}$$

La minimisation de  $S$  peut être effectuée directement. En effet les paramètres qui minimisent la somme  $S(p_1, p_2, \dots, p_n)$  sont tels que :

$$\frac{S_{MC}}{\partial p_0} = -2 \cdot \sum_{i=1}^N \left( y_i - \sum_{j=0}^{n_v} p_j \cdot x_{j,i} \right) = 0, \quad \text{Eq. 5.9}$$

$$\frac{S_{MC}}{\partial p_j} = -2 \cdot \sum_{i=1}^N x_{j,i} \left( y_i - \sum_{j=0}^{n_v} p_j \cdot x_{j,i} \right) = 0, \quad \forall j = 1, \dots, n \quad \text{Eq. 5.10}$$

On obtient ainsi un système linéaire de  $n+1$  équations à  $n+1$  inconnues  $\{p_0, p_1, p_2, \dots, p_n\}$  à solution unique, qui peut être résolu analytiquement. Une expression analytique du jeu de paramètres le plus probable est alors obtenue. Par exemple, dans le cas d'une fonction affine :

$$f(X_1) = p_0 + p_1 \cdot X_1 \quad \text{Eq. 5.11}$$

Les expressions des valeurs optimales de  $p_0$  et  $p_1$  obtenues sont les suivantes :

$$p_{0,opt} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} - b_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad \text{Eq. 5.12}$$

$$p_{1,Opt} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{N}}{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2}{N}} \quad \text{Eq. 5.13}$$

Les distributions des paramètres peuvent ensuite être déterminées directement, étant données les hypothèses sur les  $x_j$  et la structure du modèle. En effet :

- Les  $x_{i,j}$  sont considérés sans incertitudes de mesure, les valeurs optimales des paramètres sont donc des combinaisons linéaires des  $y_i$ . L'incertitude sur l'estimation des  $y_i$  se propage donc de manière linéaire sur les paramètres.
- Etant donné que le modèle est supposé parfait, la seule source d'incertitude sur les résultats du modèle provient de l'estimation des  $y_i$ , cette incertitude se propageant de manière linéaire jusque sur les résultats. La distribution de l'erreur de mesure sur les  $y_i$  peut donc être estimée par la distribution de l'erreur résiduelle. Cette dernière est par hypothèse normale, de variance constante quel que soit  $i$  et dont la valeur peut être estimée à partir des résidus entre les données simulées avec le jeu optimal et les observations.

Sous ces hypothèses, les paramètres du modèle suivent une loi multi-normale, dont les variances et covariances peuvent être calculées de manière analytique, d'autant plus simplement que les  $y_i$  sont supposés indépendants (Thomas et Ronald 1995).

### ***Incertitude de prédiction***

Du fait de la linéarité du modèle, la propagation des distributions normales des paramètres sur le résultat, en anglais « forward uncertainties propagation », peut être évaluée exactement par la Loi de Propagation des Incertitudes (LPI) (NF ENV13005 1999; ISO/CEI GUIDE 98-3/S1 2008).

Nous rappelons que la LPI a pour origine un développement du modèle en série de Taylor à l'ordre 1, au voisinage du jeu de paramètres optimal. Le théorème de Taylor consiste en une approximation polynomiale du modèle, fonction de ses dérivées successives. Prenons l'exemple d'une fonction  $f$  dépendant d'une seule variable notée  $p$ . Le développement au voisinage du point optimal  $p_0$  s'écrit :

$$f(p) = f(p_0) + f'(p_0)(p - p_0) + \frac{f''(p_0)}{2!}(p - p_0)^2 + \dots + \frac{f^n(p_0)}{n!}(p - p_0)^n + \phi \quad \text{Eq. 5.14}$$

avec  $n$  l'ordre du développement et  $\phi$  le terme résiduel.

A l'ordre 1, il s'agit donc d'une approximation linéaire de la fonction, égale à la tangente en  $p_0$  :

$$f(p) = f(p_0) + f'(p_0)(p - p_0) + \phi \quad \text{Eq. 5.15}$$

Dans le cas du modèle linéaire, cette approximation est exacte puisque la tangente est égale au modèle. Le terme d'erreur  $\phi$  est donc exactement égal à l'erreur résiduelle  $\varepsilon$  entre les simulations et les observations.

Si la variable  $p$  et le terme d'erreur  $\varepsilon$  suivent une distribution normale, par propagation linéaire  $f(p)$  également et la variance de sa distribution peut être estimée par un calcul analytique direct :

$$V(f(p)) = f'(p_0)^2 \cdot V(p) + V(\varepsilon) \quad \text{Eq. 5.16}$$

D'où l'expression de l'incertitude type de  $f(p)$  à partir de laquelle un intervalle de confiance peut être calculé :

$$u(f(p)) = \sqrt{f'(p_0)^2 \cdot V(p) + V(\varepsilon)} \quad \text{Eq. 5.17}$$

Il s'agit dans ce cas de l'incertitude type totale, prenant en compte à la fois l'incertitude sur l'estimation des paramètres et l'erreur résiduelle. L'incertitude type seulement liée à l'estimation des paramètres s'écrit simplement :

$$u_{Par}(f(p)) = \sqrt{f'(p_0)^2 \cdot V(p)} \quad \text{Eq. 5.18}$$

Cette démonstration s'étend à des fonctions de plusieurs variables, où les dérivées sont exprimées de manière partielle par rapport à chacune des variables et où il devient nécessaire de prendre en compte les éventuelles covariances entre les variables. Avec une fonction  $f$  à  $n$  variables  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , et en notant  $\theta_0$  le jeu de variables autour duquel l'incertitude est évaluée, l'équation 5.17 devient :

$$u(f(p_i)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f(\theta_0)}{\partial p_i} \right)^2 V(p_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \left( \frac{\partial f(\theta_0)}{\partial p_i} \right) \left( \frac{\partial f(\theta_0)}{\partial p_j} \right) \text{cov}(p_i, p_j) + V(\varepsilon)} \quad \text{Eq. 5.19}$$

Dans le cas du modèle linéaire, l'incertitude sur les paramètres (variance et covariance) a été déterminée lors du calage.

Nous soulignons ici la limite de l'hypothèse des MCO qui est de considérer les  $x_{j,i}$  sans incertitudes lors du calage du modèle. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, ce qui est souvent le cas, l'incertitude sur les paramètres inclut donc de manière indirecte cette incertitude. Une prise en compte ultérieure des incertitudes de mesure des  $x_{j,i}$  en prédiction conduit à augmenter l'incertitude finale sur le résultat.

De plus, du fait de l'hypothèse que le modèle est supposé parfait, l'intervalle de prédiction lié à l'estimation des paramètres se rapporte à l'incertitude sur la relation moyenne tandis que l'intervalle de prédiction totale à l'incertitude sur la prédiction d'un individu (Thomas et Ronald 1995).

## 5.2.2 Méthode des Moindres Carrés Pondérés

L'hypothèse de variance constante des résidus peut être remise en question, dans la mesure où elle donne le même poids à tous les points expérimentaux (Journeaux 2009) : « Il paraît en effet important de privilégier les points pour lesquels la confiance est maximum, c'est-à-dire les points qui sont obtenus avec le moins d'incertitude » (Journeaux, 2009). Ainsi, une possibilité consiste à pondérer les carrés des écarts par l'inverse de la variance des termes de la somme, c'est-à-dire la variance des erreurs.

Nous notons  $s(\varepsilon_i)$ ,  $s(x_{j,i})$  et  $s(y_i)$ ,  $i = [1 : N]$ , les écart type des erreurs, des variables d'entrée et des observations. Quelle que soit l'observation  $i$ , la variance des erreurs  $\varepsilon_i$  s'exprime sous la forme :

$$V(\varepsilon_i) = V\left(y_i - f\left(x_{j,i}, j = 1, \dots, n_v\right)\right) \quad \text{Eq. 5.20}$$

Dans le cas où les mesures des grandeurs  $x_{j,i}$  et  $y_i$  sont indépendantes,  $V(\varepsilon_i)$  s'écrit :

$$V(\varepsilon_i) = s^2(\varepsilon_i) = s^2(y_i) + s^2\left(f\left(x_{j,i}, j = 1, \dots, n_v\right)\right) \quad \text{Eq. 5.21}$$

Dans le cas d'un modèle linéaire, et en faisant l'hypothèse que les  $x_i$  sont indépendants, la variance de  $f\left(x_{j,i}, j = 1, \dots, n_v\right)$  est égale à :

$$s^2\left(f\left(x_{j,i}, j = 1, \dots, n_v\right)\right) = \sum_{j=1}^{n_v} p_j^2 \cdot s^2(x_j) \quad \text{Eq. 5.22}$$

On note  $w_i$  le facteur de pondération :

$$w_i = \frac{1}{s^2(y_i) + \sum_{j=1}^{n_v} p_j^2 \cdot s^2(x_j)} \quad \text{Eq. 5.23}$$

La nouvelle somme pondérée à minimiser  $S_{Pond}$  s'écrit :

$$S_{Pond} = \sum_{i=1}^N w_i \cdot \left(y_i - f\left(x_{j,i}, j = [1, \dots, n_v]\right)\right)^2 \quad \text{Eq. 5.24}$$

Dans le cas particulier où on fait l'hypothèse que les incertitudes sur les mesures des variables d'entrée  $x_j$  sont négligeables par rapport à celles affectant les  $y_i$ ,  $w_i$  ne dépend plus des  $p_j$  et s'écrit :

$$w_i = \frac{1}{s^2(y_i)} \quad \text{Eq. 5.25}$$

Cette simplification suppose en réalité que le terme  $\sum_{j=1}^n p_j^2 \cdot s^2(x_j)$  est négligeable devant  $s^2(y_i)$  (Journeaux 2009). Le dénominateur ne dépendant plus des  $p_j$ , les valeurs du jeu de paramètres optimal peuvent être dans ce cas déterminées de manière analytique, comme dans le cas des MCO. Le calcul des distributions des paramètres et de l'intervalle de prédiction est effectué de manière analogue à la méthode des MCO non pondérés.

### 5.2.3 Méthode de Williamson

Journeaux (2009) rapporte l'existence d'autres méthodes plus exactes et plus générales pour la prise en compte des incertitudes de mesure portant à la fois sur les  $x_i$  et les  $x_{j,i}$ . Ces méthodes sont dites exactes dans le sens qu'un formalisme statistique exact est adopté, notamment sans approximation sur l'importance des incertitudes de mesure des  $x_i$  par rapport à celles des  $y_i$  susceptible de simplifier la résolution numérique.

Nous présentons ici la méthode initialement proposée par Deming (1943), York (1966) et Williamson (1968) plus récemment reprise dans le domaine de l'hydrologie urbaine par Bertrand-Krajewski (Bertrand-Krajewski 2004; Bertrand-Krajewski 2007b). Nous reprendrons

l'appellation de la méthode, dite de Williamson, adoptée par Bertrand-Krajewski. Pour une synthèse sur les différentes méthodes possibles, nous faisons référence à Macdonald et Thomson (1992) cité par Journeaux (2009).

Le principe de la méthode de Williamson consiste à minimiser la somme pondérée  $S_W$  suivante :

$$S_W = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - X_i)^2}{u(x_i)^2} + \frac{(y_i - Y_i)^2}{u(y_i)^2} \quad \text{Eq. 5.26}$$

où  $(x_i, y_i)$  sont les valeurs mesurées utilisées pour le calage et  $(X_i, Y_i)$  les valeurs prédites, avec  $Y_i = f(X_i)$ .

La somme à minimiser inclut donc de nouvelles quantités, les variables de prédiction  $X_i$ , prises en compte de manière symétrique aux termes  $Y_i$ . La pondération est également affectée de manière symétrique aux deux termes de la somme, comme l'inverse des variances des  $x_i$  et  $y_i$ ,  $u(x_i)^2$  et  $u(y_i)^2$ .

La minimisation de la somme consiste donc à déterminer les valeurs des  $n$  paramètres et des  $N$  variables  $X_i$ , telles que les dérivées par rapport à ces  $n + N$  inconnues soient nulles. Le système d'équation à résoudre inclut donc les  $N$  termes supplémentaires suivants :

$$\frac{\partial S_W}{\partial X_k} = 0, \quad \forall k = [1 : N] \quad \text{Eq. 5.27}$$

Les équations obtenues sont non linéaires. Lorsque la fonction  $f$  est un polynôme, Bertrand-Krajewski (2007b) montre qu'il est relativement aisé de trouver une solution analytique pour le cas d'une droite, mais que cela devient plus compliqué pour un polynôme de degré 2 et impossible au delà du degré 3. Dans le cas général, la résolution du système nécessite la mise en œuvre de méthodes numériques, par exemple l'algorithme de Levenberg-Marquardt (Levenberg 1944; Marquardt 1963).

Le point le plus critique de la méthode de Williamson réside dans l'évaluation des incertitudes associées aux paramètres et dans l'évaluation des incertitudes des intervalles de prédiction. En effet, du fait de l'absence de solution numérique, l'estimation des incertitudes nécessite la mise en œuvre de techniques de Monte Carlo. La manière d'estimer les intervalles de confiance est actuellement sujet à discussion entre les auteurs (Journeaux 2009; Bertrand-Krajewski 2007b). Ce débat statistique est notamment lié à la manière de prendre en compte le formalisme de la somme  $S_W$ . Pour plus de détails, nous renvoyons aux références précédemment citées.

## 5.2.4 Cas des modèles simples linéarisables

« Peu de phénomènes physiques conduisent directement à une relation linéaire entre les grandeurs étudiées » (Journeaux 2009). Cependant dans le cas où la formulation du modèle reste simple (e.g. forme puissance, racine), il peut être envisageable de ramener la fonction à une forme linéaire sur les paramètres.

Une première solution est l'adoption d'une transformation mathématique simple, dans les cas où cela est possible. L'exemple le plus connu est la transformation logarithmique des modèles de type puissance (cf. paragraphe 2.1.2), par le logarithme népérien ou décimal. Récemment, Dembélé (2010) a présenté d'autres exemples de transformations possibles. Quelle que soit la transformation, le modèle optimal et les incertitudes peuvent être estimés à partir de

la forme linéaire transformée, par exemple par une des trois méthodes de régression présentées dans le paragraphe précédent.

Une deuxième possibilité est l'approximation linéaire de la fonction. Il peut s'agir dans ce cas d'une approximation du premier ordre ou du deuxième ordre résultant de l'application d'un développement en série de Taylor (cf. paragraphe 5.2.1). Ce dernier est exprimé au voisinage du jeu de paramètres optimal, qui doit donc être déterminé au préalable. Étant donnée la relative simplicité du modèle, justifiant par ailleurs l'utilisation d'une telle approximation, l'utilisation d'algorithmes de minimisation numérique du gradient, par itérations successives à partir d'une valeur initiale dans l'espace des paramètres, de type Levenberg-Marquardt (Levenberg 1944; Marquardt 1963) est suffisante. Les incertitudes des paramètres du modèle approximé peuvent ensuite être calculées par une des techniques de régression précédemment présentées.

## 5.3 Cas des modèles complexes : la méthode bayésienne formelle

Dans le cas d'un modèle fortement non linéaire, l'hypothèse d'approximation linéaire à l'optimum n'est plus réaliste (Kuczera et Parent 1988; Vrugt et Bouten 2002). De plus, l'utilisation de méthodes numériques locales de gradient pour la maximisation de la vraisemblance n'est la plupart du temps plus adaptée, étant donnée la forme de la surface de réponse des paramètres, potentiellement beaucoup plus complexe. La mise en œuvre d'algorithmes de calage globaux, comme par exemple le SCE-UA (Shuffled Complex Evolution méthode développée à l'Université d'Arizona, Duan *et al* 1992) devient nécessaire. Quand bien même une valeur du jeu de paramètres le plus probable pourrait être déterminée par une méthode adéquate, reste la question de l'estimation des incertitudes sur les paramètres. La statistique bayésienne offre de ce point de vue un cadre de réponse.

### 5.3.1 Principe de l'approche bayésienne

L'approche bayésienne interprète une probabilité non plus comme le passage à la limite d'une fréquence mais plutôt comme la traduction numérique d'un état de connaissance, autrement dit, le degré de confiance accordé à une hypothèse. C'est cette hypothèse de départ, appelé hypothèse *a priori*, qui n'est pas considérée dans les méthodes statistiques classiques : « les bayésiens font le choix de modéliser leurs attentes en début de processus, quitte à réviser ce premier jugement à l'aune de l'expérience au fur et à mesure des observations, tandis que les statisticiens classiques se fixent *a priori* une méthode et une hypothèse arbitraires et ne traitent les données qu'ensuite » ([http://fr.wikipedia.org/wiki/Inf%C3%A9rence\\_bay%C3%A9sienne](http://fr.wikipedia.org/wiki/Inf%C3%A9rence_bay%C3%A9sienne)).

#### 5.3.1.1 L'inférence bayésienne

Le degré de confiance accordé à l'hypothèse *a priori* est donc décrit par une probabilité de distribution. La démarche logique qui permet de calculer ou réviser la probabilité de cette hypothèse est appelée l'inférence bayésienne. Cette dernière consiste à mettre à jour les estimations de cette probabilité à partir des observations et de leurs lois de probabilité. Cette démarche, initialement proposée par Bayes et Price (1763) puis indépendamment publiée par Laplace en 1774, est régie par l'utilisation de la règle de multiplication des probabilités. Ainsi,

étant donné deux événements  $A$  et  $B$ , le théorème de Bayes permet de déterminer la probabilité de  $A$  sachant  $B$ , sous l'hypothèse que les probabilités de  $A$ ,  $B$  et  $B$  sachant  $A$  sont connues :

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{Eq. 5.28}$$

$P(A)$  est la probabilité *a priori*, dans le sens que sa connaissance est antérieure à toute information sur  $B$ . Le terme  $P(A|B)$  est appelée la *probabilité a posteriori* de  $A$  sachant  $B$ . Elle est « postérieure », au sens qu'elle dépend de la connaissance de  $B$ . Le terme  $P(B|A)$ , pour un  $B$  connu, est appelé la fonction de vraisemblance de  $A$ . Le terme  $P(B)$  est la *probabilité a priori* de  $B$ .

Dans la logique bayésienne,  $A$  correspond donc à l'événement dont on cherche à estimer la probabilité et  $B$  les observations utilisées pour sa mise à jour.

### 5.3.1.2 Application au cas d'un modèle paramétrique

Appliquée au cas d'un modèle paramétrique, dont nous considérons la structure fixée, l'inférence bayésienne rend possible l'estimation des valeurs des paramètres  $\theta$  (*i.e.*  $A$ ) et de leur degré de confiance associé, au vu des observations disponibles pour le calage (*i.e.*  $B$ ) :

$$P(\theta|Y) = \frac{P(Y|\theta) \cdot P(\theta)}{P(Y)} \quad \text{Eq. 5.29}$$

avec  $\theta$  la valeur que prend le jeu de paramètres du modèle et  $Y$  les observations disponibles.  $P(\theta)$  est la distribution *a priori* du jeu de paramètres  $\theta$  établie à partir des connaissances antérieures à  $Y$ , et  $P(Y)$  la probabilité des observations.  $P(\theta|Y)$  représente la probabilité *a posteriori* des paramètres : c'est la probabilité *a priori* de  $\theta$  révisée au vu des nouvelles observations  $Y$ .  $P(Y|\theta)$  est la vraisemblance des données  $Y$  pour une valeur de  $\theta$  donnée.

Dans cette approche, le jeu de paramètres  $\theta$  est considéré comme une variable aléatoire, dont la distribution est estimée *a priori* puis mise à jour au vu des nouvelles observations disponibles. Ceci explique que la distribution *a posteriori* est dite conditionnée par les observations. Le processus d'inférence des paramètres ne consiste donc plus à déterminer d'abord les valeurs du jeu optimal puis les incertitudes les caractérisant comme dans le cas des modèles linéaires, mais d'estimer directement leurs probabilités de distribution.

C'est de l'équation 5.29 que vient l'écriture usuelle du théorème de Bayes dans les études de modélisation :

$$P(\theta, X, \gamma|Y) \propto L(Y|\theta, X, \gamma) \cdot P(\theta, \gamma) \quad \text{Eq. 5.30}$$

avec  $X$  les données d'entrée du modèle,  $\gamma$  le vecteur des caractéristiques des résidus  $\varepsilon$  du modèle obtenus pour les jeux de paramètres  $\theta$  selon leur distribution *a posteriori* et  $L(Y|\theta, X, \gamma)$  la vraisemblance des données, calculée pour le jeu de paramètres  $\theta$  étant données  $X$  et  $\gamma$ .

Cette écriture s'explique par les considérations suivantes :

- L'estimation de la vraisemblance  $P(Y|\theta)$  des données pour un jeu de paramètres  $\theta$ , notée  $L(Y|\theta)$ , nécessite la formulation d'une hypothèse sur les caractéristiques attendues des résultats du modèle reflétant la distribution de  $\theta$ , que l'on cherche à mettre à jour. Cette hypothèse est formulée en termes de caractéristiques  $\gamma$  des résidus  $\varepsilon$  obtenus entre les valeurs observées et les valeurs simulées du modèle

selon la distribution *a posteriori* de  $\theta$ . De plus le calcul de la vraisemblance dépend également des variables d'entrée du modèle, elles-mêmes sources d'incertitude, ce qui explique l'écriture finale de la vraisemblance  $L(Y|\theta, X, \gamma)$ .

- De même, la probabilité *a priori* de  $\theta$  est potentiellement conditionnée par les caractéristiques attendue des résidus, d'où la notation  $P(\theta, \gamma)$ .
- De ce fait la probabilité *a posteriori* des paramètres dépend elle-même des valeurs de  $X$  et des caractéristiques supposées  $\gamma$  des résidus.
- Le terme de proportionnalité  $\propto$  est adopté dans la mesure où le numérateur de la formule initiale  $P(Y)$  est une constante qui n'intervient pas dans la mise en œuvre des techniques numériques de simulation appliquées pour le calcul de la distribution *a posteriori* (voir paragraphe 5.3.4). Cette constante est parfois appelée constante de normalisation, dans la mesure où elle garantit que la valeur de la distribution *a posteriori* est inférieure à 1. cette constante, que nous notons  $C$ , s'exprime selon le théorème des probabilités totales de la manière suivante :

$$C = \sum_j L(Y|\theta_j, X, \gamma) \cdot P(\theta_j, \gamma) \quad \text{Eq. 5.31}$$

avec  $j$  la  $j$ -ème partition de l'ensemble des valeurs possibles du jeu de paramètres  $\theta$ .

Nous avons adopté ici la forme discrète du théorème de Bayes, mais ce dernier peut également s'exprimer sous forme continue :

$$f_{post}(\theta, X, \gamma | Y) = \frac{L(Y|\theta, X, \gamma) \cdot f_{pri}(\theta, \gamma)}{\int_j L(Y|\theta, X, \gamma) \cdot f_{pri}(\theta, \gamma)} \quad \text{Eq. 5.32}$$

avec  $f_{pri}$  et  $f_{post}$  les densités de probabilité *a priori* et *a posteriori* des paramètres.

Il nous semble important de préciser comme le rappelle Reichert (2009, p.196) que la statistique bayésienne partage les mêmes axiomes de probabilité que la statistique fréquentielle. C'est ainsi que la formule de vraisemblance estimée à partir des observations selon le principe de la statistique fréquentielle est utilisée dans le cadre bayésien pour traduire le degré de confiance des observations au vu des valeurs des jeux possibles de paramètres.

### 5.3.1.3 Principe d'apprentissage

Un autre intérêt de l'inférence bayésienne est le principe d'apprentissage. En effet, pour un calage donné d'un modèle, la distribution *a priori* des paramètres reflète la connaissance actuelle. Dans le cas d'un premier calage, celle-ci peut être assez vague, on parle dans ce cas d'une distribution *a priori* non informative. Mais si des calages du modèle ont déjà été effectués antérieurement, la distribution *a posteriori* déterminée lors du calage précédent peut être utilisée comme nouvelle distribution *a priori*. Ainsi, en même temps que des nouvelles observations sont disponibles, les calages successifs du modèle s'effectuent sur la base des connaissances acquises à l'issue du calage précédent. Le modélisateur ne repart donc pas de zéro, ce qui potentiellement contribue à une meilleure efficacité et à une plus grande rapidité du calage.

Le principe de la méthode bayésienne pour l'analyse des incertitudes d'un modèle paramétrique est illustré Figure 5.1. La mise en œuvre de l'inférence bayésienne nécessite donc la définition des éléments suivants :

- La distribution *a priori* des paramètres.
- La fonction de vraisemblance.
- Une méthode pour échantillonner la distribution des paramètres *a posteriori* suivant la formule de Bayes et Price (1763).

Ces trois points sont discutés dans les paragraphes suivants, ainsi que la méthode utilisée pour l'estimation des intervalles de prédiction.

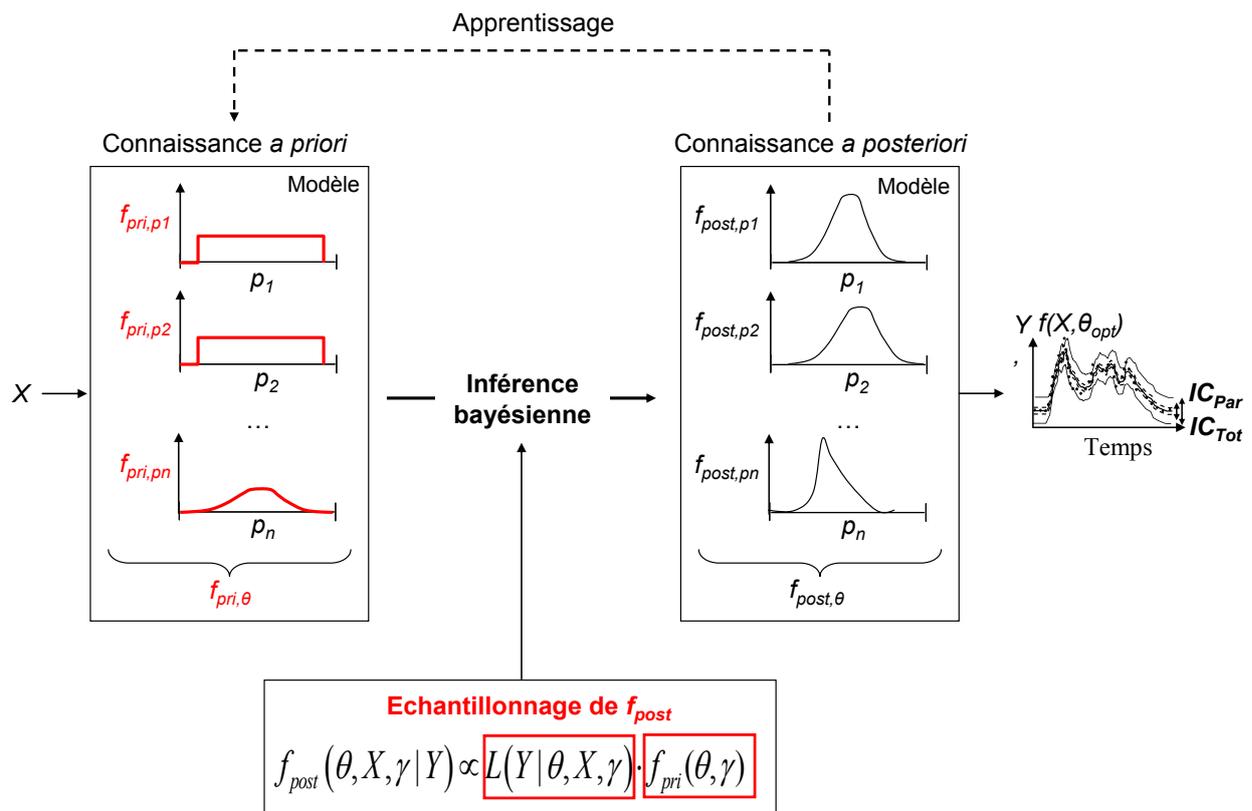


Figure 5.1. Représentation schématique du principe de la méthode bayésienne pour l'analyse des incertitudes d'un modèle paramétrique ; les densités de probabilité marginales *a priori* ( $f_{pri}$ ) et *a posteriori* ( $f_{post}$ ) des  $n$  paramètres du modèle sont représentées ; en rouge sont indiqués les éléments à définir pour la mise en œuvre de l'inférence bayésienne

### 5.3.2 Choix de la distribution *a priori*

La plupart du temps, faute de calages antérieurs, une distribution *a priori* non informative est considérée, sur la base de données et d'études antérieures, l'état de l'art dans le domaine d'étude considéré et l'expérience du modélisateur (Reichert 2009, p.196). Ce dernier définit alors seulement les valeurs minimum et maximum que peut prendre chacun des paramètres. Une distribution uniforme entre ces bornes est généralement considérée. Le choix de telles distributions n'est pas problématique, dans la mesure où la validité de l'hypothèse formulée peut être vérifiée *a posteriori* par l'analyse des résultats obtenus (voir chapitre 6).

Une autre possibilité suggérée par Reichert (2009) ou Vrugt (2010, communication personnelle) est d'effectuer au préalable un calage simple par la maximisation numérique de la vraisemblance, au moyen d'un algorithme de calage global adapté (type SCE-UA) (cf. paragraphe 4.2.2.2). La distribution *a priori* peut ensuite être approximée par une distribution multi-normale à l'optimum (Gelman *et al.* 1995; Reichert 2009). L'application de cette méthode est cependant à considérer avec précaution, du fait de la possibilité que la valeur du jeu optimal diffère suivant les méthodes de calage utilisées (Vrugt *et al.* 2009).

### 5.3.3 Choix de la vraisemblance

L'hypothèse la plus simple sur les caractéristiques des résidus est celle adoptée dans la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (cf. paragraphe 5.2.1). La signification de cette hypothèse a déjà été discutée. Elle est d'autant moins probable que le modèle est complexe et comporte une part déterministe non modélisée. L'adoption d'un modèle d'erreur plus complexe est dans la majorité des cas nécessaire, afin de prendre en compte les caractéristiques des résidus mises en évidence dans la littérature (Xu 2001; Engeland *et al.* 2005; Yang *et al.* 2007; Beven 2009; Schoups et Vrugt 2010a; Laloy *et al.* 2010) :

- L'hétéroscédasticité des résidus, c'est-à-dire la variance des résidus obtenus pour les grandes valeurs simulées est systématiquement plus élevée que pour les faibles valeurs.
- L'auto-corrélation dans les séries de résidus.
- La présence d'un biais dans les résidus ; les résidus ne sont pas nuls en moyenne.
- Les effets de Kurtosis et d'asymétrie : par rapport à l'hypothèse de normalité, la forme de densité de probabilité plus resserrée vers les faibles valeurs avec des queues de distribution plus larges et une éventuelle dissymétrie par rapport à la valeur moyenne des résidus.

Le Tableau 5.1 présente les formes de vraisemblance pour quelques exemples d'hypothèses sur les caractéristiques des résidus. Pour une démonstration de l'expression des différentes formes, nous renvoyons aux références données dans le Tableau.

## Partie 2 – Chapitre 5 : Les méthodes d'évaluation des incertitudes

Tableau 5.1. Quelques exemples de formes de vraisemblance associées aux hypothèses sur les caractéristiques des résidus, avec les résidus notés  $\varepsilon_i$ , pour  $i = [1:N]$ ,  $N$  le nombre d'observations

Hypothèse sur les résidus	Loglikelihood Vraisemblance	Paramètres de calage
- Distribution normale - Homoscédasticité - Indépendance (cf. paragraphe 4.2.2.1)	$-\frac{N}{2} \cdot \log(2 \cdot \pi) - \frac{N}{2} \cdot \log(\sigma_\varepsilon^2) - \frac{1}{2 \cdot \sigma_\varepsilon^2} \cdot \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2$	$\sigma_\varepsilon$ : Variance des résidus
- Distribution normale - Homoscédasticité - Auto-corrélation au 1 <sup>er</sup> ordre (Sorooshian et Dracup 1980)	$-\frac{N}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log\left(\frac{\sigma_\varepsilon^{2 \cdot N}}{1 - \rho^2}\right) - \frac{1}{2 \cdot \sigma_\varepsilon^2} (1 - \rho^2) \cdot \varepsilon_1 - \frac{1}{2 \cdot \sigma_\varepsilon^2} \cdot \sum_{i=2}^N (\varepsilon_i - \rho \cdot \varepsilon_{i-1})^2$	$\sigma_\varepsilon$ : Variance des résidus $\rho$ : Coefficient d'auto-corrélation du 1 <sup>er</sup> ordre
- Distribution normale - Homoscédasticité - Auto-corrélation à l'ordre $p$ - Présence d'un biais (Schoups et Vrugt 2010a)	$N \cdot \log \frac{2\sigma_\xi \omega_\beta}{\xi + \xi^{-1}} - \sum_{i=1}^N \log \sigma_i - c_\beta \sum_{i=1}^N  a_{\xi,i} ^{\frac{2}{1+\beta}}$ avec : $\sigma_i = \sigma_0 + \sigma_1 \cdot Y_{sim}$ $Y_{sim} = f(\theta, X_i) \cdot \mu_i$ $\mu_i = e^{\mu_h \cdot f(\theta, X_i)}$ $\omega_\beta = \frac{\Gamma^{\frac{1}{2}} [3 \cdot (1 + \beta) / 2]}{(1 + \beta) \cdot \Gamma^{\frac{3}{2}} [(1 + \beta) / 2]}$ $c_\beta = \left( \frac{\Gamma [3 \cdot (1 + \beta) / 2]}{\Gamma [(1 + \beta) / 2]} \right)^{\frac{1}{1+\beta}}$ avec $\Gamma[x]$ la fonction gamma évaluée en $x$ $a_{\xi,i} = \xi^{-\text{sign}(\mu_\xi + \sigma_\xi \cdot a_i)} (\mu_\xi + \sigma_\xi \cdot a_i)$ $\mu_\xi = M_1 (\xi - \xi^{-1})$ $\sigma_\xi = \sqrt{(M_2 - M_1^2) \cdot (\xi^2 + \xi^{-2}) + 2 \cdot M_1^2 - M_2}$ $M_1 = \frac{\Gamma [1 + \beta]}{\Gamma^{\frac{1}{2}} [3 \cdot (1 + \beta) / 2] \cdot \Gamma^{\frac{1}{2}} [(1 + \beta) / 2]}$ $M_2 = 1$ $a_i \sim SEP(0, 1, \xi, \beta)$ $a_i = \frac{\Phi_p(B) \cdot \varepsilon_i}{\sigma_i}$ $\Phi_p(B) = 1 - \sum_{j=1}^p \phi_j B^j$	$\sigma_0$ : 1 <sup>er</sup> paramètre du modèle de variance $\sigma_1$ : 2 <sup>ème</sup> paramètre du modèle de variance $\phi_j$ : Coefficient d'auto-corrélation des résidus au $j^{\text{ème}}$ ordre, $j = [1:p]$ $\xi$ : Paramètre d'asymétrie de la distribution SEP $\beta$ : Paramètre de Kurtosis de la distribution SEP $\mu_h$ : facteur de biais

On note que le modèle général d'erreur récemment proposé par Schoups et Vrugt (2010) offre la possibilité de prendre en compte l'ensemble des caractéristiques des résidus listées dans le tableau 5.1. Une distribution de type SEP (Skew Exponential Power) est considérée, avec deux paramètres d'ajustement,  $\beta$  (effet de kurtosis) et  $\xi$  (effet d'assymétrie). L'hétéroscédasticité est prise en compte par un modèle affine de variance à deux paramètres ( $\sigma_0$  et  $\sigma_1$ ) : cette dernière est fonction de la valeur simulée par le modèle. L'auto-corrélation des résidus est représentée par un modèle auto-régressif à l'ordre  $p$  (à définir par le modélisateur), comprenant ainsi  $p$  paramètres de calage ( $\phi_j, j = [1:p]$ ). Enfin un modèle multiplicatif de biais est proposé comprenant un paramètre de calage  $\mu_h$ .

Il est important de souligner que plus le modèle d'erreur est complexe et plus le nombre de paramètres de calage qui lui est associé est important. Le choix du modèle d'erreur doit donc rester compatible avec le nombre d'observations disponibles et le nombre de paramètres de calage du modèle.

### 5.3.4 L'échantillonnage de la distribution *a posteriori*

L'expression analytique de la distribution *a posteriori* des paramètres (distributions marginales et conjointes) n'est possible que pour un nombre réduit de cas (Reichert 2009). Ceci est dû à :

- La complexité des modèles qui rend difficile une expression analytique de la vraisemblance en fonction des paramètres. En effet, dans le cas d'un modèle comportant un système d'équations, la valeur de  $f(X)$  ne peut pas forcément s'écrire par une seule équation.
- La difficulté de calculer le terme du dénominateur (cf. équation 5.31), qui nécessite l'intégration de la fonction de vraisemblance. Quand bien même il existerait une expression analytique de la vraisemblance en fonction de  $\theta$ , trouver l'expression analytique d'une primitive devient extrêmement difficile (Reichert 2009).

Aussi, des méthodes numériques sont nécessaires. Le principe consiste à échantillonner la distribution *a posteriori* dans l'espace des paramètres. Les propriétés de la distribution sont ensuite estimées à partir de l'échantillon. Parmi les approches numériques utilisées dans la littérature, nous retenons la méthode d'Importance Sampling (Tanner 1992; Tanner 1996) et la méthode de Monte Carlo par Chaines de Markov (MCMC). Les paragraphes suivants présentent les principes généraux de ces deux techniques ainsi que les paramètres nécessaires à leur mise en œuvre, à fixer par le modélisateur. Pour une description plus détaillée des méthodes, en particulier à propos de la justification des hypothèses statistiques les sous-tendant, nous renvoyons à des études et ouvrages statistiques sur le sujet (e.g. Gelman *et al.* 1995; Robert 2001; Reichert 2009).

#### 5.3.4.1 Méthode d'échantillonnage d'importance

Le principe de l'échantillonnage d'importance consiste à échantillonner la distribution *a posteriori* des paramètres à partir d'une autre distribution connue et facilement échantillonnable. Cette dernière, appelée distribution d'importance, est choisie la plus proche possible de la distribution *a posteriori* supposée (par exemple une loi uniforme ou multi-normale).

La technique consiste à échantillonner un nombre  $NMC$  de jeux de paramètres  $\theta_i, i = 1:NMC$  suivant la distribution d'importance, notée  $I$ . Pour chaque jeu échantillonné, la fonction de densité correspondante  $f_i(\theta_i)$  est calculée ainsi que la valeur de la densité de probabilité *a posteriori*  $f_{post}(\theta_i)$ . Dans un deuxième temps, un poids d'importance  $w_{post,i}$  à assigner à chaque  $\theta_i$  est calculé :

$$w_{post,i} = \frac{\frac{f_{post}(\theta_i)}{f_I(\theta_i)}}{\sum_{i=1}^{NMC} \frac{f_{post}(\theta_i)}{f_I(\theta_i)}} \quad \text{Eq. 5.33}$$

La séquence  $\{\theta_i, i = 1:NMC\}$  associée aux  $NMC$  valeurs correspondantes de  $w_{post,i}$  représente un échantillon pondéré (par rapport à l'échantillon d'importance) qui suit la distribution *a posteriori* des paramètres. Les poids d'importance permettent donc de passer d'un échantillon qui suit la « mauvaise » distribution à un échantillon pondéré qui suit la bonne distribution *a posteriori* (Reichert 2009).

A partir de cet échantillon pondéré, il est ensuite possible d'estimer les caractéristiques de la distribution *a posteriori* et de calculer les intervalles de prédiction par la méthode de Monte Carlo.

L'avantage de la forme normalisée de  $w_{post,i}$  est qu'il n'est plus nécessaire d'évaluer la constante de la probabilité *a posteriori* des paramètres, puisqu'elle est présente au numérateur et au dénominateur et donc s'annule. En développant,  $w_{post,i}$  s'écrit :

$$w_{post,i} = \frac{\frac{L(\theta_i \setminus D) \cdot f_{pri}(\theta_i)}{f_I(\theta_i)}}{\sum_{i=1}^{NMC} \frac{L(\theta_i \setminus D) \cdot f_{pri}(\theta_i)}{f_I(\theta_i)}} \quad \text{Eq. 5.34}$$

L'avantage de cette technique est sa simplicité. Cependant, son efficacité dépend du choix de la distribution d'importance (Tanner 1992; Gelman *et al.* 1997). Un choix judicieux est de considérer la distribution *a priori*, dans la mesure où cette dernière est supposée représenter la meilleure connaissance de la distribution *a posteriori*. Cependant, si les formes des deux distributions sont trop éloignées, une grande partie des jeux de la distribution *a priori* échantillonnés risque d'avoir des poids proches de zéro. Ceci a pour conséquence que la taille effective de l'échantillon de jeux suivant la distribution *a posteriori* sera réduite par rapport à la taille de l'échantillon de départ suivant la distribution d'importance (Reichert 2009). Dans ce cas l'algorithme risque de mal estimer la distribution *a posteriori*. La Figure 5.1 illustre ce phénomène avec l'exemple pour un paramètre d'une distribution *a posteriori* se rapprochant d'une loi normale et approximé à partir d'une distribution *a priori* uniforme.

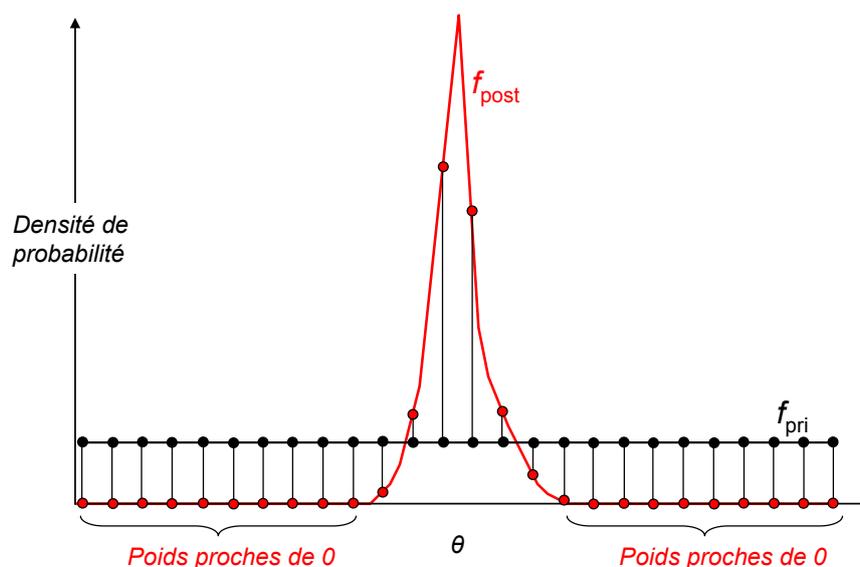


Figure 5.2. Illustration du principe de la méthode d'échantillonnage d'importance, avec l'exemple d'une loi d'importance uniforme ; ici la distribution uniforme n'est pas échantillonnée de manière assez dense, conduisant à un mauvais échantillonnage de la distribution *a posteriori* dans sa zone de densité de probabilité élevée

Pour éviter la présence de poids dominants, il est nécessaire d'échantillonner au départ la distribution d'importance de manière dense (Kuczera et Parent 1998). Ceci est d'autant plus important lorsque le modèle est complexe avec de fortes interactions entre les paramètres, à l'origine de discontinuités de la fonction de densité de la probabilité *a posteriori*.

Ainsi les auteurs recommandent l'utilisation d'une distribution d'importance de type multi-normal estimée à l'optimum (Reichert 2009; Kuczera et Parent 1998). L'utilisation d'un échantillonnage de type Hyper Cube Latin est également recommandé par les auteurs plutôt qu'un échantillonnage uniforme (Reichert 2009).

L'application de cette méthode est restée limitée dans le domaine de l'hydrologie urbaine, étant donné l'importance des temps de calcul nécessaires par rapport aux techniques de type MCMC. Une exception notable est son application dans la méthode GLUE (Beven et Binley 1992) (voir paragraphe 5.4).

### 5.3.4.2 Principe de la méthode MCMC

#### *Définition d'une chaîne de Markov*

Une chaîne de Markov est une séquence de variables aléatoires avec la propriété suivante : chaque variable de la chaîne a une densité de probabilité conditionnée par la variable précédente de la séquence, indépendamment des autres variables de la chaîne.

Ainsi une chaîne de Markov est caractérisée par une fonction de transition. Il s'agit de la fonction de densité qui permet d'atteindre un nouvel état de la chaîne par rapport à l'état précédent. Si cette probabilité de transition est identique à tous les états de la chaîne, la chaîne de Markov est dite homogène dans le temps. La caractéristique d'une chaîne de Markov homogène est qu'elle peut admettre une distribution stationnaire, c'est-à-dire que des variables consécutives de la chaîne peuvent avoir la même densité de probabilité. Si, de plus, la chaîne a la propriété d'être ergodique (c'est-à-dire apériodique et récurrente) et réversible, alors elle converge vers sa distribution stationnaire. Les variables de la chaîne suivent dans ce cas, à

l'infini, la même densité de probabilité. Autrement dit, elles constituent un échantillon de variables suivant une distribution stationnaire.

### ***Echantillonnage de la distribution a posteriori***

Le principe d'un échantillonnage par la méthode de Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCMC) consiste à construire une chaîne de Markov convergeant vers la distribution *a posteriori* des paramètres. Il s'agit donc de la démarche inverse de celle où la fonction de transition est connue et la distribution stationnaire inconnue. Il s'agit dans notre cas de définir une fonction de transition qui permet d'échantillonner à chaque pas de la chaîne de Markov un jeu de paramètres selon la distribution *a posteriori* désirée.

La taille de la chaîne simulée dépend ensuite du nombre d'itérations à partir duquel la chaîne converge, caractérisant la phase non stable préalable à la convergence, et de la taille de l'échantillon que désire le modélisateur pour estimer les caractéristiques de la probabilité *a posteriori*. Une moyenne de 10 000 jeux est en général considérée comme suffisante dans les études de modélisation.

Il n'existe pas un choix unique pour la fonction de transition (appelée aussi noyau de transition). Différentes fonctions peuvent être utilisées dès lors qu'elles garantissent les caractéristiques d'ergodicité et de réversibilité de la chaîne. En notant  $f_{trans}$  la densité de la fonction de transition, cette dernière doit vérifier les conditions suivantes :

$$f_{post} \cdot f_{trans} = f_{post} \quad (\text{ergodicité}) \quad \text{Eq. 5.35}$$

$$f_{trans}(\theta_{i+1}, \theta_i) f_{post}(\theta_i) = f_{trans}(\theta_i, \theta_{i+1}) f_{post}(\theta_{i+1}) \quad (\text{réversibilité}) \quad \text{Eq. 5.36}$$

La propriété d'ergodicité implique que si le jeu de paramètres à l'étape  $i$  de la séquence  $\theta_i$  suit la densité de probabilité  $f_{post}(\theta_i)$ , et le jeu à l'étape suivante  $\theta_{i+1}$  la densité  $f_{trans}(\theta_i, \theta_{i+1})$ , alors  $\theta_{i+1}$  suit également la densité  $f_{post}(\theta_{i+1})$ . Ainsi, la chaîne sera construite de manière symétrique quel que soit le sens de sa construction (réversibilité).

Il faut de plus définir la valeur du jeu de paramètres initial, à partir duquel la chaîne est construite. Ce dernier a une influence directe sur la rapidité avec laquelle la chaîne converge. De ce point de vue, il est possible de construire plusieurs chaînes de Markov en parallèle, initialisées en différents points de l'espace des paramètres, afin d'échantillonner correctement l'espace et de vérifier le moment à partir duquel les chaînes convergent effectivement vers la même distribution.

### ***Les algorithmes MCMC***

Plusieurs algorithmes pour la mise en œuvre de la méthode MCMC sont actuellement disponibles dans la littérature, selon la manière dont est construit l'échantillon. Ces derniers diffèrent notamment selon les choix des éléments suivants : i) la fonction de transition, ii) le nombre de chaînes de Markov construites, iii) le choix de la(des) valeur(s) du(des) jeu(x) initial(aux), iv) le critère de convergence adopté et v) la manière de sélectionner les jeux constituant l'échantillon final. Ces choix conditionnent la simplicité de l'algorithme mais aussi son efficacité, c'est-à-dire la rapidité avec laquelle la ou les chaîne(s) de Markov convergent et avec laquelle l'échantillon est construit.

Pour une chaîne de Markov donnée, le principe commun de ces algorithmes consiste, à chaque état de la chaîne, à d'abord générer un candidat dans l'espace possible des paramètres.

Ce dernier est ensuite accepté ou rejeté de manière à garantir un échantillonnage suivant la distribution *a posteriori*. S'il est accepté, le jeu candidat incrémente la chaîne de Markov, sinon la chaîne est incrémentée par la même valeur que celle de l'état précédent. Ainsi les états de la chaîne où le point candidat est majoritairement rejeté correspondent à des points de vraisemblance élevés.

Quelles que soient les méthodes, elles incluent des paramètres dont la bonne évaluation conditionne la validité et l'efficacité de l'algorithme. La réalisation d'un diagnostic de convergence *a posteriori* (voir paragraphe 5.3.4.5) s'avère ainsi indispensable pour une application rigoureuse de la méthode.

### 5.3.4.3 L'algorithme de Metropolis

Le premier algorithme MCMC de la littérature est celui proposé en 1953 par Metropolis (Metropolis *et al.* 1953). Initialement développé pour la simulation des niveaux d'énergie des atomes dans une structure cristalline, il s'agit de l'algorithme le plus simple.

#### Principe de l'algorithme

Les points candidats sont générés suivant une loi de tirage symétrique, puis évalués suivant une probabilité d'acceptation. En notant  $\theta_0$  le jeu candidat et  $q$  et  $\alpha$  ces deux probabilités, la fonction de transition de la chaîne  $f_{trans}$  s'écrit à chaque état de la chaîne :

$$f_{trans}(\theta_{i+1}, \theta_0) = q(\theta_{i+1}, \theta_0) \cdot \alpha(\theta_{i+1}, \theta_0) \quad \text{Eq. 5.37}$$

La propriété d'ergodicité de la chaîne est vérifiée si la loi  $q$  choisie est irréductible et apériodique (l'algorithme n'échantillonne pas de façon cyclique et aucune région de l'espace possible des paramètres n'échappe à son exploration). Des exemples de telles distributions sont la loi uniforme, la loi multi-normale centrée sur la valeur du jeu à partir duquel le candidat suivant est échantillonné ou encore la loi de Student (Brooks 1998).

Les étapes de l'algorithme sont les suivantes :

1. Tirage d'un jeu de paramètres candidat  $\theta_0$  à partir de tirages symétriques  $q(\theta_{i+1}, \theta_i)$
2. Evaluation de  $f_{post}(\theta_0 \setminus Y)$  suivant le théorème de Bayes :

$$f_{post}(\theta_0 \setminus Y) = L(Y \setminus \theta_0) \cdot f_{pri}(\theta_0) \quad \text{Eq. 5.38}$$

3. Evaluation de la probabilité d'acceptation  $\alpha(\theta_0, \theta_i)$  du jeu  $\theta_0$  :

$$\alpha(\theta_0, \theta_i) = \begin{cases} \min\left(\frac{f_{post}(\theta_0)}{f_{post}(\theta_i)}, 1\right) & f_{post}(\theta_0) > 0 \\ 1 & f_{post}(\theta_0) = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 5.39}$$

4. Comparaison de  $\alpha(\theta_0, \theta_i)$  avec une variable uniforme  $U$  sur  $[0,1]$  :
  - Si  $\alpha(\theta_0, \theta_i) > U$ , alors on garde  $\theta_0$ ,  $\theta_{i+1} = \theta_0$
  - Sinon,  $\theta_0$  est rejeté,  $\theta_{i+1} = \theta_i$
5.  $i = i + 1$   
Si  $i < N$ , retour à l'étape 1, sinon arrêt de l'algorithme.

La prise en compte de la variable uniforme lors de l'étape 4 garantit le caractère irréductible de la loi  $q$  : même les valeurs les moins vraisemblables de l'espace des paramètres sont échantillonnées. Dans la plupart des études, la loi de tirage  $q$  est choisie multi-normale, caractérisée par sa matrice de variance-covariance. Il est important de souligner que le ratio considéré pour le calcul de la probabilité d'acceptation dans l'étape 3 permet, comme pour le cas de la méthode d'échantillonnage d'importance, de s'affranchir du calcul du dénominateur de la distribution *a posteriori*. L'algorithme a plus tard été étendu par Hastings en 1970 pour des lois de tirage non symétriques. L'algorithme proposé, dits de Metropolis-Hastings, reste fondé sur le même principe. Il est devenu depuis l'algorithme de référence pour un grand nombre d'applications.

#### ***Paramétrage de l'algorithme***

Une bonne mise en œuvre de cet algorithme nécessite un paramétrage de la loi de tirage adaptée. Son efficacité dépend du choix de la loi de tirage et des valeurs de ses paramètres. Plus la loi de tirage est proche de la distribution *a posteriori* et plus la convergence sera rapide. Dans le cas où elle est trop éloignée, la convergence est lente jusqu'au risque que l'algorithme soit incapable de l'atteindre (Vrugt *et al.* 2009). Par exemple dans le cas de la loi multi-normale, une variance trop faible de la loi risque de biaiser l'échantillonnage : les valeurs les moins vraisemblables de l'espace des paramètres seront mal représentées. Dans le cas contraire, la convergence vers la distribution *a posteriori* sera très lente en relation avec un taux d'acceptation des jeux trop faible (Gallagher et Doherty 2007). De la même manière, une mauvaise estimation des covariances de la distribution peut conduire à un échantillonnage non adéquat de certaines zones de la distribution *a posteriori*. Ces problèmes sont illustrés par Reichert (2009) qui reprend l'exemple de la loi de tirage multi-normale.

Le choix du jeu initial de la chaîne influe également sur l'efficacité de l'algorithme. Un jeu initial situé dans une zone peu vraisemblable de l'espace des paramètres induira un temps de convergence plus élevé vers les zones de plus hautes vraisemblances. L'objectif est de minimiser la taille de cette première partie de la chaîne de Markov non représentative de la distribution *a posteriori* des paramètres (burn-in period). Pour cela, il est conseillé d'initialiser la chaîne au jeu de paramètres optimal déterminé au préalable par la maximisation de la vraisemblance par une méthode de calage global (e.g. Kuczera et Parent, 1998, Reichert 2009). Le nombre d'itérations  $N$  tient compte du nombre d'itérations de la « burn-in period » qu'il faut écarter et de la taille de l'échantillon désiré.

#### **5.3.4.4 Les nouvelles générations d'algorithmes MCMC**

Ces dernières années, les algorithmes MCMC ont retenu l'attention des chercheurs. Vrugt *et al.* (2009) proposent une rétrospective des différents algorithmes qui ont été développés depuis la première version proposée par Metropolis *et al.* (1953).

Il cite d'abord les méthodes adaptatives développées pour pallier la difficulté du choix d'une loi de tirage adaptée, avec l'exemple des travaux de Haario *et al.* (Haario *et al.* 1999; Haario *et al.* 2001; Haario *et al.* 2005). Le principe de ces méthodes consiste à adapter la forme de la loi de tirage au fur à mesure de la construction de la chaîne de Markov à partir des informations acquises lors des états précédents. Haario *et al.* (2006) proposent également un algorithme prenant en compte un délai de rejet afin d'améliorer la vitesse de convergence. Le

principe consiste, dans le cas où un point candidat est rejeté, à générer un autre candidat à partir d'une loi de distribution dégradée.

Un autre type d'algorithme, qui connaît actuellement un essor significatif, prend en compte la possibilité de construire plusieurs chaînes de Markov en parallèle. Le noyau de transition n'est plus une fonction simple et prend en compte notamment un échange d'informations entre les chaînes. Cette catégorie d'algorithme permet d'inférer de manière plus efficace les distributions *a posteriori* dont la surface de réponse est complexe.

L'avantage de construire plusieurs chaînes plus courtes plutôt qu'une seule longue chaîne est que chacune d'elles peut être initialisée à différents points de l'espace des paramètres, ce qui permet de bien échantillonner ce dernier. De plus les échanges d'information entre les chaînes facilitent leur convergence en évitant que certaines restent bloquées dans des régions de faible vraisemblance (Brooks 1998). L'échantillon final est ensuite obtenu par composition des dernières valeurs des différentes chaînes. Cette méthode est valide si et seulement si le modélisateur est sûr que toutes les chaînes ont bien convergé, ce qui peut être évalué lors du diagnostic de convergence (voir paragraphe 5.3.4.5).

Parmi les méthodes proposées, nous citons l'algorithme SCEM-UA (Vrugt *et al.* 2003), spécifiquement développé pour le cas des modèles en hydrologie urbaine. Cet algorithme est une version modifiée de la méthode de calage SCE-UA (Duan *et al.* 1992), dans laquelle est intégré le principe de l'algorithme de Metropolis relatif à l'acceptation des points candidats. Par rapport à une méthode classique, le couplage avec un algorithme de type évolutif permet une amélioration significative du temps de convergence vers la distribution *a posteriori*, avec une exploration plus efficace de l'espace des paramètres (Vrugt *et al.* 2003). Si cet algorithme a déjà été appliqué dans de nombreux domaines parmi lesquels l'hydrologie urbaine (Vezzaro 2008; Blasone *et al.* 2008b), sa validité a cependant été récemment remise en cause, du fait de l'absence de preuves théorique de l'hypothèse de convergence (Vrugt *et al.* 2008b).

L'algorithme DE-MC (Differential Evolution-Markov Chain) développé par (Ter Braak 2006) constitue un autre exemple de ce type d'algorithme. Un échange de points entre les chaînes parallèles à chaque étape de la construction est effectué sur la base du choix d'un multiple fixe de la différence entre deux chaînes choisies aléatoirement.

Récemment, Vrugt *et al.* (2009) ont proposé une version adaptée du DEM-MC, intitulée Differential Evolution Adaptive Metropolis (DREAM). Elle est basée sur une stratégie d'évolution similaire au DEM-MC, mais dont l'efficacité est encore améliorée.

### 5.3.4.5 Diagnostics de convergence

La convergence de la ou des chaîne(s) peut être évaluée de deux manières complémentaires : le calcul de critères statistiques de convergence et l'analyse graphique (Reichert 2009).

#### *Critères statistiques*

En ce qui concerne les diagnostics de convergence sur la base de critères, de nombreuses méthodes sont proposées, parmi lesquelles les méthodes d'Heidelberger et Welch (1983), Raftery et Lewis (1992), Gelfand et Smith (1990) et Gelman et Rubin (1992).

Dans le cas de plusieurs chaînes en parallèle, la méthode la plus utilisée en hydrologie est celle de Gelman et Rubin (1992). Pour un paramètre de calage donné, le diagnostic est basé sur une analyse classique de variance. La statistique estimée est la suivante :

$$\sqrt{SR} = \sqrt{\frac{g-1}{g} + \frac{q+1}{q \cdot g} \cdot \frac{B}{W}} \quad \text{Eq. 5.40}$$

avec  $q$  le nombre de chaînes,  $g$  le nombre d'itérations par chaîne,  $B$  la variance entre les moyennes des chaînes, et  $W$  la moyenne des variances de chaque séquence pour le paramètre considéré. Une valeur de  $\sqrt{SR}$  proche de 1 indique que la convergence est atteinte. Gelman et Rubin (1992) indiquent qu'une valeur de la statistique inférieure à 1.2 suffit pour diagnostiquer la convergence.

Les critères statistiques de convergence peuvent être évalués *a posteriori* après qu'un nombre fixé d'itérations ait été incrémenté dans la chaîne. L'analyse peut mettre en évidence une taille insuffisante ou à l'inverse inutilement trop élevée de la chaîne par rapport aux objectifs du modélisateur. L'information est ensuite utilisée pour la génération des chaînes futures. Une autre possibilité est d'estimer de manière systématique le critère de convergence à intervalles réguliers de l'incrément de la chaîne. Ainsi la taille finale de la chaîne, et du même coup le temps de calcul, se trouvent optimisés.

### **Analyse graphique**

L'analyse graphique est effectuée *a posteriori*. Elle peut concerner les valeurs des paramètres de la séquence ou les valeurs du critère de convergence. L'évolution des valeurs des paramètres peut mettre en évidence par exemple des longues périodes où les valeurs ne bougent pas, ce qui indique que l'algorithme n'a pas encore convergé et reste bloqué dans une zone de l'espace des paramètres, du fait d'une mauvaise paramétrisation. La visualisation de l'évolution du critère de convergence permet de distinguer clairement quels sont les paramètres qui mettent le plus de temps à converger et ainsi renseigner sur d'éventuelles problèmes d'identification des paramètres (voir Chapitre 6).

## **5.3.5 Calcul des intervalles de prédiction**

Etant donnée la non linéarité significative des modèles, il n'est plus possible d'appliquer la Loi de Propagation des Incertitudes pour l'estimation des incertitudes de prédiction. La méthode générale de Monte Carlo doit être appliquée.

Si sa mise en œuvre nécessite des temps de calcul plus longs, du fait de la nécessité d'échantillonner la distribution *a posteriori* des paramètres, la méthode offre la possibilité d'estimer l'incertitude de prédiction totale sans faire l'hypothèse d'additivité (cf. paragraphe 5.1.3). En effet, suivant la méthode appliquée par Schoups et Vrugt (2010), il suffit de considérer le jeu de paramètres au sens large c'est-à-dire incluant les paramètres du modèle et du modèle d'erreur. En notant  $n$  et  $n_e$  les nombres de paramètres respectifs des deux modèles, une manière d'échantillonner les distributions *a posteriori* des  $n + n_e$  paramètres est d'utiliser celles qui ont été échantillonnées conjointement lors du calage du modèle. Dans ce cas, pour chaque jeu de paramètres au sens large de l'échantillon, il est possible de calculer le résultat simulé par le modèle ainsi que l'erreur résiduelle qui lui est associée. Ce faisant, les éventuelles corrélations entre les paramètres du modèle et les paramètres du modèle d'erreur sont prises en compte.

Sous l'hypothèse d'additivité, le principe est analogue au cas du modèle linéaire, à la différence que les incertitudes sont estimées par la méthode de Monte Carlo. L'erreur résiduelle est estimée indépendamment par des simulations de Monte Carlo, qui prennent en compte la distribution *a posteriori* estimée des paramètres du modèle d'erreur. Cette hypothèse peut se justifier dans le cas où les résultats de calage mettent en évidence des corrélations très faibles entre les valeurs des paramètres du modèle d'erreur et ceux du modèle.

Enfin, il est possible de déterminer un jeu de paramètres « optimal » : de la même manière que pour les modèles linéaires, il correspond au maximum de vraisemblance de la distribution *a posteriori*.

### 5.3.6 Avantages et limites de l'approche

#### *La validité théorique de l'approche*

Le premier avantage des méthodes statistiques est qu'elles sont basées sur un corpus théorique. De ce point de vue, leur validité n'est pas remise en cause, sous réserve des conditions dans lesquelles elles sont appliquées.

Nous avons considéré ici le cas d'une structure de modèle fixée, pour laquelle nous cherchons à optimiser les valeurs des paramètres. Mais la théorie bayésienne peut tout aussi bien être appliquée sur la structure du modèle au sens large, offrant ainsi la possibilité de comparer les performances de plusieurs modèles (Duan *et al.* 2007 ; Beven 2009; Reichert 2009). La distribution *a posteriori* se rapporte dans ce cas à la probabilité d'une structure de modèle associée à une valeur de ses paramètres au vu des données disponibles.

#### *La validité des hypothèses sur les résidus*

Que ce soit pour les modèles linéaires ou complexes, l'estimation des incertitudes n'est valide que si les hypothèses formulées sur les caractéristiques des résidus le sont. En effet, c'est le modèle d'erreur qui conditionne la forme de la vraisemblance, et du coup les caractéristiques estimées des paramètres et des intervalles de prédiction.

Dans la majorité des études en hydrologie urbaine, l'hypothèse des Moindres Carrés est considérée. Cette hypothèse se vérifie relativement bien dans le cas des modèles linéaires, à partir du moment où la structure de modèle testé suit à peu près la tendance des observations. En revanche c'est moins systématique pour les modèles complexes de simulation continue. Les pointes de débit et de concentration sont souvent moins bien estimées ou vice versa. Il n'est pas facile de proposer un modèle capable de reproduire toutes les observations avec une précision comparable. Par exemple pour le cas d'un modèle hydrologique de bassins versants ruraux, Schoups et Vrugt (2010a) mettent en évidence que la distribution des résidus montre en réalité un effet non négligeable de Kurtosis avec une auto-corrélation des résidus significative. Dans ce cas, une hypothèse de type Moindres Carrés conduira à une sous-estimation des intervalles de prédiction des grandes valeurs et inversement une surestimation des faibles valeurs.

De plus, Beven (2009) souligne l'importance de prendre en compte l'auto-corrélation des résidus. Ignorer une auto-corrélation significative risque de mener à une surestimation du contenu informatif de chaque nouvelle observation et ainsi à une sur-détermination de la distribution des paramètres. Dans les cas précédemment cités, il devient nécessaire d'adopter un modèle d'erreur plus complexe (cf. Tableau 5.1), souvent plus difficile à mettre en œuvre.

Une des solutions possibles est de caler les modèles sur une forme transformée afin de se ramener à une forme simple des résidus. Une transformation logarithmique (e.g. Romanowicz *et*

al. 1994), racine carrée ou puissance (Kuczera et Parent 1998) ou encore de type Box Cox permet ainsi de ramener des résidus hétéroscédastiques à une forme homoscedastique.

Jusqu'à récemment, peu d'études ont proposé une vérification systématique des hypothèses sur les résidus. Cependant de plus en plus d'auteurs s'attardent à cette vérification en hydrologie urbaine pour la modélisation des débits e.g. (Xu 2001; Engeland *et al.* 2005; Laloy *et al.* 2010). En revanche la modélisation de la qualité des RUTP, aucune étude ne considère à notre connaissance cet aspect de manière rigoureuse.

### ***Cas des modèles linéaires***

Sous réserve que les hypothèses sur les résidus peuvent être vérifiées, l'application des méthodes statistiques au cas des modèles linéaire a l'avantage de la simplicité. Quelques réserves peuvent cependant être exprimées pour le cas de la régression de type Williamson. Si cette méthode permet de prendre en compte de manière exacte les incertitudes sur les données de calage, sa mise en œuvre nécessite l'implémentation de méthodes numériques et pour certains aspects théoriques, elle constitue encore un sujet de recherche (Journeaux 2009 ; Bertrand-Krajewski 2007b).

### ***La mise en œuvre des algorithmes MCMC***

La limite de la mise en œuvre des algorithmes MCMC est la validité de leur paramétrisation. L'utilisation récente d'algorithme MCMC (SCEM-UA, DREAM) nécessite une connaissance approfondie des statistiques et de la programmation. De plus les temps de calcul restent élevés, si les ordinateurs utilisés ne sont pas suffisamment performants et si l'implémentation de calculs en parallèle n'est pas mise en œuvre. Ces aspects représentent les limites actuelles principales à l'utilisation des algorithmes MCMC dans les études de recherche et encore davantage dans les études opérationnelles.

Cependant certains logiciels de recherche intègrent déjà des algorithmes bayésiens. Par exemple, le logiciel MICA (Doherty 2003 cité par Deletic 2009) propose l'algorithme de Metropolis-Hastings. Par ailleurs, les algorithmes récemment développés par Vrugt *et al.* (2003 ; 2009) sont disponibles sur demande auprès des auteurs.

### ***La question des fonctions objectif multi-critères***

Une des critiques de l'approche bayésienne formelle souvent formulée par les utilisateurs convaincus de la méthode GLUE (voir paragraphe 5.4) porte sur l'impossibilité de prendre en compte une fonction multi-objectifs pour le calage du modèle. Il convient cependant d'éclaircir ce point.

L'objectif d'une fonction multi-critères est de proposer un modèle capable de reproduire de manière pondérée plusieurs attentes du modélisateur : par exemple, une meilleure représentation des débits de pointe par rapport à celle des débits de base, ou encore une bonne reproduction à la fois des débits de pointe et des fortes concentrations. Cette méthode trouve son origine dans le constat qu'un modèle n'est pas capable de reproduire de manière adéquate l'ensemble des observations, aux différentes échelles de temps ou d'espace. A défaut d'obtenir un modèle parfait, le modélisateur cherche donc à orienter les performances du modèle suivant ses objectifs. Autrement dit, cela revient à accepter que certains types d'observations soient mieux reproduits que d'autres, ce que traduit la fonction multi-objectifs.

Or, par définition, l'approche statistique n'est pas basée sur la considération d'une fonction objectif mais sur la formulation d'une fonction de vraisemblance reflétant les caractéristiques attendues des résidus. La question qui se pose donc, d'un point de vue statistique, est la suivante : comment transcrire l'attente multi-objectifs du modélisateur sous la forme d'une fonction de vraisemblance des résidus, garantissant une estimation ultérieure valide des incertitudes sur les paramètres et les intervalles de prédiction ?

Nous ne nous sommes pas intéressés à cette question de manière spécifique. Nous supposons que d'un point de vue statistique, cela suppose d'être capable, pour chaque ensemble de résidus considéré, d'estimer une forme adaptée de vraisemblance puis de combiner ces dernières dans une vraisemblance globale (e.g. Schaefli *et al.* 2007). Pour des ensembles de résidus indépendants, cette combinaison peut se faire par une simple multiplication. Dans le cas contraire il faut prendre en compte les corrélations existantes, et donc être capable de formuler des hypothèses sur leur nature.

La question peut également être considérée de manière détournée, par exemple en n'utilisant que la partie des observations que l'on cherche à estimer le mieux possible pour effectuer le calage. Une autre possibilité consiste à effectuer des calages différents du modèle pour la reproduction de groupes d'observations différents, plutôt que de chercher à tout prix à caler un modèle unique.

## 5.4 L'approche GLUE

Le paragraphe 5.4.1 présente le principe général de la méthode GLUE (Beven et Binley 1992). Le paragraphe 5.4.2 discute les choix adoptés dans la littérature pour les éléments subjectifs de la méthode, respectivement la likelihood informelle et le critère d'acceptabilité. Les avantages et limites de la méthode, notamment la question de la validité de son fondement théorique et de la manière dont elle est appliquée, sont ensuite discutés.

Nous nous plaçons toujours dans le cas où la structure du modèle est fixée, et où les valeurs des paramètres sont les seules variables d'ajustement.

### 5.4.1 Principe de la méthode

#### 5.4.1.1 Introduction générale

Au contraire de l'approche statistique, l'approche proposée par Keith Beven (Beven et Binley 1992) rejette l'hypothèse de l'existence d'un jeu le plus probable. Elle est dérivée de la méthode d'analyse de sensibilité globale d'Hornberger et Spear (1981). Cette dernière appartient aux approches de calage de type « Monte Carlo set theoretic approaches » ou « fuzzy set methods » (Spear et Hornberger 1980; Beck et Halfon 1991; Keesman et van Straten 1990; Spear *et al.* 1994)

La méthode GLUE veut situer le problème de l'inférence des paramètres dans une perspective plus large. Il est ainsi fait l'hypothèse que des jeux équi-finaux, c'est-à-dire donnant des résultats équivalents, peuvent exister à différents endroits de l'espace des paramètres, sans forcément converger vers un jeu « optimal » au sens statistique. L'ensemble des jeux possibles de l'espace des paramètres génère des simulations plus ou moins acceptables par rapport aux observations disponibles, avec certaines tellement mauvaises qu'elles sont rejetées.

L'objectif de l'exercice est toujours de simuler un intervalle de prédiction qui reflète le mieux possible les observations, mais sans considérations statistiques. L'intervalle de prédiction n'est donc plus un intervalle de confiance au sens statistique mais un intervalle reflétant les degrés de confiance du modélisateur vis-à-vis d'un ensemble de simulations possibles.

La mise en œuvre de cette méthode nécessite d'abord la transcription quantitative du terme « plus ou moins » acceptable, c'est-à-dire comment traduire le degré de confiance (ou « fuzzy measure ») que le modélisateur a en l'ensemble des jeux testés. Il convient également de transcrire quantitativement le terme « acceptable », c'est-à-dire suivant quel critère est-il considéré qu'un jeu donne des résultats trop mauvais pour ne pas être retenu. Les termes anglais employés par Beven et Binley (1992) pour qualifier ainsi les jeux de paramètres sont « behavioural » ou « non behavioural ». Il s'agit enfin de définir une méthode pour l'exploration de l'espace possible des paramètres ainsi que pour le calcul des intervalles de prédiction.

#### 5.4.1.2 Comparaison avec la méthode bayésienne

Il est important de préciser que la méthode GLUE a été développée au départ du fait des difficultés d'application de la méthode statistique formelle et à partir de cette dernière. Elle est aussi née d'une volonté de généraliser l'utilisation du théorème de Bayes vers une application moins formelle dans le domaine de la modélisation environnementale (Beven et Binley 1992). Ce sont ces raisons qui expliquent le nom de la méthode, Generalised Likelihood Uncertainty Estimation (GLUE), qualifiée de pseudo-bayésienne.

La critique de Beven vis-à-vis de la méthode bayésienne formelle porte principalement sur la difficulté de proposer un modèle d'erreur réaliste, du fait de l'importance des erreurs sur les données et la structure des modèles : « Oversimplifying the problem by making convenient formal Bayesian assumptions may certainly result in over estimating the real information content of data in conditioning the model space » (Beven 2009, p. 43).

Plus généralement, les différences fondamentales entre l'approche statistique bayésienne formelle et pseudo-bayésienne concernent les points suivants :

- L'estimation de l'incertitude du modélisateur vis-à-vis des prédictions n'est plus traduite d'un point de vue statistique. Elle est transcrite par une mesure de la confiance que le modélisateur accorde à un ensemble de jeux possibles. Comme pour la méthode bayésienne formelle, il est fait l'hypothèse que les jeux acceptables en calage le seront également en prédiction.
- L'hypothèse qu'il existe un jeu optimal est abandonnée, ainsi que l'hypothèse qu'il existe effectivement des jeux acceptables. Le modèle peut s'avérer très mauvais et dans ce cas l'analyse aura servi à le démontrer sous les hypothèses sous lesquelles elle a été appliquée. Ce point de vue diffère de la méthode bayésienne formelle, dans laquelle on cherche à modéliser le mieux possible le terme d'erreur de prédiction : même si le modèle est très mauvais, le modèle d'erreur doit permettre l'estimation d'intervalles de prédiction réalistes, incluant le pourcentage d'observations pour lequel ils sont calculés

- Le théorème de Bayes est appliqué, mais non plus pour la détermination *a posteriori* des distributions des paramètres caractérisant l'incertitude sur le jeu optimal. Il est utilisé pour la détermination de l'ensemble des jeux de paramètres correspondant aux simulations acceptables. Le terme de likelihood ne se rapporte plus à une probabilité évaluée de manière formelle, sur la base d'une hypothèse sur les caractéristiques des résidus, mais à un degré de confiance du modélisateur dans les jeux de paramètres pour la reproduction des observations.
- La définition des paramètres de la méthode relatifs : i) au critère d'acceptabilité, ii) au degré de confiance dans les jeux acceptés ou likelihood au sens large et iii) à la méthode d'exploration de l'espace possible des paramètres n'est pas établie dans un cadre théorique fixé et communément reconnu. Ces éléments reflètent la part de subjectivité de la méthode à laquelle est sujet le modélisateur, suivant ses objectifs, son expérience ainsi que les outils et ressources informatiques disponibles.

### 5.4.1.3 Algorithme de base

Les étapes générales de la méthode GLUE dans sa version originale proposée par Beven et Binley (1992), et telle qu'elle a été appliquée dans la majorité des études, sont les suivantes :

1. Tirage d'un nombre  $N$  de jeux de paramètres  $\theta$  à partir de la distribution *a priori* des paramètres  $f_{pri}(\theta)$ .
2. Evaluation de la vraisemblance informelle  $L(D|\theta)$  pour chacun des  $N$  jeux :
3. Sélection des jeux acceptables selon le critère choisi, soit  $k$  le nombre de jeux retenus, notés  $\theta_i$  pour  $i = [1:k]$ .
4. Normalisation des valeurs de vraisemblance des  $k$  jeux acceptés telle que :

$$L_{norm}(D|\theta_i) = \frac{L(D|\theta_i)}{\sum_{i=1}^k L(D|\theta_i)} \quad \forall i = [1:k] \quad \text{Eq. 5.41}$$

5. Assignment à chaque prédiction  $Y_{i\_pred}$  obtenu avec le jeu  $\theta_i$ ,  $i = [1:k]$ , la probabilité  $L_{norm}(D|\theta_i)_{pred}$ .
6. Tri des  $Y_{i\_pred}$  selon les valeurs de leur probabilité afin de créer la distribution de probabilité des sorties du modèles, à partir de laquelle peut être calculé un intervalle de prédiction pour un pourcentage donné.

L'algorithme est donc basé au départ sur la technique d'échantillonnage d'importance valable pour la mise en œuvre de la méthode bayésienne formelle (cf. paragraphe 5.3.4.1), pour le cas particulier d'une distribution *a priori* uniforme utilisée comme distribution d'importance. En effet, sous ces conditions, la valeur de la densité de probabilité *a priori* et de la densité d'importance est constante quel que soit le jeu de paramètres et n'apparaît plus dans l'équation 5.34, conduisant à la forme de l'équation 5.41.

Un point important qu'il faut d'ores et déjà souligner est que cette technique d'échantillonnage n'est plus appliquée dans le même but. En effet, dans la méthode bayésienne formelle, l'algorithme est utilisé pour estimer la distribution *a posteriori* des paramètres. Dans

la méthode GLUE, il est utilisé pour déterminer un ensemble de jeux acceptables, à partir duquel est calculé un intervalle de prédiction total et donc non plus seulement lié à l'incertitude sur l'estimation des paramètres. L'algorithme est donc en quelque sorte détourné de son objectif premier.

La vraisemblance n'est plus utilisée dans son sens originel. En effet, dans le cas où cette dernière serait effectivement une vraisemblance formelle, alors par définition elle ne rendrait compte que de l'incertitude liée à l'estimation des paramètres, à laquelle il faudrait ajouter l'erreur résiduelle pour obtenir l'intervalle de prédiction total. Cette question a été discutée par Stedinger *et al* (2008).

L'intervalle de prédiction est formé en fonction des différents poids des jeux acceptés. Ceci est effectué par l'assignation de propriétés statistiques à chacun des jeux. Il est important de garder à l'esprit qu'il ne s'agit pas d'une distribution statistique au sens formel, de la même manière que le sont les distributions marginales des paramètres formés par l'ensemble des jeux retenus.

Si la méthode GLUE ne stipule pas l'existence d'un jeu optimal de paramètres, la simulation médiane est parfois considérée comme la simulation optimale dans les études, voire même, encore plus paradoxalement la simulation obtenue avec le jeu dont la valeur de likelihood informelle est la plus élevée (Stedinger *et al.* 2008). Ceci nous rappelle que l'objectif premier d'un modélisateur, même s'il s'intéresse à la question des incertitudes, est de tendre, dans la mesure du possible, vers un modèle optimal (Stedinger *et al.* 2008).

De ces considérations, il ressort que la garantie, si elle existe, que les intervalles de prédiction contiennent effectivement les observations suivant un pourcentage donné, est principalement liée aux choix du critère d'acceptabilité et de la vraisemblance, qui sont les seules variables d'ajustement de la méthode.

## 5.4.2 Choix des éléments subjectifs

### *Likelihood*

La vraisemblance peut être basée sur un modèle d'erreur formel. Dans la majorité des cas, elle est définie de manière subjective par le modélisateur en fonction de ses objectifs, de sa connaissance du modèle et des méthodes statistiques et de son expérience.

Beven et Binley (1992) stipulent que la vraisemblance peut-être choisie parmi les « many of the goodness-of fit indices used in the past ». Cette suggestion rappelle qu'une des motivations du développement de la méthode GLUE est de permettre aux modélisateurs peu familiers des statistiques de l'utiliser. Nous retrouvons donc parmi les critères possibles les fonctions présentées dans le Tableau 4.1 pour le cas d'un calage simple ainsi que les fonctions multi-critères. Nous rappelons que les fonctions simples sont en majorité dérivées de critères statistiques des Moindres Carrés.

Pour le recensement des vraisemblances utilisées dans les applications de la méthode GLUE, nous faisons référence notamment aux publications de Beven *et al.* (2000) et Beven et Freer (2001). En hydrologie urbaine le critère de Nash est le plus souvent utilisé. C'est notamment le cas pour la modélisation de la qualité des RUTP (Vezzaro 2008; Freni *et al.* 2008; Mannina et Viviani 2010).

### *Critère d'acceptabilité*

Dans la grande majorité des études et comme proposé dans la méthode originelle par Beven et Binley (1992), la distinction entre les jeux acceptables et non acceptables est effectuée sur la base d'une valeur seuil. Les jeux dont la valeur de vraisemblance est inférieure au seuil sont rejetés. Une autre méthode appliquée par Blasone *et al.* (2008b) consiste à ne retenir, suivant un certain critère, que les jeux dont les simulations sont incluses dans les intervalles de confiance des observations, c'est-à-dire en prenant en compte les incertitudes de mesure. L'objectif est en effet de sélectionner les modèles « utiles en prédiction » (Beven 2009, p.124).

## 5.4.3 Avantages et limites de la méthode

### *La facilité de mise en œuvre*

Le premier avantage de la méthode GLUE mis en avant est sa simplicité, tant du point de vue conceptuel que de la mise en œuvre. Cette dernière ne nécessite en effet aucune connaissance statistique poussée et aucune hypothèse *a priori* sur la structure des résidus. La simplicité de l'algorithme rend sa programmation aisée et son couplage avec n'importe quel modèle ou logiciel facilement réalisable.

De ce fait, depuis 1992, la méthode GLUE a été appliquée dans de nombreux domaines comme l'illustrent les exemples récemment cités par Vrugt *et al.* (2008a) ou Stedinger *et al.* (2008). Ces derniers recensent plus de 500 références au papier original de Beven et Binley (1992).

Un deuxième avantage de la méthode, spécialement mis en avant ces dernières années, est la possibilité de considérer des fonctions objectifs multi-critères (Blasone *et al.* 2008a).

### *Remise en cause de la validité théorique de la méthode*

De nombreux auteurs, parmi lesquels Christensen (2004), Montanari (2005), Mantovan et Todini (2006) et Stedinger *et al.* (2008), critiquent la méthode GLUE, du fait qu'elle n'est pas formellement bayésienne et aboutit à une estimation des distributions des paramètres et des

intervalles de confiance non cohérente et peu fiable d'un point de vue statistique rigoureux. Ceci est notamment dû à la likelihood non formelle généralement adoptée. Cette dernière étant choisie en fonction des objectifs du modélisateur, elle ne représente pas forcément d'un point de vue statistique la distribution des résidus et donc des observations, c'est-à-dire le contenu informatif réel des données. Ceci ramène donc au même problème qu'un modèle d'erreur inadapté dans la méthode bayésienne formelle.

Suite à ces critiques, des comparaisons ont été effectuées entre les deux approches (*Beven et al. 2008; Stedinger et al. 2008; Vrugt et al. 2008a*), ainsi que des études de sensibilité de la méthode GLUE au choix de la likelihood e.g. (*Freni et al. 2008*). De ces études, il ressort deux points principaux :

- La méthode GLUE et la méthode bayésienne formelle appliquées dans les mêmes conditions, c'est-à-dire avec la même likelihood et la même distribution *a priori* des paramètres, conduisent à des résultats comparables pourvu que l'ensemble des jeux de paramètres possibles soit suffisamment échantillonné et que le choix du seuil soit adapté. Ce résultat semble logique dans la mesure où ce dernier constitue alors le seul paramètre subjectif dans la méthode GLUE fixé par le modélisateur.
- Le choix de la vraisemblance informelle a une influence significative sur les résultats obtenus avec la méthode GLUE : une application correcte de la méthode, au sens statistique, nécessite le choix d'une fonction de vraisemblance qui reflète le contenu informatif des données.

#### ***Le manque d'efficacité de la méthode***

Si la méthode GLUE a le mérite d'être simple, elle présente en revanche dans sa version originale des temps de calcul beaucoup plus longs que ceux requis par les algorithmes MCMC (*Kuczera et Parent 1998*). En effet, la majorité des applications de GLUE considèrent un échantillonnage uniforme pour le tirage des jeux de paramètres. Nous retrouvons ici les mêmes contraintes que dans le cas de la méthode d'échantillonnage d'importance utilisée dans la méthode bayésienne formelle (cf. paragraphe 5.3.4.1).

Des exemples récents de couplage avec des algorithmes MCMC sont une piste pour l'amélioration de l'efficacité de la méthode (*Blasone et al. 2008b; Vezzaro 2008*). *Vezzaro (2008)* met en évidence la possibilité d'accélérer de manière significative les temps de calcul pour le cas d'un modèle de qualité des RUTP. Il reste cependant toujours la question de la validité théorique de tels couplages, du fait que les algorithmes MCMC, comme la méthode d'échantillonnage d'importance, sont construits au départ pour échantillonner la distribution *a posteriori* des paramètres. De plus, la méthode perd l'avantage de sa simplicité.

### ***L'impossibilité de quantifier les sources d'incertitude***

Un des objectifs d'une analyse statistique des incertitudes est la quantification des sources d'incertitude, comme support de réflexion pour l'amélioration et le développement de la structure d'un modèle. La méthode GLUE n'a en revanche pas vocation à répondre à cette question. En effet, de par son fondement, les différentes sources d'incertitude ne sont ni formalisées ni distinguées entre elles. La distribution finale des paramètres reflète globalement l'ensemble des sources d'incertitude du processus de modélisation.

## **5.5 Conclusion**

### **5.5.1 Les méthodes disponibles**

#### ***La diversité des outils d'analyse***

Cette revue met en évidence la diversité des méthodes et outils d'analyse des incertitudes à la disposition du modélisateur. Ils sont tous dérivés d'une approche statistique, qu'elle soit classique ou bayésienne, bayésienne formelle ou pseudo-bayésienne. Leur mise en œuvre nécessite donc, en toute rigueur, une connaissance minimale des concepts et hypothèses statistiques les sous-tendant, ce que nous nous sommes efforcés de montrer dans cette synthèse bibliographique.

La diversité des méthodes peut être vue comme le miroir de la diversité des cas d'études. Nous avons notamment rappelé que le choix d'une méthode appropriée est d'abord lié à la complexité du modèle considéré. Si les outils de la statistique classique suffisent pour le cas des modèles linéaires ou non linéaires simples, l'application de la méthode bayésienne est nécessaire dans le cas des structures non linéaires complexes.

#### ***Calage simple et/ou analyse des incertitudes***

Une distinction claire a été faite entre calage simple et analyse des incertitudes, dont les objectifs ont été distingués. Ceci étant, comme le rappelle Kleidorfer (2009), les deux approches se rapportent à l'opération de calage, qui est définie comme le problème consistant à estimer les valeurs des paramètres du modèle à partir d'observations. Dans le premier cas, l'objectif est de trouver une valeur optimale du jeu de paramètres ; dans le deuxième cas, il s'agit de déterminer une distribution des paramètres (statistique bayésienne) ou une incertitude associée à la valeur optimale (statistique classique).

A partir de là, la principale différence se situe au niveau de l'information qui est apportée au modélisateur. Une analyse des incertitudes permet non seulement de proposer une valeur optimale du jeu de paramètres comme pour un calage simple, mais elle apporte également une information sur la précision avec laquelle cette valeur est identifiée et peut être utilisée pour l'amélioration du modèle. Les méthodes statistiques d'analyse d'incertitude proposent également un cadre pour l'évaluation des différentes sources d'incertitude. Ces aspects seront développés dans le chapitre 6.

Enfin, une question pratique importante porte sur les temps de calcul. Dans le cas du modèle linéaire, l'estimation des incertitudes ne nécessite pas forcément beaucoup plus de temps qu'un calage simple. Dans le cas des modèles complexes, l'utilisation de la méthode bayésienne est *a priori* plus demandeuse en temps qu'une méthode simple de calage global (type SCE-UA). Il semble important cependant de considérer que les algorithmes MCMC récemment développés sont de plus en plus performants, d'autant plus que les techniques de calcul en parallèle se

développent. De plus, l'avantage d'une méthode MCMC est la garantie que l'algorithme échantillonne l'espace des paramètres de manière quasi exhaustive. Ainsi Vrugt *et al.* (2009) dans une étude comparative de l'efficacité de plusieurs algorithmes montrent que pour une même formule de vraisemblance, le jeu optimal identifié par l'algorithme DREAM est meilleur que celui identifié par la méthode SCE-UA.

## 5.5.2 Quelle méthode choisir ?

Quelles que soient les méthodes retenues, nous pensons qu'il est important de garder à l'esprit, lors de leur application, leurs hypothèses et leurs limites de validité. Il est de toute façon important de vérifier *a posteriori* les hypothèses faites. Les paragraphes suivants discutent du choix de la méthode dans le cas des modèles non linéaires complexes.

### *Méthode bayésienne formelle ou méthode GLUE ?*

Il est important de rappeler que la comparaison des deux approches n'a de sens que si ces dernières poursuivent effectivement un même objectif. Sur ce point, Stedinger *et al.* (2008) rappellent que cet objectif commun semble être la génération de prédictions associées à des intervalles de confiance contenant les observations pour une fréquence désirée.

Au vu de la discussion sur les limites d'application des deux approches (cf. paragraphes 5.3.6 et 5.4.3), la validité des méthodes est principalement liée au choix de la fonction de vraisemblance. Cette dernière doit refléter le mieux possible le contenu informatif des données :

- Au sens statistique de l'approche bayésienne, la réponse à cette question est de proposer une forme de vraisemblance des résidus qui représente le plus correctement possible la distribution statistique des données (Stedinger *et al.*, 2008), ce qui peut être vérifié par des diagnostics *a posteriori* (voir chapitre suivant).
- Au sens de la méthode GLUE, mise à part l'importance de l'expérience du modélisateur (Freni *et al.* 2008), aucune réponse pratique n'est à l'heure actuelle vraiment apportée aux utilisateurs. Il n'y a pas de garantie qu'une proportion spécifiée des observations sera contenue dans les intervalles de prédiction, ni sur la période de calage, ni pour les prédictions futures (Beven 2006).

De notre point de vue, l'objectif d'une analyse d'incertitude pour l'utilisation d'un modèle en prédiction est de donner une information fiable sur l'intervalle de confiance associé aux prédictions. Sur la base des considérations précédentes, nous pensons que la méthode bayésienne formelle est, d'un point de vue théorique, davantage en mesure de répondre de manière fiable à cette question. Ceci n'atténue pas pour autant les difficultés associées à sa mise en œuvre.

### *Modèle d'erreur et niveau d'approximation*

Dans la méthode bayésienne formelle, une mauvaise hypothèse sur le modèle de résidus est susceptible d'engendrer une estimation erronée : i) de l'incertitude estimée sur les paramètres ou de leur distribution, ii) de la valeur du maximum de vraisemblance ou du jeu le plus probable, iii) des intervalles de prédiction liés à l'estimation des paramètres et totaux, et enfin

iv) de la quantification des sources d'incertitude lors d'analyses ultérieures (voir chapitre suivant).

Il convient cependant d'évaluer dans quelle mesure les hypothèses peuvent être qualifiées de non vérifiées. En effet, les hypothèses sur les résidus sont elles-mêmes une approximation de leurs caractéristiques réelles. Dans quelle mesure une mauvaise hypothèse influe-t-elle sur les résultats du calage ?

Pour ce qui est de l'intervalle de prédiction total, une manière de répondre à cette question est non seulement de vérifier les caractéristiques supposées des résidus à partir des résultats du calage (voir chapitre suivant) mais également d'analyser la qualité de l'intervalle de prédiction. Pour une précision de 95 %, le modélisateur peut accepter un pourcentage d'erreur, par exemple que les intervalles de prédiction estimés pour les données de calage n'englobent que 80 % des observations.

Pour ce qui est de la distribution *a posteriori* des paramètres et l'intervalle de confiance lié à leur estimation, nous ne savons pas comment évaluer *a posteriori* de manière simple l'impact d'un mauvais modèle d'erreur. Pour cela une analyse spécifique est nécessaire. Nous supposons cependant que même si le modèle d'erreur n'est pas parfaitement vérifié, il peut suffire pour détecter les problèmes d'identification des paramètres (voir chapitre 6). A partir d'une version améliorée du modèle, il peut ensuite s'avérer éventuellement plus facile de proposer un modèle d'erreur plus adapté. De ce point de vue, malgré la difficulté à modéliser l'erreur, l'utilisation d'une méthode bayésienne formelle semble intéressante.

### **5.5.3 Méthodes utilisées pour la modélisation de la qualité des RUTP**

Au travers de la présentation des méthodes d'analyse des incertitudes, nous avons fait référence dans cette synthèse à différentes études de modélisation de la qualité des RUTP. Nous distinguons celles sur les modèles simples de type modèle multi-régression, et celles sur les modèles plus complexes pour lesquels l'utilisation de la méthode bayésienne est nécessaire.

Dans le cas des modèles simples, pour lesquels la statistique classique peut s'appliquer, il y a consensus sur les méthodes à appliquer. Cependant, peu d'études prennent en compte les incertitudes sur les paramètres et les prédictions. Les travaux de Dembélé constituent récemment un tel exemple (Dembélé 2010).

Pour le cas des modèles complexes, l'approche bayésienne est appliquée depuis les années 2000, tant la méthode bayésienne formelle que la méthode GLUE, suivant la philosophie des équipes de recherche. Par exemple Gabriele Freni et Georgio Mannina (Mannina *et al.* 2006; Freni *et al.* 2007a; Freni *et al.* 2008; Mannina et Viviani 2010) ou encore Lindblom *et al.* (2007) ou (Thorndahl *et al.* 2008) utilisent la méthode GLUE. A l'inverse, la méthode bayésienne formelle est appliquée dans les études de Kanso *et al.* (2003; 2005a; 2005b), Dotto *et al.* (2009) et Kleidorfer (Kleidorfer *et al.* 2009; Kleidorfer 2009). La méthode bayésienne formelle a été à notre connaissance exclusivement appliquée jusqu'ici sous l'hypothèse de normalité, d'indépendance et d'homoscédasticité des résidus avec l'algorithme de Metropolis-Hasting et sans une attention marquée pour la vérification des hypothèses.

Il semble enfin important de souligner que, quelle que soit la méthode employée, GLUE ou bayésienne formelle, et quelle que soit la validité des concepts ou des hypothèses associés, les analyses d'incertitude mettent souvent en défaut les modèles de qualité des RUTP (e.g. Kanso *et*

*al.* 2003 ; Kanso *et al.* 2005a ; Kanso *et al.* 2005b ; Dotto *et al.* 2009). Il apparaît donc d'autant plus intéressant de promouvoir la mise en œuvre des analyses d'incertitude dans ce domaine, dans la perspective d'améliorer les modèles.

## Chapitre 6

### 6 Test des modèles

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la question générale du test des modèles dans les études :

- De quelle manière sont-ils testés ?
- Suivant quels critères la qualité du modèle est-elle appréciée ?
- Comment les outils d'analyse des incertitudes permettent-ils au modélisateur de mieux comprendre les insuffisances des modèles et orienter leur développement ?

Nous présentons ici les principales méthodologies de test actuellement appliquées dans les études de modélisation, en particulier celles relatives à la qualité des RUTP. Le paragraphe 6.1 aborde la question de l'évaluation de la performance des modèles. Le paragraphe 6.2 explicite comment les résultats de l'analyse bayésienne peuvent être analysés pour guider le futur développement du modèle. Le paragraphe 6.3 traite spécifiquement des méthodes actuellement appliquées pour la quantification des sources d'incertitude.

#### 6.1 Evaluation de la performance des modèles

Le paragraphe 6.1.1 présente les méthodes utilisées pour le test de la capacité prédictive des modèles, applicables quel que soit le type de calage effectué. Le paragraphe 6.1.2 aborde la question du choix de critères mathématiques de performance. Enfin le paragraphe 6.1.3 traite de la vérification des hypothèses sur les résidus pour le cas où les incertitudes de prédiction sont estimées.

##### 6.1.1 Test de la capacité prédictive

Une fois l'étape de calage effectuée, un des premiers tests du modélisateur consiste à évaluer la capacité prédictive du modèle. Le principe général du test consiste à évaluer le modèle à partir d'un jeu d'observations non utilisées lors du calage et préalablement mis de côté à cet effet.

Plusieurs dénominations existent pour ce test : validation, vérification, corroboration, évaluation. D'un point de vue sémantique et philosophique, les auteurs s'accordent actuellement sur le caractère inapproprié des termes validation et vérification (Beven 2009). Nous emploierons donc dans la suite le terme d'évaluation.

Suivant la manière dont sont réparties les observations disponibles au départ, deux types de tests sont distingués (Mourad 2005; Dembélé 2010) : les tests externes et internes.

### Tests d'évaluation externe

L'évaluation externe d'un modèle consiste à partager les observations en deux échantillons. La comparaison des performances du modèle pour les observations de calage et celles de l'évaluation permet au modélisateur d'estimer la capacité prédictive du modèle :

- Des performances comparables sur les deux séries d'observation indiquent une bonne capacité prédictive : le modèle donne des résultats en prédiction à l'image de ceux obtenus en calage.
- Une performance en évaluation plus faible qu'en calage met en évidence une difficulté du modèle à prédire de nouvelles observations. Les données utilisées en évaluation contiennent une part d'information non représentée dans le jeu de calage que le modèle reproduit de manière trop spécifique.

Les conclusions de ce type de test dépendent de la manière dont sont réparties les données dans les deux échantillons et de leur contenu informatif. La taille et le contenu informatif du jeu d'observations disponible doivent être suffisants afin de garantir que l'échantillon de calage est suffisamment représentatif des processus simulés et de leur variabilité. Pour l'obtention de performances comparables sur les deux périodes, une répartition optimale de 60 % - 40 % des données entre calage et évaluation plutôt que le partage traditionnel 50 % - 50 % est préconisée par Mourad *et al.* (2005).

### Test d'évaluation interne

Dans l'évaluation interne, les observations utilisées pour l'évaluation sont sélectionnées sur la base de techniques de rééchantillonnage. La plus simple de ces techniques consiste à effectuer la même opération qu'en évaluation externe, mais un grand nombre de fois en choisissant les échantillons de calage et d'évaluation par des tirages aléatoires sans remise dans l'échantillon de départ. La performance du modèle en prédiction est ensuite évaluée à partir des performances de chaque tirage.

Parmi les méthodes de validation croisée les plus appliquées, Mourad (2005) cite les techniques de Bootstrap (Efron 1979) et le Jackknife (Caceci 1989). Plus récemment Dembélé (2010) a utilisé la technique de LOOCV (Leave-One-Out Cross Validation) (Rudemo 1982). Le principe est présenté Figure 6.1.

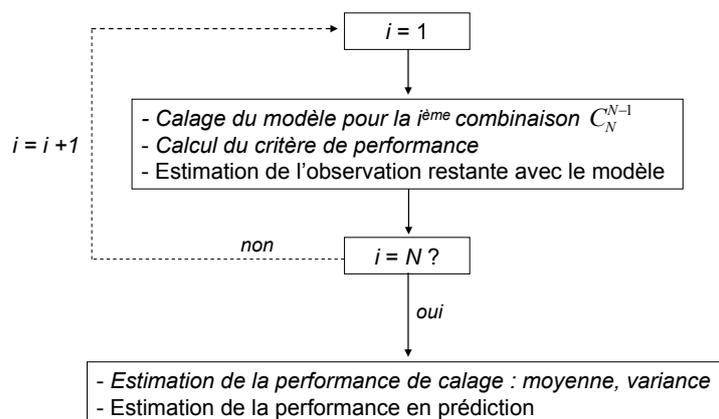


Figure 6.1. Procédure d'évaluation du pouvoir prédictif d'un modèle par la technique de LOOCV (Leave-One-Out Cross validation) (Source : Dembélé, 2010)

Pour un nombre  $N$  d'observations, le principe consiste pour chacune des  $N$  combinaisons de  $N-1$  observations parmi  $N$ , à caler le modèle avec les  $N-1$  observations et à simuler l'observation restante avec le modèle calé. La performance globale de calage est ensuite estimée par la moyenne des  $N$  performances. La performance globale de prédiction est estimée à partir des  $N$  valeurs simulées à chaque calage.

Les méthodes internes sont plutôt recommandées dans les cas où un nombre limité d'observations est disponible. En effet, elles permettent de bien mettre en évidence l'influence de chacune des observations sur la performance du modèle en calage et en évaluation. Leur utilisation pour un échantillon de grande taille n'est *a priori* pas adaptée, d'une part parce que les temps de calcul risquent de devenir très longs si le modèle testé est complexe et d'autre part parce que chaque observation a une influence moindre sur le calage du modèle. Cependant, dans le cas de modèles simples où les temps de calage sont faibles, leur application peut être intéressante pour la détection d'observations de type outliers ou présentant un comportement significativement différent du reste des observations.

Il est important de souligner, qu'externes ou internes, ces méthodes de test sont une manière d'évaluer l'incertitude liée à la représentativité des données (cf. paragraphe 4.3.1). Cette étape d'évaluation est actuellement appliquée de manière quasi systématique dans les études de modélisation de la qualité des RUTP (e.g. Dembélé 2010; Mourad *et al.* 2005; Muschalla *et al.* 2008; Dotto *et al.* 2009).

## 6.1.2 Les critères mathématiques de performance

Pour un jeu d'observations donné (calage ou évaluation), la performance du modèle est évaluée au moyen de critères mathématiques reflétant l'adéquation entre la simulation optimale et les observations. Parmi les critères possibles, nous retrouvons l'ensemble des fonctions objectif présentées dans le paragraphe 4.2.2, avec leurs avantages et leurs inconvénients.

Il semble logique de choisir comme critère de performance le même critère que celui utilisé pour l'optimisation des paramètres lors du calage. Cependant, il peut ne pas convenir pour une comparaison des résultats en calage et en évaluation. Par exemple dans le cas où une analyse des incertitudes est effectuée, le critère d'optimisation est la valeur de la vraisemblance ou de son logarithme. Or, cette dernière présente le même inconvénient que le critère de la RMSE, dont la valeur dépend du type de variable simulée et du nombre d'observations utilisées. Dans ce cas, un autre type de critère peut être adopté, comme par exemple le critère de Nash utilisé dans un grand nombre d'études de modélisation de la qualité des RUTP (Gamerith *et al.* 2008; Dotto *et al.* 2009; Dembélé et Becouze 2010; Freni *et al.* 2010a). Suivant l'objectif du modélisateur, il peut également être pertinent de calculer plusieurs critères de performance. D'une manière générale Schaepli et Gupta (2007), stipulent, sur la base d'une analyse critique du critère de Nash et Sutcliffe (1970), qu'il n'existe pas de critères mathématiques convenant de manière universelle mais que le choix d'un critère approprié et la manière dont il est interprété dépendent plutôt du contexte et des objectifs du modélisateur.

## 6.1.3 Vérification des hypothèses sur les résidus

Dans le cas où les incertitudes sur les paramètres ont été prises en compte lors du calage, que ce soit par la statistique classique ou bayésienne, une autre manière d'évaluer la cohérence

des intervalles de prédiction avec les observations est de vérifier la validité du modèle de résidus à partir duquel ils ont été déterminés. Par ailleurs, ce type d'évaluation permet de mettre en évidence à quel niveau les hypothèses ne sont éventuellement pas vérifiées et donner ainsi des pistes au modélisateur pour proposer de nouvelles hypothèses plus pertinentes. Enfin la vérification des hypothèses sur les résidus s'inscrit dans une démarche scientifique permettant de justifier la validité des méthodes. Dans cette perspective, l'analyse des résidus est une étape incontournable lors du test des modèles.

Nous rappelons que les hypothèses sur les résidus portent sur la forme de leur distribution, la nature de leur variance (résidus homoscédastiques ou hétéroscédastiques) et leur niveau d'auto-corrélation (cf. paragraphe 5.3.3). L'analyse de ces trois points requiert la mise en œuvre d'outils statistiques spécifiques. Xu (2001) par exemple propose une récapitulation des outils disponibles ainsi qu'une méthodologie d'analyse simple, illustrée pour le cas d'un modèle hydrologique. Les paragraphes suivants présentent les méthodes classiquement appliquées, relativement aux trois aspects de la caractérisation des résidus.

### ***Analyse de la forme de la distribution***

La forme de la distribution est souvent analysée par une simple représentation graphique. Dans le cas de l'hypothèse d'une loi normale, des tests statistiques simples, comme la méthode de Kolmogorov-Smirnov, peuvent être appliqués.

### ***Test de l'homoscédasticité***

L'hypothèse d'homoscédasticité peut être analysée par une représentation graphique des résidus en fonction de la variable simulée. Une valeur constante des résidus en fonction de la variable indique l'homoscédasticité tandis que l'observation d'une tendance contraire met en évidence une hétérosécédasticité des résidus. Dans le cas des modèles hydrologiques et de qualité, l'hétérosécédasticité, si elle est observée, est souvent caractérisée par une évolution croissante des résidus en fonction de la valeur simulée, du fait de la tendance des modèles à moins bien reproduire les pics de débit ou de concentration.

Des tests statistiques peuvent aussi être appliqués pour la caractérisation de l'homoscédasticité, par exemple le test de Kruskal-Wallis qui permet de tester l'hypothèse de l'appartenance d'échantillons à une même population.

### ***Analyse de l'auto-corrélation***

L'hypothèse d'indépendance des résidus ou au contraire de la présence d'une auto-corrélation dans le cas des modèles de séries chronologiques peut-être vérifiée en calculant simplement l'auto-corrélation des résidus pour différentes durées. Dans ce cas,  $\varepsilon_i$  peut aussi bien être écrit comme une fonction du temps  $t$ ,  $\varepsilon_t$ .

En notant  $k$  la durée d'analyse considérée, le coefficient d'auto-corrélation  $\rho_k$  s'écrit :

$$\rho_k = \frac{E\left[(\varepsilon_t - \mu_\varepsilon) \cdot (\varepsilon_{t+k} - \mu_\varepsilon)\right]}{\sigma_\varepsilon} \quad \text{Eq. 6.1}$$

Et son estimation à partir de la série de résidus disponible :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} x_t \cdot x_{t+k} - \frac{1}{n-k} \left( \sum_{t=1}^{n-k} x_t \right) \cdot \left( \sum_{t=k+1}^n x_t \right)}{\left( \sum_{t=1}^{n-k} x_t^2 - \frac{1}{n-k} \left( \sum_{t=1}^{n-k} x_t \right)^2 \right)^{1/2} \left( \sum_{t=k+1}^n x_t^2 - \frac{1}{n-k} \left( \sum_{t=k+1}^n x_t \right)^2 \right)^{1/2}} \quad \text{Eq. 6.2}$$

avec  $n$  le nombre de pas de temps.

L'intervalle de confiance pour la caractérisation d'une série indépendante est donné par la relation suivante (Haan 1977) :

$$r_k(95\%) = \frac{1}{n-k} \left[ -1 \pm 1.96 \cdot \sqrt{n-k-1} \right] \quad \text{Eq. 6.3}$$

Si la valeur de  $r_k$  se situe à l'extérieur de l'intervalle, l'hypothèse que la valeur du coefficient est nulle est rejetée et l'auto-corrélation à l'ordre  $k$  de la série peut être considérée comme significative.

## 6.2 Apports de l'analyse bayésienne

Nous traitons dans ce paragraphe de l'intérêt de la méthode bayésienne pour l'analyse et le développement futur des modèles. Le premier intérêt est l'information apportée par l'analyse de la distribution *a posteriori* des paramètres : elle permet de mieux comprendre la structure du modèle en mettant en évidence ses insuffisances. Le deuxième intérêt est le principe d'apprentissage. Ces deux aspects sont développés dans les paragraphes suivants.

### 6.2.1 L'analyse des paramètres

#### *Analyse de l'identifiabilité des paramètres*

L'application d'un algorithme MCMC donne directement accès aux distributions marginales des paramètres ainsi qu'aux corrélations entre les paramètres. L'analyse de ces deux éléments permet d'apprécier la qualité de l'identification (ou identifiabilité) du jeu de paramètres le plus vraisemblable.

L'analyse de la forme des distributions marginales permet d'abord une appréciation indépendante de chaque paramètre. Un paramètre bien identifié présente un maximum de vraisemblance unique et une distribution plutôt resserrée autour de ce dernier. A l'inverse, un paramètre mal identifié peut être caractérisé par :

- Une distribution plus uniforme dans l'espace possible du paramètre, sans maximum de vraisemblance marqué. Ce comportement est révélateur d'une insensibilité du modèle à ce paramètre, qui peut éventuellement être fixé et retiré du processus d'inférence. Cela peut également expliquer une difficulté de convergence des algorithmes MCMC pour ce paramètre.
- Plusieurs maximums de vraisemblance, mettant en évidence soit une distribution *a priori* trop large soit un problème d'interaction avec un ou plusieurs autre(s) paramètre(s).

- Une distribution tronquée, sur un ou deux côtés de la distribution, montrant que l'espace des paramètres possibles de la distribution *a priori* n'est pas assez large.

Les corrélations des paramètres sont dans la majorité des études analysées par des représentations graphiques de type « Scatter Plot » (e.g. Kanso *et al.* 2005b; Dotto *et al.* 2009; Laloy *et al.* 2010). Elles permettent une première appréciation de la forme multi-dimensionnelle des distributions *a posteriori*. Une absence de structuration du nuage de points met en évidence l'indépendance de deux paramètres, tandis qu'une corrélation suffisamment marquée révèle une surparamétrisation inutile du modèle. Un des deux paramètres peut être simplement déduit comme une fonction de l'autre, et cette dernière incorporée dans la structure du modèle. La fonction peut être estimée à partir de la corrélation observée. Des corrélations fortes peuvent être à l'origine de la faible identifiabilité de groupes de paramètres auxquels les résultats du modèle sont sensibles. La Figure 6.2 montre l'exemple d'une corrélation entre les paramètres d'accumulation et d'érosion du modèle d'Alley et Smith, mise en évidence par Kanso *et al.* (2005b) qui ont testé le modèle avec la méthode d'analyse bayésienne à l'échelle d'une rue.

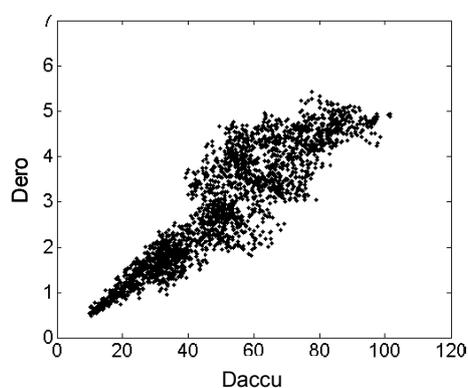


Figure 6.2. Exemple de la corrélation trouvée entre les paramètres Daccu et Dero du modèle d'Alley et Smith (1981) d'accumulation des sédiments sur la surface en temps sec testé par Kanso *et al.* (2005b) ; résultat d'un calage à l'échelle d'une rue

Quels que soient les problèmes d'identifiabilité mis en évidence, ces derniers sont à relier à la formulation des équations auxquelles ils se rapportent. Pour une amélioration du modèle, ces équations doivent donc être modifiées ou de nouvelles formulations proposées.

#### ***Analyse de l'effet d'apprentissage du processus inférentiel***

La comparaison des distributions *a posteriori* et *a priori* permet d'estimer l'effet d'apprentissage du processus inférentiel (Reichert 2009). Plusieurs cas sont possibles :

- Les distributions *a posteriori* des paramètres sont plus resserrées : le processus inférentiel a permis d'améliorer la connaissance des paramètres du modèle.
- Les formes des deux distributions sont proches : les observations utilisées pour le calage ne contiennent pas ou peu d'informations permettant d'améliorer la connaissance du modélisateur.
- Les distributions présentent des changements de position et/ou de forme significatifs. Cette situation met en évidence une divergence entre ce que révèlent les nouvelles observations et l'information *a priori*.

### ***Analyse de sensibilité du modèle aux paramètres***

L'influence des paramètres sur les résultats du modèle peut être évaluée *a posteriori* par une analyse de sensibilité basée sur l'étude des distributions *a posteriori*. L'objectif d'une telle analyse est d'identifier les paramètres qui contribuent le plus à l'incertitude sur la réponse du modèle. Ce sont en effet ces paramètres qui, mal identifiés, risquent d'avoir le plus d'influence en prédiction.

Du fait de l'information donnée par l'échantillonnage suivant la distribution *a posteriori*, il est possible d'appliquer des études de sensibilité des paramètres à l'échelle globale (c'est-à-dire en considérant l'espace entier des possibles). La méthode d'Hornberger et Spear (1981), à l'origine de la méthode GLUE, peut par exemple être appliquée. Les méthodes de décomposition de variance basées sur le calcul d'indices de sensibilité peuvent également être utilisées (Saltelli *et al.* 1999), comme dans l'étude récente de (Vezzaro 2008) pour l'étude d'un modèle de qualité des RUTP. Un autre exemple de technique est la méthode de « Morris screening » (Campolongo et Braddock 1999; Cropp et Braddock 2002). Pour une présentation plus détaillée des techniques possibles, nous renvoyons par exemple au guide pratique récemment proposé par (Saltelli *et al.* 2004).

L'approche globale la plus simple consiste à tracer la valeur de la fonction de vraisemblance dans le plan des paramètres considérés deux à deux, sous forme d'un nuage de points. Cette représentation permet de mettre en évidence les valeurs des paramètres pour lesquelles la vraisemblance n'est pas sensible. Ceci donne donc indirectement une idée de l'influence de chaque paramètre sur la réponse du modèle. Cette méthode a été appliquée récemment par Kanso *et al.* (2005a) pour le test de modèles de RUTP. Il faut cependant garder à l'esprit la limite de cette approche : du fait de la projection de l'espace entier des paramètres dans un plan, pour des raisons pratiques de lecture des graphiques, l'analyse graphique peut parfois conduire à une mauvaise interprétation de l'identifiabilité des paramètres par rapport à l'information apportée par l'analyse des distributions *a posteriori* (Vrugt, communication personnelle). Nous n'avons pas identifié, au moment de notre rédaction, de méthodes plus quantitatives que la lecture des graphiques. Une approche bibliographique complémentaire serait utile sur cette question (voir par exemple Saltelli *et al.* 2004).

## **6.2.2 Application du principe d'apprentissage**

Si le principe d'apprentissage bayésien s'applique au départ pour la détermination des distributions *a posteriori* des paramètres, il peut également être envisagé d'un point de vue plus général pour le test des modèles. En effet, le point de départ du calage d'un modèle est une information *a priori* sur i) les distributions des paramètres mais également sur ii) la structure du modèle et iii) l'hypothèse des caractéristiques des résidus.

L'apprentissage est également envisagé au départ pour les calages successifs d'un même modèle au fur et à mesure que de nouveaux jeux d'observations sont disponibles. Mais il peut tout aussi bien être appliqué pour un même jeu d'observations avec pour objectif l'amélioration de la structure du modèle testé. C'est par exemple le principe de l'analyse proposée par Reichert (2009) pour l'identification de la structure d'un modèle.

Des calages successifs du modèle sont effectués et les informations apportées par l'analyse des résultats (analyse des paramètres, vérification des hypothèses sur les résidus) sont utilisées pour tester une version améliorée de la structure du modèle. Les calages itératifs sont mis en œuvre jusqu'à parvenir à une structure optimale, ou au moins améliorée, du modèle. Le nombre

d'itérations dépend évidemment des objectifs du modélisateur vis-à-vis de la performance souhaitée du modèle et du temps disponible. En effet la procédure itérative multiplie les temps de calage, d'autant plus que le modèle est complexe.

La Figure 6.2 illustre le principe d'apprentissage bayésien, appliqué pour le test d'un modèle et un jeu d'observations donné. Nous distinguons dans la Figure le modèle physique, que nous appelons modèle phénoménologique, du modèle d'erreur. Une hypothèse simple pour ce dernier est considérée au départ, par exemple celle des Moindres Carrés. Un modèle d'erreur plus adapté peut ensuite être proposé au vu des résultats obtenus lors du premier calage, et ainsi de suite. Ce principe reprend celui appliqué par Schoups et Vrugt (2010) qui testent les modèles d'erreur dans un ordre de complexité croissante jusqu'à trouver le modèle le plus adapté.

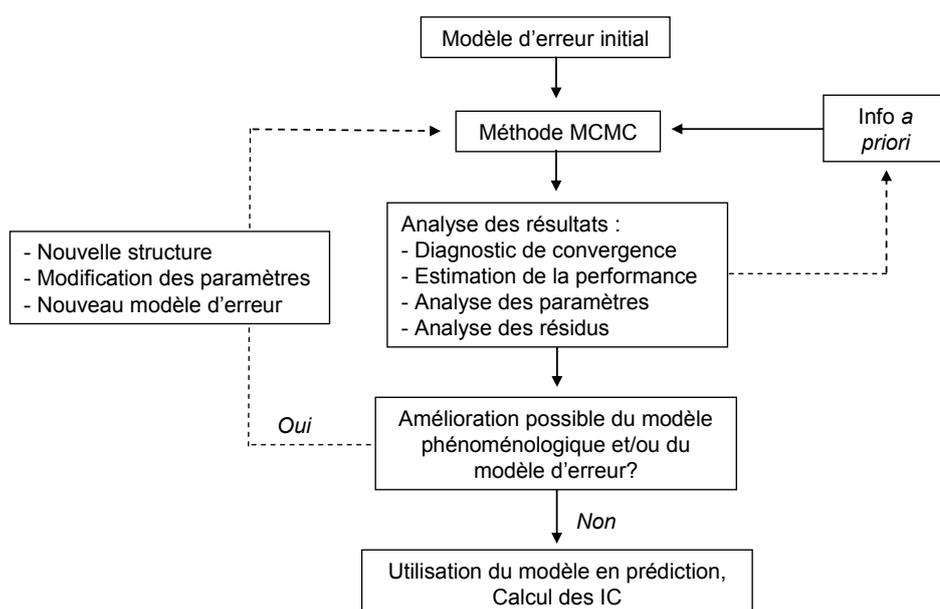


Figure 6.3. Méthodologie de test des modèles suivant le principe d'apprentissage bayésien

### 6.3 Quantification des sources d'incertitude

L'objectif d'une étude de quantification des sources d'incertitude est de répondre à la question suivante : comment distinguer les différentes sources d'incertitude à l'origine de l'incertitude totale de prédiction ? Comment quantifier leur impact sur le résultat, afin de pouvoir orienter le développement du modèle ?

La distinction de l'incertitude de prédiction liée à l'estimation des paramètres dans l'incertitude totale donne déjà une idée de la part d'incertitude que l'ajustement des paramètres ne peut pas compenser. Cependant il convient d'identifier plus finement l'origine de ces incertitudes.

Nous rappelons les trois sources d'incertitude majeures que nous avons distinguées dans le paragraphe 4.3 :

- L'incertitude sur le système de mesure.

- L'incertitude sur la connaissance des processus, c'est-à-dire sur la structure du modèle.
- L'incertitude sur la procédure de calage et d'estimation des incertitudes.

Nous présentons dans les paragraphes 6.3.1 et 6.3.2 deux des approches les plus courantes : les méthodes d'analyse de sensibilité et l'approche par la modélisation des sources d'erreur. Ces méthodes considèrent exclusivement les deux premières sources d'incertitude. En effet, l'incertitude liée à la procédure de calage, qui concerne surtout le cas des modèles complexes et la mise en œuvre des méthodes MCMC, est évaluée indirectement lors des diagnostics de convergence et par la vérification du paramétrage des algorithmes. Dans la mesure du possible, ces vérifications permettent d'éliminer ou tout au moins de minimiser cette source.

### **6.3.1 Analyse de sensibilité à une source d'incertitude**

De manière analogue à une étude de sensibilité aux valeurs des paramètres, la sensibilité des résultats du modèle peut être analysée par rapport aux sources d'incertitude. Différentes méthodes peuvent être utilisées, parmi lesquelles les techniques globale d'analyse de sensibilité présentées dans le paragraphe 6.2.1. L'objectif de ces méthodes est de quantifier l'impact d'une source d'incertitude sur les résultats du modèle. Autrement dit, il s'agit de quantifier de quelle manière la variance d'une source se propage sur la variance de l'incertitude de prédiction.

Les sources d'incertitude qui peuvent être quantifiées directement sont les incertitudes sur les données d'entrée et les observations. En effet, il n'existe pas de manière simple d'évaluer la distribution de l'incertitude sur la structure du modèle. L'impact de cette dernière peut seulement être estimé par la part de l'incertitude totale non expliquée par les autres sources d'incertitude.

Les paragraphes suivants présentent les méthodes principalement utilisées pour le test des modèles de qualité des RUTP. Elles sont basées sur la technique de Monte Carlo pour la propagation des incertitudes. Elles diffèrent suivant la manière d'analyser l'impact des sources d'incertitude sur le résultat : par rapport à la simulation optimale ou par rapport à la distribution *a posteriori* des paramètres et l'incertitude de prédiction qui lui est associée.

#### ***Analyse de sensibilité à la simulation optimale***

Le principe d'une telle analyse consiste à échantillonner les variables d'entrée et/ou les observations suivant leurs distributions. Pour chaque échantillon, le modèle est calé. L'analyse des simulations obtenues pour chacun des calages (moyenne, écart type) permet de quantifier l'impact des incertitudes sur les résultats.

L'avantage de ce type d'analyse est sa simplicité. En revanche son application reste limitée au cas des modèles simples pour lesquels les temps de calage sont courts. En effet un échantillonnage correct des distributions des incertitudes nécessite environ 5 000 à 10 000 tirages.

#### ***Analyse de sensibilité des distributions a posteriori***

Pour les modèles complexes, l'influence des incertitudes sur les données peut être évaluée directement lors de la mise en œuvre de la méthode bayésienne. Les incertitudes sont prises en compte lors de l'échantillonnage de la distribution *a posteriori*. C'est par exemple l'approche

proposée par Kleidorfer *et al.* (2009) pour le test de l'influence des incertitudes sur les données de pluie pour le cas d'un modèle simple de débit et de prédiction des flux de MES et d'azote. En revanche, la quantification des incertitudes sur les observations est encore peu considérée dans les études de la qualité des RUTP (Deletic *et al.* 2009).

Les incertitudes peuvent être prises en compte de deux manières lors de l'échantillonnage de la distribution *a posteriori* :

- Pour chaque jeu candidat, les données (d'entrée et/ou observées) utilisées pour le calcul de la vraisemblance incluent chacune une incertitude échantillonnée suivant la distribution estimée.
- Pour chaque jeu candidat, l'ensemble de la distribution des incertitudes est échantillonnée, puis pour chaque valeur la vraisemblance est calculée et enfin la vraisemblance finale est estimée par leur moyenne.

Si la deuxième alternative est en théorie plus rigoureuse, elle implique des temps de calcul beaucoup plus élevés. La première alternative constitue une approximation acceptable du fait que la taille de l'échantillon final de la chaîne de Markov garantit que la distribution des incertitudes sur les données aura été bien échantillonnée à l'échelle globale de la chaîne.

L'influence des incertitudes est ensuite quantifiée par l'analyse des distributions *a posteriori* des paramètres : celles-ci sont par exemple comparées avec celles obtenues sans prendre en compte les incertitudes. Kleidorfer *et al.* (2009) mettent ainsi en évidence dans le cas d'un modèle de débit que seules les incertitudes systématiques ont une influence significative sur les paramètres. Pour le modèle de qualité, l'étude montre en revanche que les incertitudes de type aléatoire ont également un impact non négligeable.

### 6.3.2 Modélisation des sources d'incertitude

Un autre volet de la quantification des incertitudes repose sur la modélisation des sources d'erreur dans le cadre d'une analyse bayésienne. Ce cadre d'analyse, intitulé Bayesian Total Error Analysis (BATEA) et proposée par Kavetski *et al.* (Kavetski *et al.* 2002), a été développé depuis (Kavetski *et al.* 2002; Kavetski *et al.* 2006a; Kavetski *et al.* 2006b; Kuczera *et al.* 2006; Thyer *et al.* 2009; Renard *et al.* 2010) et repris par d'autres auteurs (e.g. Vrugt *et al.* 2008c).

Dans ce type d'analyse, les erreurs sur les données et sur la structure du modèle sont prises en compte de manière formelle, comme l'illustre la Figure 6.4. Les erreurs sont estimées par des modèles comportant eux-mêmes des paramètres. Ces derniers sont estimés lors du processus d'inférence en même temps que les paramètres du modèle phénoménologique. L'importance de chacune des sources d'erreur peut ensuite être quantifiée par l'analyse des distributions des paramètres.

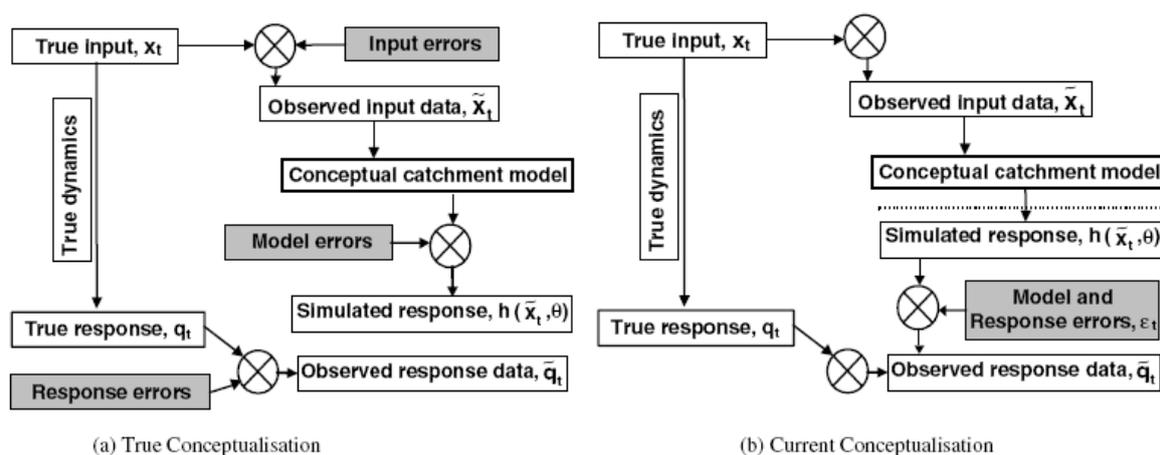


Figure 6.4. Représentation schématique de la propagation des erreurs dans un modèle de type CRR (conceptual rainfall runoff) ; les sources d'erreur sont en grisé ; à droite la conceptualisation classique ne distinguant pas les sources d'erreur ; à gauche illustration du cadre d'analyse BATEA intégrant dans le processus de modélisation un modèle d'erreur pour chaque source d'incertitude (Source : Kuczera *et al* (2006) repris de Kavetski *et al.* (2002))

La difficulté de cette analyse réside dans la définition des modèles d'erreur. Un modèle mal défini peut conduire à une détérioration des résultats du modèle phénoménologique ou à une mauvaise interprétation de l'impact de la source d'erreur. De plus le nombre de paramètres de calage est plus élevé, ce qui doit rester compatible avec le nombre de données disponibles. Enfin des phénomènes de compensation entre les paramètres des différents modèles d'erreur peuvent être observés, ce qui rend plus difficile l'analyse de leurs distributions et de leurs impacts respectifs sur les résultats du modèle (Vrugt *et al.* 2008a).

Ce cadre d'analyse n'est pour l'instant pas appliqué pour la modélisation de la qualité des RUTP, en partie du fait du nombre limité de données de calage. Les applications actuelles concernent en grande majorité les modèles hydrologiques de bassins versants ruraux. Un exemple récent de modélisation de l'erreur sur la mesure de pluviométrie est proposé par Vrugt *et al.* (2008c). Un facteur correctif multiplicatif est appliqué à l'échelle événementielle. Le nombre de paramètres de calage supplémentaire est donc égal au nombre d'événements pluvieux du jeu de calage. L'étude met en évidence une influence significative de l'incertitude sur la mesure de la pluie. En particulier, les plus grandes incertitudes sont associées aux faibles précipitations tandis que les valeurs des multiplicateurs calés pour les grosses pluies sont plus faibles.

Si ce modèle semble intéressant, son application nécessite d'abord de disposer d'un nombre suffisant de données ainsi que d'un algorithme MCMC performant. De plus, sa transposition à l'échelle d'un bassin versant urbain n'est pas forcément pertinente. En effet, du fait de l'échelle temporelle des processus considérés, la correction de la pluviométrie à l'échelle événementielle risque de ne pas prendre en compte de manière assez fine l'incertitude sur les mesures. Une correction à l'échelle du pas de temps, par exemple, nécessiterait autant de coefficients multiplicateurs à caler, ce qui n'est plus réaliste.



## Conclusion

Cette partie 2 a mis en évidence la diversité des méthodes disponibles pour l'estimation des incertitudes dans le processus de modélisation. Les hypothèses formulées pour chacune des méthodes présentées ont été explicitées ainsi que les méthodes d'analyse possibles pour leur vérification. La question du choix d'une méthode adéquate a également été abordée : il dépend de la complexité du modèle testé, du contexte de l'étude et des objectifs du modélisateur. Enfin l'intérêt de la prise en compte des incertitudes pour le test des modèles a été rappelé. L'analyse bayésienne notamment offre un cadre approprié pour l'orientation du développement des modèles.

Plus spécifiquement, nous tirons de cette partie les conclusions suivantes :

- L'application d'une méthode d'analyse, quelle qu'elle soit, nécessite la vérification a posteriori des hypothèses qui la supportent. Cette étape garantit la validité des conclusions de l'analyse.
- Dans le cas des méthodes complexes, la méthode bayésienne formelle nous semble la plus fiable d'un point de vue théorique, sans pourtant nier les difficultés de sa mise en œuvre, principalement la validité du modèle d'erreur et l'utilisation des méthodes MCMC.
- La prise en compte des incertitudes lors du calage et du test des modèles apporte au modélisateur une information riche à laquelle ne donne pas accès un calage simple. Elle permet notamment de cibler les points faibles du modèle et d'identifier les sources d'incertitude prépondérantes affectant les résultats.
- On observe depuis les deux dernières décennies un intérêt croissant de la part des hydrologues pour les méthodes d'analyse bayésienne et leur application pour le test des modèles. L'émergence et la mise au point d'algorithmes de plus en plus performants renforcent ce constat.
- L'application du principe d'apprentissage de la méthode bayésienne offre un cadre performant de test des modèles. Pour un jeu de calage donné, la structure du modèle peut être améliorée par la mise en œuvre de calages successifs, exploitant les résultats des tests obtenus à chaque étape.
- L'application des méthodes d'analyse d'incertitude en hydrologie urbaine, notamment pour le test des modèles de qualité des RUTP reste encore limitée mais connaît depuis quelques années un essor notable dans le domaine de la recherche. Un des points de blocage majeur pour leur application vient du manque de données en quantité et en qualité. Notre connaissance des processus est limitée, ce qui se traduit par de fortes incertitudes sur la structure des modèles. Le manque de données rend de plus difficile le calage de modèles complexes (incluant des modèles d'erreur), qui comprennent un nombre élevé de paramètres. L'apparition de bases de données importantes devrait rendre l'application des méthodes plus robustes et faciliter leur intégration systématique dans la démarche de modélisation.



## **Partie 3**

### **Construction de la base de données**



## Introduction

Mon expérience de doctorante montre que le processus d'acquisition, de traitement et de validation des données peut s'avérer une tâche longue, laborieuse, voire fastidieuse. Ce constat semble d'autant plus pertinent dans le cas des dispositifs de mesure en continu, où un grand nombre de mesures doivent être quotidiennement rapatriées, stockées, corrigées puis validées, avant de pouvoir être ensuite utilisées de manière satisfaisante dans les études.

Dans cette thèse, la construction de la base de données a commencé à partir des données brutes préalablement acquises dans le cadre de l'OTHU. Toutes les étapes antérieures de la chaîne d'acquisition de mesure, depuis la conception même du dispositif de mesure, sa mise en place et sa validation jusqu'à sa maintenance quotidienne ne seront donc pas présentées. De récents travaux (par exemple Lacour, 2009) traitent spécifiquement de ces aspects en abordant plus particulièrement les questions de la représentativité et la fiabilité des systèmes de mesure en continu dans les réseaux d'assainissement, ainsi que les aspects relatifs à la stratégie d'acquisition.

Comme point de départ de la base de données, nous disposons des enregistrements journaliers au pas de temps de deux minutes, aux exutoires des bassins versants de Chassieu et Ecully. Pour la période 2004-2008, cela représente près de 10 capteurs par point de mesure, 1827 jours sur toute la période, soit 1 315 440 mesures par capteur et point de mesure, soit au total 26 308 800 volumes à examiner.

L'objectif de cette partie est de mettre en évidence l'originalité et le contenu de la base de données élaborée dans le cadre de notre travail. D'une part il s'agit, à notre connaissance, de la première base de données aussi longue et représentative des flux polluants en hydrologie urbaine, obtenue à partir de mesurage *in situ* de turbidité en réseau. D'autre part, une attention particulière et systématique a été portée à l'estimation des incertitudes de mesure et plus généralement à la fiabilité des méthodes utilisées pour les différentes étapes du traitement des données.

Nous avons cherché à proposer et enrichir des méthodes et outils de traitement de données de façon pérenne dans une perspective d'application ultérieure, à la fois dans le cadre d'études de recherche et opérationnelles. Ainsi ce travail a-t-il été réalisé avec une volonté constante d'optimisation des outils élaborés, afin que cette expérience de traitement de données puisse profiter à d'autres et rendre le travail ingrat de traitement des données plus abordable.

Cette partie s'articule autour de trois chapitres :

- Le chapitre 7 décrit les deux sites d'étude.
- Le chapitre 8 présente la méthodologie utilisée pour le traitement des données, depuis la récupération des données brutes jusqu'au calcul des masses de MES et de DCO transitant à l'exutoire du réseau pendant les événements pluvieux.
- Le chapitre 9 est une présentation générale de la base de données finale avec pour chaque site une analyse critique de la qualité des mesures et de la représentativité des données disponibles.



## Chapitre 7

### 7 Présentation des sites d'étude

La partie 7.1 présente l'OTHU, la partie 7.2 les sites expérimentaux de Chassieu et Ecully et la partie 7.3 les dispositifs de mesure. Ces parties reprennent en grande partie la récente présentation proposée par Becouze (2010) et Dembélé (2010), qui travaillent également sur les sites expérimentaux de Chassieu et Ecully.

#### 7.1 Observatoire de Terrain en Hydrologie Urbaine (OTHU)

L'Observatoire de Terrain en Hydrologie Urbaine est un laboratoire de recherche hors murs, constitué par un ensemble d'appareils de mesure installés sur le système d'assainissement de l'agglomération lyonnaise et sur les milieux aquatiques recevant ses effluents ([www.othu.org](http://www.othu.org)).

L'exploitation scientifique de l'observatoire est assurée par la fédération de recherche OTHU créée en 1999. Cette fédération regroupe 13 équipes de recherche appartenant à 8 établissements de recherches lyonnais (INSA, BRGM, CEMAGREF, ECL, ENTPE, Université Lyon I, Université Lyon II, Université Lyon III) couvrant des champs disciplinaires variés (climatologie, biologie, chimie, hydrologie, hydraulique, hydrogéologie, santé...).

Les objectifs scientifiques de l'observatoire consistent essentiellement à mieux connaître :

- les précipitations, et plus généralement la climatologie, ainsi que les facteurs aggravant des risques d'inondation et de pollution par les eaux pluviales urbaines ;
- les volumes d'eaux et les masses de polluants produits et rejetés par une zone urbaine (accumulation et transfert lié au ruissellement) ;
- leur évolution à travers divers ouvrages (réseaux, bassins de retenue, dispositifs d'infiltration) ;
- leur devenir dans les systèmes naturels (rivières, sols et nappes) ;
- les changements, à différentes échelles de temps, dans les peuplements animaux et végétaux sur des gradients d'urbanisation.

Cinq sites expérimentaux ont été instrumentés depuis 1999, conjointement à un réseau pluviographique réparti sur la totalité du territoire du Grand Lyon. Une des ambitions de l'OTHU consiste à développer des stratégies nouvelles et plus durables de gestion des eaux pluviales en zone urbaine. Cet objectif vise à répondre à des enjeux socio-économiques importants et nécessite la mise en place d'une stratégie adaptée.

Le travail de cette thèse s'inscrit dans le cadre du deuxième objectif de l'OTHU. Plus spécifiquement il se rapporte au thème 2 : "Connaissance et maîtrise des flux produits et rejetés" (rapport d'activité scientifique OTHU, 2008). Ce thème a pour objectif de connaître les flux hydrauliques et polluants (MES, DCO, nutriments, micropolluants - métaux lourds, organiques, hydrocarbures, PCB, phénols), produits en temps sec et en temps de pluie par les systèmes

d'assainissement des zones urbanisées. Ces flux doivent être connus à différentes échelles de temps et d'espace, et en fonction de l'urbanisation et de l'occupation des sols, afin de pouvoir évaluer leurs impacts sur les milieux aquatiques récepteurs, superficiels et souterrains.

Notre travail s'est appuyé sur l'exploitation des données de deux des cinq sites expérimentaux, les sites de Chassieu-Django Reinhardt (appelé Chassieu dans ce document) et Ecully. La Figure 7.1 indique leur localisation sur le territoire du Grand Lyon.

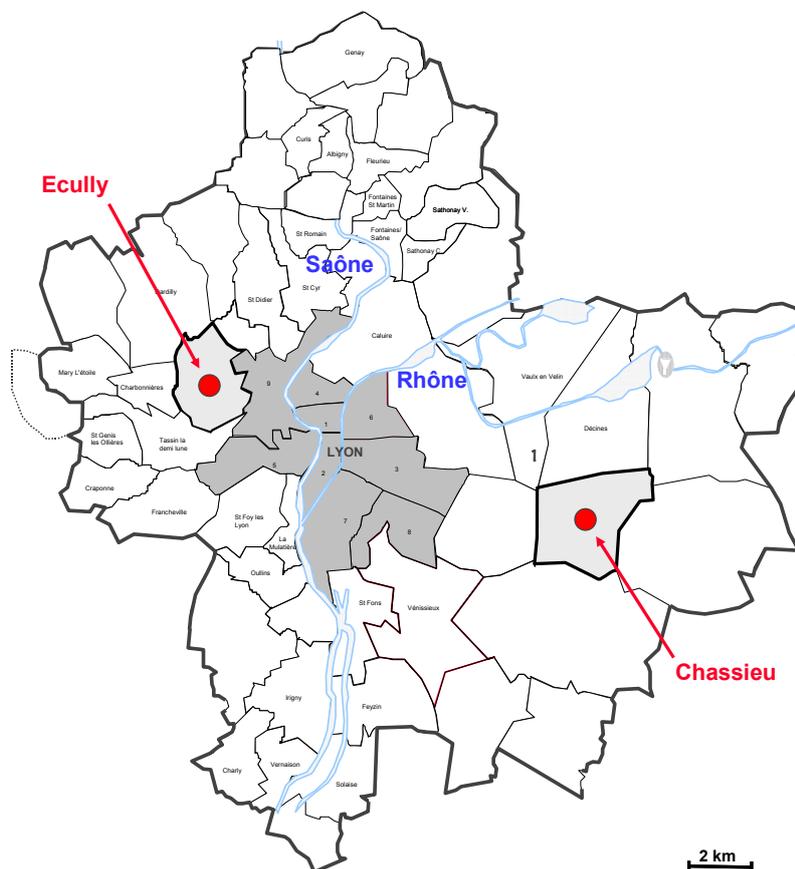


Figure 7.1. Localisation des deux sites expérimentaux sur le territoire du Grand Lyon  
(Source : [www.OTHU.org](http://www.OTHU.org))

## 7.2 Sites d'étude

### 7.2.1 Site de Chassieu - Django Reinhardt

Le bassin versant de Chassieu, d'une surface de 185 ha à dominante industrielle est drainé par un réseau séparatif. Le réseau pluvial a pour exutoire un bassin de décantation suivi d'un bassin d'infiltration situé au-dessus d'une nappe dont le toit est à 13 m de profondeur. Les volumes respectifs des deux bassins sont de 32 000 m<sup>3</sup> et 61 000 m<sup>3</sup>. La Figure 7.2 montre à gauche une vue aérienne du bassin versant de Chassieu-Django-Reinhardt et à droite une vue aérienne des bassins de retenue et d'infiltration.

L'ensemble est situé dans la plaine de l'Est Lyonnais dont le substratum est composé de dépôts fluvio-glaciaires.

Ce bassin versant est imperméabilisé à 72 % avec un coefficient de ruissellement de 0.4. Ce réseau reçoit en permanence, en plus des eaux pluviales, des eaux de temps sec théoriquement propres issues de process industriels de la zone (eaux de refroidissement par exemple).



Figure 7.2. A gauche : Vue aérienne du bassin versant de Chassieu-Django-Reinhardt. A droite : Vue aérienne des bassins de retenue et d'infiltration (Google Earth)

Comme indiqué sur la Figure 7.3, l'urbanisation est relativement uniforme, constituée de locaux industriels, de parkings et de terrains en friche. Quelques zones agricoles sont répertoriées en périphérie du bassin (sud ouest) avec des zones d'espaces naturels (8 % de la surface totale).



Figure 7.3. Carte d'occupation des sols du bassin versant Django-Reinhardt à Chassieu (via Arcview)

## 7.2.2 Site d'Ecully

Ecully est une ville de la banlieue ouest de Lyon. Le bassin versant est une zone d'habitat résidentiel moyennement dense. La Figure 7.4 représente une vue aérienne du bassin versant. Ce bassin est drainé par un réseau d'assainissement majoritairement unitaire, avec quelques tronçons séparatifs (dans sa partie haute), cinq petits déversoirs d'orage et le déversoir principal du Valvert à l'aval, au niveau de l'exutoire. L'ensemble des effluents des déversoirs se jette dans les ruisseaux "les Planches" et "le Trouillat" lors des événements pluvieux sans passage par un système de traitement. Le déversoir du Valvert est le point principal de mesure (mesurage du débit et des polluants).

La surface drainée du bassin est de 245 ha avec les caractéristiques suivantes :

- Une pente moyenne de 2.7 %
- Un coefficient d'imperméabilisation estimé à 0.42
- Un coefficient de ruissellement de 0.15.



Figure 7.4. A gauche : Vue aérienne du bassin versant d'Ecully. A droite : Photo du point de rejet du DO Valvert à l'aval du bassin versant

Une étude de l'occupation des sols montre que ce bassin versant est majoritairement (60 %) occupé par des espaces verts aménagés, comme indiqué sur la Figure 7.5. Des zones agricoles sont répertoriées au nord du bassin versant, pouvant être à l'origine de certains apports en pesticides. Pour les deux sites, aucune présence de dépôts significatifs dans le réseau n'est répertoriée par les agents du Grand Lyon. Les pentes moyennes sont de 0,4 et 2,7 %, respectivement pour Chassieu et Ecully.



Figure 7.5. Carte d'occupation des sols du bassin versant d'Ecully (via Arcview)

Le Tableau 7.1 synthétise les caractéristiques des deux sites expérimentaux. Les ordres de grandeur des surfaces actives moyennes estimées pour chaque sont mentionnés. La surface active d'un bassin versant est définie comme la surface qui contribue effectivement au ruissellement. Elle est généralement inférieure à la surface imperméable du bassin versant, pour les événements pluvieux non exceptionnels, car toutes les surfaces imperméables ne sont pas raccordées au réseau. Les surfaces actives ont été déterminées pour les deux sites à partir de l'analyse des données sur les volumes précipités et les volumes écoulés (Becouze 2010).

Tableau 7.1. Caractéristiques des deux bassins versants étudiés

	<b>Ecully</b>	<b>Chassieu</b>
Localisation	Ouest de Lyon	Est de Lyon
Surface totale (ha)	245	185
Occupation des sols (% de la surface totale)	résidentiel	industriel
Imperméabilisation	42	75
Espaces verts aménagés	60	20
Zone agricole	5	4
Zone naturelle	1	4
Surface active moyenne (ha)	60	54
Pente moyenne (%)	2	0.4
Réseau d'assainissement	unitaire	séparatif pluvial

## 7.3 Dispositifs de mesure

### 7.3.1 Mesures en continu aux exutoires

Les différents sites de l'OTHU ont une installation métrologique de base commune. La Figure 7.6 montre les dispositifs mis en place à l'exutoire du bassin versant de Chassieu.



Figure 7.6. Photographie de la station de mesure installée en entrée du bassin de retenue décantation à Chassieu

Des mesures quantitatives et qualitatives sont effectuées en continu au pas de temps de 2 minutes à l'exutoire du réseau pluvial, en amont du bassin de retenue. Pour l'estimation du

débit, des mesures de hauteur et de vitesse sont effectuées directement dans le réseau. Pour la qualité, les mesures sont réalisées dans un canal de mesure placé en dérivation dans un bungalow et alimenté en continu par une pompe péristaltique à débit constant de 1 L/s avec une vitesse moyenne d'aspiration de 1 m/s. Le bungalow de mesure type est présenté Figure 7.7. Les principaux paramètres mesurés en continu sont la température, le pH, la conductivité et la turbidité. Cette dernière est mesurée par néphélométrie sur une gamme de 0-4000 FNU (Formazine Nephelometric Units).

Tous les capteurs sont connectés à une centrale d'acquisition de données SOFREL S50 qui stocke les données au pas de temps de 2 minutes. Elles sont envoyées par modem chaque nuit au laboratoire.

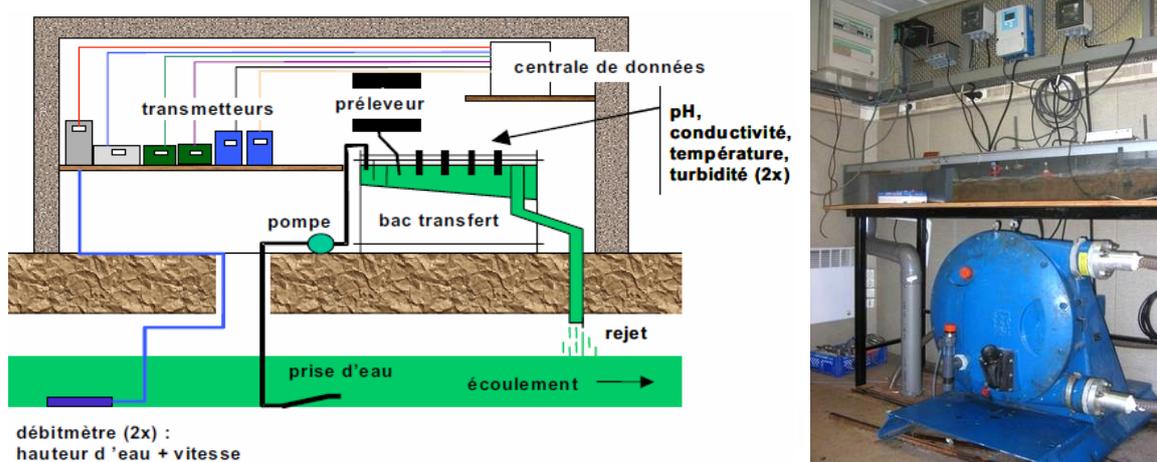


Figure 7.7. A gauche : Schéma de la station métrologique type, à droite : photo de la pompe péristaltique et du canal de dérivation dans la station (photo Bertrand-Krajewski)

Le Tableau 7.2 récapitule la liste des capteurs actuellement utilisés dans les stations métrologiques pour chaque site. Les capteurs redondants ont été choisis pour réduire la probabilité de pannes simultanées et obtenir une meilleure fiabilité des données. Chaque capteur est initialement puis régulièrement étalonné pour assurer la fiabilité et la qualité des données (Bertrand-Krajewski *et al.* 2008). Une description exhaustive des capteurs utilisés sur la période 2004-2008 est disponible dans Dorval (2010).

Tableau 7.2. Récapitulatif des capteurs utilisés pour la mesure en continu des paramètres de quantité et de qualité dans le cadre de l'OTHU

	Capteurs	Marques	Principes de mesure	Chassieu	Ecully
Quantitatif	Hauteur 1	sonde Siemens <sup>1</sup> / Flodar <sup>2</sup>	Sonde à ultra-son	X <sup>1</sup>	X <sup>2</sup>
	Hauteur 2	sonde Nivus OCM PRO	Sonde piézométrique	X	X
	Vitesse 1	sonde Flopro platon	Sonde effet Doppler	X	-
	Vitesse 2	sonde Nivus OCM PRO	Sonde effet Doppler	X	X
	Vitesse 1	sonde Flodar	Sonde radar	-	X
	Vitesse 3	sonde Flopro platon	Sonde effet Doppler	-	X
Qualitatif	Conductivité 1	sonde Yokogawa	Sonde à induction	X	X
	pH	sonde Yokogawa		X	X
	Turbidimètre 1	sonde Endress hauser	Sonde néphélogéométrique	X	X
	Turbidimètre 2	sonde Lange	Sonde néphélogéométrique	X	X
	Spectromètre S-can	S-can		X	X

### 7.3.2 Mesures pluviométriques

Pour chacun des deux sites d'études, les précipitations sont estimées à partir d'un pluviomètre installé à proximité ou sur le bassin versant. Pour les années 2004 à 2006, les pluviomètres de Bron et de Champagne sont utilisés. Il s'agit de pluviomètres à augets. Depuis 2007, des pluviomètres à pesée ont été spécifiquement implémentés à proximité des deux sites de mesures. Une description détaillée des appareils de mesure est disponible dans Dorval (2010). Pour toute la période, les mesures sont effectuées au pas de temps de 1 minute. La localisation des pluviomètres est indiquée Figure 7.8.

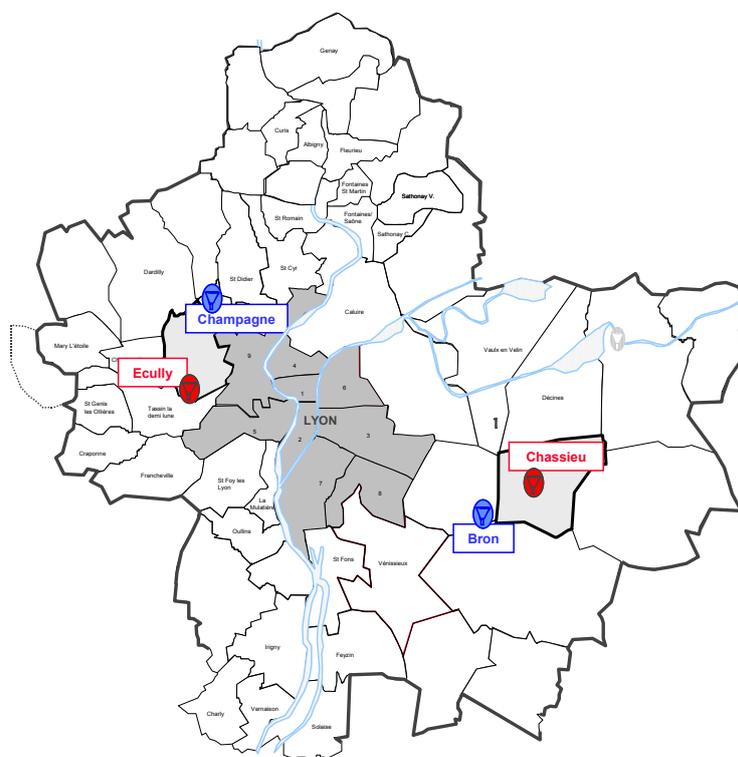


Figure 7.8. Localisation des pluviomètres de Bron, Champagne, Chassieu et Ecully sur le territoire du Grand Lyon

## Chapitre 8

### 8 Traitement des données

Une présentation détaillée des étapes de traitement des données a fait récemment l'objet de publications (Métadier et Bertrand-Krajewski 2010a; 2010b) (voir annexe 1). Les différentes étapes depuis les données brutes jusqu'au calcul des masses événementielles de MES et de DCO avec leurs incertitudes sont décrites pour l'exemple du site de Chassieu. Nous ne reprenons donc pas ici en détail tous les calculs.

La partie 8.1 explique comment le débit et les concentrations en MES et DCO et leurs incertitudes ont été estimés. La méthode utilisée pour l'identification des événements pluvieux est explicitée dans la partie 8.2. La partie 8.3 présente le calcul des concentrations moyennes événementielles (CME) et des masses événementielles de MES et DCO, avec leurs incertitudes pour les événements retenus.

#### 8.1 Calcul du débit et des concentrations en MES et DCO

##### 8.1.1 Données utilisées

Le débit a été calculé à partir des données de hauteur et de vitesse à l'exutoire du réseau, les concentrations en MES et DCO à partir des mesures en continu de la turbidité acquises dans le canal de mesure. Toutes les données ont préalablement été ramenées en temps universel afin de garantir la continuité des chroniques tout au long de l'année. Les données sur la période 2004-2008 ont été traitées selon les considérations suivantes :

- La redondance des capteurs n'a pas été prise en compte explicitement du fait des difficultés de mesure et de validation de données et des types de capteur utilisés. Nous avons considéré les mesures des meilleurs capteurs sur la période 2004-2008.
- Les données ont été corrigées en appliquant les fonctions réciproques des étalonnages, ces derniers étant des fonctions polynômes de degrés 1 à 3, puis validées suivant un protocole de validation établi sur la base de travaux antérieurs (Mourad et Bertrand-Krajewski 2001).

Les incertitudes types (NF ENV13005 1999) associées aux trois grandeurs ont été estimées à partir des considérations suivantes :

- Les incertitudes de mesure ont été calculées comme une résultante i) des incertitudes du capteur lui-même, estimées lors l'étalonnage et ii) des incertitudes liées aux conditions locales de mesure. Pour ces dernières, nous avons considéré :
  - o Pour la hauteur, une incertitude type de 7.5 mm liée aux fluctuations du niveau d'eau dans les collecteurs, à la non homogénéité éventuelle de la ligne d'eau et aux conditions d'installation des capteurs.

- Pour la turbidité, une incertitude type de 10 % de la valeur mesurée. Il s'agit d'une première approximation, établie sur la base de l'expérience des techniciens de l'OTHU.
- L'incertitude résultante est estimée en considérant que les deux sources sont indépendantes et additives (racine carrée de la somme des variances). Pour la vitesse, aucune distinction n'a été faite entre les deux sources d'incertitudes, faute d'étalons et d'information détaillée du constructeur sur la précision des capteurs. Une incertitude type totale constante de 0.5 m.s<sup>-1</sup> a été prise en compte.

### 8.1.2 Calcul du débit et de l'incertitude associée

Pour le site d'Ecully, l'exutoire est caractérisé par une section ovoïde. Une relation surface-hauteur établie à partir des premiers relevés géométriques *in situ* permet d'estimer le débit :

$$Q_i = (0.865 \cdot h_i + 0.307 \cdot h_i^2 - 0.134 \cdot h_i^3) \cdot v_i \quad \text{Eq. 8.1}$$

avec  $Q_i$  le débit calculé au pas de temps  $i$  [m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>],  $h_i$  la hauteur d'eau mesurée à l'exutoire au pas de temps  $i$  [m] et  $v_i$  la vitesse mesurée à l'exutoire au pas de temps  $i$  [m.s<sup>-1</sup>].

Pour le site de Chassieu, les données de vitesse sont difficilement exploitables, en raison des faibles hauteurs d'eau inférieures à 10-12 cm dans le collecteur dans les périodes de temps sec et de petites pluies, pour lesquelles les capteurs de vitesse Doppler ne permettent pas une mesure fiable. Le collecteur étant circulaire, la formule de Manning-Strickler a été utilisée pour le calcul du débit :

$$Q_i = K_{MS} \cdot I^{1/2} \cdot S_i \cdot Rh_i^{2/3} \quad \text{Eq. 8.2}$$

avec  $K_{MS}$  le coefficient de rugosité de Manning-Strickler [m<sup>1/3</sup>s<sup>-1</sup>],  $I$  la pente du collecteur [-],  $S_i$  la surface mouillée à l'exutoire au pas de temps  $i$  [m<sup>2</sup>] et  $Rh_i$  le rayon hydraulique à l'exutoire au pas de temps  $i$  [m].

Dans le cadre de ce travail, nous avons considéré une valeur fixe de la rugosité sur toute la section du collecteur pour laquelle la relation est valide. La valeur du coefficient  $K_{MS}I^{1/2}$ , noté  $a$ , et son incertitude  $u(a)$  ont été déterminées sur la base d'une modélisation 3D sous Fluent (Bertrand-Krajewski et Lipeme-Kouyi 2009) validée à partir des données de vitesse valides disponibles sur la période 2004-2005. Les valeurs déterminées sont  $a = 7.15 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$  et  $u(a) = 0.0474 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ . Pour les hauteurs d'eau inférieures à 2 cm, une extrapolation linéaire a été utilisée. L'estimation du débit à Chassieu fait actuellement l'objet d'études pour son amélioration. Des mesures par traçage à la Rhodamine WT (Lepot 2010) sont en cours afin de tester la validité des capteurs de vitesse et de la relation de Manning-Strickler. L'influence du changement de rugosité sur l'estimation du débit par la formule de Manning-Strickler est également étudiée.

Les incertitudes sur le débit ont été déterminées à chaque pas de temps en appliquant la loi de propagation des incertitudes (LPI) (NF ENV13005 1999) aux équations 8.1 et 8.2. L'hypothèse de normalité de la distribution des incertitudes a été validée par comparaison avec une propagation des incertitudes par la méthode de Monte Carlo (ISO/CEI GUIDE 98-3/S1 2008) (résultats non présentés).

La Figure 8.1 montre un exemple de chronique mesurée, lors de l'événement du 2 février 2008 à Ecully. Les chroniques de hauteur, vitesse, débit et turbidité sont représentées, avec pour chaque grandeur les intervalles de confiance à 95 % en grisé.

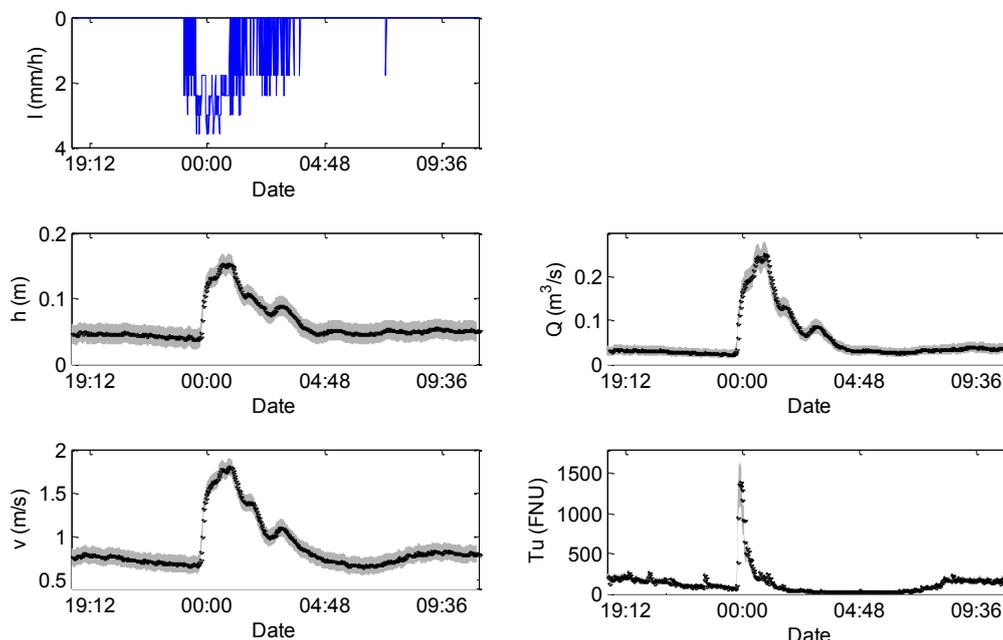


Figure 8.1. Exemple de résultats du traitement des données pour l'événement du 2 février 2008, à Ecully : hauteur, vitesse, débit et turbidité ; en gris les intervalles de confiance à 95 %

### 8.1.3 Calcul des concentrations en MES et DCO et de leurs incertitudes associées

#### 8.1.3.1 Établissement des relations [MES]-turbidité et [DCO]-turbidité

Les concentrations en MES et en DCO en continu ont été estimées à partir des données de turbidité en appliquant des corrélations spécifiques pour les deux sites. Ces dernières ont été établies sur la base d'études antérieures (Bertrand-Krajewski 2004; Bertrand-Krajewski *et al.* 2008; Torres 2008). La méthode d'établissement des corrélations est rappelée dans Métadier et Bertrand-Krajewski (2010a) avec l'exemple du site de Chassieu. Nous rappelons ici les principaux points concernant leur élaboration :

- Les fonctions considérées sont des fonctions polynômes, avec un degré 3 maximum :

$$C_X = \sum_{j=0}^d b_j \text{Turb}^j \quad \text{Eq. 8.3}$$

avec  $X$  le polluant considéré (MES ou DCO),  $C_X$  la concentration en  $X$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^3$ ],  $\text{Turb}$  la turbidité [NTU],  $d$  le degré optimal du polynôme et  $b_j$  les coefficients du polynôme,  $j \in [1 : d]$ .

- Les fonctions ont été déterminées à partir de triplets de valeurs [MES]-[DCO]-turbidité obtenus par mesurages sur échantillons (analyses des MES selon la méthode normalisée et de la DCO par micro-méthode) (Torres 2008).
- La présence éventuelle d'outliers dans les échantillons a été détectée par des tests spécifiques (Torres 2008).
- Des relations distinctes ont été établies initialement pour le temps sec et le temps de pluie.
- Les fonctions de corrélation ont été déterminées par régression de type Williamson (cf. Partie 2). Les incertitudes types des coefficients et leurs covariances ont été déterminées par simulations de Monte Carlo.
- Les degrés optimaux des polynômes ont été déterminés en associant un test de Snedecor et une analyse des incertitudes sur les concentrations en MES.

Pour le site de Chassieu, équipé d'un réseau séparatif, nous avons exclusivement considéré la corrélation établie pour le temps de pluie. En effet, nous ne nous intéressons pas au flux de temps sec que nous considérons négligeable par rapport au flux total mesuré pendant les événements pluvieux.

Dans le cas d'Ecully, équipé d'un réseau unitaire, la connaissance du flux de temps sec est nécessaire pour estimer sa contribution en temps de pluie. Aussi, nous avons construit une fonction de corrélation unique à partir de la totalité des échantillons mesurés, en temps sec et en temps de pluie. Même si cela se fait au détriment de la précision, l'emploi d'une telle méthode évite les sauts de valeur aux transitions temps sec / temps de pluie et temps de pluie / temps sec. Le nombre d'échantillons utilisés pour l'établissement des corrélations est de 61 et 79 respectivement pour Chassieu et Ecully.

Les résultats sont présentés dans le Tableau 8.1 qui précise pour chaque site et pour chaque polluant : le degré  $d$  du polynôme retenu, les valeurs des coefficients  $b_j$ , leurs incertitudes types  $u(b_j)$  et leur covariance  $\text{Cov}(b_i, b_j)$ . La variance résiduelle  $v_r$  est également indiquée. Les Figures 8.2 à 8.5 montrent les fonctions de corrélations, pour les MES et la DCO, dans l'ordre pour les sites de Chassieu et d'Ecully.

Tableau 8.1. Résultats des corrélations [MES]-turbidité et [DCO]-turbidité pour les sites de Chassieu et Ecully

Site	X	d	$b_j$	$u(b_j)$	$\text{Cov}(b_i, b_j)$	$v_r$
Chassieu	MES	2	$b_0 = 12.9$	$u(b_0) = 4.82$	$\text{Cov}(b_0, b_1) = -0.22$	46.032
			$b_1 = 0.70$	$u(b_1) = 0.072$	$\text{Cov}(b_0, b_2) = 3.6e-4$	
			$b_2 = 7.78e-4$	$u(b_2) = 2.36e-4$	$\text{Cov}(b_1, b_2) = 0.14e-4$	
	DCO	2	$b_0 = 71.7$	$u(b_0) = 11.3$	$\text{Cov}(b_0, b_1) = -1.23$	70.95
			$b_1 = 0.17$	$u(b_1) = 0.13$	$\text{Cov}(b_0, b_2) = 1.9e-3$	
			$b_2 = 7.79e-4$	$u(b_2) = 2.6e-4$	$\text{Cov}(b_1, b_2) = 0.31e-4$	
Ecully	MES	1	$b_0 = -40.5$	$u(b_0) = 5.44$	$\text{Cov}(b_0, b_1) = -0.19$	65.54
			$b_1 = 1.4$	$u(b_1) = 0.049$		
	DCO	2	$b_0 = -101$	$u(b_0) = 51.2$	$\text{Cov}(b_0, b_1) = -22.2$	296
			$b_1 = 2.99$	$u(b_1) = 0.47$	$\text{Cov}(b_0, b_2) = 0.032$	
			$b_2 = -1.09e-3$	$u(b_2) = 8.02e-4$	$\text{Cov}(b_1, b_2) = 3.44e-4$	

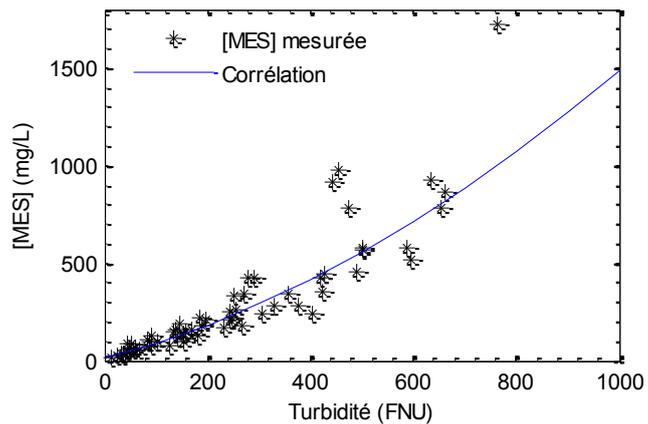


Figure 8.2. Corrélation [MES]-turbidité, site de Chassieu

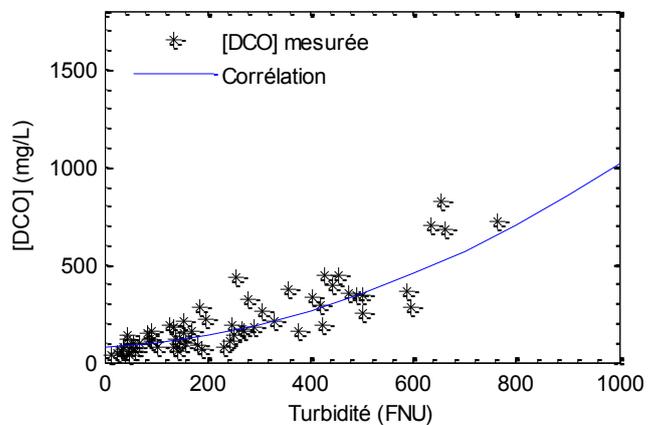


Figure 8.3. Corrélation [DCO]-turbidité, site de Chassieu

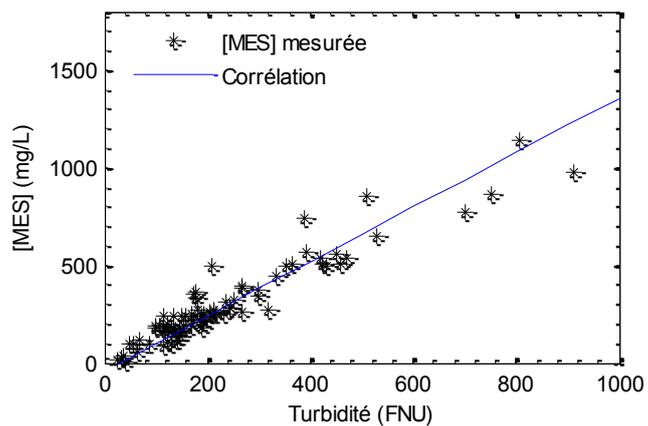


Figure 8.4. Corrélation [MES]-turbidité, site d'Ecully

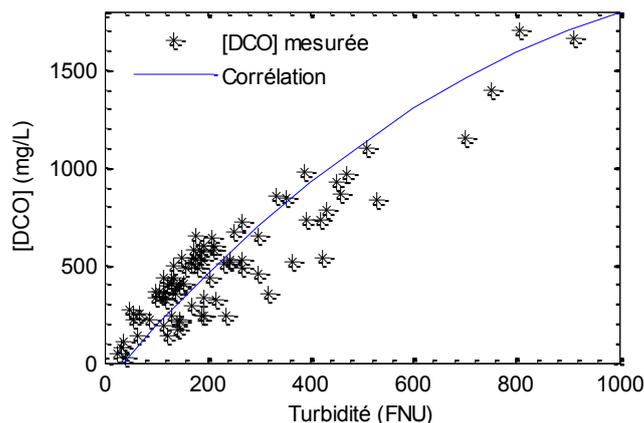


Figure 8.5. Corrélation [DCO]-turbidité, site d'Ecully

### 8.1.3.2 Calcul des concentrations et de leurs incertitudes

Les concentrations en MES et en DCO sont calculées à chaque pas de temps  $i$  à partir de la mesure en continu de turbidité en appliquant les fonctions de corrélation établies.

Pour les valeurs de turbidité inférieures à la plus petite des valeurs de turbidité,  $Turb_{INF}$ , utilisées pour l'établissement des régressions, on applique une relation linéaire entre l'origine et la valeur estimée par les fonctions de corrélations et  $Turb_{INF}$  :

$$C_X = \alpha \cdot Turb \quad \text{Eq. 8.4}$$

avec :

$$\alpha = \frac{\sum_{j=0}^d b_j Turb_{INF}^j}{Turb_{INF}} \quad \text{Eq. 8.5}$$

Ces valeurs représentent un pourcentage très faible des chroniques de turbidité pendant les événements pluvieux, et contribuent de manière très faible à la masse événementielle totale.

Les incertitudes types des concentrations ont été estimées au vu des considérations suivantes :

- La LPI a été appliquée aux équations 8.3 et 8.4.
- L'incertitude sur la moyenne et non sur l'individu a été considérée (cf. Partie 2). On considère donc que pour une même valeur de turbidité, plusieurs valeurs de concentrations en MES ou en DCO sont possibles. Nous nous intéressons à cette prédiction moyenne. La variance résiduelle n'est donc pas prise en compte dans le calcul.

La Figure 8.6 illustre le calcul des concentrations et de leurs incertitudes pour l'événement du 2 février 2008 observé à Ecully. Les flux de MES et de DCO sont également représentés. Les intervalles de confiance des concentrations de DCO sont larges pour des valeurs supérieures à  $1.5 \text{ kg.m}^{-3}$ . Cela correspond à des valeurs de turbidité supérieures à 1000 FNU (cf. Figure 8.1), qui sont au-delà de la gamme utilisée pour l'établissement de la corrélation DCO-turbidité (cf. Figure 8.5). Cette dernière remarque vaut également pour le site de Chassieu et pour les concentrations en MES pour les deux sites.

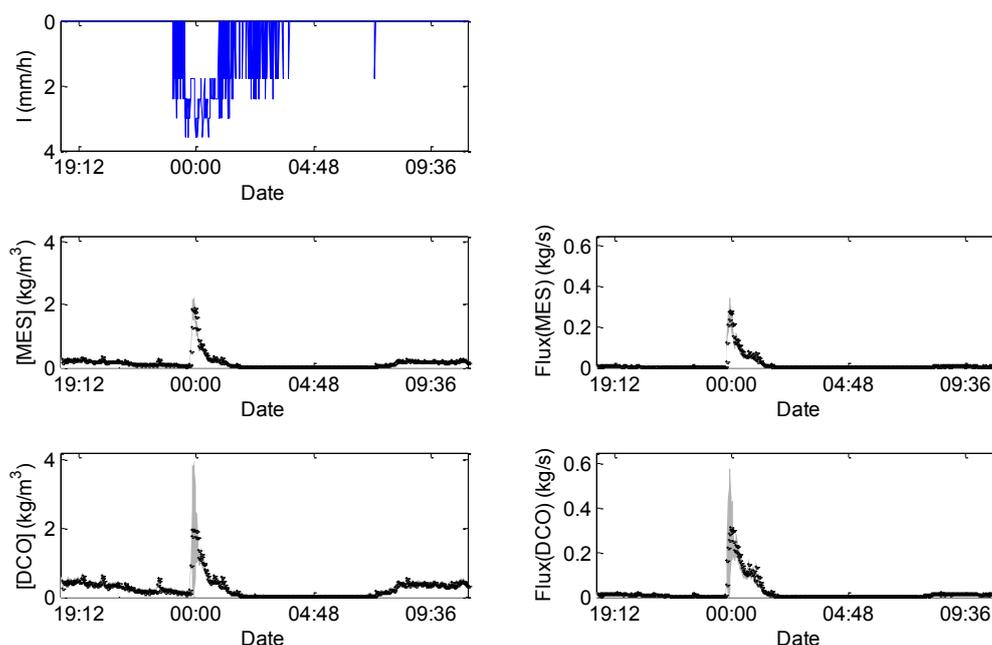


Figure 8.6. Exemple de concentrations et flux de MES et de DCO pour l'événement du 2 février 2008, à Ecully ; en gris les IC à 95 % ;

## 8.2 Identification des événements pluvieux

### 8.2.1 Délimitation préliminaire des pluies

Une délimitation automatique des épisodes de pluie sur les 5 années de mesure a dans un premier temps été réalisée pour les deux sites à partir des intensités de pluie enregistrées par les pluviomètres. Les critères classiques suivants ont été appliqués :

- 4 h de temps sec minimum entre 2 pluies consécutives, compte tenu des surfaces et des temps de concentrations des bassins versants.
- Une intensité moyenne de pluie supérieure ou égale à 0.1 mm/h.
- Une durée de la pluie supérieure ou égale à 4 minutes.

Une délimitation semi automatique a ensuite été effectuée pour déterminer les dates de début et de fin de crue. Les méthodes utilisées pour les deux sites d'études sont présentées dans les paragraphes suivants.

### 8.2.2 Site de Chassieu

Pour le site de Chassieu, une première délimitation automatique a été effectuée dans un premier temps selon les 3 critères suivants :

- Critère 1 : Un seuil de débit de 4 L/s pour distinguer le temps sec du temps de pluie. S'agissant d'un réseau séparatif pluvial, le débit de temps sec, principalement dû à des rejets industriels de refroidissement, est faible.

- Critère 2 : Pour être considérés comme distincts, deux événements pluvieux consécutifs doivent être séparés d'une durée minimum de 4 heures de temps sec (i.e. durée pendant laquelle  $Q < 4$  L/s).
- Critère 3 : La durée entre le début de la pluie et le début de l'hydrogramme de temps de pluie doit être inférieure à 2 heures.

La délimitation est effectuée en deux étapes : i) détermination des limites des événements uniquement à partir des données de débit en continu, suivant les critères 1 et 2, puis ii) mise en correspondance entre les hydrogrammes délimités au terme de la 1ère étape et les pluies (cf. paragraphe 8.2.1), suivant le critère 3, afin d'éliminer tous les hydrogrammes ne correspondant pas à une pluie.

Une validation manuelle a ensuite été réalisée :

- Les événements pour lesquels les données de débit et de turbidité sont simultanément disponibles ont été retenus.
- Les pluies faibles pour lesquelles aucune augmentation significative de débit n'est observée ont été enlevées.
- Les dates de début et de fin d'événement ont été systématiquement vérifiées et corrigées si besoin.

### 8.2.3 Site d'Ecully

Dans le cas d'Ecully, la présence de flux de temps sec variables ne permet pas l'utilisation d'un critère simple de type seuil. La délimitation a donc été effectuée de la manière suivante. Les pluies observées sur la période 2004-2008 ont été considérées une par une dans l'ordre chronologique. Celles pour lesquelles i) les données de débit et de turbidité sont disponibles et ii) une augmentation significative du débit par rapport aux conditions de temps sec est observée ont été retenues. Pour chacune de ces pluies, les dates de début et de fin de crue ont été déterminées de la façon suivante :

- Le jour de temps sec le plus proche est superposé à la période de crue, à la fois pour le débit et la turbidité. La définition du jour le plus proche est donnée en détail dans le chapitre 12. Ce signal de temps sec est une référence à celui qui aurait été observé s'il n'avait pas plu. La juxtaposition des signaux permet de repérer le moment où le débit et la turbidité passent au-dessus du signal de temps sec de référence (début de la crue) et celui où ils reviennent au même niveau (fin de la crue). Cette étape a été facilitée par un outil semi-automatique sous Matlab qui permet de visualiser graphiquement les dynamiques des flux.
- La dynamique de la conductivité est également examinée afin de confirmer les résultats : en début d'événement, l'apport d'eau pluviale induit une baisse de la conductivité des eaux usées (avec d'abord une hausse éventuelle en hiver due au salage des routes), qui remonte ensuite pendant l'événement jusqu'à se stabiliser. Dans la majorité des cas cette stabilisation nécessite en réalité plus de temps que celui d'un événement, du fait de la présence d'une composante d'infiltration lente. Cependant, la fin de l'événement est repérable par une augmentation plus faible de la conductivité.

Le principe de la méthode est illustré Figure 8.7 pour l'exemple du 2 février 2008 sur le site d'Ecully. Les dates de début et de fin de crue déterminées sont respectivement, dans ce cas, le 1<sup>er</sup> février 2008 à 23:40 et le 2 février 2008 à 07:00.

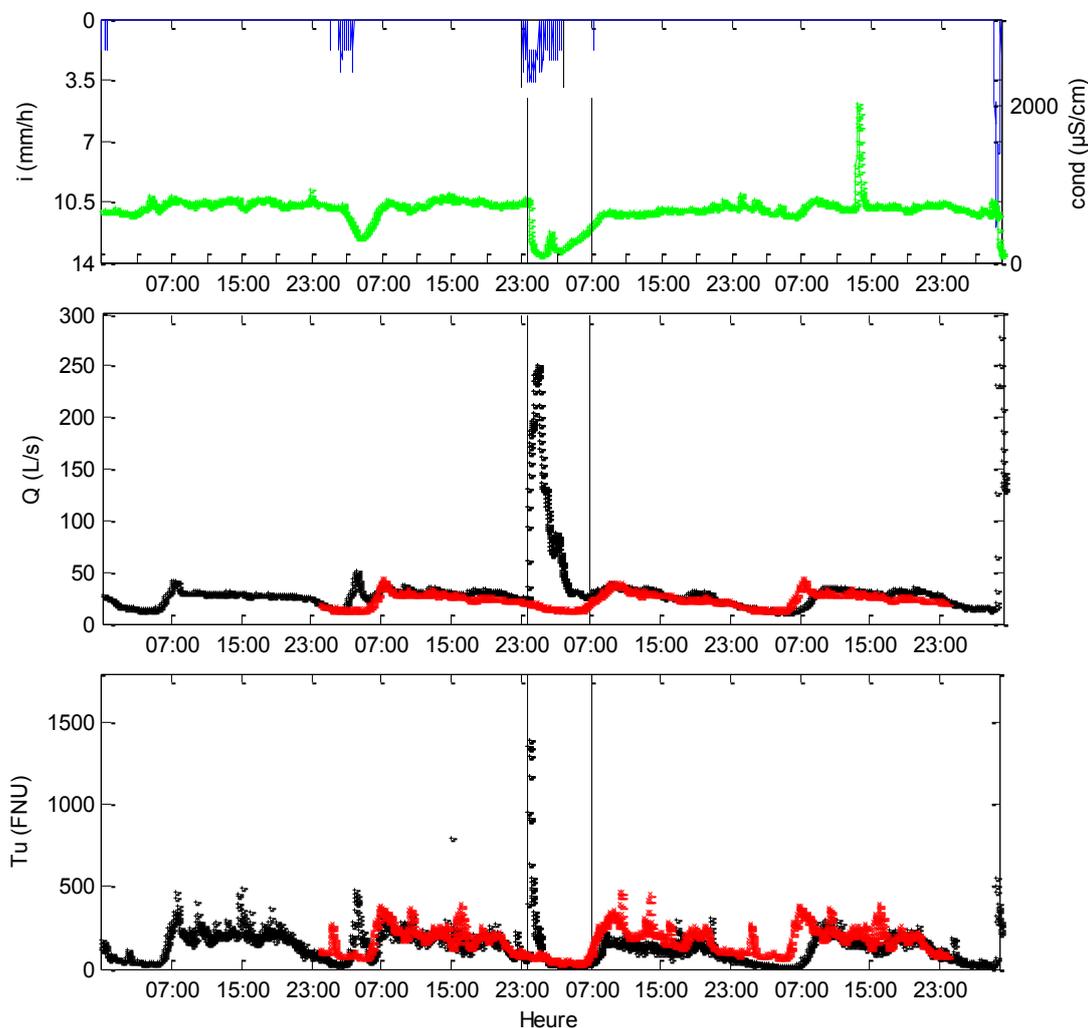


Figure 8.7. Illustration de la méthode d'identification des événements à Ecully pour l'événement du 2 février 2008, de haut en bas : la pluviométrie, la conductivité, le débit et la turbidité ; en rouge les signaux de temps sec les plus proches superposés ; les traits noirs verticaux indiquent le début et la fin de l'événement déterminés à partir de l'analyse des dynamiques

## 8.3 Calcul des masses et des concentrations moyennes événementielles de MES et DCO

### 8.3.1 Calcul des volumes ruisselés

Pour chaque événement pluvieux identifié, le volume total est calculé à partir de l'hydrogramme total mesuré à l'exutoire en temps de pluie, entre les dates de début et de fin de l'événement. L'incertitude type correspondante est calculée par la LPI.

### **8.3.2 Calcul des masses et des concentrations moyennes événementielles totales**

Les masses événementielles de MES et de DCO pour chaque événement sont calculées par intégration du flux entre les dates de début et de fin de l'événement. Les incertitudes type sont calculées comme suit :

- La LPI est appliquée en propageant les incertitudes types sur le flux à chaque pas de temps.
- Les incertitudes sur le flux sont elles-mêmes calculées avec la LPI à partir des incertitudes types sur les concentrations et les débits, supposées indépendantes.
- L'incertitude liée à la discrétisation temporelle du signal (Joannis et Bertrand-Krajewski 2009) n'est pas prise en compte dans le calcul, étant négligeable devant l'incertitude sur les flux (résultats non montrés ici). En effet, le pas de temps de mesure étant de 2 minutes, cette source d'erreur est apparue négligeable par rapport aux autres sources d'incertitude.
- Les covariances entre les incertitudes types des concentrations sont également négligées : on considère en effet que chaque mesure est indépendante de celles des pas de temps précédent et suivant.

Les concentrations moyennes événementielles (CME) sont obtenues en calculant le rapport de la masse totale sur le volume ruisselé. Les incertitudes types associées sont estimées suivant le même principe que celles des masses, par application de la LPI.

### **8.3.3 Distinction des apports de temps sec et de temps de pluie**

Pour le site d'Ecully, la contribution du temps sec aux volumes, masses et CME et les incertitudes types associées ont été évaluées. La méthode est présentée en détail dans le chapitre 12 consacré à l'analyse de temps sec. La soustraction de ces contributions dans les quantités totales permet une estimation de la contribution du temps de pluie stricte. Les incertitudes types sont alors calculées à partir des nouvelles expressions selon le même principe que pour les quantités totales.

## Chapitre 9

### 9 Présentation de la base de données finale

La partie 9.1 explique comment nous avons sélectionné les événements pour la constitution de la base de données finale, utilisée pour le travail ultérieur de modélisation. La partie 9.2 propose une analyse critique de la base de données. Enfin la partie 9.3 illustre les résultats avec des exemples d'événements caractéristiques pour les deux sites.

#### 9.1 Choix des événements

L'étape d'identification des événements pluvieux (cf. paragraphe 8.2) a permis de recenser d'une part les pluies significatives pour lesquelles des données de débit et de turbidité étaient simultanément disponibles et d'autre part de déterminer les dates de début et de fin de crue. A partir de cette première analyse, nous avons sélectionné les événements constituant la base de données utilisée dans la suite de la thèse pour le travail de modélisation. Les critères considérés pour cette sélection sont présentés dans les paragraphes suivants.

##### 9.1.1 Analyse des lacunes

Une première analyse des événements retenus a révélé la présence de lacunes dans certaines chroniques, la turbidité étant la grandeur la plus critique. Trois types de lacunes ont été identifiés :

1. Des lacunes de courte durée, souvent sur un ou quelques pas de temps,
2. Des lacunes plus longues mais raisonnablement comblables manuellement,
3. Des lacunes de longue durée, qui ne sont pas comblables manuellement, dues à des pannes des capteurs ou à des dysfonctionnements divers du dispositif de mesure.

Les événements présentant des lacunes de type 3 n'ont pas été retenus dans la base de données finale. Les lacunes de type 1 et 2 ont été comblées par interpolation linéaire simple.

##### 9.1.2 Exclusion des événements douteux

Dans un deuxième temps, les événements considérés comme douteux ont été également exclus de la base de données. Les événements classés comme tels sont caractérisés par :

- Une turbidité très bruitée, en général due à un encrassement des capteurs,
- Des problèmes évidents d'adéquations entre la pluie et la crue, dans le cas de petites pluies majoritairement, où la mesure pluviométrique ne semble pas être représentative,
- La présence flagrante de rejets industriels pendant l'événement pluvieux, pour le site de Chassieu.

### 9.1.3 Base de données finale

La base de données finale retenue pour le travail de modélisation comprend pour les sites de Chassieu et Ecully, respectivement 263 et 239 événements pluvieux. Les valeurs moyennes, maximum, minimum et les écarts types sont indiqués dans le Tableau 9.1 pour les volumes ruisselés, les masses et les CME en MES et DCO et les incertitudes types associées. Pour les deux sites, les grandeurs totales sont considérées. Les résultats de l'estimation de la contribution de temps sec à Ecully sont présentés dans le chapitre 12 (paragraphe 11.2).

Les incertitudes élargies sont indiquées sous forme relative ( $IR$ ) selon l'équation suivante :

$$IR(X) = \frac{2 \cdot u(X)}{X} \quad \text{Eq. 9.1}$$

avec  $X$  la grandeur considérée et  $u(X)$  son incertitude type. Les valeurs sont donc connues à +/-  $IR$  % pour un niveau de confiance de 95 %.

En moyenne, les incertitudes élargies relatives sont de l'ordre de 2-3 % pour le débit et 4-6 % pour les masses et les CME, ce qui est proche des ordres de grandeur obtenus dans d'autres études utilisant des séries de turbidité (Fletcher et Deletic 2007; Bertrand-Krajewski *et al.* 2008). En revanche les ordres de grandeurs des valeurs maximales sont plus élevés. Ce résultat peut s'expliquer par la prise en compte de termes supplémentaires dans le calcul : i) l'incertitude liée aux conditions de mesure pour la turbidité (incertitudes sur le système de mesure : alimentation du canal de dérivation, position des capteurs dans le canal) et ii) les incertitudes des corrélations turbidité - MES et turbidité - DCO.

Les incertitudes élargies relatives maximales sont de l'ordre de 25 % pour les masses et les CME de MES à Chassieu comme à Ecully, ce qui est proche des ordres de grandeur habituellement considérés pour les mesures obtenues par échantillonnage traditionnel. En revanche pour la DCO, des valeurs maximales de l'ordre de 75 % sont observées pour le site d'Ecully. Elles correspondent à l'événement du 11 juillet 2007 caractérisé par une pluie d'intensité moyenne ( $1.13 \text{ mm.h}^{-1}$ ) de très courte durée (17 minutes). L'examen détaillé des événements a montré que l'événement du 2 octobre 2008 présentait des caractéristiques comparables, avec  $IR = 65$  % pour une pluie d'intensité moyenne de  $1.03 \text{ mm}$  et de durée 2 h. A l'exception de ces deux événements, l'incertitude élargie relative maximum est de l'ordre de 25 %.

L'analyse détaillée des résultats montre également de manière générale que les incertitudes relatives sur les masses et les CME varient selon les événements. Elles sont souvent plus élevées pour des événements de faible à moyenne intensité avec des masses de polluants faibles. Cela s'explique par une importante augmentation de la turbidité pendant l'événement pluvieux, sur une durée relativement courte et pour un débit peu élevé donc connu avec une incertitude relative élevée. Il semble que la variabilité des incertitudes relatives dépend de nombreux facteurs en interaction : valeurs absolues et variations des débits et des concentrations, coïncidences ou non des pics de débit et de turbidité, etc. Il est difficile d'isoler un seul facteur explicatif.

Tableau 9.1. Synthèse de la base de données : valeurs minimum, maximum (entre crochets) et moyennes pour : le volume ruisselé total ( $V_r$ ), la masse totale ( $M$ ) et la concentration moyenne événementielle totale ( $CME$ ) de MES et de DCO, et les incertitudes élargies associées ( $IR$ ), sites de Chassieu et Ecully

Grandeur	Site	Chassieu	Ecully
$V_r$	Valeur (m <sup>3</sup> )	[84 - 42506] 2993	[120 - 42198] 3313
	$IR$ (%)	[0.4 - 9.1] 2.8	[0.3 - 6.8] 1.9
$M_{MES}$	Valeur (kg)	[5 - 6404] 371	[2 - 4294] 557
	$IR$ (%)	[1.8 - 18.5] 5.6	[1.1 - 19.9] 4.0
$M_{DCO}$	Valeur (kg)	[7 - 5823] 352	[2 - 7573] 976
	$IR$ (%)	[1.5 - 22.8] 5.1	[1.2 - 68.9] 5.5
$CME_{MES}$	Valeur (mg.L <sup>-1</sup> )	[22 - 1421] 144	[13 - 1433] 260
	$IR$ (%)	[1.7 - 18.0] 4.6	[1.0 - 18.8] 3.4
$CME_{DCO}$	Valeur (mg.L <sup>-1</sup> )	[54 - 966] 129	[16 - 1354] 441
	$IR$ (%)	[1.4 - 22.4] 4.0	[0.9 - 68.6] 4.9

## 9.2 Analyse critique de la base de données

Une analyse critique de l'efficacité du système de mesure est d'abord proposée. Cette analyse constitue pour les gestionnaires de réseaux un retour d'expérience intéressant sur l'utilisation des turbidimètres. La représentativité de la base de données finale a ensuite été étudiée à une échelle globale, en considérant la totalité de la période de mesure et à une échelle saisonnière.

### 9.2.1 Efficacité du système de mesure

Les Tableaux 9.2 et 9.3 présentent pour les sites de Chassieu et Ecully le nombre d'événements pluvieux significatifs observés et le nombre d'événements mesurés retenus dans la base de données, par année et pour la période totale de mesure. Pour chaque cas, l'efficacité du système de mesure est indiquée. Il convient de préciser que pour le site d'Ecully, les données de pluviométrie pour les mois de janvier à juillet 2005 et de juin 2006 ne sont pas disponibles pour cause de pannes de l'appareil. La procédure de sélection des événements pluvieux retenus dans la base de données et le calcul de l'efficacité du système de mesure sont illustrés Figure 9.1.

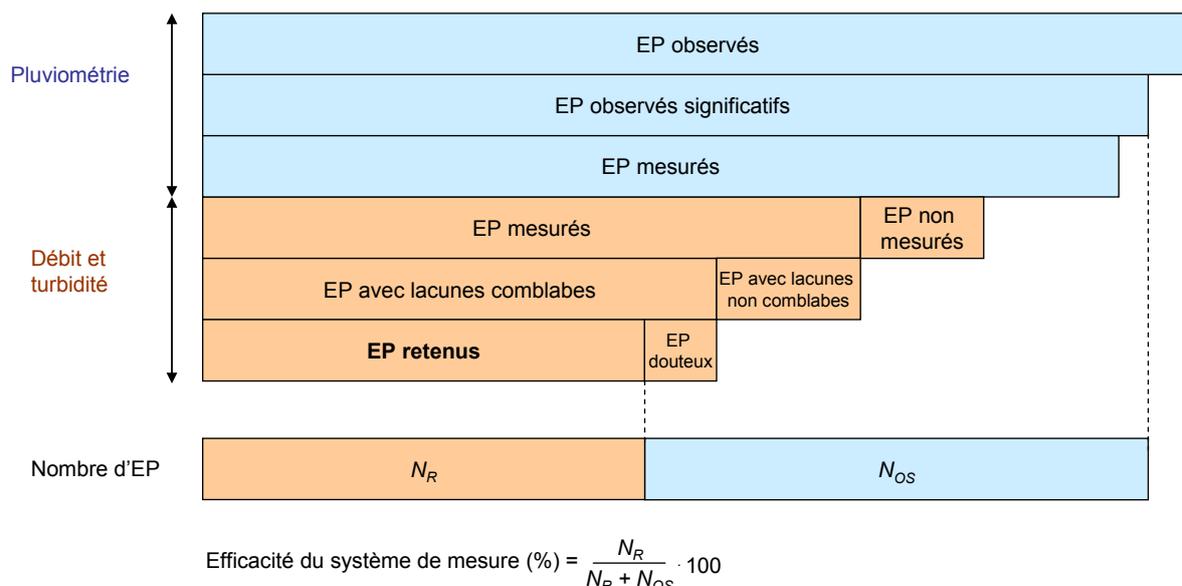


Figure 9.1. Illustration de la procédure de sélection des événements pluvieux (EP) retenus dans la base de données et du calcul de l'efficacité du système de mesure ; nombre d'événements observés significatifs (NOS) et retenus (NR)

Les résultats montrent une efficacité globale du système pour les deux sites de l'ordre de 40 % sur la période totale de mesure. L'efficacité du système de mesure sur les années 2004 à 2006 est assez variable suivant les deux sites (entre 15 et 50 %). Ceci s'explique par des problèmes d'ordre technique et un nombre réduit de techniciens pour l'entretien des systèmes de mesure sur certaines périodes. L'efficacité du système de mesure est plus stable pour les années 2007 et 2008 avec des valeurs entre 47 et 59 %. Ce constat est lié à une stabilisation de l'entretien des dispositifs de mesures. Les pourcentages restent néanmoins inférieurs à 60 %. Les principales raisons à cela sont les pannes fréquentes des pompes d'alimentation des canaux de mesure. Actuellement, une réflexion est en cours au sein de l'OTHU pour la rénovation des dispositifs de mesure afin de proposer des systèmes plus efficaces (changement des types de pompe notamment).

Tableau 9.2. Nombre d'événements pluvieux observés par année sur la période totale de mesure, et nombre d'événements mesurés retenus dans la base de données finale, site de Chassieu

Année	Événements observés	Événements de la base de données finale	Efficacité du système de mesure (%)
2004	130	23	18
2005	122	33	27
2006	117	49	42
2007	150	89	59
2008	136	69	51
2004-2008	655	263	40

Tableau 9.3. Nombre d'événements pluvieux observés par année sur la période totale de mesure, et nombre d'événements mesurés retenus dans la base de données finale, site d'Ecully

Année	Événements observés	Événements de la base de données finale	Efficacité du système de mesure (%)
2004	115	58	50
2005 (janvier-juillet)	66	18	27
2006 (sans juin)	82	12	15
2007	180	84	47
2008	128	67	52
2004-2008	571	239	42

## 9.2.2 Représentativité globale

Les Figures 9.2 et 9.3 présentent pour les deux sites (respectivement Chassieu et Ecully) les hauteurs de pluie cumulées en fonction des durées de pluie, pour la totalité des événements observés sur la période 2004-2008. Parmi ceux-ci, les événements mesurés et sélectionnés dans la base de données finale sont distingués. Les mêmes graphiques sont présentés dans les Figures 9.4 et 9.5, mais en considérant l'intensité moyenne de la pluie à la place de la hauteur cumulée.

Globalement les événements mesurés sont assez bien représentatifs des différents types d'événements observés sur la période 2004-2008. Cependant, dans le cas d'Ecully, les événements extrêmes, de forte intensité sur de faibles durées (Figure 9.5) sont moins bien représentés. Ces événements, correspondant à des intensités de pluie supérieures à 40 mm et des durées inférieures à 10 minutes, sont observés durant les périodes de fin de printemps-début d'été ou de fin d'été. L'événement exceptionnel du 15 avril 2005, observé sur les deux sites, n'a malheureusement pu être mesuré. Il correspond à une durée de l'ordre de 60 heures (du 15 avril 2005 tôt le matin jusqu'au 17 avril 2005 en fin de journée) pour une hauteur cumulée de l'ordre de 130 mm (132 mm à Chassieu et 129 à Ecully) et une intensité moyenne de l'ordre de 2.2 mm.h<sup>-1</sup> (2.26 mm.h<sup>-1</sup> à Chassieu et 2.14 mm.h<sup>-1</sup> à Ecully).

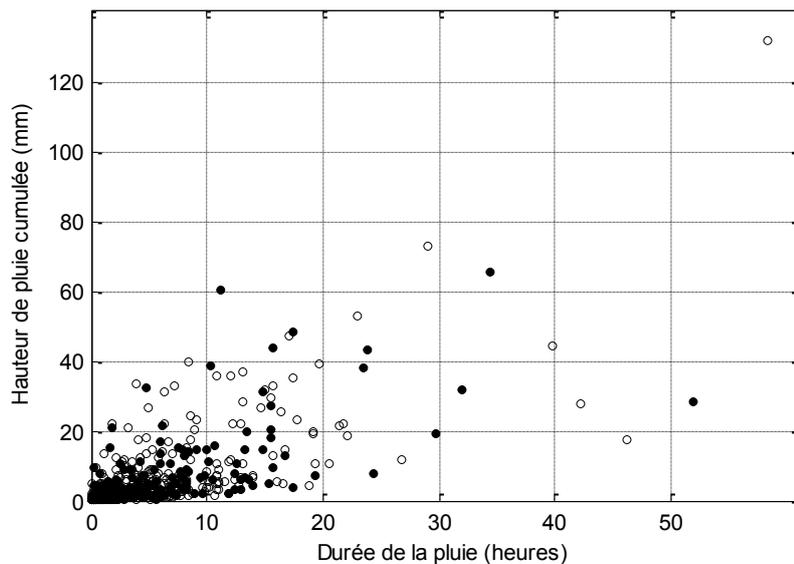


Figure 9.2. Évolution des hauteurs cumulées en fonction des durées de pluie pour la totalité des événements pluvieux significatifs observés sur la période 2004-2008. En noir ceux retenus dans la base de données finale, site de Chassieu

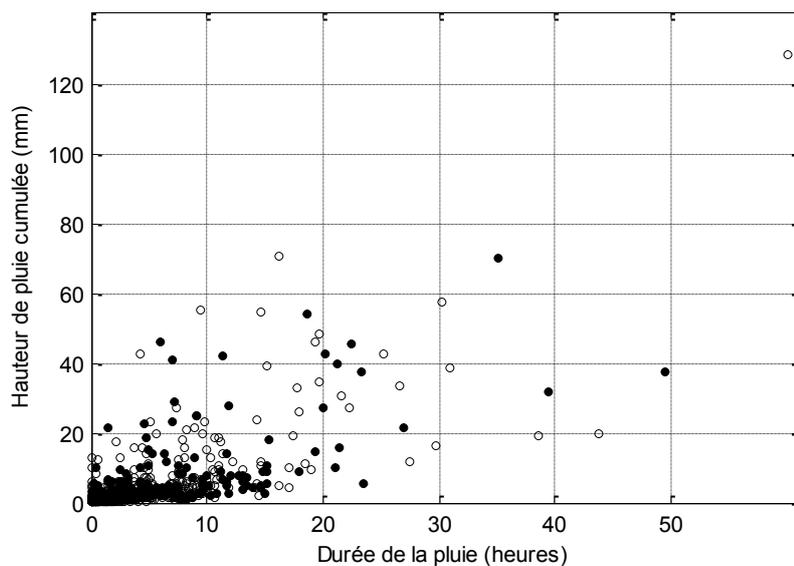


Figure 9.3. Évolution des hauteurs de pluie cumulées en fonction des durées de pluie pour la totalité des événements pluvieux significatifs observés sur la période 2004-2008 En noir ceux retenus dans la base de données finale, site d'Ecully

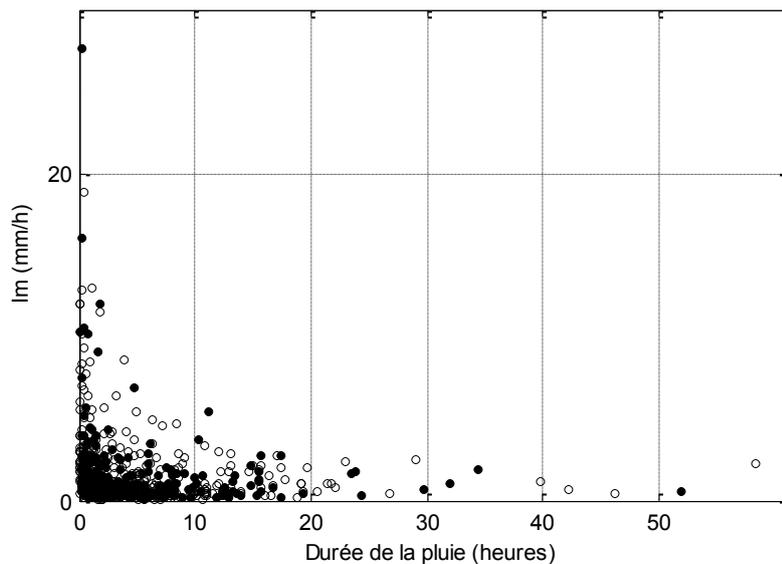


Figure 9.4. Évolution des intensités moyennes en fonction des durées de pluie pour la totalité des événements pluvieux significatifs observés sur la période 2004-2008. En noir ceux retenus dans la base de données finale, site de Chassieu

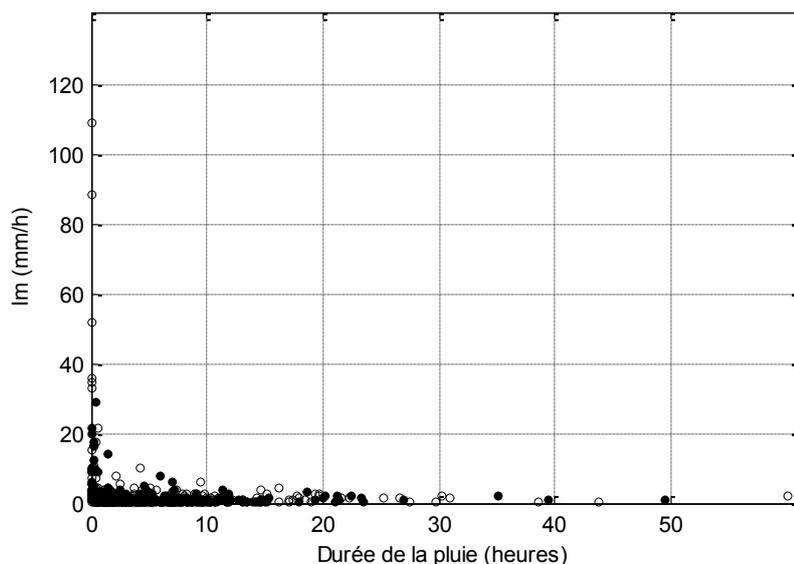


Figure 9.5. Évolution des intensités moyennes en fonction des durées de pluie pour la totalité des événements pluvieux significatifs observés sur la période 2004-2008. En noir ceux retenus dans la base de données finale, site d'Ecully

### 9.2.3 Représentativité saisonnière

La représentativité saisonnière des pluies a été analysée en représentant les hauteurs de pluie cumulée en fonction du quantième de l'année. Les Figures 9.6 et 9.7 présentent les événements pluvieux observés sur la période 2004-2008, avec l'indication de ceux retenus dans la base de données finale. Cette représentation met en évidence que les événements mesurés représentent bien dans l'ensemble les événements observés au cours de l'année.

Pour le site de Chassieu, les événements avec des hauteurs de pluie supérieures à 10 mm de la fin de l'été et de la deuxième partie de l'hiver sont toutefois moins bien représentés. Il apparaît également sur ce site que les mois de la période estivale sont moins bien représentés, avec une efficacité limitée du système de mesure. Ce constat s'explique principalement par des problèmes accrus de maintenance (encrassement des capteurs, pannes de pompes, etc.), liés à la réduction des personnels techniques pendant l'été et de manière plus générale à la réduction des activités professionnelles (réparation des pompes, commandes de matériel).

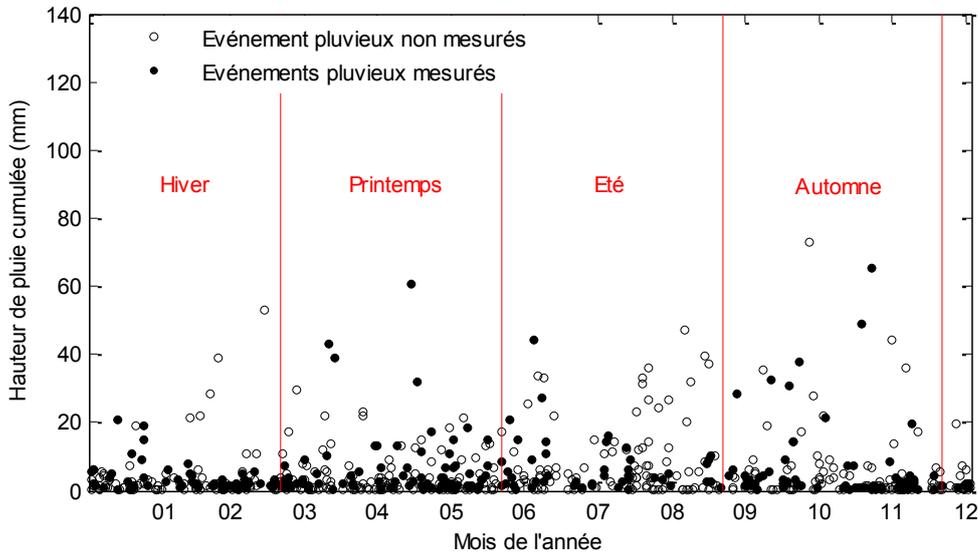


Figure 9.6. Hauteur de pluie cumulée en fonction du quantième de l'année pour tous les événements observés sur la période 2004-2008. En noir ceux retenus dans la base de données finale, site de Chassieu

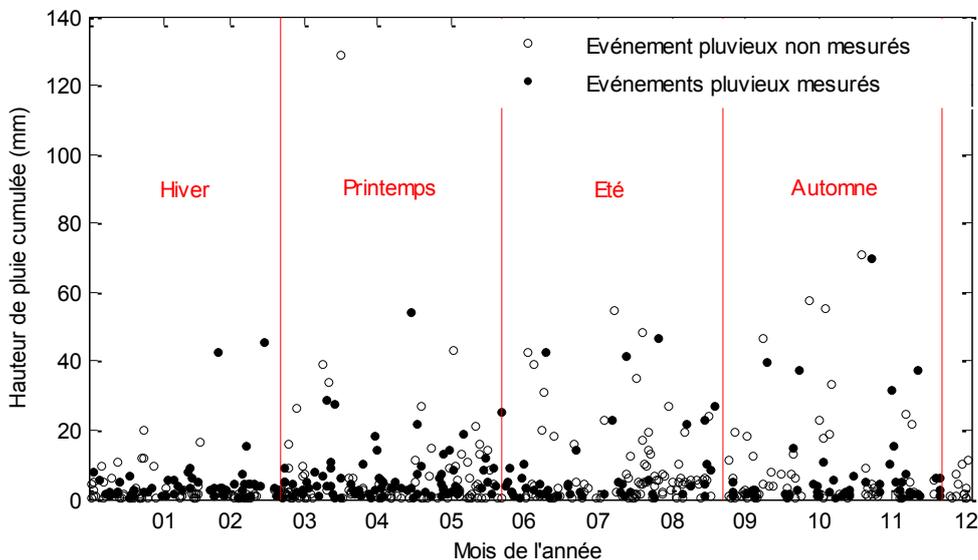


Figure 9.7. Hauteur de pluie cumulée en fonction du quantième de l'année pour tous les événements observés sur la période 2004-2008. En noir ceux retenus dans la base de données finale, site d'Ecully

## 9.3 Exemples d'événements

Globalement les données acquises sur l'année 2006 sont de moins bonne qualité que sur les autres années, pour les raisons déjà mentionnées précédemment (cf. paragraphe 9.2.1). Les données de meilleure qualité correspondent aux années 2007 et 2008, pour lesquelles des nouveaux capteurs de hauteur et de vitesse ont été installés, avec de meilleures conditions de maintenance. Les données mesurées sur cette période sont globalement moins bruitées. Nous présentons dans les paragraphes suivants des exemples d'événements pour les deux sites, suivant une classification des pluies en trois grands types : les petites pluies, les pluies d'intensité moyenne et les fortes pluies. Pour chacun des exemples, nous représentons graphiquement l'intensité de pluie, le débit et les concentrations en MES et DCO, avec les intervalles de confiance à 95 %, ainsi que les dates de début et de fin des événements.

### 9.3.1 Petites pluies

La Figure 9.8 montre une chronique de printemps, pour la période du 1<sup>er</sup> au 10 mars 2005, pour le site de Chassieu. Une succession de quatre pluies, les 3, 5, 6 et 7, mars est observée avec des hauteurs de pluie assez faibles (2.4, 15.4, 4.67 et 9 mm). La pluie du 5 mars est cependant un peu plus forte avec une intensité maximale de 17.45 mm.h<sup>-1</sup>.

Les concentrations en MES et DCO au cours des 3 premiers événements suivent les dynamiques de débit de manière assez linéaire, avec des valeurs plus élevées pour les MES que pour la DCO, liée aux caractéristiques des corrélations turbidité-polluant sur ce site (cf. paragraphe 8.1.3.1). Pour le dernier événement, le deuxième pic de débit observé ne donne lieu qu'à une faible augmentation de concentration. Ceci peut être dû à un épuisement du stock de sédiments sur la surface du bassin versant et/ou dans le réseau.

La Figure 9.8 met clairement en évidence la présence de rejets nocturnes industriels de fréquence régulière, avec des pics de concentration parfois supérieurs à 1 kg.m<sup>-3</sup>. Ces observations mettent en évidence que les eaux rejetées ne sont pas uniquement des eaux de refroidissement non polluées.

La Figure 9.9 montre la période du 30 janvier au 4 février 2008, à Ecully, caractéristique de petites pluies d'hiver. Les dynamiques de temps sec sont clairement identifiées, avec des valeurs de base plutôt stables sur la période. Comme dans le cas de Chassieu, les concentrations en MES et en DCO suivent de manière assez linéaire les variations du débit pour les quatre crues observées sur la période, avec cette fois-ci des valeurs plus élevées pour la DCO que pour les MES.

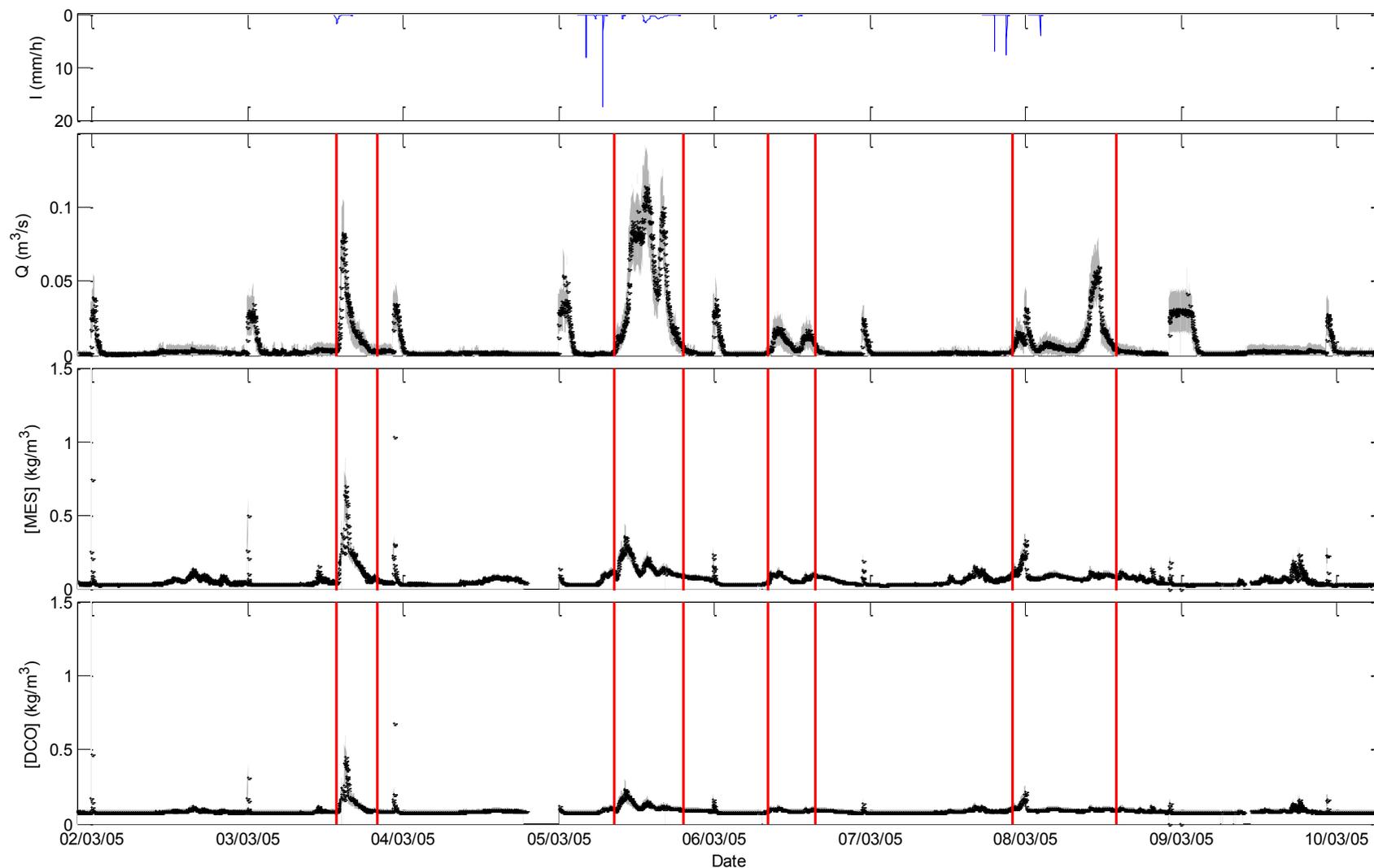


Figure 9.8. Exemple de petites pluies à Chassieu. Période du 02 mars au 10 mars 2005, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux

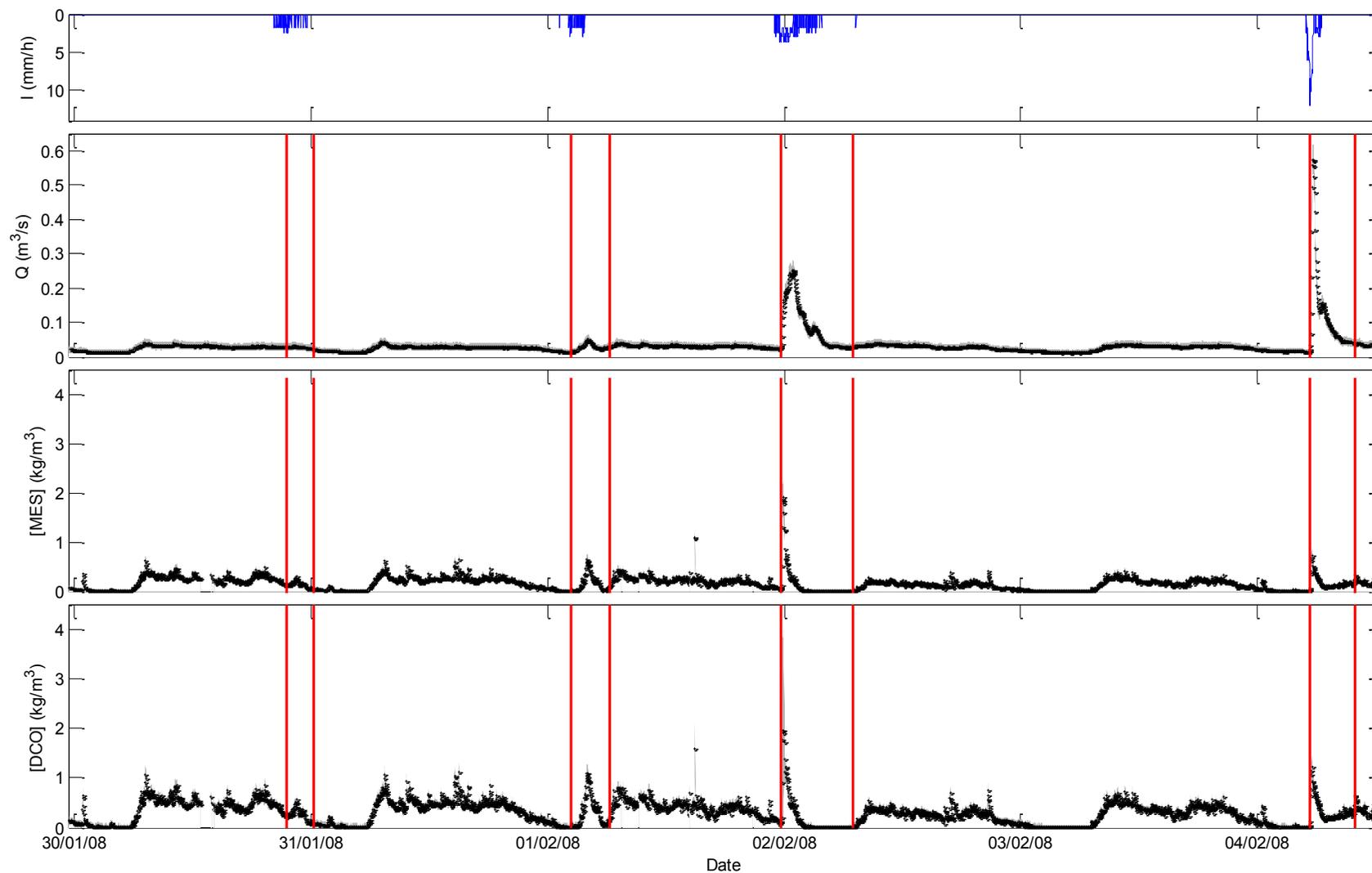


Figure 9.9. Exemple de petites pluies à Ecully. Période du 30 janvier au 04 février 2008, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux

### 9.3.2 Pluies moyennes

La période du 29 mai au 6 juin 2008 pour le site de Chassieu est présentée Figure 9.10. Sur cette période, quatre événements ont été mesurés et retenus dans la base de données finale, avec des hauteurs de pluie de 11.0, 6.9, 1.6 et 18.3 mm. Contrairement à l'exemple du paragraphe 9.3.1, une diminution systématique des pics de concentration est observée au cours des événements, alors que les pics de débit successifs restent élevés. Ce comportement non linéaire des dynamiques de concentration par rapport au débit met en évidence des limitations possibles du stock de matières érodables sur la surface du bassin versant et/ou dans le réseau.

La Figure 9.11 montre un exemple à Ecully pour une période automnale du 19 au 29 octobre 2004. Pour le 1<sup>er</sup> événement mesuré, le 19 octobre, le même comportement qu'à Chassieu est observé, avec une forte concentration en polluants pour le premier pic de débit et des valeurs quasi nulles pour le deuxième pic. L'événement du 26 octobre non retenu dans la base de données met en évidence une dilution importante des effluents, avec une chute significative de la valeur des concentrations de temps sec.

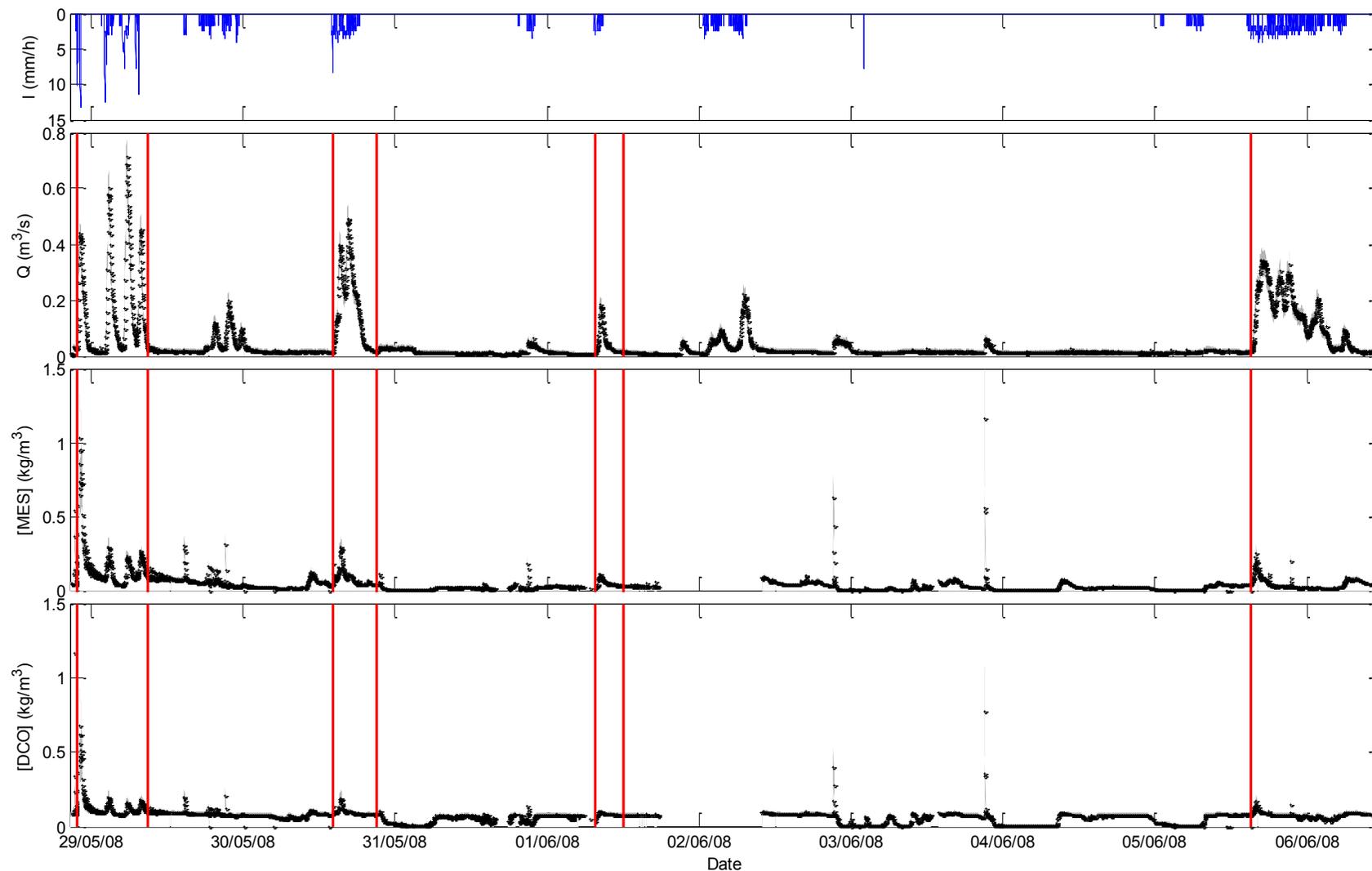


Figure 9.10. Exemple de pluies moyennes à Chassieu. Période du 29 mai au 06 juin 2008, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux

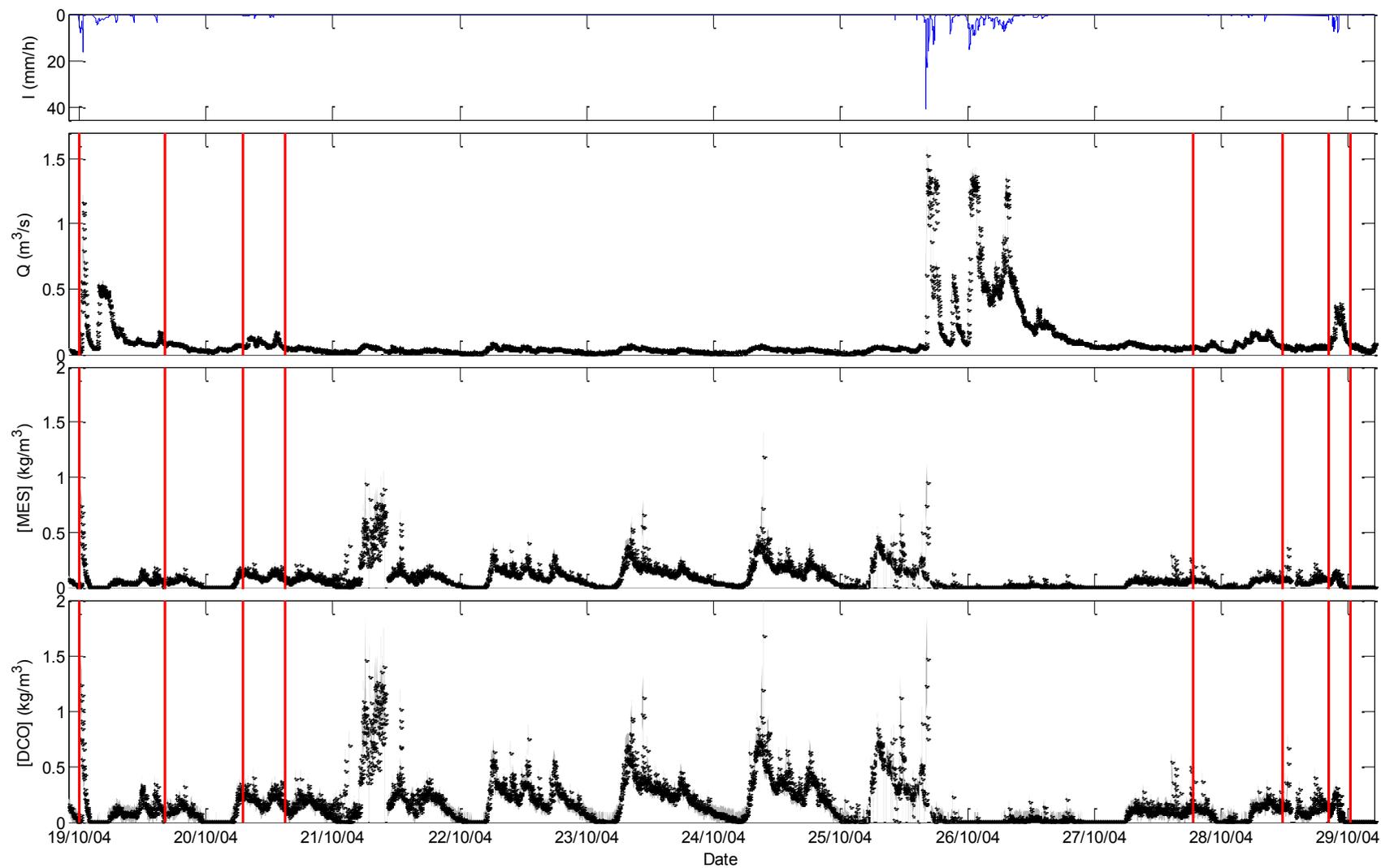


Figure 9.11. Exemple de pluies moyennes à Ecully. Période du 19 octobre au 29 octobre 2004, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux

### 9.3.3 Fortes pluies

Les pluies observées sur la période du 08 au 10 juillet 2007 à Chassieu sont représentées Figure 9.12. Deux événements, le 9 juillet (hauteurs de 10.6 et 4.3 mm), ont pu être mesurés sur la période, pour quatre pluies significatives observées. Les deux pluies montrent des comportements étonnants par rapport à la majorité des événements de la base de données. Deux pics de concentration sont observés pour un seul pic de débit. Ce comportement pourrait s'expliquer par une pluie mal mesurée ou un rejet industriel exceptionnel.

La Figure 9.13 montre l'événement le plus fort enregistré à Ecully sur toute la période de mesure, avec la représentation des chroniques du 12 novembre au 1<sup>er</sup> décembre. La Figure 9.14 montre un zoom sur l'événement. La pluie commence le 21 novembre 2007 à 22:54 et se termine le 23 novembre 2007 à 10:00. Elle est caractérisée par une hauteur de 69 mm, une intensité moyenne de  $1.83 \text{ mm.h}^{-1}$  et une intensité maximale de  $27 \text{ mm.h}^{-1}$ . Un effet de dilution est observé comme pour le cas de l'événement du 19 octobre 2004 (cf. Figure 9.11). La représentation sur une plus grande fenêtre temporelle met en évidence l'influence de la dilution sur les dynamiques de temps sec observées sur les sept jours suivant la crue. Cet effet peut s'expliquer par le ressuyage des eaux de pluie sur la surface du bassin versant, donnant lieu à une composante d'infiltration lente à l'origine d'une dilution des effluents.

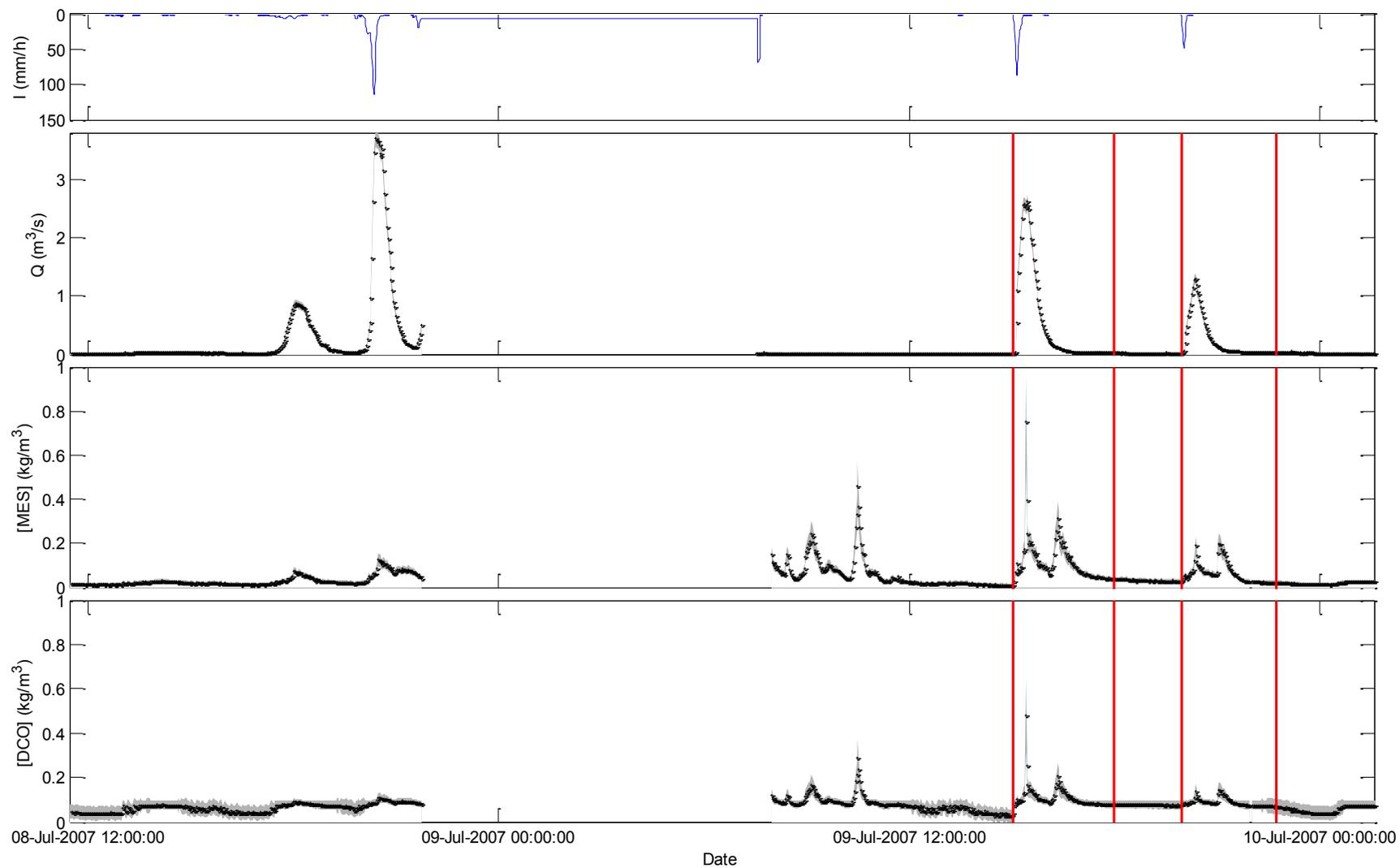


Figure 9.12. Exemple de fortes pluies à Chassieu. Période du 08 juillet au 10 juillet 2007, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux

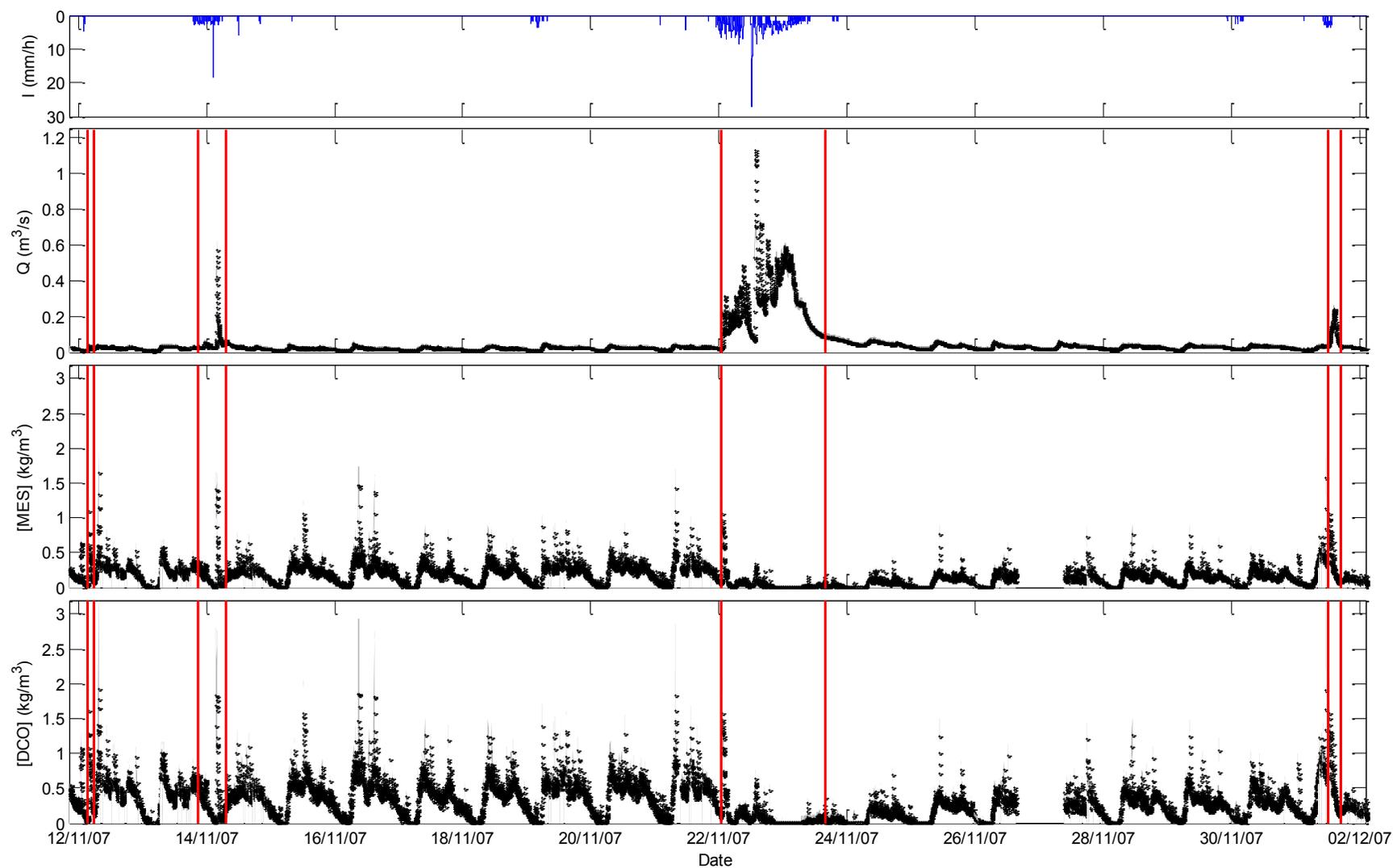


Figure 9.13. Exemple de fortes pluies à Ecully. Période du 12 novembre au 1<sup>er</sup> décembre 2007, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux

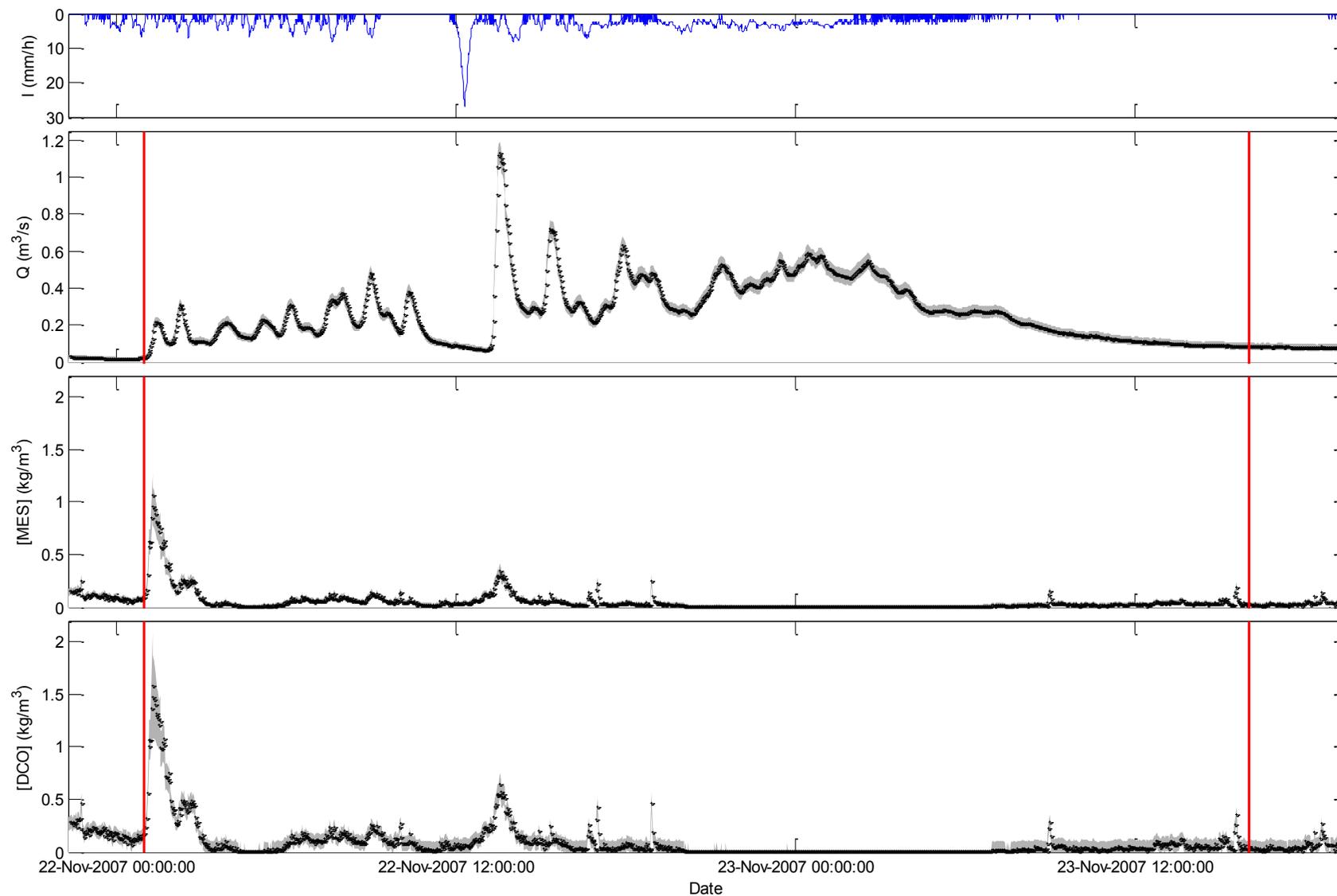


Figure 9.14. Événement du 22 novembre 2007, intensité de pluie, débit et concentrations en MES et DCO ; en gris, intervalles de confiance à 95 % ; en rouge les limites de début et fin d'événement pluvieux ; site d'Ecully

## Conclusion

La méthodologie de traitement des données mise en œuvre dans le cadre de cette thèse a permis d'estimer avec fiabilité les concentrations et les flux de MES et de DCO pour les sites de Chassieu et Ecully. La base de données finale pour le travail de modélisation comprend 263 et 239 événements, respectivement pour les sites de Chassieu et d'Ecully. Une première analyse de la base de données a montré sa bonne représentativité sur la période 2004-2008.

Les outils et les méthodes utilisés dans notre travail ont été proposés sur la base d'études antérieures menées au LGCIE. De nouveaux outils d'optimisation du traitement ont également été proposés sous Matlab, par exemple les outils semi-automatiques d'aide à l'identification des événements. La méthodologie complète a été implémentée au cours de la thèse dans un logiciel prototype de traitement des données (Métadier et Bertrand-Krajewski 2010b, Annexe 2). La motivation pour la construction de cet outil était triple : i) l'optimisation des temps de calcul pour le traitement des données de la période 2004-2008 dans le cadre de cette thèse, ii) son utilisation ultérieure pour les nouvelles chroniques de données brutes à traiter au sein du laboratoire et iii) l'extension de son utilisation par SAFEGE et potentiellement d'autres gestionnaires intéressés. L'outil dans sa version prototype est aujourd'hui opérationnel et est utilisé par les techniciens du laboratoire. A partir de l'expérience acquise, un logiciel commercialisable est en cours de développement au laboratoire avec un groupe de suivi réunissant plusieurs collectivités, groupes et bureaux d'études, dont SAFEGE.



## **Partie 4**

### **Analyse des données**



## Introduction

L'analyse des données présentée dans cette partie a été effectuée dans la perspective du travail de modélisation. L'objectif poursuivi était de mieux comprendre la variabilité des flux de temps sec et de temps de pluie, afin d'être capable de mieux les représenter dans les modèles.

Cette partie comporte trois chapitres :

- Le chapitre 10 présente une étude de caractérisation du temps sec, en termes de débit, de concentration et de flux polluants, dans le cas du site d'Ecully.
- Sur la base des résultats du chapitre 10, le chapitre 11 décrit la méthode proposée pour l'estimation de la contribution de temps sec dans les flux totaux de temps de pluie à Ecully. Une évaluation des incertitudes liées à cette estimation fait l'objet d'une analyse spécifique.
- Le chapitre 12 traite de la variabilité inter et intra événementielle des flux de temps de pluie. La recherche de variables corrélées avec les masses et les concentrations moyennes événementielles en MES et DCO a été considérée dans un premier temps. Dans un deuxième temps, la dynamique des flux polluants au cours des événements pluvieux a été caractérisée par une analyse des courbes Masse/Volume, M(V).

Les Chapitres 10 et 11 ont fait pour partie l'objet d'un article présenté à la conférence de Novatech 2010 et accepté pour publication dans Water Science and Technology (Métadier et Bertrand-Krajewski 2010c). L'article est disponible en annexe 1.

Dans la suite, nous adopterons la terminologie suivante :

- Contribution, masse ou concentration totale, flux total : correspond à des rejets par temps de pluie constitués de la somme des eaux de temps sec (en réseau unitaire, cas d'Ecully) et des eaux de ruissellement pluviales (en réseau unitaire et séparatif pluvial).
- Contribution, masse, concentration ou flux de temps sec : correspond aux seuls rejets de temps secs observés sur le site d'étude.
- Contribution, masse, concentration ou flux pluvial : correspond aux seuls rejets de ruissellement pluvial.



## Chapitre 10

### 10 Variabilité des flux de temps sec

La base de données utilisée pour l'étude du temps sec est présentée dans le paragraphe 10.1, avec une analyse de sa représentativité. Les résultats de l'analyse des profils journaliers de temps sec sont présentés dans la partie 10.2, avec la classification des jours secs et la caractérisation de la variabilité des flux, à l'échelle des profils et à l'échelle saisonnière. Enfin la partie 10.3 décrit les relations débit-turbidité mises en évidence par l'analyse.

#### 10.1 Base de données de temps sec

##### 10.1.1 Définition du temps sec

L'encyclopédie de l'hydrologie urbaine et de l'assainissement (Chocat *et al.* 1997) définit le temps sec comme : « la période de temps telle que les précipitations ne perturbent pas le fonctionnement du système d'assainissement ». Il est également précisé que « la définition de telles périodes n'est pas toujours très facile », du fait qu'il faut tenir compte du temps de réponse du bassin versant après une pluie, « temps qui peut représenter plusieurs heures, voire plusieurs jours ».

Les composantes du temps sec sont habituellement regroupées dans les deux catégories principales suivantes :

- Les eaux usées : domestiques (habitations), industrielles, commerciales (restaurants, hôpitaux, ...) et les eaux de surface (voirie, chantier, ...).
- Les eaux parasites : eaux d'infiltration, de captage ou eaux d'exhaure.

Une description détaillée de ces différentes composantes est disponible dans Dorval (2010), qui s'intéresse spécifiquement à la caractérisation des flux de temps sec sur les bassins versant d'Ecully et Chassieu.

Dans le cadre de notre travail, nous avons considéré que le système d'assainissement revenait à un fonctionnement normal après une période de 4 heures après la pluie, correspondant à la période de ressuyage du ruissellement rapide et à la période considérée pour définir deux pluies distinctes (cf. paragraphe 8.2).

La composante d'infiltration des eaux parasites de temps sec comprend donc des eaux indirectement issues de la pluie et stockées dans le bassin versant, qui rejoignent de manière beaucoup plus lente l'exutoire du bassin.

Cette définition a été adoptée dans la perspective d'estimer la contribution du temps sec pendant les événements, sans faire la distinction entre les eaux usées et les eaux d'infiltration lente (voir chapitre 11).

Le schéma de la Figure 10.1 illustre la composition des eaux de temps sec, avec l'exemple du débit sur une chronique de trois jours, avec une composante additionnelle de temps de pluie le deuxième jour.

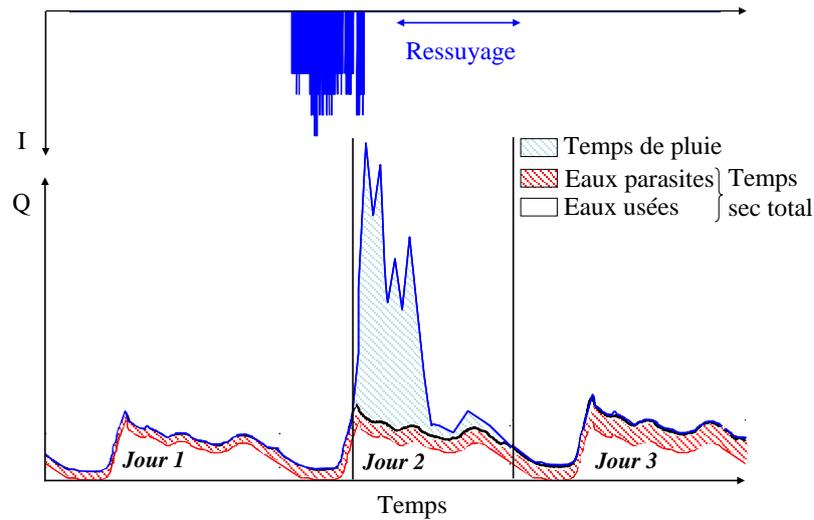


Figure 10.1. Illustration de la composition des eaux d'assainissement urbain, en temps sec et en temps de pluie, avec l'exemple du débit mesuré à l'exutoire d'un bassin versant

### 10.1.2 Données utilisées

Nous avons considéré pour l'étude de temps sec les données acquises à Ecully sur les années 2007 et 2008. Les raisons de ce choix sont : i) la meilleure efficacité du dispositif de mesure pour ces deux années, avec 84 et 67 événements mesurés et ii) la meilleure qualité des mesures de débit et de turbidité (cf. paragraphe 9.2.1).

Une analyse détaillée des chroniques sur l'ensemble de la période a permis de recenser 180 jours de temps sec, un jour de temps sec étant défini comme suit :

- Sa durée est de 24 heures, entre 00:00 et 23:58.
- Les mesures de débit et de turbidité sont disponibles sur la période journalière. Les chroniques ne comportent aucune lacune ou des lacunes de très courte durée facilement comblables par interpolation linéaire.
- Aucune précipitation significative n'a été enregistrée pendant le jour de temps sec et sur une période de 4 h [antérieure à la pluie] (cf. paragraphe 10.1.1).

L'analyse de temps sec a d'abord été effectuée en considérant indépendamment les profils de débit et de turbidité (Métadier et Bertrand-Krajewski 2010), puis la variabilité des flux de polluants a été étudiée avec l'exemple des MES. Les résultats ne sont pas présentés pour la DCO, dans la mesure où les conclusions sont similaires à celles obtenues pour les MES, du fait que les concentrations des deux polluants sont toutes les deux dérivées de la turbidité (cf. paragraphe 8.1.3).

### 10.1.3 Classification des jours de temps sec *a priori*

Une classification simple des jours de temps sec a été effectuée *a priori* (e.g. Piatyszek *et al.*, 2001; Baer *et al.*, 2005; Lacour 2009), en considérant les classes suivantes :

- Classe 1 : Les jours de semaine, hors périodes de vacances scolaires (HV),
- Classe 2 : Les jours de week-end, hors périodes de vacances scolaires (HV),
- Classe 3 : Les jours de semaine, en période de vacances scolaires (V),
- Classe 4 : Les jours de week-end, en période de vacances scolaires (V),

- Classe 5 : Les jours fériés (JF).

Le Tableau 10.1 récapitule le nombre de jours de temps sec pour chaque classe *a priori*.

Tableau 10.1. Nombre de jours mesurés pour chaque classe de temps sec définie *a priori*, sur la période 2007-2008

Classe de jours de temps sec	Nombre de jours
1	99
2	39
3	29
4	12
5	1
Toutes	180

### 10.1.4 Représentativité de la base de données

Le Tableau 10.2 récapitule les nombres de jours de temps sec, par classe *a priori* et par mois pour l'année 2007, l'année 2008 et les deux années ensemble.

Les mesures sur les deux années sont assez bien équilibrées, avec respectivement 103 et 77 événements. Il apparaît que les mois de la période estivale sont moins bien représentés, avec moins de 10 jours par mois. Sur les deux années, cela représente 7, 4, 5 et 7 jours, respectivement pour les mois de juin, juillet, août et septembre, contre 14 à 26 jours pour les autres mois. Ce constat s'explique par les problèmes accrus de maintenance pendant l'été déjà mentionnés au paragraphe 9.2.

Ce nombre limité de mesures est susceptible d'introduire un biais dans l'analyse des profils des jours de temps sec en période de vacances scolaires (classes 3 et 4), avec une moins bonne représentation des vacances d'été.

Tableau 10.2. Base de données des jours de temps secs mesurés sur la période 2007-2008 : nombre de jours par classe *a priori*, par année et par mois

Année	2007						2008						2007-2008					
	1	2	3	4	5	Tout	1	2	3	4	5	Tout	1	2	3	4	5	Tout
Janvier	7	3	-	1	-	11	5	3	-	-	-	8	12	6	-	1	-	19
Février	5	2	5	-	-	12	4	2	6	2	-	14	9	4	11	2	-	26
Mars	5	2	-	-	-	7	6	5	-	-	-	11	11	7	-	-	-	18
Avril	4	2	3	4	-	13	-	-	1	-	-	1	4	2	4	4	-	14
Mai	8	2	-	-	-	10	9	1	1	-	-	11	17	3	1	-	-	21
Juin	3	4	-	-	-	7	-	-	-	-	-	0	3	4	-	-	-	7
Juillet	-	-	1	2	-	3	-	-	1	-	-	1	-	-	2	2	-	4
Aout	-	-	4	1	-	5	-	-	-	-	-	0	-	-	4	1	-	5
Septembre	-	-	-	-	-	0	6	1	-	-	-	7	6	1	-	-	-	7
Octobre	10	4	-	1	-	15	6	3	-	1	-	10	16	7	-	2	-	25
Novembre	5	3	1	1	1	11	5	-	-	-	-	5	10	3	1	1	1	16
Décembre	7	2	-	-	-	9	4	-	5	-	-	9	11	2	5	-	-	18
Tout	54	24	14	10	1	103	45	15	14	3	0	77	99	39	28	13	1	180

La représentativité de la fréquence des types de jours de la base de données a également été analysée. Les résultats sont présentés dans le Tableau 10.3. Pour chacun des classes *a priori*, le tableau indique le pourcentage du nombre de jours cette classe dans la base de données (180 jours) et le pourcentage de ce type de jours sur la totalité des journées des années 2007 et 2008 (temps et jours pluvieux sans distinction).

Les résultats de l'analyse montrent que les ordres de grandeur obtenus sont comparables pour la fréquence de la base de données et la fréquence sur 2007-2008.

Tableau 10.3. Fréquence des types de jours de temps sec *a priori*, dans la base de données de jours de temps sec mesurée (fréquence de la base de données) et dans la totalité des jours sur les années 2007 et 2008 (fréquence observée)

Classe de jours de temps sec	Fréquence dans la base de données (%)	Fréquence Sur 2007-2008 (%)
1	55	47
2	21	18
3	16	22
4	7	10
5	1	3
Toutes	100	100

## 10.2 Analyse des profils de temps sec

### 10.2.1 Classes de jours de temps sec retenues *a posteriori*

Au vu de l'analyse des dynamiques de temps sec des classes définies *a priori*, des regroupements de classes ont été effectués :

- Les profils des classes 2 (week-end HV) et 5 (JF) ont été regroupés, étant donné qu'un seul jour férié de temps sec sur toute la période 2007-2008 a été mesuré et qu'il ne présente pas un profil significativement différent de ceux enregistrés les jours de week-end hors vacances scolaires.
- Les classes 3 et 4 ont également été réunies en une seule classe. En effet, les profils de périodes de vacances ne diffèrent pas de manière significative entre les jours de semaine et de week-end, avec des débits de base comparables et des pics de consommation aux mêmes heures de la journée.

Trois classes de temps sec ont donc finalement été retenues *a posteriori* (Figures 10.2 à 10.4) :

- Classe 1 : Les jours de semaine, hors période de vacances scolaires,
- Classe 2 : Les jours de week-end, hors période de vacances scolaires et les jours fériés,
- Classe 3 : Les jours de semaine et de week-end, en période de vacances scolaires.

### 10.2.2 Variabilité à l'échelle du profil

Afin de caractériser la variabilité des profils de débit, de turbidité et de flux de MES, les grandeurs suivantes ont été calculées à chaque pas de temps des profils :

- Les valeurs moyennes, minimum et maximum, et les percentiles 5-95 %.
- Les écarts types et les coefficients de variation.
- La distribution des écarts des valeurs des profils à la moyenne.

L'analyse a été effectuée pour chacune des trois classes de profil retenues et pour toutes les classes ensembles, de manière indépendante pour le débit et la turbidité. Les valeurs moyennes des écarts types et des coefficients de variation sont présentées dans le Tableau 10.4 pour les quatre cas. Les Figures 10.2 à 10.5 montrent les profils moyens avec les percentiles 5-95 % ainsi que les distributions correspondantes des écarts.

Tableau 10.4. Ecarts types et coefficients de variation moyens des profils de temps sec pour les classes 1, 2, 3 et les trois classes ensemble

Classe	Écart type			Coefficient de variation		
	Débit (L/s)	Turbidité (FNU)	Flux de MES (kg/s)	Débit (%)	Turbidité (%)	Flux de MES (%)
1	7.07	54.76	3.46	22.29	32.94	57.99
2	6.52	51.31	3.52	23.12	34.13	61.52
3	9.33	47.61	3.08	28.43	36.25	50.31
Toutes	7.52	56.63	3.27	23.70	34.23	48.50

Des résultats comparables sont mis en évidence dans les quatre cas, concernant les points suivants :

#### ***Cycles journaliers***

- Des cycles journaliers de turbidité bien marqués sont observés, avec des variations corrélées à celles du débit au cours de la journée. Cette observation est comparable avec celle faite par Lacour (2009), pour deux sites d'études parisiens. Lacour (2009) identifie trois causes potentielles de cette similitude de dynamiques du débit et de la turbidité : i) le changement de la nature des effluents au cours de la journée, suivant les activités humaines, ii) les phénomènes de sédimentation/érosion liés à la capacité de transport de l'écoulement et iii) une dilution des effluents par des eaux claires parasites. L'estimation de la contribution de ces trois facteurs n'est pas évidente à évaluer *a priori*, du fait de la variabilité des processus entre les sites et du manque de données pour bien les caractériser. Des études spécifiques sont donc nécessaires.

#### ***Distribution des écarts***

- Les écarts des profils à la moyenne peuvent être approximés par une distribution lognormale dans le cas du débit. Pour la turbidité et le flux de MES, les distributions sont plus symétriques mais avec un effet de Kurtosis, à l'exception de queues de distributions positives (non représentées sur le graphique), correspondant aux pics de turbidité aléatoires observés durant les périodes de fort débit.

#### ***Coefficients de variation***

- La dispersion des profils est significativement plus importante pour la turbidité que pour le débit, avec des coefficients de variation moyens respectivement de l'ordre de 32-36 % et 22-28 % pour le débit. Ces résultats sont comparables à ceux de Lacour (2009). Pour les flux de MES, les coefficients de variation sont plus élevés encore, avec des valeurs de 48 à 62 %.

#### ***Percentiles 5-95 %***

- Les percentiles 5-95 % présentent dans tous les cas des valeurs plus larges pour la période de fort débit du matin et une variabilité plus réduite en période nocturne. Ceci est spécialement marqué pour le flux de MES, suggérant ainsi que la principale cause de variabilité des flux sont les activités humaines.
- Les valeurs des percentiles sont moins bruitées pour le débit que pour la turbidité, ce qui s'explique par les pics de turbidité aléatoires observés au cours de la journée, spécialement pendant les épisodes de fort débit le matin et le soir. Cette observation est directement liée au fait que l'analyse est effectuée sur les données au pas de temps de 2 minutes sans intégration sur une échelle temporelle plus large.

La variabilité des jours de temps sec de la classe 3 est légèrement plus élevée que pour les classes 1 et 2, avec des coefficients de variation pour le débit et la turbidité respectivement plus proches de 30 et 40 %. Ce constat s'explique par une plus grande variabilité des profils de vacances, entre les vacances d'hiver et d'été par exemple, avec des flux plus importants observés pendant la période de Noël. Ceci n'est en revanche pas le cas pour les flux de MES, pour lesquels au contraire le coefficient de variation moyen est moins élevé pour la classe 3 et pour les trois classes ensemble. Les contributions respectives du débit et de la turbidité dans la variabilité du flux n'ont pas été étudiées dans le cadre de notre travail. Une analyse de ce point est proposée par Lacour (2009).

L'analyse des profils a également été effectuée de manière indépendante pour les années 2007 et 2008, à partir des 103 et 77 jours de temps sec. Le détail de l'analyse n'est pas présenté ici. Les résultats obtenus sont globalement comparables à ceux de la période entière 2007-2008, à l'exception des jours de la classe 3 qui présentent des percentiles 5-95 % significativement différents entre les deux années. Cette différence s'explique par une majorité de jours de temps secs durant les vacances de février en 2007 et de Noël en 2008.

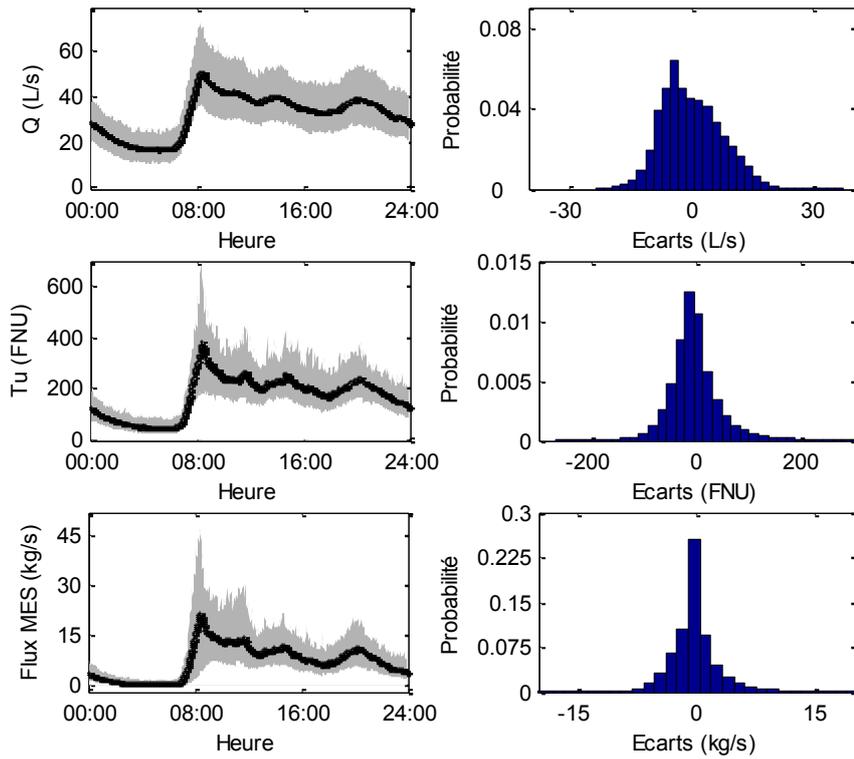


Figure 10.2. A gauche : profils de temps sec moyens de débit, de turbidité et de flux de MES, percentiles 5-95 % (en gris) ; à droite : distribution des écarts des profils à la moyenne ; classe de temps sec 1, période 2007-2008

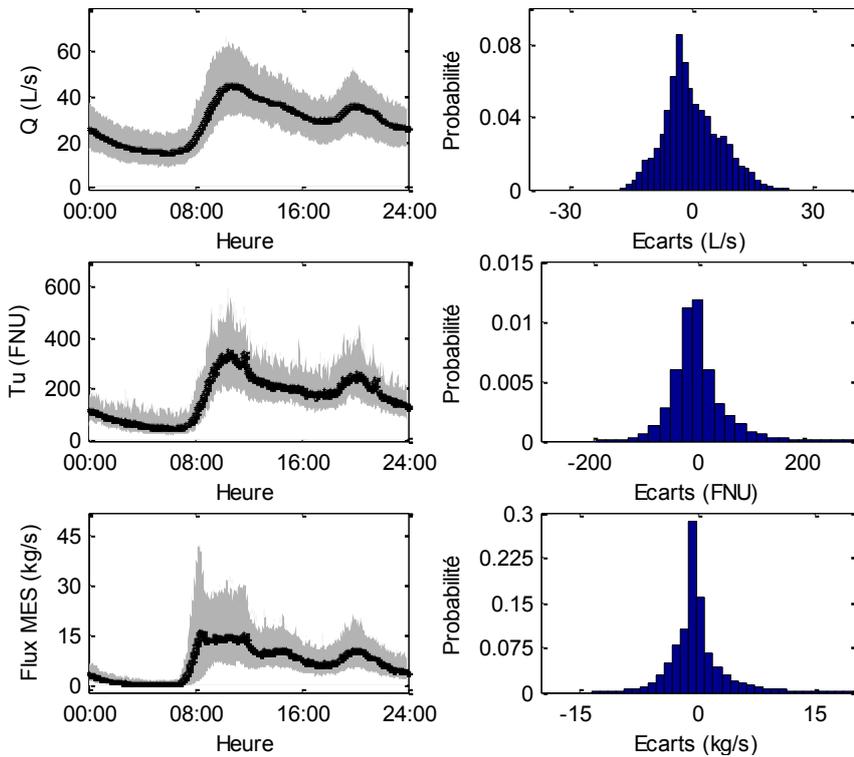


Figure 10.3. A gauche : profils de temps sec moyens de débit, de turbidité et de flux de MES, percentiles 5-95 % (en gris) ; à droite : distribution des écarts des profils à la moyenne ; classe de temps sec 2, période 2007-2008

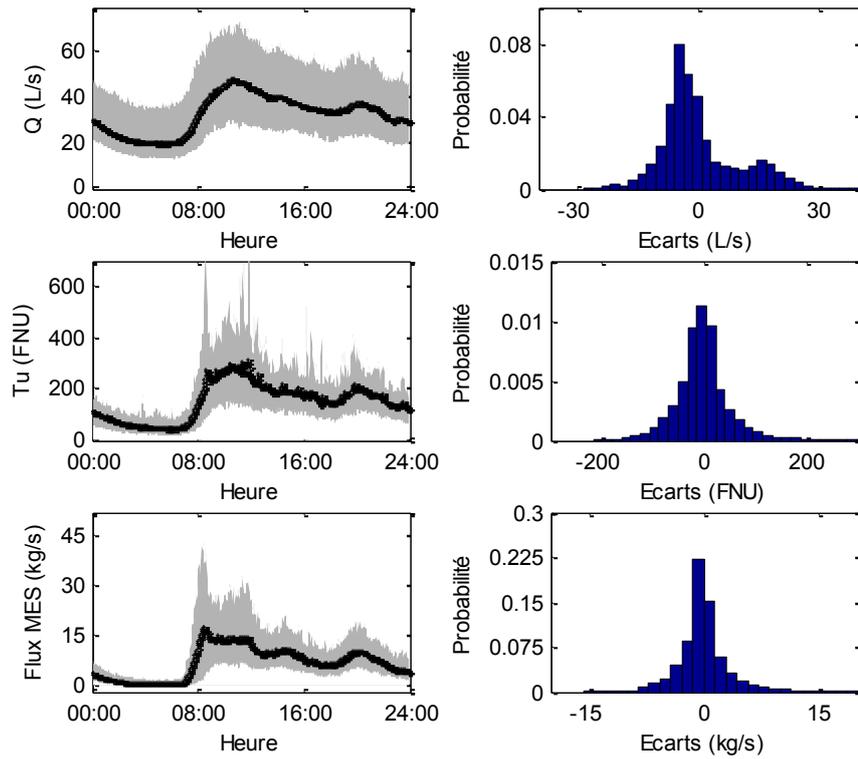


Figure 10.4. A gauche : profils de temps sec moyens de débit, de turbidité et de flux de MES, percentiles 5-95 % (en gris) ; à droite : distribution des écarts des profils à la moyenne ; classe de temps sec 3, période 2007-2008

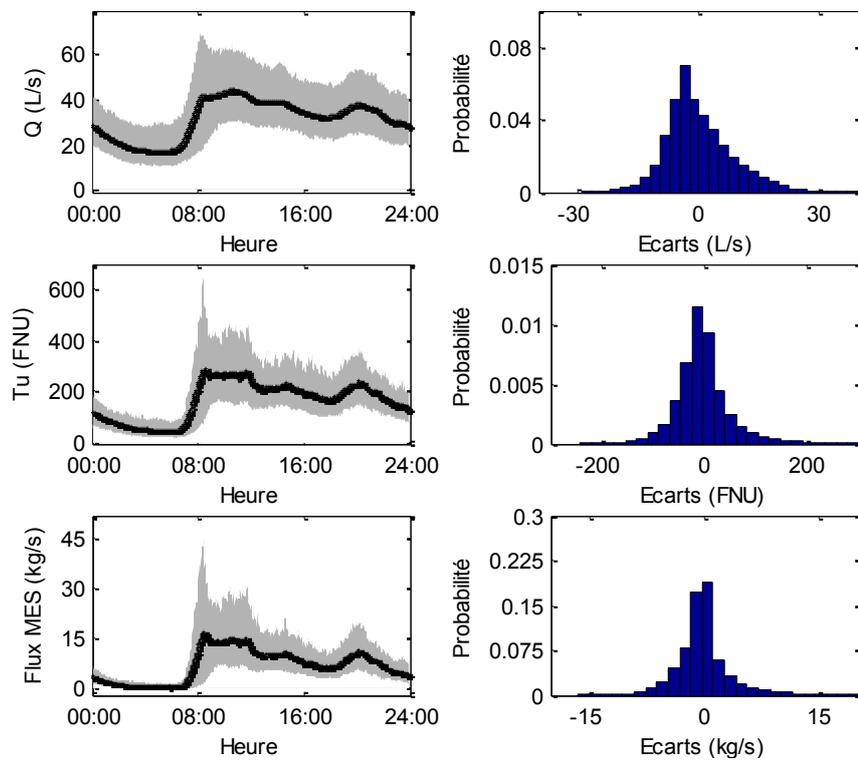


Figure 10.5 . A gauche : profils de temps sec moyens de débit, de turbidité et de flux de MES, percentiles 5-95 % (en gris) ; à droite : distribution des écarts des profils à la moyenne ; Toutes classes, période 2007-2008

### 10.2.3 Variabilité saisonnière

Afin de pouvoir mieux comprendre les facteurs explicatifs de la variabilité des flux de temps sec, une analyse a été effectuée à l'échelle de la saison :

- Une première analyse des profils suivant la même méthode qu'au paragraphe 10.2.1, mais en considérant les profils mois par mois.
- Une seconde analyse de la corrélation entre les profils de temps sec au cours de l'année et les profils moyens.

Le principe et les résultats des deux analyses sont présentés dans les paragraphes suivants.

#### 10.2.3.1 Analyse des profils mensuels

L'analyse des profils mensuels a été effectuée pour les classes de temps sec séparées et pour les trois classes ensemble, pour le débit et la turbidité. Les résultats obtenus pour les deux grandeurs dans les quatre cas sont comparables. La Figure 10.6 montre les profils mensuels obtenus en considérant la totalité des classes.

L'analyse des profils met en évidence des variabilités inter mensuelles significatives pour le débit. Les mois de printemps présentent les débits les plus élevés. Ce constat peut s'expliquer par la présence d'une composante d'infiltration plus importante. Le profil de débit pour le mois d'août est nettement plus bas que pour les autres mois, ce qui peut s'expliquer à la fois par une infiltration moindre et une diminution des activités anthropiques. Pour les autres mois, les tendances ne sont pas très marquées. Ces observations sont similaires à celles observées dans une étude antérieure sur Ecully à partir des données de 2004 (Baer *et al.* 2005 ; Bertrand-Krajewski *et al.* 2010b).

Pour la turbidité, les tendances sont encore moins marquées. Cependant, quels que soient les mois, la variabilité des profils est plus grande entre 7 h et 23 h, mettant en évidence l'influence des activités anthropiques. Lacour (2009) a observé des comportements similaires. Les valeurs de turbidité sont plus basses pour les mois de juillet et août pendant la période de vacances d'été. Cette observation peut s'expliquer par : i) la diminution du débit et/ou ii) par un changement de la nature des effluents, liée à une modification des activités anthropiques.

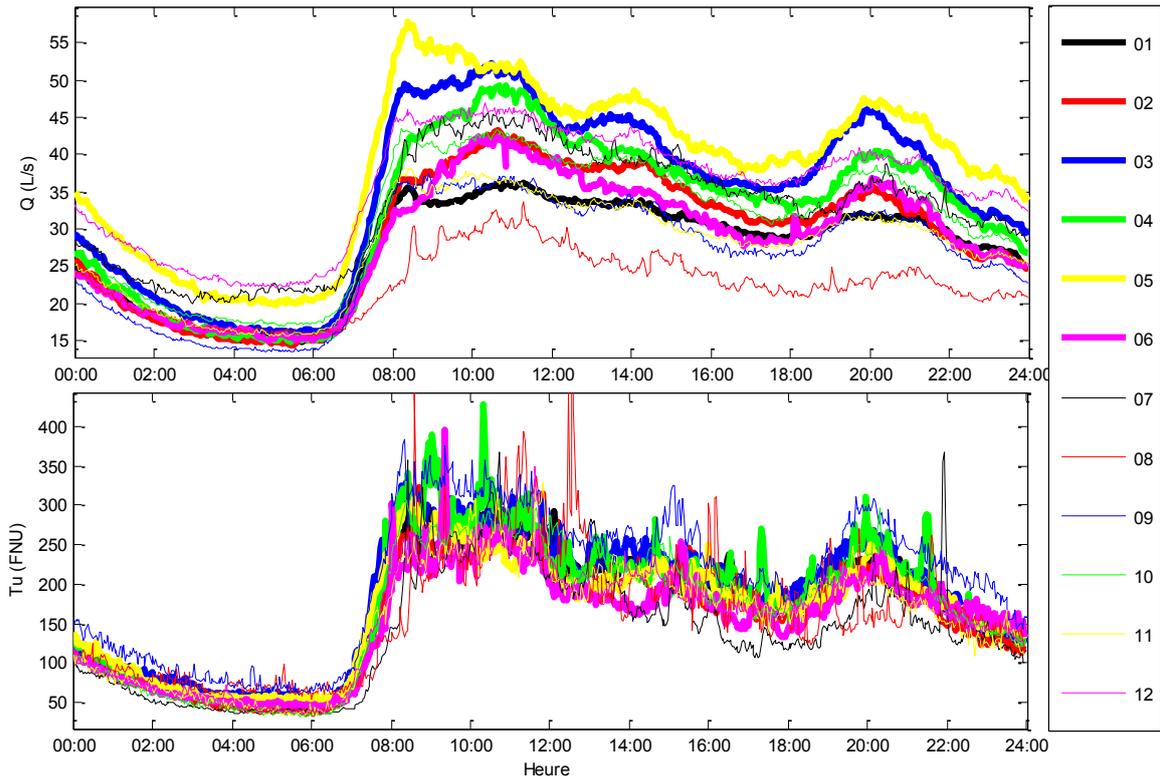


Figure 10.6. Profils moyens de temps sec mensuels pour le débit et la turbidité, toutes classes de temps sec, période 2007-2008

### 10.2.3.2 Analyse de corrélation

Le principe de l'analyse est d'exprimer, pour chacun des jours de temps sec, le profil du jour en fonction du profil moyen, par une simple translation :

$$P(q) = P_m + b_0(q) \quad \text{Eq. 10.1}$$

avec  $q$  le quantième de l'année correspondant au profil considéré  $P(q)$ ,  $P_m$  le profil moyen et  $b_0(q)$  le paramètre d'ajustement de la fonction pour le profil  $P(q)$ . Les valeurs de  $b_0(q)$  sont estimées pour chaque jour de temps sec, par une minimisation des moindres carrés ordinaires.

L'objectif est de voir si une tendance des valeurs de  $b_0$  en fonction du quantième peut être observée, sans se restreindre à une échelle mensuelle ou pluri-mensuelle.

Les corrélations ont été établies pour le débit, la turbidité et le flux de MES. Comme pour l'étude des profils mensuels, l'analyse a été effectuée pour les trois classes de temps sec séparées et ensemble. Les résultats obtenus dans les quatre cas sont comparables. La Figure 10.7 montre les valeurs de  $b_0$  pour l'ensemble des classes. Afin de faciliter l'analyse des tendances, une moyenne mobile des points sur 5 valeurs a également été tracée.

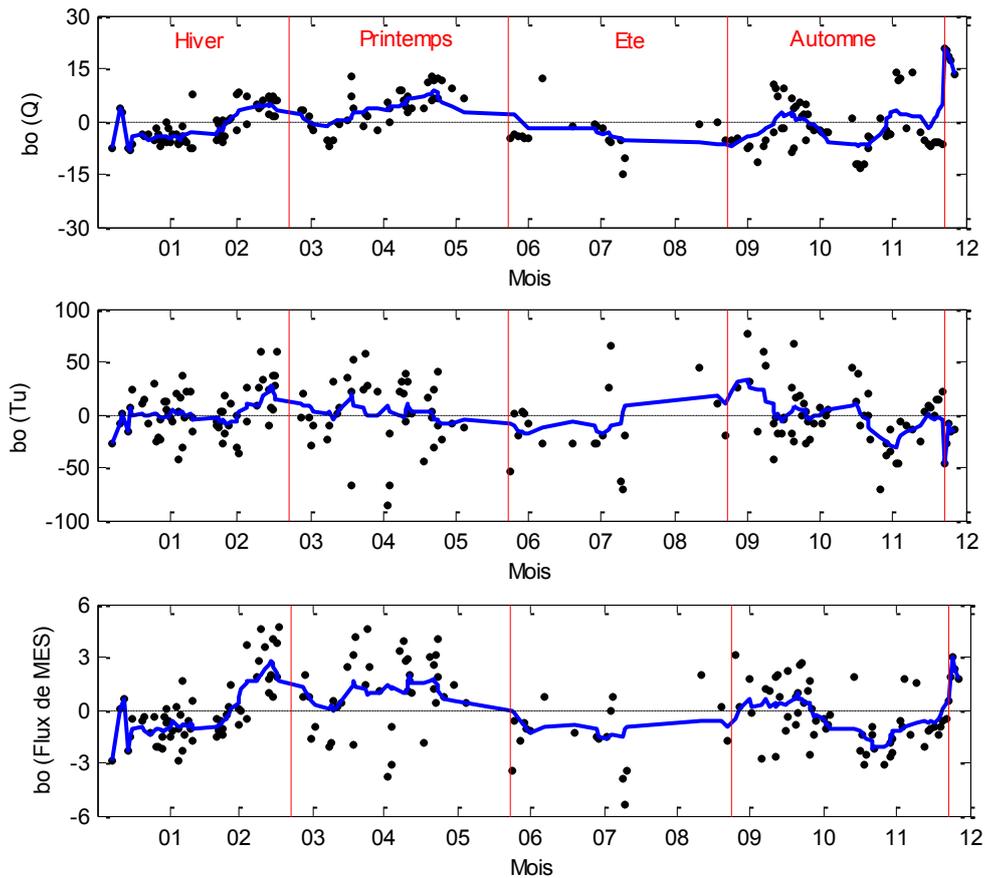


Figure 10.7. Résultats de l'analyse du décalage  $b_0$  entre les profils de temps sec  $P(q)$  et le profil moyen  $P_m$  : valeurs de  $b_0(q)$  obtenues, du en haut vers le bas, pour le débit, la turbidité et le flux de MES ; en bleu moyenne mobile sur 5 valeurs

Les résultats obtenus pour le débit montrent une variabilité significative de  $b_0$  au cours de l'année, avec des valeurs globalement positives pour les mois de printemps et plus basses pour la période estivale, ce qui confirme les conclusions de l'étude des profils mensuels. De plus une nette augmentation de  $b_0$  est observée de janvier jusqu'à la fin du printemps. Ces tendances viennent confirmer l'hypothèse de la présence d'eaux d'infiltration en quantité variable au cours de l'année (de Bénédictis 2004). Les valeurs les plus élevées de  $b_0$  sont observées à la fin du mois de décembre, correspondant à la période des vacances de Noël, ce qui confirme également l'influence des activités anthropiques sur le débit.

Dans le cas de la turbidité, les tendances sont moins marquées, comme le montre la moyenne mobile sur 5 valeurs. Les valeurs des mois d'été se distinguent par des profils de turbidité qui sont globalement en dessous des valeurs moyennes, confirmant les conclusions de l'étude mensuelle.

### 10.2.4 Relation débit-turbidité

La relation débit-turbidité a d'abord été étudiée en considérant l'ensemble des profils, puis seulement les profils moyens. Dans les deux cas, des fonctions polynômes ont été ajustées, en testant des degrés de 1 à 3, pour les classes de temps sec séparées et ensemble :

$$Turb = \sum_{i=0}^n b_i \cdot Q^i \quad \text{Eq. 10.2}$$

avec  $Q$  et  $Turb$  le débit [ $L \cdot s^{-1}$ ] et la turbidité [FNU] de temps sec, et  $b_i$ ,  $i = 1:n$  les coefficients du polynôme de degré  $n$ , pour  $n = 1, 2$  ou  $3$ .

Les résultats obtenus sont comparables quelle que soit la classe :

- En considérant l'ensemble des profils, la dispersion est importante, avec des points extrêmes correspondant aux pics de turbidité en période de haut débit. Aucune relation débit - turbidité significative n'est mise en évidence pour aucune des classes (Figure 10.8).
- Pour les relations débit moyen - turbidité moyenne, un polynôme de degré trois donne le meilleur ajustement (Figure 10.9). Ce dernier permet de bien reproduire la turbidité moyenne observée, avec des incertitudes faibles sur les coefficients. Ces dernières sont données pour les quatre cas dans le Tableau 10.5.

Ces résultats montrent la difficulté d'estimer par une relation simple les profils de turbidité de temps sec à partir du débit tout au long de l'année. L'utilisation de la relation moyenne à des fins de modélisation peut néanmoins être envisagée, si ce niveau d'approximation est compatible avec les objectifs visés.

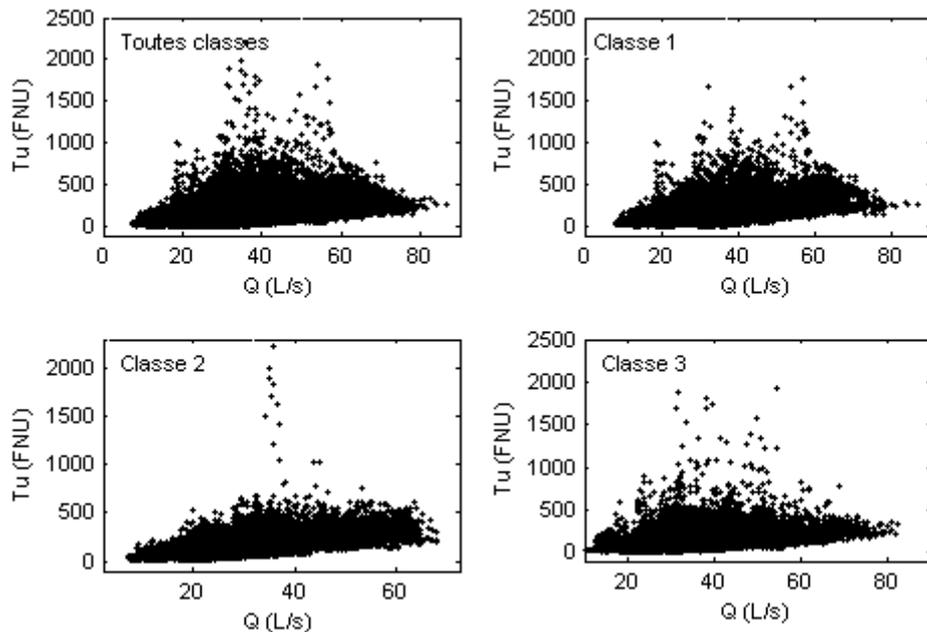


Figure 10.8. Relation débit – turbidité de temps sec pour la totalité des profils de la base de données, pour les classes 1, 2, 3 et toutes les classes

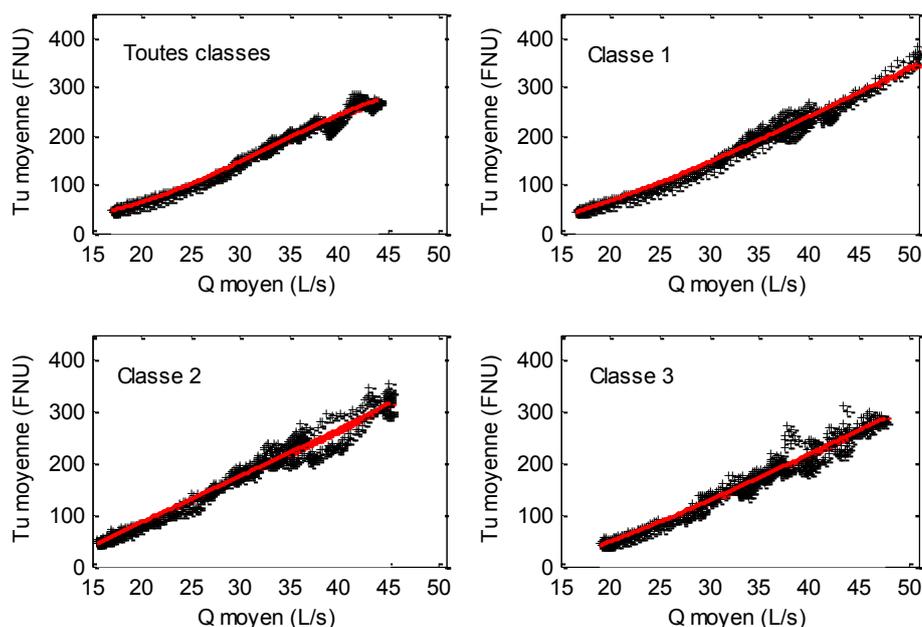


Figure 10.9. Relation débit – turbidité de temps sec pour les profils moyens, pour les classes 1, 2, 3 et toutes les classes

 Tableau 10.5. Coefficients  $b_i$ , incertitudes type  $u(b_i)$ ,  $i = [1:3]$ , et variance résiduelle ( $v_r$ ) du polynôme d'ajustement de degré 3 pour les relations moyennes débit – turbidité, pour les classes 1, 2, 3 et toutes les classes

Classe		1	2	3	Toutes
$b_i$	$b_0$	-33.80	-115.68	-55.61	99.41
	$b_1$	2.44	11.41	2.61	-12.95
	$b_2$	0.15	-0.09	0.15	0.70
	$b_3$	-9.13E-04	1.11E-03	-1.14E-03	-7.16E-03
$u(b_i)$	$u(b_0)$	18.33	25.10	37.14	22.66
	$u(b_1)$	1.90	2.81	3.69	2.46
	$u(b_2)$	0.06	0.10	0.12	0.08
	$u(b_3)$	6.20E-04	1.08E-03	1.18E-03	9.12E-04
$Cov(b_i, b_j)$	$cov(b_0, b_1)$	-34.65	-70.20	-136.85	-55.47
	$cov(b_0, b_2)$	1.10	2.42	4.29	1.88
	$cov(b_0, b_3)$	-0.01	-0.03	-0.04	-0.02
	$cov(b_1, b_2)$	-0.12	-0.27	-0.43	-0.21
	$cov(b_1, b_3)$	1.16E-03	3.00E-03	4.33E-03	2.22E-03
	$cov(b_2, b_3)$	-3.77E-05	-1.06E-04	-1.38E-04	-7.62E-05
$v_r$	-	132.02	240.23	189.32	86.59

### 10.3 Conclusions et perspectives

Ce travail d'analyse simple permet une première appréciation de la variabilité des profils de temps sec de débit, de turbidité et de flux de MES et DCO. L'influence des processus

d'infiltration lente a notamment été mise en évidence. Cependant l'analyse ne permet pas de conclure à des relations simples pour la prédiction des flux de temps sec.

Il serait intéressant, dans une perspective d'application opérationnelle, de tester des méthodes automatiques de type clustering afin d'effectuer la classification des profils de manière automatique. L'utilisation de techniques d'analyse du signal plus avancées, comme les méthodes d'analyse spectrale (Dorval 2010), permettrait également de mieux comprendre la variabilité observée et ainsi approfondir ces premiers résultats.

# Chapitre 11

## 11 Estimation de la contribution du temps sec

La méthode proposée pour l'estimation de la contribution du temps sec au temps de pluie à Ecully et de son incertitude est présentée dans la partie 11.1. Les résultats obtenus sont récapitulés dans la partie 11.2. La méthode a été appliquée :

- A l'échelle de l'événement, pour les 239 pluies de la base de données finale, dans la perspective du test des modèles de type multi-régression,
- A l'échelle de l'année pour les années 2007 et 2008, dans la perspective du test du modèle type Accumulation-Érosion-Transfert.

### 11.1 Méthode

#### 11.1.1 Définition de la contribution du temps sec

La contribution du temps sec pendant un événement pluvieux est définie comme le débit et la turbidité qui auront été observés si l'événement pluvieux n'avait pas eu lieu. Par définition, la contribution du temps sec ne peut donc pas être mesurée et nécessite d'être estimée.

##### 11.1.1.1 Principe de la méthode

L'objectif, pour un événement pluvieux donné, est d'estimer la contribution du temps sec entre les dates de début et de fin de l'écoulement, pour le débit et la turbidité.

Le principe consiste à estimer le profil de temps sec non mesuré par un profil de temps sec mesuré le plus vraisemblable possible, appelé profil de référence. Ce dernier est choisi parmi les jours de temps sec observés à des dates proches de l'écoulement considéré. Le choix du profil de référence s'effectue en deux étapes :

1. Plusieurs profils de temps sec sont testés, parmi les profils de temps sec disponibles aux dates proches de l'écoulement. Pour cela, les profils sont juxtaposés à celui de l'écoulement pluvieux.
2. Pour chaque profil testé, les dynamiques des profils sont comparées sur les périodes de temps sec communes avant et après l'écoulement. Ces dernières sont appelées les périodes d'ajustement. Leur durée est en moyenne de quelques heures.

Le profil de temps sec testé présentant la dynamique la plus ressemblante sur les périodes d'ajustement est retenu. La méthode repose donc sur l'hypothèse que si un signal de temps sec testé est comparable au profil mesuré sur les périodes de temps sec antérieures et postérieures à l'événement pluvieux considéré, ce profil constitue une bonne estimation de la contribution de temps sec non mesurable au cours de l'événement.

La méthode a été appliquée en considérant conjointement les profils de débit et de turbidité. Le principe de la méthode est illustré dans la Figure 11.1.

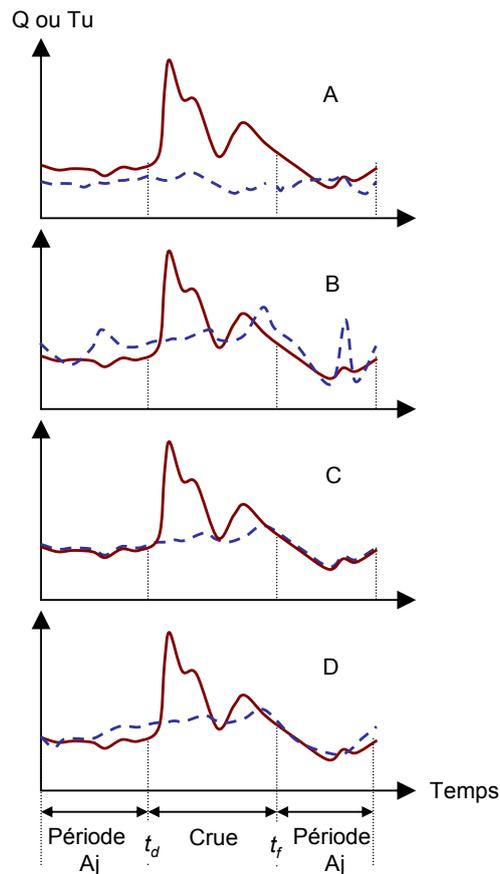


Figure 11.1. Illustration de la méthode d'estimation de la contribution du temps sec pendant un événement pluvieux, pour le cas du débit ou de la turbidité ; dans cet exemple, 4 signaux de temps sec mesurés (en pointillés), de A à D, sont comparés avec les périodes de temps sec mesurées sur les périodes d'ajustement (Aj), avant et après les dates de début ( $t_d$ ) et de fin de l'écoulement ( $t_f$ ) ; le signal le plus ressemblant sur les périodes d'ajustement est le signal C

### 11.1.1.2 Choix des signaux de référence

Les signaux de temps sec testés lors de l'étape 2 de la méthode ne sont pas choisis au hasard, mais suivant la classification *a posteriori* déterminée dans l'étude de variabilité du temps sec (cf. paragraphe 10.2). Les jours de temps sec testés appartiennent à la même classe que le jour de l'événement pluvieux considéré.

Le signal de référence retenu doit satisfaire les critères suivants :

- Les données de débit et de turbidité sont disponibles sans lacunes non comblables dans les séries.
- Le signal est suffisamment long (supérieur à 2 heures environ) sur les périodes d'ajustement pour permettre une comparaison fiable.
- Le signal n'est pas nécessairement un jour de temps sec entier, du moment que les périodes d'ajustement sont suffisamment longues.
- Le signal peut être composé de plusieurs jours de temps sec, et éventuellement de différentes classes, si l'événement pluvieux a lieu sur une durée de plus d'un jour et/ou sur des jours de classes différentes (e.g. sur le vendredi et le samedi ou le dimanche et le lundi).

### 11.1.1.3 Ajustement du signal de référence

Dans le cas où le meilleur signal de référence testé est comparable au signal mesuré sur les périodes d'ajustement en terme de dynamique mais non de valeur absolue, le signal de référence est translaté par un ajustement mathématique simple. Ce dernier est effectué de manière indépendante pour le débit et la turbidité, par une minimisation de la distance entre les deux signaux par la méthode des moindres carrés ordinaires. L'optimisation est réalisée en ignorant les distances extrêmes (par un simple critère de seuil) correspondant aux pics aléatoires (spécialement pour la turbidité).

De la même manière que le signal de référence est déterminé par une analyse graphique, le besoin d'une translation est visuellement estimé par l'opérateur, intégrant donc un degré de subjectivité. Cependant l'utilisation d'une translation reste *a priori* limitée aux cas où les séries continues proches de l'événement pluvieux considéré contiennent des lacunes importantes, impliquant le choix d'un jour de référence plus éloigné dans le temps, de ce fait moins vraisemblable.

## 11.1.2 Calcul de l'incertitude de l'estimation

### 11.1.2.1 Définition de l'incertitude d'estimation

Les signaux de débit et de turbidité du temps sec de référence sont respectivement notés  $Q_{TS}$  et  $Turb_{TS}$ . Leur incertitude type à chaque pas de temps comprend deux sources d'incertitude :

- L'incertitude de mesure du signal de référence, déterminée selon la méthode présentée dans le paragraphe 8.1.1, notée  $u(Q_{TS\_m})$  et  $u(Turb_{TS\_m})$ ,
- Une incertitude liée à la méthode d'estimation même de la contribution de temps sec. Cette source d'incertitude supplémentaire est liée au fait que le signal de référence se substitue à la vraie contribution non mesurée du temps sec. Cette incertitude appelée incertitude de substitution est notée respectivement  $u(Q_{TS\_subs})$  et  $u(Turb_{TS\_subs})$ .

Ainsi, l'incertitude des signaux de référence substitués  $u(Q_{TS})$  et  $u(Turb_{TS})$  incluent à chaque pas de temps à la fois l'incertitude de mesure et l'incertitude de substitution. En faisant l'hypothèse que les deux sources d'incertitudes suivent une distribution normale et sont indépendantes, les incertitudes totales à chaque pas de temps  $i$  s'écrivent :

$$u(Q_{TS\_i})^2 = u(Q_{TS\_m\_i})^2 + u(Q_{TS\_subs\_i})^2 \quad \text{Eq. 11.1}$$

$$u(Turb_{TS\_i})^2 = u(Turb_{TS\_m\_i})^2 + u(Turb_{TS\_subs\_i})^2 \quad \text{Eq. 11.2}$$

Afin d'évaluer  $u(Q_{TS\_subs\_i})$  et  $u(Turb_{TS\_subs\_i})$ , la méthode de choix du signal de référence (cf. paragraphe 11.1.2) a été appliquée pour des jours de temps sec pour lesquels les signaux de débit et de turbidité sont disponibles. Sur une période de la journée, appelée période de test, les signaux mesurés ont été ignorés et estimés par un signal de référence ajusté sur les périodes précédent et suivant le signal de test. Ce dernier est équivalent dans ce cas à un événement pluvieux fictif. Une fois le signal de référence déterminé, celui-ci a été comparé sur la période de test avec le signal de temps sec mesuré et ignoré au départ. L'analyse des écarts entre les deux signaux a ensuite permis l'estimation de l'erreur de substitution.

Deux périodes de tests ont été évaluées :

- Une période de nuit (N), de 18 h à 6 h, durant laquelle les signaux de débit et de turbidité sont plutôt lisses,
- Une période de journée (J), de 6 h à 18 h, pour laquelle les signaux présentent des fluctuations plus importantes et des pics aléatoires, spécialement dans le cas de la turbidité.

La méthode a été appliquée en testant des jours de temps sec mesurés pour les trois classes, parmi les 180 jours de la base de données de temps sec. Les périodes de nuit et de jour ont été systématiquement testées de manière indépendante. Pour chacune des trois classes, le nombre de tests a été fixé à 20 % du nombre de jours total disponible pour la classe considérée. Ainsi, 20, 8 et 8 jours ont été testés, parmi les 99, 40 et 41 jours disponibles, respectivement pour les classes 1, 2 et 3. Les jours testés ont été choisis de manière aléatoire dans la base de données.

### 11.1.2.2 Évaluation de l'incertitude de substitution

L'incertitude de substitution est la résultante de deux principales sources :

1. Les variations aléatoires du débit et de la turbidité entre deux jours de temps sec comparables, chaque jour de temps sec étant une unique occurrence,
2. Les critères considérés pour le choix du signal de référence : i) les types de jours de temps sec testés, ii) la méthode d'ajustement des signaux, et iii) la subjectivité de l'opérateur dans la comparaison de la dynamique des signaux.

Nous considérons que les incertitudes systématiques sont corrigées, quand cela est nécessaire, par l'application de l'ajustement du *signal*. Cette source d'incertitude est considérée comme négligeable par rapport aux autres sources.

## 11.2 Résultats

Les résultats de la méthode d'estimation de l'incertitude de substitution sont présentés dans la partie 11.2.1. La partie 11.2.2 montre l'application de la méthode générale à l'échelle des 239 événements de la base de données d'Ecully. Enfin la partie 11.2.3 présente les résultats à l'échelle annuelle pour l'estimation de la chronique de temps sec continue des années 2007 et 2008.

### 11.2.1 Incertitude de substitution

L'analyse de la distribution des écarts entre les signaux mesurés et de référence a été effectuée : i) indépendamment pour les trois classes et pour les trois classes ensemble, ii) indépendamment pour les périodes de nuit et de jour et pour les deux périodes ensemble. Le Tableau 11.1 présente les résultats obtenus dans les 12 cas, pour le débit et la turbidité, avec l'indication des valeurs moyennes des résidus et des écarts types.

Tableau 11.1. Valeurs moyennes et écarts types moyens des écarts entre les signaux de test et les signaux de référence estimés, pour les classes 1, 2, 3 et les trois classes ensemble, pour les périodes de jour (J) et de nuit (N) et les deux périodes ensemble (J & N)

Classe	Résidus moyens						Écarts types moyens					
	Q (L/s)			Turbidité (FNU)			Q (L/s)			Turbidité (FNU)		
	N	J	J & N	N	J	J & N	N	J	J & N	N	J	J & N
1	0.33	-0.03	0.15	2.33	-7.56	-2.62	2.00	4.58	3.93	48.76	91.66	73.58
2	-0.92	0.55	-0.19	1.39	-0.36	0.51	3.14	4.98	4.84	53.01	82.50	69.34
3	0.18	-0.63	-0.23	3.04	11.04	7.04	4.58	5.16	5.25	60.90	119.02	94.61
Toutes	0.02	-0.03	-0.01	2.28	-1.83	0.22	5.32	4.82	4.47	52.62	96.86	77.97

Les résultats mettent en évidence des écarts types moyens plus élevés pour les périodes de jours que pour celles de nuit, spécialement dans le cas de la turbidité avec un ordre de grandeur du simple au double. Pour les trois cas de périodes testés (N, D et N & D), les écarts types sont significativement plus élevés pour les jours de la classe 3, ce qui confirme les observations de l'analyse de temps sec (cf. paragraphe 10.2).

La méthode est illustrée Figure 11.2 pour la classe 1 et la période de jour, avec le test du signal de temps sec du mardi 29 janvier 2008. Le signal de référence retenu est le lundi 28 janvier 2008, sans besoin d'ajustement mathématique.

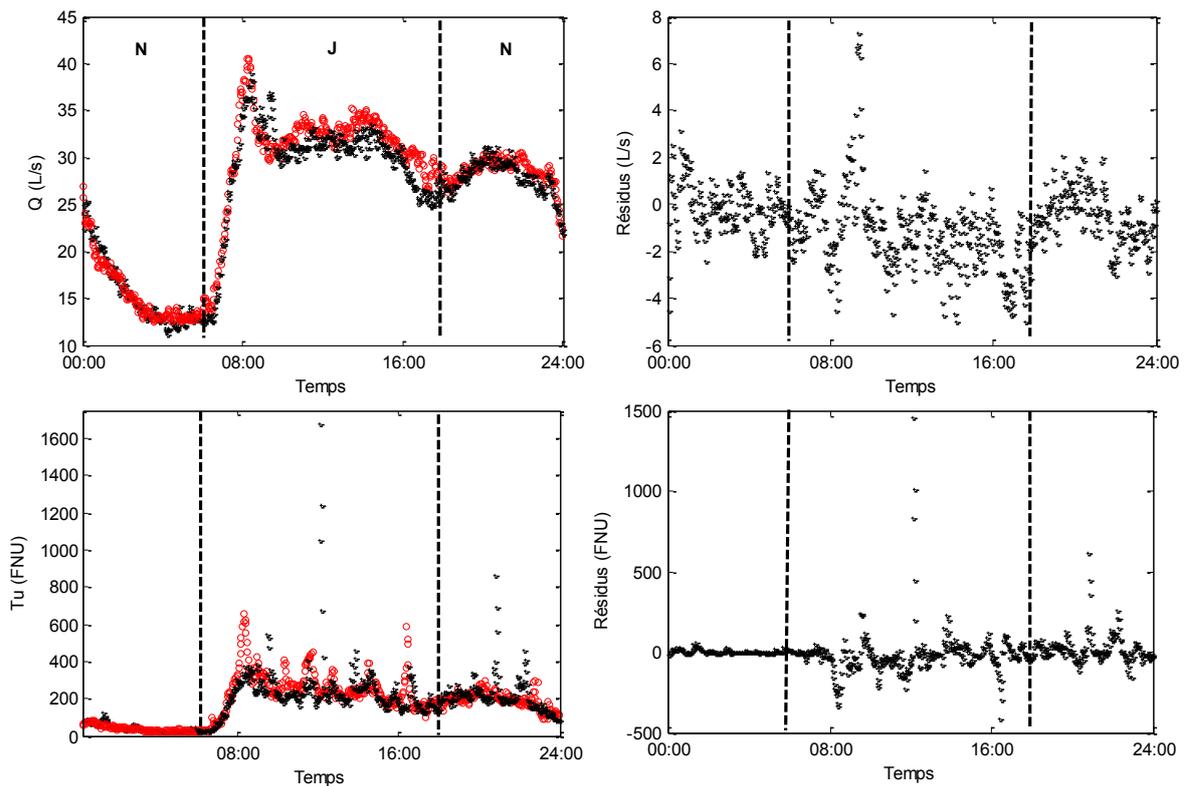


Figure 11.2. Illustration de la méthode d'estimation de l'incertitude de substitution, pour le débit et la turbidité, pour l'événement du 29 janvier 2008 sur la période de jour (J) : signaux de référence (o en rouge) et signaux mesurés (+ en noir) ; à droite, variation des résidus au cours de l'événement

Les résultats montrent également que, quelque soient les cas, la distribution des résidus peut être approximée par une loi normale, confirmant l'hypothèse formulée dans la partie 11.1.2.1.

Des queues de distribution sont toutefois observées, spécialement dans le cas de la turbidité avec des valeurs pouvant aller jusqu'à plus de 2000 FNU. La Figure 11.3 montre les caractéristiques des résidus pour les classes 1, 2, 3 et l'ensemble des classes les deux périodes de test ensemble. Les valeurs extrêmes de turbidité ne sont pas représentées dans les distributions, afin de permettre une meilleure lisibilité des graphiques.

L'analyse de l'évolution des résidus en fonction de la valeur du signal de référence montre que les résidus ne sont pas homoscédastiques, spécialement pour le cas de la turbidité, avec des valeurs au delà de 500 FNU pour les valeurs moyennes et extrêmes du signal de référence. Ces dernières correspondent aux pics de turbidité aléatoires observés pendant les périodes de fort débit. Cependant, aucune tendance simple ne se dégage.

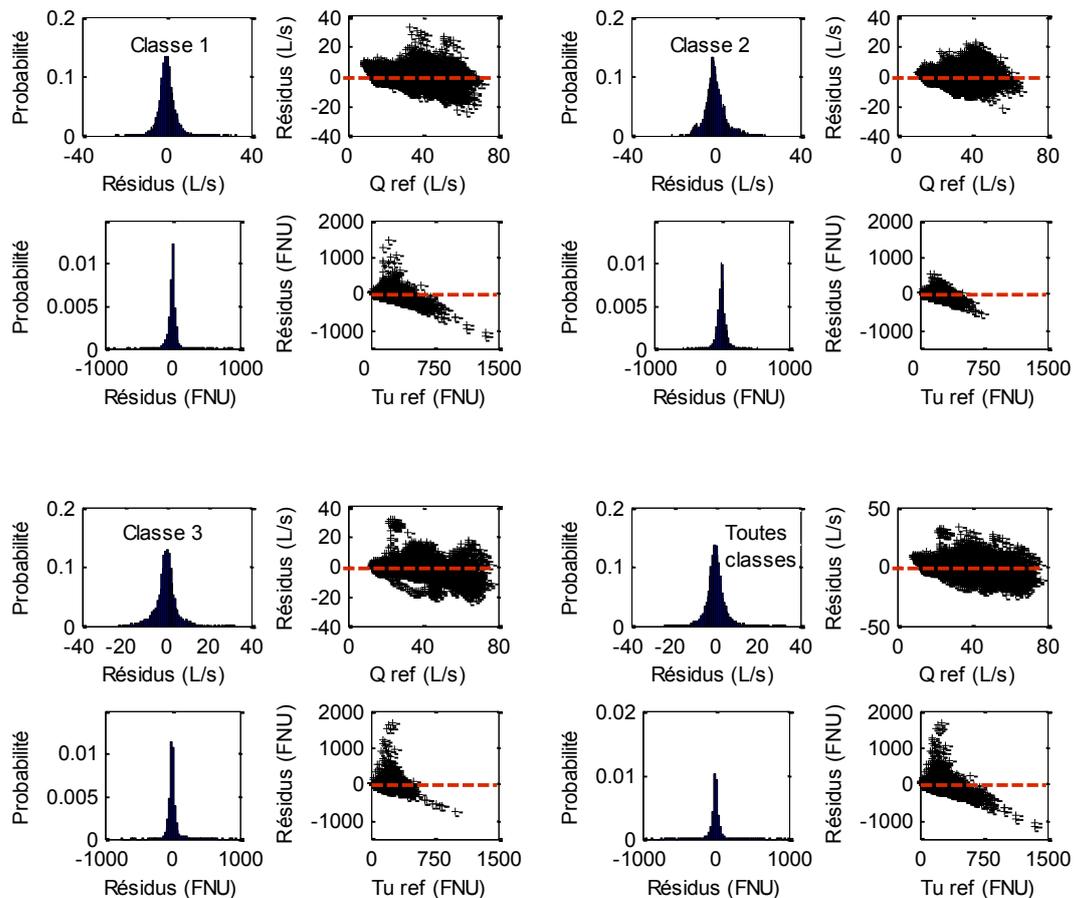


Figure 11.3. Caractéristiques des écarts pour le débit et la turbidité entre les signaux de test et les signaux de référence estimés, pour les classes 1, 2, 3 et les trois classes ensemble, pour les deux périodes de test ensemble (J & N) ; distribution des écarts et valeurs des écarts en fonction de la valeur de référence

Au vu de ces observations, il semble raisonnable en première approche de considérer une incertitude de substitution, pour le débit et la turbidité, dont les caractéristiques sont les suivantes:

- i) L'incertitude de substitution est uniforme dans la gamme de débit et de turbidité de temps sec.

- ii) Elle suit une loi normale centrée, dont l'écart type est évalué en ignorant les valeurs extrêmes des distributions observées afin de ne pas surestimer les incertitudes types de la contribution de temps sec estimée.

Les incertitudes de substitution ont été calculées à partir des résultats obtenus pour les trois classes ensemble et les deux périodes de test ensemble. Les écarts types ont été calculés en ignorant les valeurs extrêmes liées aux pics aléatoires, afin de ne pas surestimer l'incertitude de substitution (Figure 11.4). Les écarts au delà de +/- 2 fois les écarts types de départ ont été ignorés. Les incertitudes de substitution obtenues suivant l'application de cette règle d'exclusion sont de  $3.33 \text{ L.s}^{-1}$  et  $47.0 \text{ FNU}$ , respectivement pour le débit et la turbidité. Ces valeurs sont comparables aux incertitudes de mesure des périodes de temps sec, dont les ordres de grandeurs sont de  $6 \text{ L.s}^{-1}$  et  $30 \text{ FNU}$  en 2007-2008. Il est donc nécessaire de prendre en compte les incertitudes de mesure et de substitution pour l'estimation de l'incertitude de la contribution de temps sec pendant les événements pluvieux.

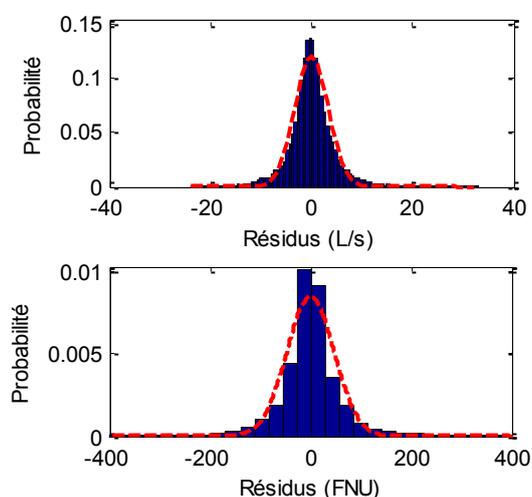


Figure 11.4. Distribution des écarts entre les signaux de test et les signaux de référence estimés et loi normale ajustée en ignorant les valeurs extrêmes (rouge pointillé), pour le débit et la turbidité, pour les trois classes ensemble et les deux périodes de test ensemble (J & N)

## 11.2.2 Estimation des contributions événementielles

Les contributions de temps sec ont d'abord été déterminées en appliquant la méthode présentée dans le paragraphe 11.2.1., puis dans un deuxième temps, les contributions de temps de pluie ont été évaluées. Les volumes ruisselés, les masses et les concentrations moyennes événementielles de temps sec et de temps de pluie ont été calculées.

### 11.2.2.1 Calcul des volumes ruisselés et des masses de polluants

A l'échelle d'un événement pluvieux, le volume ruisselé total et la masse totale d'un polluant  $X$  (MES ou DCO) s'écrivent :

$$Vr = Vr_{TS} + Vr_{TP} \quad \text{Eq. 11.3}$$

$$M_X = M_{X\_TS} + M_{X\_TP} \quad \text{Eq. 11.4}$$

avec  $M_{X\_TS}$  et  $M_{X\_TP}$  les contributions de temps sec et de temps de pluie à la masse totale  $M_X$ ,  $Vr_{TS}$  et  $Vr_{TP}$  les contributions de temps sec et de temps de pluie au volume total  $Vr$ .

Le volume et la masse de temps sec,  $Vr_{TS}$  et  $M_{X\_TS}$ , sont estimés à partir des signaux de référence à chaque pas de temps sur la période de l'événement pluvieux :

$$Vr_{TS} = \Delta t \cdot \sum_{i=t_{d\_TS}}^{t_{f\_TS}} Q_{TS\_i} \quad \text{Eq. 11.5}$$

$$M_{X\_TS} = \Delta t \cdot \sum_{i=t_{d\_TS}}^{t_{f\_TS}} C_{X\_TS\_i} \cdot Q_{TS\_i} \quad \text{Eq. 11.6}$$

avec  $Q_{TS\_i}$  le débit de référence [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $C_{X\_TS\_i}$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ] la concentration en polluant  $X$  du signal de référence estimée à partir du signal de référence de turbidité  $Turb_{TS\_i}$  (NFU), et  $t_{d\_TS}$  et  $t_{f\_TS}$  les dates de début et de fin du signal de référence correspondant aux heures de début et de fin  $t_d$  et  $t_f$  de l'événement pluvieux.

Comme pour le volume total et la masse totale (cf. paragraphe 8.3.1), les incertitudes types sur les contributions de temps sec sont calculées en appliquant la loi de propagation des incertitudes. Les incertitudes types de  $Q_{TS\_i}$  et  $C_{X\_TS\_i}$  sont évaluées à partir des équations 11.1 et 11.2, en utilisant les valeurs des incertitudes types de substitution de  $3.33 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $47.0 \text{ FNU}$  pour le débit et la turbidité.

Les contributions de temps de pluie sont calculées de la manière suivante :

$$Vr_{TP} = Vr - Vr_{TS} \quad \text{Eq. 11.7}$$

$$M_{X\_TP} = M_X - M_{X\_TS} \quad \text{Eq. 11.8}$$

Leurs incertitudes types sont estimées par application de la loi de propagation des incertitudes.

### 11.2.2.2 Calcul des concentrations moyennes événementielles

Les concentrations moyennes événementielles de temps sec et de temps de pluie sont calculées de manière analogue au calcul des concentrations moyennes événementielles totales (cf. paragraphe 8.3.2) :

$$CME_{X\_TS} = \frac{M_{X\_TS}}{Vr_{TS}} \quad \text{Eq. 11.9}$$

$$CME_{X\_TP} = \frac{M_{X\_TP}}{Vr_{TP}} \quad \text{Eq. 11.10}$$

L'incertitude type de la concentration moyenne événementielle de temps sec est calculée par application de la loi de propagation des incertitudes de manière analogue au calcul de l'incertitude sur les concentrations moyennes événementielles totales.

### 11.2.2.3 Résultats

Les contributions de temps sec et de temps de pluie aux volumes ruisselés, aux masses et aux concentrations moyennes événementielles en MES et DCO ainsi que les incertitudes types associées ont été estimées pour les 239 événements de la base de données finale pour Ecully. Le Tableau 11.2 présente les valeurs moyennes, minimum, maximum et l'écart type des différentes grandeurs. Pour chacune des grandeurs, les estimations des contributions de temps sec et de temps de pluie sont indiquées. Comme pour la description des grandeurs totales (cf. paragraphe 9.1.3), les incertitudes types sont exprimées sous forme d'incertitude relative élargie (*IR*).

Les résultats montrent qu'en moyenne la contribution de temps sec en termes de volume ruisselé et de masse de polluant est de l'ordre de 25 %. Pour les concentrations événementielles, les valeurs de la composante de temps sec sont nettement inférieures à celles de temps de pluie. Les incertitudes élargies relatives des contributions de temps sec et de temps de pluie sont en moyenne de l'ordre de 5 % pour les volumes et 15 % pour les masses et les concentrations moyennes événementielles. Des valeurs maximum très élevées sont observées pour ces deux grandeurs, jusqu'à 600-700 % pour la masse et la concentration moyenne en DCO. Ces valeurs extrêmes correspondent à un nombre réduit de petits événements pour lesquels les incertitudes de la contribution de temps sec sont prépondérantes.

Les Figures 11.5 et 11.6 reprennent l'exemple des événements du 1<sup>er</sup> et du 2 février 2008, (cf. paragraphe 9.3.1, Figure 9.8). L'écoulement du 1<sup>er</sup> février illustre le cas des petites pluies, où la contribution du temps sec représente une part significative des volumes et masses totaux. L'écoulement du 2 février est représentative des pluies moyennes pour lesquelles les contributions de temps sec sont moindres. Dans les deux cas, la contribution du temps sec dans la masse totale est faible.

Les volumes ruisselés, les masses et les concentrations moyennes événementiels, calculés pour les grandeurs totales, de temps sec et de temps de pluie pour les deux exemples sont récapitulés dans le Tableau 11.3.

Tableau 11.2. Valeurs minimum, maximum (entre crochets) et moyenne pour le volume ruisselé ( $Vr$ ), la masse ( $M$ ) et la concentration moyenne événementielle ( $CME$ ) en MES et DCO, et les incertitudes élargies associées ( $IR$ ), pour la contribution totale (Tot), le temps de pluie (TP) et le temps sec (TS), site d'Ecully

		<i>Tot</i>	<i>TP</i>	<i>TS</i>
<i>Vr</i>	<b>Valeur</b> (m <sup>3</sup> )	[120 - 42198] 3313	[23 - 37373] 2464	[69 - 9273] 849
	<b>IR</b> (%)	[0.3 - 6.8] 1.9	[0.4 - 60.7] 6.5	[0.7 - 12.2] 3.8
<i>M<sub>MES</sub></i>	<b>Valeur</b> (kg)	[2 - 4294] 557	[1 - 3755] 434	[0 - 1732] 136
	<b>IR</b> (%)	[1.1 - 19.9] 4.0	[1.6 - 377.6] 12.3	[1.8 - 223.7] 16.3
<i>M<sub>DCO</sub></i>	<b>Valeur</b> (kg)	[2 - 7573] 976	[1 - 6562] 745	[0 - 3267] 253
	<b>IR</b> (%)	[1.2 - 68.9] 5.5	[1.7 - 665.9] 14.1	[1.4 - 324.8] 16.5
<i>CME<sub>MES</sub></i>	<b>Valeur</b> (mg.L <sup>-1</sup> )	[13 - 1433] 260	[9 - 4767] 402	[4 - 496] 146
	<b>IR</b> (%)	[1.0 - 18.8] 3.4	[1.5 - 374.8] 12.5	[1.6 - 223.5] 15.5
<i>CME<sub>DCO</sub></i>	<b>Valeur</b> (mg.L <sup>-1</sup> )	[16 - 1354] 441	[8 - 6715] 651	[2 - 884] 273
	<b>IR</b> (%)	[0.9 - 68.6] 4.9	[1.5 - 662.6] 14.1	[1.2 - 324.6] 15.6

Tableau 11.3. Récapitulatif des volumes ruisselés ( $Vr$ ), des masses et des concentrations moyennes événementielles ( $CME$ ) pour les événements du 1<sup>er</sup> et du 2 février 2008, avec le calcul des grandeurs totales (Tot) et des contributions de temps sec (TS) et de temps de pluie (TP), et les incertitudes élargies relatives

		<i>Vr</i>		<i>M<sub>MES</sub></i>		<i>M<sub>DCO</sub></i>		<i>CME<sub>MES</sub></i>		<i>CME<sub>DCO</sub></i>	
		Valeur (m <sup>3</sup> )	<i>IR</i> (%)	Valeur (kg)	<i>IR</i> (%)	Valeur (kg)	<i>IR</i> (%)	Valeur (mg.L <sup>-1</sup> )	<i>IR</i> (%)	Valeur (mg.L <sup>-1</sup> )	<i>IR</i> (%)
<b>1<sup>er</sup> février 2008</b>	<b>Tot</b>	399	3.6	87	5.5	157	5.3	217	4.2	393	4.0
	<b>TP</b>	180	10.9	83	6.0	152	5.7	460	9.7	840	9.5
	<b>TS</b>	219	6.2	4	42.7	5	41.9	16	42.4	25	41.5
<b>2 février 2008</b>	<b>Tot</b>	2280	1.4	548	4.3	845	9.0	240	4.1	370	8.9
	<b>TP</b>	1870	2.0	530	4.5	815	9.4	283	4.3	435	9.3
	<b>TS</b>	410	4.8	18	18.5	30	16.4	43	17.9	74	15.8

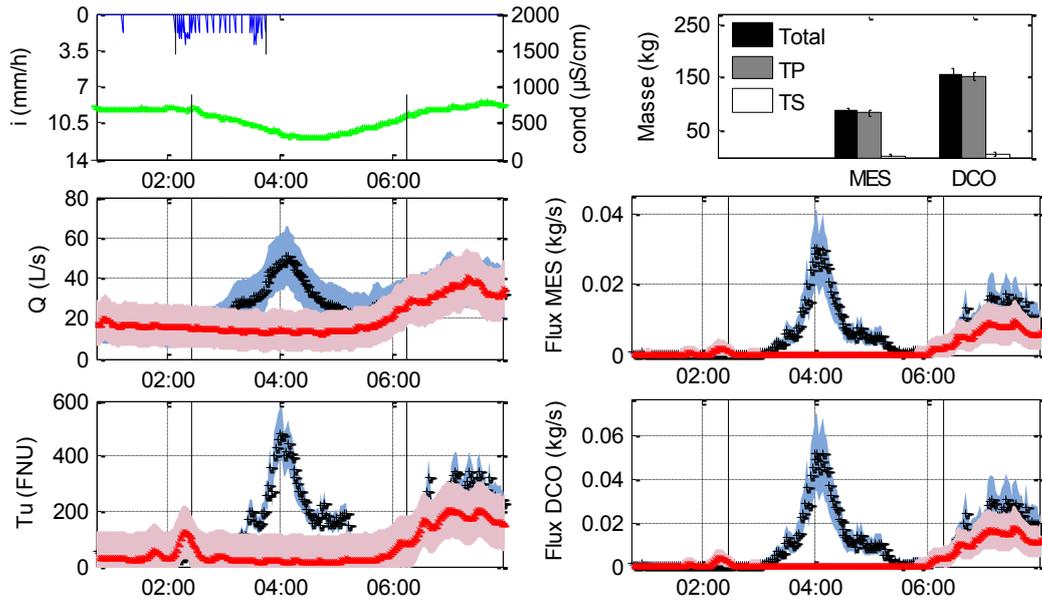


Figure 11.5. Estimation des contributions de temps sec et de temps de pluie, pour l'événement du 1<sup>er</sup> février 2008 à Ecully : débit, turbidité, flux de MES et de DCO avec les intervalles de confiance à 95 % pour les mesures de l'événement pluvieux (en bleu) et de la contribution de temps sec (en rose)

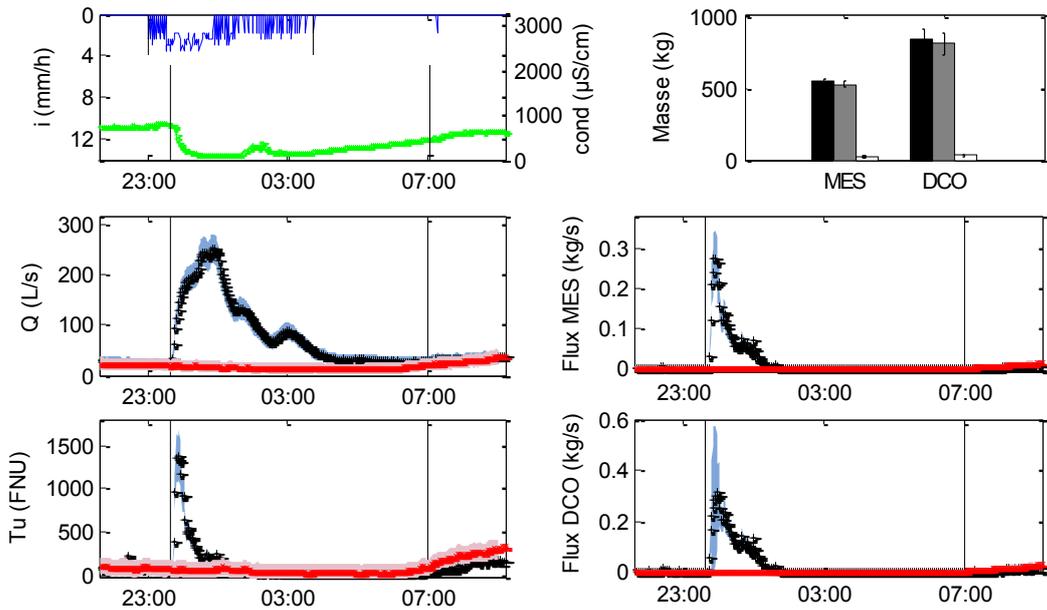


Figure 11.6. Estimation des contributions de temps sec et de temps de pluie, pour l'événement du 2 février 2008, à Ecully : débit, turbidité, flux de MES et de DCO avec les intervalles de confiance à 95 % pour les mesures de l'événement pluvieux (en bleu) et de la contribution de temps sec (en rose)

### 11.2.3 Etablissement de chroniques continues de temps sec sur la période 2007-2008

La méthode d'estimation de la contribution de temps sec a été appliquée pour établir des chroniques continues de débit des années 2007 et 2008, indépendamment des mesures de turbidité. Le principe est le même que pour l'estimation des contributions événementielles, mais en considérant en plus les événements mesurés non retenus dans la base de données et les périodes de lacunes. La Figure 11.7 montre l'exemple de la chronique de temps sec reconstituée pour la période du 3 au 23 avril 2008.

La méthode n'a pas été appliquée pour l'estimation de la turbidité, en raison du nombre trop importants de lacunes en dehors des 239 événements retenus pour le calage. Une possibilité pour l'estimer est l'utilisation de la relation moyenne débit-turbidité établie au paragraphe 10.2.4).

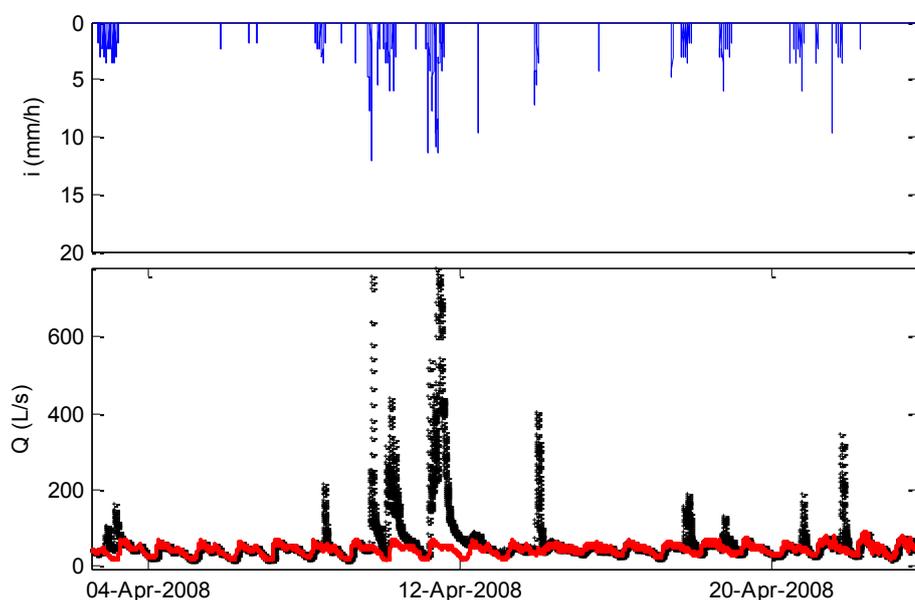


Figure 11.7. Débit mesuré (en noir) et chronique de temps sec reconstituée (en rouge) pour la période du 3 au 23 avril 2008 à Ecully

## 11.3 Limites de la méthode

La méthode proposée repose sur une analyse relativement simple des données, rendant son application opérationnelle envisageable. Cependant, pour une dizaine d'événements la méthode a conduit à des valeurs négatives de la contribution de temps de pluie. Ceci s'explique par une surestimation de la contribution de temps sec, observée pour des événements présentant un phénomène de dilution significatif : des petits événements ayant lieu après une grosse pluie, ou des événements consécutifs sur plusieurs jours. Dans ces cas, le temps sec de référence déterminé à partir d'un jour proche surestime le temps sec réel. Une des raisons de l'échec de la méthode dans ces cas vient de la définition du temps sec considéré qui inclut la composante d'infiltration lente de la pluie.

L'amélioration de la méthode nécessiterait l'utilisation de techniques d'analyse du signal plus avancées, mais ce faisant rendrait plus compliquée son utilisation dans des études opérationnelles.



# Chapitre 12

## 12 Variabilité des flux de temps de pluie

L'étude de la variabilité inter-événementielle présentée dans le paragraphe 12.1 a été réalisée dans la perspective de la construction de modèles de type multi-régression. Nous avons cherché à corrélérer les masses et les concentrations moyennes événementielles de MES et de DCO (variables expliquées) à des caractéristiques des événements (variables explicatives).

Dans un deuxième temps, le paragraphe 12.2 présente les résultats de l'analyse détaillée des courbes M(V). L'objectif principal est de caractériser la dynamique des flux polluants afin d'améliorer la connaissance des processus locaux, notamment l'accumulation, l'érosion et le transfert des polluants représentés dans les modèles détaillés. La question de la prédiction des courbes a été abordée mais ne fera pas, dans le cadre de cette thèse, l'objet d'une étude complète détaillée.

Les analyses de ce chapitre ont été effectuées de manière indépendante pour les deux sites d'étude.

### 12.1 Recherche de variables corrélées

Dans un premier temps, nous avons recensé l'ensemble des variables potentiellement corrélées aux masses événementielles et aux CME pour les deux sites d'étude. Ce travail préliminaire a été effectué sur la base de la littérature et de la connaissance locale des sites. Dans un deuxième temps, nous avons procédé à l'étude des coefficients de corrélation linéaires et à une analyse en composantes principales.

#### 12.1.1 Variables expliquées

Les variables expliquées sont récapitulées dans le Tableau 12.1 pour les deux sites. Dans le cas d'Ecully, les valeurs totales des grandeurs ainsi que les contributions ont été considérées. Pour les 10 événements dont les contributions de temps sec calculées sont négatives (cf. paragraphe 11.3), ces dernières ont été considérées comme nulles et les contributions pluviales prises égales aux contributions totales.

Tableau 12.1. Variables expliquées considérées pour la recherche des corrélations, pour les deux sites d'étude

Variables expliquées	Nom	Unité	Site
Masse totale de MES	$M_{MES}$	kg	<b>Chassieu et Ecully</b>
Masse totale de DCO	$M_{DCO}$	kg	
Concentration moyenne événementielle totale en MES	$CME_{MES}$	mg.L <sup>-1</sup>	
Concentration moyenne événementielle totale en DCO	$CME_{DCO}$	mg.L <sup>-1</sup>	
Masse de MES de la contribution pluviale	$M_{MES\_TP}$	kg	<b>Ecully</b>
Masse de DCO de la contribution pluviale	$M_{DCO\_TP}$	kg	
Concentration moyenne événementielle en MES de la contribution pluviale	$CME_{MES\_TP}$	mg.L <sup>-1</sup>	
Concentration moyenne événementielle en DCO de la contribution pluviale	$CME_{DCO\_TP}$	mg.L <sup>-1</sup>	

## 12.1.2 Recensement des variables explicatives potentielles

Les variables explicatives potentielles de la variabilité inter événementiels des masses et des CME ont été classées en fonction des processus auxquels elles se rapportent *a priori* :

- l'accumulation des polluants en temps sec sur la surface du bassin versant.
- l'érosion et le transfert des polluants sur la surface et dans le réseau en temps de pluie.
- autres processus.

L'objectif étant d'expliquer la variabilité entre les événements pour un site donné, nous nous sommes intéressés uniquement aux variables locales. Les variables régionales utilisées pour la description de la variabilité entre plusieurs sites (Driver et Tasker 1990; Brezonik et Stadelmann 2002; May et Sivakumar 2009) ont donc été considérées comme constantes pour tous les événements, par exemple la surface totale ou imperméable des bassins versants.

Seules les variables pour lesquelles nous disposons de mesures pour la totalité des événements de la base de données ont été considérées.

### 12.1.2.1 Variables explicatives recensées dans la bibliographie

Le Tableau 12.2 présente les variables recensées dans la bibliographie et présentées suivant les trois classes de processus. La liste des variables comprend :

- Les variables caractéristiques globales de la pluie et de l'écoulement, testées depuis les premières exploitations des bases de données dans les années 1970-1990, aux Etats-Unis (US EPA 1970; Colston et Tafuri 1975; Driver et Troutman 1989), au Canada (Marsalek 1976) ou en France (Deutsch et Desbordes 1981; Desbordes et Servat 1984) : i) pour la pluie, la hauteur totale  $H$ , les intensités moyenne  $I_m$  et maximum  $I_{max}$  sur différents pas de temps, la durée de la pluie  $D_p$  et la durée antérieure de temps sec  $DTS$  et ii) pour l'écoulement, le volume ruisselé  $V_r$ , les débits moyen  $Q_m$  et maximum  $Q_{max}$  et la durée de l'écoulement  $D_c$ . A l'exception de la durée de temps sec qui est souvent corrélée à l'accumulation des polluants sur la surface du bassin versant, ces variables se rapportent principalement aux processus d'érosion et d'entraînement des particules sur la surface et dans le réseau en temps de pluie.
- Des variables dérivées des variables traditionnelles, plus récemment testées : les inverses de la hauteur  $InvH$ , de la durée de la pluie  $InvDp$  (Dembélé *et al.* 2010) et de la durée de temps sec  $InvDTS$  (Irish *et al.* 1998; Dembélé *et al.* 2010), et le rapport  $DTS/H$  (Dembélé *et al.* 2010).
- Des variables liées aux conditions antérieures précédant l'événement pluvieux, proposées comme alternatives au simple critère de  $DTS$ , dès 1976 et plus tard dans les années 2000 : la hauteur de pluie et l'intensité maximale sur 5 minutes de l'événement précédent,  $H_{Ant}$  et  $I_{max5Ant}$  (Marsalek 1976), la durée précédant l'événement depuis la dernière pluie dont la hauteur est supérieure à 25 mm  $DTS_{25}$  (Brezonik et Stadelmann 2002), et les hauteurs de pluie cumulées sur des

périodes de 3 et 7 jours précédant l'événement  $CumH_{3J}$  et  $CumH_{7J}$  (May et Sivakumar 2009).

- Des variables plus rares liées à la saisonnalité (Irish *et al.* 1998) : la date (exprimée en quantième de jour,  $qant$ ) et l'heure de l'événement ( $h_j$ ).

Tableau 12.2. Liste des variables explicatives potentielles recensées dans la bibliographie pour la recherche de corrélation avec les variables expliquées

Processus	Variable	Nom	Unité
<b>Accumulation des polluants sur la surface</b>	Durée antérieure de temps sec	$DTS$	jour
	Inverse de la durée antérieure de temps sec	$InvDTS$	jour <sup>-1</sup>
	Hauteur de pluie de l'événement précédent	$H_{Ant}$	mm
	Intensité maximum sur 5 minutes de la pluie précédente	$Imax_{5Ant}$	mm.h <sup>-1</sup>
	Durée précédant l'événement depuis la dernière pluie supérieure à 25 mm	$DTS_{25}$	Nj
	Cumul des hauteurs de pluie sur une période de 3 jours avant l'événement	$CumH_{3J}$	mm
	Cumul des hauteurs de pluie sur une période de 7 jours avant l'événement	$CumH_{7J}$	mm
<b>Érosion et transfert des polluants sur la surface et dans le réseau</b>	Hauteur de pluie totale	$H$	mm
	Durée de la pluie	$D_p$	h
	Intensité moyenne	$Im$	mm.h <sup>-1</sup>
	Intensité maximum de la pluie sur le pas de temps de mesure	$Imax$	mm.h <sup>-1</sup>
	Intensité maximum de la pluie sur le pas de temps de 5 minutes	$Imax_5$	mm.h <sup>-1</sup>
	Volume ruisselé	$V_r$	m <sup>3</sup>
	Durée de l'écoulement	$D_c$	h
	Débit moyen de l'écoulement	$Q_m$	m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup>
	Débit maximum de l'écoulement	$Q_{max}$	m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup>
	Inverse de la hauteur de pluie totale	$InvH$	mm <sup>-1</sup>
	Inverse de la durée de la pluie	$InvDp$	h <sup>-1</sup>
	Rapport de la durée de temps sec et de la hauteur de pluie totale	$DTS/H$	Nj.mm <sup>-1</sup>
<b>Autres</b>	Quantième du jour	$qant$	-
	Heure du jour	$h_j$	h

### 12.1.2.2 Nouvelles variables explicatives

Au vu des variables explicatives et de la connaissance des sites d'étude et des données disponibles (cf. chapitre 3), nous avons complété la liste précédente par la proposition des variables suivantes :

- La variation de conductivité maximale au cours de l'événement, dont la mesure en continu est disponible sur les deux sites. Cette variable est représentative de la concentration ionique des effluents au cours de l'événement et est donc liée aux phénomènes de dilution en temps de pluie.
- Les durées antérieures à l'événement pluvieux depuis le dernier événement dont la hauteur est supérieure à  $X$  mm  $DTS_X$ , avec  $X = [5:5:40]$ , ce qui représente 8 variables. Cette proposition généralise la variable  $DTS_{25}$  proposée par Brezonik et Stadelmann (2002).
- Les cumuls de pluie antérieurs à l'événement pluvieux sur des périodes de  $X$  heures avant la pluie  $CumH_X$ , avec  $X = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]$ , soit 9

cas, généralisant les variables  $CumH_{3J}$  et  $CumH_{7J}$  proposées par May et Sivakumar (2009).

- Les intensités maximales de la pluie sur des pas de temps de 5, 10 et 30 minutes calculées sur des fenêtres de  $X$  heures avant le début de l'événement pluvieux  $Im_{5A_X}$ ,  $Im_{10A_X}$  et  $Im_{30A_X}$ , avec  $X = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]$ , soit 9 variables pour chaque cas. Cette proposition généralise la variable  $Imax_{5Ant}$  proposée par (Marsalek 1976) dans une des premières études sur les modèles de régression.
- Les volumes ruisselés pluvial  $Vr_{TP}$  et de temps sec  $Vr_{TS}$ . La variable  $Vr_{TP}$  permet par rapport à  $Vr$  de s'affranchir de la contribution de temps sec.

Les durées de temps sec antérieures testées ont été limitées à 96 heures, soit 4 jours, étant donnés les temps de réponse des bassins versants d'Ecully et Chassieu. Le pas de temps de calcul des intensités maximales antérieures à la pluie a été limité à 30 minutes, ce qui correspond aux ordres de grandeur du temps de concentration des bassins versants.

Au final, 57 et 63 variables ont été considérées, respectivement pour Chassieu et Ecully, incluant les variables de la littérature et les nouvelles variables. La liste finale est donnée dans le Tableau 12.3.

Tableau 12.3. Liste finale des variables explicatives potentielles considérées pour la recherche de corrélations avec les variables expliquées

Processus	Variable	Nom	Unité
<b>Accumulation des polluants sur la surface</b>	Durée antérieure de temps sec	$DTS$	jour
	Inverse de la durée antérieure de temps sec	$InvDTS$	jour <sup>-1</sup>
	Durée précédant l'événement depuis la dernière pluie supérieure à $X$ mm $X = [5;5:40]$	$DTS_X$	jour
	Cumul des hauteurs de pluie sur une période de $X$ jours avant l'événement	$CumH_X$	mm
	Intensité maximum sur 5 min sur une période de $X$ heures avant la pluie	$Im_{5A_X}$	mm.h <sup>-1</sup>
	Intensité maximum sur 10 min sur une période de $X$ heures avant la pluie	$Im_{10A_X}$	mm.h <sup>-1</sup>
	Intensité maximum sur 30 min sur une période de $X$ heures avant la pluie $X = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]$	$Im_{30A_X}$	mm.h <sup>-1</sup>
<b>Érosion et transfert des polluants sur la surface et dans le réseau</b>	Hauteur de pluie totale	$H$	mm
	Durée de la pluie	$D_p$	h
	Intensité moyenne	$Im$	mm.h <sup>-1</sup>
	Intensité maximum de pluie sur le pas de temps de mesure	$Imax$	mm.h <sup>-1</sup>
	Intensité maximum sur le pas de temps de 5 minutes	$Imax_5$	mm.h <sup>-1</sup>
	Volume ruisselé total	$Vr$	m <sup>3</sup>
	Durée de l'écoulement	$Dc$	h
	Débit moyen de l'écoulement	$Qm$	m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup>
	Débit maximum de l'écoulement	$Qmax$	m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup>
	Inverse de la hauteur de pluie totale	$InvH$	mm <sup>-1</sup>
	Inverse de la durée de la pluie	$InvDp$	h <sup>-1</sup>
	Rapport de la durée de temps sec et de la hauteur de pluie totale	$DTS/H$	Nj.mm <sup>-1</sup>
<b>Pour le site d'Ecully :</b>			
	Volume ruisselé de la contribution pluviale	$Vr_{TP}$	m <sup>3</sup>
	Volume ruisselé de la contribution de temps sec	$Vr_{TS}$	m <sup>3</sup>
<b>Autres</b>	Quantième du jour	$qant$	-
	Heure du jour	$hj$	h
	Variation maximale de conductivité entre le début et la fin de l'écoulement	$Dcond$	μS.cm <sup>-1</sup>

### 12.1.2.3 Distribution des variables

Les distributions des variables ont été étudiées, à la fois pour les variables expliquées et explicatives. La Figure 12.1 montre les distributions des variables expliquées pour Chassieu et les Figures 12.2 et 12.3 celles pour Ecully, respectivement les contributions totales et pluviales.

Les distributions des masses totales pour les deux sites sont approximativement log-normales. Pour les CME totales à Chassieu, les distributions suivent également une loi lognormale, ce qui confirme les observations d'études antérieures (Athayde *et al.* 1983; Driscoll *et al.* 1990; Novotny et Olem 1994; Duncan 1999; Mourad *et al.* 2005).

En revanche pour le site d'Ecully, les distributions des CME totales sont plus étalées vers les grandes valeurs. Une explication de cette observation est la part du temps sec prise en compte dans les concentrations, qui varie suivant les dates des événements au cours de l'année et leurs heures dans la journée. Cette hypothèse est confirmée par les distributions des CME de la contribution pluviale seule (Figure 12.3), dont les formes se rapprochent d'une loi lognormale et de celles de Chassieu.

Les variables expliquées potentielles retenues suivent toutes des lois lognormales, à l'exception i) du quantième et de l'heure du jour qui suivent des lois uniformes et ii) de la variation de conductivité dont la distribution se rapproche d'une loi normale avec des queues de distribution positives.

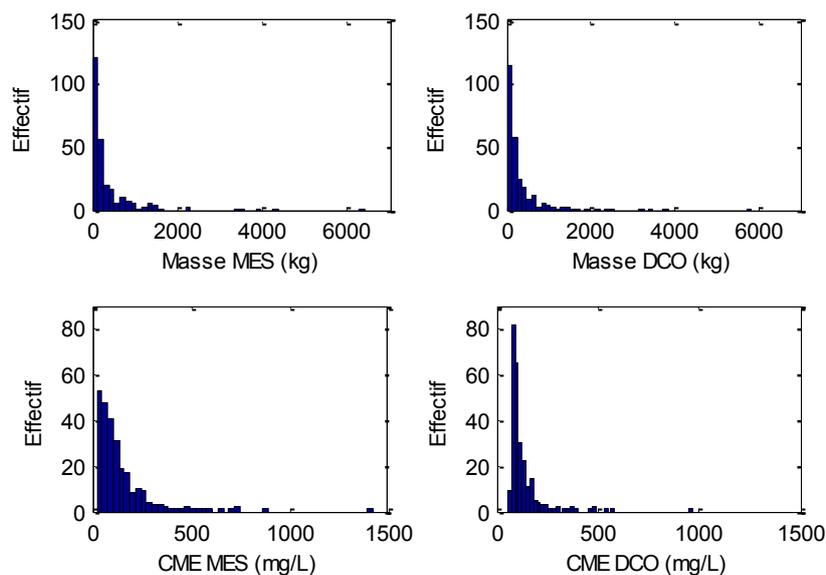


Figure 12.1. Distribution des variables expliquées, site de Chassieu

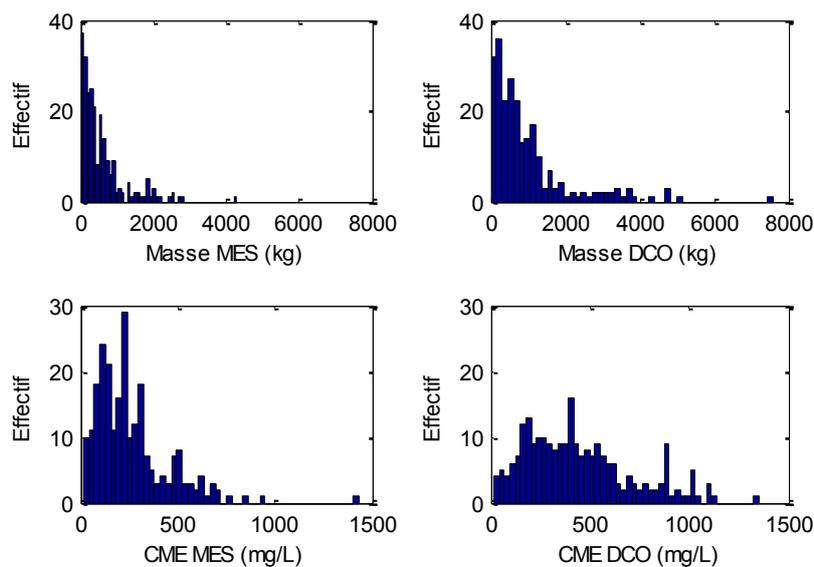


Figure 12.2. Distribution des variables expliquées, contribution totale, site d'Ecully

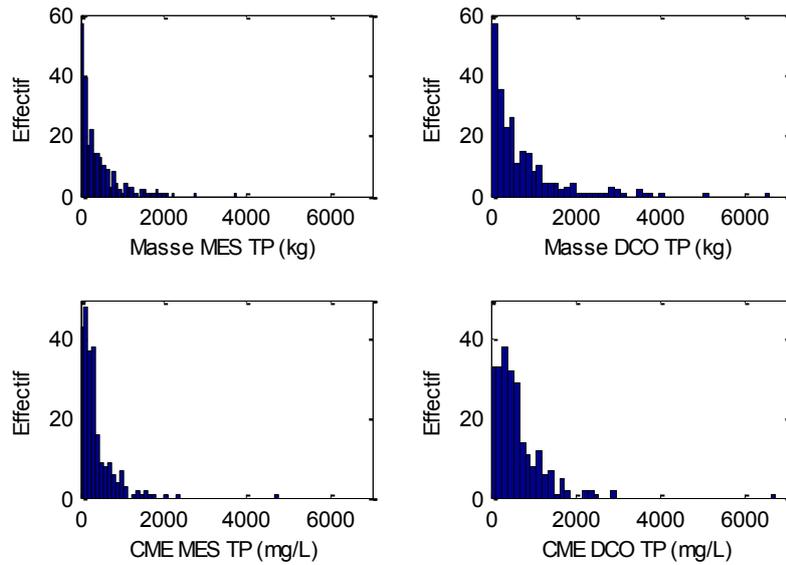


Figure 12.3. Distribution des variables expliquées, contribution pluviale (TP), site d'Ecully

### 12.1.3 Analyse des coefficients de corrélation

#### 12.1.3.1 Principe de l'analyse

Nous considérons dans le cadre de ce travail les corrélations entre les valeurs log-transformées des variables. La raison de ce choix est la perspective de la construction de modèles de régression de type multiplicatif et donc linéaires sur le logarithme des variables (cf. paragraphe 2.1.2.2). Ce choix est conforté par les distributions des variables expliquées et explicatives, qui pour la plupart suivent des lois approximativement lognormales. Les motivations pour une transformation de type logarithmique sont présentées plus en détail dans la partie 5 (Chapitre 13), qui présente les modèles de régression testés. La transformation logarithmique ( $\log_{10}$ ) a été appliquée en ajoutant 1 aux valeurs des variables, de manière à éviter le problème des valeurs nulles et de garder des valeurs transformées supérieures à 0. Cette approche a déjà été utilisée dans des études antérieures (e.g. Brezonik et Stadelmann 2002).

Les coefficients de corrélation linéaire  $r$ , ou coefficients de Pearson, entre deux variables notées  $X$  et  $Y$ , ont été calculés :

$$r(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)} \tag{Eq. 12.1}$$

$$r(X, Y) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}$$

avec  $x_i$  et  $y_i$  les réalisations des variables  $X$  et  $Y$ .

Par définition  $r$  rend compte d'une relation linéaire entre deux variables. C'est sous cette hypothèse, que l'interprétation traditionnelle de la valeur de  $r$  est pertinente : les variables sont

totalemment corrélées pour des valeurs de -1 et 1, respectivement négativement et positivement, elles sont indépendantes pour une valeur nulle et partiellement corrélées pour les valeurs intermédiaires, à différents degrés suivant la valeur. Une valeur de  $r$  proche de 0 met donc en évidence qu'il n'existe pas de corrélation linéaire entre deux variables, mais sans exclure cependant la possibilité d'un autre type de corrélation.

### 12.1.3.2 Résultats

Les Tableaux 12.4 à 12.6 présentent les coefficients entre les variables expliquées et les variables explicatives, respectivement pour : i) les contributions totales en MES et DCO à Chassieu, ii) les contributions totales et pluviales en MES et iii) les contributions totales et pluviales en DCO à Ecully. Pour faciliter la lecture des tableaux, les coefficients de corrélation dont la valeur absolue est supérieure à 0.5 apparaissent sur fond grisé.

Les remarques générales suivantes peuvent être formulées pour les deux sites :

- Les résultats obtenus pour les masses et les CME sont nettement différents. Notamment, les corrélations pour les masses sont globalement plus élevées, avec des valeurs jusqu'à 94 % contre seulement -0.43 % pour les CME.
- Les résultats obtenus pour les MES et la DCO sont comparables, avec globalement l'observation des mêmes tendances.
- Pour les deux sites et pour les masses aussi bien que les CME, les corrélations observées pour les variables liées à la saisonnalité,  $q_{ant}$  et  $h_j$  sont très faibles.
- Les résultats entre les deux sites diffèrent significativement pour les variables caractéristiques des conditions antérieures à l'événement, dont les corrélations sont plus fortes à Ecully, de l'ordre de 0.25-0.45 contre seulement 0.05-0.25 à Chassieu.
- Concernant les autres paramètres, les corrélations sont comparables entre les deux sites pour les masses totales et plus variables pour les CME.
- Dans le cas d'Ecully, des différences significatives sont observées entre les corrélations de la masse totale et de temps de pluie, globalement moins élevées pour la contribution de temps de pluie dans le cas des variables traditionnelles. Pour les CME, les résultats sont très proches, quelque soient les variables.

Une analyse détaillée des résultats par groupes de variables considérée est présentée dans les paragraphes suivants.

#### ***Variables traditionnelles : H, Im, Imax, Dp, Vr, Dc, Qm, Qmax***

Pour les deux sites, dans le cas des masses, des coefficients supérieurs à 0.75 sont observés pour  $H$  et  $Vr$ , entre 0.5 et 0.8 pour  $Dp$ ,  $Im$ ,  $Qm$  et  $Qmax$ , et entre 0.1 et 0.5 pour  $Dc$  et  $Im$ . Dans le cas des CME, les corrélations sont globalement faibles pour toutes les variables, avec des coefficients presque nuls pour la hauteur de pluie et le volume ruisselé, et des valeurs maximum de 0.2 pour  $Imax$ . Dans le cas d'Ecully, les coefficients sont de l'ordre de 0.2, avec une valeur négative cette fois pour  $Im$  de -0.25 et une valeur maximum de -0.3 pour le volume ruisselé.

#### ***Variables InvH, DpInv, InvDTS, DTS/H et Dcond***

Les corrélations avec les variables inverses sont du même ordre de grandeur que les variables originelles, au signe des coefficients près. Les corrélations observées pour la variable

DTS/H sont variables suivant les sites : pour les masses des ordres de grandeur de -0.4 à Chassieu contre -0.2 à Ecully, dans le cas des CME très faibles à Chassieu (0.05) et de l'ordre de 0.3 à Ecully.

Les corrélations avec la variable *Dcond* sont faibles à Chassieu, avec une valeur maximum de 0.14 et des valeurs un peu plus élevées pour les masses. A Ecully les coefficients sont également faibles pour les CME mais en revanche significativement plus élevées pour les masses, de l'ordre de 0.5.

#### **Variables DTS et DTS<sub>X</sub>**

Pour le site de Chassieu, la prise en compte d'événements antérieurs plus forts ne met pas en évidence des corrélations significativement plus élevées dans le cas des masses. En revanche pour les CME, les corrélations les plus élevées sont obtenues pour la variable *DTS<sub>5</sub>*, avec pour les MES et la DCO des coefficients de 0.16 et 0.14 contre seulement 0.09 et 0.04 pour *DTS*.

Pour le site d'Ecully, les ordres de grandeurs des corrélations sont plus élevées pour les MES et la DCO, dans le cas des masses et de la CME, avec les corrélations les plus élevées pour la variable *DTS<sub>30</sub>*. Dans le cas de la masse, les corrélations sont significativement plus élevées pour la contribution de temps de pluie (0.34 contre 0.24).

#### **Variables Cum<sub>X</sub>**

Pour le site de Chassieu, les valeurs les plus élevées des coefficients relatifs aux variables *Cum<sub>X</sub>* sont observées pour *Cum<sub>12</sub>* et *Cum<sub>96</sub>*, respectivement pour les masses et les CME, avec des valeurs négatives qui restent cependant faibles (supérieures à -0.16).

Pour le site d'Ecully, les valeurs les plus élevées, contributions totales et contribution de temps sec confondues, sont observées pour *Cum<sub>52</sub>* et *Cum<sub>72</sub>*, respectivement pour les masses et les CME, avec des coefficients de l'ordre de -0.4, légèrement plus élevées pour la contribution de temps de pluie.

#### **Variables Im<sub>5A<sub>X</sub></sub>, Im<sub>10A<sub>X</sub></sub>, Im<sub>30A<sub>X</sub></sub>**

Dans le cas du site de Chassieu, pour les variables antérieures liées à l'intensité de la pluie, des coefficients significativement plus élevés sont observés avec la variable *Im<sub>30A<sub>4</sub></sub>*, de l'ordre de 0.4 pour les masses contre seulement 0.18 pour les CME.

Pour le site d'Ecully, les résultats obtenus en prenant en compte des durées supérieures à 5 minutes ne permettent pas d'obtenir des corrélations plus élevées. Les valeurs négatives maximum des coefficients sont observées pour *Im<sub>5A<sub>52</sub></sub>* et *Im<sub>5A<sub>72</sub></sub>*, respectivement pour les masses et les CME, correspondant donc à des durées de 52 et 72 minutes comme dans le cas des variables *Cum<sub>X</sub>*.

#### **Variables Vr<sub>TP</sub>, Vr<sub>TS</sub>**

Dans le cas des CME, les coefficients de corrélation sont comparables pour les contributions totale et pluviales et avec le volume ruisselé total *Vr*. Les valeurs sont cependant un peu plus élevées pour la contribution pluviale.

En ce qui concerne les masses, les corrélations avec les grandeurs totales sont inférieures à celles observées avec *Vr*, de l'ordre de 0.6. Au niveau de la contribution de temps de pluie, les corrélations les plus fortes sont observées avec *Vr<sub>TP</sub>*. C'est donc légèrement supérieur aux corrélations observées avec *Vr*, de l'ordre de 0.6. Elle sont cependant significativement plus élevées que celles observées avec *Vr<sub>TP</sub>*, de l'ordre de 0.27.

Tableau 12.4. Coefficients de corrélation linéaire entre les variables expliquées et les variables explicatives, site de Chassieu. Sur fond gris, les valeurs supérieures à 0.50

Variables	$M_{MES}$	$M_{DCO}$	$CME_{MES}$	$CME_{DCO}$
<b><i>DTS</i></b>	0.07	0.04	0.09	0.04
<b><i>InvDTS</i></b>	-0.13	-0.11	-0.09	-0.03
<b><i>DTS<sub>X</sub></i></b> <i>X</i> = [5:5:40]	[-0.01, 0.02, 0.06, 0.03, 0.01, 0.01, -0.02, 0.04]	[-0.06, -0.01, 0.04, 0.01, -0.03, -0.03, -0.06, 0.01]	[0.16, 0.09, 0.07, 0.08, 0.11, 0.11, 0.08, 0.06]	[0.14, 0.06, 0.05, 0.07, 0.08, 0.08, 0.04, 0.02]
<b><i>CumH<sub>X</sub></i></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[-0.01, -0.11, -0.15, -0.07, -0.09, -0.09, -0.10, -0.07, -0.02]	[-0.01, -0.10, -0.13, -0.04, -0.05, -0.05, -0.06, -0.04, 0.03]	[-0.03, -0.07, -0.07, -0.09, -0.12, -0.12, -0.13, -0.13, -0.16]	[-0.03, -0.05, -0.01, -0.03, -0.07, -0.07, -0.09, -0.09, -0.12]
<b><i>Im<sub>s</sub>A<sub>X</sub></i></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[0.21, 0.07, -0.02, 0.05, 0.01, 0.00, -0.02, 0.00, 0.03]	[0.21, 0.07, 0.00, 0.07, 0.05, 0.02, 0.01, 0.04, 0.07]	[0.09, 0.02, -0.03, 0.00, -0.06, -0.05, -0.08, -0.09, -0.13]	[0.09, 0.02, 0.01, 0.05, -0.02, -0.02, -0.04, -0.06, -0.10]
<b><i>Im<sub>10</sub>A<sub>X</sub></i></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[0.25, 0.12, 0.02, 0.07, 0.03, 0.01, -0.01, 0.01, 0.03]	[0.24, 0.13, 0.03, 0.09, 0.06, 0.03, 0.02, 0.04, 0.08]	[0.12, 0.04, 0.01, 0.02, -0.04, -0.03, -0.06, -0.08, -0.12]	[0.11, 0.04, 0.04, 0.06, 0.00, 0.00, -0.03, -0.05, -0.09]
<b><i>Im<sub>30</sub>A<sub>X</sub></i></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[0.41, 0.29, 0.18, 0.15, 0.09, 0.08, 0.06, 0.06, 0.04]	[0.41, 0.29, 0.19, 0.17, 0.12, 0.10, 0.08, 0.09, 0.09]	[0.19, 0.14, 0.09, 0.05, -0.01, 0.00, -0.03, -0.05, -0.13]	[0.17, 0.13, 0.12, 0.08, 0.03, 0.02, 0.00, -0.02, -0.09]
<b><i>H</i></b>	0.75	0.85	0.00	-0.04
<b><i>D<sub>p</sub></i></b>	0.50	0.60	-0.11	-0.13
<b><i>I<sub>m</sub></i></b>	0.35	0.36	0.13	0.10
<b><i>Imax</i></b>	0.57	0.59	0.20	0.17
<b><i>Imax<sub>s</sub></i></b>	0.66	0.70	0.15	0.11
<b><i>V<sub>r</sub></i></b>	0.85	0.94	0.07	0.03
<b><i>D<sub>c</sub></i></b>	0.38	0.47	-0.12	-0.14
<b><i>Q<sub>m</sub></i></b>	0.66	0.72	0.10	0.07
<b><i>Q<sub>max</sub></i></b>	0.74	0.78	0.18	0.13
<b><i>InvH</i></b>	-0.69	-0.75	-0.10	-0.05
<b><i>InvD<sub>p</sub></i></b>	-0.39	-0.45	0.03	0.05
<b><i>DTS/H</i></b>	-0.35	-0.43	0.06	0.04
<b><i>qant</i></b>	-0.06	-0.04	-0.09	-0.07
<b><i>h<sub>j</sub></i></b>	-0.02	-0.02	0.00	0.01
<b><i>Dcond</i></b>	0.14	0.11	0.12	0.06

Tableau 12.5. Coefficients de corrélation linéaire entre les variables expliquées et les variables explicatives, pour les MES, site d'Ecully. Sur fond gris, les valeurs supérieures à 0.50

Variables	$M_{MES}$	$M_{MES\_TP}$	$CME_{MES}$	$CME_{MES\_TP}$
<b>DTS</b>	0.24	0.32	0.25	0.31
<b>InvDTS</b>	-0.23	-0.36	-0.26	-0.37
<b>DTS<sub>X</sub></b> <i>X</i> = [5:5:40]	[0.23, 0.21, 0.15, 0.20, 0.20, 0.24, 0.20, 0.17]	[0.26, 0.24, 0.23, 0.29, 0.30, 0.34, 0.31, 0.28]	[0.33, 0.15, 0.17, 0.24, 0.28, 0.31, 0.30, 0.24]	[0.28, 0.16, 0.19, 0.24, 0.27, 0.30, 0.30, 0.25]
<b>CumH<sub>X</sub></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[-0.13, -0.06, -0.18, -0.29, -0.30, -0.33, -0.34, -0.32, -0.33]	[-0.06, -0.20, -0.27, -0.36, -0.40, -0.42, -0.44, -0.43, -0.42]	[-0.01, -0.19, -0.24, -0.32, -0.33, -0.30, -0.32, -0.39, -0.36]	[0.05, -0.32, -0.30, -0.37, -0.41, -0.39, -0.39, -0.43, -0.38]
<b>Im<sub>5</sub>A<sub>X</sub></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[0.16, 0.13, -0.02, -0.18, -0.21, -0.24, -0.27, -0.26, -0.23]	[0.19, 0.10, -0.04, -0.21, -0.26, -0.28, -0.30, -0.28, 0.25]	[0.12, 0.00, -0.11, -0.23, -0.27, -0.26, -0.30, -0.32, -0.29]	[0.08, -0.06, -0.14, -0.27, -0.33, -0.31, -0.32, -0.32, -0.28]
<b>Im<sub>10</sub>A<sub>X</sub></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[0.20, 0.16, 0.02, -0.16, -0.19, -0.21, -0.25, -0.26, -0.24]	[0.25, 0.16, 0.01, -0.19, -0.25, -0.27, -0.29, -0.29, -0.26]	[0.13, 0.04, -0.06, -0.20, -0.25, -0.24, -0.29, -0.32, -0.31]	[0.10, -0.01, -0.09, -0.25, -0.32, -0.31, -0.32, -0.32, -0.30]
<b>Im<sub>30</sub>A<sub>X</sub></b> <i>X</i> = [4, 8, 12, 24, 36, 48, 52, 72, 96]	[0.22, 0.17, 0.07, -0.13, -0.13, -0.15, -0.19, -0.23, -0.23]	[0.28, 0.19, 0.09, -0.13, -0.20, -0.21, -0.25, -0.27, -0.27]	[0.19, 0.15, 0.06, -0.09, -0.15, -0.15, -0.21, -0.28, -0.29]	[0.15, 0.08, 0.01, -0.16, -0.26, -0.25, -0.27, -0.30, -0.29]
<b>H</b>	0.75	0.62	-0.17	-0.13
<b>D<sub>p</sub></b>	0.58	0.33	-0.25	-0.25
<b>I<sub>m</sub></b>	0.58	0.33	-0.25	-0.25
<b>Imax</b>	0.75	0.62	-0.17	-0.13
<b>Imax<sub>5</sub></b>	0.58	0.33	-0.25	-0.25
<b>V<sub>r</sub></b>	0.80	0.54	-0.26	-0.30
<b>D<sub>c</sub></b>	0.56	0.27	-0.31	-0.34
<b>Q<sub>m</sub></b>	0.63	0.56	-0.06	-0.10
<b>Q<sub>max</sub></b>	0.71	0.62	-0.02	-0.09
<b>InvH</b>	-0.67	-0.58	0.00	0.00
<b>InvD<sub>p</sub></b>	-0.39	-0.24	0.20	0.18
<b>DTS/H</b>	-0.28	-0.14	0.25	0.31
<b>V<sub>rTP</sub></b>	0.77	0.60	-0.24	-0.27
<b>V<sub>rTS</sub></b>	0.62	0.28	-0.24	-0.31
<b>qant</b>	0.00	-0.03	-0.02	-0.06
<b>h<sub>j</sub></b>	0.09	0.09	0.04	0.04
<b>Dcond</b>	0.54	0.42	0.00	-0.07

Figure 12.6. Coefficients de corrélation linéaire entre les variables expliquées et les variables explicatives, pour la DCO, site d'Ecully. Sur fond gris, les valeurs supérieures à 0.50

Variables	$M_{DCO}$	$M_{DCO_{TP}}$	$CME_{DCO}$	$CME_{DCO_{TP}}$
<b>DTS</b>	0.22	0.30	0.22	0.29
<b>InvDTS</b>	-0.22	-0.35	-0.24	-0.36
<b>DTS<sub>X</sub></b> $X = [5:5:40]$	[0.21, 0.20, 0.15, 0.20, 0.20, 0.24, 0.20, 0.16]	[0.24, 0.23, 0.23, 0.28, 0.30, 0.34, 0.32, 0.28]	[0.30, 0.14, 0.17, 0.24, 0.28, 0.31, 0.30, 0.25]	[0.26, 0.14, 0.19, 0.24, 0.27, 0.30, 0.30, 0.26]
<b>CumH<sub>X</sub></b> $X = [4, 8, 12, 24,36, 48, 52, 72, 96]$	[-0.13, -0.05, -0.18, -0.27, -0.27, -0.30, -0.32, -0.30, -0.30]	[-0.05, -0.21, -0.26, -0.34, -0.38, -0.41, -0.42, -0.40, -0.39]	[-0.01, -0.19, -0.23, -0.31, -0.31, -0.27, -0.29, -0.36, -0.33]	[0.05, -0.33, -0.30, 0.36, -0.39, -0.37, -0.37, -0.40, -0.36]
<b>Im<sub>5</sub>A<sub>X</sub></b> $X = [4, 8, 12, 24,36, 48, 52, 72, 96]$	[0.16, 0.12, -0.01, -0.17, -0.20, -0.22, -0.25, -0.24, -0.21]	[0.19, 0.09, -0.04, -0.20, -0.25, -0.26, -0.28, -0.26, -0.23]	[0.12, -0.01, -0.11, -0.22, -0.25, -0.23, -0.28, -0.29, -0.26]	[0.08, -0.06, -0.14, -0.26, -0.31, -0.29, -0.30, -0.29, -0.26]
<b>Im<sub>10</sub>A<sub>X</sub></b> $X = [4, 8, 12, 24,36, 48, 52, 72, 96]$	[0.19, 0.16, 0.02, -0.15, -0.17, -0.19, -0.23, -0.24, -0.22]	[0.24, 0.15, 0.01, -0.18, -0.23, -0.25, -0.27, -0.27, -0.24]	[0.12, 0.03, -0.07, -0.19, -0.23, -0.21, -0.26, -0.29, -0.28]	[0.10, -0.02, -0.09, -0.24, -0.30, -0.28, -0.30, -0.30, -0.27]
<b>Im<sub>30</sub>A<sub>X</sub></b> $X = [4, 8, 12, 24,36, 48, 52, 72, 96]$	[0.21, 0.16, 0.06, -0.12, -0.12, -0.13, -0.18, -0.21, -0.21]	[0.28, 0.18, 0.08, -0.13, -0.19, -0.20, -0.23, -0.26, -0.25]	[0.19, 0.14, 0.06, -0.08, -0.14, -0.13, -0.19, -0.26, -0.26]	[0.15, 0.08, 0.01, -0.15, -0.25, -0.24, -0.25, -0.28, -0.27]
<b>H</b>	0.75	0.61	-0.17	-0.12
<b>D<sub>p</sub></b>	0.59	0.32	-0.24	-0.24
<b>I<sub>m</sub></b>	0.17	0.29	0.17	0.17
<b>Imax</b>	0.51	0.49	0.13	0.10
<b>Imax<sub>s</sub></b>	0.56	0.57	0.09	0.10
<b>V<sub>r</sub></b>	0.81	0.53	-0.25	-0.28
<b>D<sub>c</sub></b>	0.57	0.26	-0.31	-0.33
<b>Q<sub>m</sub></b>	0.63	0.55	-0.06	-0.08
<b>Q<sub>max</sub></b>	0.71	0.61	-0.02	-0.08
<b>InvH</b>	-0.68	-0.58	0.00	-0.02
<b>InvD<sub>p</sub></b>	-0.40	-0.23	0.20	0.17
<b>DTS/H</b>	-0.31	-0.15	0.22	0.28
<b>V<sub>rTP</sub></b>	0.78	0.59	-0.23	-0.25
<b>V<sub>rTS</sub></b>	0.64	0.27	-0.22	-0.30
<b>qant</b>	0.00	-0.04	-0.03	-0.07
<b>h<sub>j</sub></b>	0.09	0.10	0.04	0.04
<b>Dcond</b>	0.54	0.41	0.01	-0.06

Cette analyse permet une première quantification des relations linéaires entre les variables expliquées et chacune des variables explicatives considérées séparément. Les résultats diffèrent significativement entre les sites et les types de grandeurs (masse ou CME) : l'interprétation des coefficients et des processus auxquels ils sont *a priori* liés reste donc difficile. On retrouve cependant une conclusion déjà fréquemment mentionnée dans la littérature, avec des conséquences importantes pour la modélisation : les coefficients de corrélation sont généralement plus élevés pour les masses que pour les CME (Dembélé, 2010).

L'analyse des corrélations entre les variables à partir de la matrice des corrélations a été effectuée. Mais du fait du nombre important de variables, les résultats ne sont pas présentés ici.

## 12.1.4 Analyse en composante principale (ACP)

### 12.1.4.1 Principe de l'analyse

L'ACP est un outil d'analyse plus puissant que l'analyse simple des coefficients de corrélation linéaire, qui permet notamment de rendre compte visuellement des corrélations existant entre les variables descriptives d'un échantillon. Ce dernier est défini comme un ensemble d'individus, chacun caractérisé par des valeurs des variables considérées.

Le principe de l'ACP consiste à construire des combinaisons linéaires des variables explicatives de départ, qui permettent de rendre compte du maximum de la variance de l'échantillon. Ces nouvelles variables sont appelées les composantes principales et sont déterminées : i) pour qu'elles n'apportent pas d'information redondante l'une par rapport à l'autre dans l'explication de la variance, ii) l'une après l'autre, dans l'ordre décroissant de la part de variance expliquée. Elles forment ainsi une base orthogonale dans l'espace des variables. Il est important de préciser que la technique de l'ACP repose toujours sur l'hypothèse de l'existence de relations linéaires entre les variables.

De manière générale, l'ACP permet de donner des éléments de réponse concernant les points suivants :

- la détection de comportements atypiques dans un groupe d'individus.
- la détermination de relations entre les variables.
- la distinction de sous-groupes parmi les individus.

Dans notre cas, nous nous intéressons à l'identification des corrélations entre les variables expliquées et explicatives et à l'existence de sous-groupes de variables explicatives corrélées, susceptibles d'apporter une information redondante. Les individus composant l'échantillon sont ici les événements pluvieux et l'ensemble des variables expliquées et explicatives des tableaux 12.1 et 12.3.

Les résultats de l'ACP sont analysés au vu des trois représentations classiques suivantes :

- Les pourcentages de variance expliquée par les composantes principales. Par exemple, si les premières composantes permettent d'expliquer une grande part de la variance, cela met en évidence l'existence de fortes corrélations linéaires entre les variables explicatives et expliquées.
- L'analyse de la projection des individus dans l'espace des deux premières composantes principales. Cette représentation, appelée carte de proximité, permet l'identification éventuelle d'événements atypiques et de sous ensembles de variables corrélées.
- L'analyse des corrélations d'une part entre les variables et les deux premières composantes principales, et d'autre part entre les variables elles-mêmes, par la représentation du cercle des corrélations. Ce dernier permet de visualiser d'une part le poids des variables dans l'explication de la variance totale par les deux premières composantes, et d'autre part les corrélations entre les variables.

L'ACP a été effectuée en considérant le logarithme des variables, de la même manière et pour les mêmes raisons que lors de l'analyse des coefficients de corrélation. Elle a été réalisée à partir des échantillons normés, afin de ramener les valeurs des variables à des ordres de grandeur comparables. L'analyse a été effectuée de manière indépendante pour les deux sites.

### 12.1.4.2 Résultats

Les résultats à Chassieu sont présentés dans les Figures 12.4 à 12.6 et pour Ecully dans les Figures 12.7 à 12.9. Les Figures 12.5 et 12.8 montrent que dans les deux cas, les deux premières composantes principales expliquent moins de 40 % de la variance totale de l'échantillon (24 % et 9 % respectivement pour les 1<sup>ères</sup> et 2<sup>èmes</sup> composantes et pour Chassieu et 23 et 12 % pour Ecully), ce qui met en évidence l'existence de corrélations linéaires partielles entre les variables. Les résultats de l'analyse des cartes de proximité et des cercles de corrélation sont présentés pour les deux sites dans les paragraphes suivants.

#### *Résultats à Chassieu*

L'analyse des projections des individus met en évidence deux points très atypiques sur la gauche de la Figure 12.6 : les événements 158 et 159 observés le 9 juillet 2007, et dont les dynamiques atypiques ont déjà été mises en évidence dans le paragraphe 9.3.3 (Figure 9.11). Le fait que ces deux points soient nettement isolés des autres tend à confirmer l'hypothèse d'une arrivée de rejets industriels, expliquant la présence d'un deuxième pic de concentration, alors qu'un seul pic de débit est observé.

La dispersion des autres points ne met pas en évidence de tendance significative, il n'est pas possible d'identifier des sous groupes d'individus.

La Figure 12.7 montre la représentation des variables sur le cercle des corrélations. Ce dernier est construit tel que :

- Les projections des variables sur les deux premières composantes principales représentent les coefficients de corrélation linéaire entre les composantes et les variables expliquées. Plus les projections sont proches de 1 et plus les variables expliquent une grande part de la variabilité de l'échantillon expliquée par les deux premières composantes principales.
- Le cosinus de l'angle au centre entre deux variables représente les coefficients de corrélation linéaire entre ces deux dernières : plus l'angle se rapproche de 0° ou 180°, plus la corrélation est grande. A l'inverse, un angle de 90° met en évidence l'absence de corrélation entre deux variables. Cependant ces interprétations ne sont valables que pour les cas des variables proches du cercle des corrélations.

L'analyse du cercle des corrélations confirme d'une part les résultats de l'analyse des coefficients de corrélation linéaire, avec par exemple de fortes corrélations entre les masses de polluants et la hauteur de pluie ou le volume ruisselé ou des projections très faibles sur les deux axes pour les variables  $q_{ant}$  et  $h_j$ . Concernant les corrélations entre variables, le cercle met en évidence :

- Des variables très fortement corrélées deux à deux dont l'angle sur le cercle est proche de 0 :  $V_r$  et  $H$ ,  $Imax$  et  $Im_5$ ,  $Q_m$  et  $Q_{max}$ ,  $DTS$  et  $InvDTS$ ,  $H$  et  $InvH$ ,  $D_p$  et  $InvDp$ . Ces corrélations s'expliquent par la définition même des variables.
- Des sous ensembles de variables corrélées : les variables  $DTS_X$  ; les variables  $Im_5A_X$ ,  $Im_{10}A_X$  et  $Im_{30}A_X$  pour des durées  $X$  supérieures à 12 heures ; les variables  $CumH_X$ , pour les durées  $X$  supérieures à 24 heures.

- Des corrélations moins fortes pour les variables  $Im_5A_X$ ,  $Im_{10}A_X$  et  $Im_{30}A_X$  pour des durées  $X$  de 4 à 12 heures, mais toujours avec des corrélations avec les deux composantes principales qui restent supérieures à 0.5.
- Une distinction significativement de la variable  $DTS/H$  par rapport aux autres variables de l'échantillon.

Pour les autres variables, les corrélations sont plus difficiles à interpréter, dans la mesure où les variables représentent une part moindre de la variance totale de l'échantillon.

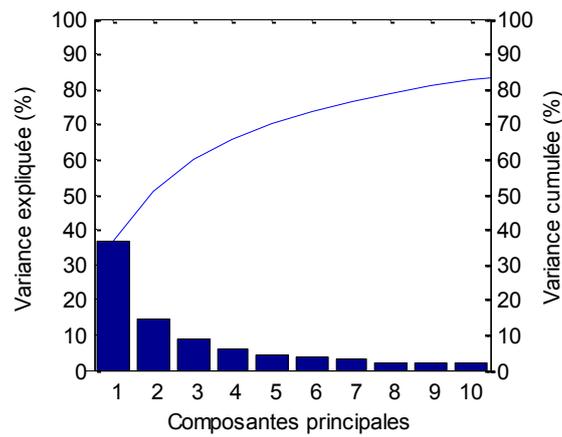


Figure 12.4. Pourcentages de la variance expliquée et de la variance cumulée pour les 10 premières composantes principales, site de Chassieu

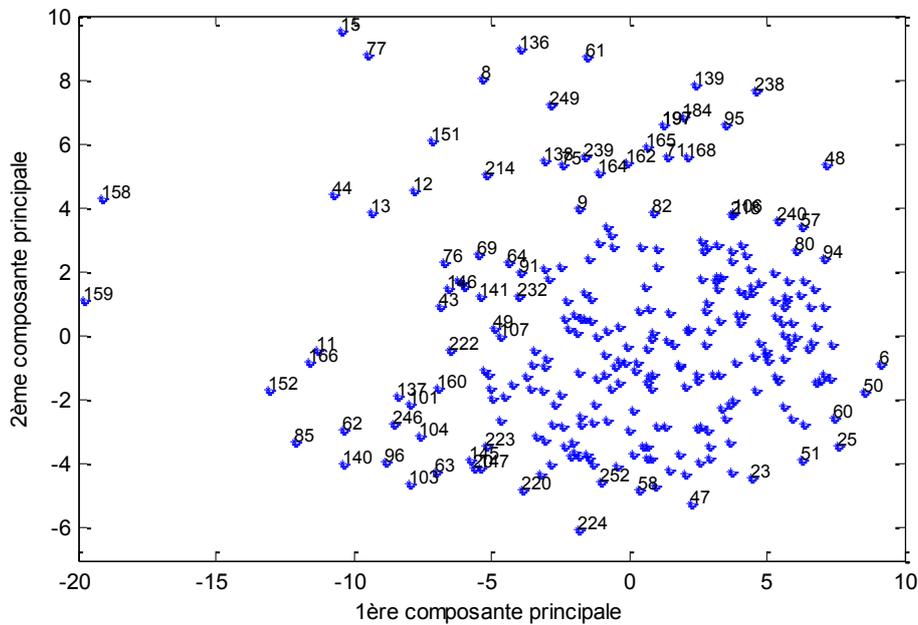
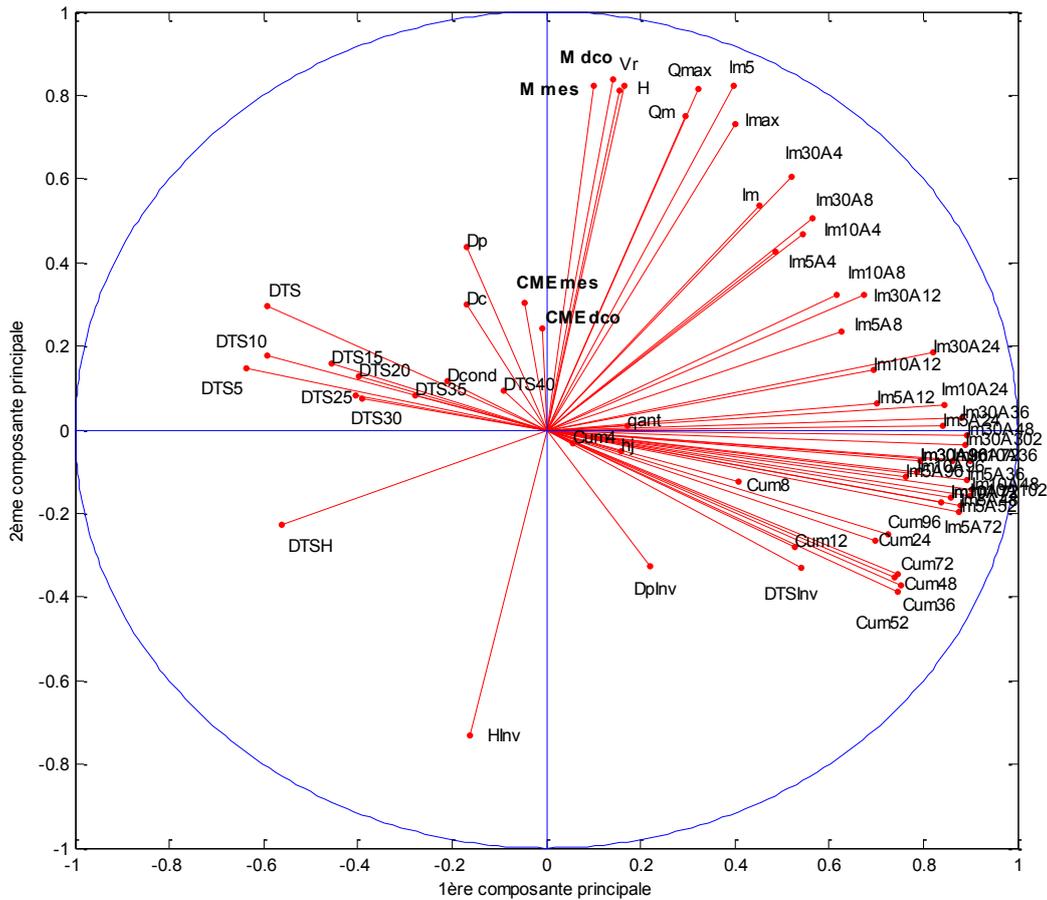


Figure 12.5. Projection des individus dans l'espace des deux premières composantes principales, site de Chassieu



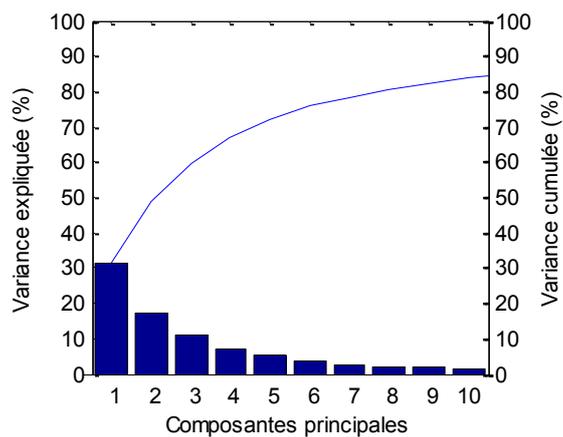


Figure 12.7. Pourcentages de la variance expliquée et de la variance cumulée (en %) pour les 10 premières composantes principales, site d'Ecully

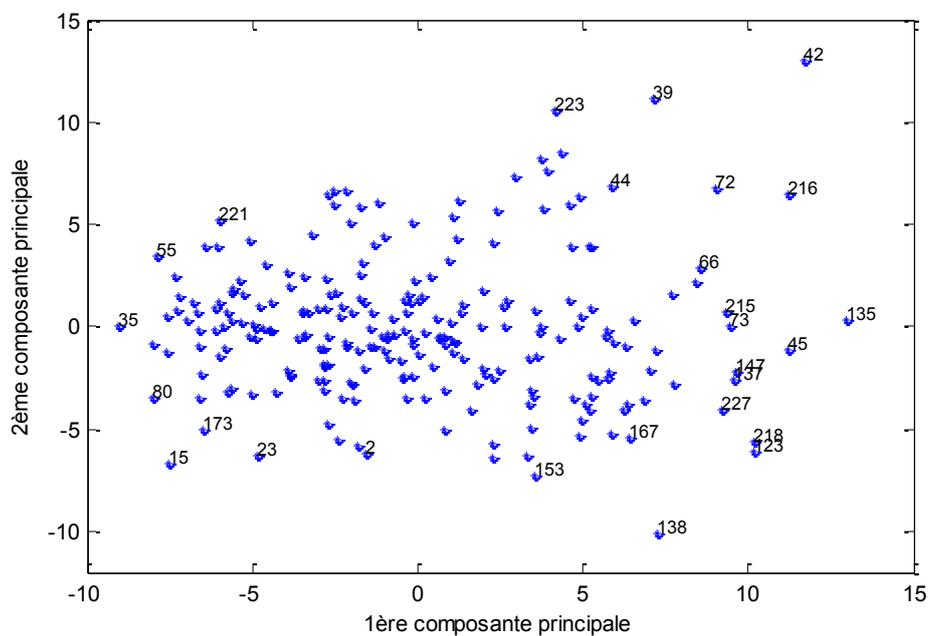


Figure 12.8. Projection des individus dans l'espace des deux premières composantes principales, site d'Ecully



Tableau 12.7. Variables explicatives sélectionnées pour chacune des variables expliquées des sites de Chassieu et Ecully

Site	Variables expliquées	Variables explicatives sélectionnées
Chassieu	$M_X$	$DTS, CumH_{12}, Im_{30A4}, Vr, Dp, Imax_5, DTS/H, Dcond$
	$CME_X$	$DTS_5, CumH_{96}, Im_{30A4}, Dp, Qmax, InvH, DTS/H, Dcond$
Ecully	$M_X$	$DTS, DTS_{30}, CumH_{52}, Im_5A_{52}, Dp, Imax_5, Vr, DTS/H, Dcond$
	$M_{X_{TP}}$	$DTS, DTS_{30}, CumH_{52}, Im_5A_{52}, Dp, Imax_5, Vr_{TP}, DTS/H, Dcond$
	$CME_X, CME_{X_{TP}}$	$DTS, DTS_{30}, CumH_{72}, Im_5A_{72}, Dp, Im, Imax, Vr, DTS/H$

L'exercice est loin d'être évident et est lié à la subjectivité de l'opérateur. En effet, les variables ne sont pas indépendantes, il faut donc tenir compte de la part qui n'est pas corrélée avec les variables individuelles mais dont la combinaison peut permettre une amélioration de la corrélation globale. On fait de plus l'hypothèse que les variables sont effectivement explicatives des phénomènes de génération des flux polluants, et donc qu'il existe une relation de cause à effet avec les variables d'intérêt qui sont donc également effectivement expliquées.

## 12.2 Etude des courbes M(V)

### 12.2.1 Principe de l'analyse

L'étude des courbes M(V) permet de caractériser la variabilité intra-événementielle des concentrations en polluants. Le principe consiste à tracer la distribution cumulée de la masse du polluant considéré, en fonction de celle du volume cumulé au cours de l'événement. Afin de pouvoir comparer les courbes entre différents événements pour un même site ou entre plusieurs sites, elles sont exprimées de manière adimensionnelle, en divisant les valeurs cumulées par les valeurs totales, respectivement pour la masse et le volume. La valeur d'une courbe M(V), notée  $f$ , s'exprime au  $j^{ième}$  pas de temps d'un événement pluvieux de la manière suivante :

$$M_{cum}(j) = f(V_{cum}(j)) \quad \text{Eq. 12.2}$$

avec  $V_{cum}(j)$  et  $M_{cum}(j)$  les volumes et masses cumulés au  $j^{ième}$  pas de temps de l'événement :

$$V_{cum}(j) = \frac{\sum_{i=1}^j V(i)}{\sum_{i=1}^N V(i)} \quad \text{Eq. 12.3}$$

$$M_{cum}(j) = \frac{\sum_{i=1}^j M(i)}{\sum_{i=1}^N M(i)} = \frac{\sum_{i=1}^j V(i) \cdot C(i)}{\sum_{i=1}^N V(i) \cdot C(i)} \quad \text{Eq. 12.4}$$

avec  $V(i)$  et  $C(i)$  le volume et la concentration en polluant au pas de temps  $i$  et  $N$  le nombre de pas de temps total de l'événement.

Cet outil d'analyse a été utilisé dès 1976 par Marsalek (1976) pour l'analyse descriptive de la variation des concentrations en DCO, MES, nitrate, nitrite et phosphore total, mesurés pour 19 événements à l'exutoire d'un petit bassin versant séparatif canadien (23 ha). L'approche a

été par la suite utilisée par de nombreux auteurs dans les études de qualité des rejets urbains par temps de pluie (Helsel *et al.* 1979; Geiger 1984; Philippe et Ranchet 1987), en particulier pour la caractérisation du phénomène de premier flot (Geiger 1987; Saget *et al.* 1995; Sansalone et Buchberger 1997; J.-L. Bertrand-Krajewski *et al.* 1998; Deletic 1998; Gupta et Saul 1996). A partir des années 1990, avec l'augmentation croissante du nombre de données, les études mettent en évidence l'existence d'une grande variabilité des dynamiques des courbes M(V), à la fois entre les événements mesurés sur un même site et entre plusieurs sites. Ces observations ont été confirmées ces dix dernières années pour les MES et la DCO, par l'analyse de bases de données de plus en plus grandes, conjointement au développement croissant des techniques de mesure en continu : i) par spectrométrie (Grüning et Orth 2002; Hochedlinger *et al.* 2006) ou ii) par turbidimétrie (Lacour 2009).

## 12.2.2 Analyse de la typologie des courbes

### 12.2.2.1 Principe

Afin de décrire la variabilité des courbes, nous avons repris la classification récemment utilisée par Lacour (2009). Cette dernière s'inspire d'une classification en six zones proposée par Bertrand-Krajewski (1998) sur la base des résultats de Geiger (1984). Ces zones sont symétriques par rapport à la bissectrice et délimitées par des courbes enveloppes de type puissance déterminées de manière empirique. Lacour propose une version simplifiée qui comprend trois groupes A, B et C :

- Le groupe A contient les courbes parfaitement concaves au dessus de la fonction d'équation :  $Y = X^{0.862}$ . Ce groupe caractérise les événements pour lesquels la dynamique des concentrations en polluants est en avance sur celle du débit, caractéristique du phénomène de premier flot.
- Le groupe B contient les courbes proches de la bissectrice, dans le fuseau délimité par les fonctions d'équations  $Y = X^{1.159}$  et  $Y = X^{0.862}$ . Les événements classés dans ce groupe présentent des dynamiques de concentrations comparables à celles du débit.
- Le groupe C contient les courbes au dessous de la fonction d'équation  $Y = X^{1.159}$  ou présentant des changements de concavité. Ce dernier groupe caractérise les événements dont les dynamiques de concentration sont en retard par rapport à celle du débit ou alternativement en avance et en retard.

Cette classification en 3 groupes a été proposée par Lacour (2009) dans la perspective de l'élaboration de stratégies de gestion en temps réels des effluents, basées sur la qualité des effluents mesurée en continu. Le stockage optimal des effluents a lieu au début de l'écoulement pour les événements du groupe A, indifféremment au cours de l'événement pour le groupe B et peut difficilement être déterminé par avance dans le cas du groupe C.

Nous avons choisi de reprendre cette classification pour pouvoir facilement comparer les résultats obtenus sur les sites de Chassieu et Ecully avec ceux de Lacour sur les sites parisiens.

L'étude a été réalisée à partir des concentrations en polluants et non en travaillant directement sur les données de turbidité (Lacour 2009). Etant donnée la similitude des dynamiques des MES et de la DCO, l'analyse a été effectuée uniquement sur les MES. La classification des courbes a été effectuée de manière séparée pour les deux sites.

### 12.2.2.2 Résultats

Les résultats en pourcentage d'événements par groupe pour les deux sites sont présentés dans le Tableau 12.8. Les Figures 12.11 à 12.13 montrent les représentations graphiques des courbes, pour les sites de Chassieu et Ecully, respectivement pour les trois groupes.

Les résultats obtenus sont comparables pour les deux sites, avec une nette prédominance du groupe C qui représente plus de 70 % des événements. Le groupe A ne contient que 7 % et 8 % des courbes respectivement pour Ecully et pour Chassieu, ce qui est en accord avec les études antérieures, montrant que le phénomène de premier flot ne concerne qu'une minorité de cas (Bertrand-Krajewski *et al.* 1998; Deletic 1998; Hochedlinger, *et al.* 2006; Lacour 2009).

Tableau 12.8. Pourcentage des courbes M(V) dans les groupes A, B et C, pour les MES, pour Chassieu et Ecully

Répartition (%)	Classe A	Classe B	Classe C
Chassieu	8	13	79
Ecully	7	21	72

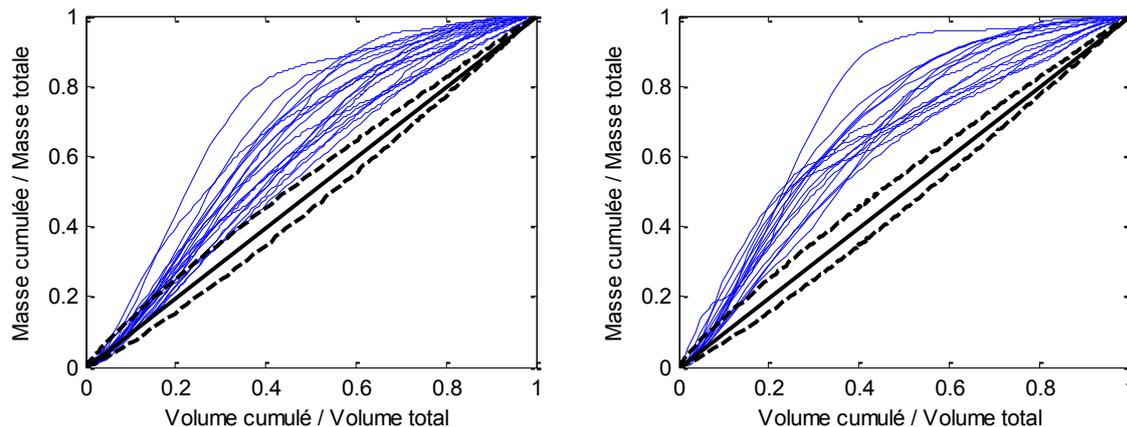


Figure 12.10. Courbes M(V) pour les MES, classées dans le groupe A, à Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

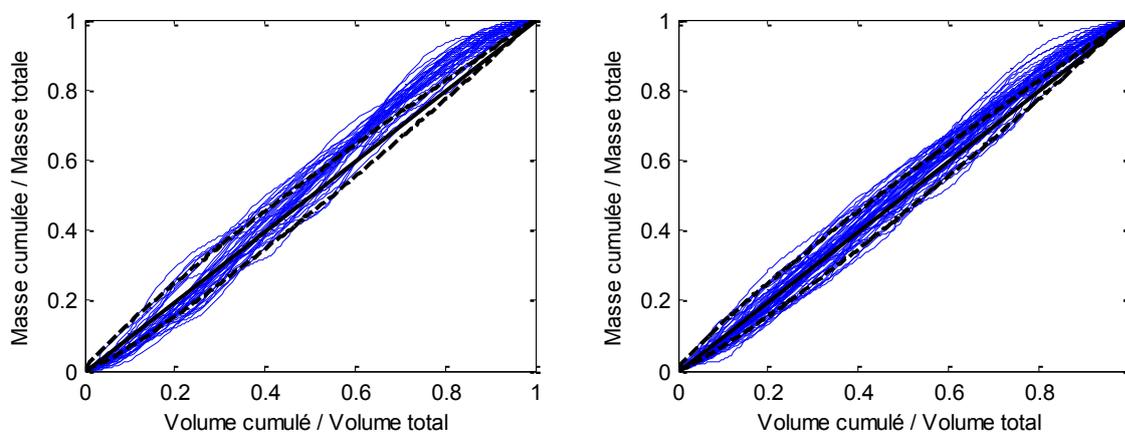


Figure 12.11. Courbes M(V) pour les MES, classées dans le groupe B, à Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

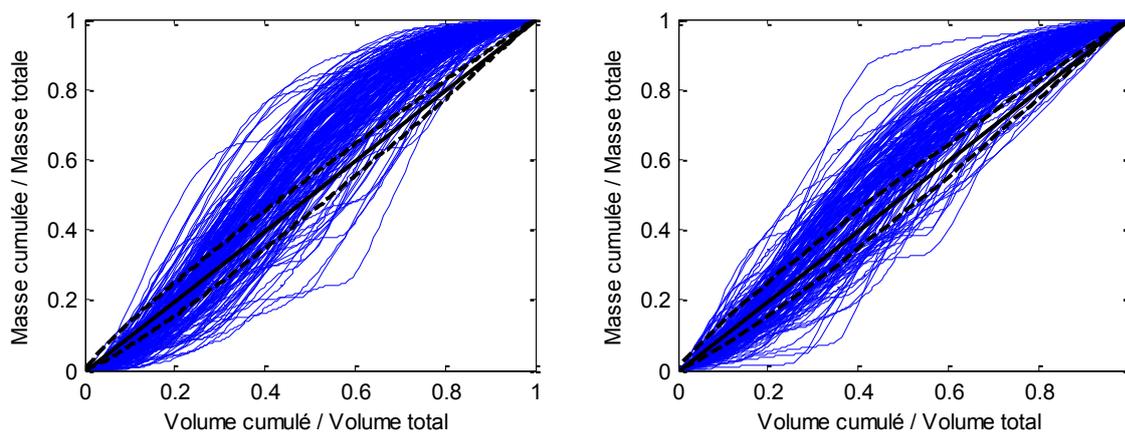


Figure 12.12. Courbes M(V) pour les MES, classées dans le groupe C, à Chassieu (à droite) et Ecully (à gauche)

Une étude plus fine des courbes du groupe C met en évidence deux comportements significativement différents (Figures 12.14 et 12.15) :

- 1<sup>ère</sup> catégorie (notée C1) : les courbes qui présentent un changement unique de concavité au début de l'événement et qui restent toujours au-dessus de l'enveloppe limite inférieure  $Y = X^{1.159}$ . Ces courbes représentent 36 % et 45 % des effectifs du groupe C, respectivement pour Ecully et Chassieu, soit 26 % et 36 % de la totalité des courbes.
- 2<sup>ème</sup> catégorie (notée C2) : les courbes qui présentent un ou plusieurs changements de concavité en passant en dessous de l'enveloppe limite inférieure. Ces courbes incluent toujours un changement de concavité en début d'événement, mais les dynamiques sont beaucoup moins homogènes. Cette catégorie représente 64 % et 55 % des effectifs du groupe C, respectivement pour Ecully et Chassieu, soit 46 % et 43 % de la totalité des courbes.

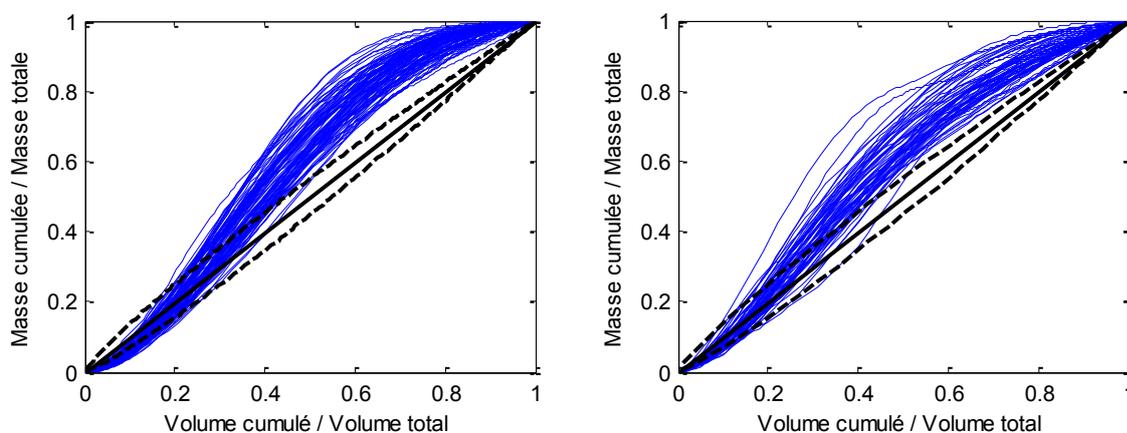


Figure 12.13. Courbes M(V) pour les MES, classées dans le groupe C1, restant au-dessus de l'enveloppe limite inférieure (1<sup>ère</sup> catégorie), à Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

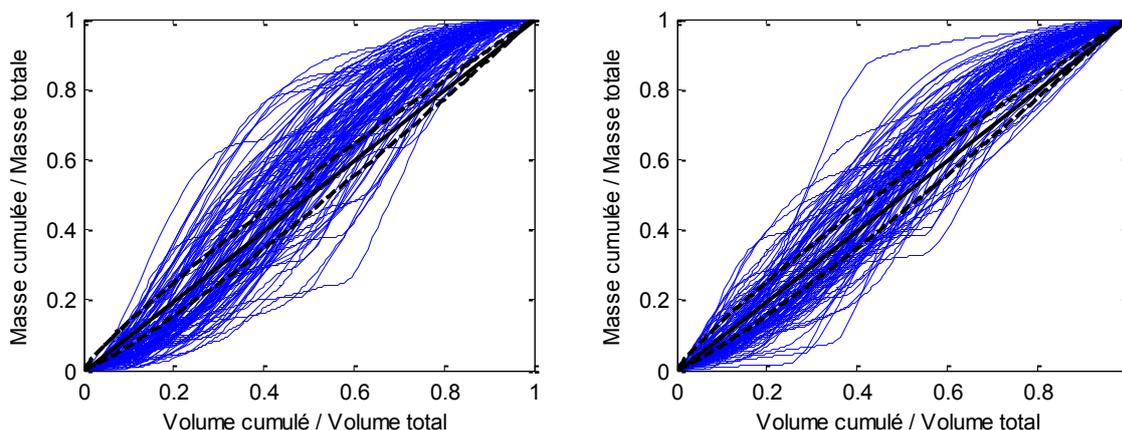


Figure 12.14. Courbes M(V) pour les MES, classées dans le groupe C2, passant au-dessous de l'enveloppe limite inférieure (2<sup>ème</sup> catégorie), à Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

Une analyse des courbes M(V) conjointement à celles des dynamiques du débit et de la concentration en MES, événement par événement, met en évidence que le changement de concavité en début d'événement s'explique par un décalage temporel de la concentration par rapport au débit au début de l'événement. Cette observation peut s'expliquer par un temps de transfert des MES significativement moins rapide que celui du débit. Il est important de

souligner que ce phénomène est également observable, même s'il est moindre, pour les courbes classées dans la catégorie A, spécialement à Chassieu (cf. Figure 12.11).

L'analyse graphique détaillée met également en évidence que les courbes ont tendance à être moins lisses à Ecully qu'à Chassieu. Une explication possible de cette observation est la présence des eaux de temps sec à Ecully, qui ont leur propre dynamique superposée à celle des seules eaux de ruissellement pluvial.

Un autre résultat de l'analyse graphique est la mise en évidence que les événements du groupe A et de la 2<sup>ème</sup> catégorie du groupe C ne comprennent pour la grande majorité d'entre eux qu'un seul pic de débit. Pour les autres groupes, des événements comprenant un ou plusieurs pics de débit sont observés, avec notamment les événements les plus importants pour lesquels les concentrations en MES et en DCO décroissent vers la fin de l'événement malgré des volumes de débit toujours élevés. Si les dynamiques de concentrations ne sont pas toujours comparables en termes de valeurs au cours de l'événement, elle le sont pour la majorité des cas en terme de répartition, sans pics de concentration décalés par rapport aux pics de débit. Cette observation confirme l'absence de phénomènes décalés de resuspension des sédiments.

### 12.2.3 Prédiction des courbes

#### 12.2.3.1 Objectifs

Dès 1976, Marsalek (1976) préconisait la prise en compte des résultats de l'analyse des courbes  $M(V)$  dans les études de modélisation. La procédure proposée comprenait trois étapes : i) la construction de modèles événementiels à partir de l'analyse des données locales, ii) l'utilisation de ces modèles en prédiction et iii) l'estimation des distributions des polluants au cours des événements, simulés sur la base des résultats expérimentaux de l'analyse des courbes  $M(V)$ .

De manière plus générale, les principaux intérêts de la prédiction des courbes  $M(V)$  pour la gestion des rejets urbains par temps de pluie concernent aujourd'hui :

- L'aide à la définition de stratégies de gestion des flux polluants basées sur la qualité (Lacour 2009). Par exemple si les concentrations les plus fortes sont observées dans la première partie de l'événement (phénomène de premier flot), cette part du volume de pluie peut être stockée ou envoyée préférentiellement vers la station d'épuration, afin de limiter le rejet de polluants au milieu naturel (Marsalek 1976; Lacour 2009).
- Le dimensionnement d'ouvrages de traitement, comme les bassins de décantation-rétention (Bertrand-Krajewski *et al.* 1998; Bertrand-Krajewski et Chebbo 2003). L'objectif est d'optimiser leur efficacité en prenant mieux en compte les dynamiques intra événementielles des flux polluants.

Deux méthodes ont été étudiées, à notre connaissance, dans la littérature pour la prévision des courbes  $M(V)$  : i) la recherche de corrélation avec des variables explicatives, caractéristiques du site ou des événements, et ii) des simulations de longue durée couplées à une modélisation statistique des courbes sur la base des observations. Les principes des deux méthodes et les analyses effectuées dans le cadre de cette thèse sont présentés dans les paragraphes ci-dessous.

### 12.2.3.2 1ère méthode : recherche de variables corrélées

Plusieurs niveaux d'étude de la variabilité des courbes  $M(V)$  sont considérés par les auteurs dans la recherche de corrélations :

- La variabilité des courbes entre plusieurs sites ou pour un même site.
- La variabilité des courbes obtenues pour plusieurs polluants ou pour un même polluant.

Parmi les différentes approches mises en œuvre pour la recherche de corrélations, nous recensons les trois suivantes :

#### 1. *L'étude des corrélations entre les formes des courbes et les caractéristiques des bassins versants ou des événements*

Le principe consiste à représenter de manière quantitative la forme des courbes par une modélisation de type puissance (Geiger 1984; Saget 1994; Saget et Chebbo 1995) :

$$M_{cum} = V_{cum}^b \quad \text{Eq. 12.5}$$

Les corrélations entre les valeurs de  $b$  et les caractéristiques des événements sont ensuite analysées : i) par l'analyse des corrélations simples ou ii) par la recherche de corrélation de type multi-linéaire. Les résultats obtenus permettent pas de mettre en évidence de relations significatives, ni à l'échelle régionale entre les valeurs de  $b$  et la surface ou la pente du bassin versant, ni à l'échelle du site entre les valeurs de  $b$  et la hauteur totale de pluie, l'intensité maximum sur 5 minutes ou la période de temps sec antérieure.

#### 2. *L'étude des corrélations entre la masse de polluant de premier flot et les caractéristiques des événements*

Le principe de ce type d'analyse est le même que dans le paragraphe précédent, à la différence que la variable d'intérêt n'est plus la valeur de  $b$ , mais la masse de polluant correspondant au premier flot. Le calcul de cette masse diffère suivant la définition du phénomène de premier flot (Bertrand-Krajewski *et al.* 1998; Deletic 1998). Nous ne détaillerons pas ici les différentes méthodes et définitions adoptées et renvoyons aux deux références citées précédemment.

Par exemple Deletic (1998) met en évidence l'existence d'une corrélation entre la masse de MES du premier flot, définie comme la masse apportée par les premier 20 % du volume, et l'intensité maximale de la pluie et son temps d'apparition depuis le début de la pluie.

#### 3. *L'étude des corrélations entre les groupes d'appartenance des courbes et les caractéristiques des événements*

Récemment Lacour (2009), à partir de mesures en continu de turbidité, a effectué à l'échelle du site une ACP pour la recherche de corrélations entre le groupe d'appartenance des courbes (groupes A, B ou C) et les caractéristiques des événements, parmi lesquelles la période antérieure de temps sec, les débits moyen et maximum et le volume ruisselé. L'étude de la carte de proximité a montré une absence de structuration des groupes dans le plan des deux premières composantes principales.

Quels que soient les études et les types d'analyse, les conclusions soulignent les points suivants :

- La diversité des résultats obtenus entre les sites.
- La nécessité d'effectuer des études locales.
- La difficulté de prévoir par la mise en œuvre de techniques d'analyse statistiques simples, les caractéristiques des courbes  $M(V)$  (dynamique, masses du premier flot ou appartenance à un groupe) en considérant les caractéristiques traditionnelles des sites et des événements.

Elles mettent en évidence la complexité des processus et la multiplicité des facteurs qui rendent difficile une explication simple de la variabilité des observations. Deletic (1998) souligne de plus, pour le cas des études basées sur les techniques d'échantillonnage traditionnelles, qu'une explication possible des résultats médiocres serait liée à la qualité des mesures (nombre et fréquence des échantillons).

Enfin il semble important de souligner que les résultats de ces analyses sont valables, pour les types d'analyse et les caractéristiques des événements considérés. Par exemple Menacher et Augustin (1992) observent que les pluies incluant plusieurs pics se traduisant par plusieurs pics de débit distincts présentent des courbes  $M(V)$  plus proches de la bissectrice que dans le cas des pluies ne comportant qu'un seul pic. Saget et Chebbo (1995) observent de leur côté qu'en tendance les faibles valeurs de  $b$  sont liées à des pluies de fortes intensités et caractérisées par des périodes de temps sec longues. Ces observations visuelles ne sont cependant pas mises en évidence par les analyses statistiques.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons choisi d'effectuer une ACP de manière analogue à Lacour (2009), en considérant les groupes A, B et C et les caractéristiques des événements définies dans le paragraphe 12.1.2. Nous avons cependant fait la distinction entre les deux catégories du groupe C identifiées lors de l'analyse des courbes dans le paragraphe 12.2.2.2. Les distributions des variables en fonction des groupes ont également été analysées variable par variable.

### **12.2.3.3 2ème méthode : simulations de longue durée**

Bertrand-Krajewski et Chebbo (2003) proposent une méthode générale de dimensionnement des bassins de retenue-décantation et des ouvrages de traitement au fil de l'eau, basée sur l'exploitation des courbes  $M(V)$  couplée à l'utilisation de modèles événementiels de prédiction de la qualité des RUTP. Le principe de base de cette approche est analogue à celui proposée en 1976 par (Marsalek 1976). Cette méthode est intéressante dans la mesure, où elle ne s'arrête pas à la caractérisation mathématique de la variabilité des courbes, mais inclut cette dernière dans une perspective de gestion opérationnelle des ouvrages.

La méthode proposée, pour un polluant donné, comprend les principales étapes suivantes :

- La modélisation stochastique des courbes  $M(V)$  observées par une fonction mathématique appropriée. Les paramètres de la fonction sont alors caractérisés par leur distribution statistique.
- La prévision des masses événementielles du polluant considéré par l'utilisation de modèles locaux de type multi-régression, préalablement calés. Les simulations sont effectuées sur une durée suffisamment longue et pour une gamme d'événements suffisamment représentatifs, afin de garantir un dimensionnement approprié de l'ouvrage considéré.

- La prévision de la distribution des masses de polluant pour les événements simulés, en effectuant des tirages aléatoires des paramètres de la fonction mathématique représentant les courbes  $M(V)$ , par des simulations de Monte Carlo.
- Le dimensionnement de l'ouvrage considéré, sur la base du calcul des efficacités d'interception des flux polluants qui prend en compte la dynamique des flux polluants au cours des événements.

Ces différentes étapes sont présentées en détail dans Bertrand-Krajewski et Chebbo (2003). Cette étude est à notre connaissance le seul exemple récent de l'utilisation opérationnelle des courbes  $M(V)$ . Toutefois, l'application de la méthode nécessite d'être capable :

- D'évaluer une fonction mathématique appropriée pour la modélisation des courbes observées,
- De disposer d'un nombre d'observations suffisant pour dériver de manière fiable les lois de probabilité des paramètres de la fonction choisie.
- De disposer d'un modèle satisfaisant de prévision événementiel des flux suffisamment reproductif.

Dans l'exemple proposé par Bertrand-Krajewski et Chebbo (2003), la méthode est appliquée en considérant les MES et les données de deux bassins versants. Les courbes  $M(V)$  sont modélisées par une fonction puissance comprenant un unique paramètre  $b$  (cf. équation 12.4). Les distributions de  $b$  ont été établies sur la base de l'analyse des données disponibles sur plusieurs sites d'étude. Une distribution empirique normale du paramètre  $b$  a été considérée pour le cas d'un bassin versant unitaire, centrée sur 0.962 et d'écart type 0.186, et une loi lognormale pour le cas d'un bassin séparatif, soit normale sur le logarithme des valeurs, centrée sur -0.3366 et d'écart type 0.385. Des modèles de prévision des masses événementielles établis sur la base d'études antérieures ont été appliqués.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes spécifiquement intéressés à la définition d'une fonction mathématique permettant une modélisation appropriée des courbes  $M(V)$  observées sur les deux sites d'étude de Chassieu et d'Ecully.

### 12.2.3.4 Résultats

#### *Recherche de variables corrélées*

Les résultats de l'ACP n'ont pas permis de mettre en évidence des regroupements des événements suivant les groupes A, B ou C, tant à Chassieu qu'à Ecully. Aussi les résultats ne sont pas détaillés ici. L'analyse graphique des distributions des variables en fonction des groupes, sous forme de représentation boxplot, a mis en évidence les tendances suivantes :

#### *Groupes A et C1*

- Pour ces événements, les hauteurs totales de pluie sont globalement les plus faibles, de manière particulièrement marquée dans le cas de Chassieu (Figure 12.16). Cette observation suggère que pour des hauteurs de pluie limitées, la masse de polluant érodée par la pluie sur la surface et/ou dans le réseau n'est pas le facteur limitant du flux total observé à l'exutoire.

- Les événements du groupe A sont caractérisés par un cumul de pluie avant l'événement nettement plus faible que pour les autres groupes, en considérant la durée de 12 heures pour Chassieu et de 52 heures pour Ecully (Figure 12.18). Ce constat confirme l'hypothèse pour ce groupe d'un stock non limitant de polluant disponible avant la pluie. Dans le cas d'Ecully, le groupe est caractérisé par des durées antérieures de temps sec significativement plus faibles que pour les autres groupes (Figure 12.17). Cela signifie que même si le stock de surface n'a peut-être pas eu le temps de se reconstituer depuis le dernier événement, il n'est pas limitant pour autant. Ce résultat montre que l'interprétation du facteur *DTS* seul n'est pas pertinente.
- Pour les deux sites, les événements du groupe C1 sont caractérisés par des durées de pluie nettement plus faibles que pour les autres groupes (Figure 12.19).

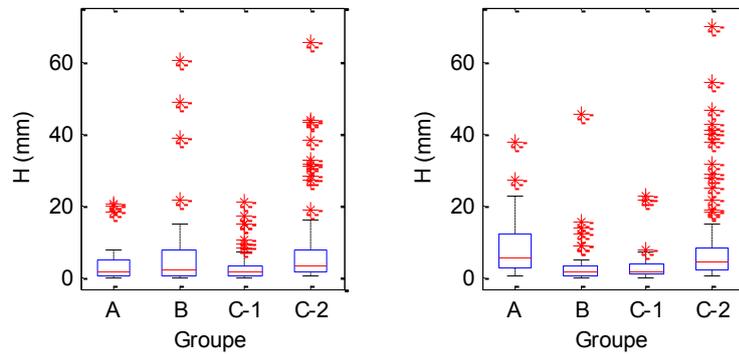


Figure 12.15. Caractéristiques des distributions de la hauteur totale  $H$  en fonction des groupes A, B, C1 et C2, pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

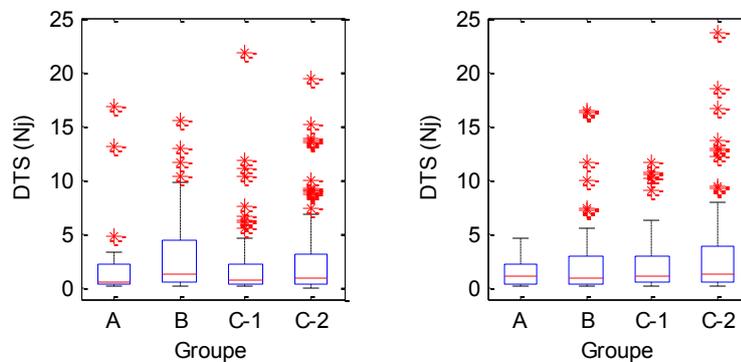


Figure 12.16. Caractéristiques des distributions de la durée antérieure de temps sec  $DTS$  en fonction des groupes A, B, C1 et C2, pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

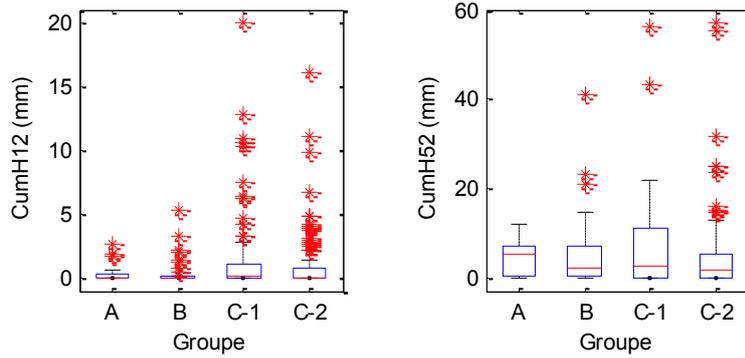


Figure 12.17. Caractéristiques des distributions du cumul de pluie sur une période de 12 heures antérieure à l'événement *Cum12* pour Chassieu (à gauche) et de 52 heures pour Ecully (à droite), en fonction des groupes A, B, C1 et C2

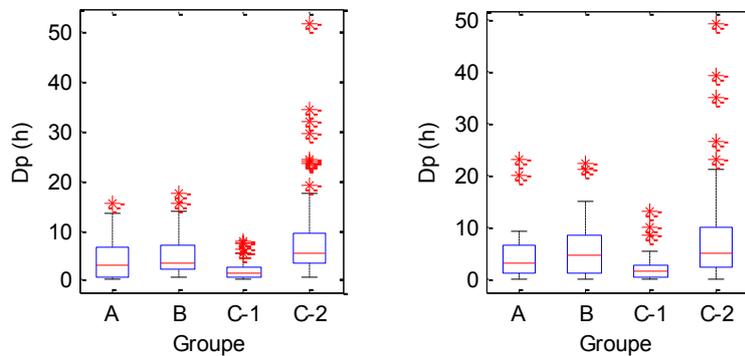


Figure 12.18. Caractéristiques des distributions de la durée de la pluie *Dp* en fonction des groupes A, B, C1 et C2, pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

### **Groupe B**

- Les événements du groupe B ont tendance à être observés pour des intensités de pluie maximum limitées, comme l'illustre la Figure 12.20. Cette observation met en évidence le rôle de l'intensité de la pluie dans la dynamique d'érosion des polluants. Pour des intensités limitées, les dynamiques des flux polluants restent proches de celles des débits, suggérant un arrachement des particules sur la surface proportionnel à l'intensité de la pluie. De plus, les intensités maximum de pluie sur 30 minutes calculées sur une période de 4 heures avant la pluie,  $Im_5A_{30}$ , sont significativement plus faibles que pour les autres groupes (Figure 12.21), spécialement dans le cas de Chassieu. Ceci suggère que les événements du groupe B sont associés à un stock de polluants sur la surface avant la pluie suffisamment important pour ne pas être limitant.

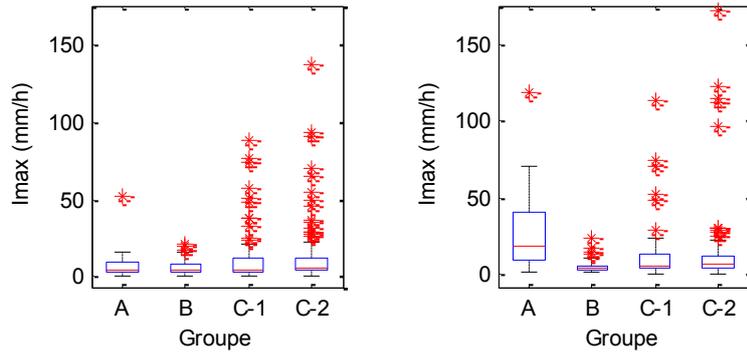


Figure 12.19. Caractéristiques des distributions de l'intensité de la pluie maximale  $I_{max}$  en fonction des groupes A, B, C1 et C2, pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

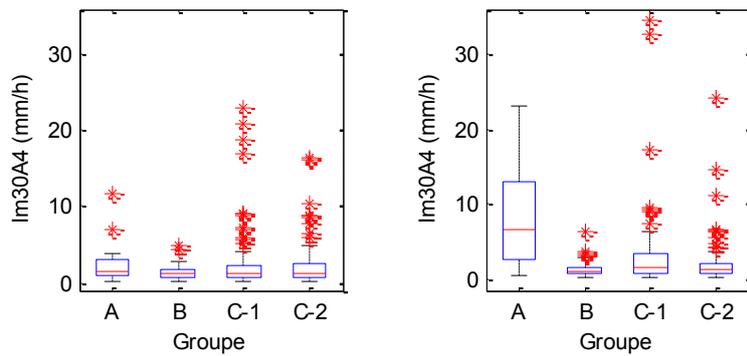


Figure 12.20. Caractéristiques des distributions l'intensité maximum de la pluie sur une fenêtre de 30 minutes sur une période antérieure de 4 heures avant la pluie  $I_{m30A4}$ , en fonction des groupes A, B, C1 et C2, pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

### Groupes C2

- Les événements du groupe C2 sont plus difficiles à caractériser. Les graphiques précédents mettent en évidence qu'en tendance, ces types d'événements présentent une hauteur, une durée et une intensité maximum supérieures à celles des autres groupes (Figures 12.16, 12.19 et 12.20).
- Les conditions antérieures des événements sont variables à l'intérieur de cette catégorie (Figures 12.17, 12.18 et 12.21) et non significativement différentes des autres groupes.

Malgré les tendances observées entre l'appartenance des courbes  $M(V)$  aux groupes A, B et C et les caractéristiques des événements considérées une par une, il est difficile d'expliquer par des outils d'analyse simples la variabilité des caractéristiques des courbes  $M(V)$ . Dans notre cas, nous disposons de données à court pas de temps, représentatives de la dynamique des flux polluants tout au long des événements. Les principales raisons qui expliquent l'absence de corrélations significatives sont donc principalement liées au choix des outils d'analyse et des variables explicatives potentielles considérées. Ces dernières ne permettent pas de rendre compte de la complexité des processus mis en jeu dans la production des flux polluants sur les bassins versants.

### Modélisation des courbes

L'analyse de la typologie des courbes  $M(V)$  a clairement mis en évidence la limite de l'hypothèse d'une simple fonction puissance pour la représentation des courbes. Ce modèle permet de reproduire de manière satisfaisante uniquement les courbes classées dans le groupe A, encore que dans le cas de Chassieu, il ne permette pas de rendre compte du léger changement de concavité en début d'événement.

Aussi nous avons testé des fonctions polynômes de degré 3 à 5, forcées par les points de coordonnées  $\{0,0\}$  et  $\{1,1\}$ , et dont les valeurs sont contraintes entre 0 et 1 :

$$M_{cum} = \sum_{i=1}^n b_i \cdot V_{cum}^i \quad \text{Eq. 12.6}$$

Avec  $b_i$  les coefficients du polynôme et  $n$  son degré. Par définition les polynômes passent par l'origine. Le passage par le point de coordonnée  $\{1,1\}$  implique que :

$$b_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} b_i \quad \text{Eq. 12.7}$$

Le polynôme ne comprend donc au final que  $n-1$  paramètres à ajuster et peut s'exprimer :

$$M_{cum} - V_{cum}^n = \sum_{i=1}^{n-1} b_i \cdot (V_{cum}^i - V_{cum}^n) \quad \text{Eq. 12.8}$$

L'expression est linéaire sur les  $b_i$  pour  $i = [1 : n-1]$ . Les valeurs des coefficients  $b_i$  ont été déterminées pour les 3 degrés testés par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires, par une minimisation numérique sous Matlab. Pour chaque cas les distributions des résidus entre les courbes observées et modélisées ont été analysées.

La Figure 12.22 montre les distributions des résidus obtenues pour les trois degrés testés sur les deux sites. Les valeurs moyennes, les écarts types et les intervalles de couverture minimum à 95 % correspondants sont indiqués dans le Tableau 12.8. Les résidus sont globalement centrés sur 0, avec des écarts types faibles, de l'ordre de 0.01-0.03, montrant que les fonctions de type polynômes permettent de bien représenter dans l'ensemble la forme des courbes  $M(V)$ . L'analyse graphique des résidus montre que les distributions sont plus resserrées à Chassieu qu'à Ecully. Ce constat peut être lié au fait que les courbes  $M(V)$  sont plus lisses à Ecully (cf. paragraphe 12.2.2.2).

Le choix du degré du polynôme dépend de la précision requise. Cependant il faut noter que le choix d'un degré plus élevé rend les modèles plus spécifiques aux données utilisées pour le calage, et implique davantage de paramètres pour caractériser les courbes. Etant donné les faibles valeurs des écarts types et des intervalles de couverture, il semble suffisant dans une première approche de considérer des polynômes de degré 3. Les Figures 12.23 et 12.24 montrent l'exemple de deux courbes à Ecully, classées dans les catégories A et C2. Si le modèle reproduit bien la courbe classée dans le groupe A, l'ajustement est moins bon dans le deuxième cas où le polynôme ne parvient pas à reproduire le changement de concavité marqué de la courbe.

Les distributions des paramètres  $b_1$  et  $b_2$  obtenus avec un polynôme de degré 3 sont présentées Figure 12.25 pour les deux sites. Les formes des distributions sont comparables pour les deux sites, avec une forte corrélation entre les deux paramètres, suggérant la possibilité de

simplifier encore le modèle. Pour les deux paramètres, les distributions se rapprochent d'une loi normale, mais de façon moins nette pour  $b_2$  à Chassieu.

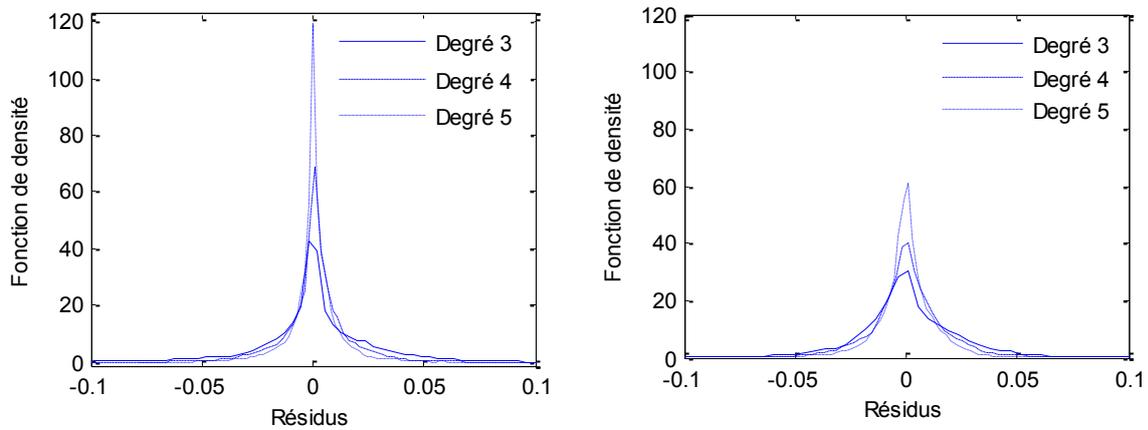


Figure 12.21. Distribution des résidus obtenus avec les modèles des courbes M(V) par polynômes de degré 3 à 5, pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

Tableau 12.9. Résultats de l'analyse statistique des résidus entre les courbes M(V) observées et simulées, par des polynômes de degré 3 à 5 : valeurs moyennes, écarts types et intervalles de couverture minimum à 95 % (ICmin 95 %)

Site	Degré	Moyenne	Ecart type	ICmin 95 %
Ecully	3	0.0013	0.0267	[-0.0563, 0.0619]
	4	0.0010	0.0159	[-0.0340, 0.0368]
	5	0.0006	0.0118	[-0.0261, 0.0270]
Chassieu	3	0.0004	0.0252	[-0.0544, 0.0522]
	4	0.0007	0.0187	[-0.0395, 0.0382]
	5	0.0001	0.0135	[-0.0275, 0.0287]

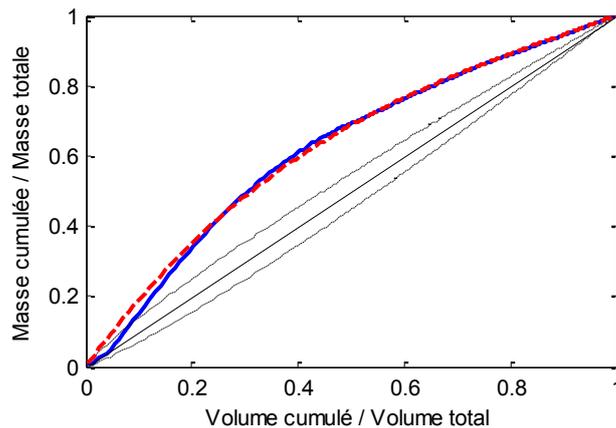


Figure 12.22. Exemple de modélisation d'une courbe M(V) par un polynôme de degré 3, pour un événement classé dans le groupe A, site d'Ecully : courbe observée en bleu (-), modélisée en rouge (--), et courbes enveloppes  $Y = X^{1.159}$  et  $Y = X^{0.862}$  en noir (-) autour de la bissectrice

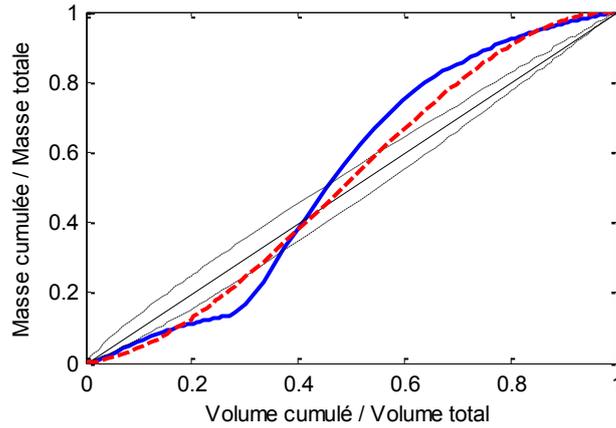


Figure 12.23. Exemple de modélisation d'une courbe  $M(V)$  par un polynôme de degré 3, pour un événement classé dans le groupe C2, site d'Ecully : courbe observée en bleu (-), modélisée en rouge (--), et courbes enveloppes  $Y = X^{1.159}$  et  $Y = X^{0.862}$  en noir (-) autour de la bissectrice

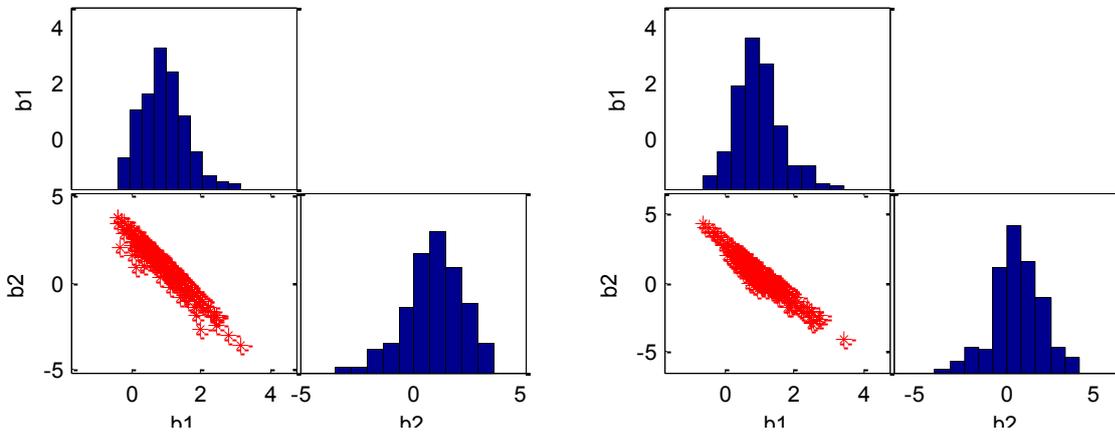


Figure 12.24. Distribution des paramètres  $b_1$  et  $b_2$  pour un polynôme de degré 3 testé pour la modélisation des courbes  $M(V)$ , pour Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

L'analyse de la variabilité inter événementielle des flux polluants met en évidence l'existence de corrélations linéaires partielles entre les grandeurs événementielles et les caractéristiques des événements. Les variables traditionnellement testées ont été considérées ainsi qu'un panel de nouvelles variables, sur la base de la littérature et des données locales disponibles.

Les résultats obtenus sont variables suivant les sites et les grandeurs considérées. Des corrélations plus élevées sont observées pour la masse par rapport aux CME, où pour l'ensemble des variables considérées, les coefficients de corrélation linéaire restent inférieurs à 0.5 en valeur absolue.

Ces résultats mettent en évidence la difficulté de sélectionner, par une simple analyse statistique, une combinaison de variables explicatives, dans la perspective de la construction de modèles de régression événementiels locaux. Cet exercice apparaît en effet difficile du fait de :

- i) la difficulté d'interpréter les coefficients de corrélation, avec une signification physique ou phénoménologique et de
- ii) l'existence de corrélations entre chacune des variables deux à deux.

L'analyse des courbes  $M(V)$  montre l'existence d'une grande variabilité des courbes pour les 263 et 239 événements mesurés respectivement à Chassieu et Ecully, ce qui corrobore les observations d'études antérieures. Les variables considérées dans le cadre de ce travail n'ont pas permis, par la méthode d'ACP, l'établissement de relations entre les formes des courbes et les caractéristiques des événements. Cependant une analyse des distributions des variables considérées séparément en fonction des groupes A, B et C met en évidence quelques pistes significatives en vue de la modélisation : le rôle de l'intensité de la pluie dans l'érosion des particules et l'influence des conditions de temps sec antérieures sur la dynamique des flux polluants. Enfin, une modélisation simple des courbes  $M(V)$  par des fonctions de type polynôme a été proposée. Les résultats montrent que cette fonction semble appropriée et potentiellement utilisable dans la perspective d'une gestion opérationnelles des flux polluants.

## Conclusion

L'analyse des données confirme l'intérêt des mesures en continu de turbidité pour l'amélioration de notre connaissance des processus de génération des flux polluants des rejets urbains par temps de pluie. Le nombre important d'événements et le mesurage des flux à pas de temps courts, ont permis de caractériser de manière fiable la variabilité des flux de MES et de DCO de temps sec et de temps de pluie sur les deux sites d'étude.

L'analyse des données a été effectuée au moyen d'outils d'analyse statistiques, couplés à des analyses graphiques des flux.

Des méthodes et outils analytiques simples, facilement utilisables dans un contexte opérationnel, ont été mis en œuvre, par exemple l'analyse des coefficients linéaires et l'analyse en composantes principales. Ces outils ont permis de faciliter le travail d'exploitation des données (ou « data mining »), qui est d'autant plus difficile manuellement que le nombre de données à analyser est important.

Les résultats obtenus pour les sites de Chassieu et Ecully sont mitigés. Si les analyses mettent en évidence des corrélations entre les flux polluants et certaines caractéristiques des événements, notre compréhension des processus reste partielle. Ceci s'explique d'une part par la limite des outils analytiques eux-mêmes, et la connaissance *a priori* partielle que nous avons des processus de génération des flux.

Si nous sommes conscients des limites de l'analyse visuelle, sujette à la subjectivité de l'analyste, l'étude graphique des flux polluants a permis dans ce travail de caractériser de manière qualitative la variabilité des flux et de formuler des hypothèses sur leurs processus de génération.

Les principaux résultats obtenus, qui seront pris en compte pour le choix de structures de modèles dans la suite de la thèse, concernent les points suivants :

### ***Etude de temps sec à Ecully***

- Une étude fine des profils journaliers de débit et de turbidité sur la période 2007-2008 a permis de distinguer trois principales classes de profils de temps sec au cours de l'année : jours de semaine hors vacances scolaires, de week-end hors vacances scolaires et de vacances scolaires.
- L'étude de la variabilité des flux de temps sec au long de l'année a mis en évidence la part significative d'infiltration lente, après le ressuyage du ruissellement rapide sur la surface du bassin versant.
- La variabilité des profils au cours de l'année n'a pas pu être caractérisée par des relations simples.
- L'hypothèse d'une quantité négligeable de dépôts dans les réseaux de Chassieu et Ecully, formulé sur la base d'expertise et des résultats d'études antérieures, a été confirmée.
- Une méthode d'estimation de la contribution de temps sec lors des événements pluvieux a été proposée et appliquée dans la perspective du travail de modélisation. Une méthode pour l'évaluation de l'incertitude sur cette estimation a été proposée.

### *Variabilité des flux de temps de pluie*

- Des corrélations linéaires variables entre les grandeurs événementielles et les caractéristiques des événements pluvieux ont été mises en évidence.
- L'interprétation de ces corrélations dans la perspective de la construction de modèles événementiels reste difficile, du fait que la plupart des variables considérées sont corrélées entre elles.
- Si l'ACP a permis d'affiner l'analyse des corrélations, elle a mis en évidence la difficulté d'expliquer la variabilité inter-événementielle des flux à partir des caractéristiques des événements.
- L'analyse statistique des courbes  $M(V)$ , couplée à une analyse graphique visuelle a permis de caractériser certains aspects de la dynamique intra-événementielle des flux :
  - o L'influence de l'intensité de la pluie et des conditions antérieures de temps sec sur la dynamique des flux.
  - o Un léger retard, pour certains événements, de la concentration en MES et en DCO par rapport au débit en début d'événement.
  - o La similarité, pour la majorité des événements, des dynamiques des débits et des flux de polluants en termes d'apparition temporelle des pics.
- Une modélisation des courbes  $M(V)$  par une fonction simple de type polynôme a été proposée, dans la perspective de la prise en compte de la qualité des rejets dans le dimensionnement des ouvrages de traitement des flux polluants.

Cette analyse constitue un premier travail d'exploitation de la base de données construite à partir des données de turbidité. Les méthodes et outils utilisés dans ce travail peuvent être facilement appliqués dans des études opérationnelles. Cette perspective est d'autant plus envisageable que certaines analyses peuvent être facilement automatisées ou optimisées. Par exemple la caractérisation des classes de temps sec pourrait être effectuée par une analyse de type clustering. La méthode d'estimation de la contribution de temps sec pourrait également être davantage automatisée.

L'application de méthodes de data mining plus poussées de type analyse spectrale ou modèles de réseaux de neurones, aussi bien pour les flux de temps sec que de temps de pluie, permettra certainement d'améliorer encore, dans un futur proche, nos connaissances sur les sites de Chassieu et Ecully.

## **Partie 5**

### **Choix des modèles et méthodologie de test**



## Introduction

Cette partie présente les modèles que nous avons testés ainsi que la méthodologie retenue pour leur test.

Le choix des modèles a été effectué au vu des objectifs de travail définis dans la partie 1 (cf. paragraphe 3.2) et des résultats de l'analyse des données réalisée dans la partie 4. En reprenant la méthodologie de choix d'un modèle proposée dans le chapitre 1 (cf. paragraphe 3.1), l'objectif est de proposer des structures de modèles *a priori* les plus adaptées possible à notre connaissance des processus de génération des flux de polluants à Chassieu et Ecully.

La méthodologie de test a été définie en tenant compte des outils et méthodes de calage et d'analyse des modèles disponibles (cf. partie 2) dans la perspective de leur utilisation opérationnelle.

La partie 5 comprend trois chapitres. Les chapitres 13 et 14 présentent les modèles testés, respectivement pour les approches de type multi-régression et Accumulation-Erosion-Transfert. Le chapitre 15 décrit la méthodologie de test adoptée.

Pour le test de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert, nous tenons à apporter quelques précisions. Le choix de la méthodologie de test final est apparu tardivement dans la thèse. Il résulte d'une réflexion menée tout au long de ces trois ans avec la communauté des hydrologues urbains mais conjointement à l'amélioration de notre connaissance des outils et méthodes. L'application de la méthode GLUE a d'abord été envisagée du fait de sa simplicité de mise en œuvre et des discussions avec les équipes de recherche italienne (Gabriele Freni, Gorgio Mannina) et danoise (Lucas Vezzaro). Puis les travaux menés en parallèle par le groupe « Data and Model », animée par Ana Deletic, nous ont conduits à envisager le choix de la méthode bayésienne formelle. Les différents contacts avec les hydrologues urbains travaillant sur le même sujet (Wolfgang Rauch, Manfred Kleidorfer, Ana Deletic, Cintia Dotto, David Mc Carthy, Peter Vanrolleghem, Guenther Leohnardt) notamment lors de la conférence UDM (Urban Drainage Modelling) en septembre 2009, nous ont également confortés en ce sens. Nous nous sommes alors orientés vers l'algorithme SCEM-UA (Vrugt *et al.* 2003), déjà testé par Vezzaro (2008). Enfin des échanges avec Jasper Vrugt dans les derniers mois nous ont conduits à adopter l'algorithme DREAM (Vrugt *et al.* 2009). Cette recherche a sans cesse été guidée par la volonté de choisir une méthode de test fiable et efficace pour une utilisation pérenne.



## Chapitre 13

### 13 Modèles de type multi-régression

Sur la base de l'étude bibliographique, le paragraphe 13.1 propose une sélection de modèles antérieurs les plus transposables *a priori* sur les sites de Chassieu et Ecully. Le paragraphe 13.2 explicite les deux méthodes que nous avons retenues pour la construction de modèles locaux, le paragraphe 13.3 présente les résultats obtenus.

Nous nous intéressons à des modèles de multi-régression de type puissance sur les variables (cf. équation 2.2). Par transformation logarithmique, les modèles sont linéaires sur les logarithmes :

$$\ln(Y) = \log(b_0) + b_1 \log(X_1) + b_2 \log(X_2) + \dots + b_n \log(X_{n_v}) \quad \text{Eq. 13.1}$$

avec  $Y$  la variable  $Y$  considérée,  $X_j$ ,  $j \in [1:n_v]$ , les  $n_v$  variables d'entrée du modèle et  $b_i$ ,  $i \in [0:n_v]$ , les paramètres du modèle.

Les variables expliquées sont celles étudiées lors de l'analyse des données (cf. paragraphe 12.1.1, Tableau 12.1) : i) les masses événementielles totales de MES et de DCO ( $M_{MES}$  et  $M_{DCO}$ ), ii) les concentrations moyennes événementielles totales  $CME_{MES}$  et  $CME_{DCO}$ , et iii) les contributions pluviales respectives pour Ecully,  $M_{MES\_TP}$ ,  $M_{DCO\_TP}$ ,  $CME_{MES\_TP}$  et  $CME_{DCO\_TP}$ .

#### 13.1 Choix de modèles antérieurs

##### 13.1.1 Critères de sélection

Afin de sélectionner les modèles *a priori* les plus adaptés aux deux sites d'étude, nous avons recensé les modèles proposés dans la littérature en considérant les critères suivants :

- L'échelle d'application du modèle : régionale ou locale. Alors que les modèles à l'échelle régionale sont établis à partir des données de plusieurs sites d'études (Driver et Tasker 1990; Brezonik et Stadelmann 2002), les modèles locaux sont construits à partir des données d'un seul site. C'est ce deuxième type de modèle que nous avons choisi.
- La taille et le type des bassins versants : activités principales sur le site, résidentiel, commercial ou industriel, réseau unitaire ou séparatif.
- La forme du modèle : linéaire sur les variables ou sur le logarithme des variables.
- La variable événementielle expliquée : le type de variable (masse ou CME) et le type de polluants (MES, DCO ou autres).
- Le nombre de données utilisées pour la construction des modèles.

L'étude bibliographique réalisée ne constitue pas un recensement exhaustif des études sur les modèles de régression des RUTP. Les publications dont les modèles de régression font

l'objet sont en effet très nombreuses (cf. paragraphe 2.1.2) et les caractéristiques des sites et les formulations des modèles optimaux très variables. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux travaux basés sur un nombre important de données, notamment les études récentes.

Le Tableau 13.1 présente les trois études retenues pour la sélection de modèles pour les MES et la DCO.

Tableau 13.1. Etudes retenues pour la sélection de modèles de type multi-régression antérieurs : nombre de sites de mesure, taille et type des bassins versants instrumentés (réseau et activité), nombre de mesure par site ( $N$ ), types de régression, variables expliquées et explicatives des modèles optimaux

Polluant	Référence	Nombre de sites	Taille (ha)	Type de BV	$N$	Type de régression	Variable Expliquée	Variabes explicatives
MES DCO	INSA-SOGREAH (1999)	-	-	-	-	Linéaire sur le Log	CME	$DTS$ $H$ $Im_5$
MES	Dembélé (2010)	1 (France)	42	Unitaire résidentiel	64	Linéaire sur le Log	CME	$DTS/H$ $D_p$
	Vaze et Chiew (2003)	3 (Australie)	107 - 227	Unitaire Résidentiel	14-20	Linéaire	Masse	$I(t)$

Les travaux de Vaze et Chiew (2003) et Dembéle (Dembélé *et al.* 2010; Dembéle et Becouze 2010) reposent sur des bases de données récentes acquises par les techniques traditionnelles d'échantillonnage par prélèvements. Nous avons décidé de tester l'approche testée par Vaze et Chiew (2003) pour l'estimation des masses de MES, dans la mesure où ce modèle est original par rapport aux autres formulations (cf. paragraphe 2.1.2) et que les résultats obtenus sur les données australiennes sont encourageants. De plus, les conclusions de Francey (2010) qui a plus récemment testé le modèle vont également en ce sens.

Le modèle proposé par Dembéle *et al.* (2009) pour les CME de MES a été établi pour les données du bassin versant parisien du Marais. Il nous a semblé intéressant de tester ce modèle sur les sites d'étude lyonnais.

Enfin nous nous sommes également intéressés à un modèle générique proposé dans le logiciel CANOE et déjà testé par Mourad *et al.* (2005b) pour les MES et la DCO, également sur les données du Marais.

### 13.1.2 Modèles retenus

Les expressions développées des quatre modèles retenus, notées de M1 à M4, sont données dans le Tableau 13.2.

Tableau 13.2. Expressions des modèles antérieurs retenus,  $p_0$  à  $p_3$  les paramètres de calage, pour les modèles M1 à M4

Nom du modèle	Référence	Formule	Nombre de paramètres de calage
M1	Insa/Sogreah, 1999	$CME_{MES} = p_0 \cdot DTS^{p_1} \cdot H^{p_2} \cdot I_{m5}^{p_3}$	4
M2	Insa/Sogreah, 1999	$CME_{DCO} = p_0 \cdot DTS^{p_1} \cdot H^{p_2} \cdot I_{m5}^{p_3}$	4
M3	Dembélé, 2009	$CME_{MES} = p_0 \cdot \left(\frac{DTS}{H}\right)^{p_1} \cdot D_p^{p_2}$	3
M4	Vaze et Chiew, 2003	$M_{MES} = p_0 \cdot \sum_{i=1}^n I(i)^{p_1}$	2

## 13.2 Méthode de construction des modèles locaux

Deux méthodes, implémentées sous Matlab, ont été testées : une méthode de sélection semi-automatique des variables et la méthode de recherche systématique (cf. paragraphe 2.1.3.1).

La motivation pour le test d'une méthode semi-automatique est double. Il s'agit d'une part de la méthode principalement utilisée dans la littérature jusqu'ici. Cette méthode représente d'autre part une alternative à la simple recherche par essai-erreur qui reste prédominante dans la plupart des études opérationnelles. De plus, l'utilisation d'outils d'analyse automatiques pour l'obtention de résultats fiables semble indispensable, dès lors que les tailles des bases de données deviennent importantes.

La méthode de recherche systématique nous a semblé intéressante, dans la mesure où elle ne nécessite aucune analyse préalable approfondie de la part du modélisateur et que son application nécessite des temps de calcul très courts. Dès lors qu'elle répond aux objectifs visés et qu'un outil de calcul pour sa mise en œuvre est disponible, cette méthode apparaît adaptée à un contexte opérationnel. De plus, elle garantit l'obtention d'un modèle optimal au vu du critère mathématique considéré. La comparaison des résultats avec ceux de la méthode semi-automatique permet ainsi de tester la fiabilité de cette dernière.

Pour les deux méthodes, nous avons considéré l'ensemble des 263 et 239 événements respectivement pour Chassieu et Ecully.

### 13.2.1 Méthode de sélection semi-automatique

La méthode comprend les étapes suivantes :

1. Recensement des variables explicatives potentielles
2. Analyse des corrélations entre les variables :
  - Analyse des coefficients de corrélation linéaire
  - Analyse en Composantes Principales (ACP)
3. Pré-sélection des variables :
  - Rejet des variables très faiblement corrélées avec la variable expliquée.
  - Mise en évidence de groupes de variables explicatives significative corrélées entre elles : sélection d'une ou plusieurs variables dans chaque sous-groupe, la/les plus corrélée/s à la variable expliquée.
4. Sélection des variables par une méthode de sélection pas à pas (stepwise) à partir des variables présélectionnées.

Les étapes 1 à 3 ont été effectuées dans le chapitre 12 traitant de l'analyse de la variabilité des flux de temps de pluie. Une présélection de variables a été proposée dans le paragraphe 12.1.4.3 (Tableau 12.6).

Le principe de sélection pas à pas des variables d'un modèle linéaire de type multi-régression consiste à sélectionner par un processus itératif les variables statistiquement les plus significatives. Chacune des variables explicatives est examinée tour à tour et la régression linéaire entre la variable expliquée et cette variable est effectuée. La variable pour laquelle le critère de performance est maximum (i.e. le meilleur modèle) est sélectionnée. La procédure est répétée, avec l'ajout à chaque étape de la variable permettant la meilleure optimisation du critère de calage. La sélection s'arrête lorsque l'amélioration du modèle n'est pas significative selon un test statistique avec un seuil de  $p$ -value donné. Il s'agit dans ce cas d'une sélection des variables en avant (forward selection). A l'inverse, dans la sélection en arrière (backward selection), la totalité des variables est considérée lors de la première étape et les variables les moins significatives sont retirées une à une. Dans le cas où les deux méthodes sont combinées lors de la sélection, c'est-à-dire lorsque l'ajout et le retrait d'une variable sont testés à chaque étape, on parle de sélection pas à pas (stepwise). Ce type de sélection peut être réalisé en considérant au départ soit aucune variable soit la totalité des variables.

Nous avons appliqué une méthode de sélection par stepwise sans aucune variable au départ et un test statistique de Fisher avec un seuil classique de  $p$ -value de 0.01.

### 13.2.2 Méthode de recherche systématique

Des combinaisons de 2 à 4 variables parmi la totalité des variables explicatives possibles ont été testées de manière systématique. Le choix du nombre optimal de variables d'un modèle dépend, pour un nombre  $n_v$  de variables donné, de l'information qu'est susceptible d'apporter l'ajout d'une variable ( $n_v+1$ ) dans le modèle. Si cette dernière permet une amélioration significative des résultats (sur la base d'un critère choisi par le modélisateur), alors il est pertinent de l'intégrer dans le modèle. Nous avons considéré *a priori* un nombre maximum de 4 variables sur la base des modèles des études antérieures dont le nombre de variables se limite la plupart du temps à 3. Nous n'excluons cependant pas la possibilité qu'un nombre supérieur de variable soit plus pertinent, ce que nous vérifierons lors de l'analyse des résultats.

Le principe de la recherche est illustré dans la figure 13.1, avec  $n_v$  le nombre de variables explicatives testées dans les combinaisons,  $N$  le nombre total de variables explicatives et  $C_N^{n_v}$  le nombre total de combinaisons possibles de  $n_v$  variables parmi  $N$ .

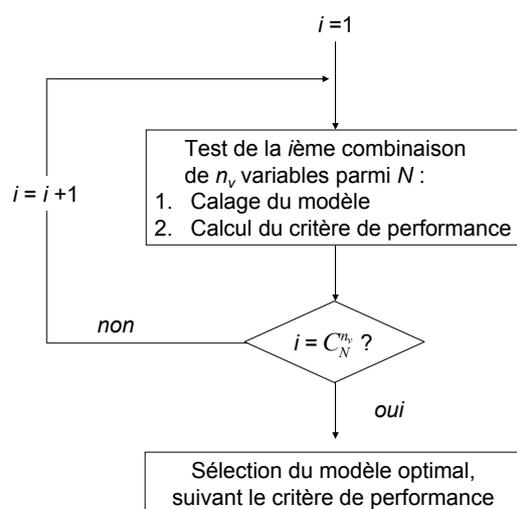


Figure 13.1. Principe d'élaboration de modèles locaux optimaux par recherche systématique

### 13.2.3 Méthode de calage et critère de performance

Pour les deux méthodes de sélection des modèles, un calage par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires sur la forme logarithmique (en base 10) a été effectué.

La méthode stepwise utilisée est disponible sous Matlab, dont le critère de performance est la somme des carrés des écarts (SCE), à partir duquel est réalisé le test de Fisher pour la sélection des variables les plus significatives. Nous utiliserons pour présenter les résultats le critère de la RMSE (cf. paragraphe 4.2.2.1), davantage utilisé dans les études et dont la minimisation revient à celle du critère de SCE.

Dans le cas de la recherche systématique, nous avons également utilisé la RMSE comme critère de performance afin de pouvoir comparer les résultats entre les deux méthodes. En revanche, le critère a été calculé pour chaque combinaison de variables testée, directement sur la forme non transformée du modèle

Etant donnée la difficulté d'interprétation du critère RMSE (cf. paragraphe 6.1), le critère de Nash et Sutcliffe (1970) a également été calculé pour chacun des modèles, afin de faciliter l'interprétation des résultats.

## 13.3 Résultats des modèles locaux

### 13.3.1 Analyse des modèles optimaux

Les résultats obtenus par la méthode de sélection semi-automatique, pour les deux sites et pour chacune des variables expliquées, sont présentés dans le Tableau 13.3. Les variables explicatives retenues par la méthode stepwise sont indiquées dans l'ordre décroissant des  $p$ -value du test de Fisher, calculées pour la combinaison finale de variables. Le Tableau 13.4 montre les résultats obtenus avec la méthode de recherche systématique.

Tableau 13.3. Variables explicatives (cf. Tableaux 12.2 et 12.3) retenues par sélection semi-automatique pour la formulation des modèles de multi-régression linéaires, et critères de performance (RMSE et Nash) à Chassieu et Ecully

Site	Variabiles expliquées	Variabiles explicatives retenues	RMSE	Unité	Nash
<b>Chassieu</b>	$M_{MES}$	$Vr, Dp, Dcond$	376.03	kg	<b>0.70</b>
	$M_{DCO}$	$Vr, Dp$	201.14	kg	<b>0.89</b>
	$CME_{MES}$	$DTS_5, D_p, Qmax, Dcond$	152.82	mg.L <sup>-1</sup>	0.02
	$CME_{DCO}$	$DTS_5, D_p, Qmax$	90.85	mg.L <sup>-1</sup>	0.04
<b>Ecully</b>	$M_{MES}$	$Vr, Imax_5, DTS_{30}, Im_5A_{52}$	371.15	kg	0.40
	$M_{DCO}$	$Vr, Im_5A_{52}, Imax_5, DTS_{30}$	860.17	kg	0.38
	$M_{MES_{TP}}$	$Imax_5, Vr_{TP}, DTS_{30}$	601.11	kg	-0.33
	$M_{DCO_{TP}}$	$Imax_5, Vr_{TP}, DTS_{30}, CumH_{52}$	954.74	kg	-0.08
	$CME_{MES}$	$Vr, Imax, DTS_{30}, CumH_{72}$	154.46	mg.L <sup>-1</sup>	0.34
	$CME_{DCO}$	$Vr, Imax, DTS_{30}$	215.60	mg.L <sup>-1</sup>	0.35
	$CME_{MES_{TP}}$	$Vr, Imax, DTS_{30}, CumH_{72}$	395.00	mg.L <sup>-1</sup>	0.29
	$CME_{DCO_{TP}}$	$Vr, Imax, DTS_{30}, CumH_{72}$	573.14	mg.L <sup>-1</sup>	0.25

Tableau 13.4. Variables explicatives retenues par recherche systématique, avec un nombre de variables ( $n_v$ ) de 2 à 4, pour la formulation des modèles de multi-régression linéaires, et critères de performance (RMSE) à Chassieu et Ecully

Site	Variabiles expliquées	$n_v$	Variabiles explicatives retenues	RMSE	Nash	Unité
Chassieu	$M_{MES}$	2	$V_r, I_{max}$	347.92	<b>0.74</b>	kg
		3	$V_r, I_{max}, DTS_{30}$	324.92	<b>0.77</b>	
		4	$V_r, I_{max}, DTS_{30}, I_{max_5}$	320.45	<b>0.78</b>	
	$M_{DCO}$	2	$V_r, I_{max}$	188.86	<b>0.91</b>	kg
		3	$V_r, I_{max}, DTS_{30}$	180.78	<b>0.91</b>	
		4	$V_r, I_{max}, DTS_{30}, I_{max_5}$	175.71	<b>0.92</b>	
	$CME_{MES}$	2	$Q_{max}, H$	152.09	0.03	mg.L <sup>-1</sup>
		3	$Q_{max}, H, Im_{30A_{96}}$	150.45	0.05	
		4	$Q_{max}, H, Im_{5A_{96}}, D_{cond}$	149.36	0.07	
	$CME_{DCO}$	2	$Q_{max}, H$	89.79	0.06	mg.L <sup>-1</sup>
		3	$Q_{max}, H, Im_{30A_{96}}$	89.26	0.07	
		4	$Q_{max}, H, Im_{30A_{96}}, Im_{30A_{12}}$	88.66	0.08	
Ecully	$M_{MES}$	2	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}$	321.47	<b>0.73</b>	kg
		3	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, InvH$	306.85	<b>0.75</b>	
		4	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, InvH, Q_{moy}$	304.43	<b>0.76</b>	
	$M_{DCO}$	2	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}$	566.74	<b>0.73</b>	kg
		3	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, InvH$	541.41	<b>0.76</b>	
		4	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, Q_{max}, Im_{5A_{12}}$	532.16	<b>0.76</b>	
	$M_{MES_{TP}}$	2	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}$	334.82	<b>0.59</b>	kg
		3	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, D_p$	305.02	<b>0.66</b>	
		4	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, q, V_{r_{TS}}$	299.84	<b>0.67</b>	
	$M_{DCO_{TP}}$	2	$V_{r_{TP}}, Q_{moy}$	587.89	<b>0.59</b>	kg
		3	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, D_p$	531.70	<b>0.66</b>	
		4	$V_{r_{TP}}, CumH_{12}, q, V_{r_{TS}}$	519.71	<b>0.68</b>	
$CME_{MES}$	2	$D_c, CumH_{72}$	162.82	0.26	mg.L <sup>-1</sup>	
	3	$CumH_{72}, V_r, Q_{max}$	154.93	0.33		
	4	$CumH_{72}, V_{r_{TP}}, Q_{max}, DTS_{30}$	149.07	0.38		
$CME_{DCO}$	2	$D_c, CumH_{72}$	229.83	0.27	mg.L <sup>-1</sup>	
	3	$CumH_{72}, V_{r_{TP}}, Q_{max}$	217.79	0.34		
	4	$CumH_{24}, V_{r_{TP}}, Q_{max}, DTS_{30}$	201.61	0.44		
$CME_{MES_{TP}}$	2	$CumH_{72}, V_{r_{TP}}$	388.07	0.32	mg.L <sup>-1</sup>	
	3	$CumH_{52}, V_{r_{TP}}, InvH$	339.33	0.48		
	4	$CumH_{52}, V_{r_{TP}}, InvH, Im_{5A_4}$	309.72	<b>0.56</b>		
$CME_{DCO_{TP}}$	2	$CumH_{72}, V_{r_{TP}}$	544.75	0.32	mg.L <sup>-1</sup>	
	3	$CumH_{52}, V_{r_{TP}}, InvH$	466.25	0.50		
	4	$CumH_{52}, V_{r_{TP}}, InvH, Im_{5A_4}$	431.81	<b>0.57</b>		

La comparaison des variables explicatives sélectionnées pour la construction des modèles optimaux par les deux méthodes met en évidence deux principaux points :

- Les variables hydrauliques  $V_r$ ,  $V_{r_{TP}}$  et  $Q_{max}$  sont sélectionnées dans les modèles par les deux méthodes :  $V_r$  ou  $V_{r_{TP}}$  pour les masses totales,  $Q_{max}$  pour les CME totales à Chassieu,  $V_r$  ou  $V_{r_{TP}}$  à Ecully. Cette observation est cohérent avec les résultats de l'analyse des données de la partie 4.
- Les autres variables des modèles diffèrent significativement entre les deux méthodes, à l'exception des variables  $CumH_{52}$  ou  $CumH_{72}$  à Ecully pour les CME qui sont sélectionnées par les deux méthodes.

Les valeurs de RMSE des modèles obtenus par les deux méthodes sont comparées dans les Figures 13.2 et 13.3, respectivement pour les sites de Chassieu et Ecully :

- Quelles que soient les grandeurs, la prise en compte d'une quatrième variable dans le modèle par recherche systématique ne permet pas une amélioration significative, avec un gain de RMSE inférieur à 5 %, à l'exception des CME à Ecully (écarts de l'ordre de 10 %). Dans le cas des CME totales à Chassieu, un modèle à 2 variables s'avère suffisant.
- Les résultats obtenus par les deux méthodes pour les CME totales sont comparables.
- Pour les masses totales, la recherche systématique donne des résultats meilleurs que la méthode semi-automatique, avec des écarts de l'ordre de 10 % à Chassieu et jusqu'à plus de 50 % à Ecully dans le cas de la DCO.
- Pour les contributions pluviales à Ecully, les résultats obtenus par la méthode systématique sont dans les quatre cas meilleurs que par la sélection semi-automatique, spécialement pour les masses de DCO.

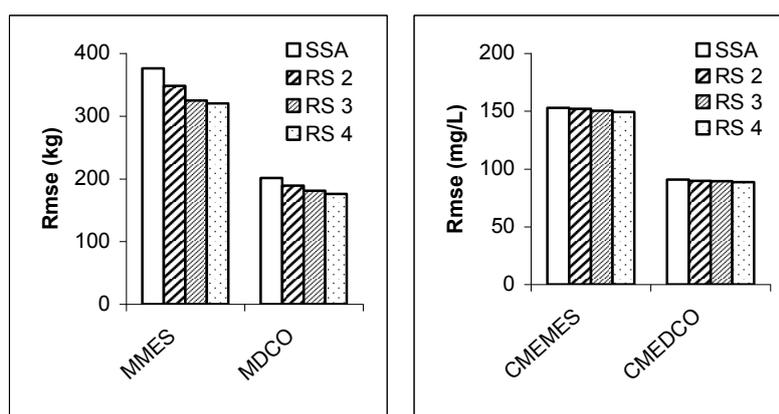


Figure 13.2. RMSE pour les modèles optimaux obtenus par sélection semi-automatique (SSA) et par recherche systématique (RS) avec des modèles de 2 à 4 variables, pour les masses totales (à gauche) et les CME totales (à droite) à Chassieu

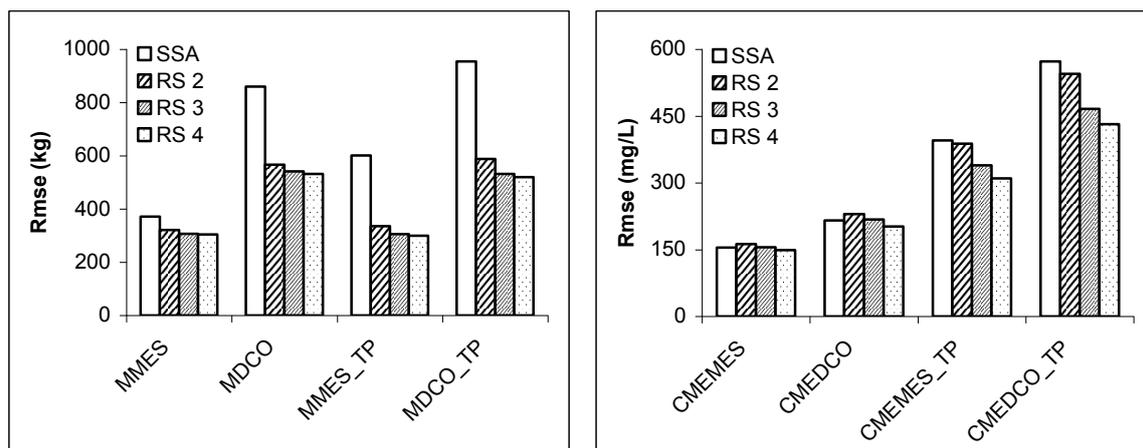


Figure 13.3. RMSE pour les modèles optimaux obtenus par sélection semi-automatique (SSA) et par recherche systématique (RS) avec des modèles de 2 à 4 variables, pour les masses totales (à gauche) et les CME totales (à droite) à Ecully

Cette comparaison met en évidence l'intérêt de l'utilisation d'une méthode de recherche systématique, beaucoup plus rapide par rapport à une méthode semi-automatique. Dans le cas des masses de MES et DCO, ces résultats montrent clairement que la subjectivité du modélisateur est susceptible d'affecter de manière significative les résultats.

Les Figures 13.4 à 13.15 présentent les valeurs expliquées simulées en fonction des valeurs observées pour les modèles obtenus par sélection automatique (à gauche dans les Figures) et par recherche systématique pour le modèle à 3 variables (à droite dans les Figures). Dans l'ordre, les Figures représentent :

- Les masses totales de MES et de DCO à Chassieu (Figures 13.4 et 13.5) et à Ecully (Figures 13.6 et 13.7).
- Les CME totales de MES et de DCO à Chassieu (Figures 13.8 et 13.9) et à Ecully (Figures 13.10 et 13.11).
- Les contributions pluviales en MES et en DCO à Ecully, pour les masses (Figures 13.12 et 13.13) et les CME (Figures 13.14 et 13.15).

Les graphiques montrent que les masses sur les deux sites sont bien reproduites en tendance, avec des critères de Nash supérieurs à 0.7 par la méthode de recherche systématique. En revanche, les CME sur les deux sites sont mal simulées, avec une sous-estimation systématique des grandes valeurs. Ceci est particulièrement marqué dans le cas de Chassieu, avec des critères de Nash proches de 0. L'hypothèse d'un problème d'optimisation numérique lié aux ordres de grandeur des variables expliquées et explicatives a été vérifiée. L'analyse effectuée n'a pas permis la construction de modèles significativement meilleurs.

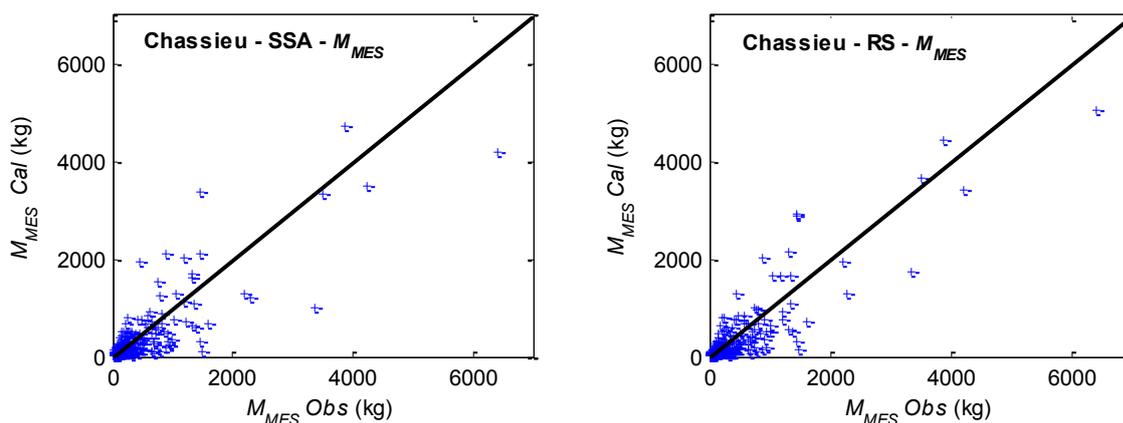


Figure 13.4. Modèle optimal obtenu pour les masses de MES par méthode de sélection semi-automatique (SSA) à gauche et par méthode de recherche systématique (RS) à droite, site de Chassieu

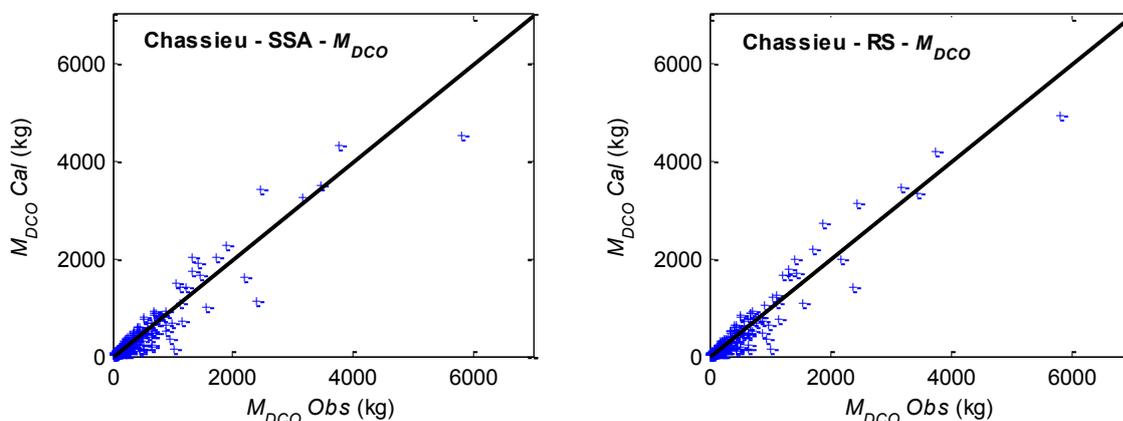


Figure 13.5. Modèle optimal obtenu pour les masses de DCO par méthode de sélection semi-automatique (SSA) à gauche et par méthode de recherche systématique (RS) à droite, site de Chassieu

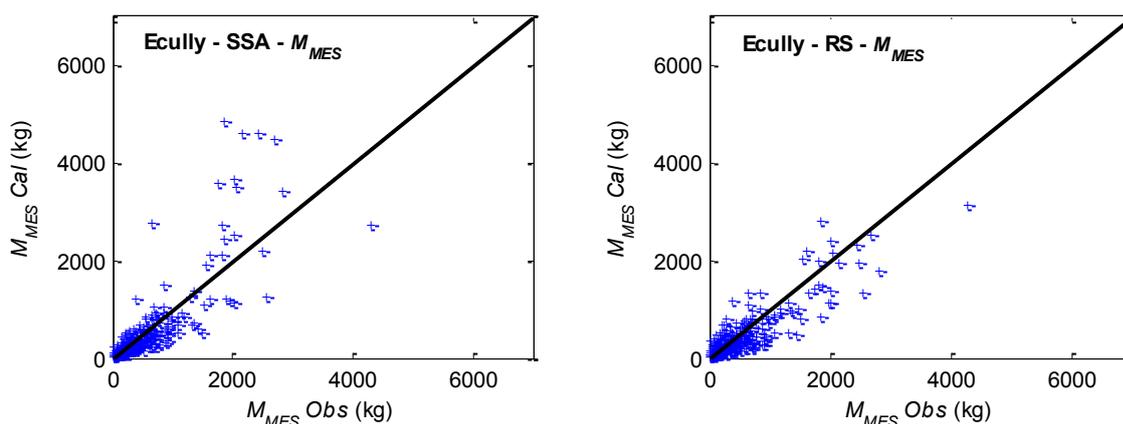


Figure 13.6. Modèle optimal pour les masses totales de MES par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

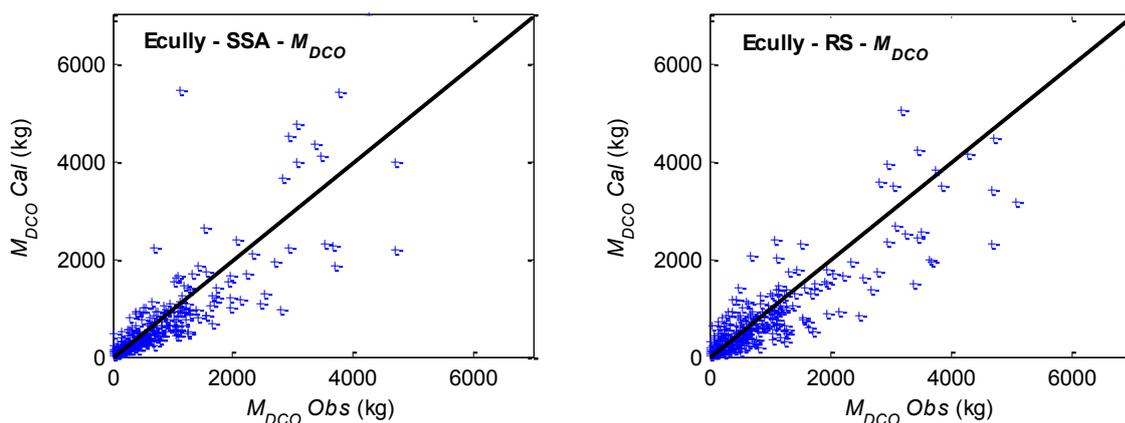


Figure 13.7. Modèle optimal obtenu pour les masses totales de DCO par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

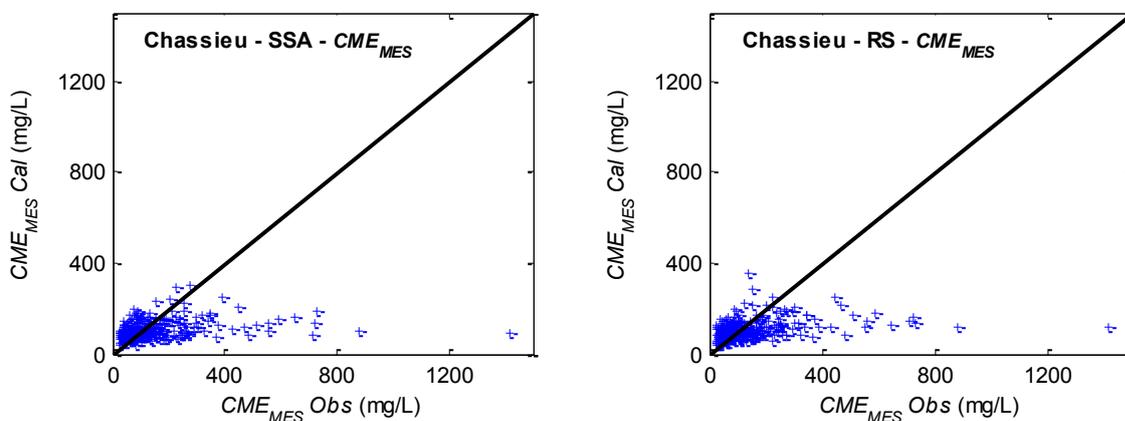


Figure 13.8. Modèle optimal obtenu pour les CME de MES par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site de Chassieu

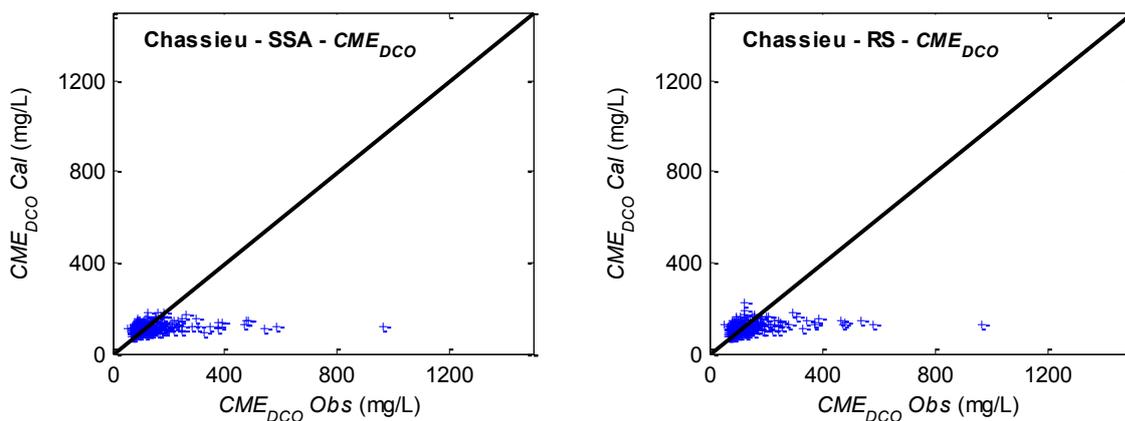


Figure 13.9. Modèle optimal obtenu pour les CME de DCO par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site de Chassieu

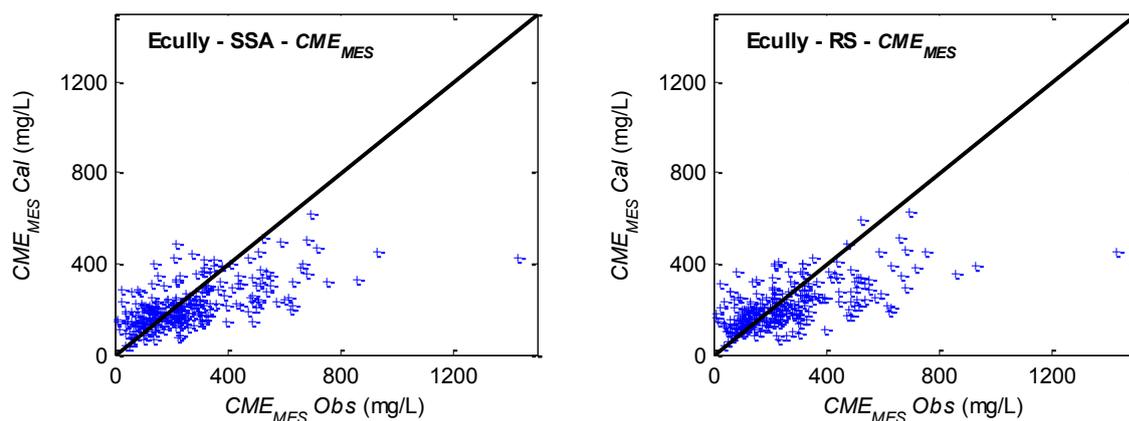


Figure 13.10. Modèle optimal obtenu pour les CME totales de MES par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

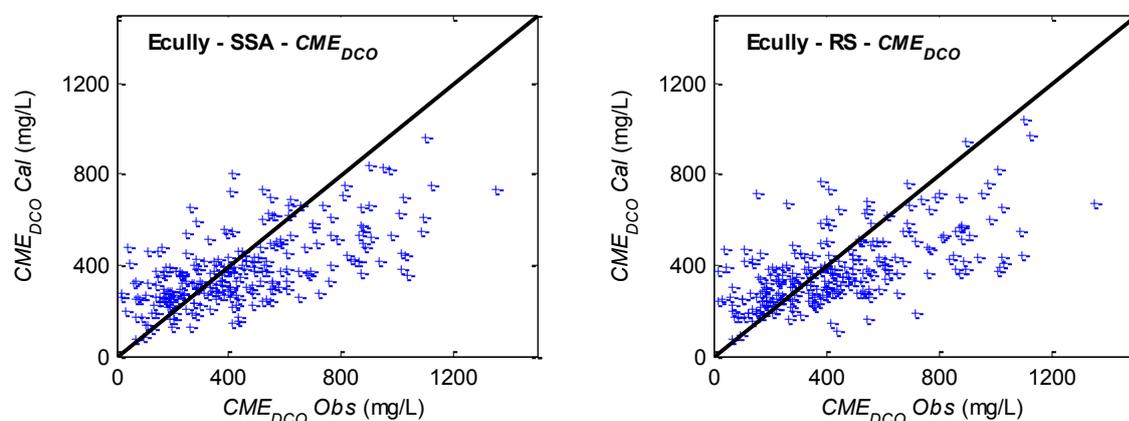


Figure 13.11. Modèle optimal obtenu pour les CME totales de DCO par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

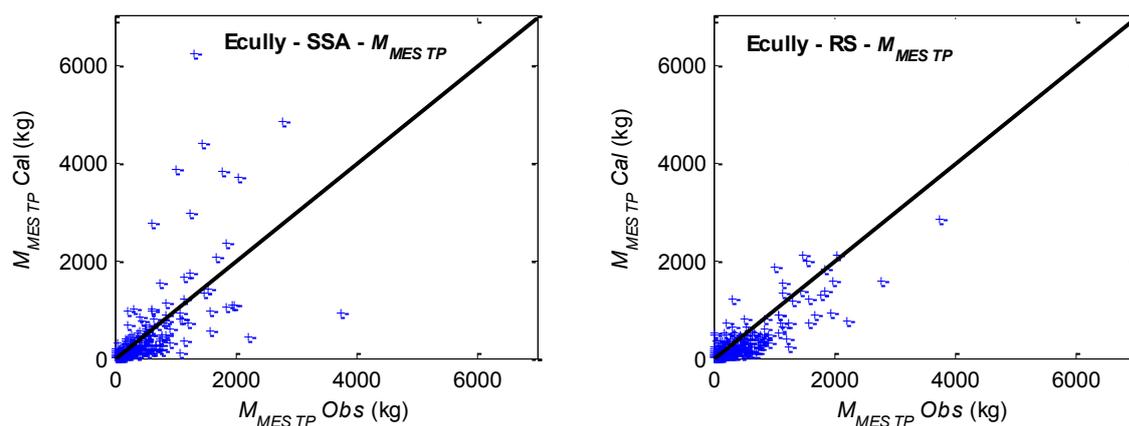


Figure 13.12. Modèle optimal obtenu pour les masses de MES de la contribution pluviale par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

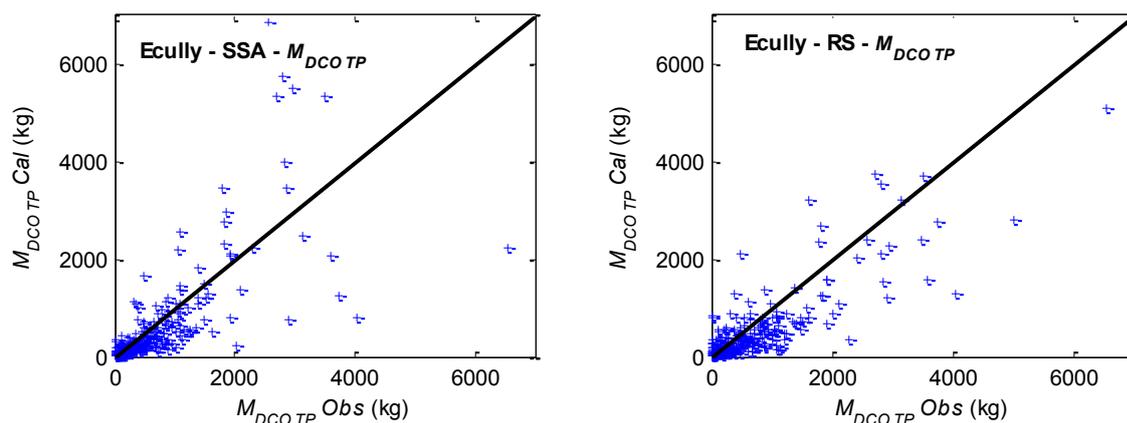


Figure 13.13. Modèle optimal obtenu pour les masses de DCO de la contribution pluviale par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

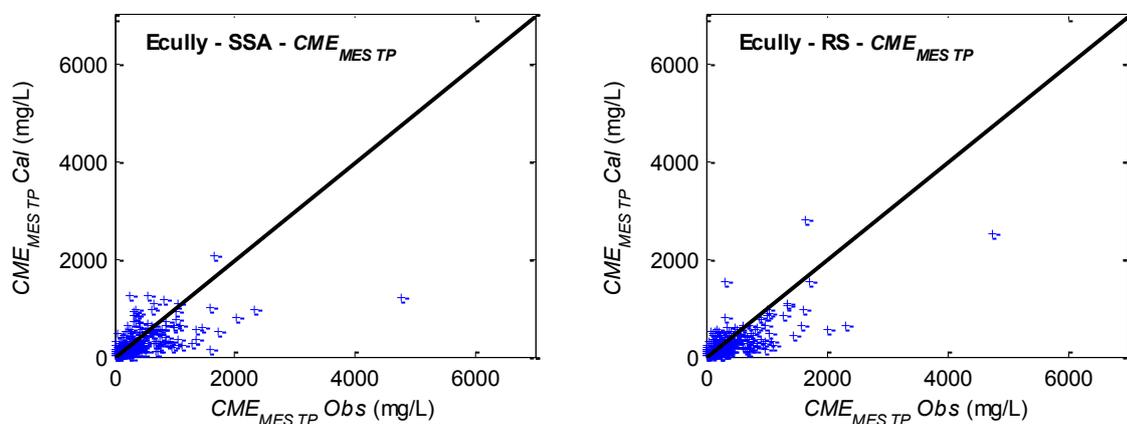


Figure 13.14. Modèle optimal obtenu pour les CME de MES de la contribution pluviale par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

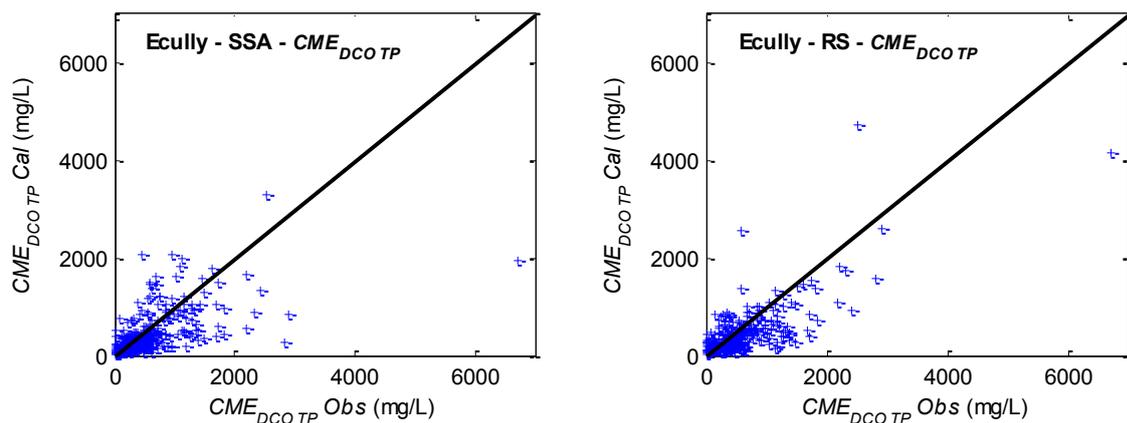


Figure 13.15. Modèle optimal obtenu pour les CME de DCO de la contribution pluviale par méthode de sélection semi-automatique (à gauche) et par méthode de recherche systématique (à droite), site d'Ecully

### 13.3.2 Modèles retenus

Les résultats présentés dans le paragraphe précédent montrent que les modèles potentiellement utilisables pour une application opérationnelle sont ceux reproduisant les masses de MES et de DCO. Dans le cas d'Ecully, les modèles de masses totales sont meilleurs que les modèles prenant seulement en compte la contribution pluviale. Pour les deux sites, les meilleurs modèles sont obtenus par la méthode de recherche systématique et un modèle à 3 variables semble suffisant. Cependant les résultats obtenus par les deux méthodes sont très proches pour le site de Chassieu.

Etant donnée la forte corrélation des masses avec le volume, nous avons comparé les masses obtenues par les modèles calés directement à partir des masses événementielles et les masses obtenues en multipliant les résultats du modèle de CME par le volume ruisselé. L'objectif est de sélectionner le modèle qui permet l'obtention des meilleurs résultats. Les valeurs des critères de performance, RMSE et Nash pour les deux types de calage et par les deux méthodes sur les deux sites sont présentées dans le Tableau 13.5.

Pour la méthode de sélection semi-automatique, les résultats obtenus avec les deux types de calage présentent des ordres de grandeurs comparables, légèrement meilleurs pour le calage sur les CME, à l'exception des MES à Ecully. En revanche, dans le cas de la méthode de recherche systématique, les résultats obtenus par le calage sur les CME sont significativement dégradés par rapport aux résultats obtenus par calage sur les masses. La dégradation est particulièrement marquée sur le site d'Ecully où des écarts de performance supérieurs à 50 % sont observés. Ce constat va à l'encontre des résultats obtenus par McCarthy (2008) pour la modélisation des micro-organismes dans les RUTP. McCarthy (2008) préconise en effet de caler les modèles sur les concentrations plutôt que sur les flux polluants. Il semblerait donc que le choix de la variable de calage optimale dépende de la méthode utilisée pour le calage, comme le suggèrent les différences observées entre les deux méthodes de construction locale sur les sites de Chassieu et Ecully.

Tableau 13.5. Critères de performance, RMSE et Nash, pour la prédiction des masses, avec les modèles calés directement sur les masses et les modèles calés sur les CME

Méthode	Site	Variables expliquées	Calage sur les masses		Calage sur les CME	
			RMSE	Nash	RMSE	Nash
Sélection semi-automatique	Chassieu	$M_{MES}$	376.03	0.70	367.32	0.71
		$M_{DCO}$	201.14	0.89	195.74	0.90
	Ecully	$M_{MES}$	371.15	0.40	484.49	0.38
		$M_{DCO}$	860.17	0.38	856.81	0.39
Recherche systématique (modèle à 3 variables)	Chassieu	$M_{MES}$	324.92	0.77	386.71	0.68
		$M_{DCO}$	180.78	0.91	209.46	0.88
	Ecully	$M_{MES}$	306.85	0.75	439.01	0.49
		$M_{DCO}$	541.41	0.76	815.58	0.45

Nous avons donc retenu pour la suite du travail les modèles de MES et de DCO totales, construits à partir d'un calage sur les masses pour les deux sites (Figures 13.4 à 13.7). Les formules développées des modèles, avec leur nom, sont indiqués dans le Tableau 13.6. Chacun des modèles comporte donc trois variables et quatre paramètres de calage.

Tableau 13.6. Formulation des modèles de MES et de DCO construits à partir de données locales, retenus dans le cadre de la thèse ; la valeur du critère de Nash et Sutcliffe (1970) est indiquée

Site	Nom du modèle	Variables explicatives retenues	Nash
<i>Chassieu</i>	Mopt MES C2	$M_{MES} = p_0 \cdot Vr^{p_1} \cdot Imax^{p_2} \cdot DTS_{30}^{p_3}$	0.68
	Mopt DCO C2	$M_{DCO} = p_0 \cdot Vr^{p_1} \cdot Imax^{p_2} \cdot DTS_{30}^{p_3}$	0.88
<i>Ecully</i>	Mopt MES Ec	$M_{MES} = p_0 \cdot Vr_{TP}^{p_1} \cdot CumH_{12}^{p_2} \cdot InvH^{p_3}$	0.49
	Mopt DCO Ec	$M_{DCO} = p_0 \cdot Vr_{TP}^{p_1} \cdot CumH_{12}^{p_2} \cdot InvH^{p_3}$	0.45



## Chapitre 14

### 14 Modèle de type Accumulation-Erosion-Transfert

Nous présentons dans le paragraphe 14.1 la structure générale de modélisation retenue. Les choix de modélisation ont été effectués au vu des conclusions de la synthèse bibliographique et des objectifs définis dans la partie 1 (cf. paragraphe 3.3.2), ainsi que dans une perspective d'application opérationnelle. Le paragraphe 14.2 présente le modèle hydrologique et le modèle qualité. Les choix des processus représentés et des formulations des modèles ont été effectués en tenant compte des caractéristiques générales des sites et des connaissances locales des processus de génération des flux polluants mis en évidence dans la partie 4.

#### 14.1 Structure générale de modélisation

Nous avons choisi (cf. paragraphe 3.3.2) de reprendre l'approche de modélisation proposée dans HYPOCRAS (Bertrand-Krajewski 1993) et décrite dans le paragraphe 2.3.2. Cette approche, développée pour les petits bassins versants urbains, utilise une représentation simplifiée du réseau par un unique collecteur équivalent, dans lequel sont pris en compte les processus d'érosion et de sédimentation. La modélisation du transport solide prend en compte deux classes de particules.

##### 14.1.1 Structure du modèle

Le modèle comprend un modèle hydrologique et un modèle qualité distincts. Chacun des deux modèles s'articule autour de modules relatifs aux différents processus représentés :

- Pour le modèle hydrologique :
  - o Pertes avant ruissellement.
  - o Transfert du débit jusqu'à l'exutoire.
- Pour le modèle qualité
  - o Accumulation des polluants sur la surface en temps sec.
  - o Accumulation des polluants dans le réseau en temps sec.
  - o Erosion des polluants sur la surface en temps de pluie.
  - o Erosion des polluants dans le réseau en temps de pluie.
  - o Sédimentation des polluants dans le réseau en temps de pluie.
  - o Transfert des polluants jusqu'à l'exutoire.

En temps sec, les débits et les pollutogrammes ne sont pas modélisés mais estimés à partir des mesures locales disponibles à l'exutoire. Les phénomènes d'accumulation des polluants sur la surface et dans le réseau sont en revanche représentés.

En temps de pluie, il n'est pas fait de distinction entre le ruissellement de surface et la propagation des débits dans le réseau amont pour la simulation des débits. A noter que ce regroupement n'est acceptable que pour les petits bassins versants.

Concernant la qualité, le modèle simule à l'exutoire les concentrations en MES ainsi que la masse de sédiments transportés par charriage. Le modèle se limite donc à la simulation du transport solide. Dans ce travail, les observations disponibles sont les concentrations, aussi nous ne nous intéresserons pas au transport par charriage. Nous présentons cependant dans ce chapitre les équations qui s'y rapportent.

La structure générale du modèle est illustrée Figure 14.1 en distinguant :

- les compartiments modélisés pour la partie hydrologique (C1 : surface + réseau) et la partie qualité (C2 : surface et C3 : réseau)
- les processus modélisés en temps sec (TS ; en rouge souligné) et en temps de pluie (TP ; en rouge),
- les quantités simulées par le modèle (en noir) et mesurées (en bleu).

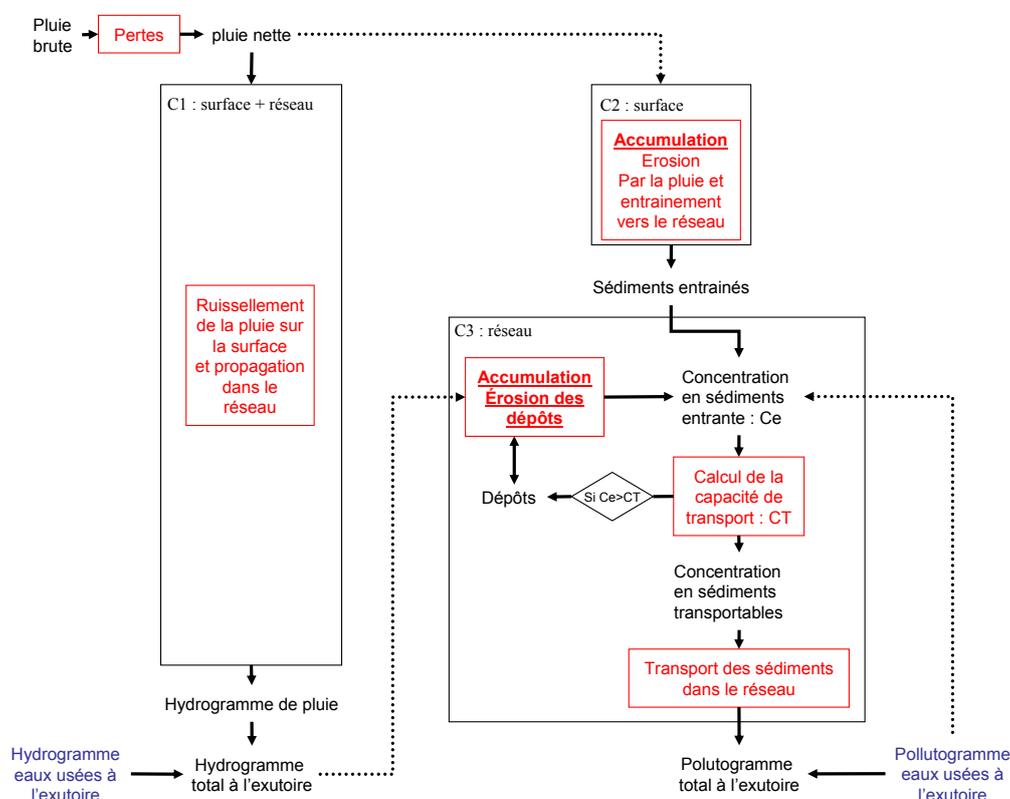


Figure 14.1. Structure générale du modèle. C1, C2 et C3, les compartiments modélisés. En rouge les processus modélisés en temps de pluie, en rouge souligné, ceux également modélisés en temps sec. En noir les quantités simulées dans le modèle. En bleu, les grandeurs mesurées dans le cas des bassins versants unitaires.

Le modèle fonctionne de manière continue, avec des modalités différentes en temps sec et en temps de pluie. Nous appliquons successivement les modèles de temps sec et de temps de pluie, avec transfert des conditions initiales : les sorties du modèle de temps sec, respectivement les masses accumulées sur la surface et dans le réseau, sont utilisées comme conditions initiales dans le modèle de temps de pluie, et réciproquement les masses restantes sur la surface et dans le réseau à la fin d'un événement pluvieux constituent les conditions initiales de la période de

temps sec suivante. Les périodes de temps de pluie sont définies du début de la pluie jusqu'au retour aux conditions de débit de temps sec. La durée  $\Delta t_{RES}$  entre la fin de l'événement pluvieux et le retour au débit de temps sec est fixée par le modélisateur, sur la base des connaissances locales des caractéristiques du site considéré. Le principe est illustré Figure 14.3.

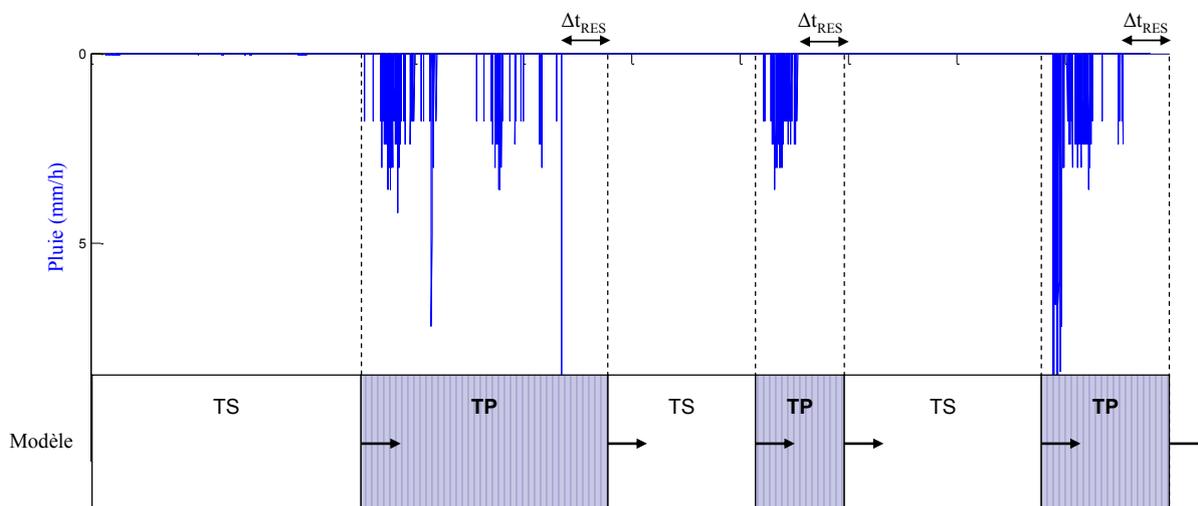


Figure 14.2. Principe de simulation continue. Représentation des modèles de temps sec (TS) et de temps de pluie (TP),  $\Delta t_{RES}$  la durée de retour au débit de temps sec.

### 14.1.2 Choix du niveau de complexité

La prise en compte de la totalité des modules du modèle de qualité n'est pas forcément nécessaire pour la simulation des flux de MES, suivant les sites d'étude et les objectifs visés. A titre d'exemple, un réseau dans lequel aucun dépôt n'est connu ne nécessite pas l'activation du modèle d'érosion des sédiments.

Nous proposons trois niveaux possibles de complexité croissante à partir de la structure du modèle de qualité :

1. Niveau 1 : le modèle prend seulement en compte l'accumulation et l'érosion, de manière globale sur la surface et dans le réseau, puis le transfert de la masse totale à l'exutoire. Dans ce cas, la concentration de temps sec est simplement ajoutée à l'exutoire.
2. Niveau 2 : tous les modules sont considérés sauf celui de sédimentation dans le réseau (la capacité de transport n'est pas calculée). Il est fait l'hypothèse que les dépôts érodés dans le réseau proviennent exclusivement des solides accumulés pendant les périodes de temps sec.
3. Niveau 3 : tous les modules sont activés.

Le niveau 1 correspond à un modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert simple à l'échelle du bassin versant (cf. paragraphe 2.3.3.1), du type de celui testé par Dotto *et al* (2009), tandis que le niveau 3 est un modèle détaillé qui se rapproche de ceux implémentés dans les logiciels

commerciaux. Le Tableau 14.1 récapitule les modules activés pour les trois niveaux de complexité NC1, NC2 et NC3.

Tableau 14.1. Modules activés dans les trois niveaux de complexité NC1, NC2 et NC3

Processus modélisés	NC1	NC 2	NC 3
Accumulation sur la surface	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>
Accumulation dans le réseau		<i>x</i>	<i>x</i>
Érosion sur la surface	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>
Érosion dans le réseau		<i>x</i>	<i>x</i>
Sédimentation dans le réseau	-	-	<i>x</i>
Transfert dans le réseau	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>

Dans les paragraphes suivants, nous présentons les modèles adoptés dans chacun des modules.

## 14.2 Modèle hydrologique

### 14.2.1 Module de pertes

Nous avons choisi un modèle avec une perte initiale et une perte continue proportionnelle à l'intensité de pluie (PI + PCP) :

$$\text{Si } \sum_{n=1}^{fin} P_b(n\Delta t) \leq PI, \forall n, P_n(n\Delta t) = 0 \quad \text{Eq. 14.1}$$

$$\text{Sinon tant que } h_{cum}(n\Delta t) \leq PI, P_n(n\Delta t) = 0 \quad \text{Eq. 14.2}$$

$$\text{Puis : } P_n(n\Delta t) = P_b(n\Delta t) - PCP \cdot P_b(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.3}$$

avec  $P_b(n\Delta t)$  et  $P_n(n\Delta t)$  les intensités de pluie brute et nette au pas de temps  $n$  [mm/h],  $PI$  la perte initiale [mm],  $h_{cum}$  la hauteur de pluie cumulée au cours de l'événement pluvieux [mm], et  $PCP$  les pertes continues proportionnelles [mm.mm<sup>-1</sup>].

L'intensité de pluie nette [mm.h<sup>-1</sup>] est ensuite convertie en débit de pluie nette  $Q_e$  [m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>], utilisé comme entrée dans le modèle réservoir linéaire :

$$Q_e(n\Delta t) = P_n(n\Delta t) \cdot S \cdot 10 \quad \text{Eq. 14.4}$$

avec  $S$  la surface active du bassin versant [ha].

### 14.2.2 Propagation des débits

Ce module comprend deux réservoirs linéaires en série et une fonction de retard. Un modèle similaire a été récemment testé par Willems (2010) qui obtient des résultats satisfaisants pour un bassin versant unitaire de 493 ha. Le principe du modèle est illustré Figure 14.5.

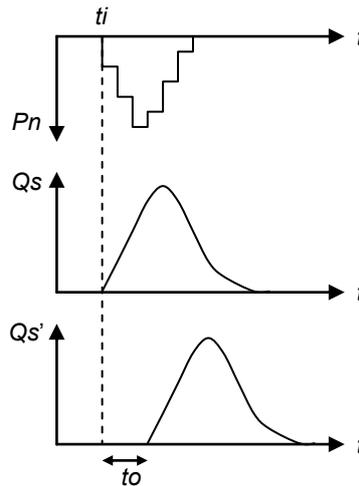


Figure 14.3. Illustration du principe du Réservoir Linéaire (RL) simple avec retard. Du haut en bas : la pluie nette ( $P_n$ ), le débit simulé avec un RL simple ( $Q_s$ ) et le débit simulé avec un RL simple et un retard  $t_o$  ( $Q_s'$ ).

Les équations utilisées dans le modèle réservoir linéaire sont les suivantes :

1. Équation de continuité :

$$\frac{dV_s}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \quad \text{Eq. 14.5}$$

2. Équation de stockage :

$$V_s(t) = K_H \cdot Q_s(t) \quad \text{Eq. 14.6}$$

avec  $Q_e(t)$  le débit de pluie nette [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $Q_s(t)$  le débit en sortie du réservoir linéaire [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] et  $K_H$  le paramètre du réservoir linéaire [s].

Après substitution de 14.7 dans 14.6 et discrétisation, on obtient :

$$Q_s(n\Delta t) = e^{-\frac{\Delta t}{K}} \cdot Q_s((n-1)\Delta t) + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{K}}\right) \cdot Q_e((n-1)\Delta t) \quad \text{Eq. 14.7}$$

L'hydrogramme  $Q_s(t)$  est ensuite translaté par la fonction de retard :

$$\text{Pour } n_{deb} \leq n \leq n_{oH}, Q_s(n\Delta t) = 0 \quad \text{Eq. 14.8}$$

$$\text{Pour } n > n_{oH}, Q_s(n\Delta t) = e^{-\frac{\Delta t}{K}} Q_s((n-1)\Delta t) + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{K}}\right) \cdot Q_e(n\Delta t - n \times n_{oH} \Delta t) \quad \text{Eq. 14.9}$$

avec  $n_{deb}$  le nombre de pas de temps correspondant au début de l'événement et  $n_{oH}$  le nombre de pas de temps correspondant au décalage temporel  $t_{oH}$ ,  $t_{oH} = n_{oH} \cdot \Delta t$ .

Pour le modèle à deux réservoirs linéaires en série, les notations deviennent :

$Q_e(t)$ :	Le débit de pluie nette [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$Q_{s1}(t)$ :	Le débit en sortie du réservoir linéaire 1 [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$Q_{s2}(t)$ :	Le débit en sortie du réservoir linéaire 2 [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$K_{H1}$ et $K_{H2}$ :	Les paramètres des réservoirs linéaires [s]

A chaque itération  $n\Delta t$ , on calcule  $Q_{S1}$  et  $Q_{S2}$ , tels que :

Pour  $n_{deb} \leq n \leq n_{OH}$  :

$$\begin{aligned} Q_{S1}(n\Delta t) &= 0 \\ Q_{S2}(n\Delta t) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 14.10}$$

Pour  $n > n_{OH}$  :

$$\begin{aligned} Q_{S1}(n\Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{K}} Q_{S1}((n-1)\Delta t) + (1 - e^{-\frac{\Delta t}{K}}) \cdot Q_e(n\Delta t - n_{OH}\Delta t) \\ Q_{S2}(n\Delta t) &= e^{-\frac{\Delta t}{K}} Q_{S2}((n-1)\Delta t) + (1 - e^{-\frac{\Delta t}{K}}) \cdot Q_{S1}(n\Delta t) \end{aligned} \quad \text{Eq. 14.11}$$

Pour ensuite obtenir le débit total  $Q_{ex}$  à l'exutoire d'un bassin versant unitaire, il faut prendre en compte le débit de temps sec  $Q_{TS}$  estimé à l'exutoire:

$$Q_{ex}(n\Delta t) = Q_{S2}(n\Delta t) + Q_{TS}(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.12}$$

## 14.3 Modèle qualité

En temps de pluie, le principe général du modèle de qualité consiste à comparer à chaque pas de temps la concentration en sédiments entrante totale dans le réseau et la capacité de transport totale de l'écoulement :

- La concentration totale entrante est calculée à partir de la masse de sédiments entrant dans le réseau, rapportée au débit total en amont du réseau. Ce dernier n'étant pas connu, il est estimé par le débit à l'exutoire, hypothèse considérée comme acceptable étant donné la taille réduite des bassins versants étudiés.
- Les sédiments entrants proviennent de l'érosion des sédiments de surface par la pluie, de l'érosion des dépôts dans le réseau et des sédiments de temps sec pour les réseaux unitaires.
- La quantité de sédiments transportée est transférée à l'exutoire du réseau, tandis que la part des sédiments déposés dans le réseau est disponible pour être érodée au pas de temps suivant.

Les différentes étapes de modélisation sont, dans l'ordre et pour toutes les niveaux de complexité :

### En temps sec :

1. Calcul de la masse de sédiments accumulée sur la surface du bassin versant et dans le réseau

### Puis en temps de pluie :

2. Calcul de la masse de sédiments érodée sur la surface et dans le réseau
3. Calcul de la concentration entrante totale et des classes de sédiments associées
4. Calcul de la capacité de transport totale de l'écoulement
5. Calcul des concentrations totales transportées et déposées
6. Calcul des concentrations totales transportées en suspension et par charriage

## 7. Transit des sédiments jusqu'à l'exutoire du réseau

Nous détaillons dans les parties suivantes ces 7 étapes.

### 14.3.1 Accumulation des sédiments en temps sec sur la surface et dans le réseau

#### *Accumulation sur la surface*

L'accumulation des sédiments sur la surface et dans le réseau est représentée par un modèle exponentiel asymptotique croissant (Sartor *et al.* 1974) avec deux paramètres de calage. Cette formulation a été reprise pour les raisons suivantes : i) l'analyse des données a mis en évidence une influence des conditions antérieures de temps sec sur la production des polluants (cf. partie 4) et ii) il n'est pas possible, à ce stade de l'analyse, de proposer un modèle plus spécifique.

L'accroissement de la masse totale accumulée sur la surface du bassin versant s'écrit :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = k_S \cdot (Ms_{\max} - Ms(t)) \quad \text{Eq. 14.13}$$

En intégrant la formule sur la durée de temps sec totale  $DTS$  :

$$Ms(DTS) = Ms_{ini} + (Ms_{\max} - Ms_{ini}) \cdot (1 - e^{-k_S DTS}) \quad \text{Eq. 14.14}$$

avec  $k_S$  le paramètre d'accumulation [ $J^{-1}$ ], et  $Ms$ ,  $Ms_{ini}$  et  $Ms_{\max}$  les masses totales de sédiments [kg], respectivement accumulée sur le bassin versant à l'issue de la durée de temps sec  $DTS$  [s], au début de la durée de temps sec  $DTS$  et maximum.  $Ms_{ini}$ ,  $Ms_{\max}$  et  $k_S$  sont des paramètres à estimer par calage.

#### *Accumulation dans le réseau*

La masse déposée dans le réseau pendant une durée de temps sec  $DTS$  s'écrit :

$$Mr(DTS) = Mr_{ini} + (Mr_{\max} - Mr_{ini}) \cdot (1 - e^{-k_R DTS}) \quad \text{Eq. 14.15}$$

avec  $Mr_{ini}$  la masse déposée dans le réseau au début de la période de temps sec  $DTS$  [kg],  $Mr_{\max}$  la masse maximum qui peut se déposer dans le réseau [kg] et  $k_R$  le paramètre de sédimentation [ $J^{-1}$ ] et  $DTS$  la période de temps sec [J]

On ne considère ici qu'une seule classe de sédiments, qui est la classe des sédiments de temps sec. On fait l'hypothèse que les sédiments de temps de pluie à la fin d'un événement pluvieux ont été transportés par charriage ou par suspension à l'exutoire, ou s'il reste des sédiments déposés, qu'ils ne sont pas érodés jusqu'à la prochaine pluie. Renoncer à cette hypothèse reviendrait à estimer l'accumulation séparément pour chaque classe de sédiments, et donc estimer lors du calage autant de paramètres de sédimentation  $k_R$  qu'il y a de classes de sédiments.

### 14.3.2 Erosion des sédiments de surface et dans le réseau par la pluie

#### *Erosion des sédiments de surface*

En temps de pluie, il y a toujours accumulation de sédiments sur la surface, mais le phénomène prépondérant devient l'érosion des sédiments par la pluie. Le modèle proposé est le suivant :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = -ARRA \cdot Ms(t) \cdot P_n(t)^{w(P_n(t))} \quad \text{Eq. 14.16}$$

Et :

$$w(P_n(t)) = \min \begin{cases} 2 \\ 1 + a \cdot P_n(t) \end{cases} \quad \text{Eq. 14.17}$$

avec  $Ms(t)$  la masse accumulée sur la surface au temps  $t$  [kg],  $P_n(t)$  l'intensité de pluie nette au temps  $t$  [mm.h<sup>-1</sup>],  $ARRA$  le paramètre d'arrachement [mm<sup>-1</sup>] et  $a$  un coefficient amplificateur de la pluie [mm<sup>-1</sup>.h].

L'expression de  $w(P_n(t))$  s'inspire des formules empiriques proposées par Briat (1995). Dans le logiciel HYDROPOL, trois classes de pluies sont distinguées :

Pour les intensités de pluie brute inférieures à 2.5 mm/h, l'érosion est proportionnelle à l'intensité de la pluie :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = -ARRA_1 \cdot Ms(t) \cdot P_n(t) \quad \text{Eq. 14.18}$$

Pour les intensités de pluie brute comprises entre 2.5 et 7.3 mm/h, l'érosion est proportionnelle à la pluie à la puissance 1,4 :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = -ARRA_1 \cdot Ms(t) \cdot (1 + K \cdot (P_n(t) - 2.5)^{1.4}) \quad \text{Eq. 14.19}$$

Pour les intensités de pluie brute supérieures à 7.3 mm/h, l'érosion est proportionnelle à la pluie à la puissance  $c$  :

$$\frac{dMs(t)}{dt} = -ARRA_2 \cdot Ms(t) \cdot (1 + b \cdot P_n(t)^c) \quad \text{Eq. 14.20}$$

Le modèle comporte 4 paramètres de calage :  $ARRA_1$ ,  $ARRA_2$ ,  $b$  et  $c$ . La valeur de  $K$  est estimée de manière à garantir la continuité des valeurs entre les deux dernières classes de pluie (par construction il y a continuité entre les deux premières classes) :

$$K = \frac{ARRA_2 \cdot (1 + b \cdot P_n(t)^c) - 1}{ARRA_1 \cdot P_n(t) - (P_n(t) - 2.5)^{1.4}} \quad \text{Eq. 14.21}$$

Ce modèle empirique a montré des résultats intéressants sur les deux bassins des Ulis et d'Aix Zup (Briat 1995). Le modèle ayant été établi à partir des observations disponibles sur ces deux sites, il est intéressant de le tester sur les bassins de Chassieu et Ecully.

Le nouveau modèle proposé (Eq. 14.16) ne comporte que deux paramètres et ne nécessite pas de distinction préalable des classes de pluie. Pour de faibles pluies,  $w(P_n(t))$  tend vers 1. L'évolution de  $w(P_n(t))$  en fonction de l'intensité de pluie brute est une hyperbole dont la vitesse de croissance dépend du coefficient  $a$ .

En intégrant l'équation modifiée (Eq. 14.16) entre les pas de temps  $(n-1)\Delta t$  et  $n\Delta t$ , on obtient :

$$Ms(n\Delta t) = Ms((n-1)\Delta t) \cdot e^{-\Delta t \cdot ARR \cdot P_n(t)^{w(P_n(t))}} \quad \text{Eq. 14.22}$$

La masse totale  $Ms_{ent}$  de sédiments de surface entraînés vers le réseau à chaque pas de temps s'exprime alors sous la forme :

$$Ms_{ent}(n\Delta t) = Ms((n-1)\Delta t) - Ms(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.23}$$

$$Ms_{ent}(n\Delta t) = Ms((n-1)\Delta t) \cdot \left(1 - e^{-ARR \cdot P_n(t)^{w(P_n(t))}}\right) \quad \text{Eq. 14.24}$$

#### ***Erosion des sédiments dans le réseau***

L'érosion des sédiments déposés dans le réseau est modélisée pour chaque classe de particules  $k$  par l'équation suivante :

$$\frac{dMr_k(t)}{dt} = -Kero_k \cdot Mr_k(t) \cdot (Q_{ex}(t) - Q_{seuil}) \quad \text{Eq. 14.25}$$

avec  $Mr_k$  la masse de sédiments déposée dans le réseau pour la classe de particules  $k$  [kg],  $Kero_k$  le coefficient d'érosion des sédiments pour la classe de particule  $k$  [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ],  $Q_{ex}$  le débit total à l'exutoire [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ],  $Q_{seuil}$  le débit seuil pour l'érosion (identique pour toutes les classes de particules). Par intégration entre deux pas de temps successifs, il est possible d'estimer à chaque pas de temps la masse déposée dans le réseau pour chaque classe de particules :

$$Mr_k(n\Delta t) = Mr_k((n-1)\Delta t) \cdot e^{-Kero_k \cdot (Q_{ex}(n\Delta t) - Q_{seuil})} \quad \text{Eq. 14.26}$$

Puis la masse érodée :

$$Mero_k(n\Delta t) = Mr_k((n-1)\Delta t) - Mr_k(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.27}$$

$$Mero_k(n\Delta t) = Mr_k((n-1)\Delta t) \cdot \left(1 - e^{-Kero_k \cdot (Q_{ex}(n\Delta t) - Q_{seuil})}\right) \quad \text{Eq. 14.28}$$

avec  $Mero_k$  la masse érodée pour la classe de particules  $k$  [kg].

### **14.3.3 Calcul de la concentration entrante totale et des classes de sédiments**

#### ***Classes de sédiments***

Le modèle de Wiuff permet de prendre en compte plusieurs classes de sédiments. Les caractéristiques suivantes, propres à chaque classe, doivent être renseignées :

- Diamètre médian  $d_{50}$  [ $\mu m$ ]

- Densités par rapport à l'eau [-]
- Vitesse de chute  $w$  [m.s<sup>-1</sup>]
- Bertrand-Krajewski (1993) utilise deux classes de sédiments :
- c1 : particules fines, majoritairement transportées en suspension ( $d_{50} = 50 \mu\text{m}$ ,  $s = 2$ ,  $w = 1.10^{-4} \text{ mm.s}^{-1}$ )
- c2 : particules plus grossières transportées par charriage ou en suspension suivant les caractéristiques de l'écoulement ( $d_{50} = 100 \mu\text{m}$ ,  $s = 2.6$ ,  $w = 2.10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$ ).

Ces deux classes ont été proposées à partir des données disponibles à l'époque (Bertrand-Krajewski, 1993). Mannina and Viviani (2010) reprennent cette classification mais estiment les vitesses de chute par des formules empiriques à partir des diamètres des particules. Briat (1995) montre que la prise en compte de cinq types de particules permet d'améliorer significativement les résultats par rapport à ceux obtenus avec HYPOCRAS. Cependant, ce plus grand nombre de classes n'a d'intérêt que si le modélisateur est capable de renseigner de manière fiable les caractéristiques des cinq classes, idéalement à partir de mesures locales ou à défaut à partir de la bibliographie. De plus, augmenter le nombre de classes revient à augmenter le nombre de paramètres de calage pour la modélisation de l'érosion des particules.

Le nombre de classes de sédiments doit donc dépendre de la connaissance de la granulométrie des sédiments observée sur le(s) bassin(s) versant(s) étudiés et des données disponibles pour le calage.

Nous proposons donc de ne retenir que deux classes de sédiments dans un premier temps ; ce choix pourra être modifié, si besoin est, en fonction des résultats obtenus.

#### ***Calcul de la concentration entrante totale et des fractions de sédiments associées***

Pour chaque classe de particules  $k$ , la concentration entrante dans le réseau  $Cent_k$  est définie comme le rapport des flux totaux de particules entrants (apports de la surface et du réseau) par le débit en amont du réseau, estimé par le débit à l'exutoire  $Q_{ex}$  :

$$Cent_k(n\Delta t) = \frac{(Mr_{ent,k}(n\Delta t) + Mero_k(n\Delta t)) / \Delta t}{Q_{ex}(n\Delta t)} \quad \text{Eq. 14.29}$$

avec  $Mr_{ent,k}$  et  $Mero_k$  les masses de sédiments provenant de la surface et du réseau pour les particules de la classe  $k$ , au  $n^{\text{ème}}$  pas de temps  $\Delta t$ .

Dans le cas d'un réseau unitaire le flux des particules de temps sec entrant dans le réseau  $Flux_{TS\_Amont}$  [kg.m<sup>-3</sup>] est pris en compte pour la classe de particules  $k$  à laquelle il appartient :

$$Cent_k(n\Delta t) = \frac{(Mr_{ent,k}(n\Delta t) + Mero_k(n\Delta t)) / \Delta t + Flux_{TS\_Amont,k}(n\Delta t)}{Q_{ex}(n\Delta t)} \quad \text{Eq. 14.30}$$

La concentration totale est alors calculée à chaque pas de temps comme la somme des concentrations calculées pour les différentes classes de sédiments :

$$Cent_{Tot}(n\Delta t) = \sum_k Cent_k(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.31}$$

Les fractions de la concentration totale entrante pour chaque classe de particules  $k$ ,  $Fpent_k$  peuvent ensuite être estimées à chaque pas de temps :

$$Fpent_k(n\Delta t) = \frac{Cent_k(n\Delta t)}{\sum_k Cent_k(n\Delta t)} \quad \text{Eq. 14.32}$$

Le flux de temps sec  $Flux_{TS\_amont}$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ] représente le flux de temps sec entrant en amont du réseau. Cette valeur n'étant pas connue, elle est estimée à partir du flux de temps sec mesuré à l'exutoire translaté en amont et avec une avance dans le temps égale aux lag-times des réservoirs linéaires, respectivement pour le débit de temps sec (cf. 1.3.3.3) et la concentration de MES de temps sec (voir paragraphe 14.3.7).

Cette dernière approximation est acceptable pour des bassins versants de petite taille pour lesquels la propagation du débit dans le réseau est linéaire et rapide.

### 14.3.4 Calcul de la capacité de transport totale de l'écoulement

A chaque pas de temps  $n\Delta t$ , la capacité de transport totale  $CT_{tot}(n\Delta t)$  est calculée avec le modèle de Wiuff (1985) :

$$CT_{Tot}(n\Delta t) = \frac{\rho_e \cdot U_{eq}(n\Delta t) \cdot I_{eq}}{\sum_k \frac{Fpent_k(n\Delta t) \cdot (\rho_{sk} - \rho_e) \cdot w_k}{\rho_{sk} \cdot \eta_{Tk}}} \quad \text{Eq. 14.33}$$

avec  $CT_{Tot}(n\Delta t)$  la capacité de transport totale de l'écoulement au  $n^{\text{ème}}$  pas de temps [s],  $U_{eq}$  et  $I_{eq}$  la vitesse moyenne [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] et la pente moyenne [ $\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ] dans le collecteur équivalent,  $\rho_e$  la masse volumique de l'eau ( $10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) et  $\rho_{sk}$ ,  $w_k$  et  $\eta_{Tk}$  la masse volumique [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ], la vitesse de chute [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] et le coefficient de rendement total [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] des particules de la classe  $k$ .

$\rho_{sk}$ ,  $w_k$  et  $I_{eq}$  sont des paramètres fixés par le modélisateur ou estimés par calage.

#### Estimation de $U_{eq}$

La vitesse moyenne  $U_{eq}$  est estimée à chaque pas de temps à partir du débit total à l'exutoire en appliquant la formule de Manning-Strickler avec l'hypothèse d'un collecteur équivalent circulaire :

$$U_{eq} = I_{eq}^{1/2} \cdot K_{MS} \cdot R_h^{2/3} \quad \text{Eq. 14.34}$$

avec  $K_{MS}$  le coefficient de Manning-Strickler de la canalisation équivalente [ $\text{m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$ ] et  $R_h$  le rayon hydraulique [m].  $K_{MS}$  est un paramètre à évaluer lors du calage du modèle. Toujours avec le formalisme de Manning-Strickler,  $R_h$  s'écrit :

$$R_h = \left( \frac{Q_{ex}}{I_{eq}^{1/2} \cdot K_{MS} \cdot S(h_{eq})} \right)^{3/2} \quad \text{Eq. 14.35}$$

avec  $h_{eq}$  la hauteur d'eau  $h$  dans le collecteur équivalent [m] et  $S(h_{eq})$  la surface mouillée pour la hauteur  $h_{eq}$  dans le collecteur équivalent [ $\text{m}^2$ ]. Pour une canalisation circulaire,  $S(h_{eq})$  s'exprime en fonction de  $h_{eq}$  par la relation suivante :

$$S(h_{eq}) = \frac{D_{eq}^2}{8} \cdot (\delta - \sin \delta) \quad \text{Eq. 14.36}$$

avec :

$$\delta = 2 \cdot a \cos \left( 1 - \frac{2 \cdot h_{eq}}{D_{eq}} \right) \quad \text{Eq. 14.37}$$

avec  $\delta$  l'angle au centre de la canalisation équivalente pour la hauteur d'eau  $h_{eq}$ . Il s'agit donc d'estimer à chaque pas de temps la valeur de  $h_{eq}$  à partir de la valeur de  $Q_{ex}$ . On utilise pour cela le modèle de Manning-Strickler dans le sens inverse :

$$h_{eq} = f^{-1}(Q_{ex}) \quad \text{Eq. 14.38}$$

avec  $f^{-1}$  la fonction réciproque du modèle de Manning-Strickler noté  $f$  :

$$Q_{ex} = f(h_{eq}) = I_{eq}^{1/2} \cdot K_{MS} \cdot S(h_{eq}) \cdot R_h(h_{eq})^{2/3} \quad \text{Eq. 14.39}$$

Étant donné qu'il n'existe pas de formule analytique simple pour l'expression de  $f^{-1}$ , l'estimation de  $h_{eq}$  ne peut se faire directement. Une première méthode consiste à estimer  $h_{eq}$  numériquement (méthode de Newton par exemple), cependant cette méthode requiert des temps de calcul non négligeables lorsqu'on travaille sur des simulations continues de longue durée. La deuxième méthode possible, que nous avons adoptée, consiste à modéliser la fonction réciproque par un ajustement par la méthode des moindres carrés ordinaires. Cette solution a pour avantage que la fonction réciproque est estimée une seule fois en début de simulation en considérant les valeurs de  $K_{MS}$ ,  $I_{eq}$  et  $D_{eq}$  fixées par le modélisateur, ce qui réduit considérablement les temps de calcul.

Différents types de fonctions réciproques ont été testées. Une fonction polynôme unique ne permettant pas de modéliser de manière satisfaisante les faibles valeurs de la hauteur d'eau dans le collecteur, une fonction par morceaux a finalement été retenue :

- Une fonction racine carrée pour les faibles valeurs de débit (20 % du débit maximum calculée avec la relation de Manning-Strickler)
- Une fonction linéaire pour la deuxième partie de la courbe.

La Figure 14.4 montre un exemple d'ajustement pour des valeurs de  $K_{MS} = 75 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ ,  $I_{eq} = 0.001 \text{ m/m}$  et  $D_{eq} = 1.5 \text{ m}$ . La courbe apparaît moins bien estimée pour les hauteurs élevées. Cependant, il convient de préciser que ces dernières sont rarement atteintes pour les deux sites. Aussi, nous considérons cette approximation comme acceptable.

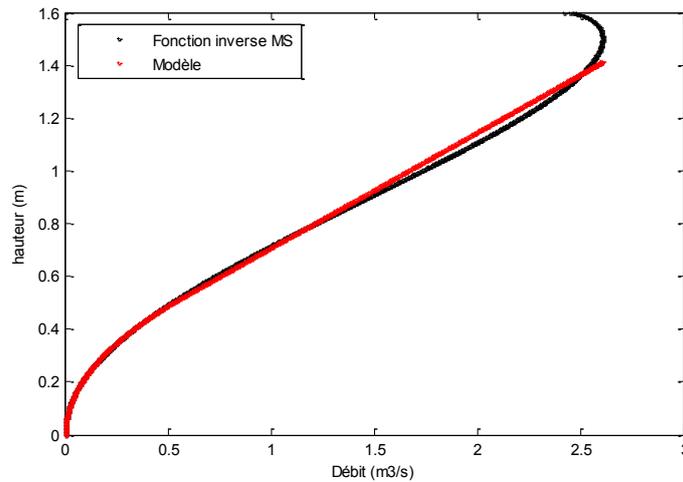


Figure 14.4. Exemple d'ajustement de la fonction inverse de Manning-Strickler, Fonction par morceaux, racine carrée et linéaire.

### Estimation de $\eta_{sk}$

Le coefficient de rendement pour chaque classe de particules est évalué à chaque pas de temps par la relation suivante :

$$\eta_{Tk} = \eta_{Sk} \cdot Z_k \quad \text{Eq. 14.40}$$

avec  $\eta_{Sk}$  le coefficient de rendement en suspension des particules de la classe  $k$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] et  $Z_k$  le nombre de Rouse pour la particule de classe  $k$  [-].

$Z_k$  est calculé par la relation :

$$Z_k = \frac{W_k}{Kar \cdot U^*} \quad \text{Eq. 14.41}$$

avec  $U^*$  la vitesse de frottement [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] et  $Kar = 0.4$ , la constante de von Karman [-].

$Z_k > 1$  signifie qu'une partie des sédiments est transportée par charriage. Si  $Z_k \leq 1$ , il n'y a pas de transport par charriage, ce qui se ramène numériquement à  $Z_k = 1$ .

La vitesse de frottement est calculée par la relation suivante :

$$U^* = \sqrt{g \cdot R_h \cdot I_{eq}} \quad \text{Eq. 14.42}$$

avec  $g$  l'accélération de la pesanteur [ $9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ].

$$\eta_{Sk} = 0.016 \cdot \frac{\tau}{(\rho_{sk} - \rho_e) \cdot g \cdot d_{50k}} \quad \text{Eq. 14.43}$$

avec  $\tau$  la contrainte de cisaillement [ $\text{N}\cdot\text{m}^2$ ] et  $d_{50k}$  le diamètre médian des particules de la classe  $k$  [m].

$$\tau = \rho_e \cdot g \cdot R_h \cdot I_{eq} \quad \text{Eq. 14.44}$$

Les paramètres nécessaires au calcul de la capacité de transport à chaque pas de temps sont récapitulés dans le tableau 4.2, avec une distinction entre les constantes de calcul et les paramètres fixés par le modélisateur ou estimés lors du calage.

Tableau 14.2. Paramètres du modèle de calcul de la capacité de transport totale

Constantes de calcul	Paramètres fixés par le modélisateur ou estimés par calage
	$\rho_{sk}$
$G$	$d_k$
$\rho_e$	$w_k$
$Kar$	$I_{eq}$
	$D_{eq}$
	$K_{MS}$

### 14.3.5 Calcul des concentrations totales transportées et déposées

A chaque pas de temps, on calcule les concentrations transportée  $C_{trans}(n\Delta t)$  et déposée  $C_{depo}(n\Delta t)$  [ $\text{kg}\cdot\text{m}^3$ ] par comparaison de la concentration totale entrante avec la capacité de transport :

$$\text{a) Si } Cent_{Tot}(n\Delta t) \leq CT_{tot}(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.45}$$

Tous les sédiments entrant dans le collecteur équivalent peuvent être transportés à l'exutoire. Dans ce cas :

$$\begin{aligned} C_{trans}(n\Delta t) &= CT_{Tot}(n\Delta t) \\ C_{depo}(n\Delta t) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 14.46}$$

Et pour chaque classe de particules  $k$  :

$$\begin{aligned} C_{trans_k}(n\Delta t) &= Cent_k(n\Delta t) \\ C_{depo_k}(n\Delta t) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 14.47}$$

$$\text{b) Si } Cent_{Tot}(n\Delta t) > CT_{tot}(n\Delta t), \quad \text{Eq. 14.48}$$

Le débit ne peut pas transporter la totalité des sédiments entrant. Il y a alors sédimentation par ordre de vitesse de chute décroissante des classes de particule, jusqu'à ce que la concentration totale entrante soit égale à la capacité de transport totale. Le principe du calcul est le suivant :

On calcule la capacité de transport sans la  $N_k^{\text{ième}}$  classe (avec la vitesse de chute la plus élevée) :

$$CT'_{tot}(n\Delta t) = \frac{\rho_e \cdot U_{eq}(n\Delta t) \cdot I_{eq}}{\sum_{k=1}^{k_l} \frac{Fpent'_k(n\Delta t) \cdot (\rho_{s_k} - \rho_e) \cdot w_k}{\rho_{s_k} \cdot \eta_{Tk}}} \quad \text{Eq. 14.49}$$

avec  $N_k$  le nombre de classes,  $k_l = N_k - 1$  et  $Fpent'_k$  les nouvelles fractions en concentration des classes de particules entrantes :

$$F_{pent_k}(n\Delta t) = \frac{Cent_k(n\Delta t)}{Cent_{Tot}'(n\Delta t)} \quad \text{Eq. 14.50}$$

avec  $Cent_{Tot}'(n\Delta t)$  la nouvelle concentration totale entrante :

$$Cent_{Tot}'(n\Delta t) = \sum_{k=1}^{k_l} Cent_k(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.51}$$

Si on a toujours :

$$Cent_{Tot}'(n\Delta t) > CT_{tot}'(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.52}$$

On recommence en faisant sédimenter en plus la classe suivante par ordre décroissant de vitesse de chute, jusqu'à ce que :

$$Cent_{Tot}'(n\Delta t) \leq CT_{tot}'(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.53}$$

$k_l$  devient alors la classe pour laquelle cette condition est atteinte.

Si on a :

$$Cent_{Tot}'(n\Delta t) \leq CT_{tot}'(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.54}$$

Les classes de sédiments de 1 à  $k_l - 1$  (avec les vitesses de chute les plus faibles) sont transportées en totalité :

$$\begin{aligned} \forall k \in [1 : k_l - 1], \\ C_{trans_k}(n\Delta t) &= Cent_k(n\Delta t) \\ C_{depo_k}(n\Delta t) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 14.55}$$

Les classes de sédiments de  $k_l + 1$  à  $N_k$  (avec les vitesses de chute les plus fortes) sont déposées en totalité :

$$\begin{aligned} \forall k \in [k_l + 1 : N_k], \\ C_{trans_k}(n\Delta t) &= 0 \\ C_{depo_k}(n\Delta t) &= Cent_k(n\Delta t) \end{aligned} \quad \text{Eq. 14.56}$$

Pour la classe de sédiments  $k_l$ , il y a sédimentation partielle des particules. On détermine la proportion  $pk_l$  de particules transportées par l'écoulement, telle que :

$$Cent_{Tot}'(n\Delta t) = CT_{tot}'(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.57}$$

avec :

$$Cent_{Tot}'(n\Delta t) = \sum_{k=1}^{k_l-1} Cent_k(n\Delta t) + pk_l \cdot Cent_{k_l}(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.58}$$

Et pour le calcul de  $CT_{tot}'(n\Delta t)$  :

$$Fpent'_k(n\Delta t) = \begin{cases} \forall k \in [1 : k_l - 1], \frac{Cent_k(n\Delta t)}{Cent_{Tot}'(n\Delta t)} \\ k = k_l, \frac{pk_l \cdot Cent_{k_l}(n\Delta t)}{Cent_{Tot}'(n\Delta t)} \end{cases} \quad \text{Eq. 14.59}$$

Une résolution analytique directe n'étant pas possible, une méthode d'optimisation numérique est utilisée pour la détermination de  $pk_l$ . On peut alors calculer sur le pas de temps les concentrations transportée et déposée pour la classe de particules  $k_l$  :

$$Ctrans_{k_l}(n\Delta t) = pk_l \cdot Cent_{k_l}(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.60}$$

$$Cdepo_{k_l}(n\Delta t) = (1 - pk_l) \cdot Cent_{k_l}(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.61}$$

Les concentrations totales transportées et déposées sont calculées comme suit :

$$Ctrans(n\Delta t) = CT_{Tot}'(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.62}$$

$$Cdepo(n\Delta t) = Cent_{Tot}(n\Delta t) - Ctrans(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.63}$$

Au terme de cette étape, on peut calculer pour chaque classe de sédiments la masse totale de sédiments déposée dans le réseau et disponible pour être érodée au pas de temps suivant :

$$Mr_k((n+1)\Delta t) = Mr_k(n\Delta t) - Mero_k(n\Delta t) + Mdepo_k(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.64}$$

$$\text{avec } Mdepo_k(n\Delta t) = Cdepo_k(n\Delta t) \cdot Q_{ex}(n\Delta t) \cdot \Delta t \quad \text{Eq. 14.65}$$

### 14.3.6 Calcul des concentrations totales transportées en suspension et par charriage

A chaque pas de temps, on peut calculer les concentrations transportées en suspension et par charriage pour chaque classe de particules à partir de la concentration totale transportée  $Ctrans(n\Delta t)$  et du nombre de Rouse  $Z_k$  :

$$Csusp_k(n\Delta t) = \frac{Ctrans_k(n\Delta t)}{Z_k} \quad \text{Eq. 14.66}$$

$$Cchar_k(n\Delta t) = \frac{Ctrans_k(n\Delta t) \cdot (Z_k - 1)}{Z_k} \quad \text{Eq. 14.67}$$

En appliquant les relations entre les coefficients de rendement total et les coefficients de rendement en suspension  $\eta_{sk}$  et en charriage  $\eta_{ck}$  :

$$\eta_{T_k} = \eta_{S_k} \cdot Z_k \quad \text{Eq. 14.68}$$

$$\eta_{C_k} = \eta_{S_k} \cdot (Z_k - 1) \quad \text{Eq. 14.69}$$

avec  $Z_k > 1$ .

Les concentrations totales transportées en suspension et par charriage s'écrivent :

$$Csusp(n\Delta t) = \sum_{k=1}^{N_k} \frac{Fptrans_k \cdot Ctrans_k(n\Delta t)}{Z_k} \quad \text{Eq. 14.70}$$

$$Cchar(n\Delta t) = \sum_{k=1}^{N_k} \frac{Fptrans_k \cdot Ctrans_k(n\Delta t) \cdot (Z_k - 1)}{Z_k} \quad \text{Eq. 14.71}$$

avec  $Fptrans_k$  les fractions en concentration de sédiments transportés par classe :

$$Fptrans_k(n\Delta t) = \frac{Ctrans_k(n\Delta t)}{Ctrans(n\Delta t)} \quad \text{Eq. 14.72}$$

On rappelle que si  $Z_k \leq 1$ , il n'y a pas de transport par charriage, ce qui se ramène à  $Z_k = 1$  et donc :

$$Csusp(n\Delta t) = Ctrans(n\Delta t) \quad \text{Eq. 14.73}$$

$$Cchar(n\Delta t) = 0 \quad \text{Eq. 14.74}$$

Dans le cas où il n'y a pas de sédimentation, les fractions  $Fptrans_k$  sont égales aux fractions des sédiments entrantes calculées dans l'étape 14.3.4.

### 14.3.7 Transfert des sédiments jusqu'à l'exutoire

De manière analogue au transfert pluie-débit (cf. paragraphe 1.3.3.3), le transfert des particules à l'exutoire est modélisé par deux réservoirs linéaires en cascade avec retard. Les transferts des sédiments en suspension et par charriage sont effectués de manière indépendante. Les réservoirs linéaires sont appliqués directement sur la masse entraînée  $Ms_{ent}$ , puis la concentration en MES totale à l'exutoire  $Csusp$  est estimée comme suit :

$$Csusp = \frac{Ms_{ent}'(n\Delta t) / \Delta t + C_{TS}(n\Delta t) \cdot Q_{TS}(n\Delta t)}{Q_{ex}(n\Delta t) + Q_{TS}(n\Delta t)} \quad \text{Eq. 14.75}$$

avec  $Ms_{ent}'$  la masse de sédiments entraînée transférée à l'exutoire et  $C_{TS}$  et  $Q_{TS}$  la concentration en MES et le débit de temps sec à l'exutoire.

Le modèle de transfert des sédiments comprend donc trois paramètres de calage. Les notations suivantes sont adoptées :

- $to_Q$  : le paramètre de retard du modèle qualité [s]
- $K_{Q1}$  : le paramètre du premier réservoir linéaire qualité [s]
- $K_{Q2}$  : le paramètre du deuxième réservoir linéaire qualité [s]

Les paramètres de calage pour les trois niveaux de complexité NC1, NC2 et NC3 du modèle qualité sont récapitulés dans le Tableau 14.3.

Tableau 14.3. Récapitulatif des paramètres de calage par module du modèle qualité, pour les niveaux de complexité NC1, NC2 et NC3

Processus modélisés	NC1	NC2	NC3
Accumulation sur la surface	$MS_{max}, k_s$	$MS_{max}, k_s$	$MS_{max}, k_s$
Accumulation dans le réseau	-	$Mr_{max}, k_R$	$Mr_{max}, k_R$
Erosion sur la surface	$ARRA, a$	$ARRA, a$	$ARRA, a$
Erosion dans le réseau	-	$Kero_1, Kero_2, Q_{seuil}$	$Kero_1, Kero_2, Q_{seuil}$
Sédimentation dans le réseau	-	-	$I_{eq}, D_{eq}, K_{MS}$
Transfert dans le réseau	$K_{Q1}, K_{Q2}, no_Q$	$K_{Q1}, K_{Q2}, no_Q$	$K_{Q1}, K_{Q2}, no_Q$
Nombre total de paramètres de calage	7	12	15

## Chapitre 15

### 15 Méthodologie de test des modèles

Pour le test des modèles de type multi-régression, la totalité des événements de la base de données a été considérée. Pour le modèle détaillé, nous nous sommes retréints aux données des années 2007 et 2008, pour lesquelles les mesures pluviographiques sont de meilleure qualité (cf. partie 3). De plus, l'efficacité du système de mesure sur ces deux années est globalement meilleure que sur les autres années (cf. paragraphe 9.2.1), avec pour les sites de Chassieu et Ecully, respectivement 158 et 151 événements mesurés. Nous faisons donc l'hypothèse que les données mesurées en 2007 et 2008 sont représentatives des processus observés sur les deux sites. Une autre raison de ce choix est l'importance des temps de calcul requis par une approche de simulation en continu. En effet, la totalité des chroniques des pluies doit être simulée, y compris celles pour lesquelles les données ne sont pas disponibles pour le calage.

Les méthodologies de test adoptées sont présentées dans les paragraphes 5.1 et 5.2, respectivement pour les approches de type multi-régression et Accumulation-Erosion-Transfert. Le paragraphe 5.3 détaille les modalités de mise en œuvre de la méthode bayésienne.

#### 15.1 Test de l'approche de type multi-régression

##### 15.1.1 Méthode de calage

Des essais de calage comparatifs avec la méthode des Moindres Carrés Ordinaires, des Moindres Carrés pondérés par les incertitudes sur les observations, des Moindres Carrés robustes et de Levenberg-Marquardt ont été menés (résultats non présentés). Nous avons finalement adopté la méthode des Moindres Carrés Ordinaires sur la forme linéaire obtenue par transformation logarithmique décimale. Comme lors de la construction des modèles locaux, ce choix est motivé par la simplicité de la méthode, utilisée dans la majorité des études sur les modèles linéaires, à la fois les études de recherche et les études opérationnelles.

Les résidus sont donc supposés normaux, indépendants et homoscédastiques. Les distributions des paramètres sont centrées sur les valeurs optimales et normales par propagation linéaire de l'erreur des résidus (cf. paragraphe 5.2.1).

Les hypothèses sur les résidus sont vérifiées par une analyse *a posteriori* de leurs caractéristiques (cf. paragraphe 6.1.3).

##### 15.1.2 Test du pouvoir prédictif

Une évaluation des modèles de type externe, en répartissant les données en deux groupes, pour le calage et l'évaluation a d'abord été effectuée. Nous avons considéré une répartition 60 % - 40 %, suivant les préconisations de Mourad *et al.* (2005a) et Dembélé *et al.* (2009). La répartition des données a été considérée de manière chronologique, avec les premiers 60 % des données pour le calage et les derniers 40 % pour l'évaluation. Les deux périodes sont

récapitulées Tableau 15.2 pour les deux sites d'étude avec les dates et le nombre d'événements par période.

Tableau 15.1. Récapitulatif des périodes de calage et d'évaluation utilisées pour le test des modèles de multi-régression, pour les sites de Chassieu et Ecully.

Approche	Site	Période	Dates	Nombre d'événements utilisés pour le calage
Multi-régression	Chassieu	Calage	02/01/2004 – 09/07/2007	158
		Evaluation	09/07/2007 – 31/12/2008	105
	Ecully	Calage	02/01/2004 – 02/08/2007	143
		Evaluation	09/08/2007 – 18/12/2008	96

Nous avons également appliqué une méthode de test interne afin de mettre en évidence la présence éventuelle d'événements atypiques dans le jeu de données de calage. La procédure de validation croisée Leave-One-Out Cross Validation (Rudemo 1982) (cf. paragraphe 6.4) a été appliquée.

Comme critères de performance, nous avons utilisé la RMSE, liée à l'hypothèse sur les caractéristiques des résidus. Le critère de Nash et Sutcliffe (1970) a également été calculé afin de faciliter l'interprétation des résultats.

### 15.1.3 Analyse de sensibilité à la qualité des données

Une analyse de sensibilité du modèle à la qualité des données d'entrée et observées est effectuée pour les meilleurs modèles retenus. Pour les données observées, nous considérons l'incertitude de mesure estimée lors de l'étape de traitement de données (cf. paragraphe 8.3). Celle-ci est normale et centrée sur les valeurs mesurées. On fait ainsi l'hypothèse que les biais de mesure ont été corrigés. Les incertitudes sur les données d'entrée (c'est-à-dire les variables explicatives) seront précisées dans le chapitre 17, suivant les meilleurs modèles retenus.

Le principe d'analyse dans le cas des modèles de type multi-régression est illustré Figure 15.1. Un nombre NMC de jeux de données est simulé à partir des lois de distribution des incertitudes sur les données, puis les modèles sont calés pour ces NMC jeux. Les distributions des NMC jeux optimaux sont analysées ainsi que les intervalles minimum de couverture à 95 % des grandeurs événementielles simulées avec les NMC jeux optimaux.

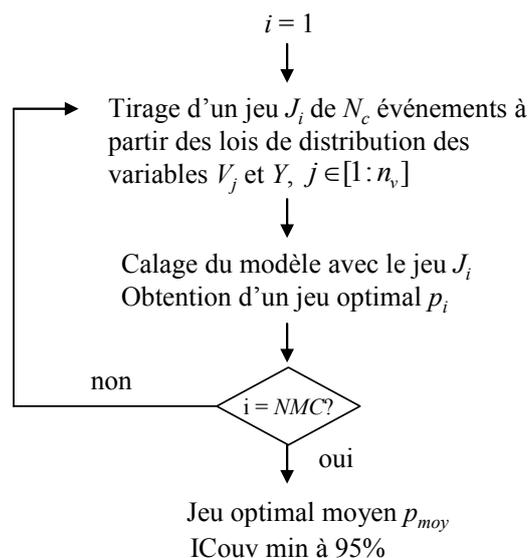


Figure 15.1. Principe de l'analyse de sensibilité pour les modèles de multi-régression : NMC tirages d'un jeu de  $N_c$  événements de calage sont effectués par la méthode de Monte Carlo, avec  $n_v$  variables d'entrée  $X_j, j = [1:n_v]$  et  $Y$  la grandeur observée

## 15.2 Test de l'approche d'Accumulation-Erosion-Transfert

### 15.2.1 Hypothèses sur les résidus

Pour le modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert, nous avons fait l'hypothèse du modèle d'erreur global testé par Schoups et Vrugt (2010a) (Global Likelihood Function) prenant en compte la présence éventuelle d'un effet de Kurtosis et/ou de dissymétrie, d'autocorrélation et d'un biais (cf. Tableau 5.1). Nous reprenons la démarche préconisée par Schoups et Vrugt (2010a) : les paramètres du modèle d'erreur sont estimés lors de la procédure de calage, en commençant par l'hypothèse la plus simple (MCO) et en ajoutant les paramètres jusqu'à ce que les hypothèses soient vérifiées. Des exemples d'hypothèses possibles sur les résidus, avec les valeurs des paramètres du modèle d'erreur global correspondantes (fixées et à caler), sont indiqués dans le Tableau 15.1. Ils sont présentés dans l'ordre de complexité, depuis l'hypothèse des MCO (1<sup>ère</sup> ligne du Tableau) avec 1 paramètre de calage jusqu'au modèle le plus complexe à 6 paramètres de calage.

Tableau 15.2. Exemples d'hypothèses sur les résidus avec le modèle d'erreur global testé par Schoups et Vrugt (2010a) : les résidus sont caractérisés par leur distribution, leur homoscedasticité, leur indépendance et la présence éventuelle d'un biais ; les valeurs des paramètres du modèle d'erreur correspondant à chaque hypothèse sont indiquées ; la valeur (x) indique que le paramètre est estimé lors de la procédure de calage

Distribution	Homoscedasticité	Symétrie	Biais	Indépendance	$std_0$ (USI)	$std_1$ (-)	$\beta$ (-)	$\xi$ (-)	$\mu_1$ (USI)	$\Phi_1$ (-)
Gaussien	homoscedastiques	oui	Sans biais	indépendants	x	0	0	1	0	0
Gaussien	hétéroscedastiques	oui	Sans biais	indépendants	x	x	0	1	0	0
Laplace	hétéroscedastiques	oui	Sans biais	indépendants	x	x	x	1	0	0
Laplace	hétéroscedastiques	non	Sans biais	indépendants	x	x	x	x	0	0
Laplace	hétéroscedastiques	non	Avec biais	indépendants	x	x	x	x	x	0
Laplace	hétéroscedastiques	non	Avec biais	Auto-corrélés	x	x	x	x	x	x

De la même manière que pour les modèles de multi-régression, les hypothèses sur les résidus sont vérifiées *a posteriori* par l'analyse des caractéristiques des résidus (cf. paragraphe 6.1.3).

### 15.2.2 Algorithme MCMC

L'algorithme DREAM (Vrugt *et al.* 2009) a été retenu, étant donné qu'il présente à l'heure actuelle la meilleure efficacité pour la construction des distributions *a posteriori* des paramètres. Des distributions *a priori* uniformes pour les paramètres de calage ont été considérées. Les jeux initiaux de paramètres pour la construction des chaînes parallèles ont été échantillonnés par un tirage Hyper Cube Latin (LHS). 15 chaînes de Markov ont été construites en parallèle pour la construction de l'échantillon final. Pour les autres paramètres de l'algorithme, nous avons conservé pour la plupart les valeurs par défaut de l'algorithme, suivant les recommandations de Jasper Vrugt. Pour plus de détails, nous renvoyons à la description détaillée de l'algorithme (Vrugt *et al.* 2009).

Des essais de calage avec l'algorithme SCE-UA de Duan *et al.* (1992) ont été effectués, dans la perspective d'utiliser une distribution multi-normale à l'optimum comme distribution *a priori*. Cependant les essais ont montré que les temps de calage avec le SCE-UA étaient comparables à ceux de l'algorithme DREAM, voir même plus élevés dès lors que le nombre de paramètres de calage augmentait. Pour ces raisons, l'algorithme DREAM a été appliqué directement.

Afin d'optimiser les temps de calage de l'algorithme DREAM, nous avons fixé un critère d'arrêt : dès lors que l'ensemble des paramètres ont convergé et que 15 000 jeux ont été échantillonnés, l'algorithme est automatiquement stoppé. Les critères de convergence de Gelman et Rubin (1992) pour chaque paramètre sont donc analysés en temps réel, lors de la construction de la chaîne de Markov. Le nombre maximum d'évaluation du DREAM a été fixé à 50 000, nombre au delà duquel nous considérons que la convergence n'est pas possible, du fait de problèmes d'identifiabilité des paramètres trop importants. Enfin, un diagnostic de convergence *a posteriori* a été réalisé de manière systématique.

Pour l'estimation des incertitudes de prédiction liée aux paramètres et totale par la méthode de Monte Carlo (cf. paragraphe 5.3.5), les 5 000 derniers jeux de la distribution *a posteriori* déterminée par l'algorithme DREAM ont été utilisés. Les paramètres globaux pour la mise en œuvre de l'algorithme DREAM sont récapitulés dans le Tableau 15.3.

Tableau 15.3. Récapitulatif des paramètres globaux de l'algorithme DREAM considérés pour le test des modèles

Paramètres	Valeurs
Loglikelihood	GLF
Distribution <i>a priori</i>	Uniforme
Distribution de tirage des jeux de paramètres initiaux des chaînes	LHS
Nombres de chaînes de Markov parallèles	15
Nombre maximum d'itération des chaînes de Markov	50 000
Critère d'arrêt : nombre d'itérations après la convergence	15 000
Nombre de jeux pour l'affichage des résultats	5 000

### 15.2.3 Type de calage

Deux types de combinaisons de calage peuvent être envisagés :

1. Calage du modèle hydrologique, puis calage du modèle qualité, en utilisant comme entrée la pluie nette simulée par le modèle hydrologique.
2. Calage du modèle hydrologique et du modèle qualité simultanément, en calant globalement sur les résultats du modèle qualité.

Nous avons appliqué un calage du premier type, qui est l'approche traditionnellement utilisée. Son principe est illustré Figure 15.2. L'objectif du calage du modèle hydrologique est de trouver la meilleure simulation possible du débit. La validité du modèle d'erreur utilisé pour la recherche du jeu optimal de paramètres n'est donc pas indispensable dans ce cas. En revanche pour le modèle qualité, il est nécessaire de rechercher un modèle d'erreur le plus adapté possible pour une estimation fiable des intervalles de prédiction.

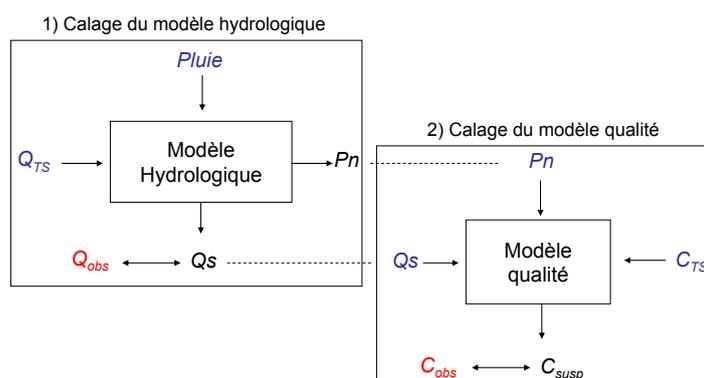


Figure 15.2. Illustration de la procédure de calage pour le modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert : les calages des modèles hydrologiques et de qualité sont effectués séparément

### 15.2.4 Test du pouvoir prédictif

Comme pour les modèles de multi-régression, nous avons appliqué un test d'évaluation externe, avec 60 % et 40 % des données sélectionnées dans l'ordre chronologique. Les périodes de calage et d'évaluation sont indiquées dans le Tableau 15.4. Le nombre total d'événement pluvieux observés sur chaque période et donc simulés en continu, est également indiqué. Le calage des modèles sur les premiers 60% des données implique de simuler en continu 163 et 196 événements pluvieux, respectivement pour les sites de Chassieu et d'Écully.

Tableau 15.4. Récapitulatif des périodes de calage et d'évaluation utilisées pour le test de l'approche Accumulation-Erosion-Transfert, pour les sites de Chassieu et Écully.

Approche	Site	Période	Dates	Nombre d'événements utilisés pour le calage	Nombre total d'événements simulés
Accumulation-Erosion-Transfert	Chassieu	Calage	01/01/2007 - 01/02/2008	95	163
		Évaluation	01/02/2008 – 31/12/2008	63	123
	Écully	Calage	04/01/2007 – 03/03/2008	91	196
		Évaluation	04/03/2008 – 18/12/2008	60	112

Comme critères de performance, nous avons considéré la loglikelihood lors du calage pour la détermination du jeu optimal de paramètre et le critère de Nash et Sutcliffe (1970) pour faciliter la comparaison des résultats de calage. Un dernier critère considéré pour l'évaluation de l'efficacité de l'algorithme DREAM est le temps total de simulation de l'algorithme et/ou le nombre d'évaluations correspondantes effectuées.

Les choix des méthodologies de test adoptées pour les deux approches de modélisation sont récapitulés Tableau 15.5.

Tableau 15.5. Récapitulatif des choix de la méthodologie de test adoptée, pour les approches multi-régression et Accumulation-Erosion-Transfert

Choix de test	Approche Multi-régression	Approche Accumulation-Erosion-Transfert
Hypothèse sur les résidus	Hypothèses des MCO	Modèle global d'erreur (GLF)
Algorithme de calage	Résolution analytique	DREAM
Analyse <i>a posteriori</i> des résidus	Distribution, homoscélasticité/hétéroscélasticité, indépendance	
Critères de performance	RMSE, Nash	Loglikelihood, Nash, temps de simulation de DREAM, nombre total d'évaluation
Type de calage	-	Séparé
Estimation des incertitudes sur les paramètres	Hypothèse d'une distribution normale, Calcul analytique	Estimées par l'algorithme DREAM
Estimation des incertitudes de prédiction	Hypothèse d'une distribution normale, Calcul analytique	Méthode de Monte Carlo
Test du pouvoir prédictif	- Calage-évaluation sur 60 %-40 % des données - Méthode LOOCV	Calage-évaluation sur 60 %-40 % des données
Analyse de sensibilité à la qualité	Simulations de Monte Carlo, et analyse des jeux optimaux obtenus	-

## 15.3 Mise en œuvre de la méthode Bayésienne

### 15.3.1 Contexte d'analyse

Les difficultés liées à l'analyse bayésienne des modèles ont été mises en évidence dans la partie 2. Plus spécifiquement, les difficultés qui ont guidé les choix de mise en œuvre de la méthode dans ce travail sont les suivantes :

- Malgré les récents progrès des algorithmes bayésiens, ces derniers requièrent des temps de calcul qui restent relativement importants (plusieurs heures). Le temps de convergence de la chaîne de Markov vers la distribution *a posteriori* des paramètres augmente avec la complexité des modèles, leurs temps de calcul et le nombre de paramètres de calage.
- Le processus itératif d'analyse des modèles multiplie les temps de calcul.
- Nous disposons de deux années de mesure continue de concentrations en MES sur des pas de temps de 2 minutes, ce qui représente un nombre exceptionnel d'événements et de données. Faire une simulation en continu sur ces deux années implique des temps de calcul beaucoup plus longs que dans la plupart des études de modélisation de la qualité, où le nombre d'événements mesuré est limité et où la simulation est parfois faite de manière événementielle.

### 15.3.2 Application du principe d'apprentissage

Au vu de ces considérations, nous proposons d'appliquer le principe d'apprentissage (cf. paragraphe 6.2.2, Figure 6.3) suivant une méthodologie de test en deux temps (Figure 15.3) :

1. Une analyse préliminaire du modèle est d'abord effectuée sur une chronique de taille réduite suffisamment significative, afin de limiter les temps de calcul.
2. Le modèle est ensuite testé sur la totalité des données, en utilisant les informations acquises lors de la première étape.

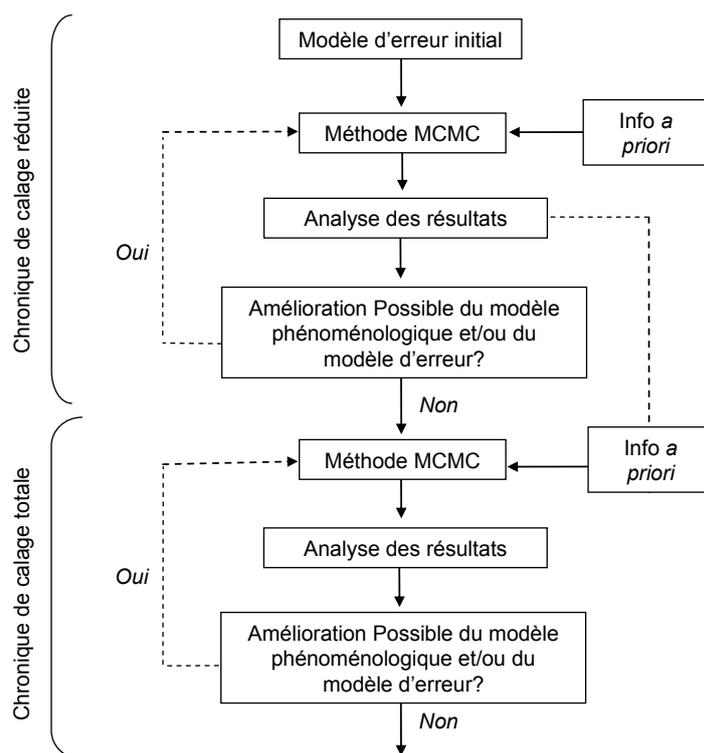


Figure 15.3. Mise en œuvre de la méthode bayésienne, suivant le principe d'apprentissage

### **Analyse sur une chronique réduite**

L'objectif de la première étape est d'améliorer la structure du modèle par l'analyse itérative des résultats. Il s'agit d'identifier les éléments suivants :

- Les paramètres de calage pertinents et une structure adaptée du modèle. L'hypothèse du modèle *a priori* est testée en considérant d'abord la totalité des paramètres de calage identifiés au départ. Puis une diminution ou une augmentation du nombre de paramètres de calage et/ou la modification de la structure du modèle peuvent être proposées en fonction des résultats obtenus.
- Les distributions des paramètres *a priori*. Nous considérons au départ une distribution uniforme des paramètres. Les valeurs des bornes minimum et maximum sont ajustées au cours des itérations de l'analyse.
- Les hypothèses sur les résidus, c'est-à-dire une structure adaptée du modèle d'erreur.

### **Analyse sur la totalité des données**

Les résultats sont ensuite utilisés comme nouvelle information *a priori* pour le test des modèles sur la période totale de calage. Notamment les distributions *a posteriori* des paramètres déterminées lors de la première étape peuvent être utilisées comme nouvelles distributions *a priori*.

L'adoption de cette démarche en deux temps permet donc de minimiser le nombre d'itérations lors du test des modèles sur la totalité des données. Cette démarche n'est toutefois valable que si les résultats obtenus lors de la première étape sont représentatifs de ce qui aurait été obtenu par un test direct sur la totalité des données. Pour valider cette démarche, une étude spécifique est nécessaire (cf. paragraphe 15.3.3).

### ***Choix de la chronique de calage réduite***

Le choix de la chronique de calage réduite a été effectué en prenant en compte les considérations suivantes :

- La chronique comporte une vingtaine d'événements.
- La chronique simulée ne doit pas être trop longue pour limiter les temps de calcul, moins de 30 événements, soit environ 1 à 2 mois de simulation en continu.
- Les caractéristiques des événements pluvieux utilisés pour le calage doivent être représentatives de la diversité des événements de la période totale de calage.

La période de printemps du 30 mars au 7 juin 2007 a été retenue pour le site de Chassieu et du 30 mars au 4 juin 2007 pour le site d'Ecully. Les périodes comprennent respectivement 15 et 20 événements utilisés pour le calage pour 32 et 26 événements simulés (voir Tableau 15.6).

### **15.3.3 Analyse de sensibilité à la chronique de calage**

L'objectif de cette analyse est de tester l'hypothèse suivante : « si le test des modèles avait été effectué directement sur la totalité de la chronique de calage, des résultats comparables auraient été obtenus ». Nous l'avons testée sur le modèle hydrologique, pour lequel les temps de calcul sont les plus courts. L'analyse a été effectuée pour le site de Chassieu.

Le principe de l'analyse a été d'appliquer d'abord la méthodologie de test des modèles pour la chronique de calage représentative de printemps proposée. Dans un deuxième temps, la même analyse a été effectuée de manière indépendante pour la chronique totale de calage. Enfin la méthodologie a été appliquée, dans un dernier temps, pour 3 autres périodes de calage réduites. Ces trois dernières ont été spécifiquement choisies en fonction de la saison et des caractéristiques des pluies : i) une période d'été avec une majorité de gros événements assez rapprochés, ii) une période d'automne, avec des événements de taille moyenne relativement espacés, et enfin iii) une période d'hiver avec exclusivement de petits événements pluvieux. L'objectif est de tester l'influence des caractéristiques des événements de la période de calage considérée sur les résultats de l'analyse des modèles. L'analyse a été effectuée de manière indépendante pour chacune des périodes de calage testées, c'est-à-dire que la même information *a priori* a été utilisée au départ.

Les caractéristiques des quatre périodes de calage réduites pour le site de Chassieu sont récapitulées dans le tableau 15.6. La Figure 15.4 présente les chroniques de pluie, de débit et de concentration en MES pour la période 2007-2008 à Chassieu. La période de calage totale et la période d'évaluation sont localisées sur le graphique, ainsi que la chronique représentative de printemps retenue et les trois autres périodes testées.

Tableau 15.6. Tableau récapitulatif des périodes de calage testées (dates et nombres d'événements de calage et total) pour l'analyse de sensibilité du modèle hydrologique

Site	Période de calage	Dates	Nombre d'événements utilisés pour le calage	Nombre total d'événements simulés
Chassieu	Totale	01/01/2007 - 01/02/2008	95	163
	Printemps	30/03/2007 - 07/06/2007	15	32
	Eté	20/06/2007 - 02/08/2007	12	21
	Automne	26/09/2007 - 23/11/2007	17	18
	Hiver	22/01/2007 - 25/02/2007	14	17
Ecully	Totale	04/01/2007 - 03/03/2008	91	196
	Printemps	30/03/2007 - 04/06/2007	20	26

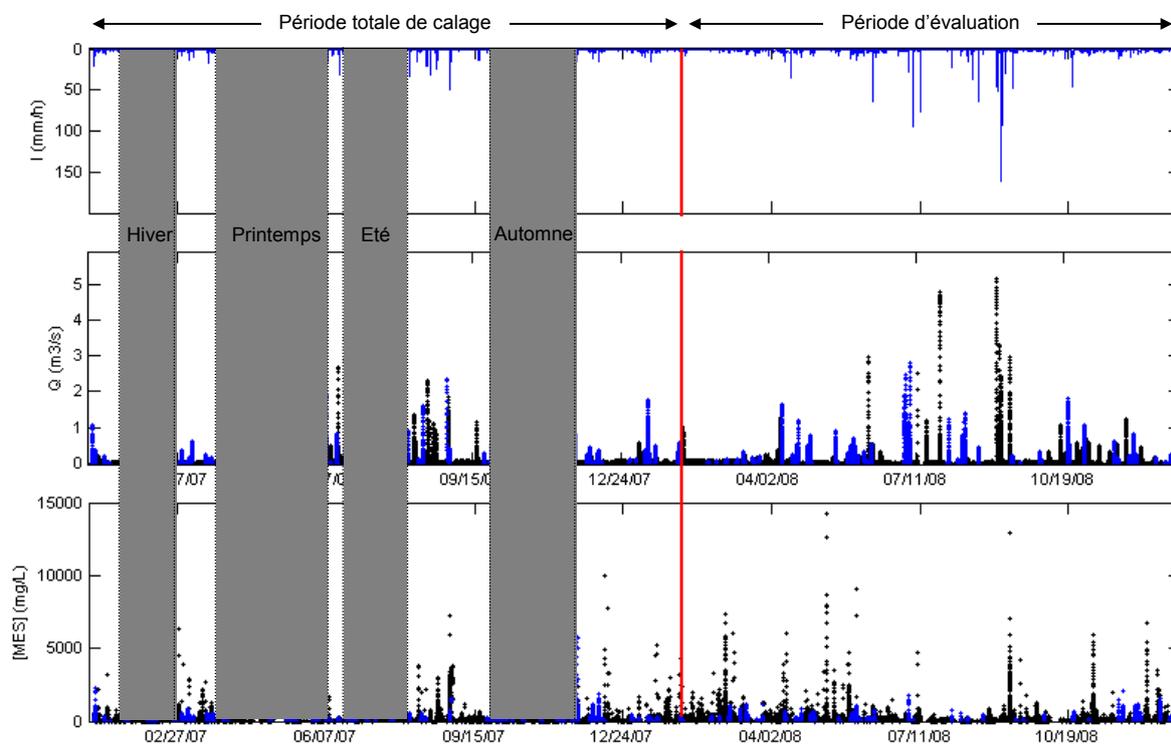


Figure 15.4. Représentation des périodes de calage utilisées en 2007-2008 pour le test des modèles : période totale de calage, chroniques réduites d'hiver de printemps, d'été et d'automne et période d'évaluation ; en bleu les données utilisées pour le calage, site de Chassieu

## **Partie 6**

### **Résultat des tests**



## Introduction

Cette partie présente les résultats des tests pour les modèles multi-régression (Chapitre 16) et le modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert (Chapitre 17).

Dans le temps limité dont nous disposions pour la partie modélisation, le modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert a été uniquement testé sur le site de Chassieu, pour la chronique de calage réduite de printemps. Il s'agit de nos premiers résultats obtenus avec l'algorithme DREAM. Notre objectif principal était de valider sa mise en œuvre ainsi que celle de la méthodologie de test bayésienne, afin de proposer au terme de ce travail de thèse des outils fiables et efficaces pour la poursuite des tests.



# Chapitre 16

## 16 Test des modèles de type multi-régression

### 16.1 Test des modèles antérieurs

#### 16.1.1 Résultats

Le Tableau 16.1 donne les valeurs des critères de performance obtenus pour chacun des modèles antérieurs retenus, M1 à M4 (cf. Tableau 13.2), calés sur la totalité des données. Les Figures 16.1 et 16.2 représentent les valeurs simulées en fonction des valeurs observées pour les 4 modèles, respectivement pour les sites de Chassieu et Ecully. Pour le modèle M4, le calage a été effectué sur une transformation racine, celle-ci donnant de meilleurs résultats qu'avec une transformation logarithmique.

Tableau 16.1. Critères de performance pour les modèles M1, M2, M3 et M4 ; calage sur la totalité des données : RMSE et critère de Nash et Sutcliffe (Nash)

Site	Modèle	Variable expliquée	RMSE	Nash
Chassieu	M1	$M_{MES}$	156.73	-0.03
	M2	$M_{DCO}$	92.28	0.01
	M3	$M_{MES}$	159.19	-0.06
	M4	$M_{MES}$	420.84	0.62
Ecully	M1	$M_{MES}$	173.71	0.16
	M2	$M_{DCO}$	247.34	0.15
	M3	$M_{MES}$	185.61	0.04
	M4	$M_{MES}$	462.89	0.43

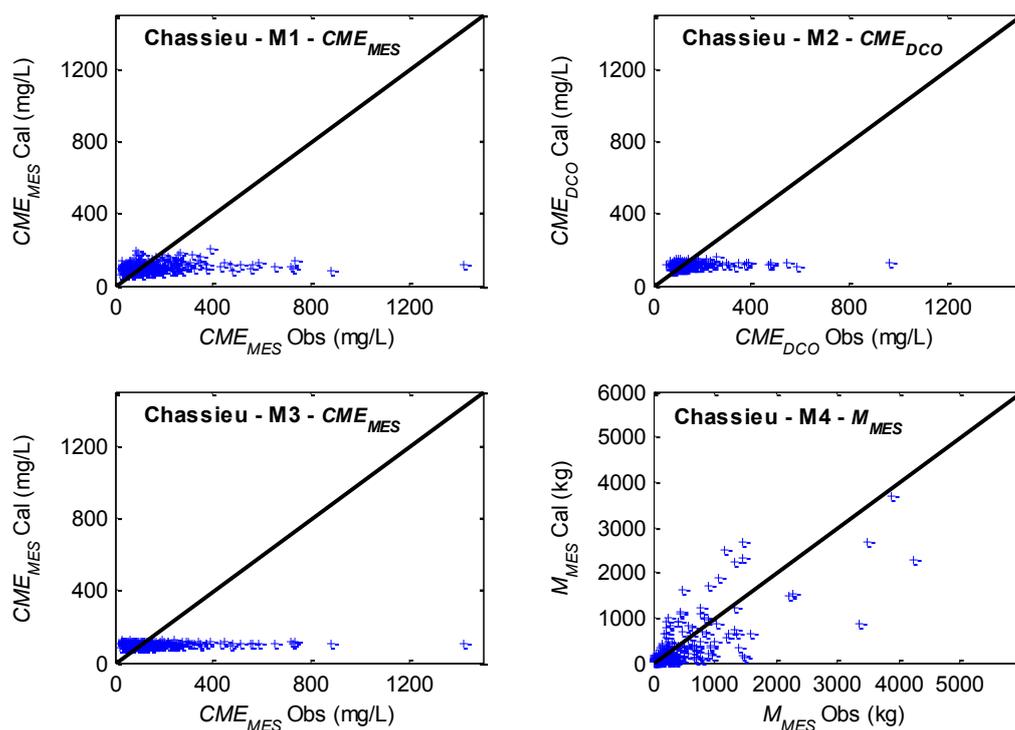


Figure 16.1. Résultats pour les modèles M1, M2, M3 et M4 ; calage par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires ; site de Chassieu

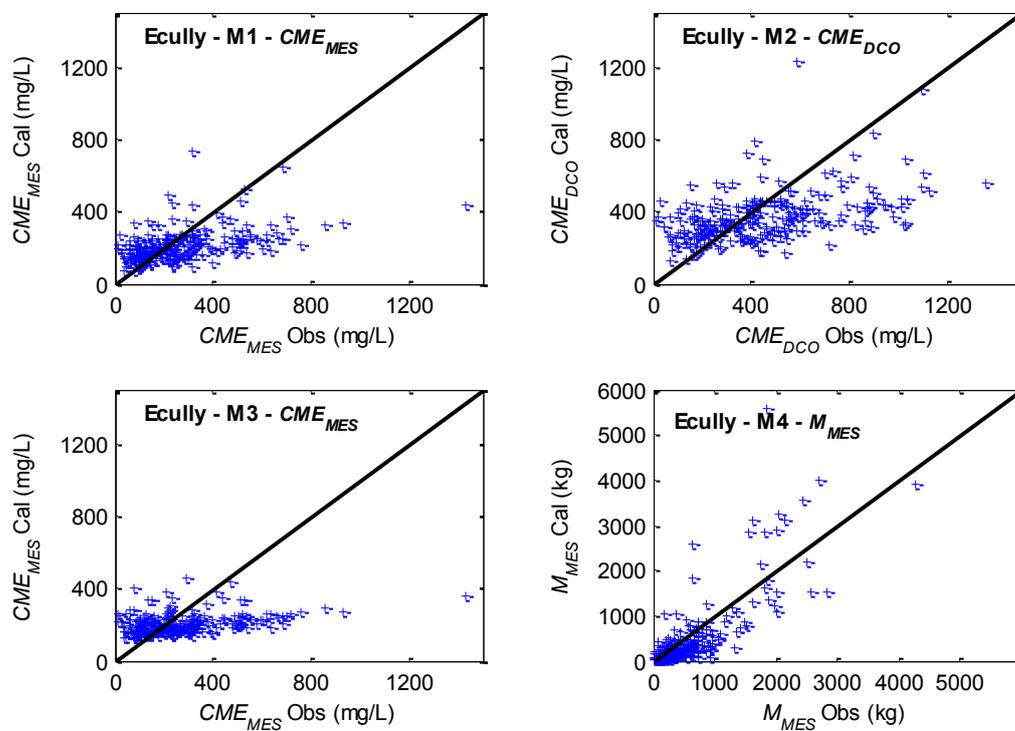


Figure 16.2. Résultats pour les modèles M1, M2, M3 et M4 ; calage par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires ; site d'Ecully

Les résultats pour les modèles M1 à M3 sur les deux sites sont comparables aux résultats des modèles locaux de CME en MES et DCO obtenus par la méthode de construction locale (cf. Figures 13.8 à 13.11). Une sous-estimation systématique des grandes valeurs est observée et les modèles ne reproduisent pas la tendance générale. Les résultats du modèle M3 sont encore plus mauvais que ceux des modèles M1 et M2.

Le modèle M4 pour la masse de MES parvient à reproduire à peu près la tendance, mais avec une sous-estimation des grandes valeurs à Chassieu, et des points isolés mal reproduits à Ecully. Les valeurs du critère de Nash pour les deux sites restent moins élevées que celles des modèles locaux de masses de MES : 0.63 et 0.43 contre 0.75 et 0.76, respectivement pour les sites de Chassieu et Ecully.

### 16.1.2 Performance des modèles de masse

Les performances des modèles M1, M2 et M3 pour la prédiction des masses ont également été comparées à celles des modèles locaux de masses Mopt MES et Mopt DCO. Les critères de performance obtenus sont présentés dans le Tableau 16.1 ; les masses simulées en fonction des masses observées se trouvent en Figure 16.3.

Tableau 16.2. Critères de performance pour les modèles M1, M2 et M3 pour le calcul des masses : RMSE et critère de Nash et Sutcliffe (Nash); calage sur la totalité des données

	Nom du modèle	Variable expliquée	RMSE	Nash
Chassieu	M1	$M_{MES}$	407.94	0.64
	M2	$M_{DCO}$	216.37	0.88
	M3	$M_{MES}$	392.87	0.67
Ecully	M1	$M_{MES}$	462.97	0.43
	M2	$M_{DCO}$	783.29	0.49
	M3	$M_{MES}$	440.31	0.49

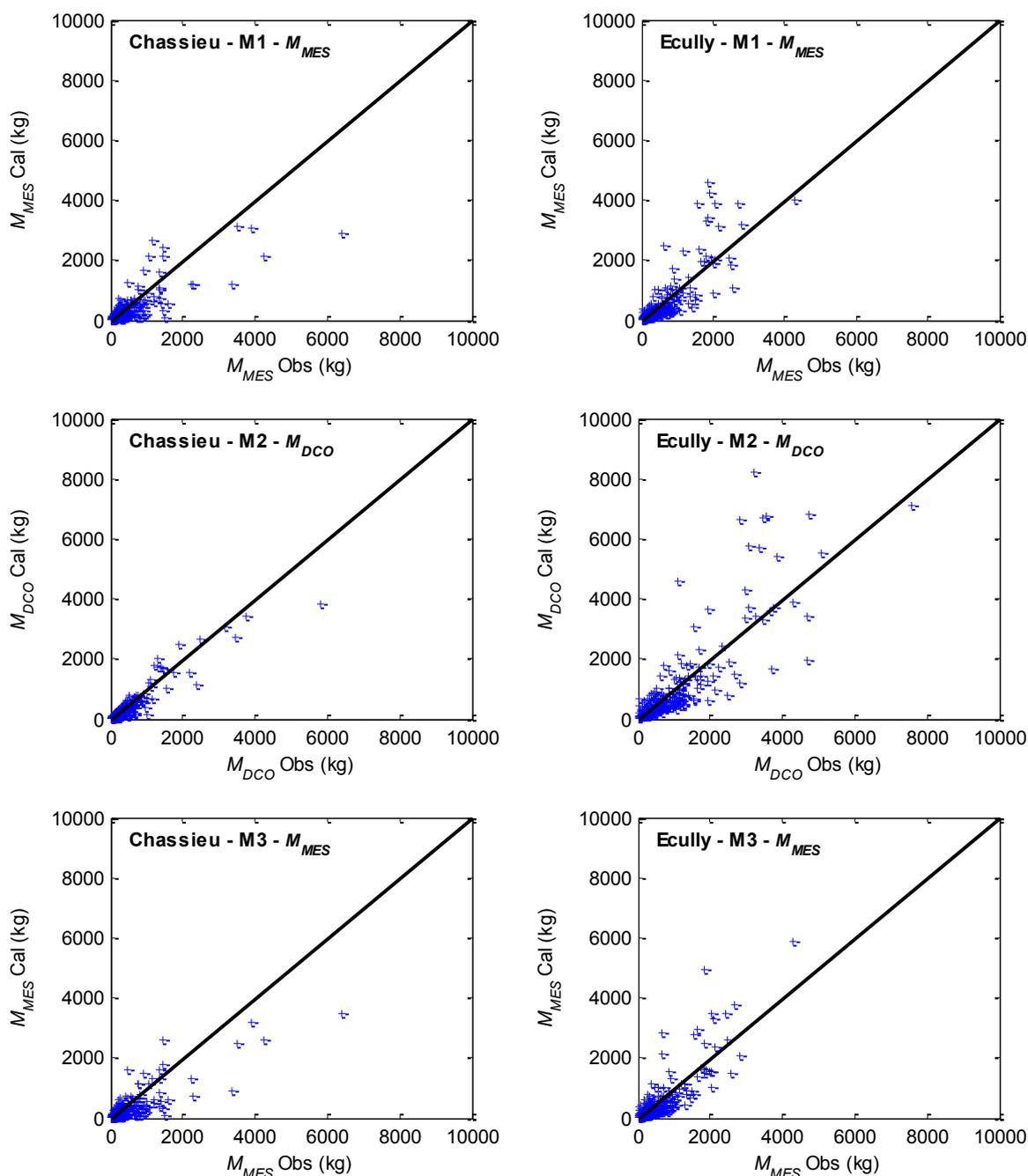


Figure 16.3. Résultats pour les modèles M1, M2 et M3; calage par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires ; résultats sur les masses ; sites de Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

Les résultats sont meilleurs que pour les CME, ce qui corrobore les résultats obtenus par Dembélé (2010), cependant on observe toujours une sous-estimation systématique des grandes valeurs à Chassieu et une tendance à la surestimation à Ecully. Les valeurs du critère de Nash, de l'ordre de 0.7 à Chassieu et 0.45 à Ecully, restent inférieures à celles des modèles locaux optimaux Mopt MES et Mopt DCO (cf. Tableau 13.6).

### 16.1.3 Conclusion

Ces résultats confirment la difficulté de transposer les structures des modèles multi-régression d'un site à l'autre, et la nécessité de proposer des modèles locaux sur la base de l'analyse des données disponibles sur chaque site. Dans la suite des tests, nous avons donc retenus pour les deux sites les modèles Mopt MES et Mopt DCO construits à partir de l'analyse des données locales (cf. Tableau 13.6).

Dans une étude opérationnelle, le test de structures de modèle déjà établies peut cependant être envisagé dans un premier temps, comme nous venons de le faire. Dans le cas où les résultats obtenus satisfont les objectifs du modélisateur, la réalisation d'une étude locale plus poussée n'est alors pas nécessaire.

## 16.2 Analyse de sensibilité à la qualité des données

Le Tableau 16.3 présente les lois de distribution utilisées pour l'estimation des incertitudes de chacune des variables explicatives. Nous rappelons que, pour chaque site, ces dernières sont identiques pour les deux modèles Mopt MES et Mopt DCO.

Tableau 16.3. Lois de distribution pour l'estimation des incertitudes sur les variables expliquées ; modèles Mopt MES et Mopt DCO

Site	Variables explicatives	Loi de distribution
Chassieu	$V_r$	Loi normale
	$I_{max}$	Loi uniforme entre +/- 20% de la valeur
	$DTS_{30}$	Incertitudes négligeables
Ecully	$V_{rTP}$	Loi normale
	$CumH_{12}$	Loi uniforme entre +/- 20% de la valeur
	$InvH$	Loi uniforme entre +/- 20% de la valeur

Les incertitudes sur les volumes ruisselés totaux  $V_r$  et les volumes de la contribution pluviale  $V_{rTP}$  ont été estimées lors de l'étape de traitement et d'analyse des données (cf. paragraphes 8.3 et 11.2.2). Elles suivent une loi normale. Pour les variables relatives à la pluviométrie,  $I_{max}$ ,  $CumH_{12}$  et  $InvH$ , nous avons appliqué des distributions uniformes entre +/- 20 % des valeurs. Enfin, l'incertitude sur la variable  $DTS_{30}$  a été négligée par rapport aux autres sources d'incertitude.

Les résultats sont présentés Figures 16.4 à 16.7. Les masses calculées en fonction des masses observées sont assorties d'un intervalle de confiance à 95 % reflétant la variabilité de la simulation optimale liée à l'incertitude sur les données.

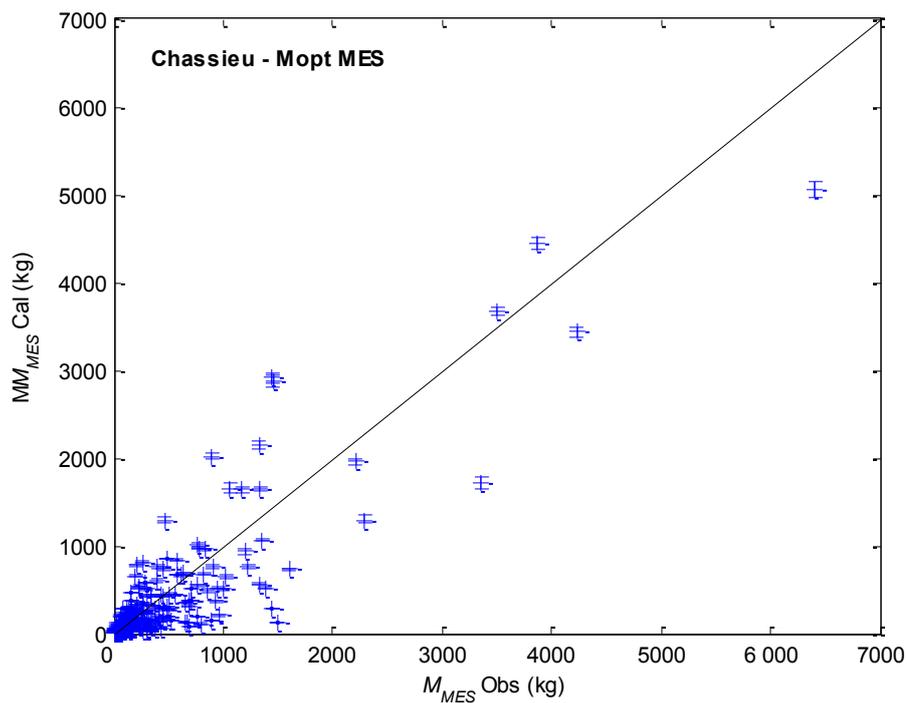


Figure 16.4. Modèle Mopt MES : masse calculée en fonction de la masse observée ; l'influence des incertitudes des données sur la simulation optimale est indiquée par un intervalle de confiance à 95 % ; site de Chassieu

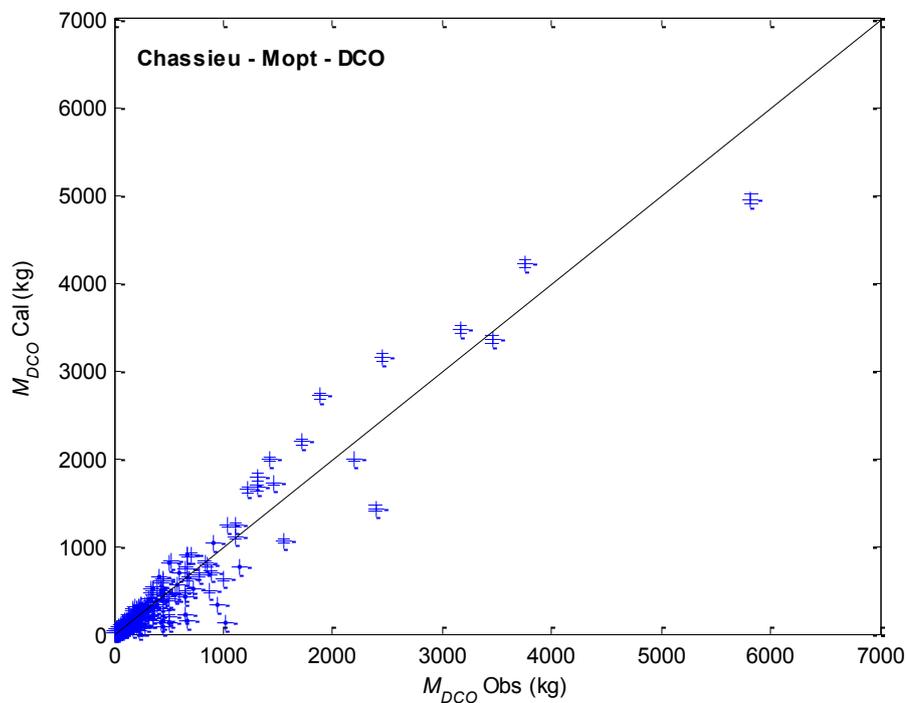


Figure 16.5. Modèle Mopt DCO : masse calculée en fonction de la masse observée ; l'influence des incertitudes des données sur la simulation optimale est indiquée par un intervalle de confiance à 95 % ; site de Chassieu

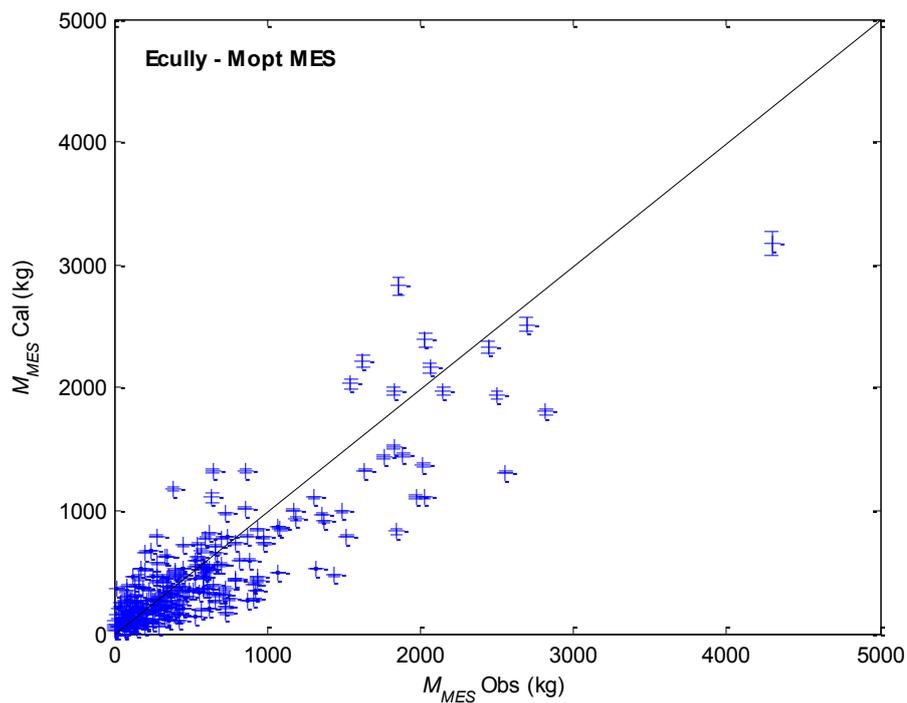


Figure 16.6. Modèle Mopt MES : masse calculée en fonction de la masse observée ; l'influence des incertitudes des données sur la simulation optimale est indiquée par un intervalle de confiance à 95 % ; site d'Ecully

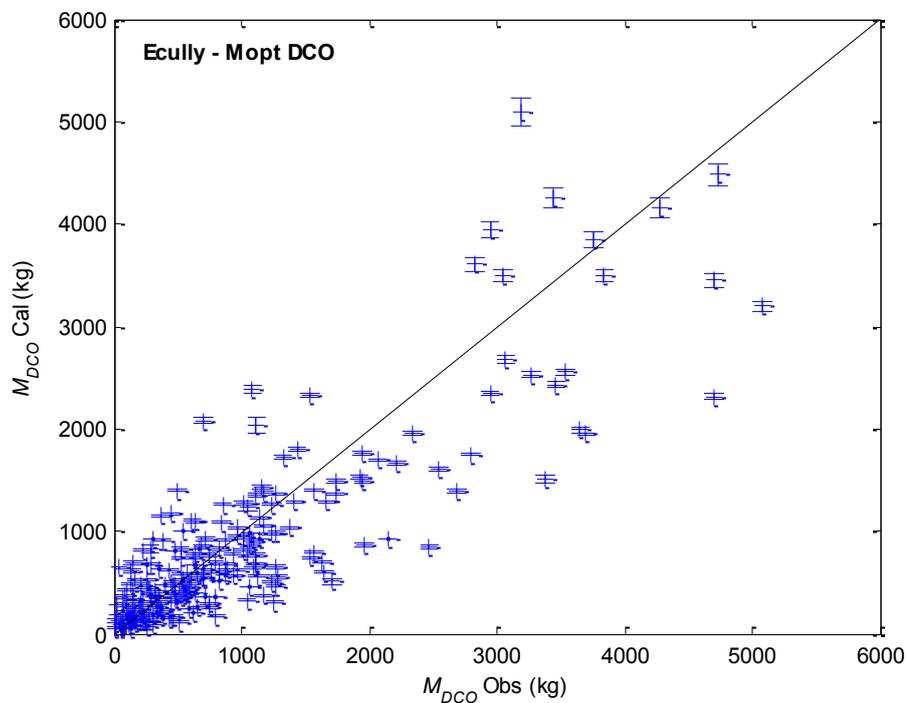


Figure 16.7. Modèle Mopt DCO : masse calculée en fonction de la masse observée ; l'influence des incertitudes des données sur la simulation optimale est indiquée par un intervalle de confiance à 95 % ; site d'Ecully

Les résultats obtenus pour les deux modèles sur les deux sites sont comparables : l'incertitude sur les données a peu d'impact sur les résultats de la simulation optimale et reste négligeable par rapport à l'incertitude totale de prédiction. Nous en déduisons que la source principale d'incertitude réside dans la structure des modèles.

## 16.3 Test du pouvoir prédictif

Nous présentons dans les paragraphes 16.3.1 à 16.3.3 les résultats de la vérification des hypothèses sur les résidus, du test d'évaluation externe et de l'application de la méthode LOOCV.

### 16.3.1 Validité du modèle d'erreur

La Figure 16.8 montre les résultats de la vérification des hypothèses sur les résidus pour les deux modèles et pour les deux sites. La distribution et l'homoscédasticité ont été analysées sur les valeurs transformées des résidus ( $\log_{10}$ ), avec lesquelles le calage a été effectué.

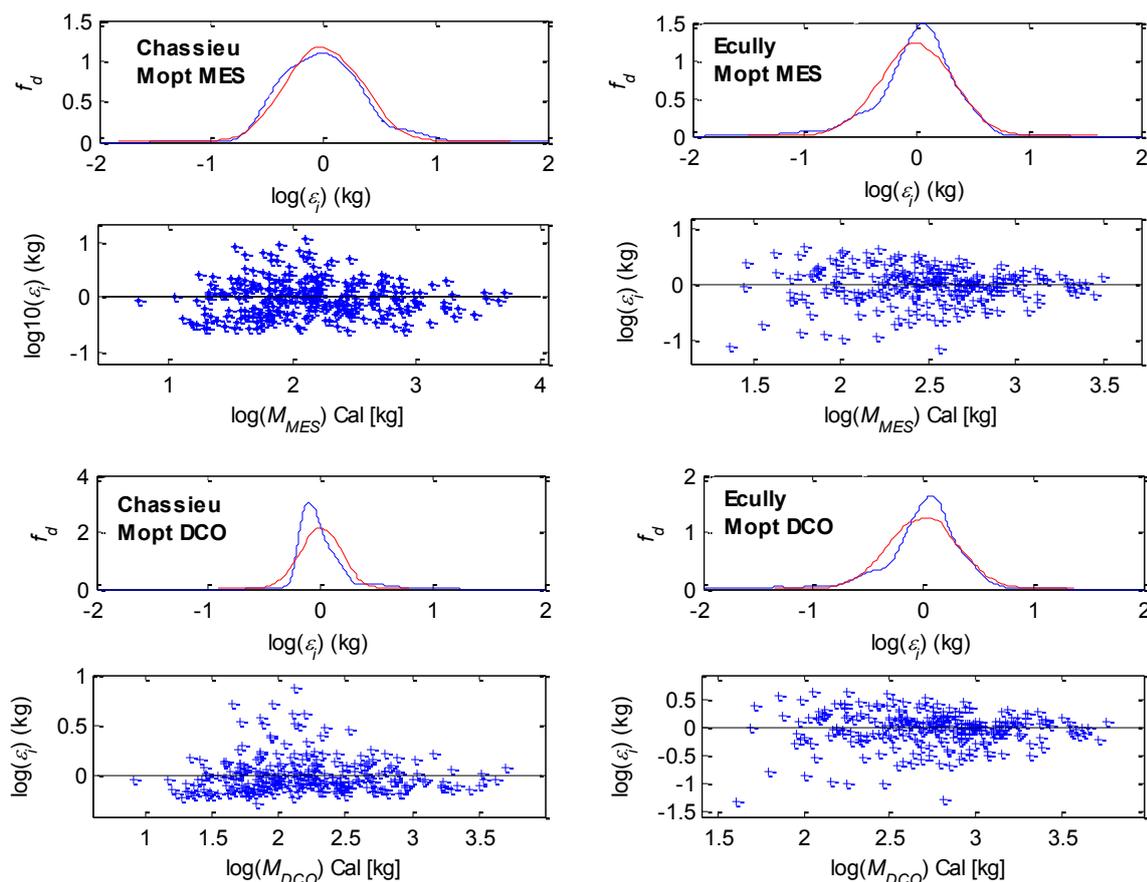


Figure 16.8. Caractéristiques des résidus transformés ( $\log_{10}$ ) : fonctions de densité ( $f_d$ ) empirique et théorique et valeur des résidus en fonction des masses calculées ; résultats pour les modèles de masse optimaux retenus : Mopt MES Mopt DCO ; sites de Chassieu (à gauche) et Ecully (à droite)

L'hypothèse d'une distribution normale est dans l'ensemble à peu près vérifiée. Les distributions empiriques mettent cependant en évidence un biais pour les modèles de MES et de DCO à Ecully et le modèle de DCO à Chassieu. En moyenne les résidus ne sont pas nuls, ce qui traduit des problèmes de sous-estimation ou de surestimation. Pour le modèle Mopt DCO à Chassieu, un effet d'assymétrie est également notable. Les résidus ne présentent pas de tendance hétéroscédastiques marquées, à l'exception peut-être des modèles à Ecully, pour lesquels les résidus sont plus élevés pour les faibles valeurs. Ceci peut être dû à la présence de petits événements particuliers conservés dans la base de données. En revanche les résidus pour les grandes valeurs ne sont pas plus élevés. Il est important de souligner que, sur la forme originale des modèles, les résidus sont significativement plus élevés pour les grandes valeurs (cf. Figures 16.4 à 16.7). Ceci est dû à l'opération de détransformation logarithmique qui donne plus de poids aux grandes valeurs.

Afin de mieux comprendre les insuffisances des structures des modèles, nous avons étudié les valeurs des résidus en fonction des variables explicatives. La Figure 16.9 montre l'exemple des tracés obtenus pour le modèle Mopt MES à Chassieu. Pour les deux modèles et les deux sites, les comportements observés sont similaires et ne mettent pas en évidence de tendances significatives.

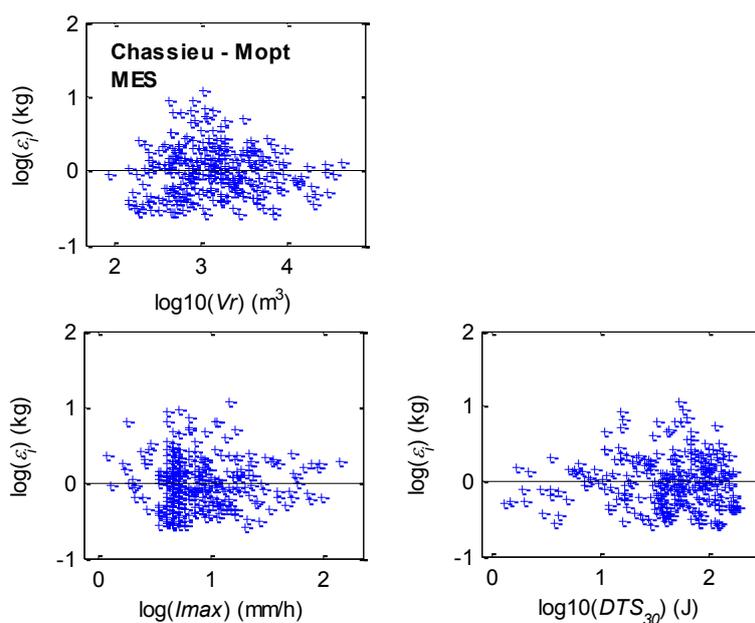


Figure 16.9. Valeurs des résidus transformés ( $\log_{10}$ ) en fonction des variables explicatives ; modèle Mopt MES ; site de Chassieu

### 16.3.2 Calage et évaluation externe

Les résultats de l'évaluation externe sont présentés Tableau 16.4. Les performances du modèle pour les périodes de calage et d'évaluation sont indiquées. Les valeurs observées et simulées des modèles sont présentées Figures 16.10 et 16.11 pour les deux périodes, respectivement pour les sites de Chassieu et Ecully.

Tableau 16.4. Critères de performance des modèles Mopt MES et Mopt DCO pour les périodes de calage et d'évaluation : RMSE et critère de Nash et Sutcliffe (Nash) ; sites de Chassieu et Ecully

Site	Nom du modèle	Calage		Evaluation	
		RMSE	Nash	RMSE	Nash
Chassieu	Mopt MES	286.89	0.70	397.73	0.79
	Mopt DCO	156.68	0.90	209.14	0.93
Ecully	Mopt MES	314.01	0.75	344.93	0.67
	Mopt DCO	547.08	0.76	609.36	0.68

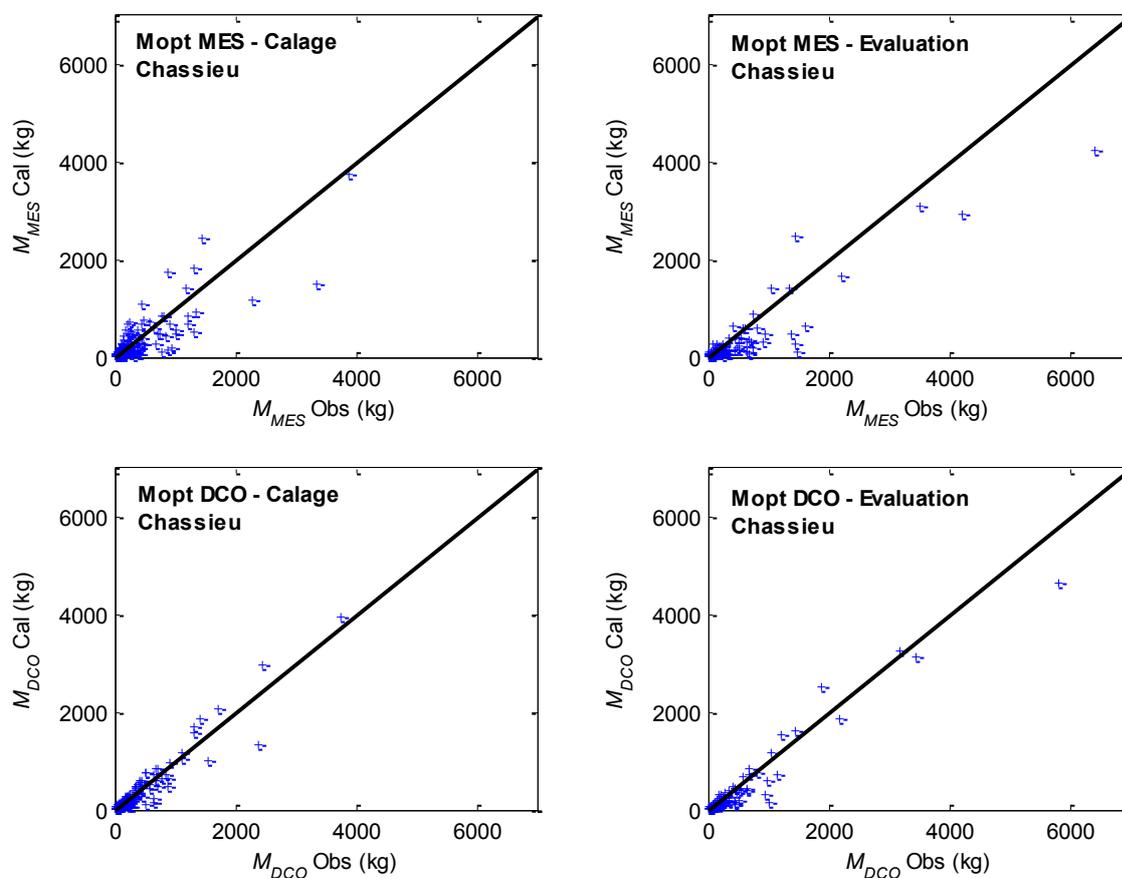


Figure 16.10. Résultats du test de la capacité prédictive des modèles Mopt MES et Mopt DCO par évaluation externe ; site de Chassieu

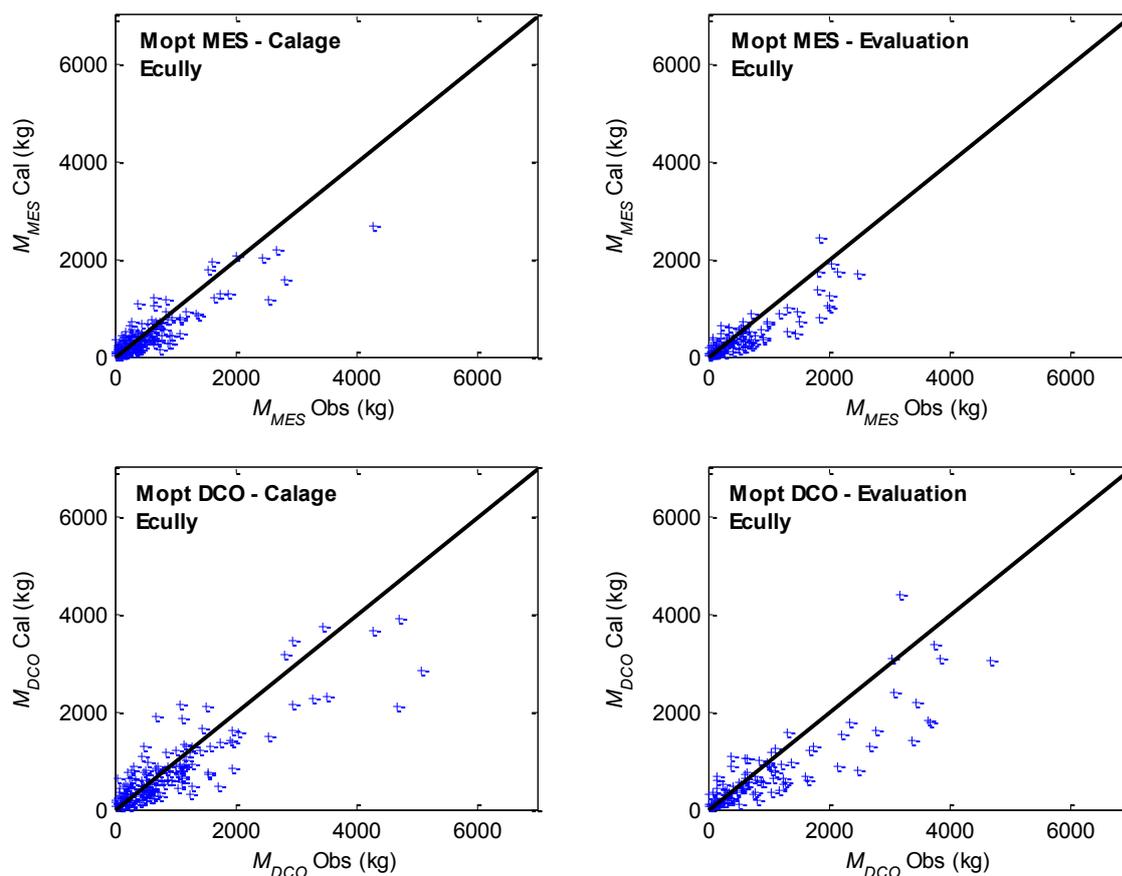


Figure 16.11. Résultats du test de la capacité prédictive des modèles Mopt MES et Mopt DCO par évaluation externe ; site d'Ecully

A Chassieu, les valeurs des critères de performance sont comparables en calage et en évaluation. Ceci montre que les données de la période de calage sont représentatives de celles de la période d'évaluation. En revanche, à Ecully, on observe une dégradation de la performance des modèles en évaluation, avec des valeurs du critère de Nash de 0.67 et 0.68 contre 0.75 et 0.76 en calage. Cette dégradation est liée à la sous-estimation des masses d'un ensemble d'événements : les masses entre 1 000 et 2 000 kg pour les MES et 2 000 et 4 000 kg pour la DCO. Ces résultats mettent en évidence que le jeu d'évaluation contient une part de variabilité non représentée dans le jeu de calage. Ils confirment de plus la tendance des modèles d'Ecully à la sous-estimation des fortes valeurs, déjà notable sur les résultats de calage sur l'ensemble des données.

Les Figures 16.12 et 16.13 montrent pour le modèle Mopt DCO les intervalles de confiance à 95 % associés aux prédictions pour quelques exemples d'événements sur la période d'évaluation, respectivement pour les sites d'Ecully et Chassieu. Les intervalles de confiance liés à l'estimation des paramètres et les intervalles de confiance totaux sont indiqués. La part de l'incertitude liée à l'estimation des paramètres dans l'incertitude totale est significative. Cependant l'incertitude résiduelle est également importante. Dans le cas d'Ecully, elle est moins bien estimée qu'à Chassieu.

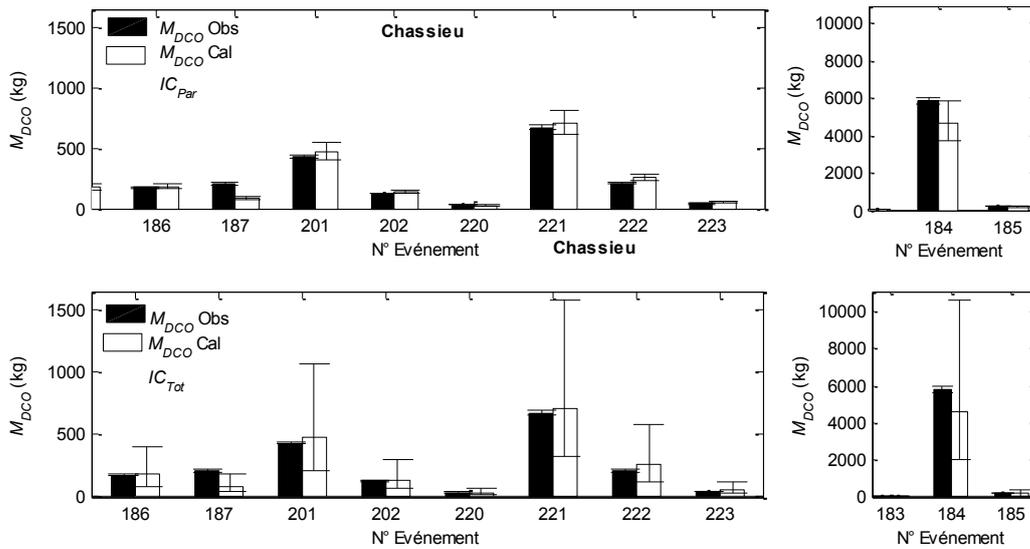


Figure 16.12. Intervalles de confiance sur les prédictions liés à l'estimation des paramètres  $IC_{Par}$  (en haut) et intervalles de confiance totaux  $IC_{Tot}$  (en bas) ; modèle Mopt DCO ; site de Chassieu

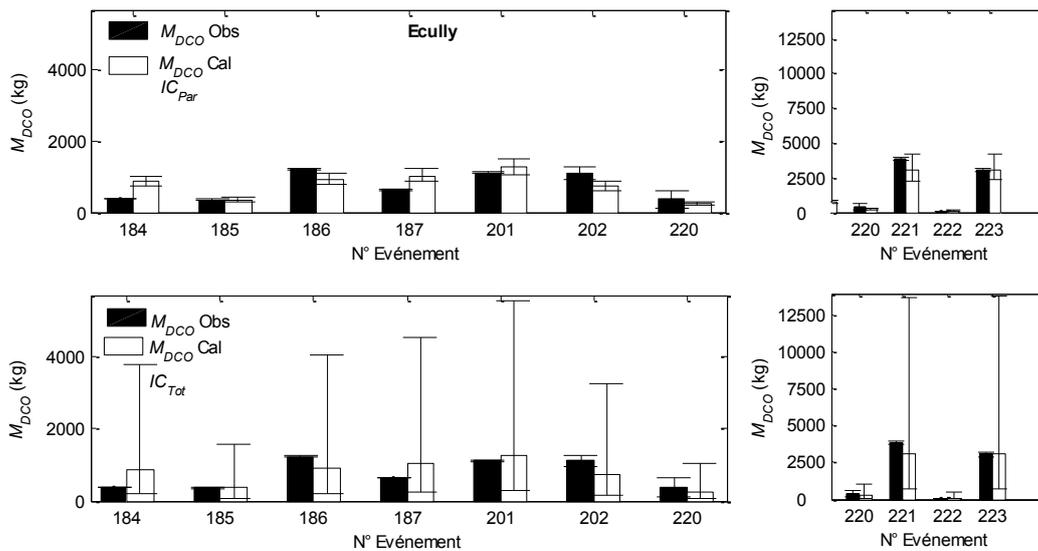


Figure 16.13. Intervalles de confiance sur les prédictions liés à l'estimation des paramètres  $IC_{Par}$  (en haut) et intervalles de confiance totaux  $IC_{Tot}$  (en bas) ; modèle Mopt DCO ; site de Chassieu

### 16.3.3 Résultats de l'analyse LOOCV

Les résultats de l'analyse LOOCV sont indiqués Figure 16.14. Pour chaque modèle, ils sont présentés sous forme de 3 graphiques, qui représentent de gauche à droite :

- Le résultat du calage avec l'ensemble des données (masses calculées en fonction des masses observées).
- La valeur du critère de Nash obtenue pour chacune des  $C_N^{N-1}$  combinaisons testées. La  $i$ -ème combinaison correspond à un calage avec toutes les

observations sauf l'événement n°  $i$ . Les combinaisons dont les valeurs du critère de Nash diffèrent significativement de la moyenne sont indiquées.

- Les résultats de l'évaluation : les masses évaluées en fonction des masses observées. Chaque point sur le graphique correspond à l'événement mis de côté pour chaque combinaison  $C_N^{N-1}$  testée et dont la masse est calculée sur la base du calage avec les  $N-1$  événements.

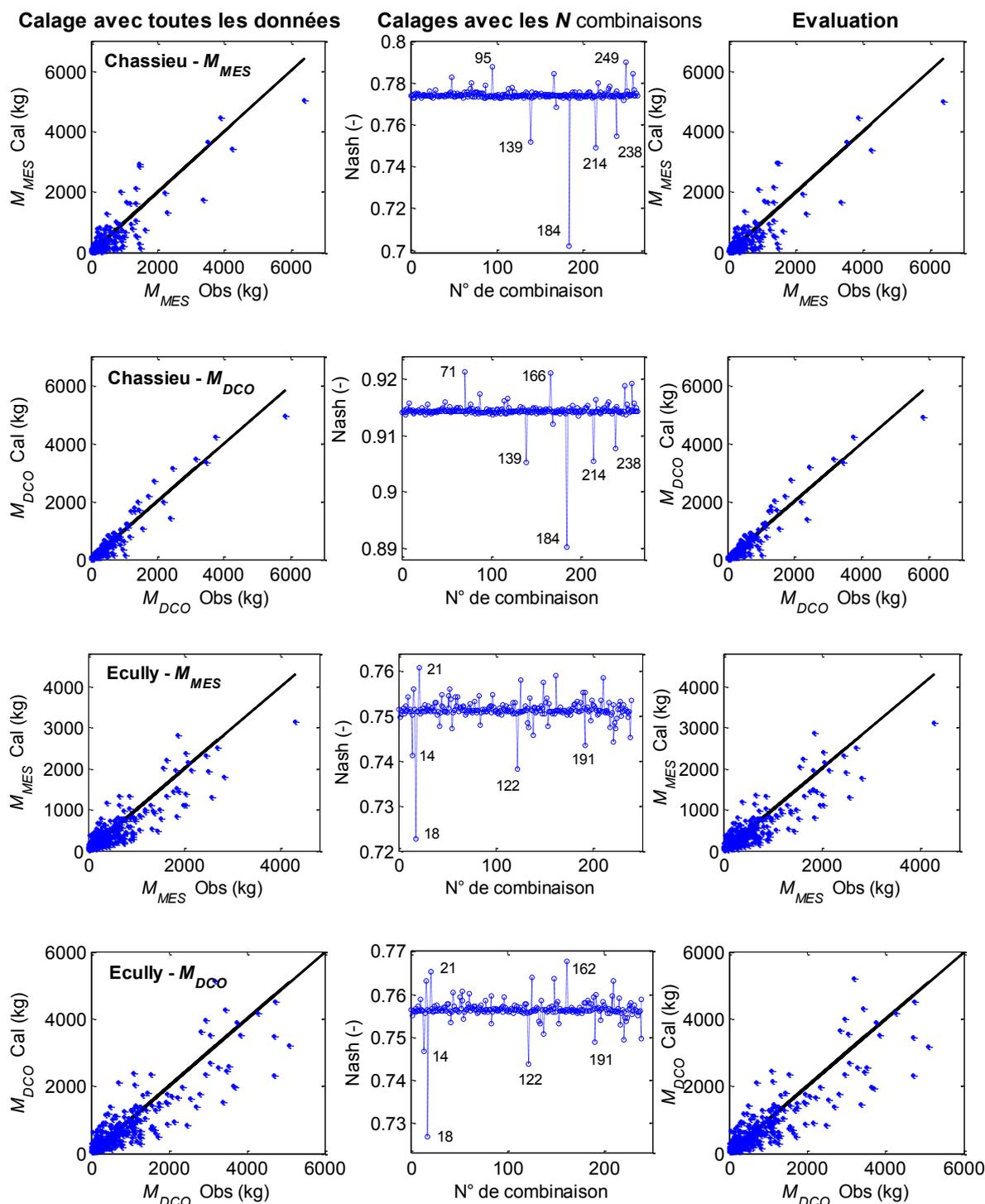


Figure 16.14. Résultats du test de la capacité prédictive par la méthode LOOCV : Modèle Mopt MES ; site de Chassieu

Les performances des modèles en calage et en évaluation sont très proches, voire non distinguables à l'échelle du graphique. Ceci montre que chaque observation, prise individuellement, a une influence négligeable sur le résultat du calage. Ce constat n'est pas étonnant dans la mesure où les échantillons de données comprennent un nombre élevé

d'événements. Les graphiques du milieu montrent en revanche une variabilité significative du critère de Nash pour certains événements. Si dans l'ensemble la valeur du critère reste élevée pour chaque combinaison, cette analyse permet de mettre en évidence des événements atypiques. Ces derniers correspondent aux événements importants pour lesquels les valeurs de masse sont les plus élevées et influent le plus sur le calage.

## 16.4 Conclusions et perspectives

Les résultats des tests des modèles antérieurs confirment l'intérêt de construire des modèles locaux à partir de l'analyse des données disponibles. L'incertitude sur la structure des modèles est la source d'incertitude principale sur les résultats, par rapport aux incertitudes sur les données de mesure et sur les paramètres. Enfin les tests de la qualité prédictive des modèles montrent l'importance de la représentativité du jeu de données utilisé pour le calage, confirmant les résultats de Mourad (2004).

Une première perspective est d'effectuer des analyses plus poussées de l'influence du jeu de calage sur les résultats. Quelques premiers résultats (non présentés ici) sur l'impact du nombre de données sur le calage ont confirmé la répartition 60 % - 40 % préconisée par Mourad (2004). Il serait de plus intéressant de tester l'hypothèse de plusieurs modèles suivant les caractéristiques des données, en fonction de la saisonnalité. Les techniques d'analyse de type *clustering* pourraient être appliquées pour l'identification de sous-ensembles de données. En effet, il semble pertinent de proposer plusieurs modèles spécifiques de meilleure qualité plutôt que d'adopter un seul modèle globalement moins précis.



## Chapitre 17

### 17 Test des modèles Accumulation-Erosion-Transfert

Le modèle a été testé pour le site de Chassieu selon la méthodologie de test présentée dans le chapitre 15 :

- Le modèle de qualité de niveau de complexité NC1 (cf. Tableau 14.3 p. 246) a été testé. En effet des essais préalables effectués avec l'activation du module de capacité de transport ont montré que ce dernier n'était activé que très rarement.
- Le modèle a été testé uniquement sur la chronique de calage réduite de printemps, pour des raisons de temps.
- Un calage de type séparé a été effectué : calage du modèle hydrologique puis calage du modèle qualité.
- L'analyse de sensibilité à la chronique de calage réduite pour le modèle hydrologique a été effectuée.
- Le principe d'apprentissage a été appliqué. Pour chaque étape itérative des tests, nous explicitons : i) la structure du modèle testé, ii) les valeurs les plus probables des paramètres de calage, iii) leur distribution *a posteriori* iv) les valeurs des critères de performance pour le calage et l'évaluation, v) les hypothèses sur les caractéristiques des résidus, et vi) la validité des intervalles de prédiction.

Les hydrogrammes et pollutogrammes de temps sec ont été représentés par des valeurs constantes de  $2 \text{ L.s}^{-1}$  et  $1 \text{ mg.L}^{-1}$ , au vu des considérations suivantes :

- Le débit de temps sec mesuré est très faible (inférieur à 4 L/s) et approximativement constant à l'échelle où nous nous plaçons, hormis lors des épisodes ponctuels de rejets industriels généralement nocturnes. Une étude spécifique sur la modélisation des rejets industriels et la distinction entre les différentes contributions au débit de temps sec est actuellement en cours (Dorval 2010) et pourra fournir ultérieurement une modélisation plus détaillée. Dans notre travail, où nous nous intéressons spécifiquement à la modélisation des flux par temps de pluie, le choix d'une valeur constante paraît suffisant en première approche.
- Pour les mêmes raisons, nous avons considéré *a priori* une valeur constante de la concentration en MES, fixée à  $1 \text{ mg.L}^{-1}$  sur la base des observations des chroniques de temps sec.

Dans les paragraphes 17.1 à 17.4 nous présentons : i) les résultats généraux concernant la mise en œuvre de l'algorithme DREAM pour le test des modèles, ii) les résultats du test du modèle hydrologique, comprenant l'analyse de sensibilité à la chronique de calage réduite,

iii) les résultats pour le test du modèle de qualité et enfin iv) les conclusions de ce travail et les perspectives qu'il ouvre.

## 17.1 Résultats généraux

### *Modèle de résidus*

Quel que soit le modèle, hydrologique ou qualité, et la structure des modèles testés, l'hypothèse des Moindres Carrés Ordinaires n'est pas vérifiée par l'analyse *a posteriori* des résidus. Ces derniers ne sont pas distribués normalement, avec une présence d'hétéroscédasticité et une auto-corrélation significatives. Une fonction de vraisemblance globale (*GLF*) a donc été testée.

### *Temps de calcul de l'algorithme DREAM*

Pour les deux modèles et pour les meilleurs calages, moins de 25 000 évaluations sont nécessaires pour parvenir à échantillonner un jeu suffisant de paramètres suivant la distribution *a posteriori*. Les temps de calage avec l'ordinateur ordinaire utilisé pour les tests (Dual Core 2.26 GHz, 2 Go de RAM) sont de l'ordre de 10 minutes pour le modèle hydrologique et de 50 minutes pour le modèle qualité. Ces résultats sont encourageants, étant donné qu'un ordinateur tout à fait ordinaire a été utilisé et que la technique de calcul en parallèle n'a pas été utilisée.

### *Efficacité de l'apprentissage*

4 et 7 itérations, respectivement pour les modèles hydrologiques et qualité, ont été effectuées afin de parvenir à éliminer les problèmes de non identifiabilité des paramètres et à identifier une structure finale des modèles. Ces résultats confirment l'intérêt d'appliquer le principe d'apprentissage.

## 17.2 Calage du modèle hydrologique

Nous rappelons que l'objectif du calage du modèle hydrologique est d'obtenir une simulation la plus performante possible qui sera utilisée ensuite comme entrée du modèle qualité. Un modèle d'erreur performant n'est donc pas requis.

Notre objectif est notamment de reproduire au mieux l'ensemble des types d'événements (débits faibles, moyens, élevés), chacun étant susceptible d'engendrer des flux significatifs de polluants à l'exutoire.

### 17.2.1 Distribution *a priori* des paramètres

#### *Paramètres du modèle hydrologique*

Le modèle hydrologique n'ayant pas fait l'objet d'analyse antérieure prenant en compte les incertitudes, nous avons considéré une distribution *a priori* uniforme pour les 6 paramètres de calage du modèle. Les bornes minimum et maximum ont été fixées, respectivement pour les 6 paramètres, sur la base des considérations suivantes :

- *PI* : en référence à l'étude de Bertrand-Krajewski (1992), la perte initiale a été bornée à 1 mm.

- $PCP$  : la perte continue proportionnelle est comprise entre 0 et 1.
- $K_{H1}$ ,  $K_{H2}$  : nous avons fixé de manière large la valeur des lag-time des réservoirs linéaires, entre 1 et 20 minutes pour  $K_{H1}$ , et 20 et 45 minutes pour  $K_{H2}$ .
- $to_H$  : une valeur minimum de 0 (modèle sans retard) et une valeur maximum de 20 minutes ont été considérées pour le paramètre de retard du réservoir linéaire.
- $S$  : une variation possible de +/- 30 % de la surface active estimée du bassin versant (54 ha) (cf. Tableau 7.1) est considérée, soit pour Chassieu entre 40 et 80 ha.

Les bornes inférieures et supérieures des distributions *a priori* pour la première analyse, pour les six paramètres, sont récapitulées dans le tableau 17.1.

Tableau 17.1. Bornes minimum et maximum des distributions *a priori* des paramètres du modèle hydrologique dans l'algorithme DREAM pour la première analyse

Paramètres	Borne inférieure	Borne supérieure	Unité
$PI$	0	1	mm
$PCP$	0	1	-
$K_{H1}$	1	20	Min
$K_{H2}$	20	45	Min
$to_H$	0	20	Min
$S$	40	80	Ha

### Paramètres du modèle d'erreur

Une distribution uniforme a également été considérée pour les paramètres du modèle d'erreur global (GLF). Pour la valeur de la partie fixe de l'écart type,  $std_0$ , un intervalle de  $[0 - 1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$  a été considéré. Pour les autres paramètres de la GLF, nous reprenons les valeurs proposées par Schoups et Vrugt (2010). Les bornes inférieures et supérieures considérées pour les 6 paramètres potentiels du modèle d'erreur sont récapitulées dans le tableau 17.2.

Tableau 17.2. Bornes minimum et maximum des distributions *a priori* des paramètres du modèle global d'erreur (GLF) considéré dans l'algorithme DREAM

Paramètres	Borne inférieure	Borne supérieure	Unité
$std_0$	0	1	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$std_1$	0	1	-
$\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$	0	1	-
$\beta$	-1	1	-
$\zeta$	0.1	10	-
$\mu_h$	0	1	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

## 17.2.2 Résultats

### 17.2.2.1 Itérations

Quatre itérations avec des modèles différents ont été effectuées. Les valeurs du jeu de paramètres optimal (modèle hydrologique et modèle d'erreur) et des critères de performance

sont indiquées pour chaque itération dans les tableaux 17.4 et 17.5. Les étapes sont expliquées dans les paragraphes suivants.

Tableau 17.3. Jeu optimal de paramètres obtenu pour les différentes itérations de l'analyse, pour le modèle hydrologique ; site de Chassieu

Itération	Modèle hydrologique						Modèle d'erreur					
	$PI$ (mm)	$PCP$ (-)	$K_{H1}$ (s)	$K_{H2}$ (s)	$to_H$ (min)	$S$ (ha)	$std_0$ ( $m^3.s^{-1}$ )	$std_1$ (-)	$\beta$ (-)	$\xi$ (-)	$\mu_1$ ( $m^3.s^{-1}$ )	$\Phi_1$ (-)
1 <sup>ère</sup>	0.997	0.13	440	1552	0.07	66	0.13	-	-	-	-	-
2 <sup>ème</sup>	0.712	0.53	924	940	-	-	2.14 e-3	0.12	0.99	-	-	0.97
3 <sup>ème</sup>	0.707	0.54	923	990	-	-	2.28 e-3	0.11	0.99	-	0.51	0.97
4 <sup>ème</sup>	0.994	0.13	430	1565	-	-	0.134	-	-	-	-	-

Tableau 17.4. Résultats des itérations pour le test du modèle hydrologique : critères de performance de calage (Cal) et d'évaluation (Eval), Loglikelihood (LogLik), critère de Nash et Sutcliffe (Nash) et RMSE, et temps de simulation de l'algorithme DREAM ( $t_s$ )

Etapas de l'analyse	Critères de performance						
	LogLik Cal	LogLik Eval	Nash Cal	Nash Eval	Rmse Cal	Rmse Eval	$t_s$ (min)
1 <sup>ère</sup>	2042	13546	0.81	0.80	0.13	0.09	9.7
2 <sup>ème</sup>	12143	62048	-0.39	-0.40	0.21	0.14	10
3 <sup>ème</sup>	12151	62092	0.43	0.42	0.18	0.13	11
4 <sup>ème</sup>	2042	13558	0.81	0.80	0.13	0.09	9.5

### 1<sup>ère</sup> itération (6+1): modèle hydrologique à 6 paramètres et hypothèses des MCO

Pour la première analyse, l'hypothèse classique des Moindres Carrés Ordinaires est considérée. 7 paramètres sont donc calés : 6 pour le modèle hydrologique et 1 pour le modèle d'erreur.

On trouve un bon jeu optimal (Nash > 0.8), avec des valeurs des critères de performance comparables pour la période de calage et la période d'évaluation (Tableau 17.4). Cela met en évidence la pertinence du choix de la période de calage. L'algorithme DREAM converge rapidement vers la distribution *a posteriori*, au bout de 750 itérations, comme le montre le diagnostic de convergence pour les 7 paramètres de calage (Figure 17.1).

L'analyse des hydrogrammes simulés et observés (Figure 17.2) montre que globalement le débit est bien reproduit. Une sous-estimation des pics les plus importants est cependant parfois observée, et certains petits événements sont aussi parfois mal reproduits. La Figure 17.3 montre l'exemple de deux pluies assez importantes sur la période de calage (du 14 au 18 mai 2007) et de deux pluies sur la période d'évaluation (du 3 au 7 juillet 2008).

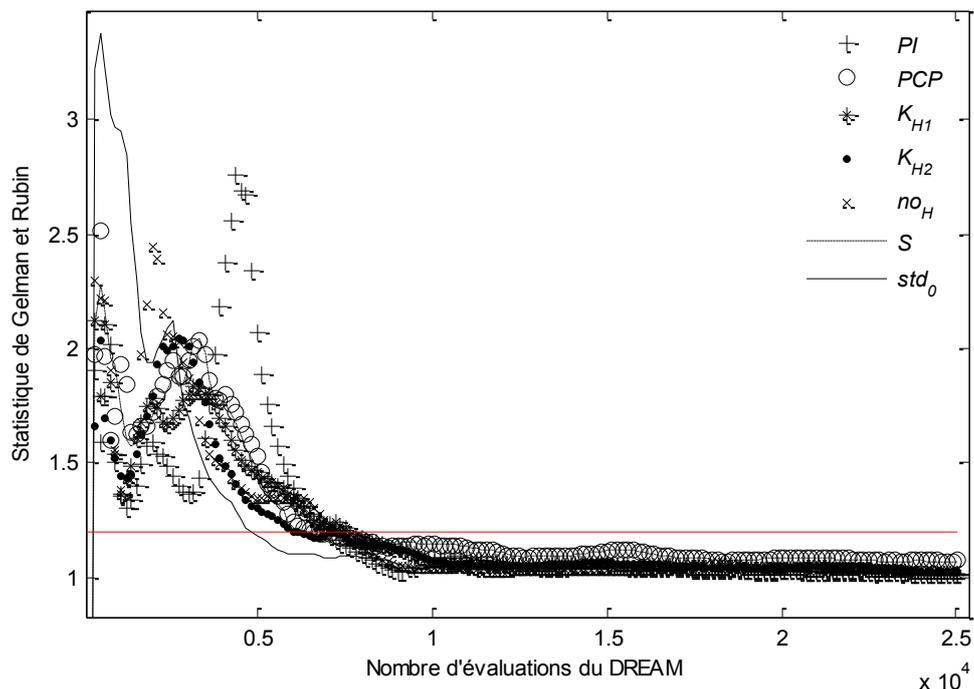


Figure 17.1. Diagnostic de convergence des paramètres (statistique de Gelman et Rubin), pour les 7 paramètres de calage (modèle hydrologique et modèle d'erreur) ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

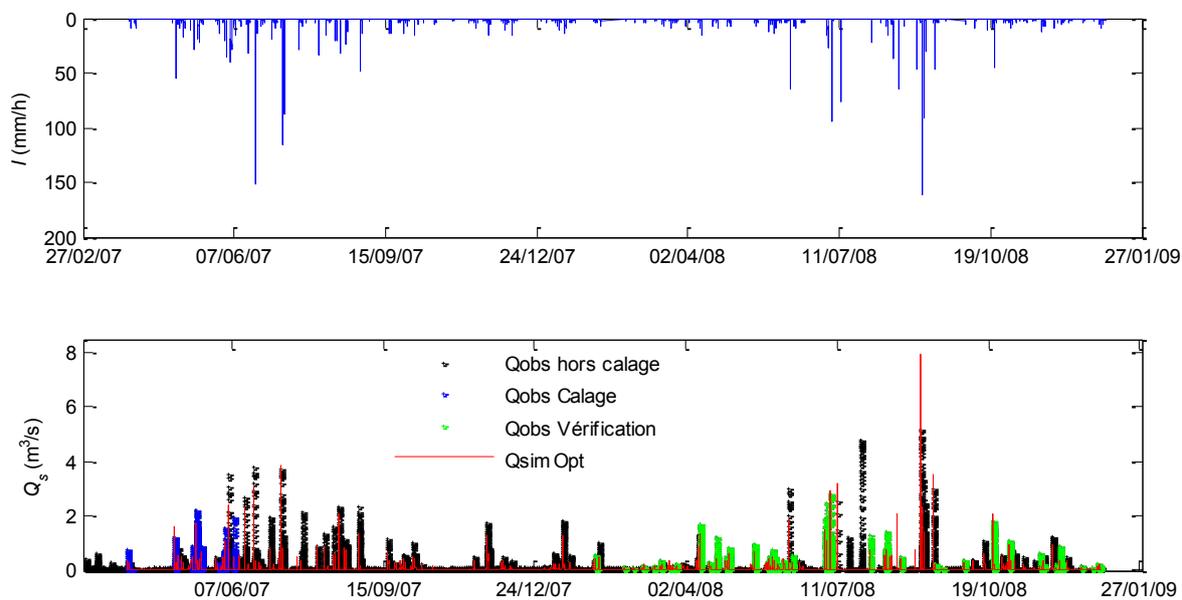


Figure 17.2. Hydrogrammes simulés (en rouge) et observés (en noir) ; la période de calage est indiquée en bleu et la période d'évaluation en vert ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> étape de test

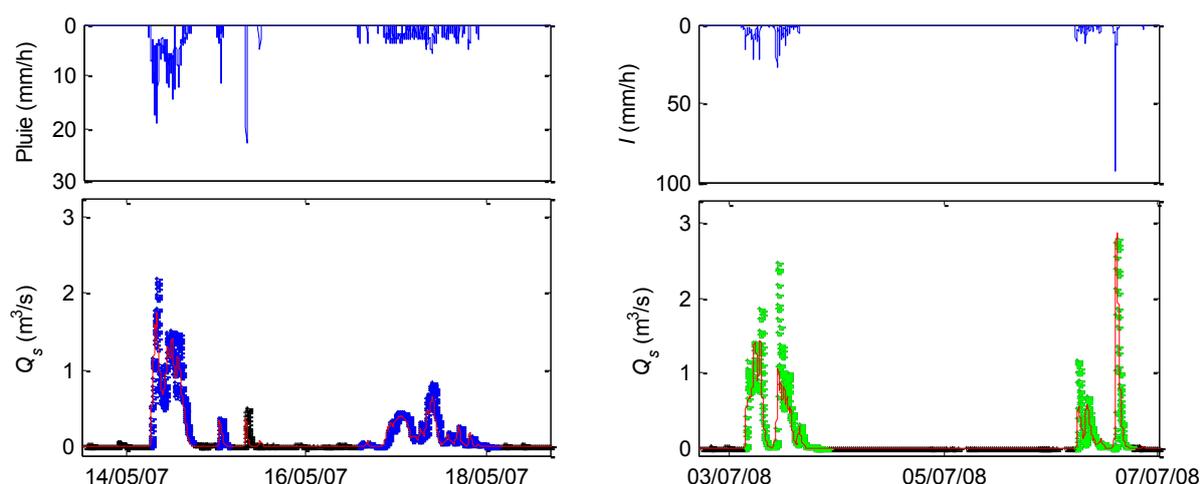


Figure 17.3. Exemples d'événements (zooms de la Figure 17.2) pour la période de calage (à gauche) et la période d'évaluation (à droite) ; les données simulées sont en rouge, celles de calage en bleu et celles de l'évaluation en vert ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

En revanche, l'analyse des distributions et de la corrélation des paramètres met en évidence que certains paramètres ne sont pas sensibles (Figure 17.4). Les distributions sont représentées pour les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov. Ainsi la surface active  $S$  et le paramètre de retard  $to_H$  présentent des distributions uniformes. Pour ce dernier, l'analyse montre qu'il peut être fixé à 0 : cela signifie qu'un modèle réservoir linéaire double sans retard suffit.

Les lag-time des réservoirs linéaires  $K_{H1}$  et  $K_{H2}$  sont en revanche bien identifiés avec des distributions *a priori* suffisamment larges. On observe cependant une corrélation significative entre les deux paramètres. Nous avons néanmoins décidé de conserver dans la suite les deux réservoirs. Les paramètres  $PCP$  et  $S$  montrent également une forte corrélation, suggérant qu'un des 2 peut être fixé.

Enfin, les tracés des valeurs du logarithme de la vraisemblance en fonction des paramètres (Figure 17.5) confirment ces résultats : le maximum de vraisemblance est bien identifié pour les paramètres  $K_{H1}$ ,  $K_{H2}$  et  $std_0$  à l'inverse des paramètres  $PI$ ,  $PCP$  et  $to_H$  pour lesquels les nuages de point ne montrent pas de structuration. Ces graphiques sont difficiles à interpréter, du fait de la projection de la vraisemblance sur un espace à deux dimensions. De plus s'ils confirment les résultats de l'analyse des distributions, ils n'apportent aucune information supplémentaire. Dans la suite nous ne systématiserons donc pas le tracé des vraisemblances.

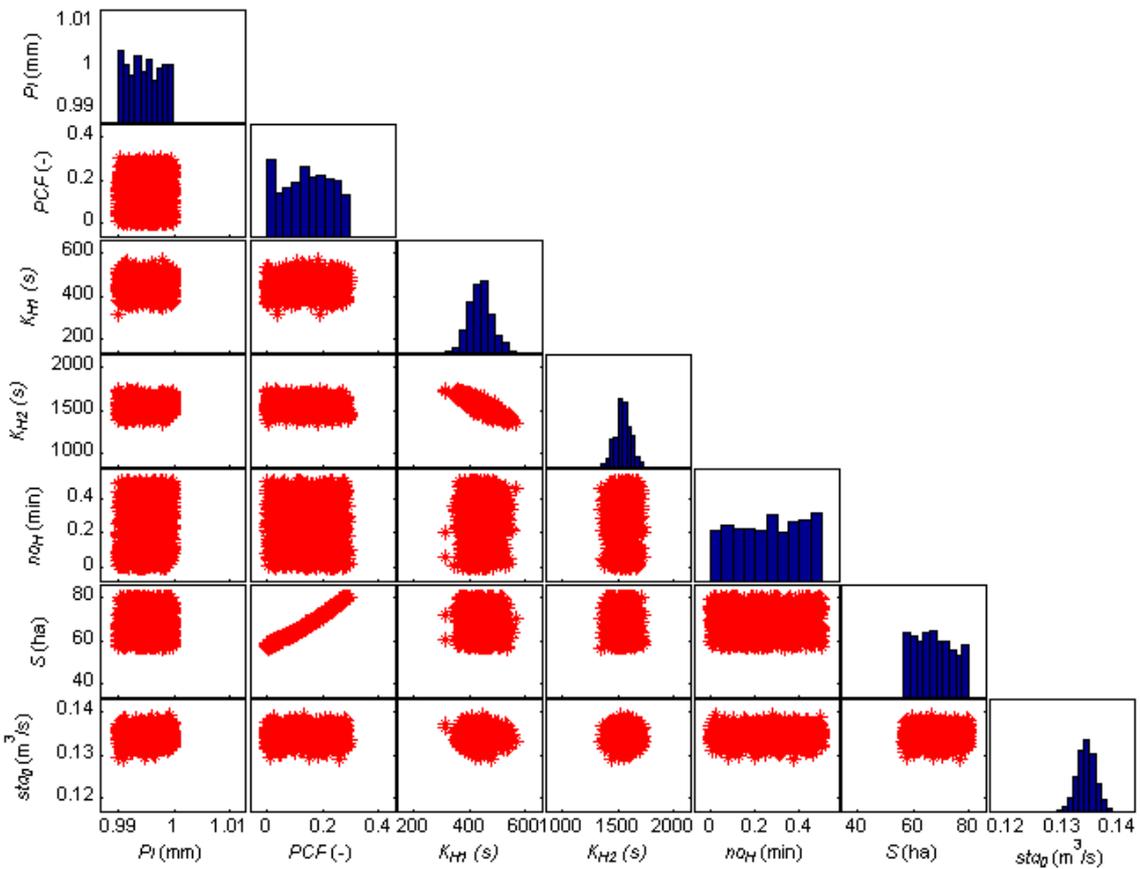


Figure 17.4. Distribution *a posteriori* des paramètres et corrélations des paramètres deux à deux ; établies avec les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

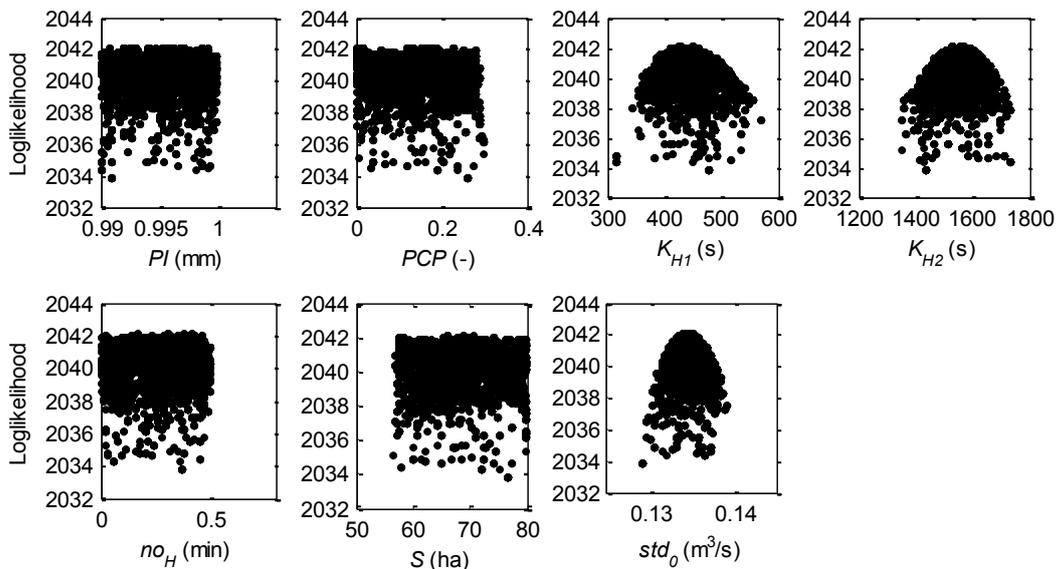


Figure 17.5. Analyse de sensibilité de la vraisemblance aux paramètres : représentation simple dans un plan de la loglikelihood en fonction des paramètres de calage du modèle hydrologique ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

L'analyse des résidus montre que les hypothèses ne sont pas vérifiées (Figure 17.6). Les résidus présentent une forte hétéroscédasticité et une importante auto-corrélation. Le modèle d'erreur utilisé ne permet donc pas de représenter de manière fiable les intervalles de prédiction à 95 %. La Figure 17.7 montre ces derniers calculés sur la période de calage, avec les intervalles de confiance liés à l'estimation des paramètres et les intervalles de confiance totaux. La Figure met bien en évidence la surestimation des intervalles pour les petites valeurs, avec des valeurs inférieures négatives, et la sous-estimation parfois des grandes valeurs. Un zoom sur les journées du 14 et 15 mai 2007 (Figure 17.8) de la période de calage montre que l'incertitude liée à l'estimation des paramètres est négligeable par rapport à l'incertitude totale.

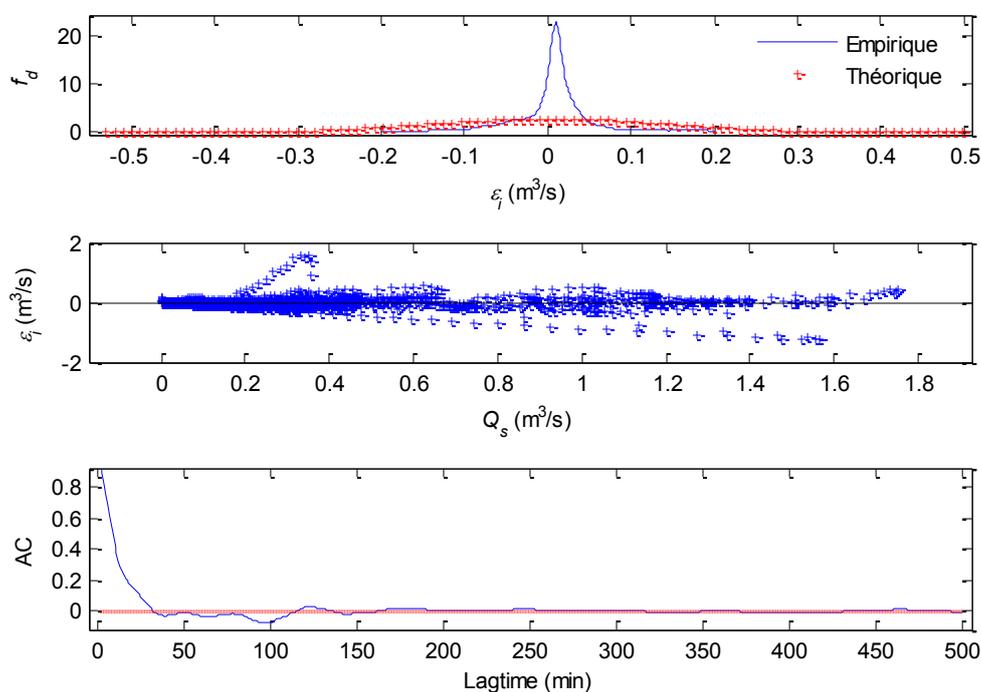


Figure 17.6. Caractéristiques des résidus : fonctions de densité ( $f_d$ ) empirique et théorique, valeurs des résidus en fonction du débit simulé et coefficient d'auto-corrélation (AC) ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

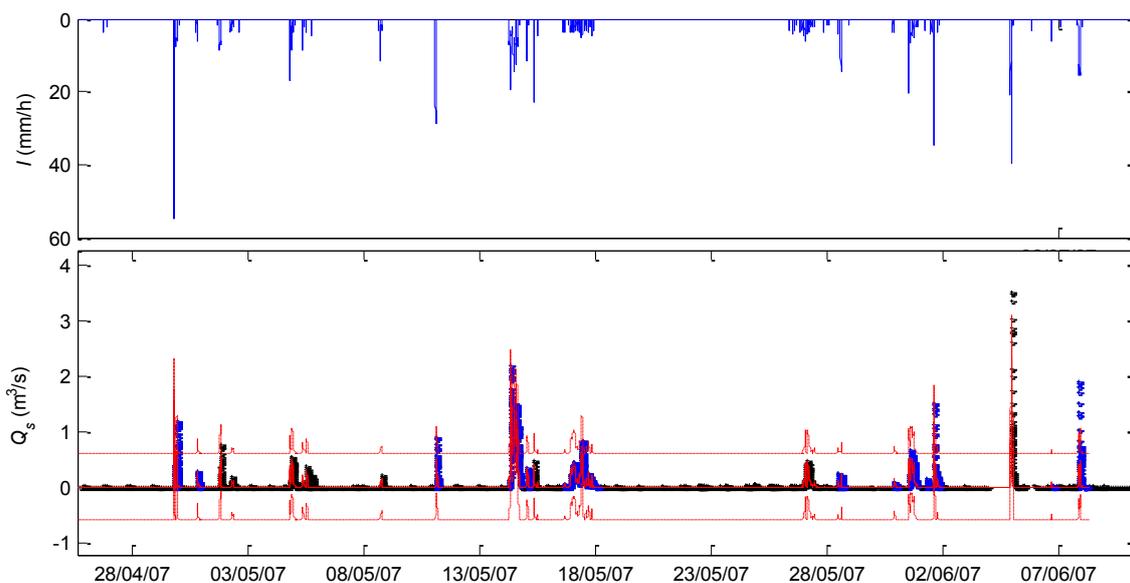


Figure 17.7. Intervalles de confiance à 95 %, liés à l'estimation des paramètres et totaux sur la période de calage ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

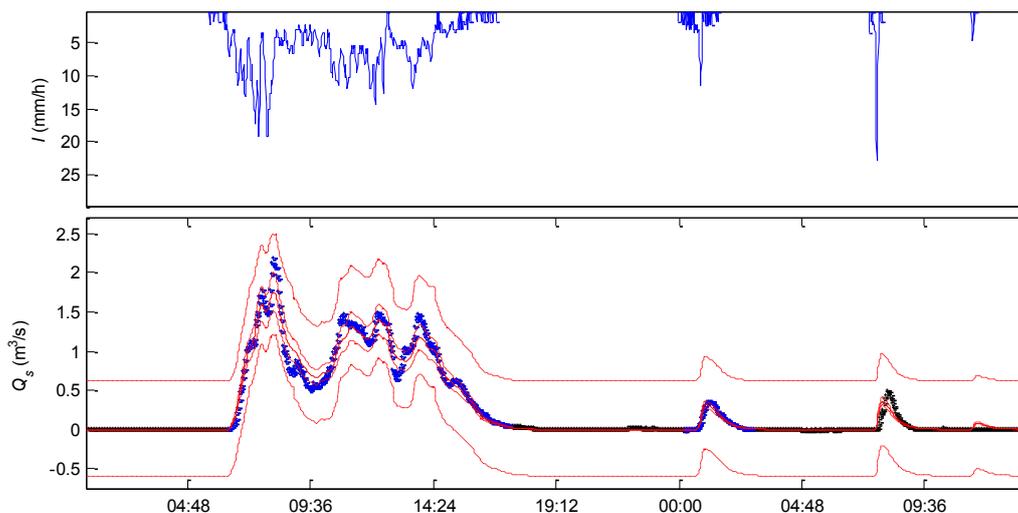


Figure 17.8. Intervalles de confiance à 95 %, liés à l'estimation des paramètres et totaux sur les journées du 14 et 15 mai 2007 de la période de calage (Zoom de la Figure 17.7) ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération

**2<sup>ème</sup> itération (4+4) : modèle hydrologique à 4 paramètres et modèle d'erreur global à 4 paramètres :  $std_0$ ,  $std_1$ ,  $\beta$  et  $\Phi_1$**

A partir des résultats de l'analyse de la première itération, le paramètre de retard  $to_H$  a été fixé à 0 et la surface active du bassin versant à son estimation de 54 ha. Une simplification de la structure du modèle hydrologique est donc testée, avec seulement 4 paramètres de calage. De

plus, un modèle d'erreur à 4 paramètres,  $std_0$ ,  $std_1$ ,  $\beta$  et  $\Phi_1$ , est considéré afin de mieux prendre en compte les caractéristiques des résidus, dans l'objectif d'améliorer les résultats de calage.

Les résultats montrent d'abord qu'avec le nouveau modèle d'erreur, les hypothèses sur les résidus sont mieux vérifiées (Figure 17.9). Il reste encore une autocorrélation significative jusque sur des durées de 17 minutes, mais elle est néanmoins beaucoup plus faible que dans la première itération.

Les paramètres du modèle hydrologique sont bien identifiés (Figure 17.10). Une corrélation entre les paramètres  $std_1$  et  $PCP$  est notable. La distribution de  $\beta$  est proche de 1, ce qui permet de mieux représenter l'effet de Kurtosis des résidus.

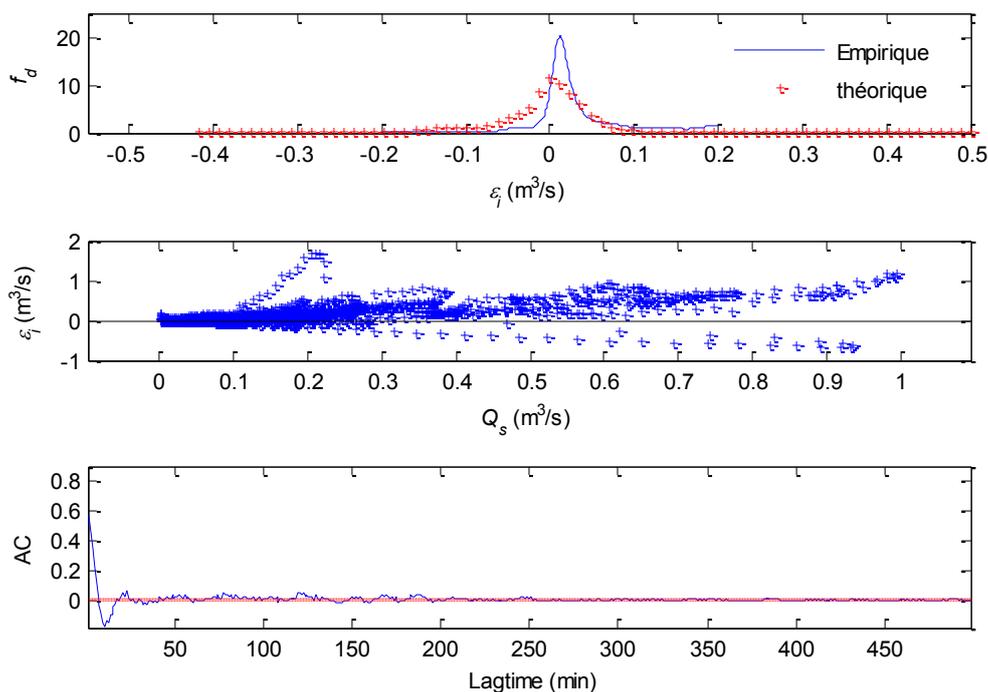


Figure 17.9. Caractéristiques des résidus : fonctions de densité empirique et théorique, valeurs des résidus en fonction du débit simulé et coefficient d'auto-corrélation (AC) ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 2<sup>ème</sup> itération

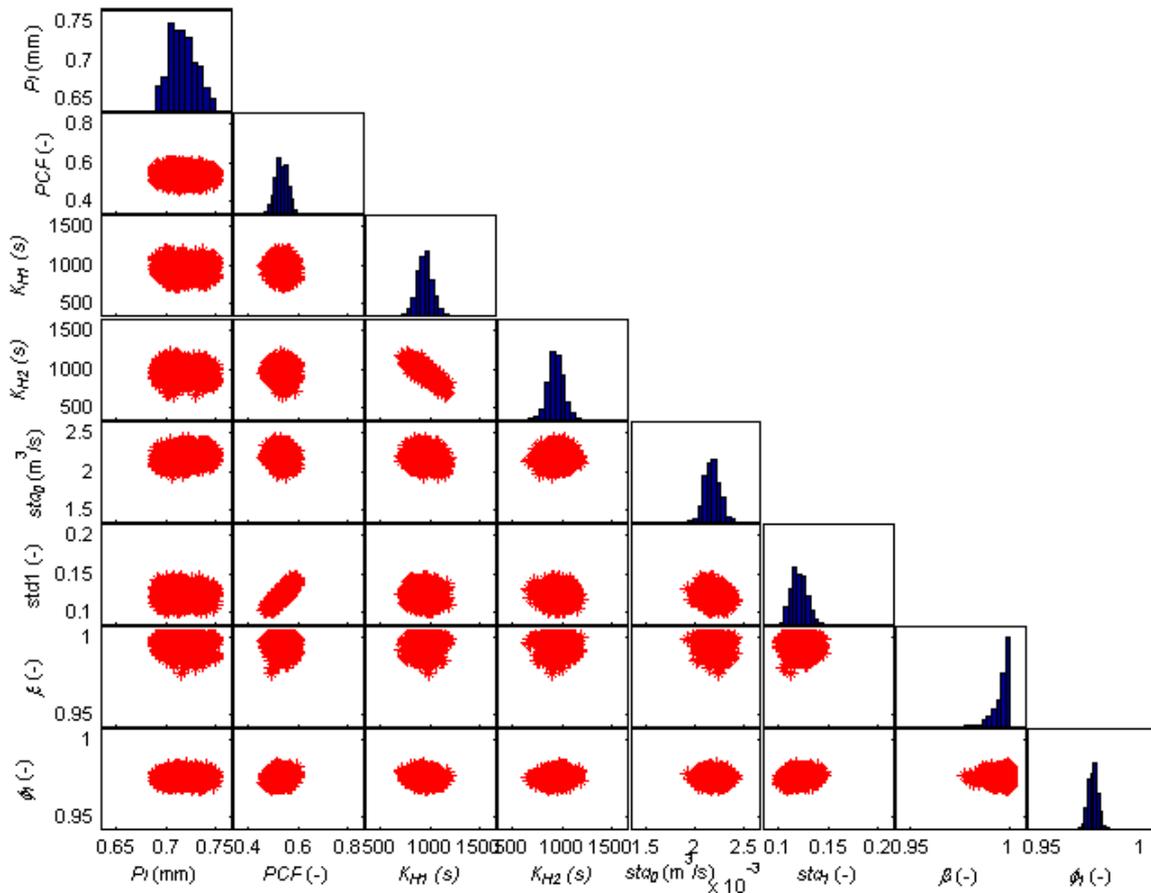


Figure 17.10. Distribution *a posteriori* des paramètres et corrélations des paramètres deux à deux ; établies avec les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 2<sup>ème</sup> itération

Les hypothèses sur les résidus étant mieux vérifiées, les intervalles de confiance sont plus réalistes (Figure 17.11), ce qui correspond bien à une valeur de la loglikelihood plus élevée pour le jeu optimal (12 143 contre 2 042 pour la première itération). En revanche, la simulation optimale ne reproduit que médiocrement le débit observé (Tableau 17.4) et l'incertitude liée à l'estimation des paramètres est plus importante que dans la première itération (Figure 17.12). Différents essais prenant en compte différentes combinaisons des paramètres du modèle d'erreur (résultats non présentés) ont montré que ce problème vient du paramètre  $\Phi_1$ . Ceci a déjà été observé par Schoups et Vrugt (2010a), qui expliquent ce résultat par un modèle d'erreur non adapté, ne parvenant pas à compenser l'erreur de structure du modèle. Schoups et Vrugt (2010a) suggèrent d'essayer de corriger l'autocorrélation aux ordres supérieurs en fixant la valeur du/des paramètres d'autocorrélation, sans les optimiser lors du calage. Les différents essais suivant ces recommandations (résultats non présentés) n'ont pas permis d'obtenir de meilleurs résultats. Une autre possibilité proposée par Schoups et Vrugt (2010a) est de prendre en compte un éventuel biais sur les résidus.

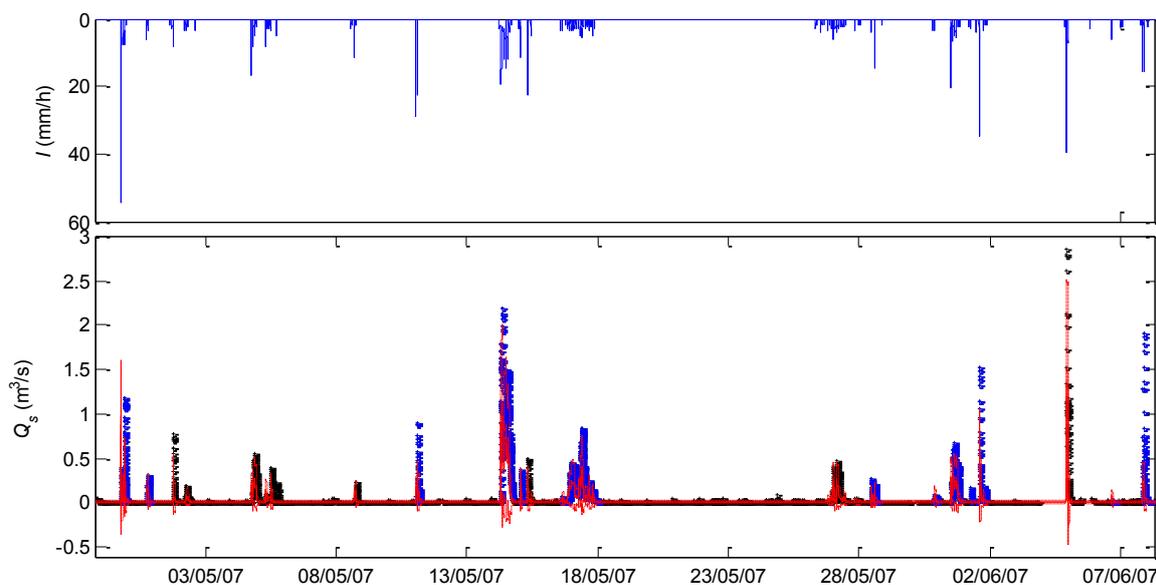


Figure 17.11. Intervalles de confiance à 95 %, liés à l'estimation des paramètres et totaux sur la période de calage, résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 2<sup>ème</sup> itération

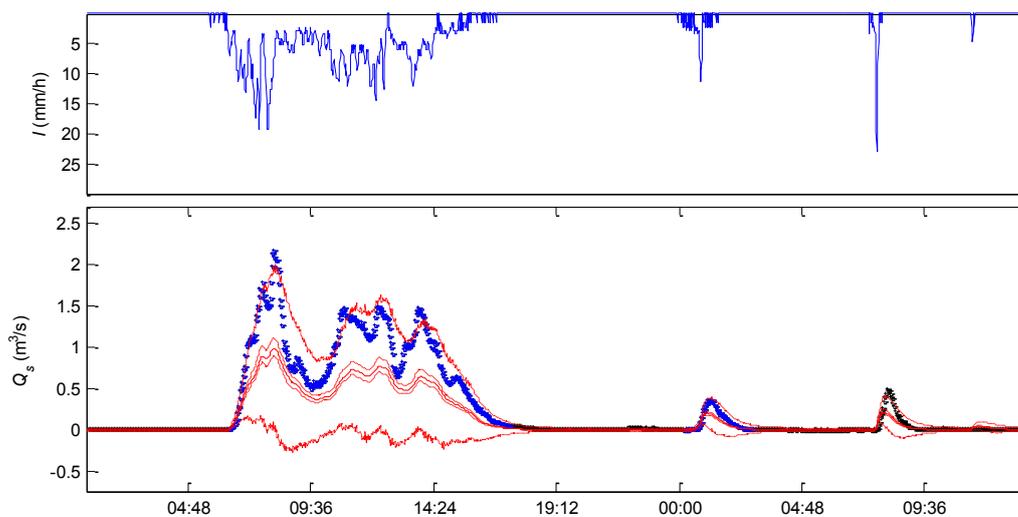


Figure 17.12. Intervalles de confiance à 95 %, liés à l'estimation des paramètres et totaux sur les journées du 14 et 15 mai 2007 de la période de calage (Zoom de la Figure 17.11) ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 2<sup>ème</sup> itération

**3<sup>ème</sup> itération (4+5) : modèle hydrologique à 4 paramètres et modèle d'erreur global à 5 paramètres :  $std_0$ ,  $std_1$ ,  $\beta$ ,  $\Phi_1$  et  $\mu_h$**

Une dernière itération a été effectuée en prenant en compte le paramètre de biais  $\mu_h$  dans le modèle d'erreur. Les bornes inférieures et supérieures des distributions *a priori* des paramètres ont été réduites (Tableau 17.5) à partir de l'analyse des résultats de la 2<sup>ème</sup> itération.

Tableau 17.5. Bornes minimum et maximum des distributions *a priori* des paramètres du modèle d'erreur considérés dans l'algorithme DREAM, pour la 3<sup>ème</sup> itération

Paramètres	Borne inférieure	Borne supérieure	Unité
<i>PI</i>	0.5	1	mm
<i>PCP</i>	0.4	1	-
<i>K<sub>H1</sub></i>	10	20	min
<i>K<sub>H2</sub></i>	10	20	min

Si les résultats obtenus permettent d'obtenir un jeu de paramètres optimal meilleur que lors de la 2<sup>ème</sup> itération, les valeurs de Nash en calage et en évaluation restent médiocres (de l'ordre de 0.4). De plus les résidus restent auto-corrélés, le biais dans le modèle d'erreur n'est pas encore corrigé de manière satisfaisante et les intervalles de confiance restent encore très surestimés pour les grandes valeurs. Une hypothèse pour expliquer ces résultats est une mauvaise représentativité de la pluviométrie aux pas de temps de mesure (1 minute), dont l'incertitude ne peut pas être compensée par un simple biais.

### 17.2.2.2 Résultats finaux

Au vu des résultats des différentes itérations, il a finalement été décidé de conserver le jeu optimal obtenu avec l'hypothèse des Moindres Carrés Ordinaires sur les résidus.

#### *4<sup>ème</sup> itération (4+1) : modèle hydrologique à 4 paramètres, hypothèse des MCO*

Un dernier calage a donc été effectué avec la structure simplifiée du modèle à 4 paramètres et l'hypothèse des MCO sur les résidus. Les valeurs du jeu optimal et des critères de performance correspondants sont indiquées dans le Tableau 17.4 (4<sup>ème</sup> itération). Les résultats obtenus sont comparables à ceux obtenus à l'issue de la 1<sup>ère</sup> analyse avec le modèle à 6 paramètres. La Figure 17.13 montre la nouvelle distribution des paramètres du modèle.

Remarque : un test a été effectué en prenant en compte les paramètres d'erreur de la 3<sup>ème</sup> itération mais sans corriger l'auto-corrélation. La performance du modèle en terme de simulation optimale est comparable à celle obtenue avec les MCO (Nash = 0.80). Nous avons donc conservé l'hypothèse des MCO qui nécessite moins de paramètres à caler.

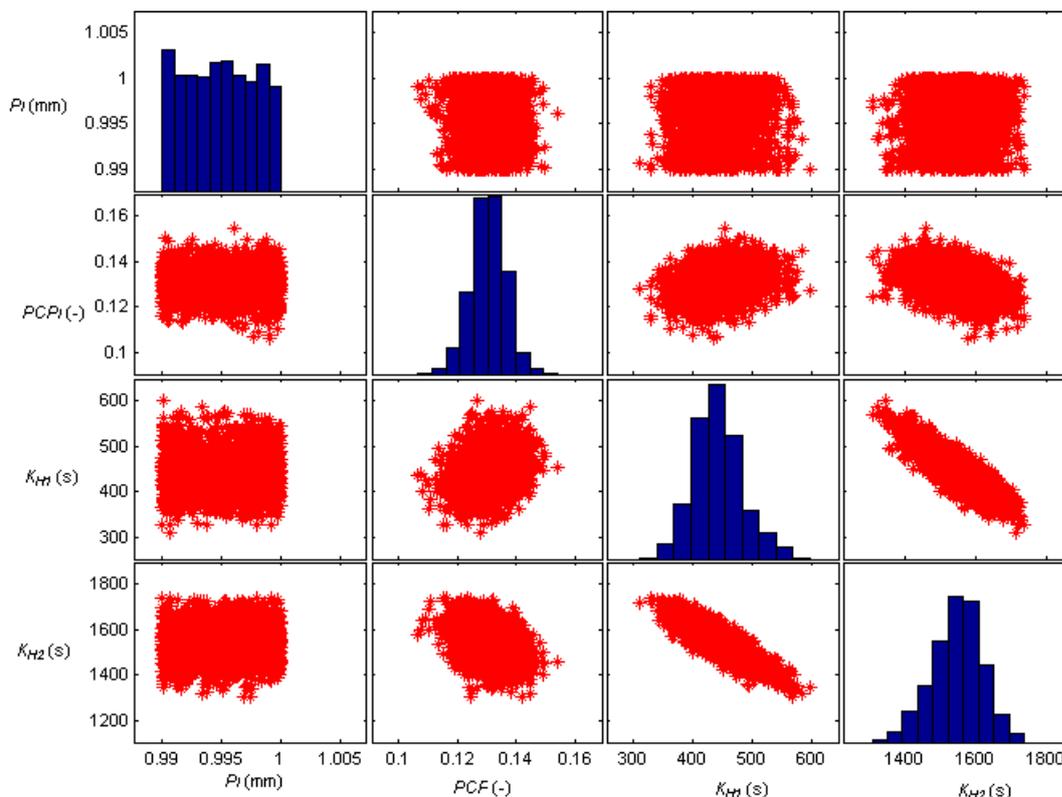


Figure 17.13. Distributions *a posteriori* des paramètres du modèle hydrologique et corrélations des paramètres deux à deux ; établies avec les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov ; résultats pour le modèle hydrologique, site de Chassieu, 4<sup>ème</sup> itération

### 17.2.3 Analyse de sensibilité au choix de la chronique réduite

Le Tableau 17.6 présente les résultats obtenus pour chacune des périodes de calage testées. Les résultats obtenus pour la chronique réduite de printemps sont rappelés. Nous rappelons également que l'analyse itérative du modèle a été effectuée de manière indépendante pour chacune des périodes de calage. Pour chacune, les valeurs optimales des paramètres de la structure du modèle retenu (modèle hydrologique et modèle d'erreur) sont indiquées. Le tableau 17.7 récapitule les valeurs des critères de performance. Les résultats sont discutés dans les paragraphes suivants.

Tableau 17.6. Jeux optimaux de paramètres du modèle hydrologique retenu au terme de l'analyse itérative, pour les différentes périodes de calage testées ; site de Chassieu

Période de calage	Modèle Hydrologique						Modèle Erreur					
	<i>PI</i> (mm)	<i>PCP</i> (-)	<i>K<sub>H1</sub></i> (s)	<i>K<sub>H2</sub></i> (s)	<i>to<sub>H</sub></i> (min)	<i>S</i> (ha)	<i>std<sub>o</sub></i> (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	<i>std<sub>i</sub></i> (-)	<i>β</i> (-)	<i>ξ</i> (-)	<i>M<sub>h</sub></i>	<i>Φ<sub>1</sub></i>
Printemps	0.994	0.13	430	1565	-	-	0.13	-	-	-	-	-
Été	0.993	0.28	745	759	-	-	0.10	-	-	-	-	-
Automne	0.777	0.068	948	-	2	-	0.04	-	-	-	-	-
Hiver	-	0.19	1557	-	14	-	0.04	-	-	-	-	-
Période totale	0.998	0.03	496	1243	-	-	0.08	-	-	-	-	-

Tableau 17.7. Résultats obtenus pour le test du modèle hydrologique pour les différentes périodes de calage testées : critères de performance de calage (Cal) et d'évaluation (Eval), Loglikelihood (LogLik) critère de Nash et Sutcliffe (Nash) et RMSE, et temps de simulation de l'algorithme DREAM (*t<sub>s</sub>*)

Période de calage	Critères de performance						
	LogLik Cal	LogLik Verif	Nash Cal	Nash Verif	Rmse Cal	Rmse Verif	<i>t<sub>s</sub></i> (min)
Printemps	2042	13546	0.81	0.80	0.13	0.09	9.7
Été	1871	14578	0.80	0.74	0.10	0.10	6.5
Automne	9384.5	-42514	0.82	0.74	0.04	0.11	6.3
Hiver	5067.2	-19521	0.86	0.72	0.04	0.11	4.5
Période totale	24795	15372	0.83	0.84	0.08	0.09	174

### 17.2.3.1 Période de calage totale

Les résultats pour la période totale de calage a conduit à des résultats similaires à ceux présentés pour la période de calage réduite de printemps : le modèle à 4+1 paramètres, *PI*, *PCP*, *K<sub>H1</sub>*, *K<sub>H2</sub>*, *std<sub>o</sub>*, a été retenu. L'hypothèse des Moindres Carrés Ordinaires a été retenue pour les mêmes raisons que dans le cas de la chronique de calage de printemps.

Les Figures 17.14 et 17.15 montrent les chroniques simulées et observées et la distribution *a posteriori* des paramètres et leurs corrélations 2 à 2. Le modèle permet de reproduire de manière satisfaisante les débits observés. Les critères de performance sont comparables pour les périodes de calage et d'évaluation. Comme pour le cas de la chronique de printemps, les pics des grandes pluies sont un peu sous-estimés et certaines petites crues surestimées. En revanche les valeurs du jeu optimal sont un peu différentes (Tableau 17.7), même si les formes des distributions des paramètres sont comparables (Figure 17.15).

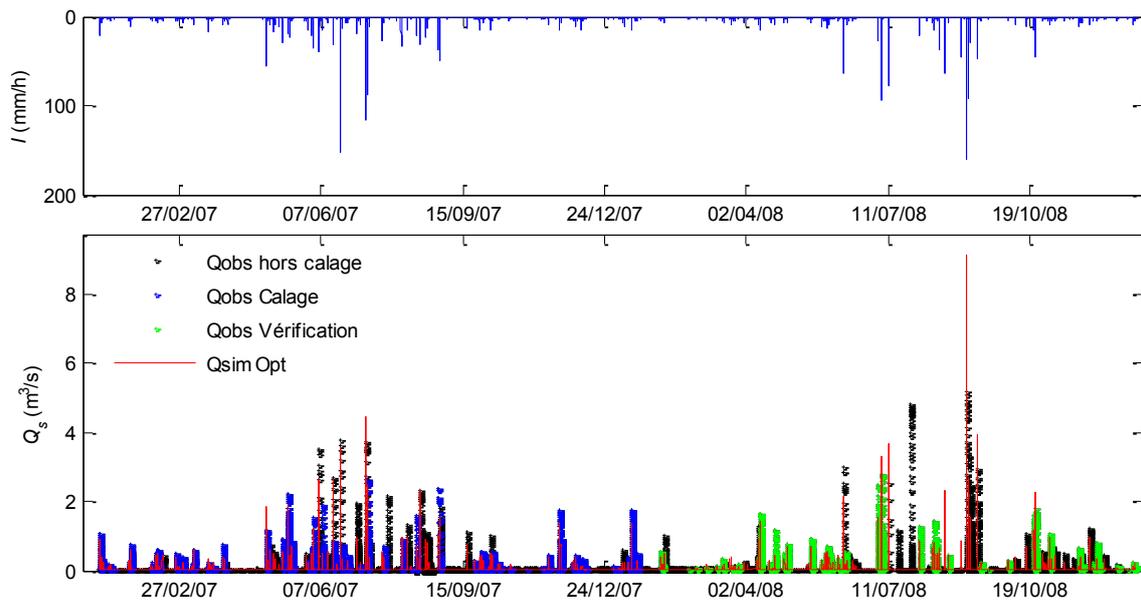


Figure 17.14. Résultats obtenus avec la période de calage totale : hydrogrammes simulés (en rouge) et observés (en noir) ; la période de calage est indiquée en rouge et la période d'évaluation en vert ; résultats pour la structure de modèle hydrologique retenu (4 paramètres et hypothèses des MCO), site de Chassieu

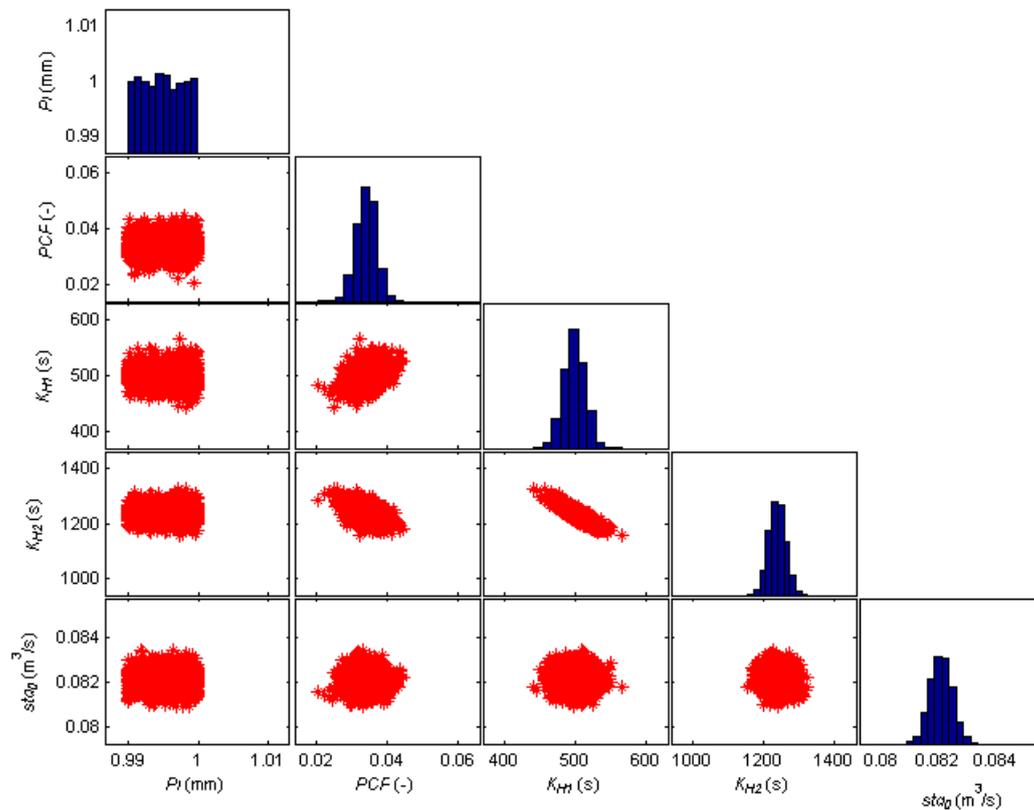


Figure 17.15. Distributions *a posteriori* des paramètres et corrélations des paramètres deux à deux ; établies avec les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov ; résultats pour le modèle hydrologique (structure à 4 paramètres et hypothèses des MCO) ; site de Chassieu ; Calage sur la période entière

Ce résultat confirme donc que la chronique de printemps est représentative de la chronique totale de calage. Les résultats obtenus avec la chronique de calage réduite sont représentatifs en termes de structure du modèle hydrologique et du modèle des résidus.

### 17.2.3.2 Chroniques de calage réduites : été, automne et hiver

#### *Chronique d'été*

Les résultats obtenus avec la chronique de calage d'été sont comparables à ceux obtenus avec la chronique de printemps et la chronique totale, avec cependant des valeurs optimales des paramètres un peu différentes (cf. Tableau 17.6).

#### *Chroniques d'automne et d'hiver*

Pour les chroniques d'automne et d'hiver, les structures optimales du modèle hydrologique retenues varient quelque peu. Dans les deux cas, un réservoir linéaire simple avec retard suffit pour obtenir des résultats satisfaisants et permet d'éviter des problèmes d'identification des paramètres  $K_{H1}$  et  $K_{H2}$ . Ce résultat peut s'expliquer par la prépondérance de petites et moyennes pluies dans les données de calage de ces deux périodes, pour lesquelles l'utilisation d'un réservoir linéaire double n'est pas nécessaire. La valeur de la surface active a également été fixée étant donnée sa forte corrélation avec le paramètre  $PCP$ . Dans le cas de la chronique d'hiver, le paramètre  $PI$  est très mal identifié et le critère de Gelman et Rubin (1992) a beaucoup de mal à converger. Ce résultat s'explique par le fait que les pluies de la période de calage sont particulièrement petites. Les incertitudes sur la pluie sont donc certainement plus grandes, avec des problèmes de non représentativité de la mesure. Aussi le modèle de perte initiale n'a pas été considéré ( $PI = 0$ ).

Pour les deux chroniques, les résidus se rapprochent davantage d'une distribution normale et ne présentent pas d'hétéroscédasticité significative. En revanche, l'auto-corrélation est toujours importante, sur plus de 2 heures. La prise en compte des paramètres  $\beta$  et  $\varphi_1$  dans le modèle d'erreur permet de réduire l'auto-corrélation de manière significative pour des pas de temps supérieurs à 40 minutes. En revanche, comme pour les cas précédents, ceci est au détriment de la pertinence des intervalles de confiance et de la valeur du jeu optimal qui sous-estime largement le débit observé. Aussi, l'hypothèse des MCO a été conservée pour l'optimisation des paramètres.

Les résultats obtenus sur la période d'évaluation sont moins bons, avec pour la plupart des événements une sous-estimation importante des pics de débit et parfois une mauvaise estimation des petites pluies. Si les ordres de grandeur des coefficients de Nash et Sutcliffe (1970) restent comparables pour le calage et l'évaluation, la valeur de la loglikelihood devient en revanche négative sur la période d'évaluation. Ceci suggère que les hypothèses des MCO sont encore moins adaptées sur la période d'évaluation.

## 17.2.4 Conclusions

Etant donné notre objectif, les meilleurs résultats ont été obtenus en simplifiant la structure du modèle de 6 à 4 paramètres et avec un modèle simple d'erreur, sous hypothèses des Moindres Carrés Ordinaires. Les essais successifs de modèles d'erreurs plus complexes ont mis en évidence l'incapacité du modèle global d'erreur à représenter de manière satisfaisante les

résidus observés. L'inadaptabilité du modèle d'auto-corrélation peut être due au fait de travailler à des pas de temps très courts en liaison avec la rapidité des processus propres au domaine de l'assainissement urbain.

L'application du principe d'apprentissage montre cependant qu'il est possible d'améliorer de manière itérative la structure du modèle. Il semble que ceci soit possible même sous l'hypothèse du modèle d'erreur des MCO qui n'est qu'approximatif.

Les résultats de l'analyse de sensibilité à la chronique de calage ont permis de vérifier *a posteriori* l'hypothèse que la chronique réduite de printemps était représentative de la chronique de calage totale. Ces résultats ont été obtenus pour le modèle hydrologique sur le site de Chassieu. Nous ferons l'hypothèse dans la suite qu'ils sont extrapolables pour le modèle de qualité. Cette hypothèse de travail peut de toute façon être vérifiée *a posteriori* en effectuant une analyse comparative avec la période de calage totale.

Enfin, les résultats des tests obtenus en utilisant d'autres chroniques de calage spécifiques (hiver, automne et été), confirment bien l'importance des données de calage utilisées pour l'obtention de résultats de modélisation représentatifs.

## 17.3 Calage du modèle qualité

### 17.3.1 Distribution *a priori* des paramètres

Comme pour le modèle hydrologique, nous avons adopté des distributions *a priori* uniformes pour les paramètres, faute d'informations supplémentaires disponibles. Pour les paramètres du modèle global d'erreur, les distributions *a priori* considérées pour le calage du modèle hydrologique ont été reprises (cf. Tableau 17.2). Pour les paramètres du modèle qualité, les bornes minimum et maximum des distributions ont été fixées en fonction des connaissances locales sur les bassins versants et/ou des valeurs de la littérature. Le tableau 17.8 récapitule, par module, les bornes des distributions *a priori* des paramètres. Les paragraphes suivants expliquent pour chacun des modules comment les bornes ont été fixées. Nous rappelons que les paramètres du modèle hydrologique sont fixés (cf. Tableau 17.4, 4<sup>ème</sup> itération).

#### *Accumulation sur la surface et dans le réseau en temps sec*

- $Ms_{max}$  : l'accumulation maximum à l'échelle globale du bassin versant a été fixée à 2 500 kg, à partir des valeurs des masses événementielles de MES observées à l'exutoire pour des événements caractérisés par de longues périodes de temps sec. Il s'agit là d'un ordre de grandeur que nous supposons suffisamment élevé. Une valeur minimum de 500 kg a été fixée.
- $Ms_{ini}$  : la masse initiale de sédiments a été fixée *a priori* entre 0 et la masse maximum.
- $k_s$  : pour le paramètre d'accumulation, nous nous sommes appuyés sur les études de Kanso (2004) qui a testé un modèle d'accumulation comparable. Une distribution uniforme entre 0 et  $5 J^{-1}$  a été fixée.

**Erosion sur la surface en temps de pluie**

- *ARRA* : comme pour  $k_s$ , nous nous sommes appuyés sur les résultats d'études antérieures pour fixer les ordres de grandeur du paramètre d'arrachement des sédiments par la pluie : Bertrand-Krajewski (1992) trouve une valeur optimale de  $0.18 \text{ mm}^{-1}$ , qui est également considérée par défaut dans le logiciel SWMM, Kanso (2004) trouve pour les chaussées des valeurs optimales comprises entre 0.023 et 0.39 et pour les tronçons entre 0.01 et 0.2. Nous avons donc choisi une distribution *a priori* large entre 0.001 et 0.5.
- $a$  : sur la base des résultats de calage de Briat (1995), les bornes pour le coefficient multiplicateur de la pluie  $a$  ont été fixées entre 0 et 0.7.

**Transfert dans le réseau**

Pour les constantes du réservoir linéaire double  $K_{Q1}$  et  $K_{Q2}$  et le paramètre de retard du réservoir  $to_Q$ , nous avons considéré les mêmes bornes que celles utilisées pour le calage du modèle hydrologique.

Tableau 17.8. Distributions *a priori* des paramètres pour le modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert de niveau de complexité NC1, pour le site de Chassieu : bornes inférieures (Borne inf) et supérieure (Borne sup) des distributions

Processus modélisés	Paramètre	Borne inf	Borne sup	Unité
Accumulation sur la surface et dans le réseau (TS)	$k_s$	0	2	$\text{J}^{-1}$
	$Ms_{max}$	500	2500	kg
	$Ms_{ini}$	0	2500	kg
Erosion sur la surface (TP)	<i>ARRA</i>	0.001	0.5	$\text{mm}^{-1}$
	$a$	0	0.07	$\text{mm}^{-1} \cdot \text{h}$
Transfert dans le réseau	$K_{Q1}$	1	20	min
	$K_{Q2}$	5	45	min
	$no_Q$	0	20	min

**17.3.2 Résultats**

Comme pour le modèle hydrologique, nous ne présentons pas ici tous les détails des résultats de chacune des 7 itérations effectuées, mais présentons les étapes du raisonnement. Les résultats sont présentés plus en détail pour la structure finale de modèle retenue.

**17.3.2.1 Itérations**

Les résultats des différentes itérations sont présentés dans les tableaux 17.9 et 17.10, respectivement pour les valeurs du jeu de paramètres optimal et pour les critères de performance. 7 itérations ont été réalisées jusqu'à la structure finale de modèle retenu. Pour les premières itérations et jusqu'à élimination des problèmes d'identification des paramètres, nous avons adopté, pour le modèle d'erreur, les hypothèses des Moindres Carrés Ordinaires. Cette stratégie a été adoptée au vu des conclusions sur le test du modèle hydrologique, pour lequel la structure du modèle a pu être améliorée, malgré les hypothèses non vérifiées des MCO.

Tableau 17.9. Jeu optimal de paramètres obtenu pour les différentes itérations, pour le modèle de qualité de niveau de complexité NC1 ; site de Chassieu

Itérations	1 <sup>ère</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>	7 <sup>ème</sup>
$k_s$ (J <sup>-1</sup> )	0.0999	1.9773	9.983	85.18	139.53	89.74	125.07
$Ms_{ini}$ (kg)	3898	-	-	-	-	-	-
$Ms_{max}$ (kg)	1272.8	1108	1020	1032	1044	1432	921
$ARRA$ (mm <sup>-1</sup> )	0.0340	0.0260	0.0284	0.0275	0.0270	0.0011	0.0198
$a$ (mm <sup>-1</sup> .h)	0.0290	0.0315	0.0317	0.0318	0.0317	0.0699	0.0428
$K_{Q1}$ (min)	11.0	19.5	11.7	11.6	11.3	2.90	12.4
$K_{Q2}$ (min)	20.0	11.1	19.1	-	-	-	-
$no_Q$ (min)	1	2	1	-	-	-	-
$std_0$ (kg.m <sup>-3</sup> )	0.1284	0.1275	0.1277	0.1267	0.1270	0.0117	0.0553
$std_1$ (-)	-	-	-	-	-	0.997	0.073
$\beta$ (-)	-	-	-	-	-	0.999	0.999
$\zeta$ (-)	-	-	-	-	-	-	-
$\mu_h$ (kg.m <sup>-3</sup> )	-	-	-	-	-	-	-
$\Phi_1$ (-)	-	-	-	-	-	0.955	-

Tableau 17.10. Résultats des itérations pour le test du modèle qualité de niveau NC1 : critères de performance de calage (Cal) et d'évaluation (Eval), Loglikelihood (LogLik), critère de Nash et Sutcliffe (Nash) et RMSE, temps de simulation de l'algorithme DREAM ( $t_s$ ) et nombre de simulations de l'algorithme effectuées ( $N_{conv}$ )

Itérations	Critères de performance							$N_{conv}$
	LogLik Cal	LogLik Eval	Nash Cal	Nash Eval	Rmse Cal	Rmse Eval	$t_s$ (min)	
1 <sup>ère</sup>	2204	9604	-3.8	-25.6	0.1298	0.1478	-	50100
2 <sup>ème</sup>	2226	9390	-3.8	-29.2	0.1289	0.1494	50	26250
3 <sup>ème</sup>	2231	9421	-3.9	-27.9	0.1288	0.1492	-	26700
4 <sup>ème</sup>	2238	9394	-3.9	-27.9	0.1285	0.1493	51	23100
5 <sup>ème</sup>	2238	9383	-4	-28.3	0.1285	0.1494	-	23250
6 <sup>ème</sup>	9809	43151	-135	-889.3	0.1433	0.1610	-	30000
7 <sup>ème</sup>	5239	9644	-3.8	-49.8	0.1296	0.1524	96	50100

L'analyse montre que, quelle que soit la structure de modèle testé, les critères de performance sont très mauvais, avec des valeurs du coefficient de Nash et Sutcliffe fortement négatives et des performances en évaluation détériorées par rapport à celles en calage.

#### **Itérations 1 à 5 (8+1) : modèle qualité à 8 paramètres et hypothèses des MCO**

La première itération constitue en réalité un premier essai pour lequel des bornes trop larges ont été considérées par erreur pour les paramètres  $K_{Q1}$  et  $K_{Q2}$  du réservoir linéaire. Nous avons choisi de présenter cette étape, dans la mesure où elle a mis en évidence le problème d'identifiabilité de  $K_{Q1}$  et  $K_{Q2}$ , qui peuvent prendre symétriquement les mêmes valeurs. Ceci se traduit par une difficulté de convergence de ces paramètres dont la valeur du critère de Gelman et Rubin (1992) ne parvient pas, après 50 100 itérations, à passer sous la valeur seuil (Figure

17.16). D'autres essais (non présentés ici) ont également mis en évidence la sensibilité du calage à la valeur du paramètre  $Ms_{ini}$ . Pour éviter ce problème, nous avons fixé dans la suite des tests la valeur de  $Ms_{ini}$  égale à la valeur de  $Ms_{max}$ . Nous faisons donc l'hypothèse qu'en début de simulation l'intégralité du stock de sédiments est disponible sur la surface du bassin.

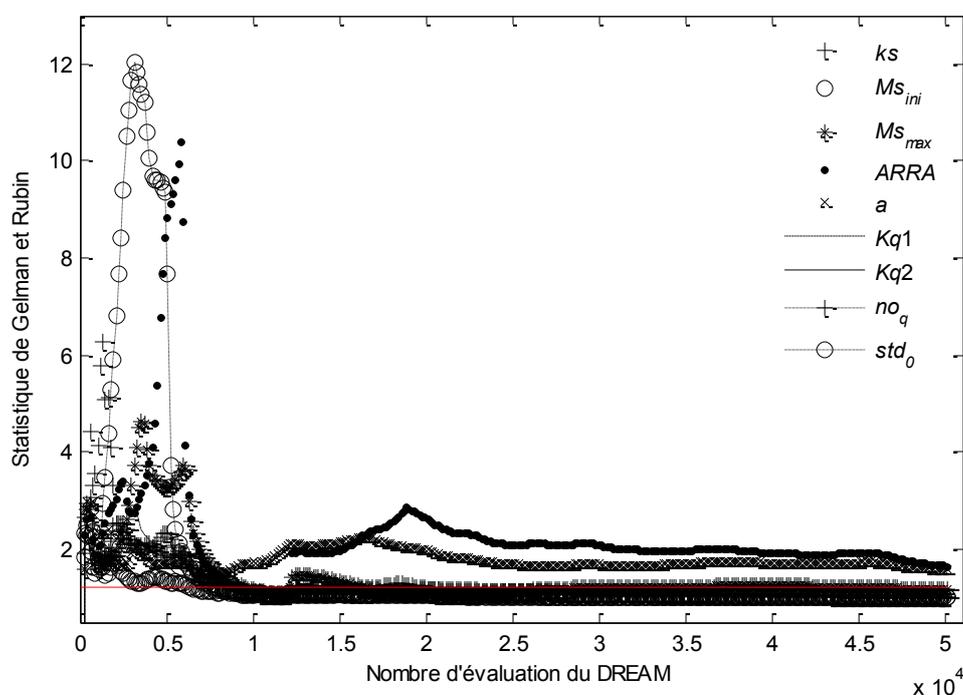


Figure 17.16. Diagnostic de convergence des paramètres (critère de Gelman et Rubin), pour les paramètres de calage (modèle qualité et modèle d'erreur) ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NC1), site de Chassieu, 1<sup>ère</sup> itération ; les valeurs du critère pour les paramètres  $K_{Q1}$  et  $K_{Q2}$  ne parviennent pas en dessous de la valeur seuil

Pour la deuxième itération, nous avons adopté des bornes *a priori* plus appropriées pour les paramètres  $K_{Q1}$  et  $K_{Q2}$  (cf. Tableau 17.8). Les distributions de ces derniers sont cette fois mieux identifiées (Figure 17.17) mais montrent néanmoins une corrélation linéaire significative. Pour le paramètre  $k_s$ , la distribution *a posteriori* est nettement tronquée à la valeur 2, suggérant que la distribution *a priori* pour ce paramètre n'est pas assez large. Ce paramètre est relatif à l'accumulation des sédiments de temps sec. Cela suggère donc que lors des épisodes de temps sec le modèle sous-estime la vitesse de reconstitution du stock de sédiments. Une corrélation significative est également observée entre les paramètres  $ARRA$  et  $Ms_{max}$ , ce qui n'est pas vraiment étonnant étant donné que par construction ils peuvent se compenser. Enfin, si le paramètre  $to_Q$  du réservoir linéaire double est bien identifié, sa valeur la plus probable est faible (proche de 1 minute).

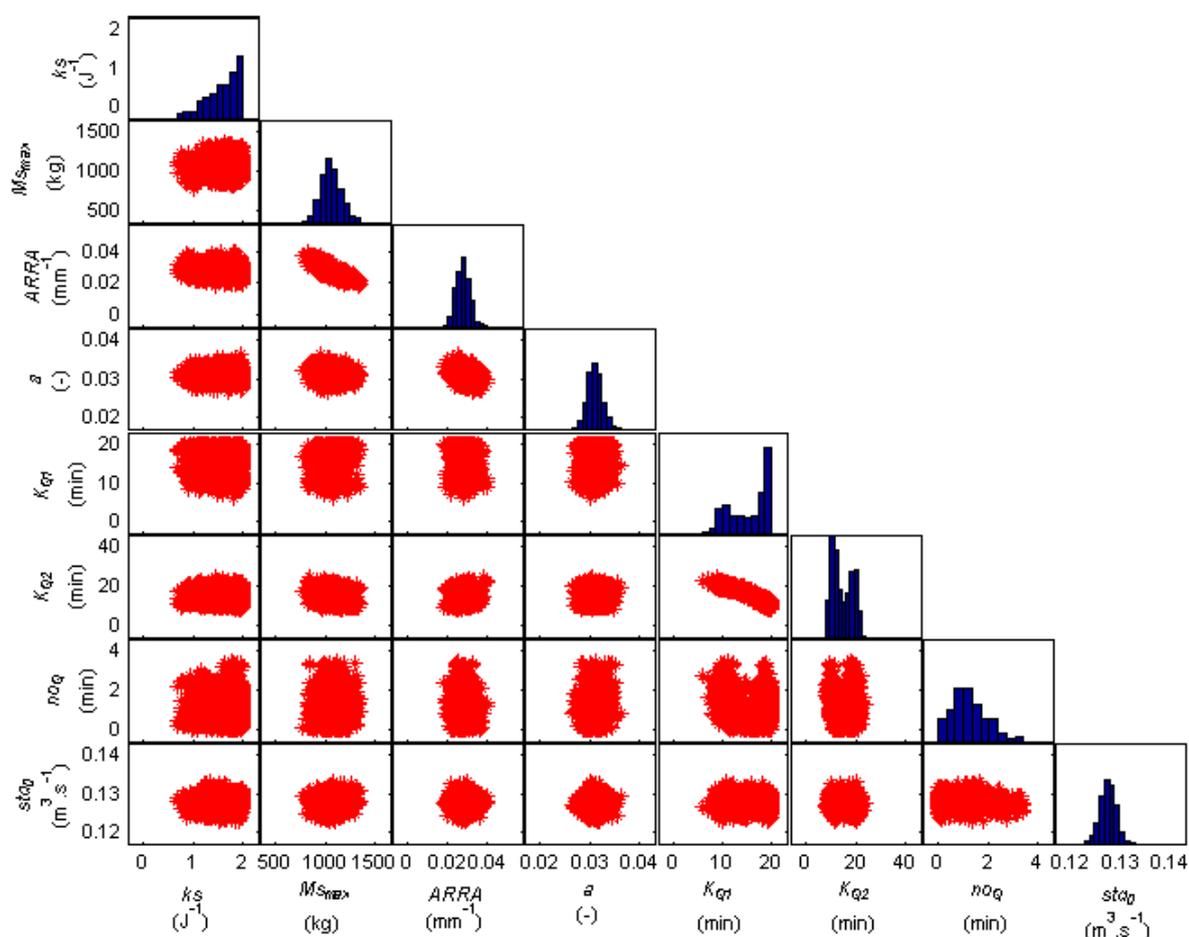


Figure 17.17. Distributions *a posteriori* des paramètres et corrélations des paramètres deux à deux ; établies avec les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NC1), site de Chassieu ; 2<sup>ème</sup> itération

Dans la troisième itération, la valeur maximum de la borne maximum pour  $k_s$  a été fixée à 10. Les résultats obtenus sont comparables avec ceux de l'étape précédente avec une distribution de  $a$  convergeant toujours vers sa borne maximum (résultats non présentés) et des critères de performance comparables.

#### ***Itérations 4 et 5 (6+1) : modèle qualité à 6 paramètres et hypothèses des MCO***

Dans les 4<sup>ème</sup> et la 5<sup>ème</sup> itérations, nous avons testé des valeurs pour la borne maximum de  $k_s$  de 100 et 150  $J^{-1}$ , ce qui revient à envisager la possibilité qu'il y a une reconstitution quasi-instantanée du stock de sédiments en temps sec. De plus, nous avons testé la prise en compte d'un modèle à réservoir linéaire simple sans retard. En terme de critères de performance, les résultats obtenus sont comparables à ceux de l'étape précédente, avec toujours un peu plus de 20 000 itérations pour parvenir à échantillonner 15 000 jeux suivant la distribution *a posteriori*. Les paramètres sont mieux identifiés (Figure 17.18, 5<sup>ème</sup> itération). La prise en compte d'un réservoir linéaire double et d'un retard n'est donc pas nécessaire.

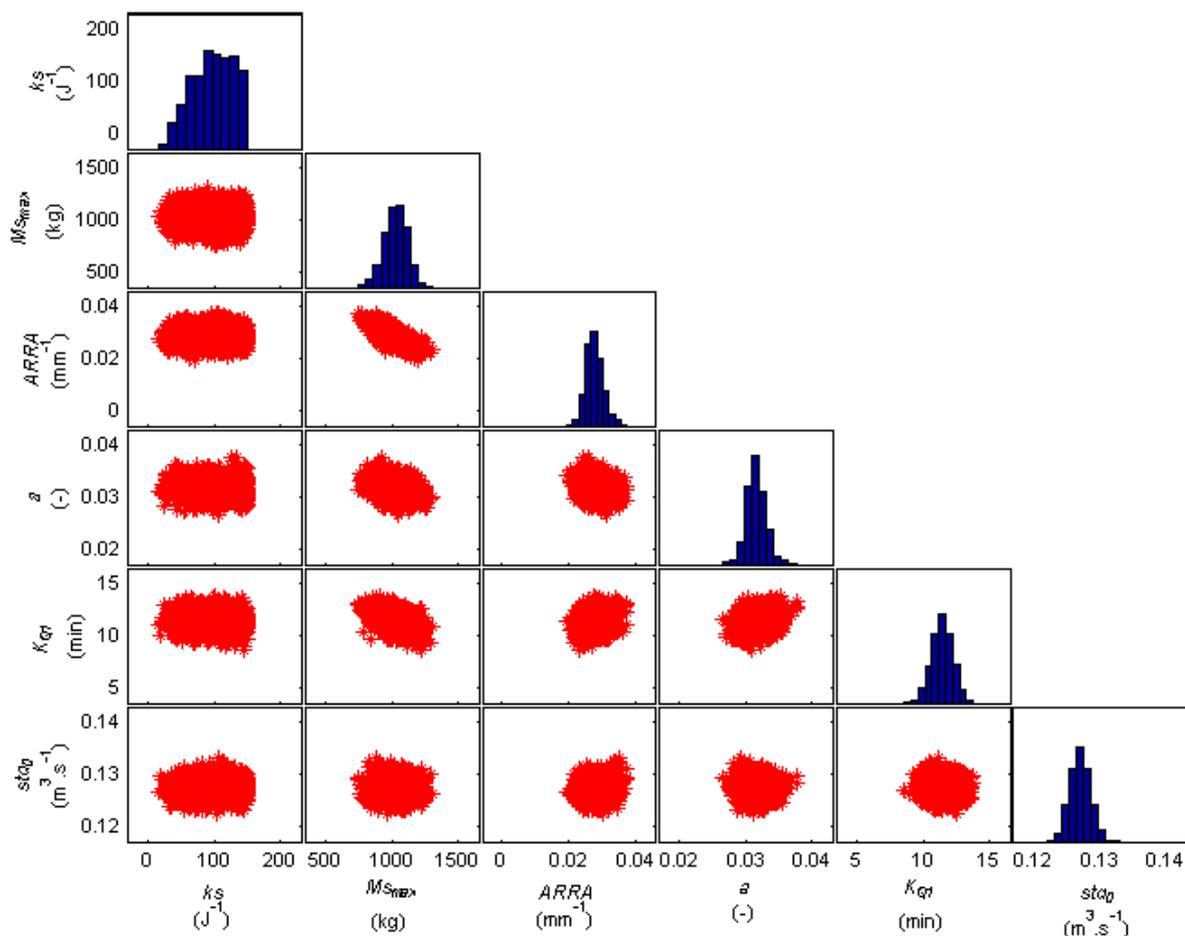


Figure 17.18. Distributions *a posteriori* des paramètres et corrélations des paramètres deux à deux ; établies avec les 5 000 derniers jeux de la chaîne de Markov ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NC1), site de Chassieu, 5<sup>ème</sup> itération

**Itérations 6 (6+2) et 7 (6+3) : modèle qualité à 6 paramètres et modèle d'erreur global à 4 et 3 paramètres :  $std_0$ ,  $std_1$ ,  $\beta$  et  $\Phi_1$  (6<sup>ème</sup> itération) et  $std_0$ ,  $std_1$ ,  $\beta$  (7<sup>ème</sup> itération)**

Dans les itérations 6 et 7, nous avons testé un modèle d'erreur plus complet, selon le même principe que pour le modèle hydrologique. La prise en compte d'un modèle d'auto-corrélation du 1<sup>er</sup> ordre (6<sup>ème</sup> itération) provoque une détérioration importante du jeu optimal (Nash Cal = 135 et Nash Eval = -889). De plus, l'hypothèse sur la distribution des résidus n'est pas vérifiée. Dans la 7<sup>ème</sup> itération, nous avons seulement pris en compte l'hétéroscédasticité des résidus et l'effet de Kurtosis (paramètres  $std_1$  et  $\beta$ ). Si l'hypothèse de distribution est mieux vérifiée, le diagnostic de convergence met en revanche en évidence la difficulté des paramètres  $ARRA$  et  $a$  à converger, même après plus de 50 000 itérations de l'algorithme DREAM. Encore une fois un modèle de résidus de type GLF ne semble pas adapté, dans la mesure où le calage des paramètres du modèle d'erreur s'effectue au détriment des paramètres du modèle de qualité. Comme dans le cas du modèle hydrologique, il n'est pas possible à ce stade de l'analyse, de proposer un modèle de résidus permettant l'estimation d'intervalles de prédiction fiables. Les Figures 17.19 à 17.21 montrent les résultats des tests de vérification du modèle d'erreur adopté dans les 5<sup>ème</sup>, 6<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> itérations.

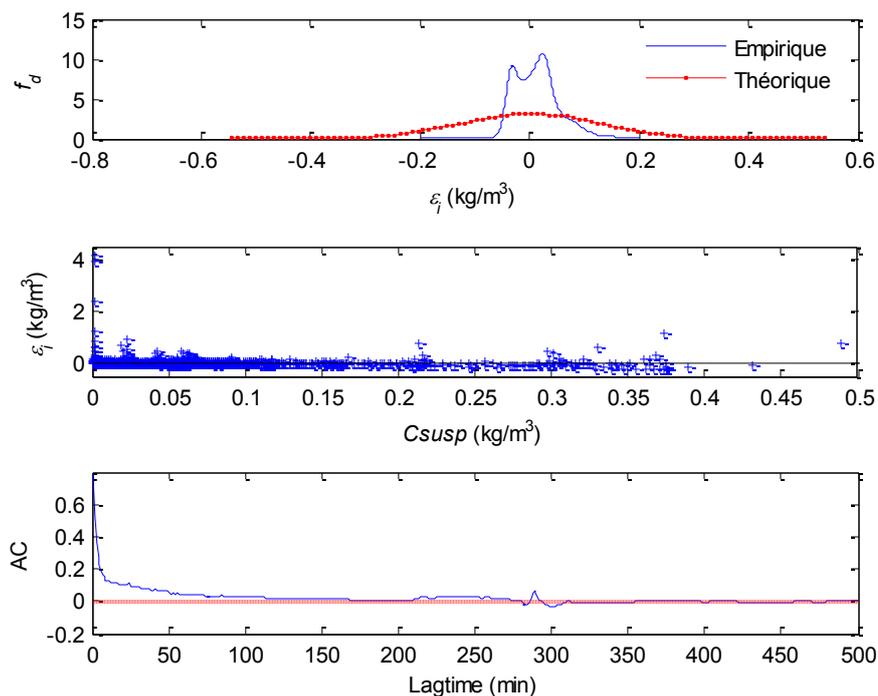


Figure 17.19. Caractéristiques des résidus : fonctions de densité empirique et théorique, valeur des résidus en fonction de la concentration simulée et coefficient d'auto-corrélation (AC) ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NC1), site de Chassieu, 5<sup>ème</sup> itération

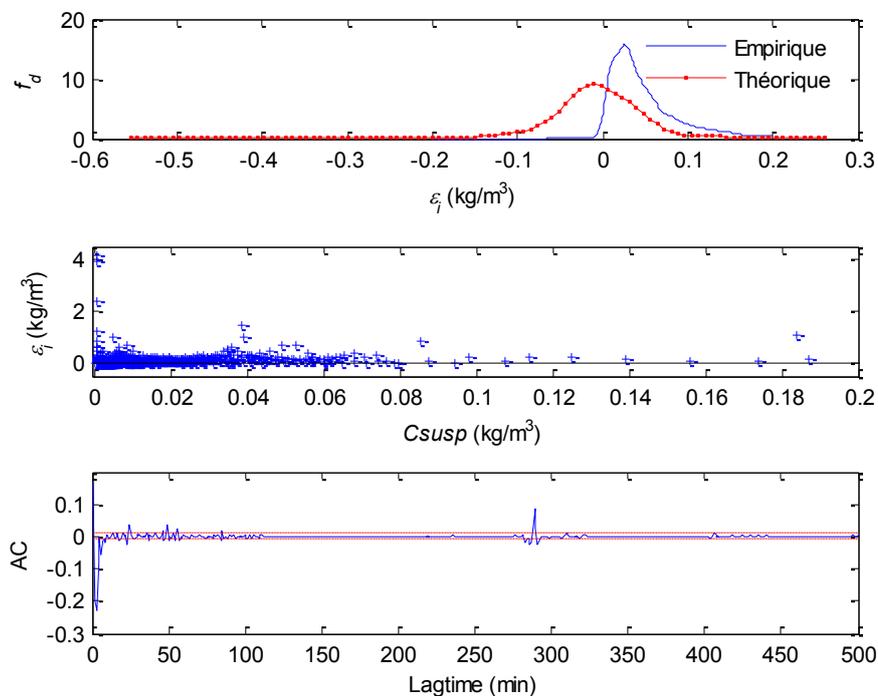


Figure 17.20. Caractéristiques des résidus : fonctions de densité empirique et théorique, valeur des résidus en fonction de la concentration simulée et coefficient d'auto-corrélation (AC) ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NC1), site de Chassieu, 6<sup>ème</sup> itération

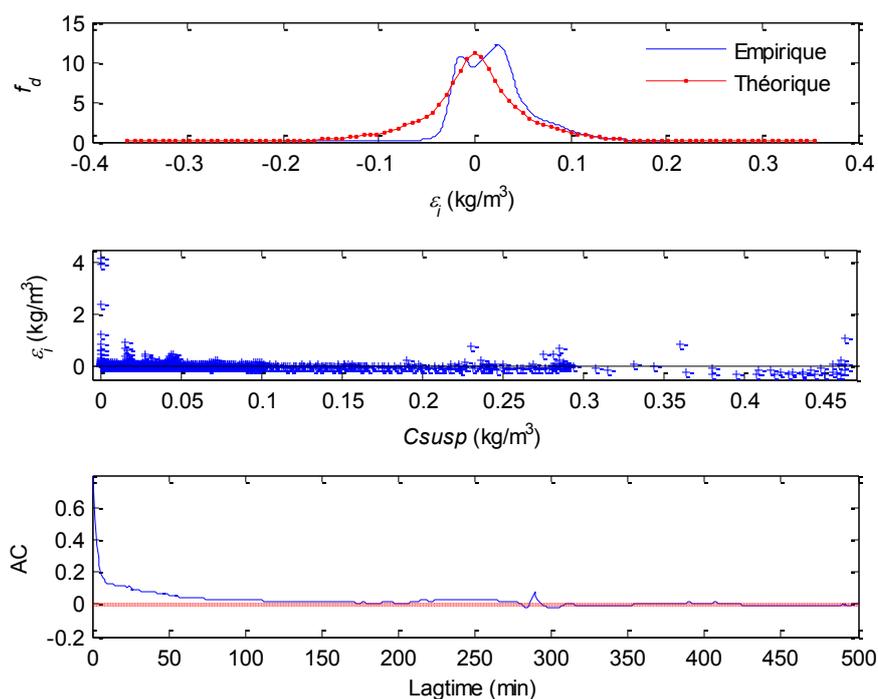


Figure 17.21. Caractéristiques des résidus : fonctions de densité empirique et théorique, valeur des résidus en fonction de la concentration simulée et coefficient d'auto-corrélation (AC) ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NC1), site de Chassieu, 7<sup>ème</sup> itération

### 17.3.2.2 Résultats avec le modèle de la 5<sup>ème</sup> itération

Pour les mêmes raisons que le choix de la structure du modèle hydrologique, nous avons retenu la structure du modèle qualité simplifiée de la 5<sup>ème</sup> itération, sous les hypothèses des Moindres Carrés Ordinaires. La Figure 17.22 montre les résultats du calage sur la totalité de la période 2007-2008. Les Figures 17.23 et 17.24 montrent des zooms, respectivement sur la période de calage (10 au 18 mai 2007) et sur la période d'évaluation (du 24 mai au 1<sup>er</sup> juin 2008). Sur chaque figure sont représentés l'intensité de pluie, le débit, la concentration en MES et la masse accumulée sur le bassin versant, les valeurs observées et simulées avec le jeu optimal de paramètres.

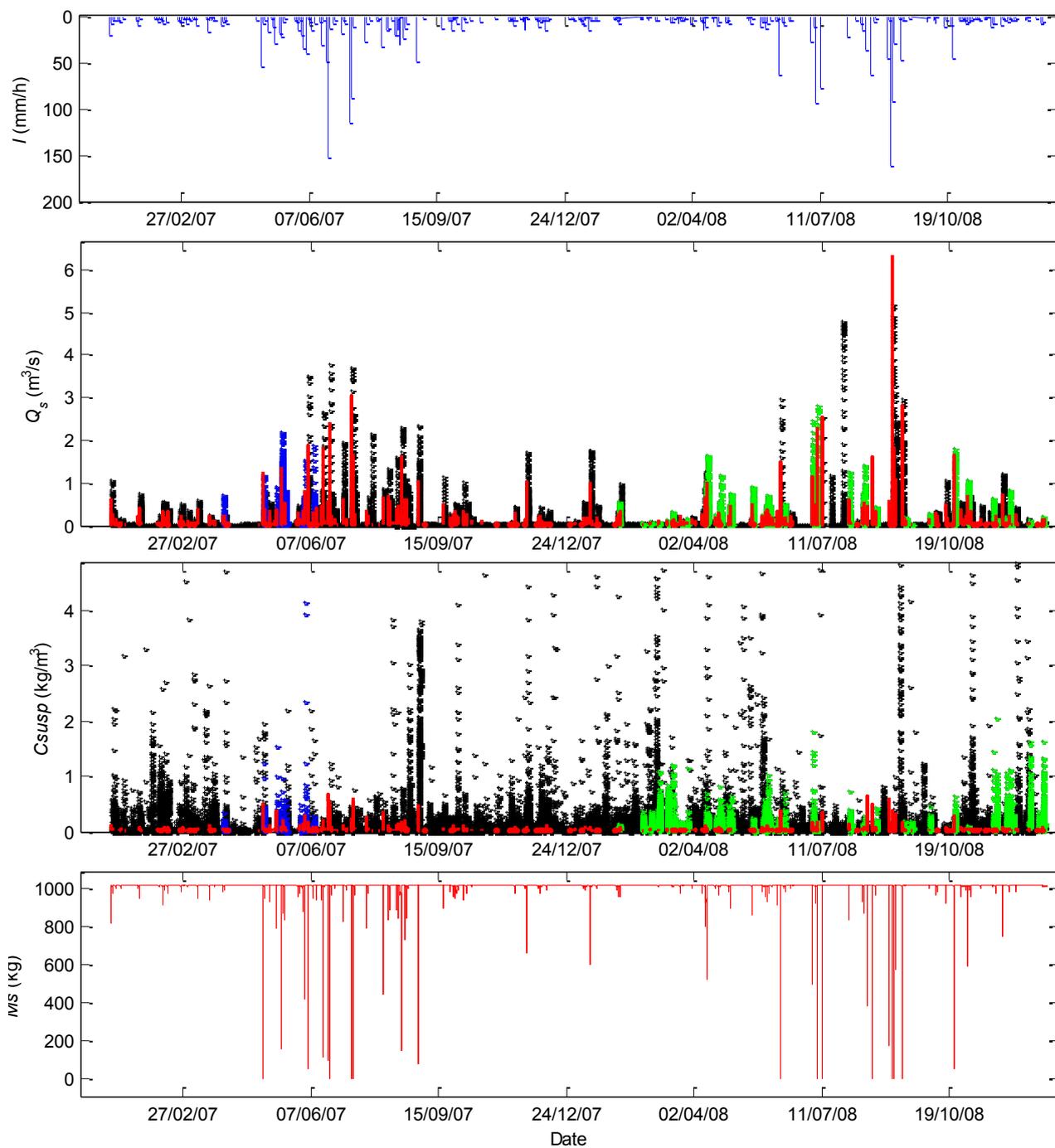


Figure 17.22. Résultats sur la période de calage totale ; hydrogrammes et pollutogrammes simulés (en rouge) et observés (en noir) ; de haut en bas : l'intensité de pluie, le débit, la concentration en MES et la masse accumulée sur le bassin versant ; la période de calage est indiquée en bleu et la période d'évaluation en vert ; résultats pour le modèle qualité (niveau de complexité NCI) ; site de Chassieu ; 5<sup>ème</sup> itération

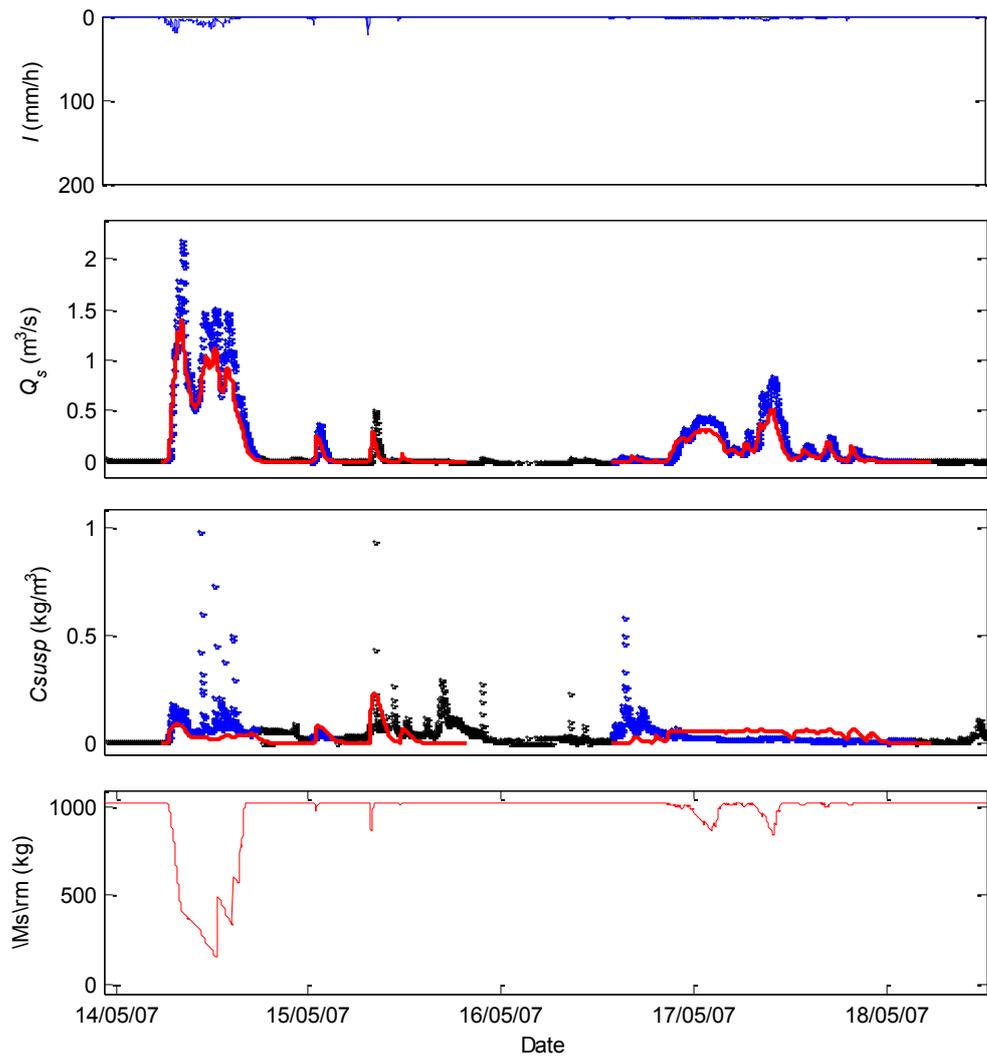


Figure 17.23. Exemple d'événements (zooms de la Figure 17.22) pour la période de calage du 14 au 18 mai 2007 ; de haut en bas : l'intensité de pluie, le débit, la concentration en MES et la masse accumulée sur le bassin versant ; les données simulées sont en rouge, celles de calage en bleu ; résultats pour le modèle de qualité (niveau de complexité NC1) ; site de Chassieu ; 5<sup>ème</sup> itération

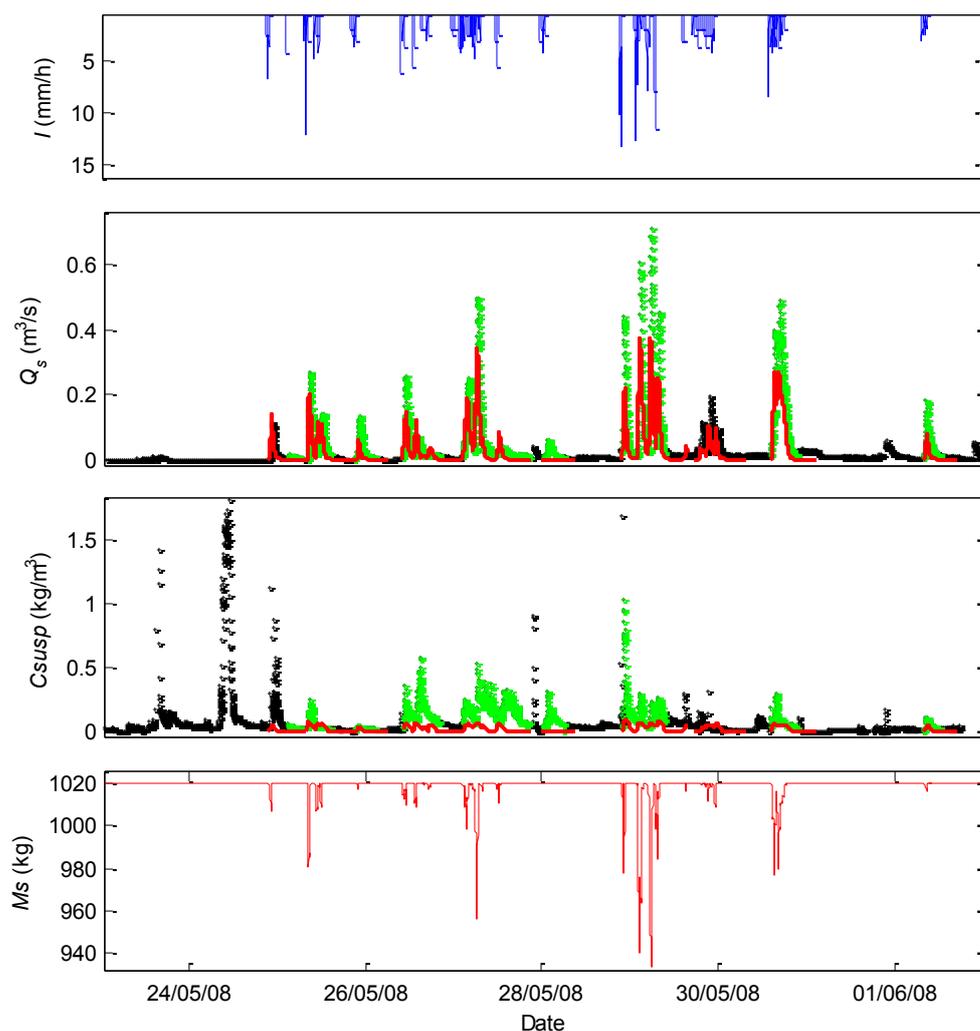


Figure 17.24. Exemple d'événements (zooms de la Figure 17.23) pour la période d'évaluation du 24 mai au 1<sup>er</sup> juin 2008 ; de haut en bas : l'intensité de pluie, le débit, la concentration en MES et la masse accumulée sur le bassin versant ; les données simulées sont en rouge, celles de l'évaluation en vert ; résultats pour le modèle de qualité (niveau de complexité NC1) ; site de Chassieu ; 5<sup>ème</sup> itération

La Figure 17.22 montre que, globalement, les dynamiques de concentration sont très mal reproduites avec une sous-estimation systématique. L'analyse plus détaillée des pollutogrammes (Figures 17.23 et 17.24) montre que la sous-estimation des pics de concentration est presque toujours liée à celles des pics de débit. Elle met de plus en évidence une sous-estimation des concentrations en MES de base, en début et fin d'événements, avec des valeurs de résidus élevées (cf. Figure 17.19). Ce phénomène est particulièrement évident pour la période d'évaluation (Figure 17.24), pour laquelle une sous-estimation systématique des concentrations est observée. Ceci est lié à la variabilité observée des concentrations de temps sec, non prise en compte par le modèle simple de concentration constante. Une hypothèse pour expliquer la médiocrité des résultats est également l'insuffisance du modèle d'érosion des sédiments en temps de pluie. Le test d'un modèle prenant en compte plus finement l'intensité de la pluie, du type de celui de Briat (1995) pourrait apporter des éléments de réponse.

## 17.4 Conclusions et perspectives

### 17.4.1 Conclusions

Les principales conclusions de ces premiers résultats sont les suivantes :

- Pour le modèle hydrologique, une structure relativement bien identifiée a pu être proposée au terme des 4 itérations. En prédiction, l'incertitude liée à l'estimation des paramètres est négligeable devant l'incertitude résiduelle. Si les critères de performance calculés pour le modèle optimal en calage et en évaluation sont élevés (critère de Nash et Sutcliffe de l'ordre de 0.8), les pics de crue sont quasi systématiquement sous-estimés. Ce résultat peut être dû à une insuffisance de la structure du modèle, trop simple pour représenter les processus à l'échelle du bassin, et/ou à une mauvaise estimation de la pluviométrie.
- L'analyse de la sensibilité du modèle hydrologique à la période de calage a montré que la chronique de printemps pouvait être considérée comme représentative de la chronique totale de calage et a confirmé l'importance de la représentativité des données utilisées pour le calage. Ce résultat montre de plus l'intérêt de l'application du principe d'apprentissage au niveau de la chronique de calage : les temps de calcul sont optimisés.
- Pour le modèle qualité, les résultats obtenus à ce stade de l'analyse sont mauvais, confirmant les conclusions obtenues par Kanso (2004) à l'échelle du bassin versant. Ils sont de plus dépendants de la période de calage utilisée, les performances du modèle en évaluation étant encore plus médiocres qu'en calage. S'il est déjà difficile de trouver un bon modèle de qualité pour une chronique réduite, il est peu probable que cela soit plus facile sur une durée plus longue contenant encore plus de variabilité.
- La qualité de l'estimation du débit, et donc indirectement de la pluviométrie, a un impact direct sur celle des concentrations en MES. Ce résultat met en évidence l'importance de bien représenter le débit avant de pouvoir bien modéliser la qualité, et confirme les observations de Muschalla *et al.* (2008).
- Il est important d'établir un modèle de concentration de temps sec adapté, afin d'estimer correctement les débuts et fins d'événements ainsi que les petits et moyens événements pour lesquels le pollutogramme de temps sec peut avoir une influence significative.
- Il n'a pas été possible de proposer un modèle de résidus adapté pour une estimation fiable des incertitudes de prédiction. Ceci est dû à l'impossibilité du modèle d'erreur global (Global Likelihood Function) de corriger l'auto-corrélation par un modèle simple du 1<sup>er</sup> ordre.

### 17.4.2 Perspectives de recherche

Les résultats présentés dans ce chapitre correspondent à une première étape de l'analyse des modèles. Maintenant que les outils de calage sont au point, la poursuite des tests devrait

permettre de trouver des structures de modèles plus adaptées. Nous présentons ici quelques pistes de travail qui vont dans ce sens :

- Il serait intéressant d'essayer de caler les modèles hydrologique et qualité ensemble et/ou d'essayer d'améliorer la structure du modèle hydrologique. Le test d'un modèle hydrologique plus complexe peut également être envisagé et/ou l'utilisation de données de pluie issues de la mesure radar. Une autre idée pourrait être de tester le modèle de qualité en utilisant comme entrée la chronique de débit observée, de la même manière que Kanso (2004).
- Une étude plus poussée de l'influence des données de calage permettrait de mieux comprendre l'information apportée par les différents événements mesurés, et ultérieurement de donner des clés dans les études opérationnelles pour effectuer des campagnes de mesure les plus représentatives possibles.
- Une analyse de sensibilité du calage aux incertitudes sur les données de pluviométrie et de concentration en MES permettrait de mieux comprendre dans quelle mesure la structure du modèle n'est pas adaptée.
- La méthodologie de benchmarking proposée par Kanso (2005b) pourrait être appliquée afin d'investiguer en parallèle plusieurs structures différentes de modèles.
- Le test du modèle sur le site d'Ecully (réseau unitaire) permettrait de confirmer ou infirmer ces premiers résultats.
- La recherche d'un modèle de temps sec plus précis est nécessaire, par exemple sur la base des travaux de Dorval (2010). Pour le site d'Ecully, il est probable que l'utilisation de la relation moyenne débit – turbidité de temps sec soit trop grossière, et qu'il faille donc utiliser une autre méthode d'estimation.
- Ces résultats suggèrent la nécessité de réfléchir à d'autres types de modèles d'erreur, plus adaptés à la simulation continue à pas de temps courts, afin de pouvoir estimer des intervalles de confiance fiables. Ceci dit, à ce stade de l'analyse, il semble d'abord prioritaire de trouver une structure de modèle phénoménologique plus adaptée.
- Dans des étapes ultérieures où le calage serait effectué sur la totalité des données, il semblerait pertinent de travailler sur l'optimisation des temps de calcul du modèle et de l'algorithme DREAM, en utilisant par exemple un ordinateur plus puissant et/ou en implémentant la technique de calcul en parallèle sur plusieurs ordinateurs.

### 17.4.3 Vers une utilisation opérationnelle ?

Le code Matlab de l'algorithme DREAM, gracieusement fourni par Jasper Vrugt, est actuellement à l'état d'outil prototype. Les premiers résultats sont concluants et mettent en évidence l'efficacité et l'intérêt de l'algorithme.

Pour un transfert opérationnel de ces outils, les aspects qui nous semblent essentiels sont relatifs à l'optimisation des temps de calcul et à la maîtrise de l'outil.

Dans cette étude, pour une période de calage correspondant à 1-2 mois de mesure, et étant donné les performances de l'ordinateur utilisé, les temps de calage pour chaque itération sont de l'ordre de 10 minutes et 50 minutes, respectivement pour les modèles hydrologique et qualité. L'utilisation d'une machine plus puissante et de calculs en parallèle permettrait facilement de

réduire d'un facteur 10 ces temps de calcul. Ces ordres de grandeur semblent compatibles avec une application opérationnelle, pour laquelle les campagnes de mesure n'excèdent généralement pas 3 mois. Cependant ces temps sont multipliés dès lors que le principe d'apprentissage est appliqué, c'est-à-dire dès lors que le potentiel d'amélioration des modèles que propose le cadre bayésien est exploité. Ces ordres de grandeur correspondent de plus au test d'un modèle simple entièrement programmé sous Matlab. Ces temps de calcul risquent d'être nettement plus élevés pour des modèles plus complexes et non programmés sous Matlab, pour lesquels il faut créer des interfaces avec l'algorithme DREAM.

Ce travail a également montré la difficulté de proposer un modèle d'erreur adapté au cas des modèles continus à pas de temps court en hydrologie urbaine. Il n'est donc pas possible d'envisager, à ce stade, la prédiction d'intervalles de prédiction fiables. Cependant la méthode bayésienne peut tout de même être utilisée de manière opérationnelle pour l'estimation de la simulation optimale. Par rapport à un calage simple, souvent manuel dans les études opérationnelles, elle permet d'apporter une information supplémentaire sur la structure du modèle. Le principe d'apprentissage bayésien peut ensuite être appliqué, suivant les objectifs et le temps disponible pour l'étude.

Enfin, la condition *sine qua none* pour l'application opérationnelle de la méthode bayésienne est de disposer de données en nombre suffisant, ce qui est pour l'instant encore très rare dans les études opérationnelles de la qualité des RUTP.



## **Conclusion générale**



## Retour sur la problématique

Les modèles actuels de la qualité des RUTP restent encore à l'heure actuelle peu utilisés dans les études opérationnelles. Ceci est spécialement vrai concernant les modèles intégrés dans les logiciels commerciaux. Cependant, un intérêt croissant pour cette problématique est observé de la part des acteurs de la gestion de l'eau en milieu urbain. Cet intérêt est à l'origine de ce travail de thèse effectué en partenariat entre l'INSA de Lyon et l'entreprise d'ingénierie conseil Safege.

Depuis quelques années, un courant de recherche se développe pour la proposition de modèles parcimonieux, en adéquation avec le nombre de données disponibles dans les études. Notamment des modèles à l'échelle globale du bassin versant ou bien avec une approche simplifiée des processus dans le réseau sont proposés. Cette démarche tend vers la proposition d'un modèle de l'ingénieur.

De plus, l'analyse des incertitudes apparaît aujourd'hui incontournable pour le test des modèles. L'approche bayésienne offre de ce point de vue un cadre intéressant pour une compréhension plus approfondie des structures de modèles. Jusqu'à ces dix dernières années, les principales applications de cette approche se limitaient en environnement au cas des modèles hydrologiques. Depuis, la méthode commence à être appliquée en recherche pour le test des modèles de qualité des RUTP. Une des difficultés dans son application opérationnelle reste actuellement le manque de maîtrise de la méthode et des outils statistiques, en partie due au manque de documents explicatifs à l'attention des modélisateurs. La volonté de s'accorder sur les principes, la terminologie et les méthodes est très forte, afin de promouvoir et faciliter leur application, notamment au niveau de la communauté scientifique.

Parallèlement, le développement des techniques de mesure en continu en réseau, spectrométrie et turbidité notamment, permet l'obtention de séries continues de flux de MES et de DCO. Ces données apportent une information riche sur la dynamique des flux à pas de temps court et ce à moindre coût par rapport aux méthodes traditionnelles. Les premiers travaux de recherche fondés sur ces nouvelles bases de données commencent à être publiés. Leur exploitation offre de nombreuses perspectives pour i) une meilleure compréhension des processus de production des flux polluants (Lacour 2009 ; Schilperoort *et al.* 2009), ii) la mise en place de stratégies de gestion en temps réel (e.g. Lacour 2009), et iii) le test des modèles (Muschalla *et al.* 2008).

## Retour sur les objectifs

Ce travail de recherche constitue une des premières études en hydrologie urbaine fondée sur l'exploitation d'une grande base de données acquise par mesure en continu du débit et de la turbidité : deux sites implémentés, Chassieu (réseau séparatif) et Ecully (réseau unitaire), et des mesures sur la période 2004-2008. Les objectifs principaux de notre travail ont été les suivants :

- Valider une base de données existante en proposant notamment des traitements automatisés adaptés.
- Analyser les données une fois traitées dans une perspective de modélisation.

- Elaborer des modèles de masse et de concentration moyenne événementielle de MES et de DCO et travailler sur l'approche Accumulation-Erosion-Transfert. L'objectif était de sélectionner des méthodes et des outils de test efficaces tenant compte des incertitudes.

Chacun de ces objectifs a été abordé dans la perspective d'un transfert des résultats vers l'opérationnel, en répondant aux besoins de l'entreprise Safège. Les conclusions du travail réalisé peuvent être récapitulées en trois points relatifs à :

- L'aspect méthodologique
- L'apport de l'analyse des données
- La modélisation de la qualité des RUTP.

### **Aspects méthodologiques**

Des outils et méthodes ont été proposés pour chaque étape du travail. Nous les récapitulons ici, en soulignant leurs avantages et leurs limites pour une perspective d'utilisation opérationnelle.

L'étape de traitement des séries chronologiques s'est appuyée sur un ensemble d'outils d'étalonnage, d'estimation des incertitudes, de validation. Sur la base des méthodes et outils existants, de nouveaux outils ont été proposés sous Matlab, notamment pour l'étape de délimitation graphique des événements pluvieux. Ce travail a contribué à l'élaboration d'un outil de traitement et de validation des données, actuellement en cours de développement au LGCIE.

Des outils d'analyse simples ont été mis en œuvre, pour la caractérisation de la variabilité de temps sec et de temps de pluie : analyse statistique descriptive (distribution, moyenne, écart type, boxplot), analyse de corrélation, analyse en composantes principales, analyse des courbes M(V). Ces outils peuvent être appliqués sans difficulté dans un contexte opérationnel.

La méthodologie d'analyse bayésienne des modèles de qualité de type Accumulation-Erosion-Transfert a été proposée sur la base d'une synthèse bibliographique approfondie des méthodes et outils statistiques récents. Une attention particulière a notamment été apportée à la vérification des hypothèses les sous-tendant et aux modalités nécessaires pour une application rigoureuse. L'algorithme DREAM, de la famille des méthodes de Monte Carlo par Chaînes de Markov, a été utilisé pour le test des modèles. Les premiers résultats obtenus ont confirmé sa pertinence pour estimer de manière fiable les distributions *a posteriori* des paramètres et les problèmes liés à leur identification. L'application du principe d'apprentissage a confirmé le grand intérêt de la méthode bayésienne pour l'amélioration de la structure des modèles, sur la base de diagnostics itératifs.

### **Apports de l'analyse des données**

Sur la période 2004-2008, 263 et 239 événements pluvieux ont été validées, respectivement pour les sites de Chassieu et Ecully.

Une étude de temps sec, basée sur 180 jours secs identifiés sur les années 2007-2008, a mis en évidence une importante variabilité des flux à l'échelle de l'année. Ce résultat met en

évidence la limite d'un profil moyen annuel par type de jour utilisé dans la plupart des études opérationnelles. Une estimation au plus juste de la contribution du temps sec lors d'un événement pluvieux, basée sur l'exploitation des jours de temps sec les plus proches de l'événement, a été proposée. Des outils semi-automatiques ont été développés à cet effet. Si leur application dans les études opérationnelles est envisageable, l'automatisation de certaines étapes de l'analyse permettrait d'améliorer encore leur efficacité.

L'étude inter-événementielle de la variabilité des flux polluants de temps de pluie a montré la difficulté d'expliquer la variabilité des concentrations moyennes événementielles en MES et en DCO en fonction des caractéristiques des événements pluvieux. Les masses de polluants en revanche sont mieux corrélées, confirmant les résultats d'études antérieures.

L'étude des courbes M(V) a permis de caractériser finement la variabilité intra-événementielle : 4 groupes de courbes ont été distingués. Une analyse statistique des caractéristiques des événements pluvieux en fonction des groupes, couplée à une analyse graphique des événements, a permis de mettre en évidence des tendances et de formuler des hypothèses sur les processus de génération des flux polluants, notamment l'influence de l'intensité de la pluie et des conditions antérieures à l'événement. Cet exercice reste cependant difficile du fait de notre compréhension limitée des processus et de l'utilisation d'outils d'analyses simples.

## **Modélisation de la qualité des RUTP**

### *Modèles de type multi-régression*

Les résultats confirment tout d'abord la nécessité de développer des modèles locaux, sur la base d'une analyse approfondie des données disponibles. Une méthode de sélection semi-automatique et une méthode de recherche systématique des variables explicatives ont été comparées. Des résultats comparables ou meilleurs suivant les polluants considérés ont été obtenus avec la méthode de recherche systématique. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour la modélisation événementielles des masses de MES et de DCO, avec des valeurs du coefficient de Nash et Sutcliffe supérieurs 0.8.

Les résultats obtenus montrent que les modèles sont capables de reproduire la variabilité des observations en tendance mais pas les événements individuels. Leur utilisation pour des simulations de longue durée (estimation des flux annuels, dimensionnement d'ouvrages de traitement) est donc pertinente.

L'influence des jeux de données utilisés pour le calage et l'évaluation a été étudiée. Les premiers résultats obtenus ont confirmé l'importance de la représentativité des données pour la construction de modèles fiables.

Enfin l'analyse de sensibilité aux incertitudes sur les données a montré que la source d'incertitude prépondérante reste la structure du modèle et donc indirectement notre compréhension des processus de génération des flux polluants.

### *Modèles Accumulation-Erosion-Transfert*

Nous avons testé un modèle global de prédiction des concentrations et des flux de MES, à l'échelle du bassin versant. Les premiers résultats obtenus sur le site de Chassieu ont mis en

évidence la difficulté du modèle à reproduire de manière satisfaisante les pollutogrammes observés. L'analyse des résultats met en avant les raisons suivantes :

- L'utilisation d'un modèle de temps sec trop simple.
- Le manque de séries représentatives pour des événements de faible et moyenne pluviométrie. Cette dernière a en effet été estimée à partir d'un unique pluviomètre pour chaque bassin versant, ce qui explique la mauvaise reproduction des débits, utilisés comme entrée dans le modèle de qualité.
- Un modèle d'érosion par la pluie à améliorer, sur la base de meilleures données pluviométriques.

Cette étude a cependant montré l'intérêt de l'application du principe d'apprentissage bayésien à différentes échelles :

- A l'échelle du test d'un modèle : la mise en œuvre d'itérations permet au final une amélioration progressive de la structure du modèle.
- A l'échelle du jeu de calage : lorsque le modélisateur dispose d'un grand nombre de données, l'application d'un calage en deux temps, d'abord sur une chronique représentative de taille réduite, puis sur la chronique totale semble pertinente.
- Pour la proposition à chaque étape d'une distribution *a priori* des paramètres la plus adaptée possible, afin de diminuer le temps de convergence de la chaîne de Markov vers la distribution *a posteriori*.
- Pour la proposition d'un modèle d'erreur adapté, dans la perspective d'obtenir en prédiction des intervalles de confiance fiables.

Les premiers résultats obtenus suggèrent, que dans l'état actuel de notre connaissance des processus physiques, de la même manière qu'il n'existe pas des valeurs transposables des paramètres d'un modèle, il n'existe pas forcément de structure de modèle d'Accumulation-Erosion-Transfert transposable entre sites d'étude. De ce point de vue, l'analyse des données locales, constitue une étape primordiale pour identifier les processus majeurs et proposer une structure de modèle adaptée.

## Perspectives de recherche

Maintenant qu'une base de données fiable et de grande taille sur la qualité des RUTP est disponible, un « boulevard » de perspectives peut être envisagé. Nous en distinguons trois types :

- Les perspectives qui découlent directement des résultats obtenus dans ce travail et liés au temps limité dont nous disposons.
- Les perspectives relatives à certains travaux initialement envisagés lors de la proposition de la thèse et qui n'ont pas été réalisés.
- Les perspectives plus larges qu'ouvrent les réflexions de ce travail de thèse.

### *Perspectives directes*

La base de données constituée dans le cadre de ce travail nous donne accès à une grande information, de part sa taille et la variabilité des événements qu'elle contient. De plus, les

données acquises pour les deux sites sur les années 2009 et 2010 vont encore l'enrichir. Leur traitement et leur validation devrait se trouver par ailleurs accélérés par l'application des outils semi-automatisés aujourd'hui disponibles.

Il s'agit ainsi de poursuivre le travail d'analyse des données afin d'améliorer notre compréhension des processus de génération des polluants :

- Affiner l'étude de la variabilité des profils de temps sec à Ecully, en réalisant par exemple une étude spécifique sur l'influence de la composante d'infiltration lente ou en étudiant plus finement la variabilité des flux de MES et de DCO dues au débit et à la concentration.
- Effectuer une analyse plus approfondie des courbes M(V), par une étude plus poussée des dynamiques des polluants et des corrélations entre les groupes identifiés et les caractéristiques des événements pluvieux (par exemple par des analyses de type clustering).

Concernant la modélisation, des méthodes et outils d'analyse sont maintenant au point. Les perspectives sont les suivantes :

- Approfondir les tests de l'influence des données sur le calage et l'évaluation des modèles, en étudiant notamment l'influence des caractéristiques des événements et de la saisonnalité.
- Poursuivre les premiers tests du modèle Accumulation-Erosion-Transfert selon le principe d'apprentissage bayésien, en testant d'autres améliorations de la structure du modèle proposé.
- Tester d'autres structures existantes de modèles, à la lumière de la synthèse bibliographique réalisée.

Les principaux freins pour une application de ces outils en recherche et dans un cadre opérationnel sont :

- Le manque de formation des hydrologues et opérationnels sur les méthodes elles-mêmes.
- Le manque de collaboration avec des personnes compétentes pour leur application opérationnelle.
- Les temps de calcul importants.

Cependant ces difficultés sont pour partie de faux problèmes. Il s'agit plus d'une question de moyens : proposer des méthodologies compréhensibles, créer des partenariats pertinents et acquérir des machines de calcul puissantes.

### ***Retour sur les objectifs initiaux***

Le premier travail envisagé et qui n'a pas été réalisé porte sur l'application des méthodes d'analyse temporelle. Ces méthodes sont encore peu utilisées en hydrologie urbaine. Leur application permettrait de mieux comprendre la variabilité des flux par temps de pluie et notamment d'aborder la question des stratégies météorologiques.

L'exploitation des séries de données continues (turbidité ou spectrométrie) avait été au départ envisagée pour d'autres sites, en plus de ceux de Chassieu et Ecully. La comparaison n'a pu être menée dans le temps limité de la thèse. Cependant l'expérience de ce travail et

l'utilisation des méthodes et outils maintenant disponibles permettent aujourd'hui de l'envisager sereinement.

Enfin, un dernier aspect concernait le test d'approches de modélisation innovantes encore peu utilisées en hydrologie urbaine : modèles mathématiques classiques, modèles à réseaux de neurones, modèles dérivés de l'analyse des séries temporelles, etc. Maintenant qu'une base de données fiables et des outils de test des modèles sont disponibles, ce travail peut être envisagé avec confiance.

### *Perspectives plus larges*

Les outils d'analyse des incertitudes et de test des modèles mis en œuvre dans le cadre de ce travail peuvent également être appliqués à d'autres échelles pour la modélisation du système d'assainissement urbain : pour les modèles hydrologiques, les modèles de station d'épuration ou les modèles intégrés. Il faut cependant garder à l'esprit l'importance de disposer de données en quantité suffisante pour une application fiable des méthodes.

Enfin, la poursuite de la mesure en continu et de l'amélioration des techniques de mesure devraient permettre d'acquérir dans un futur proche de nombreuses bases de données de grande taille, dans d'autres contextes et à différentes échelles. L'implémentation de mesures à une échelle plus fine que l'échelle globale devrait notamment permettre d'acquérir une meilleure connaissance des processus. Le fait de disposer de plus de données devrait continuer à encourager le développement des études de modélisation et l'amélioration des modèles, avec un transfert des résultats de la recherche pour des applications opérationnelles.

## **Bibliographie**



## Bibliographie

- Ackers P. et White W.R. (1973). Sediment transport: new approach and analysis. *Journal of Hydraulics Division*, 109(11), p.2041-2060.
- Ahyerre M., Chebbo G., Tassin B. et Gaume E. (1998). Storm Water Quality Modelling, an ambitious objective? *Water Science and Technology*, 37(1).
- Ahyerre M. et Chebbo G. (2002). Identification of in-sewer sources of organic solids contributing to combined sewer overflow. *Environmental Technology*, 23, p.1063–1073.
- Alley W.E. et Smith, P.E. (1981). Estimation of accumulation parameters for urban runoff quality modeling. *Water Resource Research*, 17(6), p.1657–1664.
- Ashley R., Bertrand-Krajewski J.-L. et Hvitved-Jacobsen T. (2004). Sewer solids-20 years of investigation. *Water Science and Technology*, 52(3), p.73-84.
- Athayde D.N., Shelly P.E., Driscoll E.D., Gaboury D. et Boyd G. (1983). *Results of nationwide urban runoff program, volume I – final report*. Washington, DC (USA): U.S. Environmental Protection Agency, report WH-554, 186 p.
- Avellaneda P., Ballesteros T.P., Roseen, R.M. et Houle J.J. (2009). On Parameter Estimation of Urban Storm-Water Runoff Model. *Journal of Environmental Engineering*, 135(8), p.595-608.
- Baer E., Le Gauffre P., Barraud S. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2005). *Proposal of a methodology to compare investment strategies accounting for infiltration/exfiltration problems and application to a semi-virtual case-study*. INSA Lyon, juillet 2005.
- Bailly C. (1996). *Identification des stratégies de prise en compte du temps de pluie dans l'élaboration des systèmes d'assainissement*. Ecole nationale des ponts et chaussées. Paris, France.
- Bayes T. et Price R. (1763). An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chance. *By the late Rev. Mr. Bayes, communicated by Mr. Price, in a letter to John Canton, M. A. and F. R. S. Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53(A), p.370–418.
- Bechmann H., Nielsen M.K., Madsen H. et Poulsen N.K. (1999). Grey-box modelling of pollutant loads from a sewer system. *Urban Water*, 1(1), p.71–78.
- Beck M.B. (1991). Principles of modelling. *Water Science et Technology*, 24(6), p.1-8.
- Beck M.B. et Halfon E. (1991). Uncertainty, identifiability and the propagation of prediction errors: a case study of Lake Ontario. *Journal of Forecasting*, 10, p.135-162.
- Beck M.B. (1999). Coping with ever larger problems, Models and data bases. *Water Science and Technology*, 39(4), p.1-11.
- Becouze C. (2010). *Caractérisation des substances prioritaires dans les Rejets Urbains par Temps de Pluie*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, France, 374 p.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (1991). Modélisation des débits et du transport solide en réseau d'assainissement - Etude bibliographique. Strasbourg (France): ENITRTS, Rapport ENITRTS / Lyonnaise des Eaux-Dumez, avril 1991, 207 p.

## Bibliographie

- Bertrand-Krajewski J.-L. (1992). *Modélisation conceptuelle du transport solide en réseau d'assainissement unitaire*. Thèse de doctorat, ENGEES et université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 374 p.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (1993). Modélisation du transport solide en réseau d'assainissement unitaire : le modèle Hypocras. *La Houille Blanche*, 4, 243-255.
- Bertrand-Krajewski J.-L. Chebbo G. et Saget A. (1998). Distribution of pollutant mass vs volume in stormwater discharges and the first flush phenomenon. *Water Research*, 32(8), p.2341-2356.
- Bertrand-Krajewski J.-L. et Chebbo G. (2003). Méthode de dimensionnement et ordres de grandeurs des ouvrages de traitement des rejets urbains de temps de pluie. *Techniques Sciences et Méthodes*, 12, p. 21-37.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (2004). TSS concentration in sewers estimated from turbidity measurements by means of linear regression accounting for uncertainties in both variables. *Water Science and Technology*, 50(11), p.81-88.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (2007a). Stormwater pollutant loads modelling : epistemological aspects and case studies on the influence of field data sets on calibration and verification. *Water Science and Technology*, 55(4), p.1-17.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (2007b). *Programme rw123etalo : 1st, 2nd and 3rd order polynomial Williamson regression with uncertainties in both variables*. Villeurbanne (France) : INSA-Lyon, LGCIE, user note, October 2007, 11 p.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (2007c). *Programme rw1 : 1st order polynomial Williamson regression with uncertainties in both variables*. Villeurbanne (France), INSA-Lyon, LGCIE, user note, October 2007, 9 p.
- Bertrand-Krajewski J.-L. (2010). Communication personnelle, à partir d'informations collectées et non publiées pour l'enquête sur l'utilisation opérationnelle des modèles de calculs des flux polluants (voir Cabane et al., 2002 pour les résultats publiés).
- Bertrand-Krajewski J.-L., Barraud S., Lipeme Kouyi G., Torres A. et Lepot M. (2008). Mesurages en continu des flux polluants particuliers en réseaux d'assainissement urbains : enjeux, méthodes, exemple d'application. *La Houille Blanche*, 4, p.49-57
- Bertrand-Krajewski J.-L. et Lipeme Kouyi G. (2009). Acquisition de données en continu: équipements, procédures, exemples de résultats. *4ième journée technique de l'Observatoire de Terrain en Hydrologie Urbaine - OTHU- Rejets Urbains : 10 ans de recherche et d'observation au service de l'action*. Hôtel de la communauté Urbaine de Lyon, France, 20 octobre.
- Bertrand-Krajewski J.-L., Joannis C., Chebbo G., Ruban G., Métadier M. et Lacour C. (2010a). Comment utiliser la turbidité pour estimer en continu les concentrations en MES et/ou DCO ? *Techniques Sciences et Méthodes*, 1-2, p.36-46.
- Bertrand-Krajewski J.-L., Barraud S., Le Gauffre P., Baer E. (2010b). *Chapter 11: Generic multi-criteria methodology to compare investment / rehabilitation strategies - Principles and case study*. In "Assessing infiltration and exfiltration on the Performance of Urban Sewer Systems

## Bibliographie

- (APUSS)". London (UK), Ed. J.B. Ellis et J.-L. Bertrand-Krajewski.: Publication de l'IWA, février 2010, p. 131-157.
- Beven K.J. et Binley A. (1992). The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes*, 6(3), p.279-298.
- Beven K.J., Freer J., Hankin B. et Schulz K. (2000). The use of generalised likelihood measures for uncertainty estimation in high order models of environmental systems. In *Nonlinear and Nonstationary Signal Processing*. Cambridge Univ. Press, New York. Ed. W.J. Fitzgerald *et al.*, p. 115–151.
- Beven K. et Freer J. (2001). Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology. *Journal of Hydrology*, 249(1-4), p.11-29.
- Beven K. (2006). A manifesto for the equifinality Thèse. *Journal of Hydrology*, 320(1-2), p.18-36.
- Beven K.J. (2008). Comment on “Equifinality of formal (DREAM) and informal (GLUE) Bayesian approaches in hydrologic modeling?” by Jasper A. Vrugt, Cajo J. F. ter Braak, Hoshin V. Gupta and Bruce A. Robinson. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23(7), p.1059-1060.
- Beven K., Smith P. et Freer J. (2008). So just why would a modeller choose to be incoherent? *Journal of Hydrology*, 354(1-4), p.15-32.
- Beven K.J. (2009). *Environmental Modelling : An uncertain Future?* Routledge, Taylor and Francis Group, London and New York.
- Binet G. et Métadier M. (2009). *Projet R+I Alliance SW0802 – Environmental protection through coordinated management of urban drainage system and wastewater treatment plants*. France.
- Blasone R, Vrugt J, Madsen H, Rosbjerg D, Robinson B, Zyvoloski G (2008a). Generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) using adaptive Markov Chain Monte Carlo sampling. *Advances in Water Resources*, 31(4), p.630-648.
- Blasone R., Madsen H. et Rosbjerg D. (2008b). Uncertainty assessment of integrated distributed hydrological models using GLUE with Markov chain Monte Carlo sampling. *Journal of Hydrology*, p.18- 32.
- Bouleau N. (1999). *Philosophies des mathématiques et de la modélisation - Du chercheur à l'ingénieur*. Paris (France). Ed. L'Harmattan, 363 p.
- Brezonik P.L. et Stadelmann T.H. (2002). Analysis and predictive models of stormwater runoff volumes, loads, and pollutant concentrations from watersheds in the Twin Cities metropolitan area, Minnesota, USA. *Water research*, 36(7), p.1743-57.
- Briat P. (1995). *Développement du modèle HYDROPOL*. Bordeaux, France.
- Brooks S.P. (1998). Markov Chain Monte Carlo Method and Its Application. *The Statistician*, 47(1), p.69-100.

## Bibliographie

- Bujon G. (1988). Prédiction des débits et des flux polluants transités par les réseaux d'égouts par temps de pluie. Le modèle FLUPOL. *La Houille Blanche*, 1, p.11-23.
- Bénédictis J. (2004). *Mesurage de l'infiltration et de l'exfiltration dans les réseaux d'assainissement*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, France.
- Bénédictis J. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2005). Mesurage de la concentration en polluants dans les eaux usées par spectrométrie UV-visible. *Actes de la conférence "Autosurveillance, diagnostic permanent et modélisation des flux polluants en réseaux d'assainissement"*. Ed. SHF-GRAIE-ASTEE, Paris, France, 28-29 juin 2005, p. 201-210.
- Cabane P., Gromaire M.C. et Chebbo G. (2002). *Enquête sur l'utilisation des modèles de calcul de flux polluants en assainissement*. Rapport interne. CERREVE, URGC Hydrologie Urbaine, UMR 5569 Hydrosiences Montpellier, 106 p.
- Caceci M.S. (1989). Estimating error limits in parametric curve fitting. *Analytical Chemistry*, 61, p.2324-2327.
- Campolongo F. et Braddock R. (1999). The use of graph theory in the sensitivity analysis of the model output: A second order screening method. *Reliability Engineering and System Safety*, 64, p.1-12.
- Charbeneau R.J. et Barrett M.E. (1998). Evaluation of methods for estimating stormwater pollutant loads. *Water Environment Research*, 70(7), p.1295-1302.
- Chebbo G. et Gromaire M.C. (2004). The experimental urban catchment " Le Marais " in Paris: What lessons can be learned from it? *Journal of Hydrology*, 229(3-4), p.312-323.
- Chen J. et Adams B. (2006). Reply to the comments of Dr. Ashu Jain on "Integration of artificial neural networks with conceptual models in rainfall-runoff modeling" by Jieyun Chen and Barry J. Adams. *Journal of Hydrology*, 329(1-2), p.277-280.
- Chiew F.H.S. et McMahon T.A. (1999). Modelling runoff and diffuse pollution loads in urban areas. *Water Science and Technology*, 39(12), p.241-248.
- Chocat B. (1997). *Encyclopédie de l'hydrologie urbaine et de l'assainissement*. Paris, France : Technique et Documentation, 1136 p. Eurydice 92.
- Christensen S. (2004). A synthetic groundwater modelling study of the accuracy of GLUE uncertainty intervals. *Nordic Hydrology*, 35(1), p.45-59.
- Christian R., Audrey A. et Frédéric R. (2010). CSO monitoring , using both measurements and hydraulic modelling. *Actes de la 7ème conférence internationale de Novatech*, 27 juin - 1er juillet 2010, Lyon, France. p. 1-10.
- Clarke R. (1973). A review of some mathematical models used in hydrology, with observations on their calibration and use. *Journal of Hydrology*, 19(1), p.1-20.
- Colston N.V. et Tafuri A.N. (1975). Urban Land Runoff Considerations. *Urbanization and Water Quality Control*. Ed. W. Whipple, *Journal of American Water Resources Association*, Minneapolis.

## Bibliographie

- CRCCH (2005). MUSIC (Model for Urban Stormwater Improvement Conceptualisation (Version 3.0.1)). Disponible sur [www.toolkit.net.au/music](http://www.toolkit.net.au/music).
- Cropp R. et Braddock R. (2002). The new morris method: An efficient second order screening method. *Reliability Engineering and System Safety*, 78(1), p.77-83.
- Deletic A. (1998). The first flush load of urban surface runoff. *Water Resource*, 32(8), p.8 p.
- Deletic A., Ashley R. et Rest D. (2000). Modelling Input of Fine Granular Sediment into Drainage Systems via Gully-Plots. *Water Research*, 34(15), p.3836-3844.
- Deletic A., Dotto C.B.S., McCarthy D.T., Kleidorfer M., Freni G. et Mannina G. (2009). Defining Uncertainties in Modelling of Urban Drainage Systems. *Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, September 2009, Tokyo, Japon, p. 1-12.
- Dembélé A., Bertrand-Krajewski J.-L. et Barillon B. (2009). Chronological evolution and sensitivity to the experimental data of calibration and test of stormwater quality regression models. *Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, September 2009, Tokyo, Japon, 8 p.
- Dembélé A. (2010). *MES, DCO et polluants prioritaires des rejets urbains de temps de pluie : mesure et modélisation des flux événementiels*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, France, 284 p.
- Dembélé A. et Becouze C. (2010). A new empirical model for stormwater TSS event mean concentrations (EMCs). *Actes de la 7ème conférence internationale de Novatech*, 27 juin - 1er juillet 2010, Lyon, France, p. 1-10.
- Dembélé A., Bertrand-Krajewski J.-L. et Barillon B. (2010). Calibration of stormwater quality regression models: a random process? *Water Science and Technology*, 62(4), p.875-882.
- Deming W.E. (1943). *Statistical adjustment of data*. New York (USA). John Wiley and Sons.
- Desbordes M. et Servat E. (1984). Solids in urban runoff: Statistical analysis of French experimental data. *Proceedings of the 3rd International Conference on USD*, Chalmers University, Göteborg, Sweden.
- Deutsch J.C. et Desbordes M. (1981). Study of runoff pollution for urban planning. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Urban Storm Drainage*, Technical University of Denmark, Denmark, p. 141–145.
- DHI (2003). MOUSETRAP technical reference.
- Doherty J. (1999). *PEST Model-Independent Parameter Estimation User Manual* 5th Edition.
- Doherty, J. (2003). MICA - Model-Independent Markov Chain Monte Carlo Analysis - User Manual, Watermark Numerical Computing - U.S. EPA.
- Doherty J. et Johnston J.M. (2003). Methodologies for Calibration and Predictive Analysis of a Watershed Model. *Journal of the American Water Resources Association*, 39(2), p.251-265.

## Bibliographie

- Dorval F. 2010. *Construction et calage d'un modèle de simulation continue des flux d'eau produits par les bassins versants urbains de taille intermédiaire*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, France.
- Dotto C.B.S. *et al.* (2009). Stormwater quality models : performance and sensitivity analysis. *Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, September 2009, Tokyo, Japon.
- Driscoll E.D., Shelly P.E. et Strecker E.W. (1990). *Pollution loadings and impacts from highway stormwater runoff – Volume III, analytical investigation and research report*, Washington, DC (USA): Federal Highway Administration, report FHWA-RD-88-008. 150 p.
- Driver N. E. et Troutman B.M. (1989). Regression models for estimating urban storm-runoff quality and quantity in the United States. *Journal of Hydrology*, 109, p.221–236.
- Driver N.E. et Tasker G.D. (1990). Techniques for Estimation of Storm-Runoff Loads, Volumes, and Selected Constituent Concentrations in Urban Watersheds in the United States. *Unites States Geological Survey Water-Supply*.
- Duan Q., Sorooshian S. et Gupta V. (1992). Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models. *Water Resources research*, 28(4), p.1015-1031.
- Duan Q., Ajami N.K., Gao X. et Sorooshian S. (2007). Multi-Model ensemble hydrologic prediction using Bayesian model averaging. *Advances in Water Resources*, 30, p.1371-1386.
- Duncan H.P. (1999). Urban stormwater quality: A statistical overview. *Rep. No. 99/3, Cooperative Research Centre for Catchment Hydrology*, Melbourne, Australia.
- Efron B. (1979). Bootstrap methods: another look at the Jackknife. *Annals of Statistics*, 7, p.1-26.
- Egodawatta P., Thomas E. et Goonetilleke A. (2007). Mathematical interpretation of pollutant wash-off from urban road surfaces using simulated rainfall. *Water Resource*, 41, p.3025–3031.
- Engeland K., Xu C.-Y. et Gottschalk L. (2005). Assessing uncertainties in a conceptual water balance model using Bayesian methodology. *Hydrological Sciences Journal*, 50(1), p.1-63.
- Fletcher T. et Deletic A. (2007). Statistical observations of a stormwater monitoring programme ; lessons for the estimation of pollutant loads. *Actes de la 6ème conférence internationale de Novatech*, 24-27 juin 2007, Lyon, France, p. 1575-1582.
- Francey M. (2010). *Characterising Urban Pollutant Loads. Department of Civil Engineering*. Thèse de doctorat, Monash University, Melbourne, Australie.
- Francey M., Fletcher T.D., Deletic A. et Duncan H. (2010). New Insights into the Quality of Urban Storm Water in South Eastern Australia. *Journal of Environmental Engineering*, 136(4), p.381-390.
- Freni G., Mannina G. et Viviani G. (2007a). Integrated urban drainage uncertainty assessment : the influence of the likelihood efficiency. *Actes de la 6ème conférence internationale de Novatech*, 24-27 juin 2007, Lyon, France, p.539-546.

## Bibliographie

- Freni G., Mannina G. et Viviani G. (2007b). Urban drainage integrated modelling : uncertainty propagation and parameters identifiability. *Actes de la 6ème conférence internationale de Novatech*, 24-27 juin 2007, Lyon, France, Workshop 2, p. 531-538.
- Freni G., Mannina G. et Viviani G. (2008). Uncertainty in urban stormwater quality modelling: the effect of acceptability threshold in the GLUE methodology. *Water research*, 42(8-9), p.2061-72.
- Freni G., Mannina G. et Viviani G. (2010a). Urban water quality modelling: a parsimonious holistic approach for a complex real case study. *Water Science and Technology*, 61(2), p.521-36.
- Freni G., Mannina G. et Viviani G. (2010b). The influence of rainfall time resolution for urban water quality modelling. *Water Science and Technology*, 61(9), p.2381-2390.
- Gallagher M. et Doherty J. (2007). Parameter estimation and uncertainty analysis for a watershed model. *Environmental Modelling et Software*, 22, p.1000-1020.
- Gamerith V., Muschalla D., Schröter K., Könemann P et Gruber G. (2008). Application of multi-objective auto-calibration schemes in pollution load modelling based on high-resolution calibration data sets. *11th International Conference on Urban Drainage, Edinburgh, Scotland, UK*, p. 1-10.
- Gasperi J., Kafi-Benyahia M., Lorgeoux C., Chebbo G., Moilleron R. et Gromaire M.C (2008). Wastewater quality and pollutant loads in combined sewers during dry weather periods. *Urban Water Journal*, 5(4), p.305 - 314.
- Geiger W.F. (1984). Characteristics of combined sewer runoff. *Proceedings of the 3rd International Conference on Urban Storm Drainage*. Göteborg, Sweden, p. 851-860.
- Geiger W.F. (1987). Flushing effects in combined sewer systems. *Proceedings of the 4th International Conference in Urban Storm Drainage*. Lausanne, Switzerland, p. 40-46.
- Gelfand A.E. et Smith A.F.M. (1990). Sampling based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association*, 85, p.398-409.
- Gelman A. et Rubin D. (1992). Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical Science*, 7, p.457-511.
- Gelman A., Carlin J.B., Stern H.S. et Rubin D.B. (1995). *Bayesian Data Analysis*. Ed. Chapman et al., Londres.
- Gelman A., Carlin J.B., Stren H.S. et Rubin D.B. (1997). *Bayesian Data Analysis*. Ed. C.A. Hall, London.
- Gong N.G., Ding X., Denoeux T., Bertrand-Krajewski J.-L. et Clément M. (1996). Stormnet : a neural network model for flow and pollutant transport in sewer systems during wet weather. *Proceedings of the WEF Specialty Conference "Urban Wet Weather Pollution"*, Quebec City, Canada, 16-19 June, 14.13-14.24.
- Grüning H. et Orth H. (2002). Investigations of the dynamic behaviour of the composition of combined sewage using on-line analyzers. *Water Science and Technology*, 45(4-5), p.77- 83.

## Bibliographie

- Gupta K. et Saul Adrian J. (1996). Specific relationships for the first flush loads in combined sewer systems. *Water Resource*, 30(5), p.1244-1252.
- Haan C.T. (1977). *Statistical Methods in Hydrology*. The Iowa State University Press, Ames, Iowa.
- Haario H., Saksman E. et Tamminen, J. (1999). Adaptive proposal distribution for random walk Metropolis algorithm. *Computational Statistics*, 14, p.375-395.
- Haario H., Saksman E. et Tamminen J. (2001). An adaptive Metropolis algorithm. *Bernoulli*, 7, p.223-242.
- Haario H., Saksman E. et Tamminen J. (2005). Componentwise adaptation for high dimensional MCMC. *Computational Statistics*, 20, p.265-274.
- Haario H., Laine M., Mira A. et Saksman E. (2006). DRAM: Efficient adaptive MCMC. *Statistics and Computing*, 16, p.339-354.
- Harremoës P. et Madsen H. (1999). Fiction and reality in the modelling world—balance between simplicity and complexity, calibration and identifiability, verification and falsification. *Water Science and Technology*, 39(9), p.1–8.
- Heidelberger P. et Welch P.D. (1983). Simulation run length control in the presence of an initial transient. *Operations Research*, 31(6), p.1109-1144.
- Helsel D., Kim J., Grizzard T., Randall C. et Hoehn R. (1979). Land use influences on metals in storm drainage. *Water Pollution Control Federation*, 51(4), p.709-717.
- Hochedlinger M., Kainz H. et Rauch W. (2006). Assessment of CSO loads – based on UV/VIS-spectroscopy by means of different regression methods. *Water Science et Technology*, 54(6-7), p.239.
- Hochedlinger M., Hofbauer P., Wandl G., Meyer S., Rauch W., Kroiss H. et Heindl M. (2006). Online UV VIS measurements "the basis for future pollution based sewer real time control in Linz". In *Sewer Operation and Maintenance SOM*, Vienne, Autriche.
- Hoos A.B. (1996). Improving Regional-Model Estimates of Urban-Runoff Quality Using Local Data. *Journal of the American Water Resources Association*, 32(4), p.855-863.
- Hornberger G.M. et Spear R.C. (1981). An approach to the preliminary analysis of environmental systems. *Journal of Environmental Management*, 12(7–18.).
- Huber W.C. (1986). Modelling urban runoff quality: State of the art: Paper presented at the urban runoff quality—Impact and quality enhancement technology. *Proceedings of Engineering Foundation Conference*, ASCE, New York, p. 34–48.
- INSA/SOGREAH (1999). CANOE: logiciel d'hydrologie urbaine, conception et évaluation de réseaux d'assainissement, simulation des pluies, des écoulements et de la qualité des eaux. Manuel de l'utilisateur. 469 p.
- Irish L.B., Barret M.E., Malina J.F. et Charbeneau Randall J. (1998). Use of regression Models for Analysing Highway Storm-Water Loads. *Journal of Environmental Engineering*, 124(10).

## Bibliographie

- ISO/CEI GUIDE 98-3/S1 (2008). Guide to the expression of uncertainty in measurements. Supplément 1: Propagation of distributions using a Monte Carlo method. p.88.
- Joannis C. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2009). Incertitudes sur un mesurande défini comme une valeur intégrée d'un signal continu discrétisé en fonction du temps - Application aux mesures hydrologiques enregistrées in situ. *La Houille Blanche*, 3, p.82-91.
- Journeaux R. (2009). *Traitement des mesures, Interprétation, modélisation, outil statistique*. Ed Ellipse, 377 p.
- Kanso A. et Chebbo G. (2002). *Inventaire des méthodes de calage et de validation des modèles paramétriques*. Rapport interne. CERREVE- ENPC, URG Hydrologie Urbaine, UMR 5569 Hydrosiences Montpellier. 43 p.
- Kanso A., Gromaire M.C., Gaume E., Tassin B. et Chebbo G. (2003). Bayesian approach for the calibration of models: application to an urban stormwater pollution model. *Water Science and Technology*, 47(4), p.77-84.
- Kanso A. (2004). *Evaluation des Modèles de Calcul des Flux Polluants des Rejets Urbains par Temps de Pluie. Apport de l'Approche Bayésienne*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Marne la Vallée, France.
- Kanso A., Chebbo G. et Tassin B. (2005a). Stormwater quality modelling in combined sewers: calibration and uncertainty analysis. *Water Science and Technology*, 52(3), p.63-71.
- Kanso A., Tassin B. et Chebbo G. (2005b). A benchmark methodology for managing uncertainties in urban runoff quality models. *Water Science and Technology*, 51(2), p.163-70.
- Kavetski D., Franks S.W. et Kuczera G. (2002). Confronting input uncertainty in environmental modelling, in Calibration of Watershed Models. *Water Science and Applications*, 6, p.49-68.
- Kavetski D., Kuczera G. et Franks S.W. (2006a). Bayesian analysis of input uncertainty in hydrological modeling: 1. Theory. *Water Resources Research*, 42(3), p.1-9.
- Kavetski D., Kuczera G. et Franks S.W. (2006b). Bayesian analysis of input uncertainty in hydrological modeling: 2. Application. *Water Resources Research*, 42(3), p.1-10.
- Keesman H. et van Straten G. (1990). Set membership approach to identification and prediction of lake eutrophication. *Water Resources Research*, 26(11), p.2643-2652.
- Kleidorfer M. (2009). *Uncertain calibration of urban drainage models*. Thèse de doctorat, Université d'Innsbruck, Autriche, 253 p.
- Kleidorfer M., Deletic A., Fletcher T.D. et Rauch W. (2009a). Impact of input data uncertainties on urban stormwater model parameters. *Water Science and Technology*, 60(6), p.1545-54.
- Kleidorfer M., Leonhardt G., McCarthy D.T., Kinzel H. et Rauch W. (2009b). CALIMERO- A model independent and generalised tool for autocalibration. *Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, September 2009, Tokyo, Japon.

## Bibliographie

- Kuczera G. et Parent E. (1988). On the validity of first-order prediction limits for conceptual hydrologic models. *Journal of Hydrology*, 103, p.229–247.
- Kuczera G. et Parent E. (1998). Monte Carlo assessment of parameter uncertainty in conceptual catchment models: the Metropolis algorithm. *Journal of Hydrology*, 211(1-4), p.69-85.
- Kuczera G., Kavetski D., Franks S. et Thyer M. (2006). Towards a Bayesian total error analysis of conceptual rainfall-runoff models: Characterising model error using storm-dependent parameters. *Journal of Hydrology*, 331(1-2), p.161-177.
- Lacour C. (2009). *Apport de la mesure en continu pour la gestion de la qualité des effluents de temps de pluie en réseau d'assainissement*. Thèse de doctorat, Université Paris-Est, France, 306 p.
- Laloy E., Fasbender D. et Bielders C.L. (2010). Parameter optimization and uncertainty analysis for plot-scale continuous modeling of runoff using a formal Bayesian approach. *Journal of Hydrology*, 380(1-2), p.82-93.
- Langergraber G., Fleischmann N. et Hofstädter F. (2003). A multivariate calibration procedure for UV/VIS spectrometric quantification of organic matter and nitrate in wastewater. *Water Science and Technology*, 47(2), p.63-71.
- Lepot M. (2010). *Mesurage en continu des flux polluants de MES et DCO en réseau d'assainissement*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, France.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain problems in Least Squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2, p.164-168.
- Lindblom E., Ahlman S. et Mikkelsen P.S. (2007). Uncertainty in model-based prediction of copper loads in stormwater runoff Incertitude des prédictions basées sur les modèles des charges. *Water Science and Technology*, 56(6), p.11–18.
- Macdonald J.R. et Thomson W.J. (1992). Least-squares fitting when both variables contain errors : pitfalls and possibilities. *American Journal of Physics*, 60(1).
- Madsen H. (2000). Automatic calibration of a conceptual rainfall–runoff model using multiple objectives. *Journal of Hydrology*, 235(3-4), p.276-288.
- Mantovan P. et Todini E. (2006). Hydrological forecasting uncertainty assessment: Incoherence of the GLUE methodology. *Journal of Hydrology*, 330(1-2), p.368-381.
- Mannina G., Freni G., Viviani G., Særgrov S. et Hafskjold L.S. (2006). Integrated urban water modelling with uncertainty analysis. *Water Science et Technology*, 54(6-7), p.379.
- Mannina G. et Viviani G. (2010). An urban drainage stormwater quality model: Model development and uncertainty quantification. *Journal of Hydrology*, 381(3-4), p.248-265.
- Marquardt D. (1963). An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11, p.431-441.
- Marsalek J. (1976). Simulation of quality of urban drainage effluents. In *American society of Civil Engineers ASCE*.

## Bibliographie

- May D. et Sivakumar M. (2009). Prediction of urban stormwater quality using artificial neural networks. *Environmental Modelling et Software*, 24(2), p.296-302.
- McCarthy D. (2008). *Modelling microorganisms in urban stormwater*. Thèse de doctorat, Université de Monash, Melbourne, Australie.
- Menacher F. et Augustin A. (1992). *Detention in combined sewers*. Institute for Sanitary Engineering, University of Karlsruhe, Germany, Report nr 64, p. 191-222 (in German).
- Métadier M. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2010a). Assessing dry weather flow contribution in TSS and COD storm events loads in combined sewer systems. *Water Science and Technology*, accepté.
- Métadier M. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2010b). From mess to mass: a methodology for calculating storm event pollutant loads with their uncertainties, from continuous raw data time series. *Water Science and Technology*, accepté.
- Métadier M. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2010c). Traitement de séries chronologiques de turbidité continues à court pas de temps pour l'estimation des masses de MES et de DCO rejetées en milieu urbain par temps de pluie. *La Houille Blanche*, 2, p. 77.
- Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H. et Teller E. (1953). Equations of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, p.1087–1091.
- Montanari A. (2005). Large sample behaviors of the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) in assessing the uncertainty of rainfall-runoff simulations. *Water Resources Research*, 41. 13 p.
- Mourad M. (2001). *Modèles de calcul de flux polluants en réseau d'assainissement par temps de pluie : étude bibliographique*, Rapport interne. Villeurbanne, INSA de Lyon - URGC - Hydrologie urbaine, 2001, 83 p.
- Mourad M. et Bertrand-Krajewski J.-L., (2001). *Traitement de données de l'OTHU par le logiciel Dave*. Rapport interne, LGCIE, INSA de Lyon, France.
- Mourad M. (2005). *Modélisation de la qualité des rejets urbains de temps de pluie : sensibilité aux données expérimentales et adéquation aux besoins opérationnels*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, France, 305 p.
- Mourad M., Bertrand-Krajewski J.-L. et Chebbo G. (2005). Calibration and validation of multiple regression models for stormwater quality prediction: data partitioning, effect of dataset size and characteristics. *Water Science and Technology*, 52(3), p.45-52.
- Mourad M., Bertrand-Krajewski J.-L. et Chebbo G. (2005a). Sensitivity to experimental data of pollutant site mean concentration in stormwater runoff. *Water Science and Technology*, 51(2), p.155-62.
- Mourad M., Bertrand-Krajewski J.-L. et Chebbo G. (2005b). Stormwater quality models: sensitivity to calibration data. *Water Science and Technology*, 52(5), p.61-8.

## Bibliographie

- Muschalla D., Schneider S., Schröter K., Gämmerl V. et Gruber G. (2008). Sewer modelling based on highly distributed calibration data sets and multi-objective auto-calibration schemes. *Water Science and Technology*, 57(10), p.1547-54.
- Muschalla D. (2008). Optimization of integrated urban wastewater systems using multi-objective evolution strategies. *Urban Water Journal*, 5(1), p.59-67.
- Nash J.E. et Sutcliffe J.V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I - A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), p.282-290.
- NF ENV13005, 1999. *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*. Paris, France. AFNOR. 113 p.
- Novotny V. et Olem H. (1994). *Water quality: prevention, identification, and management of diffuse pollution*. New York, USA.
- Novotny V., Sung H.-M., Bannerman R. et Baum K. (1985). Estimating nonpoint pollution from small urban watersheds. *Journal of Water Pollution Control Federation*, 57(4), p.339-348.
- Obropta C.C. et Kardos J.S. (2007). Review of Urban Stormwater Quality Models: Deterministic, Stochastic, and Hybrid Approaches. *Journal of the American Water Resources Association*, 43(6), p. 1508-1523.
- Pandit A. et Gopalakrishnan G. (1997). Estimation of Annual Pollutant Loads under Wet Weather Conditions. *Journal of Hydrologic Engineering*, 2(4), p.211-218.
- Philippe J.P. et Ranchet J. (1987). *Pollution of runoff water in urban areas. Synthesis of data from ten catchments around Paris*. LCPC Research Report nr 142, Paris, France, 76 p.
- Piatyszek E., Joannis C. et Aumond M. (2001). A screening method for dry-weather flow rate measurements in sewers. *Actes de la 4ème conférence internationale de Novatech*, 25-27 juin 2001, Lyon, France, p. 169-176.
- Pitt R.E. et Amy G. (1973). *Toxic Materials Analysis of Street Surface Contaminants*. URS Research Company for the U.S. EPA report no EPA-R2-73-283, Washington D.C. USA: U.S. Environmental Protection Agency, aout 1973.
- Raftery A.E. et Lewis S.M. (1992). Comment: One long run with diagnostics: Implementation strategies for Markov Chain Monte Carlo. *Statistical Science*, 7(4), p.493-497.
- Rauch W., Bertrand-Krajewski J.-L., Krebs P., Mark O., Schilling W., Schuetze M. et Vanrolleghem P.A. (2002). Deterministic modelling of integrated urban drainage systems. *Water Science and Technology*, 45(3), p.81-94.
- Reichert P. (2009). *Environmental system analysis*. Course document, 9 juin 2009.
- Renard B., Kavetski D., Kuczera G., Thyer M. et Franks S.W. (2010). Understanding predictive uncertainty in hydrologic modeling: The challenge of identifying input and structural errors. *Water Resources Research*, 46(5), p.1-22.

## Bibliographie

- Robert C. (2001). *The Bayesian Choice: from Decision-Theoretic Motivations to Computational Implementation*. Springer-Verlag, eds., New York.
- Romanowicz R., Beven K. et Tawn J. (1994). Evaluation of predictive uncertainty in non-linear hydrological models using a Bayesian approach. In: Barnett, V., Turkman, K.F. (Eds.), *Statistics for the Environment. II. Water Related Issues*. Wiley, pp. 297–317.
- Rossman L.A. (2008). Storm Water Management Model (SWMM) - User's Manual Version 5.0.
- Rudemo M. (1982). Empirical choice of histograms and Kernel density estimators. *Scandinavian Journal of Statistics*, 9, p.65-78.
- Saget A. (1994). *Base de données sur la qualité des rejets urbains de temps de pluie, distribution de la pollution rejetée, dimensions des ouvrages d'interception*. Thèse de doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées, Paris, France, 227 p. + annexes.
- Saget A., Chebbo G. (1995). *Distribution of pollutant loads during rainfall events*. CERGRENE/Lyonnaise des. Eaux report, June 1995, 60 p.
- Saget A., Chebbo G. et Bertrand-Krajewski J.-L. (1995). The first flush in sewer system. *Proceedings of International Conference on Sewer Solids-Characteristics, Movement, Effects and Control*, Dundee, U.K., p. 58-65.
- Saget A., Gromaire-Mertz M.-C., Deutsch J.-C. et Chebbo G. (1998). Extent of pollution in urban wet weather discharges. In *Conference on "Hydrology in a Changing Environment", 6-10 July 1998*. Exeter, UK.
- Saltelli A., Tarantola S. et Chan K.P.S. (1999). A Quantitative Model-Independent Method for Global Sensitivity Analysis of Model Output. *Technometrics*, 41(1), p.39-56.
- Saltelli A., Tarantola S. et Campolongo F. (2004). *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. In: Probability And Statistics Series, ed. Wiley.
- Sansalone J. et Buchberger S. (1997). Partitioning and first flush of metals in urban roadway storm water. *Journal of Environment Engineering*, 123(2), p.134-143.
- Sartor J.D. et Boyd G.B. (1972). *Water Pollution Aspects of Street Surface Contaminants*. USA. EPA report, EPA-R2-72-081.
- Sartor J.D., Boyd G.B. et Agardy F. (1974). Water pollution aspects of street surface contaminants. *Journal of Water Pollution Control Federation*, 46, p.458–67.
- Schaepli B. et Gupta Hoshin V. (2007). Do Nash values have value ? *Hydrological Processes*, 21, 2075-2080, p.2075-2080.
- Schaepli B, Talamba D. et Musy A. (2007). Quantifying hydrological modeling errors through a mixture of normal distributions. *Journal of Hydrology*, 332(3-4), p.303-315.
- Schilperoort R.P.S., Dirksen J., Langeveld J.G. et Clemens F.H.L.R. (2009). Assessing characteristic time and space scales of in-sewer processes by analysis of one year of continuous in sewer

## Bibliographie

- monitoring data. *Proceedings of 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, September 2009, Tokyo, Japon, 8 p.
- Schoups G. et Vrugt J.A. (2010a). A Formal Likelihood Function for Parameter and Predictive Inference of Hydrologic Models with Correlated, Heteroscedastic and Non-Gaussian Errors. *Water Resources Research*, 46, W10531, 17 p.
- Schoups G. et Vrugt J.A. (2010b). Inaccurate numerical implementation of conceptual hydrologic models corrupts accuracy and efficiency of MCMC simulation. *Water Resources Research*, in press.
- Schueler T. (1987). *Controlling urban runoff : a practical manual for planning and designing urban BMPs. Publ. No. 87703*. Washington, D.C, USA : Metropolitan Washington Council of Governments.
- Servat E. (1984). *Contribution à l'étude des matières en suspension du ruissellement pluvial à l'échelle d'un petit bassin versant urbain*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2, France.
- Sharma K. R., Yuana Z., Haas D., Hamilton G., Corrieb S. et Kellera J. (2008). Dynamics and dynamic modelling of H<sub>2</sub>S production in sewer systems. *Water Research*, 42, p.2527-2538.
- Shaw S.B., Stedinger J.R. et Walter M.T. (2010). Evaluating Urban Pollutant Buildup / Wash-Off Models Using a Madison Wisconsin Catchment. *Journal of Environmental Engineering*, 136(2), p.194-203.
- Sheng Y., Ying G. et Sansalone J. (2008). Differentiation of transport for particulate and dissolved water chemistry load indices in rainfall – runoff from urban source area watersheds. *Journal of Hydrology*, 361(1-2), p.144-158.
- Skipworth P.J., Tait S.J., Saul A.J. et Ashley R. (2001). Sewer flow quality modelling based on a novel deposit erosion model. In *World Water Congress 2001*.
- Skipworth P., Tait S.J.T. et Saul Adrian J. (1999). EROSION OF SEDIMENT BEDS IN SEWERS: MODEL DEVELOPMENT. *Journal of Environmental Engineering*, 125(6).
- Soonthornnonda P. et Christensen E.R. (2008). A Load Model Based on Antecedent Dry Periods for Pollutants in Stormwater. *Water Environment Research*, 80(2), pp. 162-171.
- Sorooshian S. et Dracup J. (1980). Stochastic parameter estimation procedures for hydrologic rainfall-runoff models: correlated and heteroscedastic error cases. *Water Resources Research*, 16(2), p.430–442.
- Spear R.C. et Hornberger G.M. (1980). Eutrophication in the Peel Inlet, II, Identification of critical uncertainties via generalized sensitivity analysis. *Water research*, 14, p.43–49.
- Spear R.C., Grieb T.M. et Shang N. (1994). Parameter uncertainty interaction in complex environmental models. *Water Resources Research*, 30(11), p.3159–3169.
- Stedinger J.R., Vogel R.M., Lee S.U. et Batchelder R. (2008). Appraisal of the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) method. *Water Resources Research*, 44, p.1-17.

## Bibliographie

- Sutherland R.C. et Jelen S.L. (2003). *Stormwater quality modeling improvements needed for SWMM*. Practical modeling of urban water systems monograph 11, W. James, ed., CHI, Guelph, Ontario, p.253–289.
- Tanner M. (1996). *Tools for Statistical Inference: Methods for the Exploration of Posterior Distributions and Likelihood Functions*. Ed. Springer.
- Tanner M.H. (1992). Tools for statistical inference: observed data and data augmentation methods. In *Lecture Notes in Statistics 67*. Springer-Verlag, New York.
- Ter Braak C. (2006). A Markov chain Monte Carlo version of the genetic algorithm differential evolution: easy Bayesian computing for real parameter spaces. *Statistics and Computing*, 16, p.239-249.
- Thomas H.W. et Ronald J.W. (1995). *Statistiques - Economie - gestion - Sciences - Medecine (avec exercices d'application)*. Ed. Economica, 4ème Édition.
- Thorndahl S., Beven K.J., Jensen J.B. et Schaarup-Jensen K (2008). Event based uncertainty assessment in urban drainage modelling, applying the GLUE methodology. *Journal of Hydrology*, 357(3–4), p.421–437.
- Thyer M., Renard B., Kavetski D., Kuczera G., Franks S.W. et Srikanthan S. (2009). Critical evaluation of parameter consistency and predictive uncertainty in hydrological modeling: A case study using Bayesian total error analysis. *Water Resources Research*, 45(3).
- Tomassone R., Audrain S., Lesquoy-de-Turchein E. et Millier C. (1992). *La régression : nouveaux regards sur une ancienne méthode statistique*. Ed. Masson, Paris, 188 p.
- Torres A. (2008). *Décantation des eaux pluviales dans un ouvrage réel de grande taille : éléments de réflexion pour le suivi et la modélisation*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, France, 374 p.
- Torres A. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2008). Partial Least Squares local calibration of a UV – visible spectrometer used for in situ measurements of COD and TSS concentrations in urban drainage systems. *Water Science and Technology*, 57(4), p.581-588.
- US EPA (1970). *Storm Water Pollution from Urban Land Activity*, Washington, D.C., July 1970.
- Vaze J. (2003). Study of pollutant washoff from small impervious experimental plots. *Water Resources Research*, 39(6).
- Vaze J. et Chiew F.H.S. (2003). Comparative evaluation of urban storm water quality models. *Water resources research*, 39(10).
- Vezzaro L. (2008). Sensitivity analysis and uncertainty evaluation of a conceptual stormwater quality model. Proceedings of the *11th International Conference on Urban Drainage*, Edinburgh, Scotland, UK, p.1-10.
- Vollertsen J., Nielsen A.H., Jensen H.S. et Hvitved-Jacobsen T. (2008). Modeling the formation and fate of odorous substances in collection systems. *Water environment research : a research publication of the Water Environment Federation*, 80(2), p.118-26.

## Bibliographie

- Vrugt J. et Bouten W. (2002). Validity of first-order approximations to describe parameter uncertainty. *Soil Science Society of America Journal*, 66, 1740–1751.
- Vrugt J., Gupta H.V., Willem B. et Sorooshian S. (2003). A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters. *Water Resources Research*, 39(8).
- Vrugt J., Ter Braak C.J.F., Gupta H.V. et Robinson B.A. (2008a). Equifinality of formal (DREAM) and informal (GLUE) Bayesian approaches in hydrologic modeling? *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23(7), p.1011-1026.
- Vrugt J., ter Braak C.J.F., Clark M.P., Hyman J.M. et Robinson B.A. (2008b). Treatment of input uncertainty in hydrologic modeling: Doing hydrology backward with Markov chain Monte Carlo simulation. *Water Resources Research*, 44, p.1-15.
- Vrugt J., ter Braak C.J.F., Gupta H.V. et Robinson B.A. (2008c). Response to comment by Keith Beven on “Equifinality of formal (DREAM) and informal (GLUE) Bayesian approaches in hydrologic modeling?” *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23(7), p.1061-1062.
- Vrugt J., Robinson B.A., Hyman J.M. et Higdon D. (2009). Accelerating Markov Chain Monte Carlo simulation by differential evolution with self-adaptive randomized subspace sampling. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 3, p.273 - 290.
- Wallingford Software (2004). InfoWorks CS version 5.5 Online help.
- Willems P. (2010). Parsimonious model for combined sewer overflow pollution. *Journal of Environmental Engineering*, 136(3), p.316-325.
- Willems P. (2008). Quantification and relative comparison of different types of uncertainties in sewer water quality modeling. *Water Research*, 42(13), p.3539-51.
- Williamson J.H. (1968). Least-squares fitting of a straight line. *Canadian Journal of Physics*, 46, p.1845-1847.
- Willmott C., Ackleson S., Davis R., Feddema J., Klink K., Legates D. et Rowe C. (1985). Statistics for the evaluation and comparison of models. *Journal of Geophysical Research*, 90(C5), p.8995–9005.
- Winkler S., Bertrand-Krajewski J.-L., Torres A. et Saracevic E. (2008). Benefits, limitations and uncertainty of in situ spectrometry. *Water Science and Technology*, 57(10), p.1651-1658.
- Wiuff R. (1985). Transport of suspended material in open and submerged streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(5), p.774–792.
- XP-SOFTWARE (1999). XP-AQUALM - Technical Description.
- Xu C. (2001). Statistical analysis of parameters and residuals of a conceptual water balance model – methodology and case study. *Water Resources Management*, 15(2), p.75-92.

## Bibliographie

- Yang J., Reichert P., Abbaspour K. et Yang H. (2007). Hydrological modelling of the Chaohe Basin in China: Statistical model formulation and Bayesian inference. *Journal of Hydrology*, 340(3-4), p.167-182.
- Yongsiri C., Hitved-Jacobsen T., Vollersten J. et Tanaka N. (2003). Introducing the emission process of hydrogen sulfide to a sewer process model (WATS). *Water Science and Technology*, 47(4), p.85-92.
- York D. (1966). Least-squares fitting of a straight line. *Canadian Journal of Physics*, 44, p.1079-1086.
- Zgheib S. (2009). *Flux et sources de polluants prioritaires dans les eaux urbaines en lien avec l'usage du territoire*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées France, 349 p.
- Zoppou C. (2001). Review of urban stormwater models. *Environmental Modelling and Software*, 16, p.195-231.



# **Annexes**

## **Annexe 1**

Métadier M. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2010c). Traitement de séries chronologiques de turbidité continues à court pas de temps pour l'estimation des masses de MES et de DCO rejetées en milieu urbain par temps de pluie. *La Houille Blanche*, 2, p. 77.

## **Annexe 2**

Métadier M. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2010b). From mess to mass: a methodology for calculating storm event pollutant loads with their uncertainties, from continuous raw data time series. *Water Science and Technology*, accepté.

## **Annexe 3**

Métadier M. et Bertrand-Krajewski J.-L. (2010a). Assessing dry weather flow contribution in TSS and COD storm events loads in combined sewer systems. *Water Science and Technology*, accepté.



# Traitement de séries chronologiques de turbidité continues à court pas de temps pour l'estimation des masses de MES et de DCO rejetées en milieu urbain par temps de pluie

Use of continuous turbidity measurements for the assessment of event TSS and COD loads from urban sewer systems

M. Métadier <sup>1,2</sup>, J.-L. Bertrand-Krajewski <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Lyon, INSA Lyon, LGCIE – Laboratoire de Génie Civil et Ingénierie Environnementale, 34 avenue des Arts, F-69621 Villeurbanne cedex

(E-mail: [marjolaine.metadier@insa-lyon.fr](mailto:marjolaine.metadier@insa-lyon.fr))

<sup>2</sup> Safege, 15-27 rue du Port, 92022 Nanterre cedex

## Résumé

Parmi les différentes techniques de mesures en continu *in situ* actuellement utilisables, le mesurage de la turbidité permet d'estimer les charges en matières en suspension (MES) et en demande chimique en oxygène (DCO) transitant dans les réseaux d'assainissement urbains. Pour obtenir des résultats fiables et calculer leurs incertitudes, les méthodes appropriées développées se décomposent en plusieurs phases : i) étalonnage des capteurs, ii) application des fonctions d'étalonnage, iii) régressions polynomiales spécifiques entre MES ou DCO et turbidité prenant en compte les incertitudes sur toutes les grandeurs, et iv) application des régressions pour estimer les charges polluantes. Dans cet article, ces méthodes ont été appliquées au réseau d'assainissement séparatif de Chassieu (France) pour le calcul des masses événementielles de MES et de DCO par temps de pluie pour deux années de mesure. Les différentes étapes du calcul des flux et de leurs incertitudes sont décrites, avec le détail des méthodes spécifiques employées. La méthodologie d'identification des événements pluvieux et les résultats obtenus sont présentés : 56 événements ont été retenus pour des masses en MES et DCO variant respectivement de 2 à 2279 kg et de 12 à 1571 et avec une incertitude type relative maximale de 15 %.

**Mots-clés** : DCO ; étalonnage ; incertitudes ; MES ; mesures en continu ; RUTP ; turbidité

## Abstract

Among all *in situ* continuous measurement techniques currently available, turbidity can be used to estimate Total Suspended Solids (TSS) and Chemical Oxygen Demand (COD) in urban sewer systems. In order to obtain reliable results and calculate their uncertainties, proper methods have been developed for: i) sensor calibration, ii) application of calibration functions, iii) specific 1st or 2nd order polynomial regression between TSS (or COD) values and turbidity values accounting for uncertainties in both variables and iv) application of regression functions to estimate TSS (or COD) loads at event scales. In this paper, these methods have been applied to the catchment Chassieu (France), equipped with a separate sewer system. TSS and COD storm event loads have been calculated for a two years period. This paper describes the different calculation steps for the estimation of pollution loads and their uncertainties and the specific methods used. The methodology applied to identify storm events and the results obtained are then presented: 56 events have been retained, with TSS and COD loads ranging from 2 to 2279 kg and from 12 to 1571 kg. The maximum relative uncertainty obtained is 15%.

**Key-words**: calibration ; COD ; continuous measurements ; storm event pollutant loads from urban sewer systems ; uncertainties ; TSS ; turbidity

## INTRODUCTION

Les exigences croissantes en matière de qualité des eaux urbaines rejetées dans les milieux aquatiques par temps de pluie conduisent aujourd'hui les gestionnaires des systèmes d'assainissement à envisager de nouvelles techniques de mesure en continu et *in situ* pour l'estimation des flux de polluants. Ces mesurages offrent par ailleurs des perspectives intéressantes pour l'amélioration des modèles de Rejets Urbains de Temps de Pluie (RUTP), aujourd'hui peu utilisés du fait du manque de données expérimentales (Gromaire *et al.*, 2002 ; Mourad *et al.*, 2005). Depuis quelques années, l'utilisation de la turbidimétrie en réseau d'assainissement (voir par exemple le site [www.turbidite-assainissement-cil.fr](http://www.turbidite-assainissement-cil.fr)) permet d'acquérir à pas de temps court des séries chronologiques à partir desquelles on peut évaluer les flux de matières en suspension (MES) et de demande chimique en oxygène (DCO) à différentes échelles de temps, de l'événement pluvieux à l'année. Parallèlement, une attention croissante est portée à l'estimation des incertitudes de mesure sur ces flux (Bertrand-Krajewski, 2004; Ruban *et al.*, 2006, 2008).

Les fonctions de corrélation MES-turbidité et DCO-turbidité utilisées à ce jour sont des relations empiriques spécifiques à chaque site, établies par régression sur des données de turbidité et de concentrations en MES et DCO mesurées conjointement. Afin de prendre en compte les incertitudes affectant à la fois les valeurs de turbidité et celles des concentrations en MES et DCO, la méthode de régression proposée par Williamson (Williamson, 1968) peut être utilisée (Bertrand-Krajewski, 2004). Le calcul des incertitudes sur les flux polluants rejetés a nécessité le développement de méthodes spécifiques pour i) l'étalonnage des capteurs, ii) l'application des fonctions d'étalonnage, iii) les mesurages de MES et DCO des échantillons, iv) la détermination des fonctions de corrélation MES-turbidité et DCO-turbidité et v) l'application de ces fonctions pour l'estimation des flux polluants (Bertrand-Krajewski *et al.*, 2008).

Dans cet article, ces méthodes sont appliquées au bassin versant urbain de Chassieu (185 ha, réseau séparatif pluvial, zone industrielle) pour le calcul des masses événementielles de MES et de DCO par temps de pluie pour deux années de mesure (2004 et 2005). Les données utilisées sont des séries chronologiques acquises au pas de temps de 2 minutes à l'exutoire du réseau équipé d'appareils de mesure en continu dans le cadre de l'Observatoire de Terrain en Hydrologie Urbaine (OTHU, voir [www.othu.org](http://www.othu.org)). Les grandeurs mesurées en continu sont la hauteur d'eau, la vitesse d'écoulement, la conductivité, le pH, la température et la turbidité. Ce travail constitue la première phase d'une thèse sur l'utilisation de séries chronologiques continues à court pas de temps pour la formulation, le calage et la vérification de modèles de RUTP dans une perspective opérationnelle. Cet article traite successivement les points suivants : i) étalonnage des capteurs, ii) application des fonctions d'étalonnage, iii) détermination des fonctions de corrélation, iv) calcul des masses de polluants événementielles, v) délimitation des événements pluvieux, vi) résultats et vii) conclusion.

Les méthodes de calcul des incertitudes présentées dans cet article sont elles-mêmes un sujet de recherche. Elles permettent de tenir compte des spécificités du mesurage discrétisé à court pas de temps de grandeurs qui varient de manière continue au cours du temps, comme le débit et les concentrations en polluants. Les méthodes classiques (voir NF ENV 13005, 1999 ou Bertrand-Krajewski *et al.*, 2000) demandent des développements et des analyses particulières (voir par exemple Joannis et Bertrand-Krajewski, 2008) : certaines adaptations et reformulations sont prises en compte dans les calculs qui suivent, d'autres sont encore en cours d'étude. Les méthodes décrites dans cet article doivent donc être considérées comme une étape de travail et les résultats comme susceptibles d'être revus ultérieurement lorsque des méthodes plus avancées seront appliquées en routine.

Par ailleurs, il n'est pas possible dans le cadre de cet article de rappeler toutes les notions relatives aux procédures et méthodes d'étalonnage et aux calcul des incertitudes (définitions, loi de propagation des incertitudes, etc.). Nous renvoyons le lecteur aux deux références suivantes qui les présentent de manière détaillée : NF ENV 13005 (1999) et Bertrand-Krajewski *et al.* (2000), ainsi qu'au site internet [www.turbidite-assainissement-cil.fr](http://www.turbidite-assainissement-cil.fr).

## 1. ETALONNAGE DES CAPTEURS

Les grandeurs étudiées sont la turbidité et la hauteur d'eau, à partir desquelles seront calculés respectivement les concentrations en MES et DCO et le débit. Le turbidimètre (méthode néphélométrique 0-4000 FNU) est étalonné 1 à 2 fois par an avec 5 à 6 solutions étalons de formazine certifiées entre 0 et 2000 FNU (les valeurs les plus fréquentes mesurées à Chassieu sont inférieures à 1000 FNU) dont l'incertitude type est connue et égale à 2.5 % de la valeur étalon pour les étalonnages effectués en 2004 et 2005 (à titre de rappel, l'incertitude type  $u(G)$  d'une grandeur  $G$  est équivalente, en première approximation, à l'écart type  $s(G)$  – voir par exemple NF ENV 13005, 1999 ou Bertrand-Krajewski *et al.*, 2000). Pour l'étalonnage des capteurs de hauteur d'eau (ultrasons aériens), un dispositif à plateau dont les hauteurs repères sont certifiées est utilisé. L'incertitude type des hauteurs d'eau étalons est estimée à 5 mm. Dans les deux cas (turbidité et hauteur d'eau), 12 mesurages répétés consécutifs sont effectués pour chaque valeur étalon au cours des étalonnages.

La fonction d'étalonnage  $f$  est une régression donnant la valeur  $Y$  mesurée par le capteur en fonction de la valeur  $X$ , considérée comme vraie, des étalons. Les fonctions d'étalonnage testées sont des polynômes de degré 1 à 3 :

$$Y = f(X) = \sum_{j=0}^d b_j X^j \quad (1)$$

avec  $b_j$  les coefficients des polynômes de degré  $d$  et  $j = [0:d]$ .

Les valeurs des coefficients  $b_j$  peuvent être évaluées par la méthode des moindres carrés ordinaires. Cela suppose que les valeurs  $X$  sont vraies et sans incertitudes ou au minimum que les incertitudes sur  $X$  sont négligeables devant les incertitudes sur  $Y$ . Par ailleurs, notamment dans le cas des turbidimètres utilisés à Chassieu, la variance des mesurages n'est pas constante pour toutes les valeurs  $X$  et augmente significativement pour les valeurs étalons supérieures à 1000 FNU. C'est pourquoi la méthode de régression de type Williamson (1968) permettant de prendre en compte simultanément les incertitudes sur les deux variables  $X$  et  $Y$  et une variance non constante a été utilisée (Bertrand-Krajewski, 2004). Cette méthode initialement établie pour les seules droites de régression a été étendue aux polynômes de degrés 2 et 3. Elle consiste à minimiser l'écart  $E$  donné par l'équation 2 :

$$E = \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{u(x_i)^2} (X_i - x_i)^2 + \frac{1}{u(y_i)^2} (Y_i - y_i)^2 \right) \quad (2)$$

avec  $N$  le nombre de couples de valeurs mesurées  $(x_i, y_i)$ ,  $u(x_i)$  et  $u(y_i)$  les incertitudes types respectives des valeurs mesurées  $x_i$  et  $y_i$ ,  $X_i$  et  $Y_i = f(X_i)$  les valeurs prédites par la régression  $f$ .

Pour des fonctions de degrés 2 et 3, en l'absence de solution analytique explicite, une minimisation numérique non-linéaire est appliquée pour déterminer les valeurs des coefficients  $b_j$  et des simulations de Monte-Carlo permettent d'estimer leurs incertitudes types (variances et covariances). Cette méthode a été utilisée pour l'étalonnage des capteurs de hauteur d'eau et de turbidité pour les années 2004 et 2005. Les degrés optimaux des polynômes ont été déterminés par un test de Snedecor.

## 2. APPLICATION DES FONCTIONS D'ÉTALONNAGE

Pour chaque grandeur  $X$  (hauteur ou turbidité), il s'agit de déterminer à chaque pas de temps  $i$ , pour chaque valeur mesurée  $x_i$ , une estimation de la valeur vraie de la grandeur et de son incertitude type, notées respectivement  $\hat{X}_i$  et  $u(\hat{X}_i)$ .  $\hat{X}_i$  est obtenue en appliquant la fonction d'étalonnage inverse  $f^{-1}$

correspondante (équation 3), soit par calcul analytique direct (degrés 1 et 2) soit par approximation numérique (degré 3).

$$\hat{X}_i = f^{-1}(x_i) \quad (3)$$

$u(\hat{X}_i)$  est calculée en distinguant deux contributions indépendantes : d'une part l'incertitude type de mesure proprement dite liée au capteur  $u_{mesure}(\hat{X}_i)$  et d'autre part l'incertitude type liée aux conditions de mesure sur site  $u_{site}(\hat{X}_i)$ . L'incertitude type totale  $u_{tot}(\hat{X}_i)$  est calculée comme suit :

$$u_{tot}(\hat{X}_i)^2 = u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 + u_{site}(\hat{X}_i)^2 \quad (4)$$

L'incertitude type  $u_{site}$  a été estimée à 7.5 mm pour la hauteur d'eau : cela correspond aux vaguelettes et aux fluctuations de la surface de l'écoulement, à la non horizontalité de la surface libre, etc. Pour la turbidité,  $u_{site}$  a été fixée à 5 % de la valeur mesurée. Cet ordre de grandeur est une première estimation, qui devra être affinée ultérieurement, en prenant en compte des effets et des biais variables possibles liés à l'implantation du capteur dans l'écoulement, à son orientation par rapport à la direction de l'écoulement, au fait que le mesurage est effectué dans un milieu en mouvement, etc.

L'incertitude type  $u_{mesure}$  est calculable de manière directe lorsque la régression est effectuée par la méthode des moindres carrés ordinaires. Cependant, dans le cas de la régression de type Williamson, les relations classiques des moindres carrés ordinaires ne sont plus applicables telles quelles. On calcule donc  $u_{mesure}$  en appliquant la loi de propagation des incertitudes, qui conduit à l'équation 5 :

$$u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 = u(x_i)^2 \left( \frac{\partial f^{-1}}{\partial x_i} \right)^2 + \sum_{j=0}^d u(b_j)^2 \left( \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_j} \right)^2 + 2 \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{k=j+1}^d \text{cov}(b_j, b_k) \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_j} \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_k} \quad (5)$$

Les incertitudes types  $u(x_i)$  et  $u(b_j)$  et les covariances  $\text{cov}(b_j, b_k)$  sont déterminées à partir des données expérimentales de l'étalonnage. La valeur de  $u(x_i)$  est déterminée à partir de l'analyse des variations de la variance  $s_i^2$  en fonction des valeurs étalons. Pour des valeurs de turbidité inférieures à 1000 FNU,  $u(x_i)$  est de l'ordre de 1 FNU, ce qui correspond à la variance liée de l'étalonnage. Pour des valeurs supérieures à 1000 FNU, compte tenu du comportement du capteur, on peut être amené à choisir des valeurs de  $u(x_i)$  supérieures. Par ailleurs, en pratique, le terme  $u_{site}$  est nettement prépondérant devant le terme  $u_{mesure}$  dans l'estimation de l'incertitude totale  $u_{tot}(\hat{X}_i)$ .

Si le calcul des dérivés partielles de l'équation 5 est direct pour un polynôme d'étalonnage de degré 1 ou 2, ce n'est pas le cas pour le degré 3 où l'on n'a pas d'expression explicite de  $\hat{X}_i$  en fonction de  $x_i$ . Une autre méthode de calcul est donc utilisée en appliquant la loi de propagation des incertitudes dans le sens direct de la fonction d'étalonnage  $f$  :

$$u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 = \frac{u(x_i)^2}{\left(\frac{\partial f}{\partial \hat{X}}\right)^2} + \frac{u_{et}(\hat{X}_i)^2}{\left(\frac{\partial f}{\partial \hat{X}}\right)^2} \quad (6)$$

avec

$$u_{et}(\hat{X}_i)^2 = \sum_{j=0}^d u(b_j)^2 \left(\frac{\partial f}{\partial b_j}\right)^2 + 2 \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{k=j+1}^d \text{cov}(b_j, b_k) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial b_j}\right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial b_k}\right) \quad (7)$$

A titre d'illustration, l'annexe A présente le détail des calculs précédents (équations 3 à 7) dans le cas d'une droite.

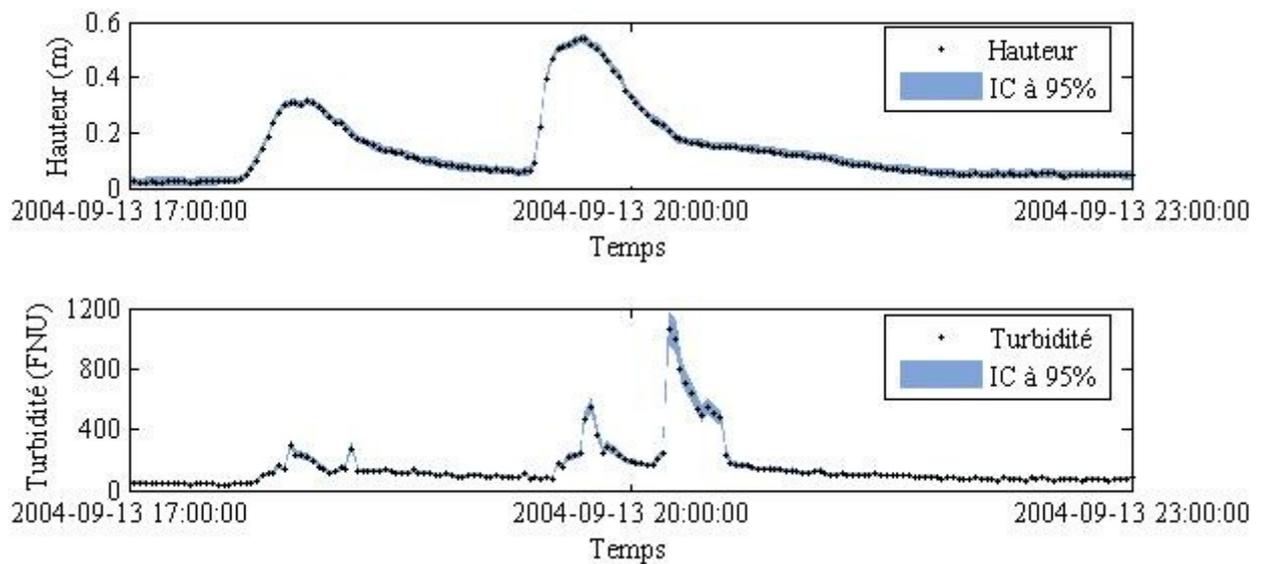


Figure 25. Hauteur et turbidité corrigées, événement du 13 septembre 2004, à Chassieu

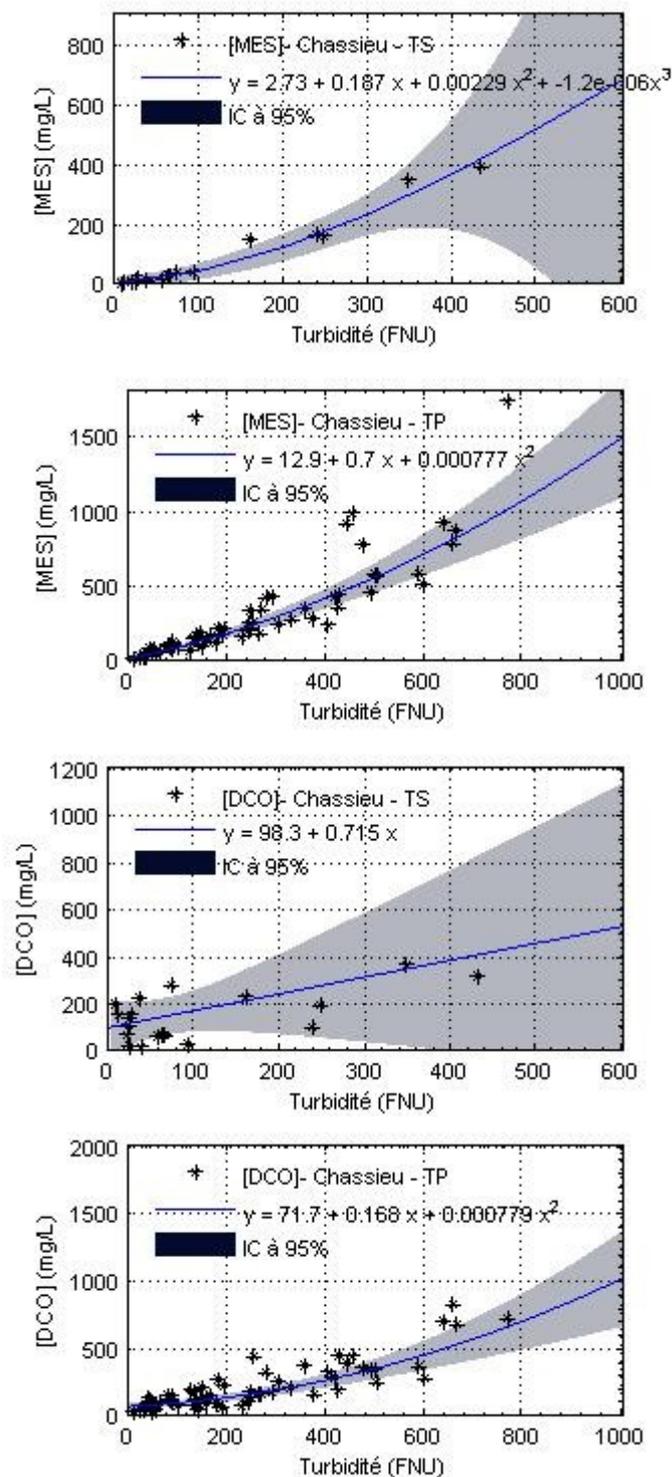


Figure 26. Relations [MES]-Turbidité (en haut) et [DCO]-Turbidité (en bas), temps sec (TS à gauche) et temps de pluie (TP à droite) à Chassieu

La Figure 25 présente un exemple de chroniques de hauteur et de turbidité corrigées, avec un intervalle de confiance à 95 % pour l'événement pluvieux du 13 septembre 2004 à Chassieu (on appelle données corrigées les données brutes après application de la fonction d'étalonnage inverse et détermination des incertitudes types).

### 3. DÉTERMINATION DES FONCTIONS DE CORRÉLATION

Les fonctions de corrélation [MES]-turbidité et [DCO]-turbidité (équations 8 et 9) sur le site de Chassieu sont déterminées par régression de type Williamson à partir de triplets de valeurs [MES]-[DCO]-turbidité obtenus par mesurages sur échantillons (analyses des MES selon la méthode normalisée et de la DCO par micro-méthode). Comme pour la fonction d'étalonnage  $f$ , les valeurs des coefficients  $c_j$  et  $d_j$  des polynômes sont calculées par régression de type Williamson, leurs incertitudes types et leurs covariances sont déterminées par simulations de Monte Carlo, en distinguant périodes de temps sec et périodes de temps de pluie. Les détails de la méthode sont présentés dans Bertrand-Krajewski *et al.* (2008) et Torrès (2008). Les fonctions retenues sont présentées Figure 26, avec un intervalle de confiance à 95 % correspondant à l'étalonnage du 1er décembre 2003. En temps sec comme en temps de pluie, les incertitudes sur la relation [DCO]-turbidité sont plus élevées que dans le cas des MES. On observe une plus grande dispersion des points expérimentaux, notamment pour les faibles valeurs de turbidité en temps sec. Cette dispersion est liée en partie au fait que la DCO est moins corrélée à la turbidité que les MES (une fraction variable de la DCO est dissoute).

$$[MES] = g(\hat{T}) = \sum_{j=0}^{d_{MES}} c_j \hat{T}^j \quad (8)$$

$$[DCO] = h(\hat{T}) = \sum_{j=0}^{d_{DCO}} d_j \hat{T}^j \quad (9)$$

avec  $c_j$  et  $d_j$  les coefficients des polynômes  $g$  (de degré  $d_{MES}$ ) pour les MES et  $h$  (de degré  $d_{DCO}$ ) pour la DCO.

### 4. DETERMINATION DES MASSES EVENEMENTIELLES

Les concentrations en MES et en DCO sont calculées en continu pour les deux années 2004 et 2005 à partir des données de turbidité corrigées  $\hat{T}_i$ . Les incertitudes types sur les concentrations estimées du polluant  $X$  (MES ou DCO), notées  $u[\hat{X}]$  sont calculées directement par la loi de propagation des incertitudes, les incertitudes des coefficients  $c_j$  et  $d_j$  ayant été déterminées à l'étape précédente :

$$\begin{aligned} u([\hat{X}_i])^2 &= u(\hat{T}_i)^2 \left( \frac{\partial[\hat{X}_i]}{\partial \hat{T}_i} \right)^2 + \sum_{j=0}^d u(b_j)^2 \left( \frac{\partial[\hat{X}_i]}{\partial b_j} \right)^2 \\ &+ 2 \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{k=j+1}^d \text{cov}(b_j, b_k) \cdot \left( \frac{\partial[\hat{X}_i]}{\partial b_j} \right) \cdot \left( \frac{\partial[\hat{X}_i]}{\partial b_k} \right) + s_i^2 \end{aligned} \quad (10)$$

avec  $b_j = c_j$  (pour les MES) ou  $d_j$  (pour la DCO) et  $s_i^2$  la variance liée de la régression.

La masse événementielle  $M(X)$  du polluant  $X$  entre les temps  $t_d$  et  $t_f$  (respectivement début et fin de l'événement pluvieux) est calculée par l'équation 11 :

$$M(X) = \Delta t \sum_{i=t_d}^{t_f} m_{Xi} = \Delta t \sum_{i=t_d}^{t_f} \hat{X}_i Q_i \quad (11)$$

avec  $m_{Xi}$  le flux de polluant  $X$  pendant le pas de temps  $i$ ,  $Q_i$  le débit au pas de temps  $i$  estimé par la relation de Manning-Strickler à partir de la hauteur d'eau  $h_i$  et  $\Delta t$  le pas de temps d'acquisition des données ( $\Delta t = 2$  minutes pour les données de Chassieu). Le coefficient de rugosité  $K_{MS} = 71.5 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$  a été déterminé à partir d'une modélisation 3D sous Fluent. L'incertitude type  $u(Q_i)$  est estimée en appliquant la loi de propagation des incertitudes.

L'incertitude type sur  $M(X)$  est calculée par la loi de propagation des incertitudes en tenant compte i) des incertitudes types  $u(m_{Xi})$  calculées elles-mêmes à partir des incertitudes types  $u(\hat{X}_i)$  et  $u(Q_i)$  considérées comme indépendantes entre elles, ii) de l'incertitude liée à la discrétisation au pas de temps  $\Delta t$  du signal vrai continu  $m_X(t)$  inconnu et approximé par interpolation linéaire entre les valeurs mesurées  $m_{Xi}$  (voir Joannis et Bertrand-Krajewski, 2008). On néglige l'incertitude sur la durée du pas de temps. Dans cet article, les covariances entre les erreurs de détermination des concentrations en polluant  $X$  dues aux erreurs de détermination des coefficients  $c_j$  et  $d_j$  des fonctions de corrélation  $g$  et  $h$  n'ont pas été prises en compte. Ces covariances sont susceptibles de modifier, de manière plus ou moins importante, l'incertitude finale  $u(M(X))$ . Leur estimation détaillée dans le cas d'une régression de type Williamson de degré deux est actuellement en cours.

Dans ces conditions, l'incertitude type  $u(M(X))$  est alors calculée par l'équation 12 :

$$u(M(X))^2 = \Delta t^2 \left( \sum_{i=1}^n u(m_{Xi})^2 + \sum_{i=1}^n u(\Delta m_{\theta}(t_i))^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n u(\Delta m_{\theta}(t_i), \Delta m_{\theta}(t_j)) \right) \quad (12)$$

avec  $\Delta m_{\theta}(t_i) = \frac{M(X)}{\theta} - m_{Xi}$ ,  $\theta = t_f - t_d = n\Delta t$  et  $n$  le nombre de pas de temps de l'événement.

Les résultats obtenus indiquent que, pour les événements observés à Chassieu en 2004 et 2005, l'incertitude due à la discrétisation est négligeable devant l'incertitude sur les valeurs  $m_{Xi}$ . Cela est dû au fait que les données sont acquises à très court pas de temps (2 minutes). Dans ces conditions,  $u(M(X))$  peut être estimée, sans différence significative, au moyen de l'équation 13 :

$$u(M(X))^2 = \Delta t^2 \left( \sum_{i=1}^n u(m_{Xi})^2 \right) \quad (13)$$

## 5. IDENTIFICATION DES ÉVÉNEMENTS PLUVIEUX

Une identification automatique des événements pluvieux sur les deux années de mesure a été réalisée à partir des chroniques de débit corrigées. Les données du pluviomètre de Bron (le plus proche du site de mesure) ont été utilisées afin de déterminer les dates de début et de fin d'événement selon les critères suivants :

- critère 1 : un seuil de débit de 4 L/s pour distinguer le temps sec du temps de pluie (s'agissant d'un réseau séparatif pluvial, le débit de temps sec, principalement dû à des rejets industriels de refroidissement, est faible).
- critère 2 : pour être considérés comme distincts, deux événements pluvieux consécutifs doivent être séparés d'une durée minimum de 4 heures de temps sec (*i.e.* durée pendant laquelle  $Q < 4 \text{ L/s}$ ).
- critère 3 : la durée entre le début de la pluie et le début de l'hydrogramme de temps de pluie doit être inférieure à 6 heures.

La délimitation automatique des événements est effectuée en deux temps : i) détermination des limites des événements uniquement à partir des données de débit en continu, suivant les critères 1 et 2, puis ii) mise en correspondance entre les hydrogrammes délimités au terme de la 1<sup>ère</sup> étape et les pluies,

suivant le critère 3, afin d'éliminer tous les hydrogrammes ne correspondant pas à une pluie. Une validation manuelle finale permet de préciser, dans certains cas, les débuts et fins d'événement.

Cette analyse a révélé la présence de lacunes dans les chroniques de débit et de turbidité, la turbidité étant la grandeur la plus critique. Trois types de lacunes ont été identifiés : i) des lacunes de courte durée, souvent sur un ou quelques pas de temps, ii) des lacunes plus longues mais comblables manuellement et iii) des lacunes de longue durée, qui ne sont pas comblables, dues à des pannes des capteurs ou à des dysfonctionnements divers du dispositif de mesure. Au total, on dispose, respectivement pour 2004 et 2005, de i) 16 et 11 événements sans aucune lacune, et de ii) 7 et 22 événements avec lacunes comblables.

## 6. RÉSULTATS

Les masses événementielles de MES et de DCO et leurs incertitudes types ont été calculées par les équations 11 et 12 pour les 56 événements sans lacunes et avec lacunes comblables sur la période 2004-2005. Les lacunes ont été reconstituées par interpolation linéaire des masses et des incertitudes types sur chaque valeur élémentaire. Les résultats sont présentés pour les deux années en Figure 3 et 4 pour les MES, et en Figure 5 et 6 pour la DCO, avec dans chaque cas l'indication des intervalles de confiance à 95 %.

Les masses événementielles sont extrêmement variables d'un événement à l'autre, mais également d'une année à l'autre. Sur les deux années de mesure, les masses de MES varient de 2 à 2279 kg avec une moyenne de 271 kg (masse moyenne événementielle de 419 kg en 2004 et de 168 kg en 2005). Les masses de DCO varient de 12 à 1571 kg avec une moyenne de 285 kg (masse moyenne événementielle de 391 kg en 2004 et de 211 kg en 2005), pour des volumes ruisselés allant de 84 m<sup>3</sup> à 16931 m<sup>3</sup>. Globalement, les incertitudes types relatives sur les masses événementielles sont inférieures à 15 %. Cet ordre de grandeur est légèrement supérieur à ceux obtenus dans d'autres études utilisant des séries de turbidité (Bertrand-Krajewski *et al.*, 2008; Fletcher *et al.*, 2007), principalement en raison de la prise en compte de termes supplémentaires dans le calcul : incertitude  $u_{site}$  pour la turbidité et variance liée pour les corrélations turbidité - MES et turbidité - DCO.

Les incertitudes relatives sur les masses varient selon les événements. Elles peuvent être très élevées pour des événements de faible à moyenne intensité (n° 3 en 2005 par exemple) avec des masses de polluants faibles. Cela s'explique par une importante augmentation de la turbidité pendant l'événement pluvieux, sur une durée relativement courte et pour un débit peu élevé donc connu avec une incertitude relative élevée. Une analyse plus détaillée indique que cette variabilité des incertitudes relatives dépend de nombreux facteurs en interaction : valeurs absolues et variations des débits et des concentrations, coïncidences ou non des pics de débit et de turbidité, etc. Il est difficile d'isoler un seul facteur explicatif.

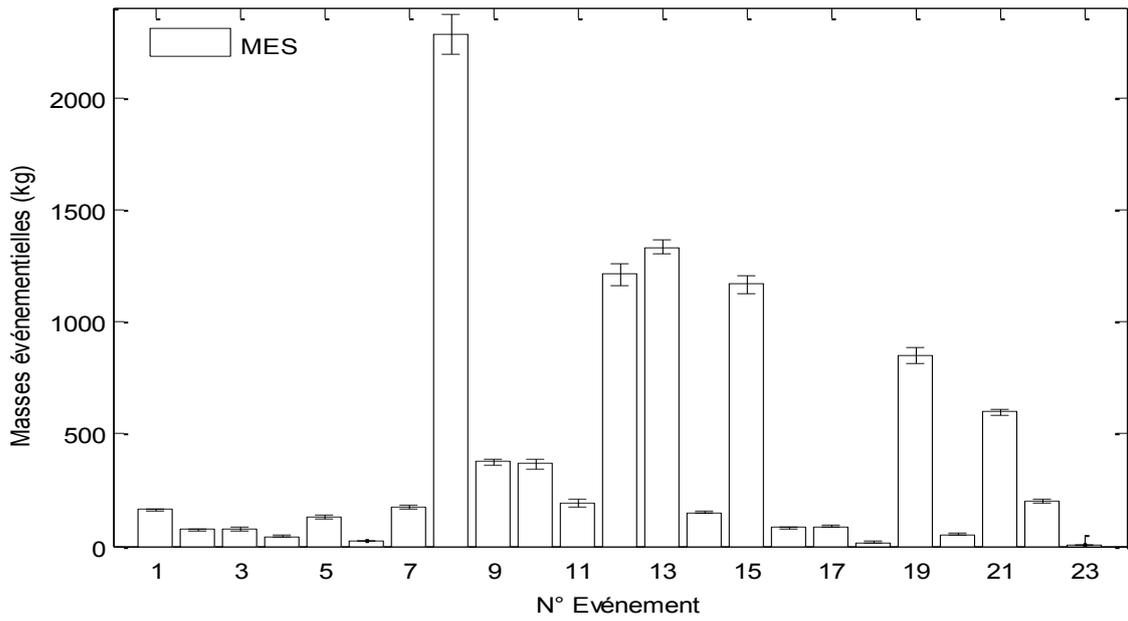


Figure 27. Masses événementielles de MES à Chassieu pour les 23 événements sans lacune et avec lacunes comblées de l'année 2004

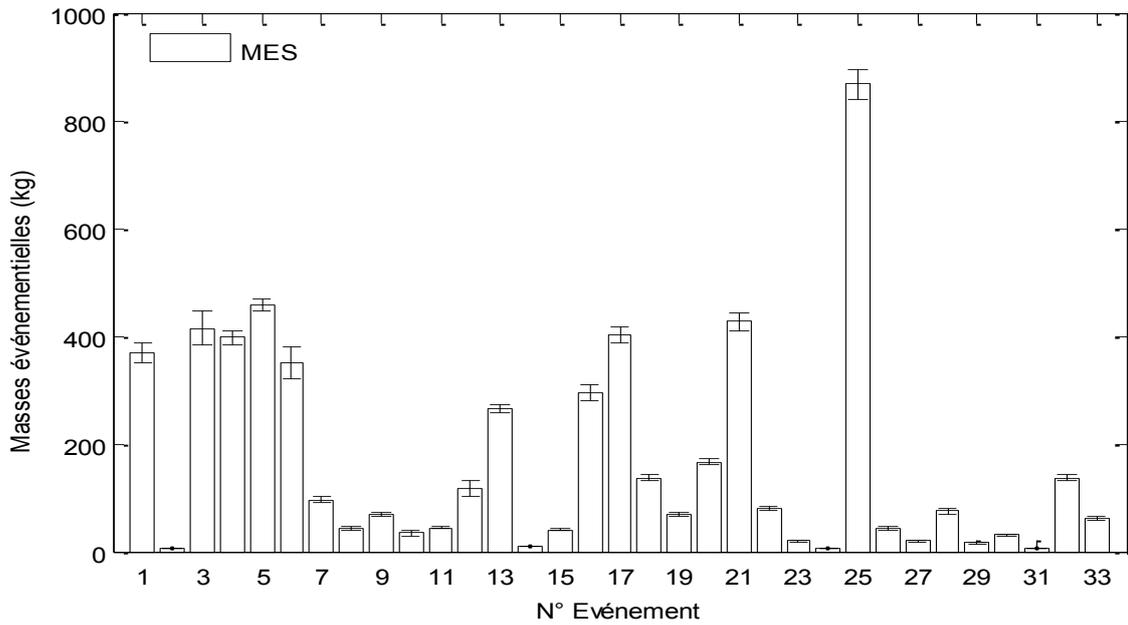


Figure 28. Masses événementielles de MES à Chassieu pour les 33 événements sans lacune et avec lacunes comblées de l'année 2005

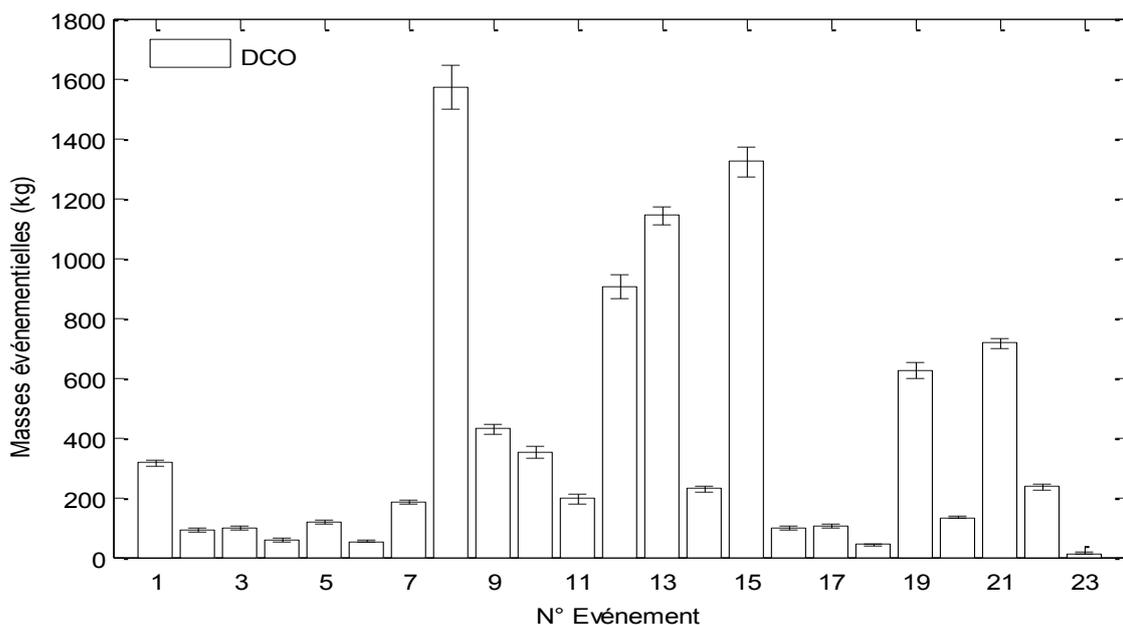


Figure 29. Masses événementielles de DCO à Chassieu pour les 23 événements sans lacune et avec lacunes comblées de l'année 2004

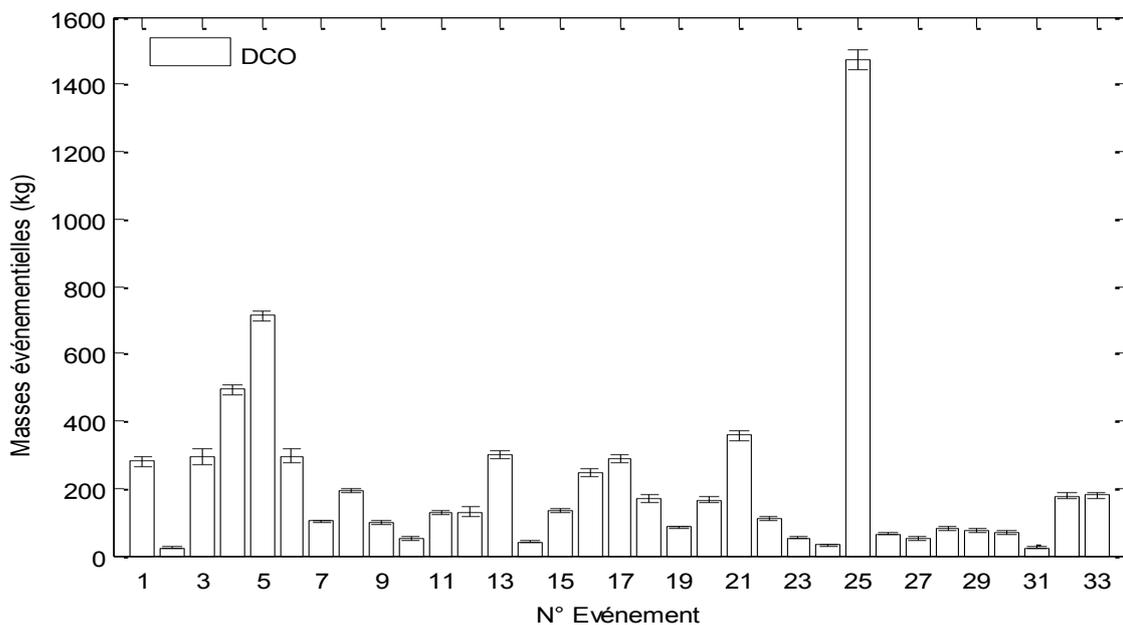


Figure 30. Masses événementielles de DCO à Chassieu pour les 33 événements sans lacune et avec lacunes comblées de l'année 2005

## CONCLUSIONS - PERSPECTIVES

Ce travail confirme les premiers résultats déjà publiés sur l'estimation des masses de polluants par turbidimétrie : l'utilisation d'un turbidimètre en réseau d'assainissement pluvial urbain permet d'estimer de manière satisfaisante les masses événementielles de MES et de DCO, à condition d'utiliser des méthodes appropriées et rigoureuses à toutes les étapes du calcul : étalonnage des

capteurs, utilisation des résultats de l'étalonnage pour la correction des données, établissement des fonctions de corrélation, puis application des relations pour le calcul des concentrations de polluants. L'automatisation de ces différentes étapes a permis de rendre le calcul des masses événementielles relativement rapide pour une grande quantité de données à traiter. Un logiciel spécifique, intégrant les différentes méthodes et étapes de calcul présentées dans cet article, a été élaboré au LGCIE et est en cours de validation, ouvrant une perspective intéressante pour un traitement efficace des séries chronologiques continues en général. Le nombre d'événements sans lacune et avec lacunes comblées est suffisant pour envisager un travail de calage et de vérification des modèles de RUTP.

Le calcul des masses événementielles a été effectué pour le cas d'un réseau séparatif où les flux de temps sec ont pu être négligés, ce qui n'est pas le cas pour les réseaux unitaires. Les flux de temps sec doivent être modélisés, ce qui implique une modélisation du débit mais également de la turbidité de temps sec. Ces calculs sont en cours sur le bassin versant unitaire d'Ecully également instrumenté dans le cadre de l'OTHU. Si la modélisation des débits semble facilement réalisable (distinction suivant les types de jours – semaine, week-end, vacances- et les mois de l'année), ce n'est pas le cas pour la turbidité. La variabilité des valeurs et les lacunes dans les séries chronologiques de turbidité de temps sec constituent actuellement un facteur limitant au calcul des flux de temps sec à soustraire aux flux totaux de temps de pluie. L'acquisition de données continues corrigées sur une plus longue durée et une analyse plus détaillée des processus en jeu est nécessaire pour mieux évaluer les flux de temps sec et leur variabilité.

## REMERCIEMENTS

Ces travaux ont été effectués dans le cadre d'une thèse en convention CIFRE (Convention Industrielle de Formation par la Recherche n°109/2007) entre le LGCIE (Laboratoire de Génie Civil et Ingénierie Environnementale) de l'INSA de Lyon et le bureau d'étude SAFEGE.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L. (2004). TSS concentration in sewers estimated from turbidity measurements by means of linear regression accounting for uncertainties in both variables. *Wat. Sci. Tech.*, 50(11), 81-88.
- BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L., BARRAUD S., LIPEME KOUYI G., TORRES A., LEPOT M. (2008). Mesurages en continu des flux polluants particuliers en réseaux d'assainissement urbains : enjeux, méthodes, exemple d'application. *La Houille Blanche*, 4, 49-57. ISSN 0018-6368.
- BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L., LAPLACE D., JOANNIS C., CHEBBO G. (2000). *Mesures en hydrologie urbaine et assainissement*. Paris (France): Editions Tec et Doc, 794 p. ISBN 2-7430-0380-4.
- FLETCHER T., DELETIC A. (2007). *Statistical observations of a stormwater monitoring programme; lessons for the estimation of pollutant loads*. Proceedings of Novatech 2007, Lyon, France, 24-27 June, vol. 3, 1575-1582.
- GROMAIRE M.-C., CABANE P., BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L., CHEBBO G. (2002). Operational use of urban drainage pollutant flux models - results from a French survey. *Proceedings of the international conference on Sewer Operation and Maintenance SOM 2002*, Bradford, UK, 26-28 Nov., 8 p.
- JOANNIS C., BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L. (2008). Incertitudes sur un mesurage défini comme une valeur intégrée sur une fenêtre temporelle d'un signal continu discrétisé en fonction du temps - Application aux mesures hydrologiques in situ. *Actes du colloque SHF "Mesures hydrologiques et incertitudes"*, Paris, France, 1-2 avril 2008, 11 p. ISBN 2-906831-73-5. Version revue et complétée à paraître dans *La Houille Blanche* en 2009.

- MOURAD M., BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L., CHEBBO G. (2005). Calibration and validation of multiple regression models for stormwater quality prediction: data partitioning, effect of dataset size and characteristics. *Wat. Sci. Tech.*, 52(3), 45-52.
- NF ENV 13005 (1999). *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*. Paris (France): AFNOR, 113 p.
- RUBAN G., BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L., CHEBBO G., GROMAIRE M.-C., JOANNIS C. (2006). Précision et reproductibilité du mesurage de la turbidité des eaux résiduaires urbaines. *La Houille Blanche*, 4, 129-135
- RUBAN G., JOANNIS C., GROMAIRE M.-C., BERTRAND-KRAJEWSKI J.-L., CHEBBO G. (2008). Mesurage de la turbidité sur échantillons : application aux eaux résiduaires urbaines. *TSM*, 4, 61-74.
- TORRES A. (2008). *Décantation des eaux pluviales dans un ouvrage réel de grande taille: éléments de réflexion pour le suivi et la modélisation*. PhD thesis, INSA de Lyon, France.
- WILLIAMSON J.H. (1968). Least-squares fitting of a straight line. *Canadian Journal of Physics*, 46, 1845-1847.

**ANNEXE A**

Cette annexe présente le détail des calculs dans le cas d'une fonction d'étalonnage sous forme de droite ( $d = 1$ ).

fonction d'étalonnage  $f$  (équation 1) :

$$x_i = f(\hat{X}) = b_0 + b_1 \hat{X}$$

fonction réciproque  $f^{-1}$  (équation 3) :

$$\hat{X} = f^{-1}(x_i) = \frac{x_i - b_0}{b_1}$$

incertitude type  $u_{mesure}$  (équation 5) :

$$u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 = u(x_i)^2 \left( \frac{\partial f^{-1}}{\partial x_i} \right)^2 + u(b_0)^2 \left( \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_0} \right)^2 + u(b_1)^2 \left( \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_1} \right)^2 + 2 \text{cov}(b_0, b_1) \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_0} \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_1}$$

or on a :

$$\frac{\partial f^{-1}}{\partial x_i} = \frac{1}{b_1} \quad \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_0} = -\frac{1}{b_1} \quad \frac{\partial f^{-1}}{\partial b_1} = -\frac{x_i - b_0}{b_1^2}$$

d'où :

$$u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 = \frac{u(x_i)^2}{b_1^2} + \frac{u(b_0)^2}{b_1^2} + u(b_1)^2 \left( \frac{x_i - b_0}{b_1^2} \right)^2 + 2 \text{cov}(b_0, b_1) \left( \frac{x_i - b_0}{b_1^3} \right) \quad (\text{A1})$$

calcul dans le sens direct (équation 7) :

$$u_{et}(\hat{X})^2 = u(b_0)^2 \left( \frac{\partial f}{\partial b_0} \right)^2 + u(b_1)^2 \left( \frac{\partial f}{\partial b_1} \right)^2 + 2 \text{cov}(b_0, b_1) \frac{\partial f}{\partial b_0} \frac{\partial f}{\partial b_1}$$

or on a :

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = 1 \quad \frac{\partial f}{\partial b_1} = \hat{X}$$

d'où :

$$u_{et}(\hat{X})^2 = u(b_0)^2 + u(b_1)^2 \hat{X}^2 + 2 \text{cov}(b_0, b_1) \hat{X}$$

par ailleurs :

$$\frac{\partial f}{\partial \hat{X}} = b_1$$

en remplaçant dans l'équation 6, on obtient :

$$u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 = \frac{u(x_i)^2}{b_1^2} + \frac{u(b_0)^2 + u(b_1)^2 \hat{X}^2 + 2 \text{cov}(b_0, b_1) \hat{X}}{b_1^2}$$

or :

$$\hat{X} = \frac{x_i - b_0}{b_1} \quad (\text{équation 3})$$

en remplaçant, l'équation 6 s'écrit finalement :

$$u_{mesure}(\hat{X}_i)^2 = \frac{u(x_i)^2}{b_1^2} + \frac{u(b_0)^2}{b_1^2} + u(b_1)^2 \left( \frac{x_i - b_0}{b_1^2} \right)^2 + 2 \text{cov}(b_0, b_1) \left( \frac{x_i - b_0}{b_1^3} \right) \quad (\text{A2})$$

ce qui est identique à l'équation A1 ci-dessus.

Un calcul analogue est possible pour les polynômes de degré 2. Pour un polynôme de degré 3, les équations 6 et 7 sont utilisées directement.



## From mess to mass: a methodology for calculating storm event pollutant loads with their uncertainties, from continuous raw data time series

Métadier, M. \*,\*\* and Bertrand-Krajewski, J.-L. \*\*

\* Safege, 15-27 rue du Port, Nanterre cedex, F-92022, France  
(E-mail: marjolaine.metadier@safège.fr)

\*\* Université de Lyon, INSA Lyon, LGCIE, 34 avenue des Arts, Villeurbanne cedex, F-69621, France (E-mail: marjolaine.metadier@insa-lyon.fr; jean-luc.bertrand-krajewski@insalyon.fr)

**Abstract.** With the increasing implementation of continuous monitoring of both discharge and water quality in sewer systems, large data bases are now available. In order to manage large amount of data and calculate various variables and indicators of interest it is necessary to apply automated methods for data processing. This paper deals with the processing of short time step turbidity time series to estimate TSS (Total Suspended Solids) and COD (Chemical Oxygen Demand) event loads in sewer systems during storm events and their associated uncertainties. The following steps are described: (i) sensor calibration, (ii) estimation of data uncertainties, (iii) correction of raw data, (iv) data pre-validation tests, (v) final validation, and (vi) calculation of TSS and COD event loads and estimation of their uncertainties. These steps have been implemented in an integrated software tool. Examples of results are given for a set of 33 storm events monitored in a stormwater separate sewer system.

**Keywords.** Continuous monitoring; measurement uncertainties; data validation; sensor calibration; turbidity time series; storm event pollution loads.

### INTRODUCTION

Implementation of *in situ* continuous monitoring with short time step to acquire data is becoming more and more common in urban drainage systems and leading to the assembly of large data bases (e.g. Lacour, 2009; Schilperoort *et al*, 2009; Francey, 2010). New discharge and water quality measurement techniques have been recently either developed or made usable in sewer systems. For Total Suspended Solids (TSS) and Chemical Oxygen Demand (COD), surrogate measurements of turbidity can be used to overcome the limitations of traditional sampling and analyses methods. For example, Bertrand-Krajewski *et al.* (2007) proposed an initial set of methods for estimating TSS and COD concentrations and their uncertainties from turbidity and developed a set of easy-to-use Matlab tools to apply these methods. Event and annual pollutant loads can then be calculated. However the proper application of these methods strongly depends on two main considerations as follows.

Firstly, the quality of the recorded time series: sensors may be affected by various functional, technical and operational constraints, thus requiring careful data validation. Raw data must be corrected and their uncertainties evaluated according to adequate calibrated relations for a sensor. Given the large amount of data typically collected with continuous monitoring, software tools have to be used to ensure the quality of data without the need to resort to an unnecessarily time-consuming manual process. Examples of such tools designed for urban drainage specific needs have been presented in the literature. They are applicable to both small (Mourad and Bertrand-Krajewski, 2002) and large catchments (van Bijnen and Korving, 2008). These tools include rules to detect doubtful and/or unreliable data, using different parametric tests which have been developed from previous knowledge and experience.

Secondly, the determination of correlation functions between continuously measured turbidity and sampled TSS and COD concentrations. These correlation functions are both site and sensor specific. To ensure their reliability, outliers in calibration data sets must be detected and specific regression methods which account for uncertainties in all variables need to be applied.

A set of tools have been developed in this research for (i) raw data correction and evaluation of uncertainty, (ii) data validation and (iii) determination of correlation functions. However, converting the mess of very long continuous series of raw data to estimates of the event pollutant mass with their uncertainties remains a time consuming task if software assistance is not available.

This paper describes the most important steps of an integrated and automated data processing methodology, particularly focused on new or adapted methods. The methodology has been tested and validated, using a five-year period data collected from a separate stormwater sewer system in Lyon, France. The main original characteristics of the proposed methodology described in the following sections are as follows: (i) implementation of a variance analysis method to automatically select the most pertinent calibration function for each sensor, (ii) application of an extended version of the Williamson regression to explicitly account for uncertainties in both variables, (iii) systematic and automated evaluation of the uncertainties from recorded raw data to final variables of interest like pollutant loads, (iv) explicit accounting for *in situ* uncertainties in addition to sensor uncertainties.

## METHODOLOGY

The proposed methodology, when applied for the first time to a data set of time series, should be implemented in the following order:

1. calibration of sensors and determination of calibration functions
2. data correction and estimation of uncertainties in corrected data
3. automated data pre-validation by application of a set of parametric tests
4. final data validation by an operator
5. calculation of discharge and concentrations of TSS and COD, and of their uncertainties
6. calculation of event TSS and COD loads and of their uncertainties.

Next applications start at step number 2, until calibration functions are updated according to periodic verifications and re-calibration of sensors. A previously processed data set can be re-processed from any step if revised settings are implemented for this step. In practice, the software package which has been developed to implement the methodology includes log books and storage of raw and intermediate data sets. The following sub-sections briefly describe the key principles applied in these main steps.

### Sensor calibration

This step comprises the calibration of all sensors used and the determination of the information needed for further data correction and the calculation of their standard uncertainties. Calibration functions are calculated considering two main sources of uncertainties, namely (i) sensor uncertainties evaluated during the calibration procedure itself, and (ii) field measurement uncertainties due to *in situ* measurement conditions which are evaluated by means of local observations and expertise.

*Sensor uncertainties.* Calibration function is chosen either a straight line, second or third order polynomial function for different sensor types based on Fischer-Snedecor statistical test. With regards to the variance of measurements, the ordinary least squares regression for constant variance or the Williamson regression accounting for uncertainties in both standards and sensor response for non constant variance are used. (Bertrand-Krajewski, 2004; Bertrand-Krajewski *et al.*, 2007). In both regression types, uncertainties in function parameters can be calculated either analytically or by Monte Carlo simulations. The sensor uncertainty is estimated from the variance of the calibration measurements: the ordinary least squares regression is set a constant sensor uncertainty as the maximum value of the observed variance, and the Williamson regression is assigned a variable uncertainty according to the observed variability of the variance along the measurement range.

*Field measurement uncertainties.* The *in situ* uncertainty is both sensor and site specific. Its value should be evaluated from local measurements and expertise. For instance, in the example detailed hereafter, turbidity is not directly measured in the sewer but in a shelter where a transit flume is continuously supplied with wastewater from the sewer by means of a peristaltic pump. In this case, the representativeness of the wastewater in the flume and the varying position of the mobile pump intake in the sewer should be considered as additional sources of uncertainty. These were estimated to be approximately equal to 10 % of the measured value. Another example is related to the water level measurements. The sensor uncertainty of an ultrasonic probe is evaluated to be equal to 3 mm according to calibration experiments. As (i) the sensor is not perfectly installed and located in the sewer, and (ii) the free surface is not flat but experiences waves of height ranging from 1.5 cm in dry weather up to approximately 3 cm in wet weather events, the *in situ* standard uncertainty in the water level is set equal to 7.5 mm - 15 mm depending on the water level.

### Data correction

This step comprises the correction of raw data at each time step according to the sensor calibration functions and the calculation of their standard uncertainties from the information provided in the calibration step.

Corrected values  $\hat{X}_i$  of raw measurements  $X_i$  at time step  $i$  are estimated by the inverse calibration function, either by direct analytical calculation (in case of calibration functions of degrees 1 and 2) or by numeric minimization (in less frequent case of calibration function of degree 3), with addition of an offset value when necessary.

The total standard uncertainty in the corrected values is calculated by:

$$u_{tot}(\hat{X}_i)^2 = u_m(\hat{X}_i)^2 + u_{site}(\hat{X}_i)^2 \quad (1)$$

where  $u_m(\hat{X}_i)$  is the measurement standard uncertainty accounting for sensor and calibration uncertainties calculated according to the law of propagation of uncertainties (LPU), and  $u_{site}(\hat{X}_i)$  is the *in situ* standard uncertainty. The standard uncertainty and the LPU approach are applied according to international standards for the expression of uncertainty in measurements (ENV 1999, ISO, 2009).

### Selection of pre-validation tests and setting of test parameters

This step aims to select the tests to be applied (see Figure 1) and to set the parameters required for the pre-validation tests. The pre-validation method is based on the method initially developed by Mourad and Bertrand-Krajewski (2002). Three pre-validation marks are used: 1 (valid data), 2 (doubtful data) or 3 (incorrect data). Eight pre-validation tests are available and selected by the user according to the

type and number of sensors (see Figure 1). The following paragraphs briefly describe the parametric tests with an indication of the required parameters.

Test 1a checks if data have been recorded or not. No parameter is required for this test. Test 1b checks if data have been recorded during a maintenance operation by comparing their dates with dates of maintenance provided in a specific file entered by the operator in charge of the maintenance.

Test 2 detects any data outside the sensor measurement range. Its two parameters are the minimum and maximum measurable values.

Test 3 checks if recorded data are within the interval defined by two parameters corresponding to the 2.5 percentile and 97.5 percentile of previously validated values measured with a given sensor in a given location. The two parameters may change with time when more values are observed under various dry and wet weather conditions.

Test 4 requires two parameters which compare measurement dates to the last maintenance date and classifies data as either correct, doubtful or even non valid if the duration elapsed since the last maintenance is too long.

Test 5 detects sudden, abnormal or erratic increases or decreases of values by comparing the difference between instantaneous values (raw signal) and the mobile mean or median (filtered signal). The required parameters are the number of time steps for the mobile mean or median calculation and minimum and maximum threshold values.

Test 6 compares the values and the signal dynamics of two redundant sensors in order to detect unusual trends or abnormal gaps.

Test 7 is similar to Test 6 in its principle but compares values and the signal dynamics of any correlated variables (e.g. water level and flow velocity, upstream and downstream values, measured and simulated discharges, etc.).

Test 8 qualifies data for a given sensor (the influenced sensor) depending on values delivered by another sensor. The test requires threshold values for the influencing sensors and classifies the data of the influenced sensor as either correct or doubtful. For example, in the case of water level and velocity sensors, if the water level is too low, velocity measurements are considered as doubtful. As for Test 3, influenced and influencing sensors and threshold values are based on previous validated data and may change with time and experience of the operator.

### **Data pre-validation**

Pre-validation tests are applied to corrected data in order to assign validation marks. It should be noted that all tests are not applicable to all data series. Only Tests 1a to 5 can be applied to all sensors. Tests 2, 3 and 5 are sensor specific. Tests 6, 7 and 8 can only be applied if redundant or correlated information is available. For Tests 2, 3 and 5, specific threshold values can be specified for both dry and wet weather conditions. The distinction between the two conditions is defined by the operator and can be based on any sensor and corresponding threshold value or on any combination of values.

The pre-validation procedure is shown in Figure 1. For each value, Tests 1a and 1b are run first. If the value is identified as not valid, its validation mark is set to 3 and the pre-validation procedure is

terminated. Else Test 2 is run. If the value is out of the sensor physical range, validation mark is set to 3 and the pre-validation procedure is terminated. If Test 2 is run successfully, then Tests 3 to 8 are performed when they are applicable for the times series which is processed. They are run independently one from another, *i.e.* the validation mark given by any Test 3 to 8 does not condition the run of the other ones.

At the end of the pre-validation run, a global pre-validation mark is attributed to each sensor, and to each value at each time step. This global mark results from the concatenation of the elementary marks attributed by each test. If a test is not applied, the corresponding mark is 9. A pre-validated data file is created with the same format as the corrected data file, *i.e.* date and time, and, for each sensor, values, uncertainties and pre-validation marks. This allows the tracing of pre-validation information.

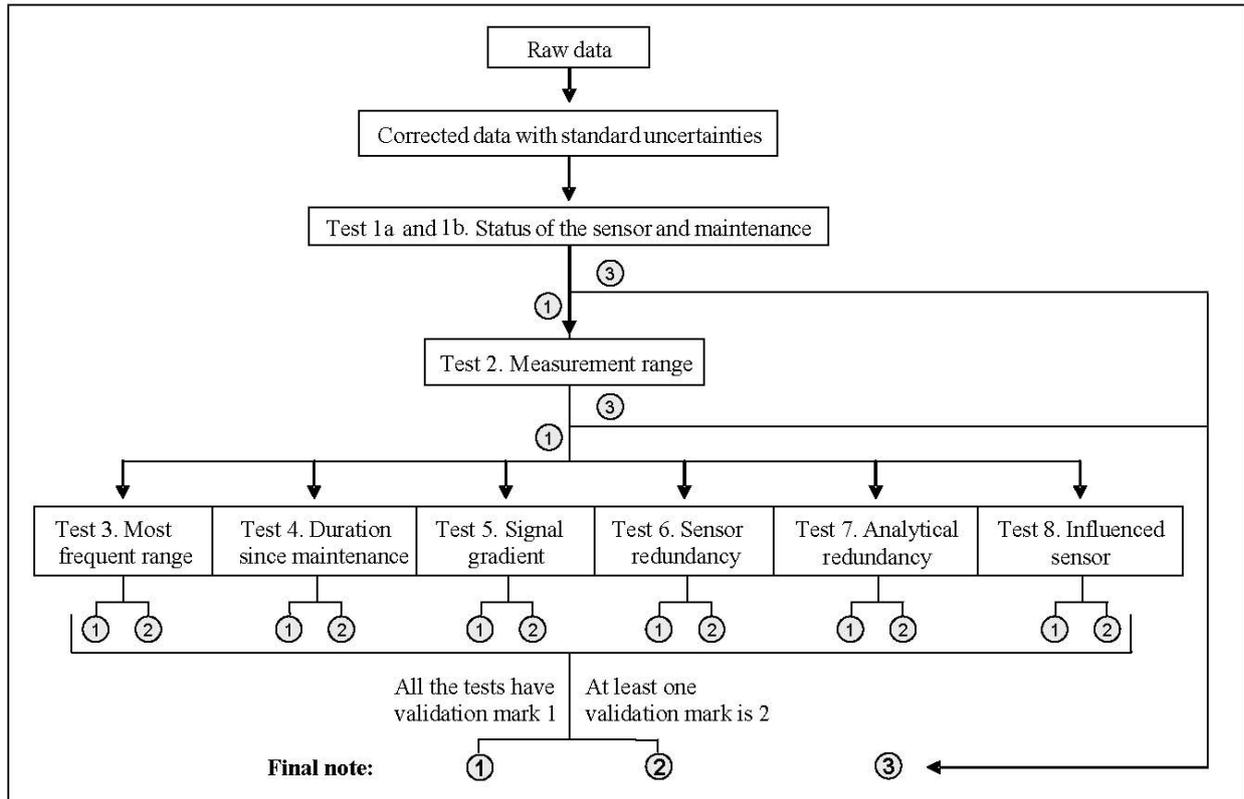
### **Data validation**

The final validation is carried out manually by an operator and should end with only two validation marks: 1 for valid data or 3 for non valid data. A specific Matlab graphical user interface has been developed for both data visualisation and processing of pre-validated data. The aim is to carry out the final manual validation without requiring time consuming and manual changes of numerical values in the pre-validated data files which can be prone to errors. A four colour code is applied: (i) black for correct data, (ii) orange for doubtful data, (iii) red for non valid data and (iv) green for data marked as doubtful by Test 4 related to time since last maintenance. Red data can be either deleted or classified as correct in some rare cases. In all cases, the operator has to make the final decision. Values classified as non valid are then deleted in the final data file. Pre-validation tests are calibrated in such a way that a fully manual validation would have lead to the same results.

### **Calculation of discharge and concentrations of TSS and COD**

Various methods can be used to calculate discharge including: (i) Manning-Strickler applied to water level, (ii) a water level-velocity relationship in cases where it is locally known, (iii) a locally established rating curve or (iv) a combination of water level and flow velocity measurements. In all cases, standard uncertainties in discharge are calculated by means of the law of propagation of uncertainties (LPU).

TSS and COD concentrations are calculated from correlation functions for turbidity, for both dry and wet weather periods. Correlation functions are determined either by the ordinary least squares regression or the Williamson regression, preferably. Details are given in Bertrand-Krajewski *et al.* (2007) and Torres (2008).



**Figure 1.** Scheme of the pre-validation procedure, with validation marks ①

### Event load calculation

In this last step, TSS and COD event loads are calculated with their standard uncertainties. This includes two sub-steps which are described hereafter: (i) the determination of the duration of the hydrologic event and (ii) the calculation of the event load itself for the selected limits.

The duration of the hydrologic event comprises (i) the storm event duration itself, *i.e.* the time between the beginning and the end of the rainfall event as measured with the rain gauge and (ii) the time needed for a set of variables (discharge, conductivity, turbidity) to reach again the values they had before the storm event started. A software tool has been created to facilitate the automatic identification of the beginning and the end of hydrologic events in separate sewer systems (Métadier and Bertrand-Krajewski, 2010). The identification of the beginning  $t_b$  and the end  $t_e$  of hydrologic events is based on 3 criteria: (i) discharge threshold, (ii) minimum period between 2 successive independent events and (iii) the maximum duration between the beginning of the storm event and the rising of the discharge in the sewer. The operator then validates manually the results and may change them according to his/her expertise if necessary. The tool has been subsequently extended for combined sewer systems by accounting for the dry weather contributions to both the volume and the total pollutant mass. In this case, for a given storm event, the “most similar” dry weather pattern can be chosen graphically from a data base previously established and superimposed to the storm event for both discharge and turbidity signals. The combined sewer option includes criteria accounting not only for discharge but also for conductivity and turbidity values. The identification of the end of hydrologic events is more complex than the identification of the beginning as, in some cases, pre-event dry weather values of conductivity and/or turbidity are not reached again even many hours after the end of the rainfall event. This is why the expertise of the operator remains necessary for final validation of the beginning and the end of

hydrologic events.

Event loads are then calculated by integration over the storm event duration of the continuous discharge and TSS or COD concentration time series:

$$L = \left( \sum_{k=1}^N C_k Q_k \right) \Delta t \quad (2)$$

where  $L$  is the event pollutant load (kg),  $C_k$  is the pollutant concentration (kg/m<sup>3</sup>) at time step  $k$ ,  $Q_k$  is the discharge (m<sup>3</sup>/s) at time step  $k$ ,  $\Delta t$  is the duration (s) of the time step,  $k$  is the index, and  $N$  is the number of time steps corresponding to the duration of the hydrologic event:  $N = (t_e - t_b)/\Delta t$ .

Standard uncertainties in TSS and COD pollutant loads are calculated by means of the LPU taking into account discharge and concentration uncertainties.

All steps of the above methodology have been tested and validated individually and implemented in a prototype software package in 2009.

### EXAMPLE OF APPLICATION

The application of the above methodology is illustrated in a case study of the Chassieu catchment. The Chassieu catchment has an area of 185 ha and is located in Lyon, France. It is drained by a separate stormwater sewer system which has sensors at its outfall sewer to continuously monitor water level and water quality indicators (turbidity, conductivity, pH and temperature) at a 2 minutes time step. Water quality indicators are not measured directly in the sewer but in a monitoring flume continuously supplied by a 1 L/s peristaltic pump. Five years of data have been collected for the period 2004 -2008. All sensors are calibrated twice in a year. A variable variance was applied to turbidimeters because calibration tests revealed that the variance is significantly higher beyond 1000 NTU. *In situ* standard uncertainties have been estimated to be equal to 7.5 mm and 10 % of the measured value respectively for water level and turbidity values.

Tests 1a, 2, 3 and 5 (mobile median over 5 time steps) were applied to all sensors. The criterion to distinguish between dry and wet weather periods was a water level higher than 11 cm. Threshold values for Tests 2, 3 and 5 (refer Table 1) were calculated from previous measurements. Conductivity, pH and temperature values were used to validate turbidity values (*i.e.* by checking the coherence of all values). The discharge was calculated by means of a Manning-Strickler relationship established and validated with a 3D Fluent model, with the Strickler coefficient  $KMS = 71.5 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ . Turbidity-TSS and turbidity-COD correlation functions were determined from 61 samples collected over a 3 year period (2004-2006).

For automatic event delineation, data from the nearest rain gauge were used. Other criteria were set as follows: discharge threshold = 4 L.s<sup>-1</sup>, minimum duration between 2 successive events = 4 hours, maximum duration between beginning of storm event and rising discharge = 6 hours.

**Table 1.** Pre-validation parameters for Tests 2, 3 and 5

Parameters	Test 2		Test 3				Test 5 (median)			
	Min	Max	<i>WWF</i>		<i>DWF</i>		<i>WWF</i>		<i>DWF</i>	
			Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
Conductivity ( $\mu\text{S cm}^{-1}$ )	0	2500	10	2000	300	2000	0.01	100	0.01	50
Water level (m)	0	2	0.05	0.9	0.001	0.2	0.001	0.003	0.001	0.015
pH (pH unit)	0	14	3	12	3	12	10e-6	0.25	10e-6	0.25
Temperature ( $^{\circ}\text{C}$ )	0	100	2	30	2	30	10e-6	0.3	10e-6	0.3
Turbidity (NTU)	0	4000	5	2000	5	500	0.01	50	0.01	50

Note: *WWF* = wet weather flow; *DWF* = dry weather flow

Examples of results are given in Figure 2. The data validation graphical user interface is shown in Figure 2a for a 20 day period in January 2008. Colours indicate the various marks given by the automatic pre-validation algorithms. Some doubtful and non valid data appear for both the water level (two abnormal short peaks on 9 and 11 January 2008) and turbidity (incorrect negative values and constant zeros values appearing in red). In the future, new functions will be added to fill gaps in time series by applying algorithms which are currently under evaluation for gaps ranging from a few minutes to periods as long as one day or more.

Figures 2b and 2c shows respectively the Turbidity-TSS (left figure) and Turbidity-COD (right figure) correlation functions for wet weather conditions. Both are second order polynomial functions determined by means of Williamson regression to account for uncertainties in both variables (turbidity and TSS or COD). Grey areas correspond to 95 % confidence intervals in estimated TSS or COD concentrations. It is important to note that both functions have been established with samples collected during various storm events covering a large measurement range (respectively 0 - 680 NTU corresponding to 0 - 1000 mg/L of TSS and 0 - 800 NTU corresponding to 0 - 800 mg/L of COD). This is important to ensure that the correlation functions are applicable for various conditions and without undue extrapolation.

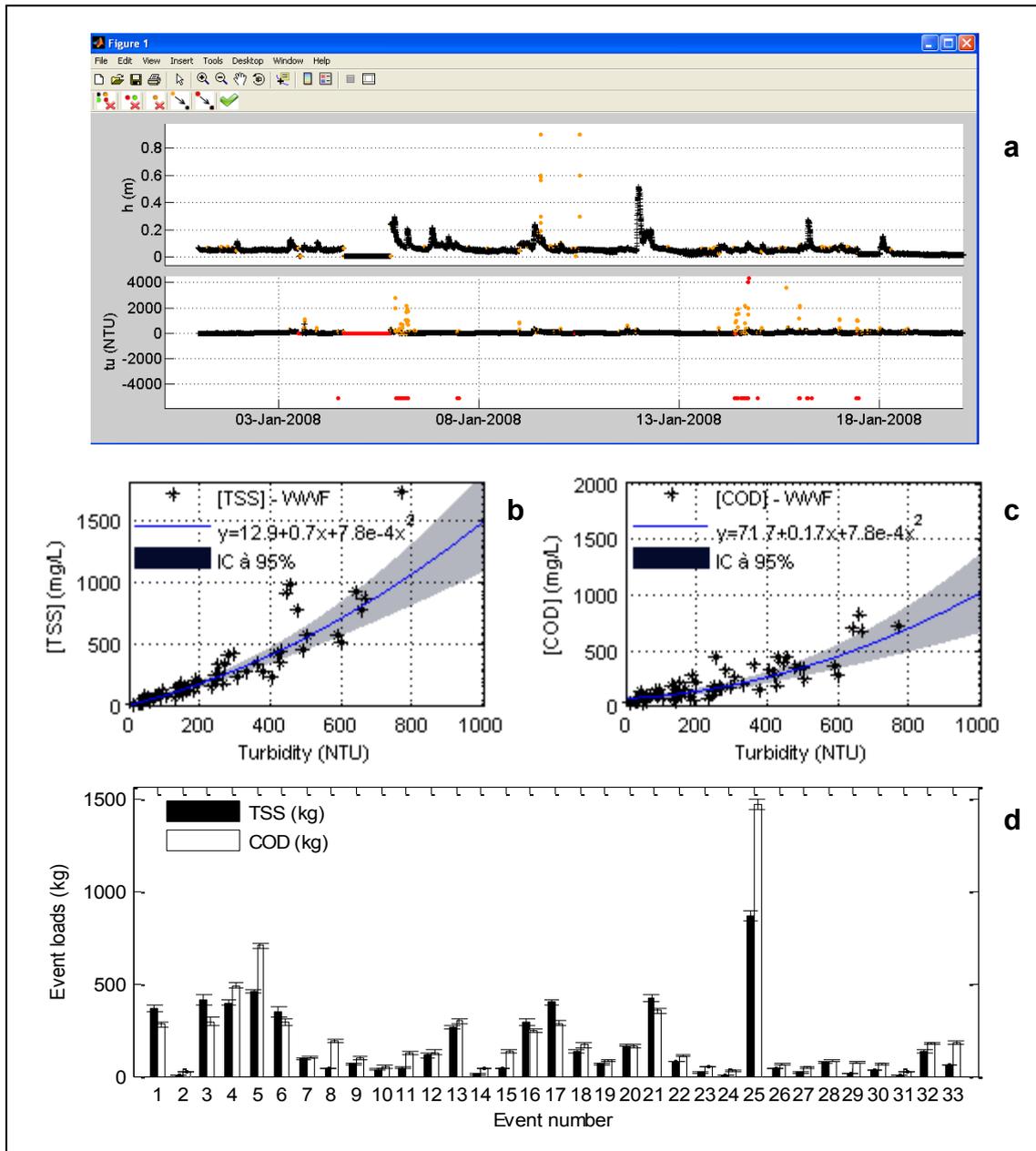


Figure 2. Example of results for the Chassieu catchment: (a) validation graphical user interface for water level and turbidity time series from 1 - 20 January 2008, (b) Turbidity-TSS and (c) Turbidity-COD correlation functions, (d) TSS (in black) and COD (in white) event loads in 2005 with 95 % confidence intervals.

In 2005, 33 storm events have been monitored in Chassieu. For each event, TSS and COD event loads have been calculated, with their 95 % confidence intervals. The results are shown in Figure 2d: black and white thick bars represent respectively the TSS and COD loads for the 33 events. Each thick bar is completed with a vertical thin bar segment representing the 95 % confidence interval of the event load. The variability of the event loads is very significant, with values ranging typically from a few to 400-500 kg of TSS or COD per event. The event number 25 shows extremely high loads compared to all the other ones. A further analysis of these 33 events loads (results not shown here) has indicated that there was no correlation between events loads and basic event characteristics like rainfall duration, intensity, antecedent dry weather period or rainfall return period.

In addition to the above Chassieu case study, the methodology has been also applied to another catchment, the 245 ha Ecully catchment in Lyon drained by a combined sewer system (results not shown here). For each catchment, approximately 250 storm events monitored in the period 2004-2008 have been processed. This experience allowed to validate the applicability of the complete methodology and to confirm its applicability to different contexts.

The software package allows processing large data sets in a very short period of time compared to manual calculations (one month of data can be processed in a few minutes). The tool is flexible and adaptable: previously processed data sets can be easily re-processed as soon as new information or settings are available. One of the main interests relies in the systematic evaluation of uncertainties in all steps of the calculations. Settings are necessary to apply the methodology, mainly field measurement uncertainties and parameters of the pre-validation tests. These settings are site and sensor specific and default values cannot be always proposed. As a consequence, the user has to start with estimations which will be refined and improved with time according to new knowledge and to the natural variability of the observations. This progressive adaptation of the settings is very important: this is the reason why easy re-processing of data sets is an issue.

## CONCLUSION

With the increasing implementation of continuous monitoring of both discharge and water quality in sewer systems, large data bases are now available. In order to manage large amount of data and calculate various variables and indicators of interest it is necessary to apply automated methods for data processing. The following steps have been described and have been implemented in a prototype software tool to validate raw measurements of turbidity and water level and to calculate event loads of TSS and COD:

- Calibration of sensors, with automatic determination of the most appropriate calibration function;
- Estimation of measured data uncertainties, accounting for both sensor and *in situ* uncertainties;
- Correction of raw data by means of calibration functions;
- Selection, parameterisation and application of data pre-validation tests;
- Final manual validation facilitated by a graphical user interface;
- Determination of storm events beginning and end times; and
- Calculation of TSS and COD event loads using both validated discharge and turbidity time series and estimation of their uncertainties.

It is concluded that the application of this methodology to an experimental data series collected in an urban stormwater sewer system has demonstrated the potential of the methodology and the related software tool for the rapid and accurate assessment of pollutant event loads from an urban catchment.

The most significant aspects of the proposed method and software tool are: (i) the speed of data processing (a few minutes for a monthly time series), (ii) the systematic estimation of uncertainties and (iii) the adaptability and reversibility of the method and of the calculations. The method has been tested and validated for two catchments. It requires a progressive adaptation of its settings, which has to be based on previous validated data sets. A few months of continuous monitoring are necessary to collect enough information and knowledge to define appropriate local settings. However, further changes may be introduced, when various dry and wet weather events and contexts will be observed. On-going further developments of methods and algorithms will lead to an enhanced version of the software tool. A group of end users (municipalities, sewer operators and consulting companies) will

test and apply the enhanced version to new sites. Based on the results, a commercial version is planned to be available in late 2010- early 2011.

## ACKNOWLEDGEMENTS

This work is part of a PhD thesis supported by the SAFEGE group and an ANRT Cifre funding contract. The authors gratefully acknowledge SAFEGE for its financial support. They also express their gratitude to one of the anonymous reviewers who improved the English language.

## REFERENCES

- Bertrand-Krajewski J.-L. (2004). TSS concentration in sewers estimated from turbidity measurements by means of linear regression accounting for uncertainties in both variables. *Water Science and Technology*, 50(11), 81-88.
- Bertrand-Krajewski J.-L., Barraud S., Lipeme Kouyi G., Torres A., Lepot M. (2007). Event and annual TSS and COD loads in combined sewer overflows estimated by continuous in situ turbidity measurements. *Proceedings of the 11th International Conference on Diffuse Pollution*, Belo Horizonte, Brazil, 26-31 August, 8 p.
- Francey M. (2010). *Characterising urban pollutant loads*. PhD thesis: Monash university, Melbourne, Australia.
- ISO (2009). *ISO/IEC Guide 98-1:2009(E) Uncertainty of measurement – Part 1: Introduction to the expression of the uncertainty in measurement*. Geneva (Switzerland): ISO, September 2009, 32 p.
- Lacour C. (2009). *Apport de la mesure en continu pour la gestion de la qualité des effluents de temps de pluie en réseau d'assainissement* [Interest of continuous monitoring for the control of water quality during wet weather in sewer systems]. PhD thesis: Université Paris Est, Marnela Vallée, France, 278 p.
- Métadier M., Bertrand-Krajewski J.-L. (2010). Traitement de séries chronologiques de turbidité continues à court pas de temps pour l'estimation des masses de MES et de DCO rejetées en milieu urbain par temps de pluie. *La Houille Blanche*, 2, 77-85.
- Mourad M., Bertrand-Krajewski J.-L. (2002). A method for automatic validation of long time series of data in urban hydrology. *Water Science and Technology*, 45(4-5), 263-270.
- ENV (1999). *Standards NF ENV 13005: Guide for the expression of uncertainty in measurement*. Paris (France): AFNOR, August 1999, 113 p. (French translation of the European standard ENV 13005).
- Schilperoort, R.P.S., Dirksen, J., Langeveld, J.G. and Clemens, F.H.L.R. (2009). Assessing characteristic time and space scales of in-sewer processes by analysis of one year of continuous in sewer monitoring data. *Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, Tokyo, Japan, 7-12 September, 8 p.
- Torres A. (2008). *Décantation des eaux pluviales dans un ouvrage réel de grande taille: éléments de réflexion pour le suivi et la modélisation* [Settling of stormwater in a large storage tank: contribution

## Annexes

*to monitoring and modelling*]. PhD thesis: INSA de Lyon, France, 374 p. (in French). Available at <http://docinsa.insa-lyon.fr/these/pont.php?id=torres>

Van Bijnen M. and Korving H. (2008). Applications and results of automatic validation of sewer monitoring data. *Proceedings of the 11th International Conference on Urban Drainage*, Edinburgh, Scotland, UK, 2008, 10 p.

Williamson J.H. (1968). Least-squares fitting of a straight line. *Canadian Journal of Physics*, 46, 1845-1847.

## Assessing dry weather flow contribution in TSS and COD storm events loads in combined sewer systems

M. Métadier\* \*\* and J. L. Bertrand-Krajewski\*\*

\* Safege, 15-27 rue du Port, 92022 Nanterre cedex, France

(E-mail: marjolaine.metadier@safège.fr)

\*\* Université de Lyon, INSA Lyon, LGCIE – Laboratoire de Génie Civil et Ingénierie

Environnementale, 34 avenue des Arts, F-69621 Villeurbanne cedex, France

(E-mail: marjolaine.metadier@safège.fr)

**Abstract** Continuous high resolution long term turbidity measurements along with continuous discharge measurements are now recognised as an appropriate technique for the estimation of in sewer Total Suspended Solids (TSS) and Chemical Oxygen Demand (COD) loads during storm events. In the combined system of the Ecully urban catchment (Lyon, France), this technique is implemented since 2003, with more than 200 storm events monitored. This paper presents a method for estimation of the dry weather contribution to measured total TSS and COD event loads with special attention devoted to uncertainties assessment. The method accounts for the dynamics of both discharge and turbidity time series at two minutes time step. The study is based on 180 dry weather days monitored in 2007-2008. Three distinct classes of dry weather days were evidenced. Variability analysis and quantification showed that no seasonal effect and no trend over the year were detectable. The law of propagation of uncertainties is applicable for uncertainties estimation. The method has then been applied to all measured storm events. This study confirms the interest of long term continuous discharge and turbidity time series in sewer systems, especially in the perspective of wet weather quality modelling.

**Keywords:** COD; dry weather contribution; event loads; turbidity; TSS; uncertainties; water quality modelling

## INTRODUCTION

As specified in the French transcription (decrees of June 22nd, 2007 and February 15th, 2008) of the European Urban Waste Water Directive of May 21<sup>st</sup>, 1991, TSS and COD loads at significant discharge points, especially CSOs (Combined Sewer Overflow structures) in sewer systems have to be monitored. Thus, practical and efficient solutions have to be implemented, making particularly challenging the development of economically affordable solutions for a reliable continuous assessment of pollutant loads during storm events. Since a decade, surrogate continuous measurements such as turbidity or UV-visible spectrophotometry are increasingly being recognised as promising techniques for water quality measurement in sewer systems. Several research groups are working on that field worldwide (e.g. Gruber *et al.*, 2005; Fletcher and Deletic, 2007; Muschalla *et al.*, 2008; Ruban *et al.*, 2008; Lacour *et al.*, 2009; Métadier and Bertrand-Krajewski, 2009). Significant knowledge has been acquired and new methodologies for implementing these techniques were developed with a particular focus on assessing measurement uncertainties (e.g. Bertrand-Krajewski *et al.*, 2008; Fletcher and Deletic, 2007; Ruban and Joannis, 2008; Lacour, 2009). Available continuous turbidity time series can be used for various purposes, including estimation of pollutant loads for regulatory requirements, operation, planning and rehabilitation of sewer systems, real time control and modelling.

This paper deals with the use of discharge and turbidity time series for pollutant load modelling during storm events in combined sewer systems, with a special attention devoted to the estimation of the dry weather (DW) contribution to total TSS and COD loads measured during storm events. Indeed, most models of storm weather pollutant loads in combined sewer systems are based on the assumption that

the total storm event load is the sum of i) the DW contribution that would have been observed during the event duration if no event had occurred and ii) the wet weather contribution including surface runoff + possible erosion of deposits accumulated in the sewers. The DW contribution during a storm event can be estimated by various approaches: mean dry weather days, seasonal or monthly mean dry weather day, etc. usually based on continuous discharge measurements and on traditional sampling and laboratory analyses campaigns for pollutant loads estimation. As sampling and laboratory analyses campaigns are expensive and limited, DW pollutant loads are usually not well estimated during a particular storm event. The idea presented in this paper is to use turbidity continuous time series to improve this estimation. Few studies dealing with TSS and COD DW analysis based on continuous measurements in combined sewer systems are currently available. *E.g.* Lacour (2009) studied DW flow and turbidity variability for two urban catchments in Paris, with specific attention to measurement uncertainties assessment and focus on potential use of continuous turbidity for sewer water quality based real time control. Schilperoort *et al.* (2009) presented a comparable analysis but focused on WWTP management with definition of performance and design criteria, without evaluation of uncertainties. Regarding water quality modelling, Muschalla *et al.* (2008) used continuous UV-visible spectrophotometry series for estimation of discharge and COD DW patterns. In the following sections, the proposed methodology is described, discussed and applied.

## METHODS

### Sources of data

The data set used in this study has been collected in the Ecully 245 ha residential combined urban catchment in Lyon, France. In the frame of the OTHU project ([www.othu.org](http://www.othu.org)), the site was equipped at the catchment outlet with water level, flow velocity and water quality sensors including conductimeters and turbidimeters, recording values with a two minutes time step. A detailed description of the site is available *e.g.* in Dembélé *et al.* (2009). Five years of continuous data (from 2004 to 2008) have been processed and validated with assessment of standard uncertainties, using a semi-automatic tool especially designed for calculating storm event pollutant loads from continuous raw data (Métadier and Bertrand-Krajewski, 2009). Discharge along with TSS and COD concentrations and loads with their standard uncertainties were computed using water level, flow velocity and TSS-turbidity and COD-turbidity correlation functions.

Within the period 2004-2008, more than 239 storm events were monitored, excluding those with long time gaps in the turbidity series that can not be simply infilled. 180 dry weather days (DWD) were also monitored within the period 2007-2008 (respectively 103 in 2007 and 73 in 2008) distributed throughout the years. A selected DWD is defined by the following criteria: i) both discharge and turbidity measurements are available, ii) it lasts from 00:00 to 24:00 and iii) no precipitation has been recorded during the considered day and the previous 4 hours (4 hours is the observed dry duration ensuring that two successive storm events are independent each other for this catchment).

### Event loads calculation

*Total loads.* The total event mass  $M_X$  for the pollutant X (TSS or COD) is calculated from the continuous pollutant time series measured at each time step  $i$  between the starting and the ending times  $t_d$  and  $t_f$  of the storm event:

$$M_X = \Delta t \cdot \sum_{i=t_d}^{t_f} C_{Xi} \cdot Q_i$$

with  $Q_i$  the discharge at time step  $i$ ,  $C_{Xi}$  the concentration of pollutant X estimated from turbidity  $Turb_i$  at time step  $i$ , and  $\Delta t$  the data acquisition time step (2 minutes).

The pollutant mass standard uncertainty  $u(M_X)$  is calculated according to the law of propagation of uncertainties (LPU):

$$u(M_X)^2 = \Delta t^2 \left( \sum_{i=t_d}^{t_f} Q_i^2 \cdot u(C_{Xi})^2 + C_{Xi}^2 \cdot u(Q_i)^2 \right)$$

with  $u(C_{Qi})$  and  $u(C_{Xi})$  the standard uncertainties at time step  $i$  respectively for discharge and concentration of pollutant  $X$ . Discharge and concentration errors are assumed as normally distributed, these two quantities being derived from water level and turbidity measurements that are themselves considered as normally distributed. Two different sources of uncertainties are accounted for in estimating  $u(C_{Qi})$  and  $u(C_{Xi})$ : (i) measurement uncertainties of the water level, the flow velocity and the turbidity values involved in discharge and concentrations calculation and (ii) uncertainties resulting from the methods used for calculating discharge and concentrations, namely water level-velocity-discharge equation and TSS-turbidity and COD-turbidity correlation functions. The detailed method for assessing  $u(C_{Qi})$  and  $u(C_{Xi})$  is presented in Métadier and Bertrand-Krajewski (in press).

In addition to the above, it is assumed that:

$$M_X = M_{X\_DW} + M_{X\_WW}$$

$$V = V_{DW} + V_{WW}$$

with  $M_{X\_DW}$  the DW contribution,  $M_{X\_WW}$  the wet weather contribution to the total mass  $M_X$ ,  $V$  the total event volume,  $V_{DW}$  the DW volume during the storm event and  $V_{WW}$  the wet weather volume generated by the storm event.

*Dry weather contribution.* The DW contribution  $M_{X\_DW}$  is defined as “the pollutant load that would have been measured if no storm event had occurred”: by definition, it cannot be measured and should be estimated. The proposed method to estimate  $M_{X\_DW}$  consists to determine the most likely DW discharge and turbidity time series (*i.e.* DW signals) compatible with the DW time series measured after and before the observed storm event. This most likely DW signal, named hereafter the reference signal, is chosen among available measured DWDs which are close to the day during which the storm event occurs. The two steps are the following ones: i) test of several DW signals by juxtaposing them to the storm event signal and ii) comparing the values and the dynamics of the two signals on common DW periods of some hours on both sides (before and after) of the storm event limits: these periods are named the fitting periods. The DW signal having the most similar dynamics over the fitting periods is selected to estimate  $M_{X\_DW}$ . In other words, it is assumed that if a tested DW signal is similar to the DW signal measured before and after the considered storm event, it is also an appropriate estimation of the non-measurable DW signal during the storm event. The method is illustrated Figure 31. The DW signals to be tested are not chosen randomly but according to a pre-established DWD classification (see Section 3.1). The selected reference signal shall satisfy the following criteria: i) both discharge and turbidity series are available without any gaps, ii) it must be long enough over the fitting periods to ensure a reliable comparison, iii) it is not necessarily an entire DWD as long as the fitting periods are fully covered and iv) it can be composed of several DWDs in case the storm event is occurring over more than one day (*e.g.* weekdays and weekends, see Section 3.1).

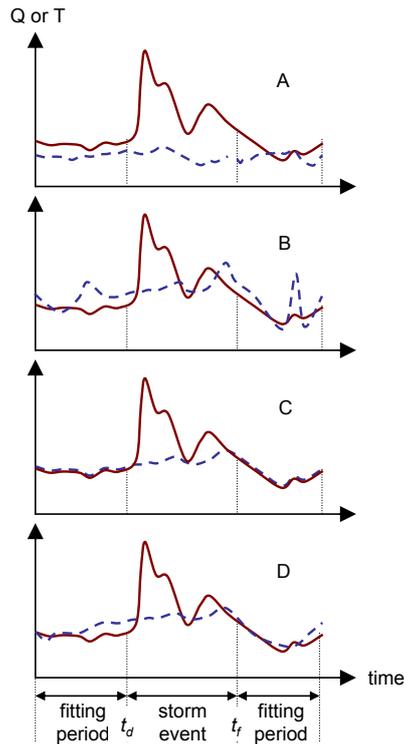


Figure 31. During a storm event, the non measurable DW contribution is estimated by comparing a set of *a priori* similar signals measured during dry days. In this example, six signals A to F (dotted line) are compared with the dry periods before and after the storm event, named fitting periods. The most similar signal over the fitting periods is signal C. Consequently, signal C is applied to estimate the DW signal during the storm event. The above approach is used for both discharge  $Q$  and turbidity  $T$  signals.

As for total mass, the standard uncertainty  $u(M_{X_{DW}})$  is calculated with the LPU:

$$u(M_{X_{DW}})^2 = \Delta t^2 \left( \sum_{i=t_d}^{t_f} Q_{i_{DW}}^2 \cdot u(C_{X_{i_{DW}}})^2 + C_{X_{i_{DW}}}^2 \cdot u(Q_{i_{DW}})^2 \right)$$

with  $u(C_{Q_{i_{DW}}})$  and  $u(C_{X_{i_{DW}}})$  the standard uncertainties at time step  $i$  for discharge and concentration of pollutant  $X$  of the reference signal. Compared to total event load uncertainty, the DW contribution uncertainty includes an additional source of uncertainty which is related to the DW contribution estimation method itself, *i.e.* the error due to the fact that the reference signal is substituted to the true but unknown DW signal. Thus, the uncertainty of the substitute discharge and turbidity signals at each time step  $i$  of the signal reference include both the measurement uncertainty  $u(Q_{i_{DW_m}})$  and  $u(Turb_{i_{DW_m}})$  and a substitution uncertainty  $u(Q_{i_{DW_subs}})$  and  $u(Turb_{i_{DW_subs}})$ . Under the assumption that substitution uncertainties are normally distributed:

$$u(Q_{i_{DW}})^2 = u(Q_{i_{DW_m}})^2 + u(Q_{i_{DW_subs}})^2$$

$$u(Turb_{i_{DW}})^2 = u(Turb_{i_{DW_m}})^2 + u(Turb_{i_{DW_subs}})^2$$

The evaluation of the substitution uncertainties is presented in Section 2.3.

*Wet weather contribution.* The wet weather contribution  $M_{X_{WW}}$  and its standard uncertainty are calculated as follows:

In case reference and measured signals are comparable over the fitting periods in terms of dynamics but not in terms of absolute values, the reference signal can be translated by applying a simple mathematical signal fitting, independently for discharge and turbidity. It is based on a least squares minimization of the distance between the two signals, by ignoring extreme distances that correspond to random peaks (especially for turbidity). As for dynamics comparison over the fitting periods, the need for translation is visually evaluated by the operator, with some possible degree of subjectivity. However, based on our experience with long continuous time series, the reference signal translation is rarely required, given measurements from rather close DWs are usually available. The fitting may be necessary in case of long term gaps in the continuous series or long rain periods, for which no adequate DW periods are available.

$M_{X_{DW}}$  is then calculated from the reference signal at each time step  $i$  during the storm event duration:

$$M_{X_{DW}} = \Delta t \cdot \sum_{i=t_d}^{t_f} C_{X_{i_{DW}}} \cdot Q_{i_{DW}}$$

with  $Q_{i_{DW}}$  the reference signal discharge,  $C_{X_{i_{DW}}}$  the reference signal concentration of pollutant  $X$  computed from the signal reference turbidity,  $Turb_{i_{DW}}$  and  $t_{d_{DW}}$  and  $t_{f_{DW}}$  the reference signal starting and ending times corresponding to the storm event limits  $t_d$  and  $t_f$ .

$$M_{X\_WW} = M_X - M_{X\_DW}$$

$$u(M_{X\_WW})^2 = u(M_X)^2 + u(M_{X\_DW})^2$$

### Dry weather substitution uncertainty calculation

The DW substitution uncertainty results from two main sources of uncertainties: i) the random variations of the flow and of the turbidity between similar DWD (each DWD is a unique occurrence) and ii) the criteria used for the choice of the reference signal including the types of tested DWD, the signal fitting method and the operator's subjectivity when comparing the signal dynamics. Systematic uncertainties are considered as negligible by applying the signal reference fitting.

In order to evaluate  $u(Q_{i\_DW\_subs})$  and  $u(Turb_{i\_DW\_subs})$ , the method to select the reference signal has been tested during dry days during which discharge and turbidity signals were available. During a period of time named test period, the available signal was ignored and replaced by a reference signal fitted on two fitting periods before and after the test period which was, in this case, equivalent to a fictive storm event. Once the reference signal has been selected, it was compared to the measured but initially ignored signal during the test period: the difference between the measured signal and the selected reference signal has been analysed in order to evaluate the error created by this substitution. Two test periods have been investigated: i) night test periods (NTP) from 18:00 to 06:00, during which measured discharge and turbidity signals are rather smooth, and ii) day test periods (DTP) from 06:00 to 18:00, during which measured discharge and more significantly turbidity signals have shown stronger fluctuations and random peak values.

## RESULTS AND DISCUSSION

### Dry weather discharge and turbidity dynamics

Three clearly distinct dw daily pattern classes were identified among the available 180 dwd: i) class 1: weekdays (monday to friday) without school holidays, ii) class 2: weekends (saturday and sunday) and weekdays with general public holidays and iii) class 3: weekdays (monday to friday) with school holidays. the three classes represent respectively 55 %, 22 % and 23 % of the 180 dwd (resp. 99, 40 and 41 dwd). the three classes correspond to calendar percentages over the period 2007-2008 of 41, 32 and 32 %, evidencing a satisfactory representativeness of the available dw data.

In order to analyse the DW pattern variability, mean discharge and turbidity profiles for the period 2007-2008 were computed for each class and for all classes together, with standard deviations and coefficients of variation computed at each time step of the profiles (720 values per day). 5 % - 95 % percentile intervals and distributions of residuals (distances from the each DWD value to the mean profile) were also computed. Results are summarised in Table 1 and illustrated in Figures 1 and 2 for class 2 and for all classes together (named hereafter class 4).

Table 1. Mean standard deviations and mean coefficients of variation of the mean discharge and turbidity along the DW profiles for classes 1 to 4.

Class	Mean standard deviation		Mean coefficient of variation	
	Discharge (L/s)	Turbidity (FNU)	Discharge (%)	Turbidity (%)
Class 1	7.05	55.23	21.86	31.80
Class 2	6.52	51.31	22.69	29.25
Class 3	9.46	59.33	28.6	36.39
Class 4	7.91	60.18	23.75	34.66

The results appear rather similar for all classes. Residuals are approximately log-normally distributed. The computed 5 % - 95 % percentile intervals are comparable for the four classes, with larger values for high flow periods around 10:00-12:00. Dispersion is significantly higher for turbidity with mean coefficients of variation around 30-35 % compared to 20-25 % for discharge. Moreover 5 % - 95 % percentile intervals are less smoothed for turbidity, which is explained by the random turbidity peaks observed during the day especially during high flow period at the end of morning and evening peaks.

This trend is even more pronounced when results are analysed at 2 min time step. Comparable orders of magnitude of the variability for both discharge and turbidity signals have been observed by Lacour (2009) in two urban combined catchments in Paris.

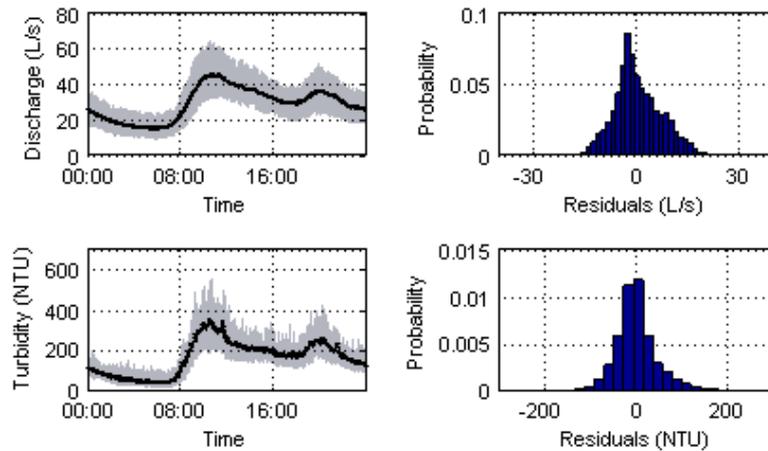


Figure 32. Class 2 mean DW discharge and turbidity patterns, with 5 % - 95 % percentiles interval (left) and residuals distribution (right).

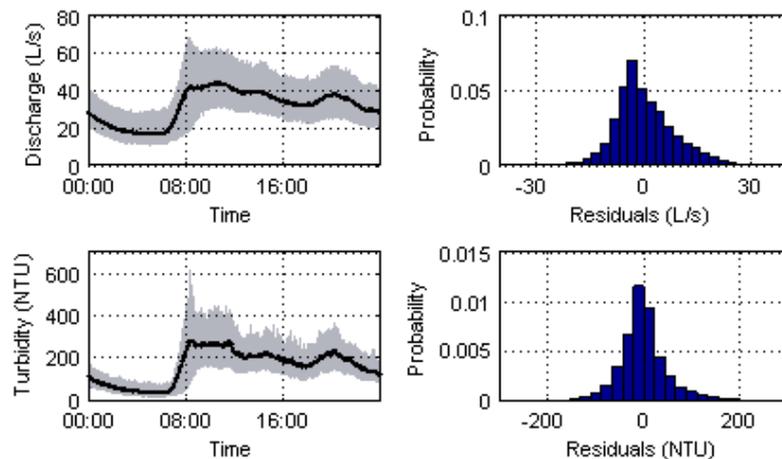


Figure 33. Class 4 mean DW discharge and turbidity patterns, with 5 % - 95 % percentiles interval (left) and residuals distribution (right).

The above analysis was also carried out separately for 2007 and 2008 (details not shown here). No significant difference with the above results has been observed, except for class 3, with larger 5 % - 95 % percentiles intervals for the mean flow profile. This minor difference can be explained by the variability of the DWD measured for class 3 between the two years, with a majority of DWD during February holidays in 2007 and during Christmas period for 2008.

A specific investigation has been carried out to detect any seasonal variability or any global trend or variation over the 365 days of the year for the discharge and turbidity daily patterns. The results (not shown here) reveal no seasonal effect or annual fluctuation in any of the four classes.

The above results reinforce the conclusion that discharge and turbidity daily profiles vary significantly and that, for modelling purposes, global or annual mean profiles are not accurate enough to be used as reference signals during storm events.

If values at 2 min time step vary very significantly, a clearly non linear correlation between mean discharge values and mean turbidity values has been observed for classes 1 to 4. It is possible to perform an ordinary least squares regression to represent this correlation, as shown in Figure 34 for

class 4. This regression could possibly be used to estimate turbidity and its uncertainty as a function of discharge during dry weather for modelling purposes.

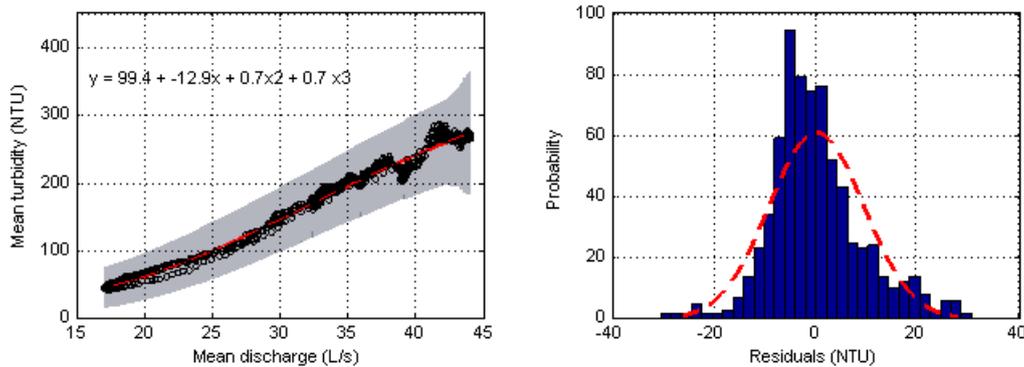


Figure 34. Class 4 regression between mean discharge and mean turbidity with 95 % confidence interval (left) and corresponding residuals distribution with best fitted normal distribution (dotted line) (right). All uncertainties in discharge, turbidity and regression coefficients have been accounted for in the 95 % confidence interval.

#### Dry weather substitution uncertainty

DW discharge and turbidity substitution uncertainties were calculated for the 2007-2008 period and for classes 1 to 4. In each case, they were estimated for both night and day test periods separately (resp. NTP and DTP) and globally (GTP), thus leading to 12 different results for both discharge and turbidity signals. For classes 1 to 3, the method was repeated respectively 20, 8 and 8 times by randomly selecting DWDs among the 99, 40 and 41 available DWD in the database, the number of repetitions corresponding for each class 1 to 3 to 20 % of the total number of the available DWD in each class. For the 12 different cases, residuals distributions were analysed and mean values and standard deviations were computed. Results are presented in Table 2.

Results show larger standard deviations for day test periods, especially for turbidity with 96.86 FNU compared to 52.62 for night test period for class 4. For a given test period (Night, Day or Global), standard deviations are significantly higher for class 3, pointing out the higher variability for that class already revealed in the DWD variability analysis (section 3.1). Results also indicate that residuals distribution could be approximated by centred normal distributions for all cases, as illustrated by Figure 35 for the most global case (class 4 and GTP).

Table 2. Mean residuals and standard deviation of mean discharge and turbidity profiles for classes 1 to 4.

	Mean residual						Standard deviation					
	Flow (L/s)			Turbidity (FNU)			Flow (L/s)			Turbidity (FNU)		
	NTP	DTP	GTP	NTP	DTP	GTP	NT P	DT P	GT P	NTP	DTP	GTP
Class 1	0.33	- 0.03	0.15	2.33	-7.56	- 2.62	2	4.58	3.93	48.76	91.6 6	73.5 8
Class 2	- 0.92	0.55	- 0.19	1.39	-0.36	0.51	3.14	4.98	4.84	53.01	82.5 0	69.3 4
Class 3	0.18	- 0.63	- 0.23	3.04	11.04	7.04	4.58	5.16	5.25	60.90	119. 02	94.6 1
Class 4	0.02	- 0.03	- 0.01	2.28	-1.83	0.22	5.32	4.82	4.47	52.62	96.8 6	77.9 7

This confirms that the LPU is applicable to propagate substitution uncertainties. However, standard deviation was computed by ignoring extreme values of the distribution (values beyond +/- twice observed standard deviations), in order not to over estimate the substitution uncertainties due to random peak values. In the most global case, final computed standard deviations taking into account this exclusion rule are respectively equal to 3.33 L/s and 47.0 FNU for discharge and turbidity. Substitution uncertainties are comparable to measurement uncertainties for which mean values are respectively approximately 6 L/s and 30 FNU in 2007-2008: consequently, it is necessary to account for both measurement and substitution uncertainties in estimating DW contributions during storm events.

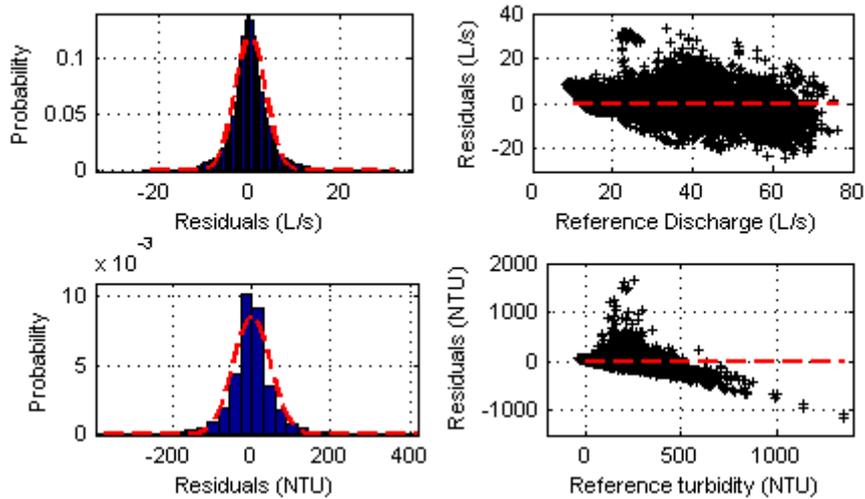


Figure 35. Residuals distribution for class 4 and Global (night+day) Test Periods (left) with fitted normal distribution (dotted lines), and evolution of the residuals with the reference signal respectively for discharge and turbidity (right) with residual mean values (dotted lines).

The method is illustrated in Figure 11.2 for class 1 and DTP (06:00-18:00) for Tuesday, 29 January 2008, with reference signals and measured signals shown for fitting periods (noted a) and the test period (noted b). In this example, the reference signals have been selected from Monday 28 January 2008 without signal fitting.

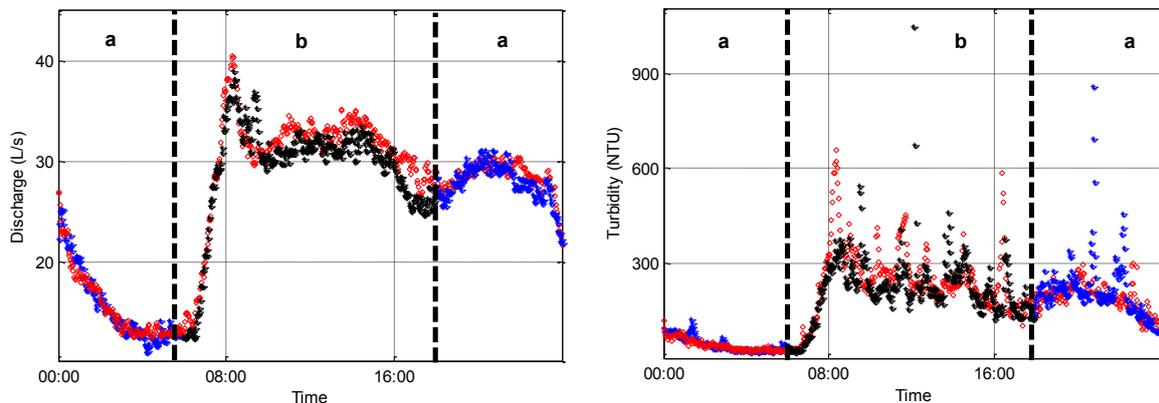


Figure 36. Illustration of the method applied to estimate discharge and turbidity during the DTP (06:00-18:00) on Tuesday 29 January 2008: reference signals (o) and measured signals (\*), a and b refer respectively to fitting periods and test period.

The analysis of the evolution of the residuals with the reference signal value shows that residuals are not homoscedastic along the measurement ranges, *i.e.* non constant, especially for turbidity with significantly higher residuals above 500 FNU. Nevertheless, no obvious trend can be observed and high turbidity residuals are mostly explained by the random turbidity peaks observed during the high flow period, as illustrated in Figure 35. Thus, it seems reasonable to consider a constant substitution uncertainty along DW discharge and turbidity ranges. In addition, coefficients of variation for turbidity are higher than for discharge, with mean values ranging from 25-30 % for discharge and 35-40 % for turbidity.

### Event load calculation: example of results

The proposed method has been applied to TSS and COD event loads calculation for the 239 storm events measured in Ecully in 2007-2008. Constant substitution uncertainties were applied, respectively 3.33 L/s and 47.0 FNU for discharge and turbidity. As an example, Figure 11.6 illustrates the storm event dated Friday 31 October 2008, which is a class 3 DWD. The rainfall depth is 10.7 mm, event starting and ending times are respectively 12:28 and 20:28. The reference signal has been selected on Tuesday 4 December 2008. The left graphs represent, from top to bottom, the rainfall intensity, the conductivity, the discharge and turbidity reference signals measured on Tuesday 4 December 2008) and the measured discharge and turbidity signals measured on Friday 31 October 2008. The right graphs represent, from bottom to top, COD and TSS mass fluxes (in kg/s) computed from the TSS-turbidity and COD-turbidity correlations, and event pollutant loads (in kg). For discharge, turbidity, fluxes and event loads, 95 % confidence intervals are computed with the LPU. Event runoff volume, TSS and COD loads with WW and DW contributions and their 95 % confidence intervals are summarized in Figure 37.

Table 3. Results for the storm event dated Friday 31 October 2008.

Friday 31 October 2008	Total	WW contribution	DW contribution
Runoff	6323 +/- 26 m <sup>3</sup>	4645 +/- 62 m <sup>3</sup>	1718 +/- 32 m <sup>3</sup>
TSS load	729 +/- 22 kg	540 +/- 26 kg	189 +/- 13 kg
COD load	1324 +/- 42 kg	967 +/- 46 kg	356 +/- 20 kg

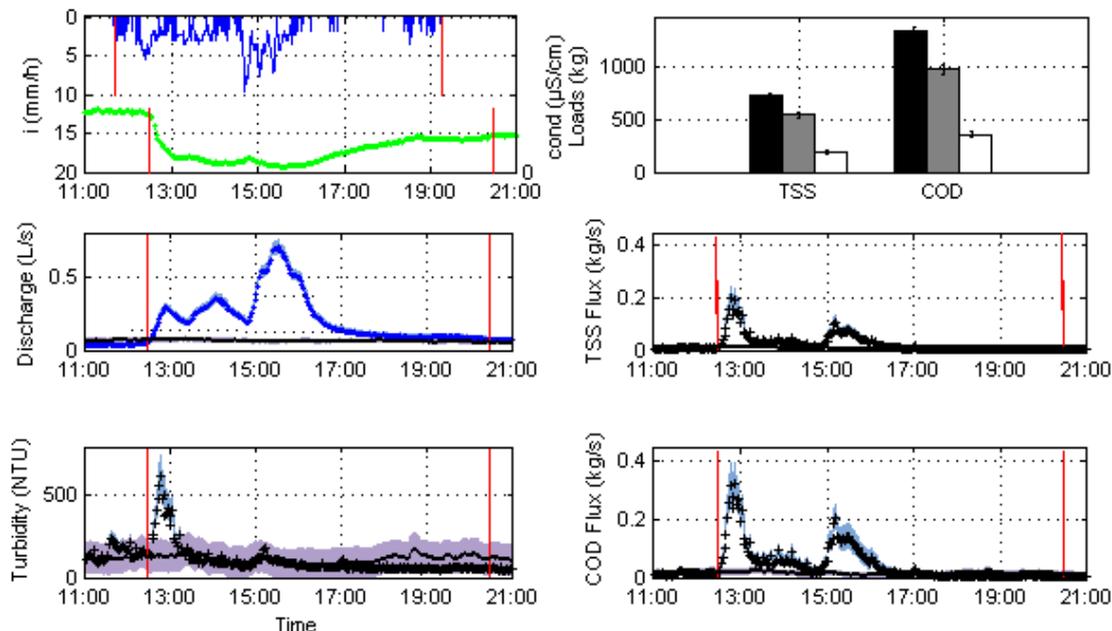


Figure 37. Illustration of the proposed methodology for the storm event dated 31 October 2008.

## CONCLUSION

This work confirms the great interest and potential of long term continuous discharge and turbidity time series measured in sewer systems. Based on the analysis of 180 dry weather days and 239 storm events monitored in a combined sewer system, respectively in period 2007-2008 and period 2004-2008, the main conclusions are the following ones:

- Three distinct classes of dry weather days have been established, each one with specific daily discharge and turbidity profiles.
- The variability within each class has been analysed and quantified.
- No seasonal effect and no trend over the year have been detectable.
- A method has been proposed to estimate the dry weather contributions to total storm event volumes and TSS and COD loads, accounting for the dynamics of both discharge and turbidity time series at short time step (2 minutes). The method is based on the identification of the most likely dry weather signals among a set of tested dry weather signals taken from the appropriate DWD class.
- The selected signal is named the reference signal and its total uncertainty, including both measurement uncertainty and substitution uncertainty, is evaluated. The substitution uncertainty is estimated based on simulations of the method applied to measured dry weather days.
- Analyses of time series, mean values and residuals indicate that the LPU is applicable to evaluate uncertainties.
- For any storm event, the method allows calculating the total event TSS and COD loads, the contributions of dry weather and wet weather, and all associated uncertainties and 95 % confidence intervals. It has to be highlighted that despite the very rich and reliable data set from Ecully catchment used in this study, the results of the analysis might be different in different catchments and with different gauges.
- The method will be used to calibrate storm weather quality models.

## ACKNOWLEDGMENTS

This research was carried out within the OTHU research programme. The authors gratefully acknowledge SAFEGE for its financial support of the PhD thesis.

## REFERENCES

- Bertrand-Krajewski J. L., Barraud S., Lipeme Kouyi G., Torres A. and Lepot M. (2008). Mesurages en continu des flux polluants particuliers en réseaux d'assainissement urbains : enjeux, méthodes, exemple d'application (On-line monitoring of particulate pollutant loads in urban sewer systems : stakes, methods, example of application). *La Houille Blanche*, 4, 49-57.
- Dembélé, A., Becouze, C., Bertrand-Krajewski, J. L., Cren-Olivé, C., Barillon, B. and Coquery, M. (2009). Quantification des polluants prioritaires dans les rejets urbains de temps de pluie - Les premiers résultats du projet de recherche ESPRIT mené sur deux bassins versants (Assessment of fluxes of priority pollutants in urban wet weather discharges at the outlet of two catchments and in atmospheric fallouts. First results of the Esprit reseratch project). *TSM - Techniques Sciences Méthodes*, 4, 60-76.
- Fletcher, T.D. and Deletic, A.B. (2007). Statistical evaluation and optimisation of stormwater quality monitoring programmes. *Water Science and Technology*, 56(12), 1-9.
- Gruber, G., Winkler, S. and Pressl, A. (2005). Continuous monitoring in sewer networks an approach for quantification of pollution loads from CSOs into surface water bodies. *Water Science and Technology*, 52(12), 215-223.
- Lacour, C. (2009). *Apport de la mesure en continu pour la gestion de la qualité des effluents de pluie en réseau d'assainissement (Interest of continuous monitoring for the control of water quality during wet weather in sewer systems)*. PhD thesis, Université Paris Est, France.

- Lacour C., Joannis C. and Chebbo G. (2009). Assessment of annual pollutant loads in combined sewers from continuous turbidity measurements: sensitivity to calibration data. *Water Research*, 43(8), 2179-2190.
- Métadier, M. and Bertrand-Krajewski, J. L. (2009). From mess to mass: a methodology for calculating storm event pollution loads with their uncertainties, from continuous raw data. *Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling*, Tokyo, Japan, 7-12 September, 8 p.
- Métadier, M. and Bertrand-Krajewski, J. L. (in press). Traitement de séries chronologiques de turbidité continues à court pas de temps pour l'estimation des masses de MES et de DCO rejetées en milieu urbain par temps de pluie (Use of continuous turbidity measurements for the assessment of event TSS and COD loads from urban sewer systems). *La Houille Blanche*, 2.
- Muschalla D., Schneider S., Schröter K., Gamerith V., Gruber G. (2008). Sewer modelling based on highly distributed calibration data sets and multi-objective auto-calibration schemes. *Water Science and Technology*, 27(10), 1547-1554.
- Ruban G., Joannis C. (2008). Évaluation de la précision des courbes d'étalonnage par la méthode de Monte Carlo : application à la turbidimétrie (Evaluation of calibration curve uncertainty using the Monte Carlo method: Application to turbidity measurement). *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 272, 33-43.
- Ruban, G., Joannis, C., Gromaire, M.-C., Bertrand-Krajewski, J. L. and Chebbo, G. (2008). Mesurage de la turbidité sur échantillons: application aux eaux résiduaires urbaines (Performing turbidity measurement on samples : application to urban wastewaters). *TSM - Techniques Sciences Méthodes*, 4, 61-74.
- Schilperoort, R.P.S., Dirksen, J., Langeveld, J.G. and Clemens, F.H.L.R. (2009). *Assessing characteristic time and space scales of in-sewer processes by analysis of one year of continuous in-sewer monitoring data*. Proceedings of the 8th International Conference on Urban Drainage Modelling, Tokyo, Japan, 7-12 September, 8 p.