

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DE L'APPLICATION PAR CATHÉTER  
DE L'ÉNERGIE MICRO-ONDE EN CARDIOLOGIE

par

ZOUHEIR KAOUK

INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU GRADE DE PHILOSOPHIE DOCTOR (Ph.D)  
(GÉNIE BIOMÉDICAL)

Novembre 1996

© Zouheir Kaouk. 1996



National Library  
of Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

Acquisitions et  
services bibliographiques

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26423-8

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION DE L'APPLICATION PAR CATHÉTER  
DE L'ÉNERGIE MICRO-ONDE EN CARDIOLOGIE

Présentée par: KAOUK Zouheir

en vue de l'obtention du grade de: Philosophiae doctor (Ph.D.)

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. SAVARD Pierre, Ph.D., directeur de recherche

M. KHÉBIR Ahmed, Ph.D., co-directeur de recherche

M. LEON Josh, Ph.D., président du jury

M. NADI Mustapha, Ph.D., membre externe

M. GHANNOUCHI Fadhel M., Ph.D., membre du jury

## REMERCIEMENTS

J'exprime tout d'abord ma profonde gratitude à mon professeur Pierre Savard qui a été l'initiateur et le directeur de ce projet. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a manifestée en me confiant cette étude. Je le remercie par ailleurs, pour avoir dirigé ce travail et pour les discussions constructives que nous avons eues au cours de ces années.

Je tiens à exprimer mes remerciements à mon co-directeur Ahmed Khebir surtout pour son aide dans le développement de la technique numérique et pour sa co-direction du projet.

Je suis également reconnaissant au professeur Fadhel Ghannouchi pour son support technique et moral au laboratoire POLY-GRAMES et au professeur Cevdet Akyel pour la disponibilité de plusieurs équipements qui ont été mis à notre disposition.

Je remercie également Dany Bérubé pour les mesures expérimentales et Jules Gauthier pour la réalisation des prototypes d'antennes.

Je suis également reconnaissant à mes amis au laboratoire de modélisation biomédicale pour leur témoignage d'amitié et leur aide technique.

Je remercie finalement le FCAR et le CRSNG pour le support financier qu'ils m'ont accordé.

## RESUMÉ

L'ablation cardiaque par cathéter radiofréquence est une nouvelle technique consistant à appliquer un courant alternatif, de fréquence 350 à 1000 kHz, à l'aide d'une électrode montée au bout d'un cathéter afin de créer une petite lésion qui détruit le tissu arythmogène. Le mécanisme principal du dommage induit est présumément thermique. La grosseur de la lésion créée est limitée par le faible volume de tissu chauffé juste en contact avec l'électrode. La technique radiofréquence (RF) a démontré un très bon succès pour le traitement des arythmies supraventriculaires. Cependant, dans le cas des tachycardies ventriculaires où les sites arythmogènes se situent en profondeur dans le myocarde, l'ablation exige une source d'énergie alternative capable d'échauffer un volume du tissu plus grand.

L'échauffement est produit par le courant de conduction durant l'ablation RF, tandis que l'énergie micro-onde est transmise via les courants: de conduction et de déplacement.

Vu que la technique d'ablation par micro-onde représente une nouvelle modalité dans ce domaine, le développement d'un modèle théorique visant à expliquer la biophysique de cette procédure est nécessaire. Notre objectif consiste à développer un modèle électrothermique afin de simuler le processus d'ablation micro-onde et de s'en

servir pour concevoir les applicateurs micro-ondes convenables. Un modèle axisymétrique consistant en trois couches cylindriques coaxiales représentant la cavité sanguine ventriculaire, le myocarde et le reste du torse, respectivement, a été développé. L'antenne proposée est alimentée par une ligne coaxiale qui coïncide avec l'axe de symétrie du modèle. La méthode des éléments finis a été utilisée afin de calculer la distribution de densité de puissance dans le modèle ainsi que la distribution de température. La grosseur de la lésion a été estimée par l'isotherme 48 °C. En comparant avec les résultats d'un modèle RF ayant la même géométrie que le modèle micro-onde et utilisant le même applicateur, l'énergie micro-onde révèle une capacité à produire une lésion plus grande que l'énergie RF pour une même température maximum en régime permanent.

Afin de proposer une approche théorique robuste, nous avons validé expérimentalement le modèle en mesurant la distribution de température à l'aide de fibres optiques dans un milieu ayant les mêmes propriétés que celles du tissu cardiaque (fantôme).

En conclusion, le modèle proposé nous a servi à comprendre les mécanismes d'action de cette nouvelle technique, de même qu'à concevoir des antennes convenables dans le but de créer des lésions grandes pour le traitement des arythmies ventriculaires.

## ABSTRACT

Radiofrequency catheter ablation is a recent technique consisting of delivering an alternating electrical current with frequencies of 350 to 1000 KHz, through an electrode mounted on the tip of the catheter, so as to create a small lesion that destroys an arrhythmogenic site. The main mechanism of radiofrequency (RF) induced tissue damage is presumed to be thermal. The RF lesion size has been limited by the small volume of the heated tissue that is in direct contact with the electrode. Radiofrequency ablation has been demonstrated to be highly successful for the treatment of supraventricular arrhythmias. However, for ventricular tachycardias, where the arrhythmogenic sites lie deep within the myocardium, it may require an alternative energy source that can heat a greater volume of cardiac tissue.

In contrast to heating by conduction currents during RF ablation, the electromagnetic energy is transmitted by both conduction and displacement currents during microwave ablation. Since the microwave technique represents an innovative modality for cardiac ablation, a theoretical model aimed to interpret the biophysics of this procedure is necessary. Our objective is to develop an electrothermal model to simulate the microwave ablation process which can serve later to design microwave applicators.

The axisymmetric model consists of three coaxial cylindrical shells representing the ventricular blood pool, the myocardium and the torso, respectively. The proposed antenna which is fed by a coaxial cable coincides with the model axis. The finite element method was used to compute the power density distribution in the model and then to calculate the induced temperature rise. The tissue damage was estimated by an isotherm greater than 48 °C. Comparing with results obtained with a RF model having the same geometry as the microwave model and using the same applicator, the microwave energy shows a bigger induced lesion than RF for the same maximum steady state temperature in the myocardium.

In order to provide a robust theoretical approach, we have validated experimentally the model by measuring the temperature distribution with optical fiber probes in a tissue-equivalent material.

In conclusion, the proposed model has been successfully validated and predicts that microwave energy can produce bigger lesions than RF energy for the treatment of ventricular arrhythmias.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>iv</b>
<b>RESUMÉ</b> .....	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>vii</b>
<b>TABLES DES MATIÈRES</b> .....	<b>ix</b>
<b>LISTE DES TABLES</b> .....	<b>xii</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>xiii</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES</b> .....	<b>xv</b>
<b>LISTE DES ANNEXES</b> .....	<b>xvi</b>
<b>CHAPITRE I: INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
<b>CHAPITRE II: L'ABLATION CARDIAQUE: CONCEPTS DE BASE</b> .....	<b>6</b>
2.1 L'excitation cardiaque normale .....	6
2.2 L'arythmie cardiaque .....	8
2.3 Cathéterisation .....	11
2.4 Ablation Radiofréquence .....	13
2.4.1 Échauffement électrique .....	14
2.4.2 La thermodynamique de l'échauffement RF .....	14

	x
2.4.3 Impédance électrique .....	15
2.4.4 Évaluation de la technique .....	16
2.5 Ablation par micro-onde .....	19
2.6 Revue de la littérature .....	21
<b>Chapitre III: A Finite Element Model for Microwave Cardiac Ablation and its Experimental Validation .....</b>	<b>26</b>
Sommaire .....	27
3.1 Introduction .....	29
3.2 Description of the model .....	30
3.3 Comparison with published results .....	34
3.3 Experimental validation .....	36
3.3.1 S11 coefficient .....	38
3.3.2 Temperature measurements .....	40
3.4 Effect of blood masses .....	45
3.5 Discussion and conclusion .....	47
<b>Chapitre IV: Theoretical and experimental comparison between radiofrequency and microwave energy for the catheter ablation of cardiac arrhythmias. ....</b>	<b>51</b>
Sommaire .....	52
4.1 Introduction .....	54
4.2 FEM modeling .....	55

4.3 Tissue phantom .....	60
4.4 Results .....	63
4.4.1 The homogeneous FEM model and its validation .....	63
4.4.2 The inhomogeneous FEM model .....	66
4.4.3 Effect of infarcted tissue on RF ablation .....	70
4.4.4 Effect of coagulum on microwave catheter .....	73
4.5 Discussion .....	75
<b>Chapitre V: DIFFÉRENTS TYPES D'ANTENNES</b> .....	<b>77</b>
5.1 Conception de l'antenne .....	77
5.2 Antenne à multiple fentes .....	89
<b>Chapitre VI: DISCUSSION ET CONCLUSION</b> .....	<b>93</b>
<b>RÉFÉRENCES</b> .....	<b>99</b>
<b>ANNEXE A</b> La méthode vectorielle des éléments finis .....	<b>101</b>
<b>ANNEXE B</b> La méthode nodale des éléments finis .....	<b>110</b>
<b>ANNEXE C</b> Méthodologie de la technique numérique .....	<b>120</b>
<b>ANNEXE D</b> Théorème de Green-Gauss .....	<b>125</b>

## LISTE DES TABLES

Table 3.1 Propriétés électriques et thermiques .....	61
Table 5.1 Dimensions des différentes lésions et coefficient de réflexion .....	88

## LISTE DES FIGURES

1.1 L'évolution de l'ablation cardiaque aux États-Unis .....	2
2.1 Système de conduction du coeur .....	7
2.2 La réentrée dans un tissu cardiaque .....	9
2.3 Phénomènes impliqués dans l'ablation cardiaque .....	12
2.4 Différents types de réentrée .....	17
2.5 Chaleur micro-onde versus chaleur RF .....	20
2.6 Cathéter RF à ballon .....	22
3.1 Description du modèle micro-onde .....	31
3.2 S11 versus fréquence .....	35
3.3 Montage expérimental .....	37
3.4 S11 versus longueur de l'antenne .....	39
3.5 Température en fonction du temps .....	42
3.6 Profils axiaux de température .....	43
3.7 Profils radiaux de température .....	44
3.8 SAR et effet de la fréquence .....	46
4.1 Description du modèle RF et micro-onde .....	57
4.2 Température RF et micro-onde en fonction du temps .....	64

4.3 Profils radiaux de température RF et micro-onde .....	65
4.4 Profils axiaux de température RF et micro-onde .....	67
4.5 Isothermes RF et micro-ondes .....	69
4.6 Schéma de l'ilôt sain dans le tissu infarci .....	70
4.7 Profils de SAR et de température .....	72
4.8 Effet du coagulum .....	74
5.1 L'orientation du cathéter par rapport au myocarde .....	78
5.2 Schéma du modèle homogène et son maillage .....	80
5.3 Température induite par une ligne coaxiale et par un monopole .....	82
5.4 Monopole de 12 mm .....	83
5.5 Monopole avec capuchon .....	85
5.6 Monopole avec capuchon long .....	87
5.7 Antenne avec une fente .....	91
5.8 Antenne avec trois fentes .....	92

## LISTE DES SYMBOLES

<u>Quantité</u>	<u>Symbole</u>	<u>Unité</u>	<u>Abréviation</u>
<i>Nombre complexe</i>	<i>j</i>		
<i>Conductivité électrique</i>	$\sigma$	<i>siemens/mètre</i>	<i>S/m</i>
<i>Permittivité relative</i>	$\epsilon_r$	<i>sans dimension</i>	
<i>Champ électrique</i>	<i>E</i>	<i>volt/mètre</i>	<i>V/m</i>
<i>Potentiel électrique</i>	<i>V</i>	<i>volt</i>	<i>V</i>
<i>Perméabilité magnétique</i>	$\mu$	<i>henry/mètre</i>	<i>H/m</i>
<i>Perméabilité magnétique(vide)</i>	$\mu_0$	<i>henry/mètre</i>	<i>H/m</i>
<i>Permittivité électrique</i>	$\epsilon$	<i>farad/mètre</i>	<i>F/m</i>
<i>Permittivité électrique(vide)</i>	$\epsilon_0$	<i>farad/mètre</i>	<i>F/m</i>
<i>Longueur d'onde</i>	$\lambda$	<i>mètre</i>	<i>m</i>
<i>Nombre d'onde</i>	<i>K</i>	<i>radian/mètre</i>	<i>rad/m</i>
<i>Fréquence angulaire</i>	$\omega$	<i>radian/seconde</i>	<i>rad/s</i>
<i>Densité</i>	$\rho$	<i>Kilogramme/mètre<sup>3</sup></i>	<i>Kg/m<sup>3</sup></i>
<i>Chaleur spécifique</i>	$c_p$	<i>Joule/Kilogramme.Celsius</i>	<i>J/Kg.°C</i>
<i>Température</i>	<i>T</i>	<i>Celsius</i>	<i>.°C</i>
<i>Temps</i>	<i>t</i>	<i>seconde</i>	<i>s</i>
<i>Conductivité thermique</i>	<i>k</i>	<i>Watts/(mètre.Celsius)</i>	<i>W/(m.°C)</i>
<i>Specific absorbed rate</i>	<i>SAR</i>	<i>Watts/Kilogramme</i>	<i>W/Kg</i>

## LISTE DES ANNEXES

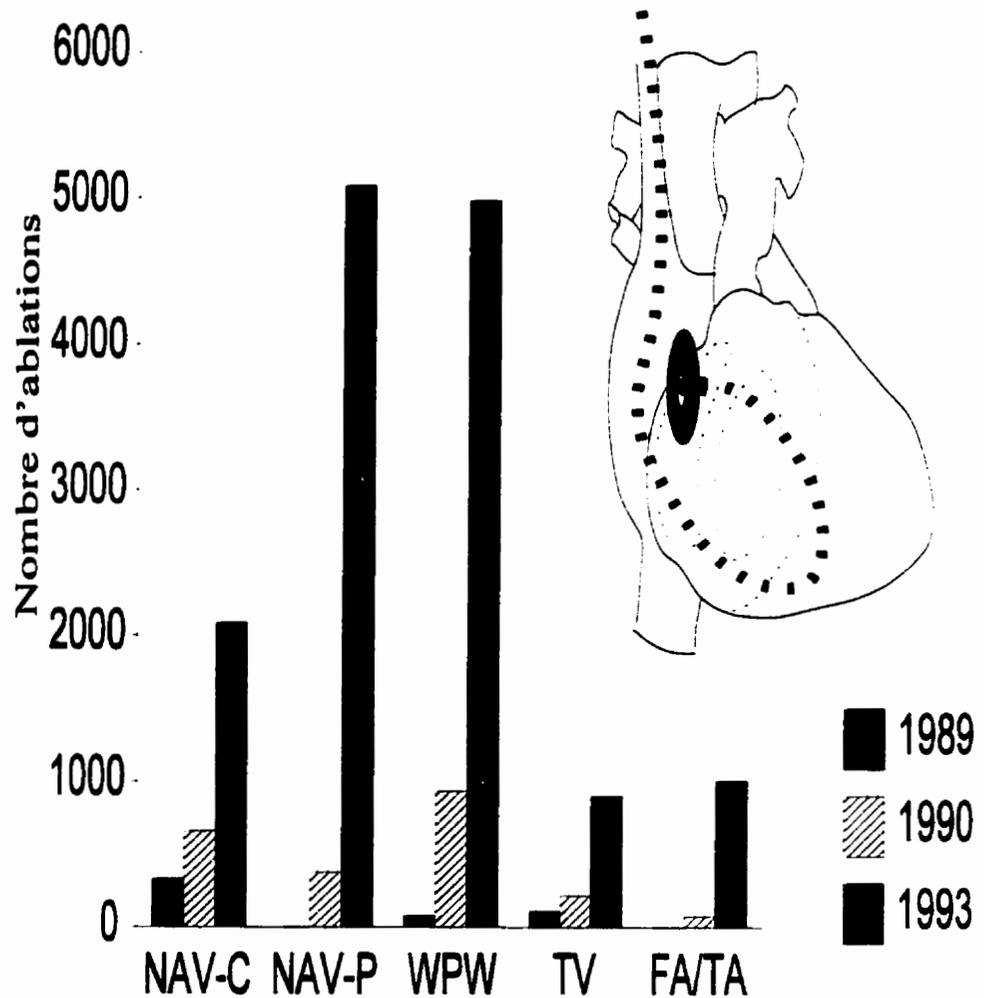
<b>Annexe A:</b> Méthode vectorielle des éléments finis .....	101
<b>Annexe B:</b> Méthode nodale des éléments finis .....	110
<b>Annexe C</b> Méthodologie de la technique numérique .....	120
<b>Annexe D:</b> Théorème de divergence .....	125

# CHAPITRE I

## INTRODUCTION

La tachycardie est une augmentation anormale de la fréquence cardiaque qui peut causer une syncope ou la mort subite. Le mécanisme de la tachycardie implique souvent une petite région du coeur ayant une structure anatomique ou électrophysiologique anormale. Récemment, une nouvelle technique a été développée afin d'ablatir la région arythmogène et guérir le patient. Cette procédure consiste à insérer, sous anesthésie locale et au moyen d'imagerie par rayons X, un fin cathéter flexible dans une artère ou une veine (jugulaire ou fémorale) de façon à ce que le bout du cathéter atteigne la région arythmogène désirée (Figure 1.1). Un courant alternatif de fréquence radio (RF) (350-1000 kHz) est appliqué entre l'électrode du cathéter et une autre plaque déposée sous le dos du patient (mode unipolaire). La haute densité de courant au voisinage de l'électrode dissipe de la chaleur par effet Joule et crée une petite lésion qui détruit le substrat arythmogène. Selon Scheinman (Scheinman, 1995) (Figure 1.1), l'usage clinique de l'ablation RF a crû rapidement après son introduction en 1989. Le taux de succès est supérieur à 95 % pour le traitement des patients ayant le syndrome Wolff-Parkinson-White (WPW) et il est également élevé pour l'ablation de la jonction auriculo-ventriculaire (la terminologie de ces maladies est expliquée au chapitre 2). Cependant, les taux de succès sont plus faibles (10-50%) pour le traitement de la

## ABLATIONS PAR CATHETER RADIOFREQUENCE AUX E.U.



**Figure 1.1** Graphe montrant l'évolution de l'utilisation de l'ablation cardiaque par cathéter RF pour certains types de maladies cardiaques aux États Unis entre 1989 et 1993. NAV-C: ablation du noeud auriculo-ventriculaire complète, NAV-P: réentrée nodale, WPW: Wolff-Parkinson-White, TV: tachycardie ventriculaire et TA/FA: tachycardie/flutter auriculaire. Le trajet du cathéter est illustré sur le schéma du coeur.

tachycardie ventriculaire chez des patients ayant un infarctus myocardique (IM) et ceci a entravé l'application de l'ablation RF pour ces arythmies. Ces faibles taux de succès peuvent être attribués à différents facteurs: 1) Les lésions RF sont plus petits que le substrat arythmogène. 2) Le substrat arythmogène est toujours positionné à coté du tissu infarcté chez les patients IM (Kaltenbrunner, 1991) et la conductivité électrique du myocarde infarcté pourrait être modifiée, détournant ainsi les courants RF. 3) Le substrat arythmogène est plus difficile à localiser.

La densité de puissance RF est totalement dissipée autour de l'électrode dans une couche de quelques millimètres d'épaisseur car cette densité de puissance est inversement proportionnelle à la quatrième puissance de la distance. L'usage de l'énergie micro-onde pourrait augmenter les dimensions de la lésion. En effet, l'énergie micro-onde diffère de l'énergie RF par son mode de transfert. L'énergie RF est absorbée par les tissus par la conduction des charges mobiles (courant de conduction), tandis que l'énergie micro-onde bénéficie en plus du courant de déplacement dû à l'oscillation des molécules polaires (e.g., l'eau). Pour cette raison, l'énergie micro-onde a été proposée comme source d'énergie alternative à l'énergie RF afin de pallier aux inconvénients de cette dernière.

Le but général de ce travail de recherche multidisciplinaire est d'acquérir des connaissances fondamentales à propos de l'application de l'énergie micro-onde en cardiologie. Plus spécifiquement, notre objectif consiste à développer un modèle électrothermique cathéter-cœur pour calculer la distribution de la densité de puissance et la distribution de la température cardiaque. Ce modèle permet de concevoir différentes

antennes conformes à nos besoins. La modélisation est une démarche importante dans le développement des systèmes d'antennes vu qu'elle permet d'évaluer différentes géométries sans avoir à construire plusieurs prototypes. Afin d'acquérir un modèle précis, les valeurs des propriétés électriques du tissu cardiaque canin ont été mesurées au laboratoire POLY-GRAMES par M. Dany Bérubé et ont été utilisées dans notre modèle théorique. Notre modèle est axisymétrique et consiste en trois couches cylindriques coaxiales ayant les propriétés électriques et thermiques de la masse sanguine intra-ventriculaire, du myocarde et du reste du torse, respectivement. L'antenne alimentée par une ligne coaxiale coïncide avec l'axe de symétrie du modèle. La même configuration est utilisée en RF, sauf qu'une électrode passive, connectée à la masse, est déposée sur la frontière externe du modèle. Les modèles sont décrits aux chapitres 3 et 4 et la méthodologie de la technique des éléments finis est détaillée dans les annexes A à D afin de faciliter la lecture pour les lecteurs cliniciens, cardiologues et technologues biomédicaux intéressés au domaine. Différents types d'antennes, comme un monopole isolé ou un monopole chargé par un capuchon métallique afin d'adapter l'impédance de l'antenne, ont été simulés. Les différentes antennes utilisées sont décrites au chapitre 5. Le monopole chargé par un capuchon paraissait satisfaire à nos conditions vu qu'il possède un bon coefficient de réflexion ( plus de 90% de l'énergie est transmise) et un diagramme de rayonnement permettant d'induire un patron d'échauffement profond et large dans l'axe du cathéter (end-fire). Après avoir développé le modèle théorique, celui a été validé par des mesures expérimentales dans un milieu homogène (fantôme) constitué d'un gel ayant les mêmes propriétés électriques et thermiques que le tissu cardiaque et

dans lequel l'antenne était enfoncée. Les profils axiaux et radiaux de température ont été mesurés à l'aide des fibres optiques pour ne pas perturber le champ électrique de l'antenne. Les chapitres 3 et 4 consistent en deux articles traitant de cette procédure. Les résultats expérimentaux ont démontré une bonne concordance avec nos résultats théoriques, qui nous a permis de valider le modèle homogène. Par la suite, un coagulum formé d'une mince couche autour de l'antenne, a été ajouté au modèle. De même, en utilisant les mesures expérimentales de la conductivité électrique du muscle cardiaque canin infarci et sain, on a simulé l'effet de la présence d'un îlot sain au milieu d'un tissu infarci. Enfin, une conclusion sur la contribution de ce travail à l'ablation micro-onde ainsi que son potentiel à circonvenir certains inconvénients rencontrés dans la technique RF est présentée au chapitre 6.

# CHAPITRE II

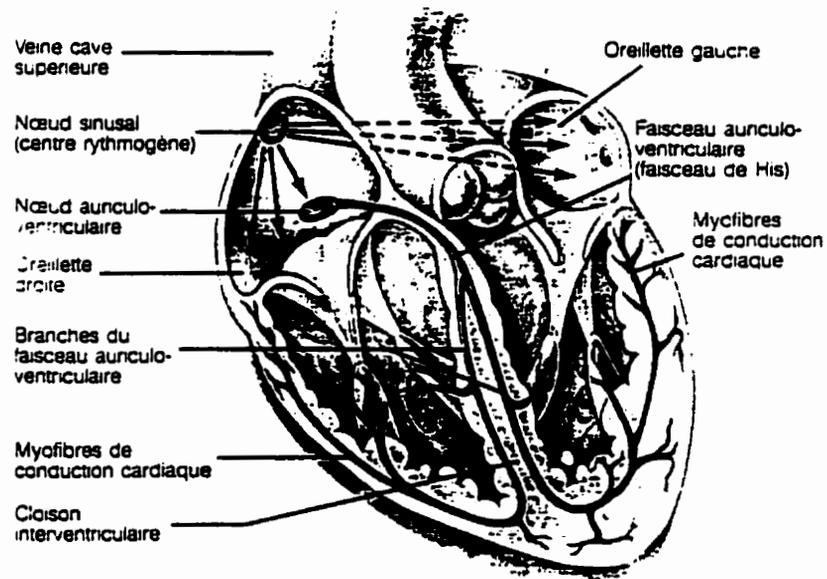
## L'ABLATION CARDIAQUE: CONCEPTS DE BASE

L'ablation cardiaque consiste à détruire certaines régions du coeur qui causent des arythmies cardiaques. Avant d'aborder les techniques d'ablation, on décrira brièvement les causes des arythmies cardiaques pour mieux comprendre le fonctionnement de cette technique.

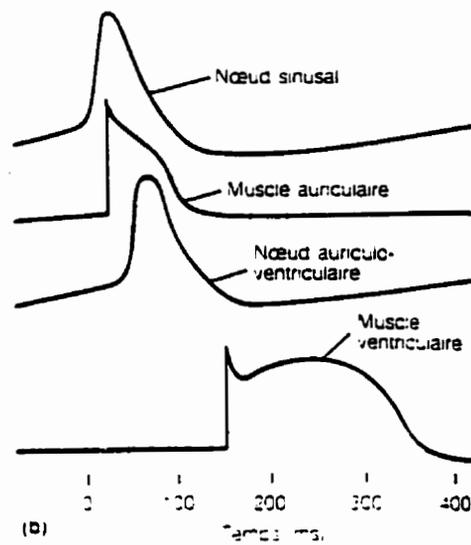
### 2.1 L'excitation cardiaque normale

La capacité de contraction périodique du muscle cardiaque est intrinsèque, c.à.d qu'elle ne repose pas sur des influx nerveux provenant de l'extérieur du coeur. Cette activité est due à la présence d'un système de commande appelé système de conduction. Ce système est composé de cellules cardiaques non contractiles. La fonction de ces cellules consiste à produire des influx appelés potentiels d'action et à les transmettre dans le coeur afin que les cellules musculaires se contractent. Une caractéristique importante de la cellule cardiaque est la période réfractaire: une fois que la cellule cardiaque est stimulée, elle ne peut répondre à une nouvelle stimulation tant qu'elle n'a pas retrouvé son état de repos.

L'onde d'excitation prend son origine au noeud sinoauriculaire (SA) et se propage à travers les deux oreillettes. Par la suite, l'excitation chemine des oreillettes aux ventricules



(a)



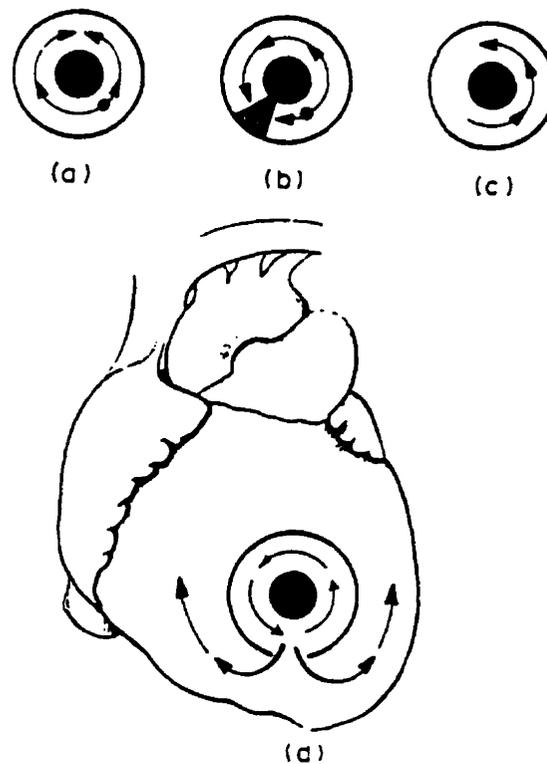
(b)

**Figure 2.1** a)- Système de conduction du coeur. b)- La succession des potentiels engendrés dans le coeur est représentée de haut en bas, du potentiel d'action produit par les cellules du nœud sinusal jusqu'au potentiel d'action typique des cellules contractiles des ventricules (Marieb et al., 1993).

en empruntant le noeud auriculo-ventriculaire (AV) et le faisceau de His. Après le faisceau de His, l'influx se propage par les branches gauche et droite du système de conduction intraventriculaire qui se ramifient en fibres de Purkinje. Finalement, l'onde d'excitation se diffuse dans toute la masse ventriculaire et entraîne une dépolarisation plus ou moins simultanée de toutes ses cellules, ce qui assure une contraction coordonnée du muscle cardiaque.

## 2.2 L'arythmie cardiaque

Toute irrégularité du rythme cardiaque est appelée une arythmie. Deux phénomènes peuvent causer l'arythmie: les anomalies de la génération et celles de la propagation de l'impulsion cardiaque. Dans le premier cas, une petite région du coeur génère une impulsion anormale, une onde de dépolarisation se diffuse dans le reste du coeur et génère une contraction prématurée. Le foyer de cette impulsion est appelé foyer ectopique (Marieb et al., 1993). Dans le second cas, la réentrée permet à l'onde d'excitation de se propager continuellement dans un circuit fermé. En effet, durant le rythme sinusal, l'impulsion de conduction s'éteint normalement après l'activation séquentielle des oreillettes et des ventricules puisqu'elle ne peut pas exciter un tissu réfractaire. Une nouvelle impulsion émanant du sinus auriculaire produit l'activation suivante. Dans des conditions particulières, l'impulsion ne s'éteint pas après une activation complète du coeur, mais elle peut persister pour réactiver les oreillettes et les ventricules après la fin de la période réfractaire. Les mécanismes sous-jacents qui permettent l'établissement d'une réentrée sont illustrés



**Figure 2.2** La représentation schématique de la réentrée dans un anneau du tissu cardiaque. Les patrons de la propagation de l'impulsion sont indiqués par des flèches et les petits points indiquent la région stimulée. a) l'impulsion se propage dans les deux directions et entre en collision: pas de réentrée. En (b) à cause de la région comprimée (hachurée), la conduction est rendue temporairement inexcitable. (c) montre comment l'impulsion retourne à son point d'origine et continue circuler autour de l'anneau après la cessation de la compression. d) Comment la réentrée dans une boucle, comme en c, peut causer une arythmie.

avec un modèle simple qui consiste en un anneau de tissu excitable. Comme montré à la figure 2.2, si l'anneau est stimulé à un certain point, deux ondes d'excitation se propagent dans deux directions opposées dans l'anneau pour finalement entrer en collision. Si pour une certaine raison, la propagation est bloquée temporairement dans une direction (bloc fonctionnel), l'onde se propageant dans l'autre direction continue son chemin pour boucler l'anneau.

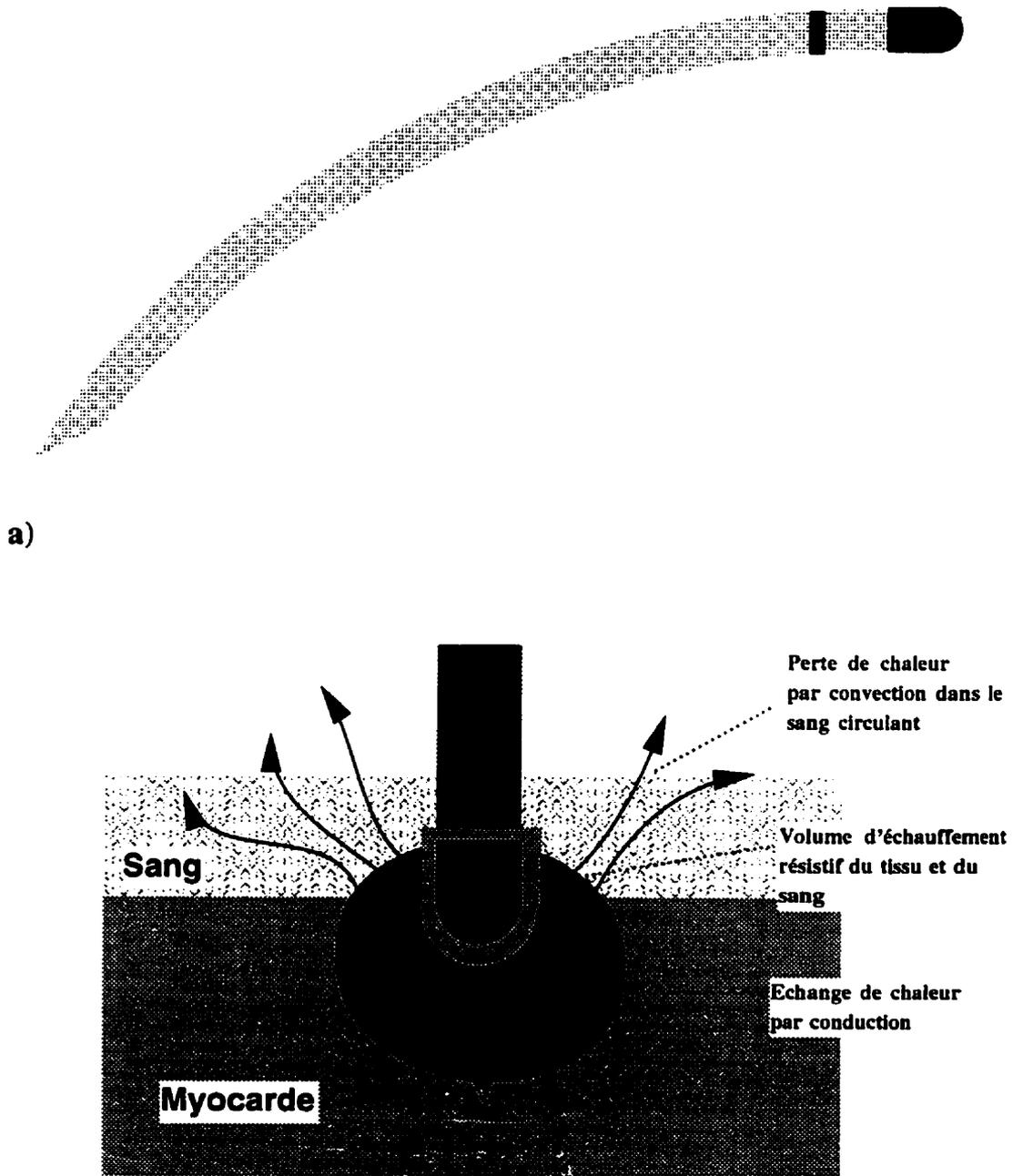
La réentrée ne se produit pas normalement dans le coeur. Pour avoir une réentrée, une région qui bloque la conduction doit être présente, au moins transitoirement, et l'impulsion doit toujours rencontrer un tissu excitable. Ceci nécessite que le temps de conduction autour de la boucle soit plus long que la période réfractaire des fibres de l'anneau. Évidemment, la longueur du circuit de réentrée ainsi établi peut être réduite si la vitesse de conduction est ralentie et/ou la période réfractaire est réduite, deux conditions que l'on rencontre dans le coeur anormal. Le circuit de réentrée peut être soit fonctionnel, son existence est alors déterminée par les propriétés électrophysiologiques des cellules cardiaques plutôt que leur anatomie; soit fixe, la position et la géométrie du circuit de réentrée sont alors définies anatomiquement. La position et la géométrie d'un circuit de réentrée fonctionnel peuvent changer avec le temps pour mener à une réentrée aléatoire qui est souvent associée à une fibrillation auriculaire ou ventriculaire. Les fibres cardiaques se contractent alors d'une façon asynchrone et inefficace à cause de l'existence des multiples fronts d'activation.

Dans le cas où le traitement pharmacologique des arythmies échoue, il est possible de pratiquer l'ablation des tissus responsables. Plusieurs méthodes invasives comme la

chirurgie des arythmies et l'ablation par cathéter ont été mises au point pour détruire les sites arythmogènes. Parmi celles qui se basent sur l'insertion d'un cathéter percutané pour accéder au site désiré, on trouve l'ablation par courants alternatifs radiofréquence (RF). En fait, cette technique a supplanté la technique par courant continu ("DC shock") à cause des complications hémodynamiques. Ainsi, nous nous limiterons à décrire la technique d'ablation RF qui est la plus répandue.

### **2.3 Cathéterisation**

La cathéterisation est surtout utilisée afin d'accéder aux sites désirés dans le coeur sans thoracotomie. Elle consiste à introduire un cathéter à travers une veine ou une artère, et à l'avancer vers le coeur sous inspection fluoroscopique. Le cathéter consiste en un mince tube flexible (figure 2.3.a). Le cathéter peut être bipolaire ou quadripolaire selon que deux ou quatre électrodes sont installées à son extrémité. Seule l'électrode distale ayant une longueur d'environ 4 mm, sert comme électrode active lors de l'ablation RF, alors que les autres peuvent servir à enregistrer des signaux cardiaques. L'unité de mesure du cathéter est le French, un cathéter de 6 French correspond à 2 mm de diamètre. La mise en place du cathéter près du site arythmogène est très importante et parfois l'ablation doit être répétée à cause de la mauvaise position du cathéter. La technique utilisée pour mettre en place le cathéter consiste à enregistrer des électrogrammes au moyen des autres électrodes du cathéter tout en déplaçant le cathéter jusqu'à la détection d'une activité électrique bien déterminée. Il faut noter que le battement du coeur affecte la position des électrodes de



b)

**Figure 2.3** A) Schéma d'un cathéter avec une électrode accessoire (la bague) servant à la détection du signal cardiaque. B) Schéma expliquant les différents phénomènes impliqués dans l'ablation cardiaque RF.

mesure durant l'enregistrement, ce qui mène à une localisation imprécise. Dans le cas du syndrome de Wolff-Parkinson-White par exemple, une technique de cartographie du potentiel de la surface du torse (non invasive) a été mise au point afin de localiser rapidement la voie de conduction accessoire (Dubuc et al., 1993). On note que ce procédé clinique est presque le même quel que soit le type d'énergie utilisée (courant continu, radiofréquence ou micro-onde),

## **2.4 Ablation Radiofréquence**

L'utilisation de l'énergie radiofréquence a évolué pour devenir la modalité dominante de l'ablation par cathéter. Les raisons de sa popularité incluent son efficacité, sa contrôlabilité, sa convenance, et son bas coût (un cathéter coûte environ 600 U.S.\$). La compréhension des principes biophysiques de base de cette technique va permettre au clinicien d'optimiser le succès de cette procédure et de minimiser le risque pour le patient. Cette forme d'énergie a été utilisée dans d'autres applications médicales (thermothérapie, électrocautérisation, etc). Les principes sous jacents à la formation de la lésion RF sont supposés thermiques, bien que la contribution relative du dommage électrique n'est pas claire. Il a été observé que la mort de la cellule (dommage irréversible) se produit une fois que la température dépasse 48 °C (Haines et al., 1989). Afin de bien comprendre cette procédure, nous décrivons la biophysique de l'ablation RF des points de vue électrique et thermodynamique.

### 2.4.1 ÉCHAUFFEMENT ÉLECTRIQUE

La fréquence choisie pour une application RF est suffisamment élevée pour ne pas stimuler les muscles ou les nerfs, et suffisamment basse pour avoir un échauffement résistif (ohmique). L'échauffement résistif dans un tissu est proportionnel au carré de la densité de courant (Loi d'Ohm). Lors d'une application RF, la densité de courant diminue d'une manière inversement proportionnelle au carré de la distance de l'électrode active. Ainsi, la densité de puissance est inversement proportionnelle à la quatrième puissance de la distance. Ce qui signifie que presque tout le volume d'échauffement est confiné dans une couche de 1~2 mm d'épaisseur au voisinage de l'électrode. A cause de cette localisation de puissance, le contact direct entre l'électrode et le tissu est primordial pour obtenir un bon échauffement du tissu.

Le courant RF est normalement appliqué entre l'électrode active montée au bout du cathéter et une électrode passive reliée à la masse et placée sur la surface du torse du patient (configuration unipolaire), ou bien entre deux électrodes montées au bout du cathéter (configuration bipolaire), ce qui est moins utilisé.

### 2.4.2 LA THERMODYNAMIQUE DE L'ÉCHAUFFEMENT RF

Le problème de transfert de la chaleur dans le tissu tient compte de la conduction thermique, de la convection thermique, et de la production de chaleur métabolique (voir figure 2.3.b). Cette dernière composante est presque négligeable du fait de la brève période de l'hyperthermie et de sa faible importance vis-à-vis l'énergie appliquée. La conduction de

l'énergie appliquée. La conduction de la chaleur est le processus de transfert direct de l'énergie thermique aux tissus voisins et il est un des mécanismes importants de la formation de la lésion RF. La conductivité thermique des tissus biologiques ( $k$ ) augmente légèrement avec la température (Labonté, 1994) et sera considérée comme étant constante dans nos modèles. La perte de chaleur par convection est le transfert de la chaleur par le sang circulant surtout dans les chambres cardiaques, et constitue la principale composante de la perte de chaleur du tissu. En effet, le bassin sanguin agit comme un puits de chaleur, en entraînant la chaleur induite loin du tissu. Ce refroidissement qui se produit à la surface de l'endocarde fait que la lésion formée a une forme elliptique avec un grand diamètre qui se situe au dessous de l'endocarde. A cause de l'importance du flux sanguin, il est très difficile d'obtenir un échauffement adéquat si le contact entre l'électrode et le tissu est mauvais. Finalement durant l'ablation RF, les micro-vaisseaux sont coagulés dans la zone endommagée et la contribution de l'écoulement sanguin microvasculaire à la thermodynamique de la formation de la lésion RF est négligeable (Haines, 1993).

### **2.4.3 IMPÉDANCE ÉLECTRIQUE**

Si le niveau de la puissance appliquée est très grand, une soudaine augmentation de l'impédance électrique du système d'ablation peut se produire, après laquelle l'échauffement est considérablement réduit. Le phénomène de brusque augmentation de l'impédance est dû à l'échauffement du tissu et du sang au delà de leur point d'ébullition. Dès que la température dépasse le 100 °C, des protéines dénaturées adhèrent à l'électrode et forment une couche

électriquement isolante, ce qui implique une augmentation de l'impédance électrique. Dans ces conditions, un retrait du cathéter et son nettoyage est nécessaire pour compléter la procédure.

#### **2.4.4 ÉVALUATION DE LA TECHNIQUE**

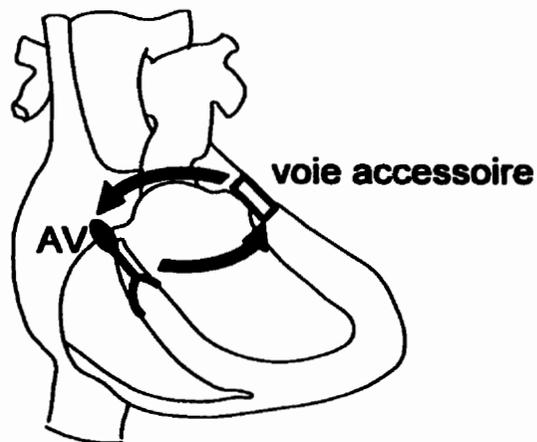
Les expériences cliniques réalisées dans les dernières années ont montré que l'ablation RF offre les caractéristiques suivantes:

- Taux de succès élevé pour certains types d'arythmies.
- La lésion induite est bien délimitée. Une ligne de démarcation nette sépare la zone viable de la zone endommagée.
- Pas de formation d'onde de choc et de barotraumatisme (souvent associés à l'ablation par courant continu).
- Pas de complications hémodynamiques.
- Pas besoin d'une anesthésie générale.
- Procédure simple et peu coûteuse.
- Le niveau d'énergie appliquée est facilement contrôlable.

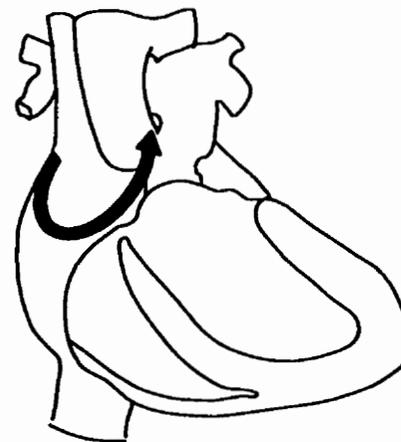
Ces caractéristiques ont contribué au succès de ce type d'ablation dans le traitement des tachycardies.

Les tachycardies supra-ventriculaires sont produites par des structures auriculaires (i.e., fibrillation auriculaire, flutter auriculaire, tachycardie auriculaire) ou peuvent être dues

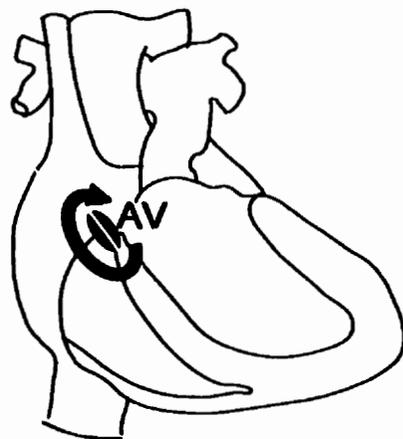
### WOLFF-PARKINSON-WHITE



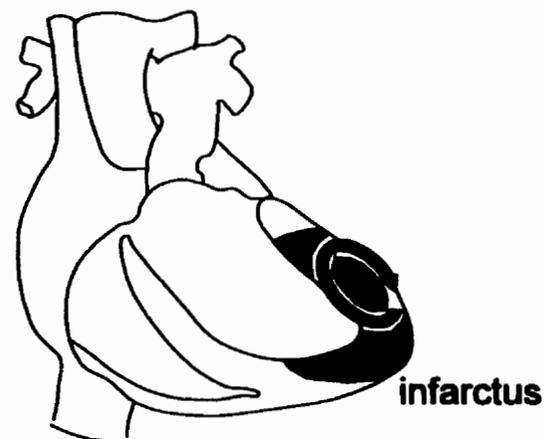
### FLUTTER AURICULAIRE



### RÉENTRÉE NODALE



### TACHYCARDIE VENTRICULAIRE



*Figure 2.4 Les schémas illustrent différents types de réentrée: Wolff-Parkinson-White; le flutter auriculaire; la réentrée nodale; et la tachycardie ventriculaire. Les flèches indiquent le parcours de la réentrée.*

à une réentrée auriculo-ventriculaire ou une réentrée dans le noeud auriculo-ventriculaire (AV) (Figure 2.4). Dans le cas où la jonction auriculo-ventriculaire se révèle comme une composante critique dans le circuit de la tachycardie, sa destruction partielle permet de contrôler la tachycardie. Les patients ayant le syndrome de Wolff-Parkinson-White (WPW) possèdent une connexion anatomique auriculo-ventriculaire accessoire (faisceau de Kent). La destruction de cette voie de conduction accessoire permet d'éliminer la tachycardie supraventriculaire.

Comme mentionné au chapitre 1, l'application clinique de l'ablation RF a montré un grand succès dans le traitement des tachycardies supra-ventriculaires, surtout pour le traitement des patients ayant le syndrome WPW et pour l'ablation du noeud AV, soit complète (AVC) ou partielle. Cependant, le taux de succès est faible pour le traitement des tachycardies ventriculaires. Comme illustré à la figure 2.4, la tachycardie ventriculaire peut être due à une réentrée dans une région assez grande. Vu que le myocarde est plus épais dans les ventricules et que la zone arythmogène peut être parfois transmurale, la technique RF n'est pas capable de détruire une telle région à cause des faibles dimensions de la lésion RF.

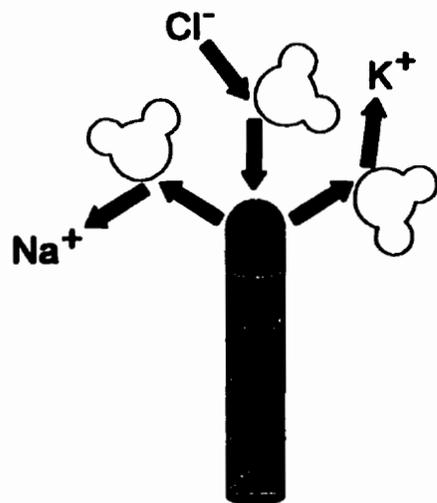
## **2-5 ABLATION PAR MICRO-ONDE**

La limitation majeure de l'ablation RF réside donc dans la faible dimension de lésion produite par le courant alternatif. Ceci est attribué à l'atténuation abrupte de la densité de

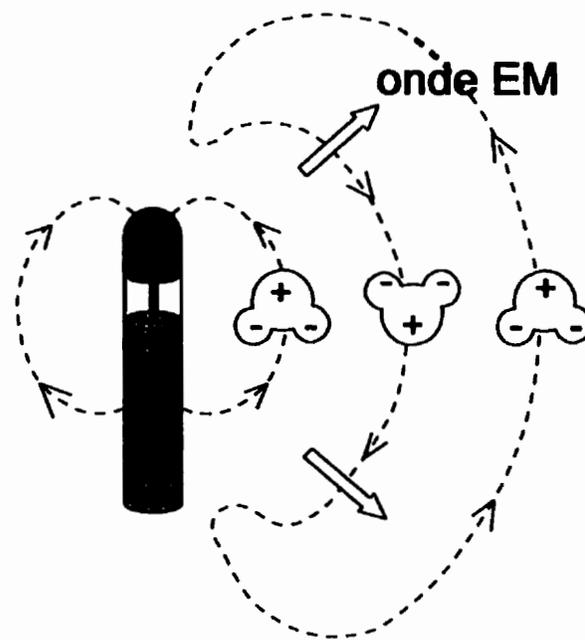
puissance en fonction de la distance. L'énergie micro-onde a été proposée comme une alternative à l'énergie RF pour l'ablation cardiaque par cathéter (Whayne, 1994). Contrairement à l'échauffement RF résistif dû aux collisions des ions et qui est concentré près de l'électrode, le mécanisme d'échauffement par énergie micro-onde est diélectrique (figure 2.5). L'onde électromagnétique irradiée par une antenne provoque l'oscillation des molécules polaires (comme l'eau qui constitue une bonne proportion des tissus biologiques) en les réorientant dans la direction du champ électrique excitant. De cette manière, l'énergie électromagnétique sera dissipée sous forme de chaleur (relaxation). Ce mode de transfert d'énergie est donc différent que celui de l'ablation RF.

La technique micro-onde ressemble à celle de l'ablation RF dans le fait qu'une antenne (au lieu d'une électrode RF) est montée au bout d'un cathéter consistant en une ligne coaxiale pour alimenter l'antenne à une fréquence de 915 ou 2450 MHz (fréquences industrielles et médicales). Comme en RF, c'est la densité de puissance dissipée qui représente la source thermique. Ainsi la thermodynamique de ce mode d'échauffement est similaire à celle en RF vu que les propriétés thermiques ne dépendent pas de la fréquence utilisée. La contribution du courant de déplacement est importante, ce qui permet à l'antenne de déposer son énergie à distance sans égard au milieu intermédiaire (sang, cicatrice, coagulum ou autres).

## radiofréquence (500 KHz)



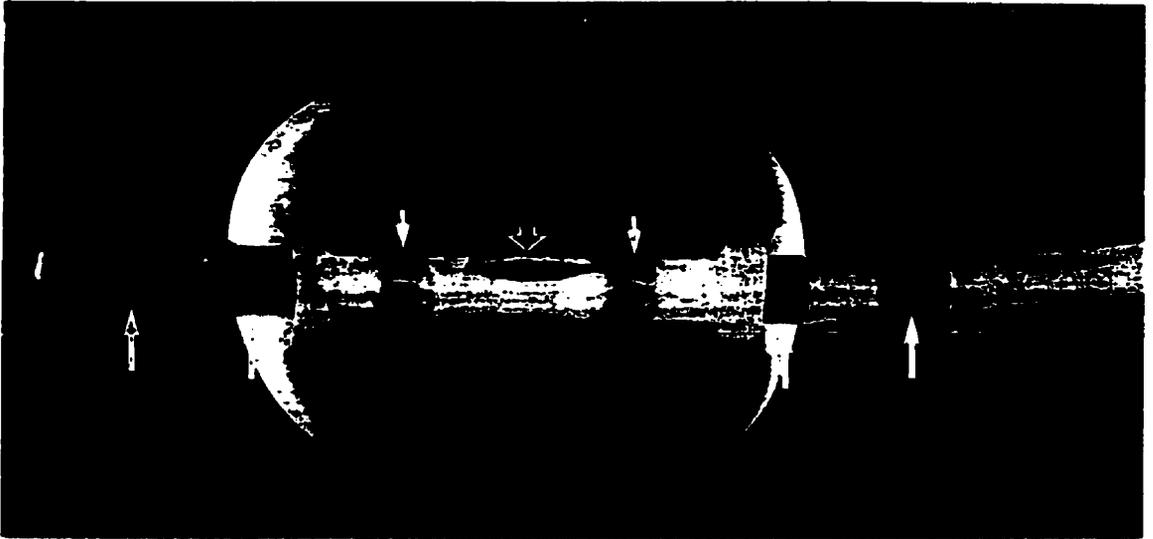
## micro-onde (2450 MHz)



**Figure 2.5 a)-** Schéma illustrant la génération de la chaleur par collision des ions près de l'électrode dans le cas d'un courant RF (500 kHz). **b)-** Dans le cas d'une onde électromagnétique (2450 MHz), la chaleur est générée par l'oscillation des molécules polaires et est diffusée à distance.

## 2.6 REVUE DE LA LITTÉRATURE

L'utilisation du courant alternatif en médecine pour l'incision et la coagulation a été introduite pour la première fois par Clark en 1911. Depuis ce temps, elle a été largement utilisée pour différentes applications cliniques avec des techniques améliorées, comme l'ablation cardiaque par cathéter. Plusieurs études expérimentales *in vivo* et *in vitro* ont mené à une dominance de cette technique dans le domaine de l'ablation cardiaque par cathéter. Bien que cette technique soit présentement très répandue dans le monde, les études théoriques visant à étudier la biophysique de cette approche sont rares et la littérature est avare dans ce domaine. La première tentative pour modéliser le processus de la formation de la lésion RF consistait en un modèle simplifié, unidimensionnel et analytique, développé par Haines (Haines et al., 1989). Dans ce modèle supporté par des observations expérimentales réalisées *in vitro* sur un cœur canin, la température décroissait en fonction de la distance de l'électrode suivant une allure hyperbolique. La température mesurée à la ligne de démarcation entre le tissu viable et le tissu endommagé a été de 47.9°C. De plus, l'évolution temporelle de la température a été décrite par une loi exponentielle où la température atteint le régime permanent après quelques dizaines de secondes. Quant à la forme de la lésion, on a rapporté que la lésion induite avait une forme elliptique et que son volume augmentait avec la puissance appliquée. Un modèle numérique plus détaillé se basant sur une configuration axisymétrique du système électrode-cœur-torse (Kaouk et al., 1996) a été développé dans notre laboratoire afin d'étudier l'effet de la géométrie de



*Figure 2.6 Photographie d'un cathéter RF à ballon contenant un fluide. La puissance RF est appliquée entre les deux électrodes ( petites flèches du haut) (Fram et al., 1995) .*

de la lésion tels que la circulation du sang et la position de l'électrode passive sur la surface du torse. Ce modèle, qui a permis de caractériser et d'optimiser cette technique, prédit qu'une électrode plus longue et plus large induit une plus grande lésion. De même, l'idée de refroidir l'électrode active afin de repousser le point le plus chaud loin de l'électrode et d'éviter le phénomène de brusque élévation de l'impédance a récemment incité plusieurs chercheurs à expérimenter cette technique qui agrandit légèrement la lésion RF mais qui reste à l'étape de l'expérimentation (Bergau et al., 1993) . Également, une électrode munie d'un ballon rempli d'un fluide (solution saline + iode, figure 2.6) a été récemment expérimentée (Fram et al., 1995). L'inflation du ballon jusqu'à une longueur de 23 mm et un diamètre de 20 mm assure un bon contact avec le myocarde et évite le problème de l'augmentation brusque de l'impédance. Bien que cette technique reste encore dans une phase

myocarde et évite le problème de l'augmentation brusque de l'impédance. Bien que cette technique reste encore dans une phase préliminaire, il semble qu'une bonne partie de l'énergie soit dissipée dans le fluide et non dans le myocarde vu que l'énergie RF y est confinée.

Les mauvais résultats obtenus dans le traitement de la tachycardie ventriculaire ont incité les chercheurs à examiner une source alternative d'énergie qui sera capable d'ablatir une région plus profonde et plus large. L'utilisation de l'énergie micro-onde semblait prometteuse dans le sens où son mode de transfert dépend d'un courant de déplacement en plus du courant de conduction, ce qui pourrait pallier au problème de la formation du coagulum sur l'électrode souvent rencontré dans les applications cliniques ainsi qu'élargir le volume de distribution de puissance.

L'énergie micro-onde a été utilisée depuis longtemps pour produire un échauffement localisé du tissu dans le domaine de la thérapie pour le traitement du cancer. Pour des applications invasives (échauffement interstitiel), une matrice d'antennes de faible diamètre de 1-2 mm a été implantée afin d'échauffer uniformément une large région. Les antennes consistaient en des monopoles alimentés par des lignes coaxiales. Plusieurs configurations d'antennes incluant une bobine hélicoïdale, des fentes multiples d'une ligne coaxiale, etc... ont été développées afin d'adapter l'impédance de l'antenne à celle du tissu et de maîtriser le patron de rayonnement de l'antenne. A cette fin, plusieurs modèles numériques et analytiques ont été développés (Strohben et al., 1984). Cependant, les conditions dans lesquelles la thérapie du cancer est appliquée diffèrent beaucoup de celles de l'ablation cardiaque. En effet, la marge de température désirée pour traiter une tumeur est

faible [43-46 °C] comparativement à celle de l'ablation cardiaque où la température peut atteindre plus de 90 °C. Les milieux impliqués dans les deux applications possèdent des propriétés électriques et thermiques différentes. La présence de la masse sanguine ventriculaire a un effet de refroidissement considérable dans le processus de formation de la lésion, ce qui n'est pas le cas dans le traitement d'une tumeur.

Dans le cas de l'ablation cardiaque micro-onde qui constitue un tout nouveau domaine de recherche, on retrouve très peu d'études sur la biophysique de cette technique. Labonté fut le premier à optimiser cette nouvelle technique en l'expérimentant avec des monopoles simples (Labonté, 1992). La première tentative pour appliquer l'énergie micro-onde dans l'ablation cardiaque par cathéter *in vivo* a été réalisée il y a quelques années (Langberg, 1991). Dans cette technique, une bobine hélicoïdale montée au bout d'une ligne coaxiale isolée a échauffé un grand volume dans la région de la jonction AV et a produit un bloc AV complet dans six chiens. Un autre essai plus étendu a examiné l'application *in vitro* d'un monopole isolé ainsi que d'une bobine dans le cadre d'une comparaison avec l'électrode RF. Dans cette expérience, l'énergie micro-onde (915 et 2450 MHz) a révélé une capacité d'induire une lésion plus grande que celle induite par RF (500 KHz). La progression de la lésion micro-onde était plus lente que celle de la lésion RF bien que les lésions partageaient la même tendance exponentielle dans le temps. Dans le même contexte, un premier modèle fantôme comparatif a été mis au point afin d'examiner les caractéristiques de cette nouvelle approche et de les comparer à celles de l'approche RF (Wonnell et al., 1992). Dans ce modèle constitué d'un gel ayant les mêmes propriétés thermiques et électriques que le myocarde, les profils axiaux et radiaux de distribution de température ont

été mesurés pour les applications RF et micro-onde. Des résultats concluants ont révélé que les profils de température axiaux et radiaux sont plus larges pour l'énergie micro-onde que pour l'énergie RF.

Bien que le domaine d'application de l'énergie micro-onde en ablation cardiaque diffère des autres domaines, les principes de base sont les mêmes et aident à développer un modèle électrothermique simulant ce processus. Des modèles analytiques simplifiés et numériques (utilisant différentes méthodes numériques tels que la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies, la méthode des moments et autres (Strohben et al., 1984) sont abondantes dans la littérature traitant de l'oncologie.

# CHAPITRE III

## **A Finite Element Model for Microwave Cardiac Ablation and its Experimental Validation**

Zouheir Kaouk, Ahmed Khebir, and Pierre Savard

Article publié dans

“IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques”

vol 44, no 10, pp. 1848-1854, 1996

## SOMMAIRE

Le modèle électrothermique simulant l'ablation cardiaque par micro-onde est décrit dans ce chapitre. Le modèle axisymétrique est constitué du myocarde, d'une masse sanguine et du reste du torse; l'antenne correspond au centre du modèle. La méthode vectorielle des éléments finis est choisie pour résoudre le problème électromagnétique et y est décrite brièvement. Cette méthode est décrite en détail dans les annexes A et B. La validation du modèle numérique est faite selon deux façons: 1) une comparaison avec des résultats théoriques et expérimentaux publiés dans la littérature. 2) une validation expérimentale de l'aspect électrique et thermique du modèle avec un modèle fantôme ayant une structure homogène. Le montage expérimental, incluant le modèle fantôme est décrit. Dans la conception de notre antenne, la longueur du monopole isolé joue un rôle essentiel dans l'adaptation de l'impédance de l'antenne par rapport au tissu cardiaque. Le coefficient de réflexion de l'antenne enfoncée dans le modèle fantôme pour plusieurs longueurs de la section radiante a été mesuré avec une bonne concordance entre les résultats mesurés et les résultats numériques. D'autre part, on a évalué le volume d'échauffement de l'antenne en mesurant le profil radial et axial de température ainsi que l'évolution temporelle de la température. La concordance entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques calculés par le modèle numérique est excellente. Une fois le modèle numérique validé, l'effet de la circulation sanguine dans la formation de la lésion ainsi que l'effet de la fréquence sont évalués.

## ABSTRACT

To investigate the delivery of microwave energy by a catheter located inside the heart for the purpose of ablating small abnormal regions producing cardiac arrhythmias, a numerical model was developed. This model is based on the finite element method and can solve both the electromagnetic field and the temperature distribution resulting from the radiated power for axisymmetrical geometries. The antenna, which is fed by a coaxial cable with a 2.4 mm diameter, is constituted by a monopole which is terminated by a metallic cylindrical cap. The heart model can be either homogeneous or constituted of coaxial cylindrical shells with different electrical and thermal conductivities representing the intracavitary blood masses, the heart and the torso. Experimental measurements obtained in an homogeneous tissue equivalent medium, such as the reflection coefficient of the antenna at different frequencies and for different monopole lengths, the radial and axial steady state temperature profiles and the time course of the temperature rise, were all in close agreement with the values computed with the model. Accurate modeling is a useful prerequisite for the design of antennas and these results confirm the validity of the catheter-heart model for the investigation and the development of microwave catheters.

### 3.1 INTRODUCTION

Radio-frequency (RF) catheter ablation has been demonstrated to be highly successful for the treatment of supra-ventricular arrhythmias (Jackman et al., 1991). However, the lower success rates and clinical utilisation (Scheinman, 1992) of RF catheter ablation for the treatment of ventricular tachycardias, which can originate deep within the myocardium (Kaltenbrunner et al., 1991), suggest the need for an alternative energy source that can ablate a greater volume of arrhythmogenic tissue. In contrast to RF energy which produces heat by conduction currents, microwave energy is delivered by a propagating electromagnetic wave with both conduction and displacement currents that offers the potential for greater lesion depths. Whayne *et al.* (Whayne et al., 1994) investigated monopole antennas operating at 915 and 2450 MHz for microwave ablation of canine myocardium *in vitro*, and found that microwave lesion depths were indeed larger than those produced by RF energy. Rosenbaum *et al.* (Rosenbaum et al., 1993) also investigated helical and whip antennas with *in vivo* and phantom models in order to optimize the operating frequency and antenna designs.

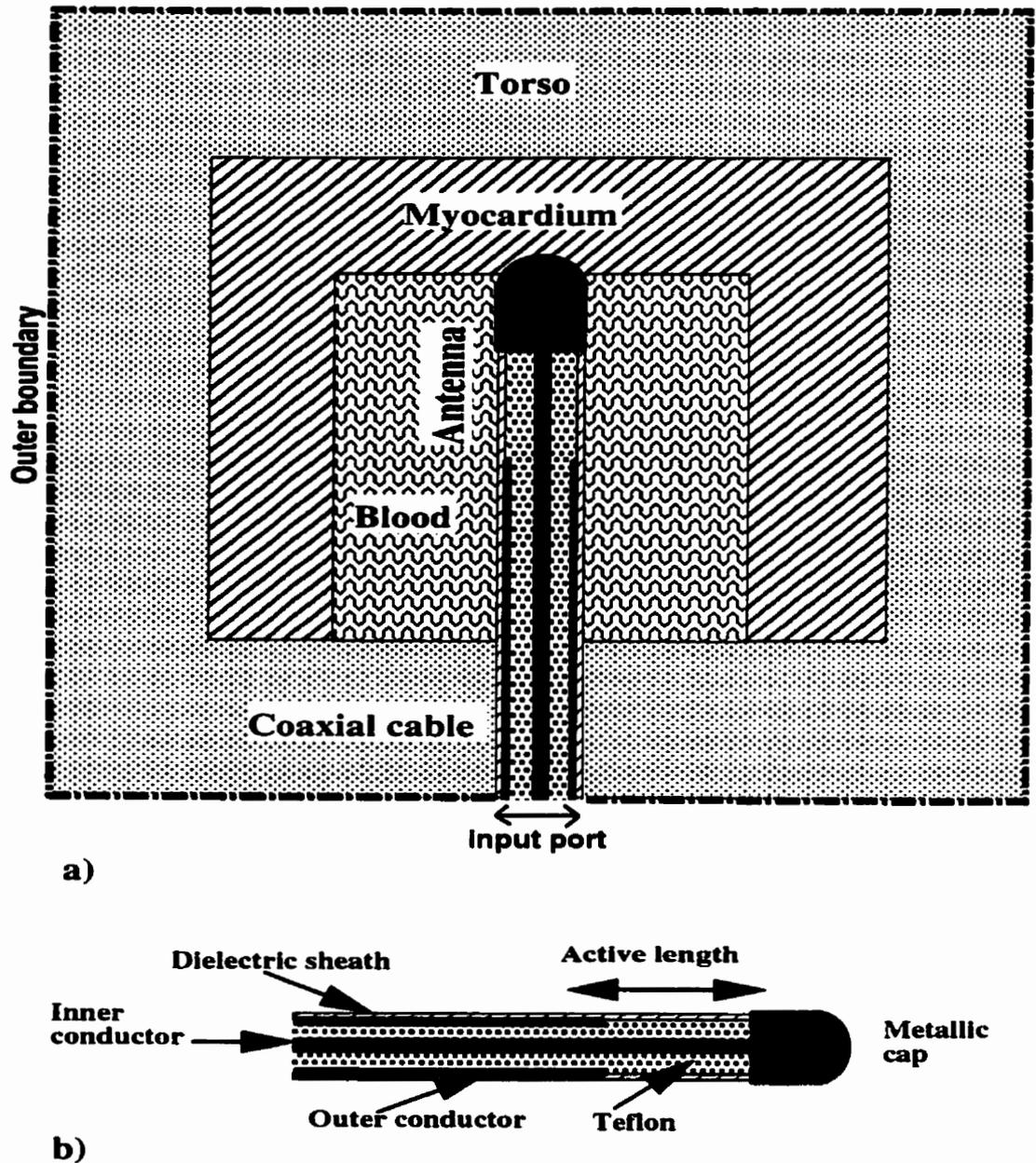
For cancer thermotherapy, numerical models have been developed (Iskander et al., 1989, Gentili et al., 1995; Strobhen et al., 1979) but none of them can be applied directly to cardiac catheter ablation. Specifically, the size of the antenna, the desired temperature levels, the radiation patterns and the absence of large blood masses are quite different from those needed for modeling cardiac ablation. Recently, we have developed an electro-thermal catheter-heart model to better understand RF and microwave energy delivery in the

heart (Khebir et al., 1995). We found that the temperature distributions produced by microwave energy have a larger extent than those produced by RF energy delivered by the same catheter. In order to use this model for the development of new catheters with optimized antenna design, it is important to demonstrate its validity. In this paper, the numerical results obtained with the model are compared to experimental results obtained with a tissue equivalent medium as well as to recently published results (Labonté et al., 1995).

### **3.2 DESCRIPTION OF THE MODEL**

The description of the numerical model with its different parameters was presented in a previous paper (Khebir et al., 1995). Briefly, the axisymmetrical model shown in Figure 3.1 consists of three coaxial cylindrical shells which represent the intraventricular blood masses, the myocardium and the torso. The catheter consists of a 50  $\Omega$  coaxial cable feeding an insulated loaded monopole antenna which was designed to provide enhanced tip heating. The antenna penetrates slightly into the myocardium (1 mm). The catheter radius is 1.2 mm. A thin dielectric sheath covers the outer conductor of the coaxial cable feedline. The blood is assumed to be flowing with a steady laminar flow at a constant temperature (37°C) over the endocardium.

For the finite element computations, using the vector Helmholtz equation along with the Galerkin method (Silvester et al., 1983), the following weak form is obtained :



**Figure 3.1** a) Schema of the axisymmetrical model. A coaxial cable feeds an insulated monopole located in a cylindrical cardiac chamber filled with blood and surrounded by a myocardial shell and a torso shell. The same configuration can be used for RF energy delivery with a passive electrode located on the torso surface (Khebir et al., 1995). b) The antenna consists on an insulated monopole terminated by a metallic cap.

$$\int_V \nabla \times \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{W}_m dV - \int_V k^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{W}_m dV + \int_S \mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{E} \cdot \mathbf{W}_m dS = 0 \quad (3.1)$$

where  $\mathbf{W}_m$  are the vector weighting functions,  $\mathbf{n}$  is the unit vector normal to the surface element  $dS$ ,  $k$  is the complex wavenumber,  $V$  is the volume of the model and  $S$  is the outer boundary. The variational equation 1 was discretized using the finite element method. Since the nodal approach is known to treat poorly the spurious and non-physical modes, a hybrid edge element technique was used: for axisymmetrical geometries in the  $\phi$  plane, the azimuthal direction is purely normal to the plane and a nodal representation was thus used for the azimuthal component while an edge element representation was used for the transverse component (Lee et al., 1993). The discontinuity of the coaxial cable at the radiating section generates higher order modes inside the cable that do not propagate since the antenna dimensions are very small with respect to the wavelength at 2450 MHz. Furthermore the input port shown in Figure 3.1 is located far enough from the antenna junction to ensure that the evanescent modes are damped out. In this way, a first order boundary condition is applied at the input port as follows (Wang et al., 1994):

$$\frac{\partial \mathbf{E}_t(\mathbf{r})}{\partial z} = j\beta(\mathbf{E}_t(\mathbf{r}) - 2\mathbf{E}^{inc}) \quad (3.2)$$

where  $\beta$  is the propagation constant. A first order radiation condition is applied to the remaining outer boundary (Wang et al., 1994). The specific absorption rate (SAR) inside each medium was thus computed by solving Maxwell's equations using the vector based finite element method to directly compute the electrical field assuming that the coaxial cable

is excited by a single TEM mode. The temperature distribution was finally calculated by solving the bio-heat equation using a node based finite element method since temperature is a scalar:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \frac{\sigma E^2}{2} + Q_m + Q_p \quad (3.3)$$

where  $\rho$  is the medium density and  $c_p$  is the specific heat, the first term on the right represents the thermal conduction and  $k$  is the thermal conductivity; the second term on the right represents the dissipated power density and  $\sigma$  is the electrical conductivity;  $Q_m$  and  $Q_p$  represent the metabolic heat sources and the heat loss due to the coronary blood flow, respectively. The last two terms were neglected because of the high energy levels and the coagulation within the microvessel encountered during catheter ablation (see Discussion). At the interface between the myocardium and the intraventricular blood masses, the following boundary condition was applied:

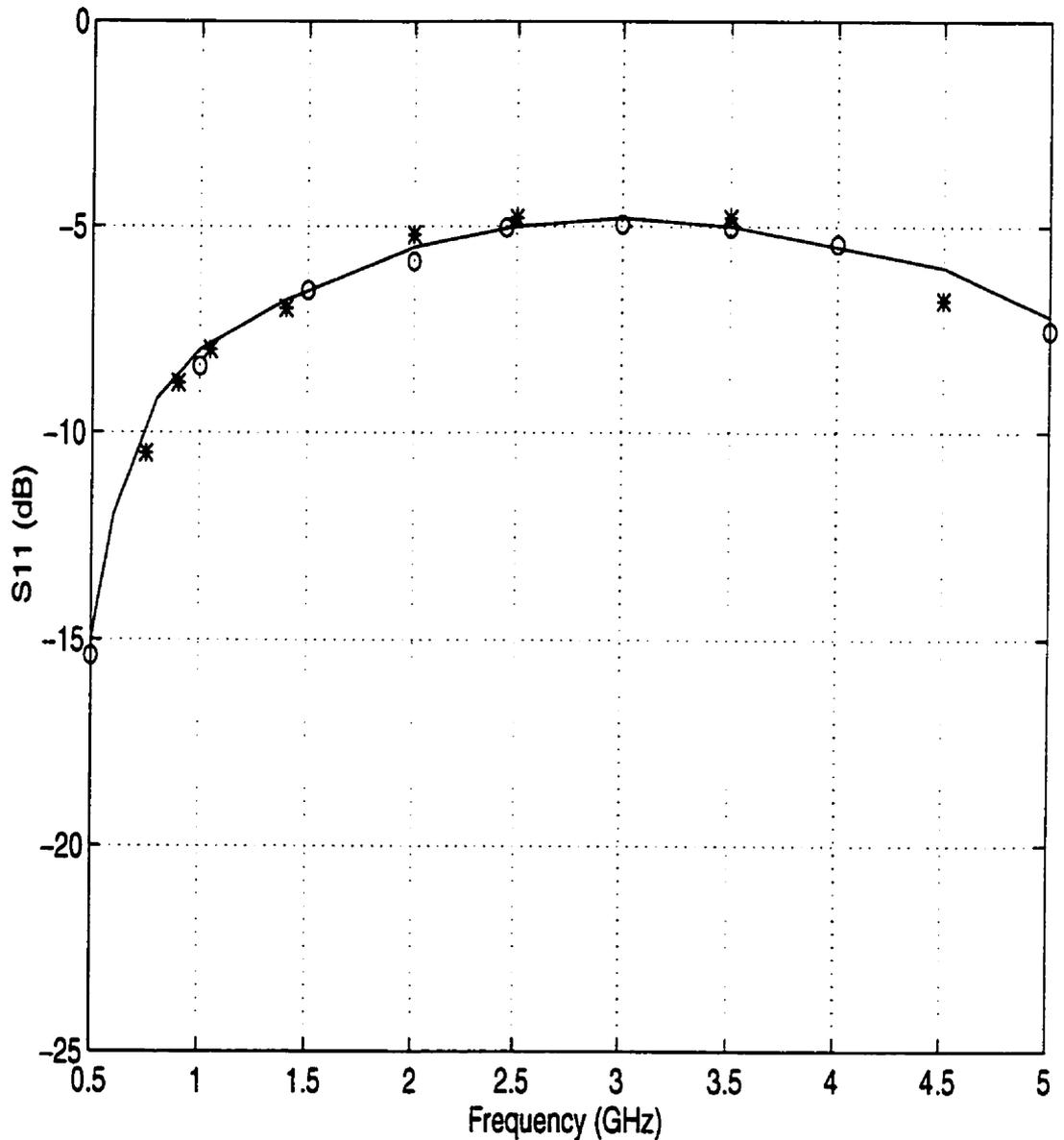
$$k \frac{\partial T}{\partial n} = h_b (T - 37^\circ\text{C}) \quad (3.4)$$

where the convection coefficient  $h_b$  was set at  $1000 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$  by assuming that blood is flowing with a steady laminar flow at a constant temperature of  $37^\circ\text{C}$  (Kaouk et al., 1996). Modeling the blood flow inside the heart chambers is a very difficult task due to the non-linearity of the phenomena and to the time and space dependence of blood velocity. So, as

a first approximation, we assumed as others (Labonté, 1994), a laminar blood flow over the endocardium. For radiofrequency ablation, we have investigated the effect of varying the convection coefficient  $h_b$  (depends on blood velocity) and we have found no significant difference in heating depth when  $h_b$  is greater than  $100 \text{ W/m}^2\text{°C}$ . At the interface between the model and the air, a boundary condition similar to equation 4 was applied by assuming a slow laminar air flow at room temperature around the cylinder ( $h_a = 20 \text{ W/m}^2\text{°C}$ ).

### 3.3 COMPARISON WITH PUBLISHED RESULTS

Since the microwave ablation process consists of two coupled electrical and thermal phenomena, we validated the solutions to both of these problems. For the electrical aspect of the model, we computed the reflection coefficient  $S_{11}$  at the input port of the coaxial line by simulating the same geometry used by Labonté et al. (Labonté et al., 1995), i.e., a loaded monopole immersed in a 0.9 % saline solution, who reported both experimental results and simulation results obtained with a node based approach to find the magnetic field  $\mathbf{H}$  and then derive the electric field  $\mathbf{E}$ . Figure 3.2 shows both the calculated and the reported  $S_{11}$  as function of frequency. A good agreement can be noted between our simulation results and the reported experimental and simulation results over a wide frequency range.

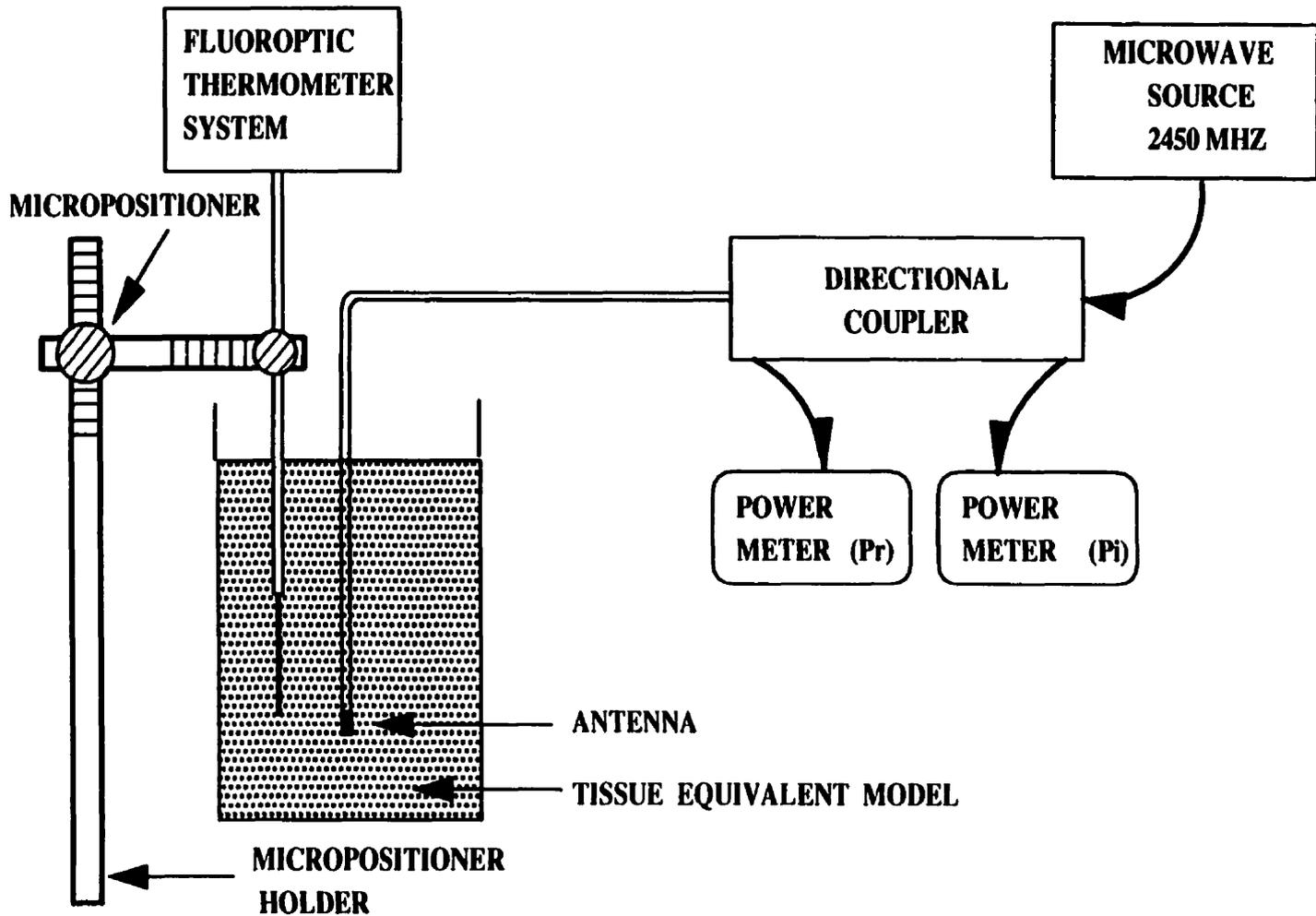


**Figure 3.2** Magnitude of the reflection coefficient  $S_{11}$  as a function of frequency: the continuous curve is a simulation result reported in (Labonté et al., 1995), the asterisks (\*) are experimental values reported in (Labonté et al., 1995), and the 'o' represents our simulated values. The same antenna geometry was used for the three approaches: a monopole terminated by a cylinder.

### 3.4 EXPERIMENTAL VALIDATION

To validate the computed temperature distributions, experiments were carried out by applying microwave power at 2450 MHz to a catheter prototype embedded in a cylindrical medium made of tissue equivalent material. A schema of the experimental setup is shown in Figure 3.3. The gel phantom which modeled the cardiac tissue was placed in a polystyrene cylindrical container. The dielectric and thermal properties of the phantom material closely approximate those of cardiac tissue over the temperature range of interest (Cou et al., 1984). The phantom material consisted of water (75.48 %), NaCl (1.05 %) for adjusting the electrical conductivity, polyethylene powder (15.01 %) to reduce the dielectric constant of water and a solidifying agent TX-151 (8.46 %). The phantom had a height of 100 mm and a radius of 37 mm. Using a six port reflectometer with an open-ended coaxial probe (Ghannouchi et al., 1989), the complex permittivity of the phantom material was measured over a frequency range of 915 to 2450 MHz at two different temperatures (30° and 60° C) and we found only a slight increase in the electrical conductivity. This phenomena, which was reported in the literature earlier (Foster et al., 1981), validates the use of a constant, temperature independent electrical conductivity for the model.

A fluoroptic thermometry system (Model 755 Luxtron Corporation, Mountain View, CA) consisting of 1 to 4 single sensor fiber optic probes (0.8 mm diameter, MSA) was used to record the temperature within the phantom material. This system provides a  $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$  accuracy. These non conductive probes were used in order to avoid the perturbation of the electric field around the antenna. One probe was moved within the gel to measure the

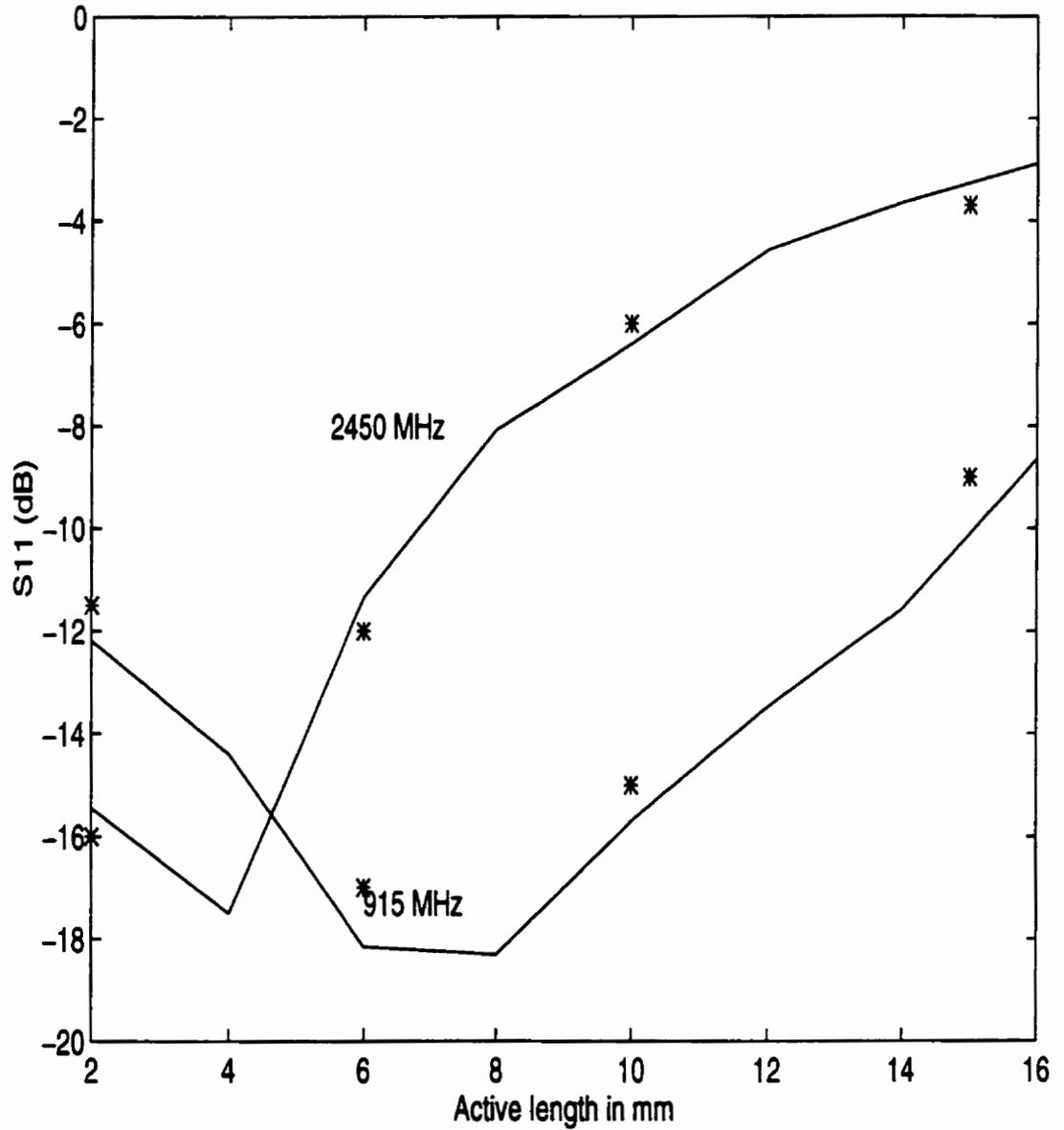


*Figure 3.3* Schema of the experimental setup for measuring the temperature profile produced by a microwave antenna embedded in a tissue equivalent material. The temperature probe is moved inside the gel by using a micropositioner

temperature vertically along the symmetry axis, one was moved radially and another remained fixed near the catheter tip. The probes were mounted on a submillimeter scaled 3 D micropositioner.

### **S11 coefficient**

The electrical accuracy of the numerical results was verified by using four prototypes of loaded monopoles with different active lengths in order to study the effect of this parameter on the reflected power. Each antenna was mounted on a coaxial cable (RG 316) with an outer diameter of 2.4 mm and a  $50 \Omega$  characteristic impedance. This kind of coaxial cable was chosen because its flexibility, size and power handling capacity (about 100 W at 1-3 GHz.) are acceptable for a microwave catheter. Each prototype was made by stripping the cable jacket and the outer conductor of the coaxial cable according to the following active lengths: 2, 6, 10 and 15 mm. A brass cap with a 3.5 mm length was then soldered to the inner conductor after completely covering the active region of the antenna with Teflon. Measurements of S11 were done with the antenna embedded in the phantom. The antennas penetrated at least 3 cm below the surface to eliminate the effect of the discontinuity at the air-gel interface. Figure 3.4 shows the computed reflection coefficients as a function of the active length. The same graph illustrates the measured S11 using a network analyzer (HP 8510). Measurements were corrected for the cable losses ( $\sim 0.5$  dB/ft). There is a good agreement between the numerical and experimental S11 values. At 915 MHz, the insulated loaded monopole is well matched for a 6-8 mm active length whereas at 2450 MHz, the S11 exhibits a low value for an active length varying from 2 to



**Figure 3.4** Magnitude of the reflection coefficient  $S_{11}$  as a function of the active length of the monopole for two frequencies: 915 and 2450 MHz. The asterisks (\*) represent the measured values whereas the solid lines represent the simulation results.

7 mm.

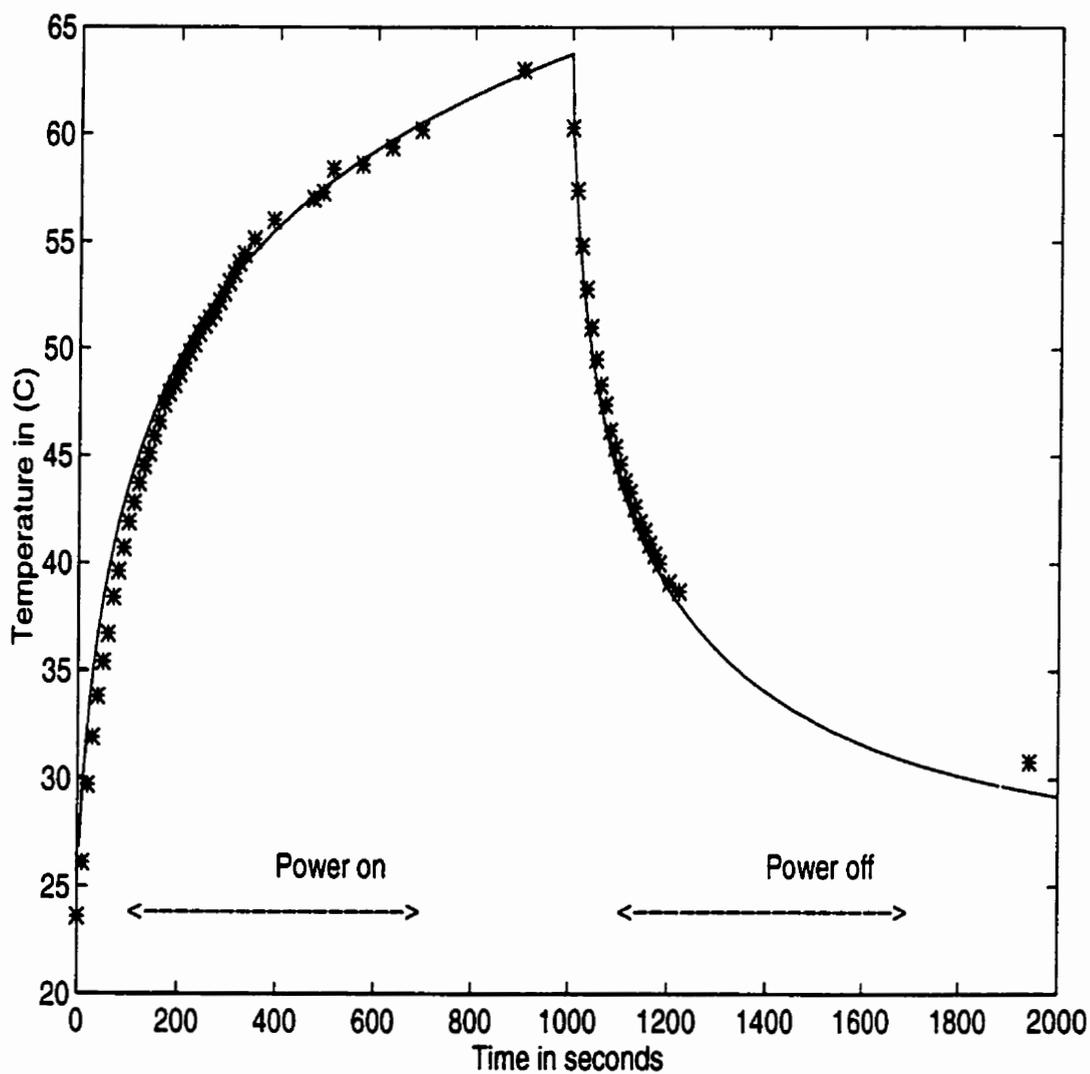
### **Temperature measurements**

Using a 10 mm loaded monopole terminated by a brass cap, the time course of the temperature and the steady state axial and radial temperature profiles were measured within the phantom with the antenna embedded at the center of the container, 75 mm below the surface of the gel. Figure 3.5 shows the time course of the temperature measured at 2 mm from the antenna tip with a probe glued to the coaxial cable, and the corresponding computed temperature. The microwave power was applied for a period of 1000 sec and the temperature was recorded during 1000 more seconds. At  $t=0$ , the initial gel temperature reflected the room temperature ( $\approx 23^\circ\text{C}$ ) and after  $t=1000$  sec, the gel was allowed to cool down for several minutes by thermal conduction and air convection. For this reason, air cooling was taken into account in the numerical computations by assuming a slow laminar air flow at room temperature around the cylinder. The curves shows a good agreement between the calculated and the measured temperatures which have an exponential shape during both the heating and the cooling processes.

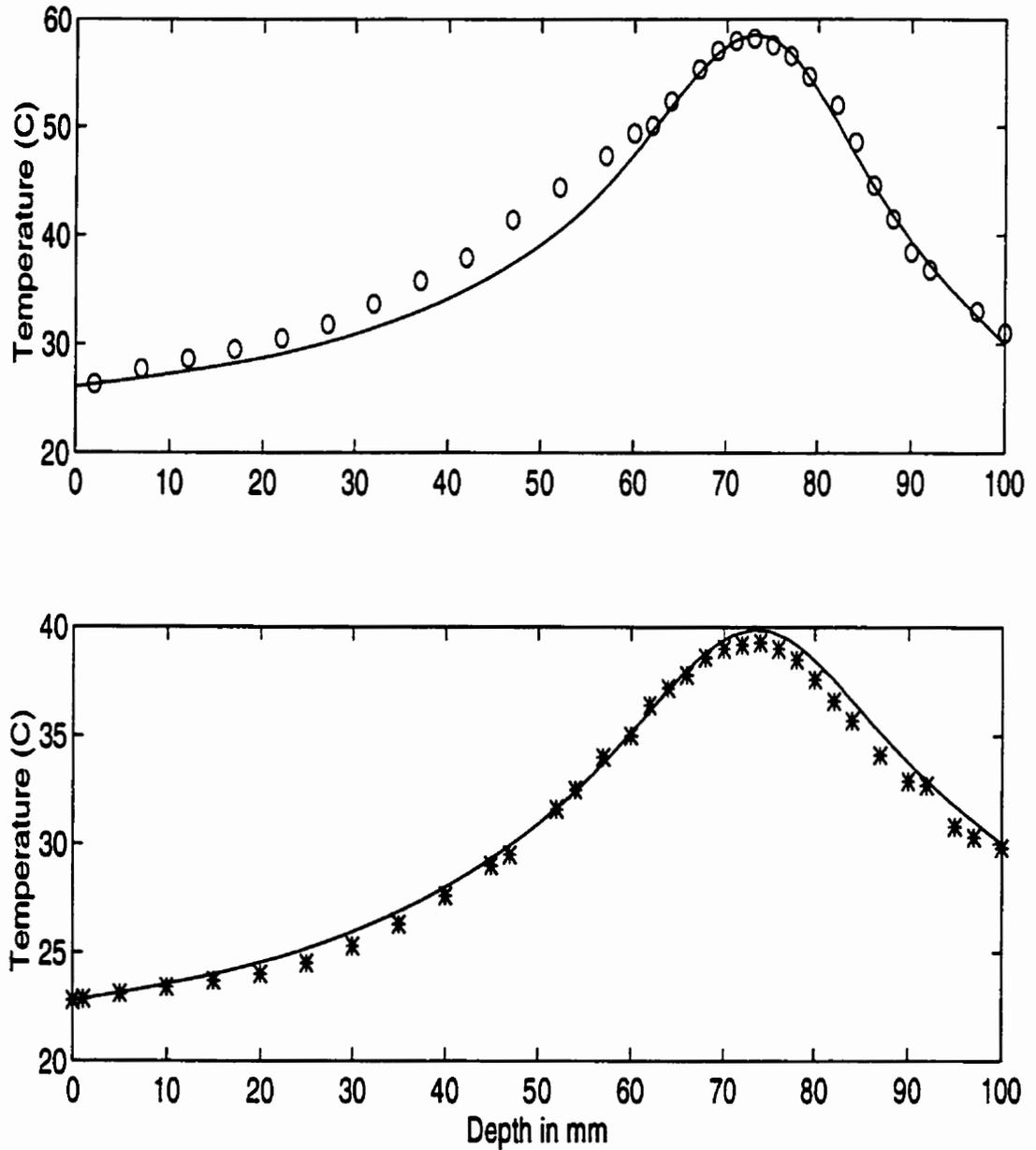
For the measurement of axial temperature profiles, the power was turned on for a few minutes until the temperature measured at the catheter tip reached a steady state value. Figure 3.6 shows two axial temperature profiles with the other temperature probe penetrating the phantom vertically along the symmetry axis and moving at 9.25 and 5.25 mm away from the coaxial cable surface, and the corresponding computed temperature profiles. The measurement sites were chosen close to each other where the temperature

gradient exhibited a high value along the length of the radiating slot. The heating pattern dropped abruptly beyond the antenna tip and extended back along the antenna feedline producing a broad peak with a width proportional to the active length of the antenna.

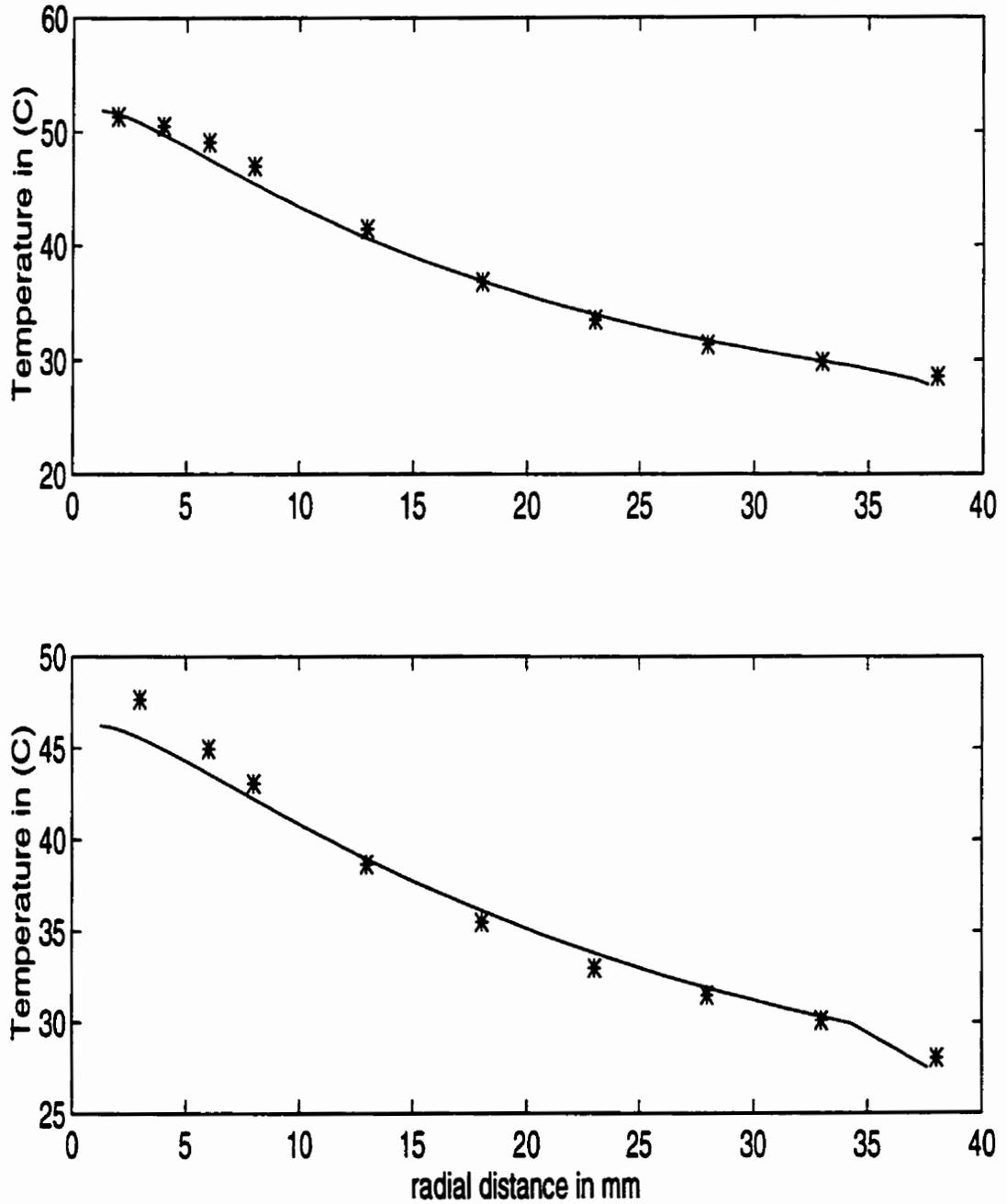
Two radial temperature profiles measurements were also performed at two different depths from the gel surface to verify the radial extent of the heating pattern. Each measurement was repeated three times in order to average out the positioning error of the temperature probe. Figure 3.7 shows the experimental and the calculated radial temperature profiles. The radial temperature fell off less sharply than the axial one as shown in the preceding Figure. Again, the computed temperature profiles correspond well with the measured profiles.



**Figure 3.5** Time course of the temperature recorded at 2 mm away from the antenna tip. Microwave power (4.2 W) was applied for 1000 sec and then switched off. The asterisks (\*) represent the recorded temperature whereas the solid line represents the simulation result.



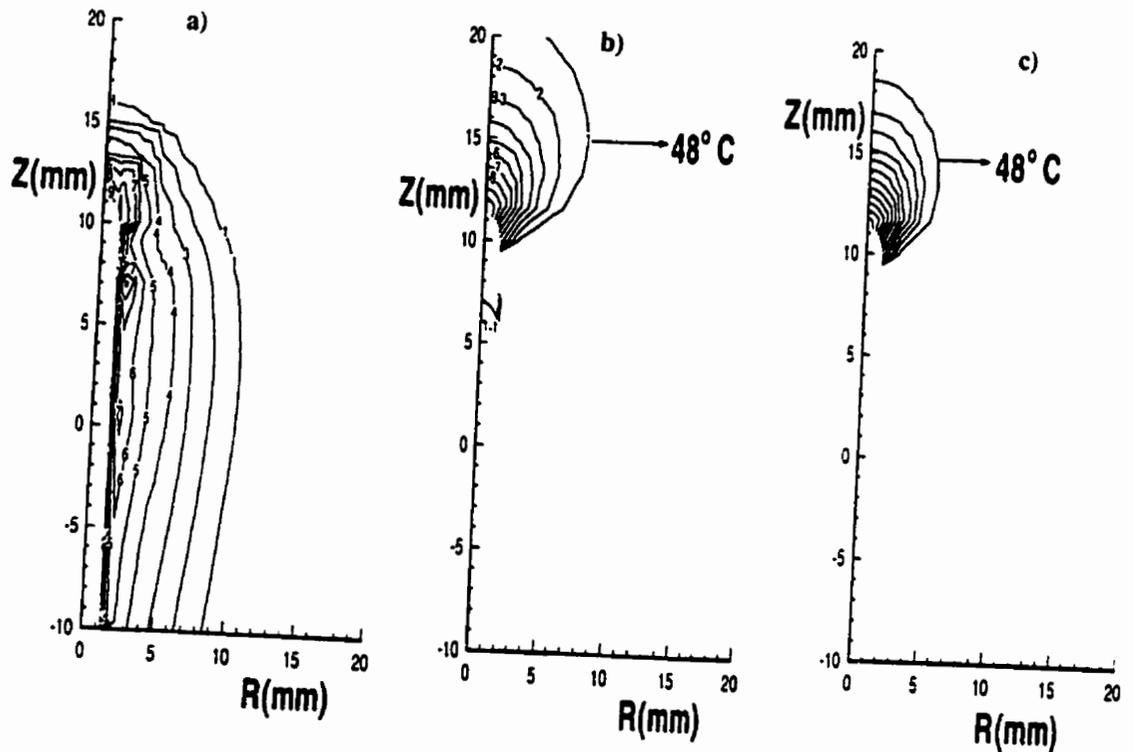
**Figure 3.6** Axial steady state temperature profiles at two different radial distances. The upper graph represents the temperature profile at a radial distance  $r = 5.25$  mm from the coaxial line surface whereas the lower graph correspond to  $r = 9.25$  mm. The upper surface of the phantom corresponds to 0 mm. The symbols (\* and 'o') correspond to experimental values whereas the solid lines represent the simulated temperature. The net power is 4.7 W for both profiles.



**Figure 3.7** Radial steady state temperature profiles at two depths below the gel surface. The upper graph corresponds to  $z = 5.5$  cm and the lower corresponds to  $z = 6.2$  cm. The asterisks (\*) correspond to the experimental values and the solid lines to the simulated temperature. The net power is 4.00 W for both profiles

## EFFECT OF BLOOD MASSES

The complex permittivity of human blood is very similar to that of the myocardium (Whayne et al., 1994), which implies that the electrical responses of the cardiac tissues and of the blood are almost the same. By using a homogenous dissipative medium we do not lose accuracy in the computation of the electromagnetic absorption process. However, the presence of blood flow complicates the interpretation of the SAR pattern. We can investigate the importance of this factor by computing the SAR contour lines for a loaded monopole with a 7 mm active length and a 3.5 mm cap length. With 30 W of net power applied, the SAR contour lines shown in Figure 3.8-a exhibit two peaks: one at the antenna tip and one at the junction with the coaxial cable. The SAR decreases quite abruptly in the upper part close to the catheter tip while presenting a slower decay in the radial direction. At least 70 % of the power is dissipated in the blood cavity for this particular catheter configuration (perpendicular to the myocardium). To study the relation between the SAR distribution and the lesion shape, the isotherms were computed by taking into account the heat exchange process between the myocardium and blood flowing with a steady laminar flow at 37 °C. The isotherms are shown in Figure 3.8-b, the maximum myocardial temperature is 85°C and the 48°C isotherm gives an indication of the extent of irreversible tissue damage (Haines et al., 1989). Blood flow produces a significant effect on the temperature distribution within the myocardium by acting as a heat sink capable of drawing significant thermal energy away from the ablation target. This results in a meniscus shaped lesion. To compare the effects of using a frequency of 915 MHz instead of 2450 MHz, power (35 W) was applied to the same catheter model to reach the same maximum



**Figure 3.8a)** The SAR contour levels for an antenna with a 7 mm active length positioned in the heart model shown in Figure 3.1. The outer conductor of the coaxial cable ends at  $z=0$  mm and the myocardium layer starts at  $z=10$  mm. b) The isotherm contours lines in the myocardium for a frequency of 2450 Mhz. The blood cavity is considered to be an isotherm pool at 37 degree C. The 48 degree C isotherm, which may correspond to an area of irreversible tissue damage, is indicated. c) The isotherm contour lines corresponding to a frequency of 915 Ghz.

myocardial temperature (85° C). The estimated lesion at 915 MHz, shown in Figure 3.8-c, exhibits the same shape as the previous one except that its extent is smaller. These results suggest that 2450 MHz is a frequency that can produce a larger lesion even though the reflection coefficient is lower than at 915 MHz (c.f. Figure 3.4).

### **3.5 DISCUSSION AND CONCLUSION**

An insulated monopole terminated by a metallic cap was modeled and tested experimentally in a tissue phantom in order to validate an electrothermal model for the simulation of microwave cardiac ablation. The use of this type of material has different advantages such as the reproducibility of the experiment results, the facility to record the temperature inside the material with a moving probe, the possibility for repeated applications of microwave power because the tissue equivalent material maintains its thermal and dielectric properties after several applications.

In our models, we have neglected the convective heat loss due to the microvascular blood flow. In cancer thermotherapy (Dudar et al., 1984), broad regions are heated to 42-44°C and the microvessels exhibit a hyperemic response that accounts for an increased convective heat loss. In contrast, during cardiac catheter ablation where the maximum temperature can reach 100° C, blood coagulates and the microvessels are disrupted within the zone of tissue injury and just outside the lesion border (Nath et al., 1992). Therefore, the

contribution of microvascular blood flow to the thermodynamics of lesion formation is likely to be negligible (Haines, 1993). This assumption is experimentally supported by the observations of Haines and Watson (haines et al., 1989) who found no significant difference in steady-state temperature distribution during normal coronary artery flow and during temporary interruption of coronary flow during RF energy application in isolated perfused canine myocardium.

Our simulation results on the effects of the length of the radiating section on the reflection coefficient agree very well with our experimental results and with the results reported in another study (Labonté et al, 1995). Our model can thus be used to determine optimum antenna dimensions which minimize the reflected power due to the impedance mismatch between the feedline and the antenna. Other antenna designs, such as antennas with multiple slots for example, could also be investigated as long as the antenna remains axisymmetrical. This could lead to matched antennas producing lesions with different geometries that are well suited to the specific arrhythmogenic substrate, such as elongated lesions for atrial flutter or small hemispherical lesions for accessory pathways in patients with the Wolff-Parkinson-White syndrome (Jackman et al., 1991). The antenna used in the present study is one of many possible designs: the slot length was adjusted to minimize reflected power (Figure 3.4) whereas a cap length of 3.5 mm was selected because it is the usual length for RF catheters and it could be increased to dissipate more power near the tip of the catheter. This particular antenna was selected for validation purposes and it constitutes a compromise between broadside-fire and end-fire radiation patterns: in our simulations, the power dissipated within the myocardium is not high (30%) because the catheter is

perpendicular to the ventricular surface but in clinical applications, the catheter would form a smaller angle with a concave endocardial surface and the power dissipated within the myocardium would be larger.

In all experiments, the measured temperature was in good agreement with the computed temperature profile, typically within a few percent. For the axial temperature profile, the temperature showed a high gradient in the vicinity of the radiating section and decreased rapidly beyond the antenna tip, while it decreased more slowly radially. The estimation of the geometry of the lesion from these temperature distributions can be approximated to some extent by considering a critical temperature of 48 °C above which irreversible tissue damage can occur (Labonté, 1994). However, the relationship between tissue damage and tissue temperature constitutes a complex, nonlinear and time-dependent process. The role of modeling thus appears, for the moment, better suited to the comparison between the heating patterns of different antennas, than to the accurate prediction of the extent of the lesions.

Microwave catheter ablation constitutes a new surgical modality with a potential to produce larger lesions than RF energy (Wayne et al., 1994; Khebir et al., 1995). Microwave catheter ablation may also be exempted of some of the complications associated with energy delivery by RF conduction currents, such as the formation of a coagulum over the catheter tip at high temperatures which increases the electrode impedance and severely impairs energy delivery. The proposed model, with its experimental validation, can lead to a better understanding of RF and microwave energy delivery in the heart as well as to the development of new catheters with optimized antenna designs.

## **ACKNOWLEDGMENTS**

The authors wish to thank M. Dany Bérubé for the measurements of the complex permittivity of the phantom material and M. Cevdet Akyel for the temperature instrumentation.

# CHAPITRE IV

## **Theoretical and experimental comparison between radiofrequency and microwave energy for the catheter ablation of cardiac arrhythmias**

by:

Zouheir KAOUK, Pierre SAVARD, Ahmed KHEBIR , Dany BERUBE  
Frank MOLIN , and Fadhel GHANNOUCHI

Article soumis au journal:

“International Journal of Hyperthermia”

## Sommaire

Après avoir développé et validé expérimentalement un modèle numérique simulant l'ablation cardiaque par micro-onde, la performance de l'ablation par micro-onde est comparée à celle de la technique RF dans ce chapitre.

L'antenne constituée par un monopole chargé est identique à l'électrode RF conventionnelle. Des mesures expérimentales de l'élévation de température induite par ce même monopole alimenté par une source RF (500 kHz) et une source micro-onde (2450 MHz) et enfoncé dans un modèle fantôme équivalent au tissu cardiaque, ont été réalisées en régime permanent et transitoire. Ce chapitre montre la bonne concordance entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques simulés sur le modèle homogène. Afin de comparer la capacité d'échauffement de chaque modalité, le volume d'échauffement est évalué par les profils axiaux et radiaux de l'élévation de température ainsi que le temps d'application correspondant à chaque modalité. La performance de l'ablation micro-onde dans des situations qui présentent des inconvénients pour l'énergie RF est également étudiée. Ainsi, la formation d'un coagulum autour de l'antenne a été simulée par une mince couche d'isolant déposée sur l'électrode et sur l'antenne, respectivement. De même que la présence d'un îlot du tissu sain au milieu d'un tissu infarci a été simulée afin d'évaluer le comportement des lignes de courant RF en présence d'un infarctus. Ce chapitre nous montre d'une façon systématique et claire comment l'énergie micro-onde est capable d'induire pour une température maximum constante, une lésion plus grande que la lésion RF en appliquant toutefois plus de puissance pendant plus de temps.

## ABSTRACT

Radiofrequency (RF) catheter ablation is now the treatment of choice for certain types of cardiac arrhythmias, however the limited depth and length of RF lesions have hampered its application. Microwave ablation has been proposed as an alternative technique and the objective of this study is to compare the temperature distributions produced by the same catheter fed with either RF (500 kHz) or microwave (2.45 GHz) energy. Models based on the Finite Element Method (FEM) were developed to compute the electromagnetic field and temperature distributions inside the heart. To validate these models, an impedance-matched antenna (a loaded monopole) was imbedded in a tissue phantom where temperature was measured with optical fiber probes. These temperature measurements reproduced accurately the FEM computations. To reach the same maximum steady-state temperature, more time and power were needed for microwave than for RF energy because the heated region was larger. Thus, radial and axial steady-state temperature induced by RF fell-off more abruptly than for microwave energy. FEM modeling also showed that microwave temperature distributions were not altered by myocardial infarction or a coagulum. In conclusion, microwave energy can produce deeper and longer lesions than RF energy because of differences in the absorption of electromagnetic energy by the tissue.

**Keywords:** catheter ablation, cardiac arrhythmias, FEM modeling, tissue phantom

## 4.1. INTRODUCTION

Tachycardia is an abnormal increase of the heart rate that can cause syncope or sudden cardiac death. Recently, a new surgical technique was developed to ablate the small region of the heart that produces these arrhythmias by delivering radiofrequency (RF) current through an electrode placed at the tip of a catheter inserted inside the heart (Jackman *et al.* 1991, Klein *et al.* 1992, Schluter *et al.* 1991, Scheinman 1992) The high current density near the electrode dissipates heat which rapidly increases the tissue temperature, causing protein denaturation and desiccation, and creating a small lesion. The success rate of RF catheter ablation is very high (>95%) for certain types of arrhythmias such as the ablation of accessory atrio-ventricular pathways in patients with the Wolff-Parkinson-White syndrome (Jackman *et al.* 1991, Schluter *et al.* 1991) or of the atrio-ventricular node. However, the success rates are much lower (25-60%) for the treatment of ventricular tachycardia in patients with myocardial infarction, thus hampering the application of RF ablation for these arrhythmias (Scheinman 1992). This can be attributed to the small depth of RF lesions which do not interrupt the arrhythmogenic reentry circuits located deep within the ventricular wall or at the epicardium (Kaltenbrunner *et al.* 1991), also, the altered conductivity of the MI scar could divert RF currents away from the arrhythmogenic substrate. The depth of RF lesions is limited by the abrupt falloff of the power density near the electrode, which is approximately proportional to the fourth power of the inverse of the distance from the electrode, and by the maximum tissue temperature which must not exceed 100°C to prevent boiling and coagulum formation (Haines 1993, Haines *et al.* 1990).

Another clinical problem is the long duration of RF ablation procedures (about 12 hours) for the treatment of atrial fibrillation which requires the production of numerous and elongated lesions in both atria which are currently produced by slowly displacing the RF catheter.

More recently, microwave energy has been proposed as an alternative to RF energy for the catheter ablation of cardiac arrhythmias (Langberg *et al.* 1991, Wayne *et al.* 1994, Khebir *et al.* 1996). Electromagnetic energy is absorbed by biological tissues differently at these two frequencies: whereas RF energy is dissipated by the collisions of ions subjected to an electrostatic force, microwave energy is absorbed by the oscillations of polar molecules, such as water, subjected to an oscillating electric field. These differences could lead to deeper and longer lesions for microwave energy. The main objective of this study is to compare the temperature distributions produced by the same catheter in the same dissipative medium, but fed with either RF or microwave energy. These temperature distributions were computed using catheter-heart models based on the Finite Element Method (Khebir *et al.* 1995 and 1996) and also measured experimentally in a tissue-equivalent gel using optical fiber temperature probes that do not alter the electromagnetic field.

## 4.2. FEM MODELING

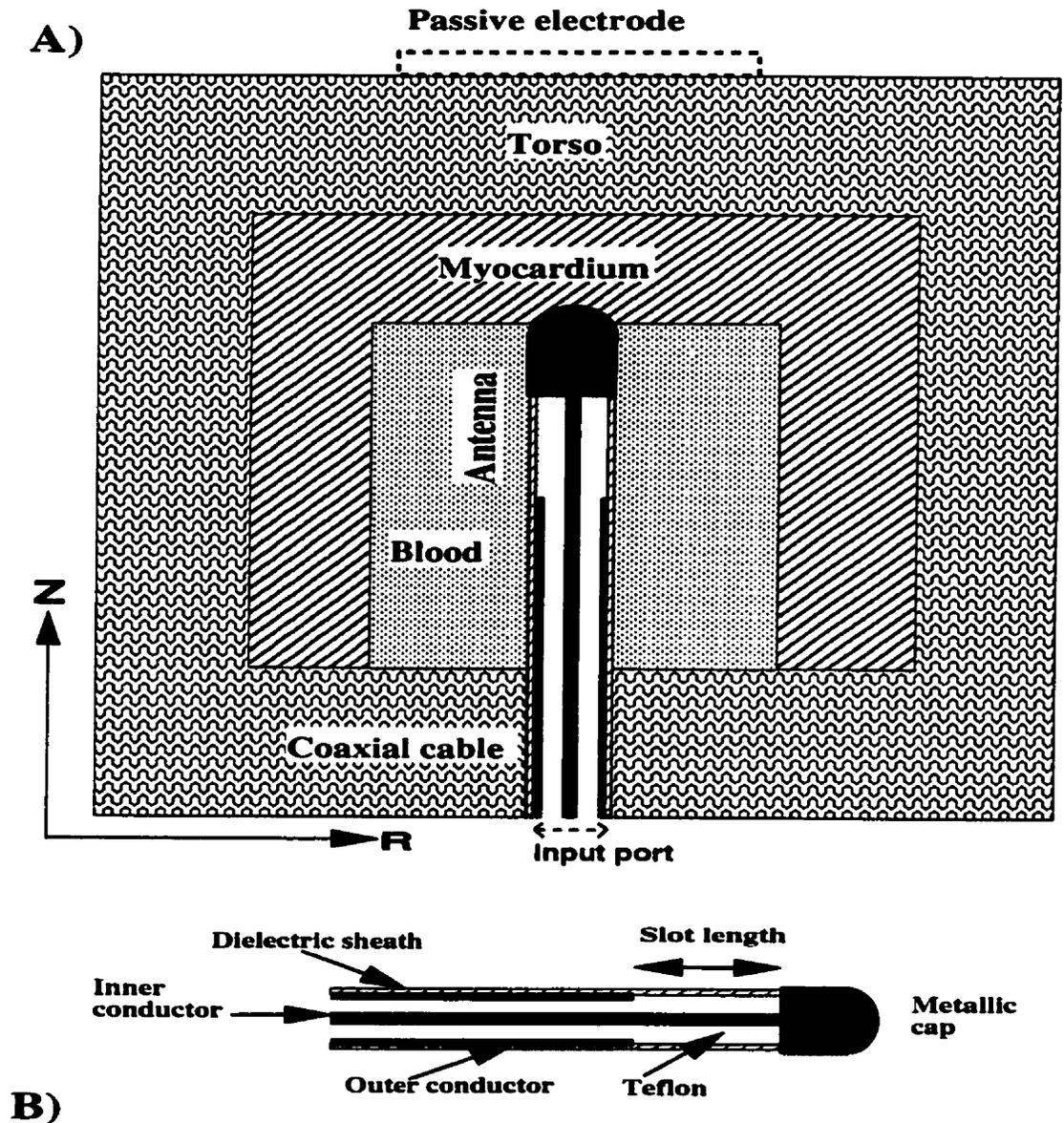
Different models based on the Finite Element Method (FEM) were developed to compute both the electromagnetic field and the temperature distribution in the heart during

catheter ablation. To reduce the computational time, the geometry of the catheter-heart system was simplified by using an axi-symmetrical representation which requires only a two-dimensional computation. The catheter is placed along the axis of a cylindrical dissipative structure which can be either homogeneous (for validation with the tissue phantom results), or inhomogeneous (for realistic simulations of cardiac lesions). In the inhomogeneous case, the structure consists of three coaxial cylindrical shells whose cross-section is shown in Figure 4.1a: the inner cylinder represents the intracavitary blood masses, the middle shell represents the myocardium and the outer shell, the rest of the torso. The antenna is a monopole terminated by a metallic cap and mounted at the end of an insulated coaxial cable (Figure 4.1b). To simulate the pressure applied on the catheter, the antenna penetrates slightly into the myocardium (1 mm).

At microwave frequencies, the electrical field  $\mathbf{E}$  is computed by solving the discretized form of the following Helmholtz equation using FEM edge elements to eliminate spurious or nonphysical modes:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

where  $k$  is the complex wave number. Appropriate absorbing boundary conditions are applied on the input port of the model to minimize the error resulting from the truncation of the coaxial cable, and the input port of the coaxial cable is excited by the dominant TEM mode (Khebir *et al.* 1995 and 1996). The FEM mesh, which includes approximately 10,000 element edges, has a higher resolution in the vicinity of the antenna to account for the high gradient of the electrical field. The complex relative permittivities of the different media



**Figure 4.1** a) Cross-section of the axisymmetrical catheter-heart model. A coaxial cable feeds an insulated monopole located along the axis of a cylindrical cardiac chamber filled with blood (radius: 30 mm; length: 40 mm) and surrounded by a myocardial shell (radius: 50 mm; length: 60 mm) and a torso shell (radius: 100 mm; length: 120 mm). The same configuration can be used for RF energy delivery with a passive electrode located over the end of the torso shell. b) The antenna consists on an insulated monopole terminated by a metallic cap (length: 4 mm) with a slot length of 7-10 mm and mounted on a coaxial cable (diam: 2.4 mm). The same antenna is used for RF heating.

(phantom, blood, myocardium etc) are given in Table 1 (Chou *et al.*, 1984; Kaouk *et al.*, 1996).

At radiofrequencies (500 kHz), the electrical behavior of the tissue is mainly resistive and displacement currents can be neglected. At such frequency, the anisotropy have been neglected (Foster *et al.*, 1989). The potential distribution  $V$  is then computed from the Laplace equation by using the same FEM mesh, but with a nodal approach instead of an edge element approach because of the scalar nature of the potential distribution:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = 0 \quad (4.2)$$

where  $\sigma$  is the local electrical conductivity of the medium (see Table 1). The electrical field is then derived from the gradient of the potential distribution ( $\mathbf{E} = -\nabla V$ ). The catheter geometry is identical to that of the microwave antenna: a uniform potential is imposed over the conductive cap of the antenna while a zero potential is imposed over a circular return electrode that covers the top of the outer cylinder (unipolar mode). Over the rest of the outer cylinder, the normal current density is null.

Once the electrical field produced by RF or microwave energy is known throughout the model, the Specific Absorption Rate (SAR) is computed:

$$\text{SAR} = \frac{\sigma E^2}{2\rho} \quad (4.3)$$

The time varying temperature distribution  $T$  is then obtained by solving the bioheat equation using the same FEM mesh with a nodal approach:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho \text{ SAR} \quad (4.4)$$

where  $\rho$  is the medium density,  $c$  is the medium specific heat,  $k$  is the local thermal conductivity. The left hand side of the equation represents the transient variation of the temperature, whereas the first term in the right hand side represents the heat conduction and the second term, the thermal sources. We have neglected the heat generated by the metabolic activity which is much lower than the SAR, as well as the heat loss by the capillary blood flow which is interrupted by the lesion (Jain 1983, Haines *et al.* 1989). To compute the steady state-temperature, the left hand side of equation 4 is set to zero, while the Crank-Nicolson finite difference approach with a time step of 1 sec is used to compute the time-varying temperature. For the homogeneous cylinder, the whole structure is initially at room temperature (25°C), the temperature is continuous at the interface between the tip electrode and the dissipative medium, and a convective boundary condition is applied at the outer boundary of the structure which is surrounded by a laminar air flow at room temperature (25°C):

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - 25^\circ) \quad (4.5)$$

where  $h$  is the convection coefficient (20 W/m<sup>2</sup>• °C). For the inhomogeneous case, the whole structure is initially at 37°C, the intracavitary blood pool is kept at 37°C during ablation, the temperature is continuous at the electrode-myocardium and myocardium-torso interfaces, and convective boundary conditions are applied at the outer boundary of the

structure which is surrounded by a laminar air flow at room temperature (25°C) and at the myocardium-blood and electrode-blood interfaces ( $h = 1000 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ ).

### 4.3. TISSUE PHANTOM

A prototype of the loaded monopole antenna identical to that simulated in the FEM models was constructed and inserted along the centerline of a tissue phantom made of a conductive gel whose electrical and thermal properties closely approximate those of cardiac tissue over the temperature range of interest (Chou *et al.* 1984). The microwave antenna was made by stripping the jacket and the conductive shield of a 50  $\Omega$  coaxial cable (RG 316) for a length of 10 mm; a copper cap with a 3.5 mm length was then soldered to the inner conductor after completely insulating the slot region of the antenna with Teflon (Figure 4.1b). The phantom material was poured into a polystyrene cylindrical container (height: 9.5 cm; inner diameter: 9 cm). The complex relative permittivity at 2.45 GHz and the electrical conductivity at 500 KHz of the phantom material were measured in our laboratory with an open-ended coaxial line using a virtual line model (Ghannouchi *et al.* 1989) and with a tetrapolar electrode array, respectively (Table 1). The experimental values showed that microwave permittivity values were relatively constant with the temperature ( $\ll 1\% / ^\circ\text{C}$ ), whereas the RF electrical conductivity slightly increased with temperature ( $<2\% / ^\circ\text{C}$ ).

For microwave excitation, the antenna-cable assembly was connected to a 2.45 GHz magnetron through a custom-made bidirectional coupler which allowed the measurement of

**Table I: Thermal and electrical properties of different media at 37° C.**

Medium	$\sigma$ (500 kHz) S/m	$\epsilon'$ (2450 MHz)	$\epsilon''$ (2450 MHz)	$\rho c$ (x 1.0e6) J/(m <sup>3</sup> .°C).	k W/(m <sup>2</sup> .°C)
Phantom	0.42*	53*	15*	3.8†	0.59†
Blood	0.62*	57*	16*	4.1†	0.62†
Myocardium	0.4*	52.5*	15*	3.8†	0.59†
Torso	0.2†	20†	3†	3.78†	0.5†
Cap electrode	$\infty$		$\infty$	2.82‡	73‡
Insulator (Dielectric)		2.1‡	0	0.07‡	0.2‡

\* measured at Ecole Polytechnique microwave lab.  
 † from (CRC, 1989); ‡ from (Bowman et al., 1975) ; † from (Foster et al., 1989)

the incident and reflected powers. The reflection coefficient  $S_{11}$  of the antenna-cable assembly placed in the tissue phantom was measured with a network analyzer (Model 8510, Hewlett-Packard, CA) and was equal to -6.5 dB, which corresponds very well to the reflection coefficient computed with the corresponding FEM model (-6.2 dB). To investigate RF heating under the same conditions, a medical RF source operating at 500 kHz (HAT 200, Osypka Medizintechnik, Germany) was connected between the metallic cap of the antenna and a return electrode consisting of a copper disc (diameter: 8.0 cm) placed at the bottom of the container (unipolar ablation mode).

A fluoroptic thermometry system (Model 755, Luxtron Corp., CA) consisting of 1 to 4 fiber optic probes (diameter: 0.8 mm; rise time: 0.6 sec; accuracy: 0.1°C) was used to record the temperature within the tissue phantom. These optical fibers are designed so as not to alter the electromagnetic field. To measure the steady-state temperature profiles, power was turned on and when the temperature measured near the catheter tip reached a steady-state value ( $\Delta T/\Delta t < 0.2$  °C /min), temperature measurements were performed with a second probe installed on a submillimeter 3D micropositioner which was displaced either vertically along the symmetry axis or radially, while the first probe was maintained at the same site near the antenna to monitor possible temperature changes. Each experiment was repeated three times under identical conditions and the temperature measurements were averaged in order to minimize the effects of positioning errors of the catheter and of the temperature probes. After each experiment, the tissue phantom was allowed to cool down for one hour approximately so as to return to within 0.7°C of the initial temperatures.

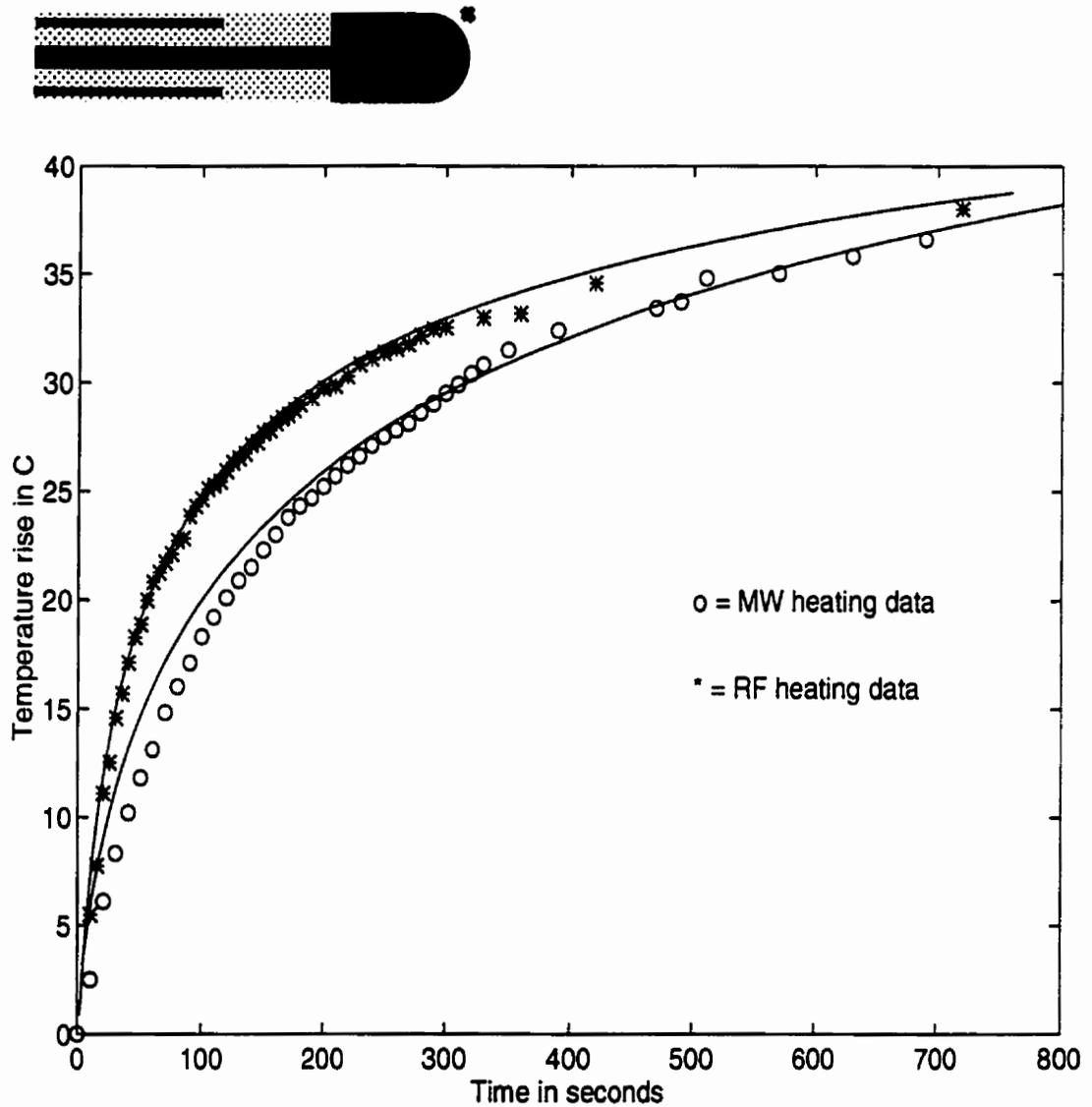
## 4.4. RESULTS

### **The homogeneous FEM model and its validation**

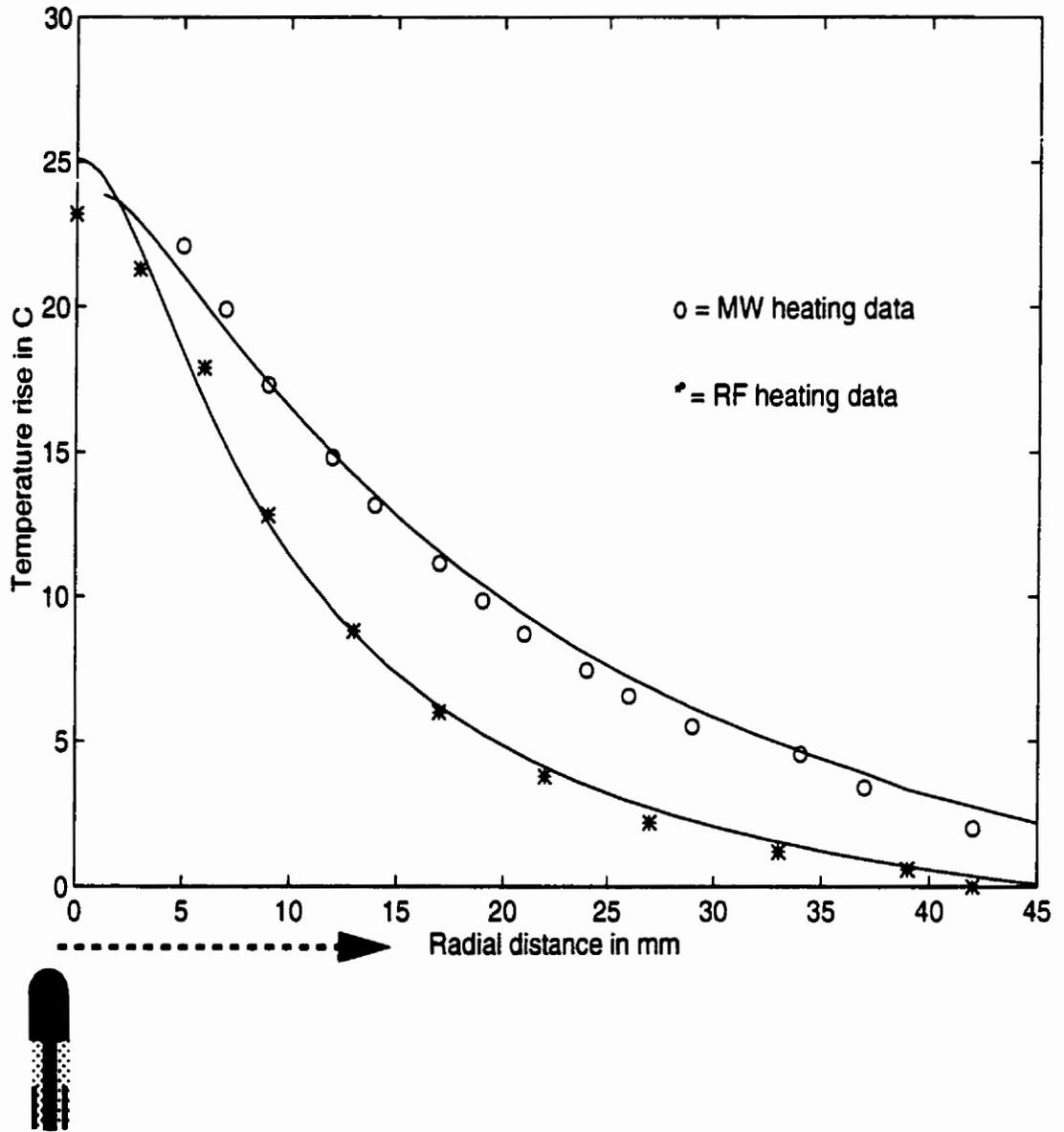
The main limiting factor of microwave or RF lesion growth is the maximum tissue temperature, which must not exceed 100 °C to prevent boiling and coagulum formation (Haines 1993). Thus, to compare the largest lesions that could be produced at these two frequencies, the microwave and RF powers were adjusted in order to reach the same maximum steady state tissue temperature in all our experiments and simulations.

Using a temperature probe glued to the coaxial cable, the time course of the temperature rise was recorded in the vicinity of the antenna. Figure 4.2 shows a typical time history of the temperature rise for both microwave and RF sources. The experimental data (symbols “\*” and “o”) show a good agreement with the calculated temperature (solid lines) which has an exponential shape during the heating process. The temperature rise is significantly slower with microwave heating than with RF heating: the time needed to reach half the maximum steady state temperature for microwave heating ( $t_{1/2} \approx 100$  sec) is twice that for RF heating ( $t_{1/2} \approx 50$  sec). Moreover, to reach the same maximum steady state temperature, more power was needed for microwave (applied at the input port of the model) than for RF energy (4.2 W vs 2.5 W).

More time and power are needed for microwave than for RF energy because the volume of the region showing a temperature rise is larger, as seen in the steady state temperature distributions shown in Figure 4.3 and 4.4. Figure 4.3 shows temperature data



**Figure 4.2** Time course of the temperature rise (above room temperature) at  $l=0.3$  mm away from the antenna tip (the "\*" symbol near the catheter) for both microwave ("o") and RF ("\*") energy delivery in an homogeneous cylinder. The microwave power (4.2 W) and the RF power (2.5 W) were applied for 800 seconds and adjusted so as to obtain the same maximum steady-state temperature. The symbols represent the experimental data measured with optical fiber probes in a tissue phantom, whereas the solid line represent the FEM computations.

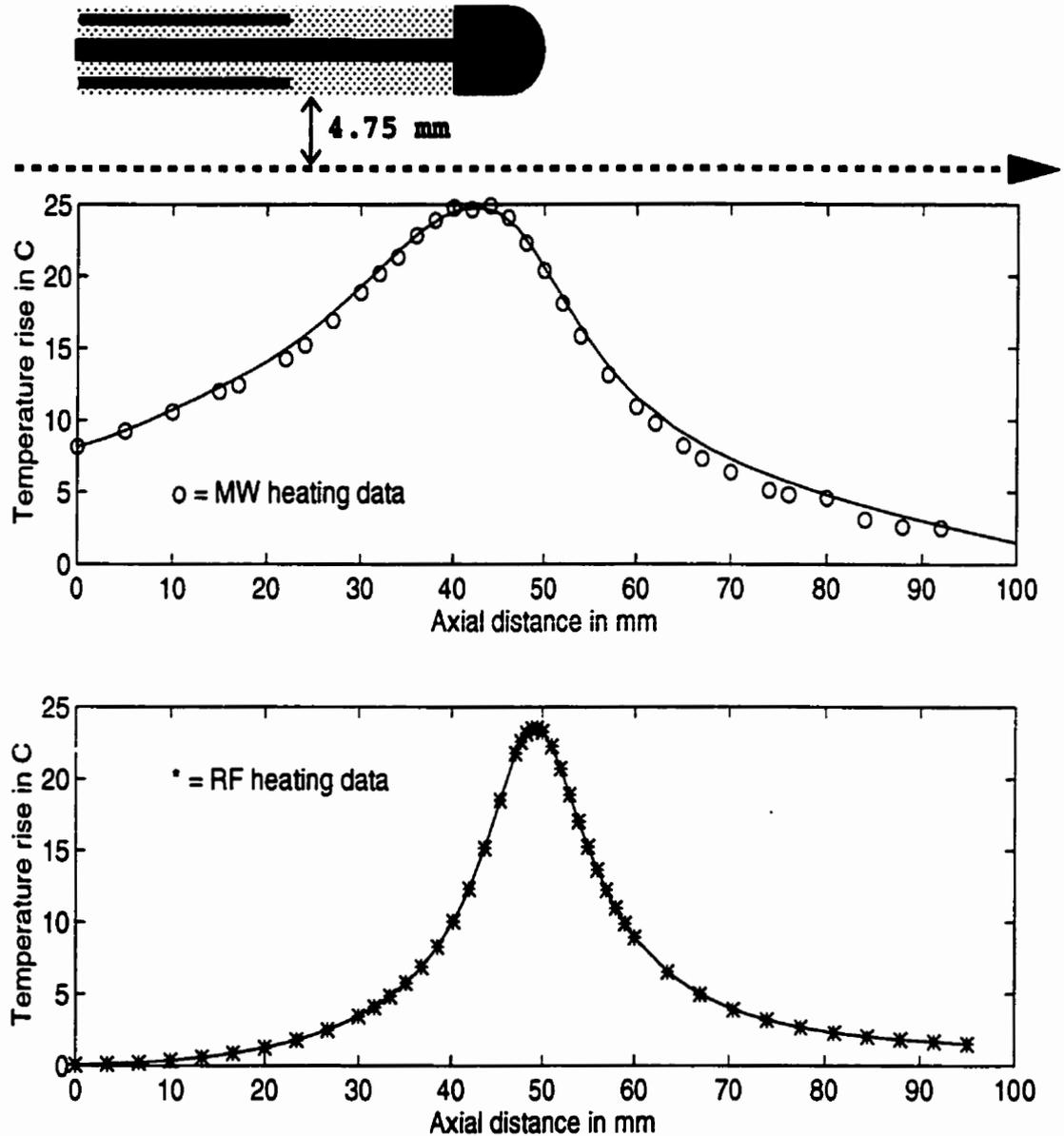


**Figure 4.3** Radial steady-state temperature rise profiles (above room temperature) at  $5 \pm 0.4$  mm beneath the antenna tip for both microwave ("o") and RF ("\*") energy delivery in a homogeneous cylinder. The symbols represent the experimental data measured with optical fiber probes in a tissue phantom whereas the solid line represent the FEM computations. The applied microwave power (4.6 W) and the RF power (2.9 W) were adjusted so as to obtain the same maximum steady-state temperature.

collected by displacing the temperature probe radially from the centerline to the outer surface of the cylinder, at  $5\pm 0.4$  mm beneath the catheter tip. Again, the experimental data show a good agreement with the calculated temperatures. The temperature distribution has a more abrupt falloff with distance for RF than for microwave energy: the distance at which the temperature decreases to 50% of its maximum value is larger for microwave than for RF (1.4 cm versus 1.0 cm). These results clearly show the potential of microwave energy for inducing deeper lesions than RF energy. To investigate further the heating pattern, the temperature rise was measured along the catheter length by displacing the temperature probe vertically in the phantom, at distance of  $4.75\pm 0.5$  mm away from the catheter wall (Figure 4.4). Measurements sites were chosen closer to each other along the length of the radiating slot where the temperature gradients exhibit a higher value. Again, there is a good agreement between the computed temperature values and the experimental data for both microwave and RF energy. The microwave temperature profile drops abruptly beyond the antenna tip and extends back along the antenna feedline producing a broad peak. In contrast, the RF temperature profile illustrated in the same figure (lower curve), exhibits a sharper peak confined at the electrode tip. The axial length along the antenna showing temperature values above 50% of the maximum temperature is significantly longer for microwave than for RF energy (3.5 cm vs 1.5 cm). These results show that microwave energy is capable of producing longer lesions than RF energy, even when using the same catheter.

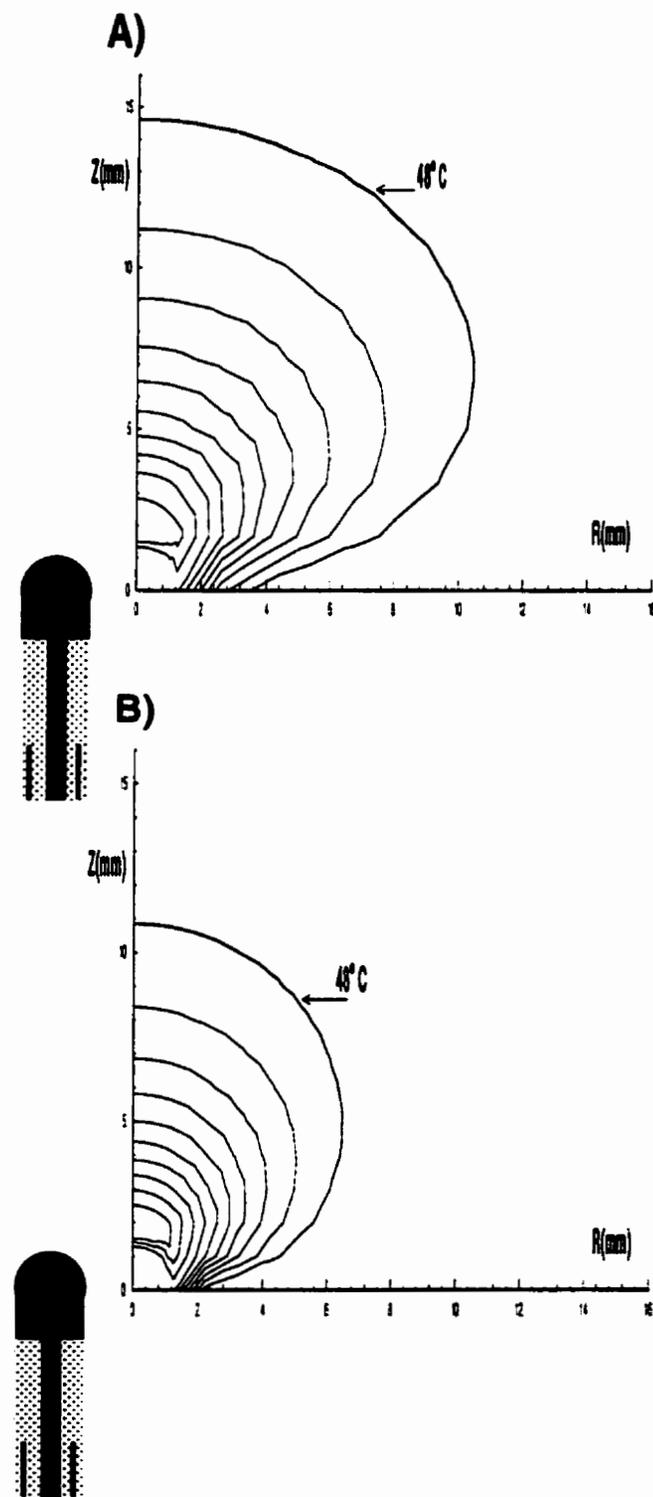
### **The inhomogenous FEM model**

Having validated the homogeneous FEM model with the tissue phantom



**Figure 4.4** Axial steady-state temperature rise profiles (above room temperature) at 4.75 mm away from the antenna for both microwave ("o") and RF ("\*") energy delivery in an homogeneous cylinder. The symbols represent the experimental data measured with optical fiber probes in a tissue phantom, whereas the solid line represent the FEM computations. The microwave power (4.5 W) and the RF power (2.5 W) were adjusted so as to obtain the same maximum steady-state temperature.

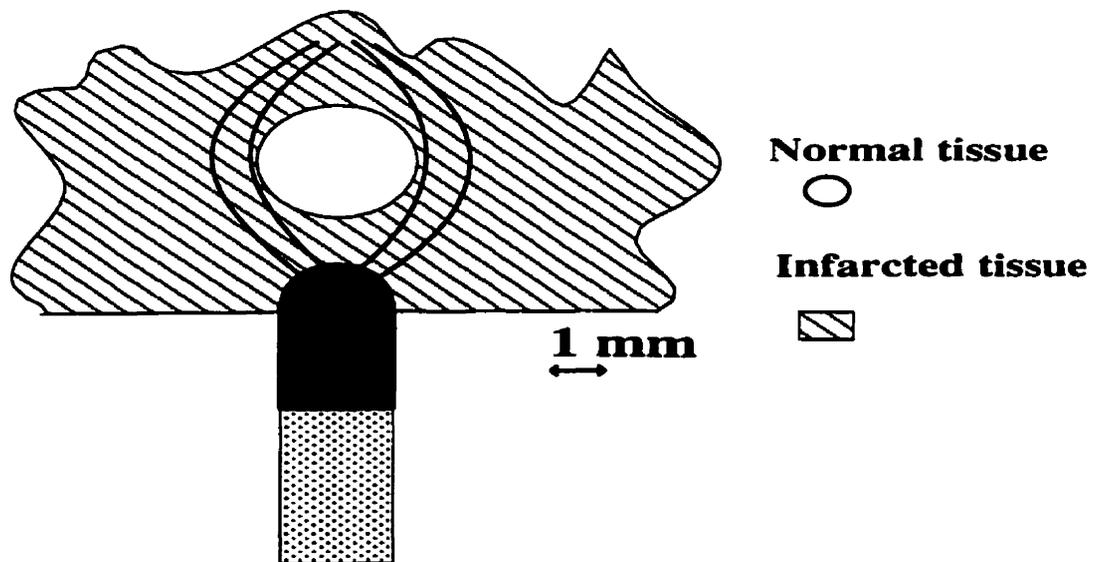
measurements, the FEM model was modified by adding the intracavitary blood masses and the rest of the torso to the myocardial region as described earlier (see Figure 4.1). Since the blood and the myocardium have quite similar complex permittivities (Table 1), the SAR distribution will not be significantly altered in this inhomogeneous model and differences in the temperature distribution should be due mainly to the cooling effect of the intracavitary blood masses. In figure 4.5.a and 4.5.b, the isotherm contour lines depict the steady state temperature distribution in the inhomogeneous model for RF and microwave energy respectively, after adjusting the RF and microwave powers so as to reach the same maximum steady state temperature (90 °C). Again, more applied power was needed for microwave than for RF energy to reach the same maximum temperature (38 W at the model input port vs 10 W). The simulations were done using the same catheter geometry with a 7 mm length for the radiating slot (S11=11 dB) and under the same thermal conditions for both heating modalities. The RF and microwave isotherms have the same elliptical shape due to the cooling effect of the intracavitary blood masses which is consistent with published experimental findings (Haines, 1989, 1993). The geometry of the lesions can be approximated to some extent by considering a critical temperature of 48 °C above which irreversible tissue damage can occur (Haines *et al.* 1989). The model thus predicts wider (10.4 vs 6.4 mm) and deeper (14.5 vs 10.8 mm) lesions using microwave energy than RF energy. Due to the cooling effect of the blood, the RF lesion reaches its steady state within 30 seconds whereas the microwave lesion reaches its steady state within 60 seconds.



**Figure 4.5** Isotherm contour lines depicting the steady-state temperature distribution within the myocardium in the realistic FEM model including the intracavitary blood masses at  $37^{\circ}\text{C}$  (see Figure 4.1) produced by microwave (top panel) and RF energy (bottom panel). The not-to-scale antenna was drawn for clarity and  $z = 0$  corresponds to the blood-myocardium interface. The microwave power (38 W, applied at the model input port) and the RF power (10 W) were adjusted so as to reach the same maximum steady-state temperature ( $90^{\circ}\text{C}$ ). The  $48^{\circ}\text{C}$  isotherm lines indicate the predicted extent of the thermal lesions.

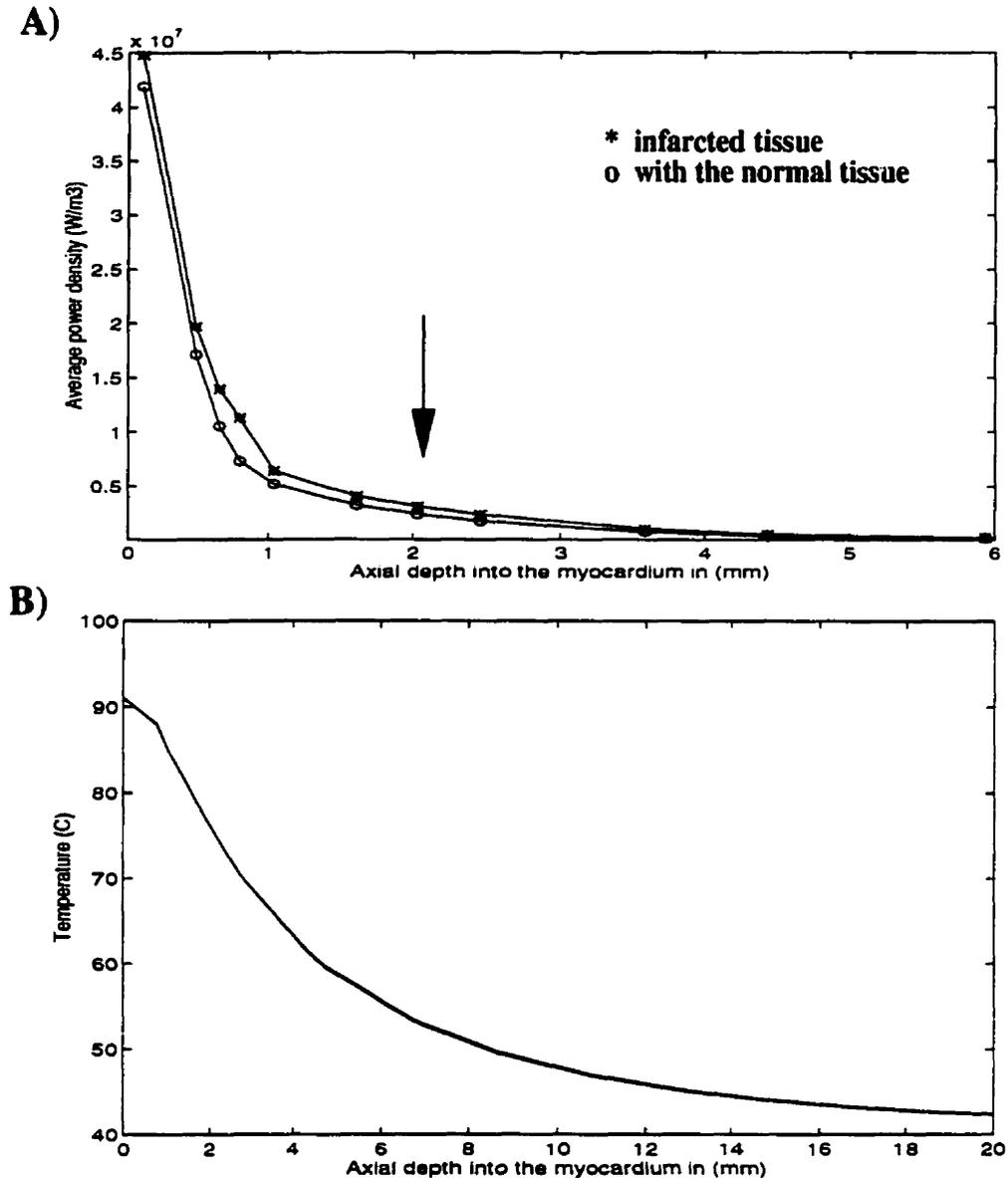
### Effect of infarcted tissue on RF ablation

RF ablation is not very successful for the treatment of ventricular tachycardia in patients with old myocardial infarction (MI). One of the factors that could be responsible of these low success rates is that the electrical conductivity of the infarcted myocardium could be altered, thus diverting the RF currents. In order to investigate the effect of the presence of MI during RF and microwave energy deliveries, the electrical properties of normal and infarcted cardiac tissues were measured for both RF and microwave frequencies in canine *in vitro* preparations using a tetrapolar electrode array and an open-ended coaxial cable, respectively. The infarcted myocardium exhibited a higher electrical conductivity at RF frequencies (500 kHz) than normal myocardium ( $0.52 \pm 0.08$  vs  $0.3 \pm 0.05$  S/m at  $25^\circ\text{C}$ ).



**Figure 4.6** Scale drawing showing a spherical strand of normal surviving myocardium (diameter = 2.2 mm, in white) located within a slab of infarcted myocardial tissue (hatched) placed at the end of the cylindrical realistic FEM model including the intracavitary blood masses at  $37^\circ\text{C}$  (see Figure 4.1). The schematic RF current lines are drawn to illustrate the shunting effect of the higher conductivity of the infarcted myocardium

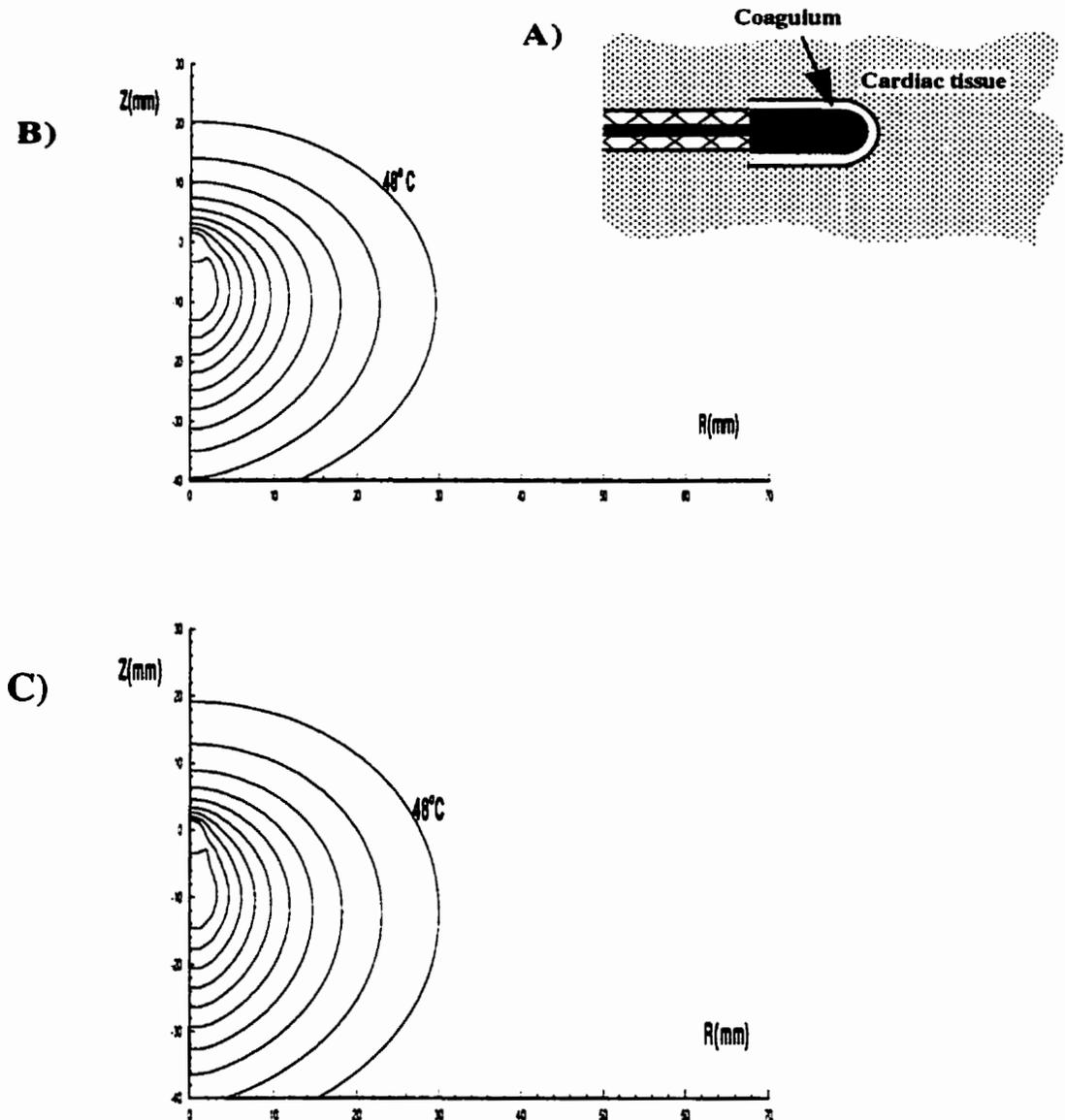
In contrast, no significant differences in the complex permittivities measured at 2450 MHz in a temperature range of 37 to 60° C were observed between infarcted and normal myocardium, thus indicating that the presence of MI scar should not affect microwave ablation. Using the measured RF conductivity values, we have simulated the RF ablation of a strand of arrhythmogenic myocardium surviving inside a MI scar. The surviving arrhythmogenic tissue is represented as a sphere (diameter: 2.2 mm) located along the axis of the model inside a slab of infarcted myocardium (Figure 4.6). We supposed that the infarcted and normal tissues have the same thermal conductivity. Figure 4.7A shows the computed SAR profiles along the symmetry axis of the model, with ("o") and without ("\*") the surviving strand. A 20% decrease of the SAR is observed inside the surviving strand (indicated by the arrow), with respect to the SAR inside the homogeneous MI slab, which indicates that the RF currents are diverted around the sphere (Figure 4.6). However, the corresponding axial temperature profiles show no differences (Figure 4.7B) in the presence of the surviving strand. These results demonstrate that although the infarcted tissue may shunt the RF currents, thermal conduction compensate for the alteration of the power distribution.



**Figure 4.7** A) The SAR profiles along the symmetry axis with ("o") and without ("\*") the surviving strand during RF energy delivery. The arrow indicates the center of the sphere where the SAR shows a 20% decrease (0.4 vs 0.34) in the presence of the surviving strand. B) The corresponding steady-state temperature profiles along the symmetry axis are totally superimposed with and without the surviving strand, showing that heat conduction compensates for the shunting effect of the myocardial infarction scar. The maximum steady-state tissue temperature is 90° C.

### **Effect of coagulum on microwave catheter**

One of the most commonly encountered problems in RF ablation is the impedance rise of the catheter which is due to the formation of a coagulum over the electrode (Haines *et al.* 1990). This phenomenon is due to the heating of blood and cardiac tissue beyond their boiling point. The resulting coating on the electrode constitutes an electric insulator which decreases the RF conduction currents and interrupts the ablation process. The catheter must then be withdrawn and cleaned. This should not occur during microwave ablation because the electromagnetic energy transfer relies on displacement currents. To simulate this phenomenon in the microwave ablation context, we added to the homogeneous model, a thin layer (thickness = 0.5 mm) around the tip of the antenna which had a much smaller electrical conductivity than that of the myocardium ( $\sigma = 0.1$  S/m) and the same thermal conductivity as the myocardium (Figure 4.8A). The computed reflection coefficient shows a small decrease with the presence of the insulating layer ( $S_{11} = 12.5$  dB instead of -11 dB without insulation), which implies that the total absorbed power increases very slightly (5 W instead of 4.9 W). As for the temperature distributions, the isotherm contour lines show no difference without (Figure 4.8B) and with (Figure 4.8C) the insulating layer.



**Figure 4.8** A) Drawing showing a thin layer of poorly conducting medium simulating a coagulum over the microwave antenna (see text). The antenna and its insulating layer are embedded in an homogeneous medium simulating the cardiac tissue. Isotherm contour lines depict the steady-state temperature distribution within the FEM model produced by microwave energy without (B) and with (C) the insulating layer. The maximum tissue temperature is  $90^\circ\text{C}$  and the  $48^\circ\text{C}$  isotherm lines indicate the predicted extent of the thermal lesions.

## 4.5. DISCUSSION

By comparing the temperature distributions produced by the same catheter in the same dissipative medium, but fed with either RF or microwave energy, any differences in the temperature distributions can only be attributed to differences in the absorption of electromagnetic energy by the tissue. The intrinsic characteristics of thermal ablation at these two frequencies can then be compared more clearly.

We used a FEM modeling approach because modeling constitutes an important step in the development of antenna systems since it allows to optimize antenna design without having to construct many prototypes. The homogeneous FEM model that was developed was then successfully validated with temperature measurements obtained in a corresponding tissue phantom (Guy, 1971). This approach is more appropriate for the comparison of the effects of different frequencies on the temperature distributions than for the prediction of the exact size of the lesions because: 1) the values of the thermal and electrical parameters of the model can vary between animals and patients; 2) some processes such as metabolic heat generation, heat loss by the coronary blood flow and the electrical anisotropy at radiofrequencies were neglected; and 3) the complex biological processes that are involved in thermal lesion formation were not included in the model. However, some indications about the lesion size can be obtained by identifying the regions where the temperature exceeds a critical value of about 48 °C, above which irreversible tissue damage is observed (Haines *et al.*, 1989, 1993).

The computed and experimental temperature distributions clearly predict that microwave lesions will be deeper and longer than RF lesions. These findings are consistent with previously reported results (Whayne *et al.* 1994, Wonnell *et al.* 1992) and can be explained by the fact that RF power density decreases drastically away from the electrode. Thus, the RF heat sources are confined to a small volume near the electrode and heating of deeper tissues relies mostly on heat conduction. In contrast, the microwave heating volume extends more than that of RF because microwave energy absorption does not depend on conduction currents. Obviously, because of the larger volume of the microwave lesions, more power and time are needed than for RF energy.

These findings suggest that microwave ablation could be preferentially used for the treatment of ventricular tachycardia, by producing deep lesions for the interruption of intramural or even epicardial reentry circuits (Kaltenbrunner *et al.* 1991), and also for the treatment of atrial fibrillation, by producing elongated lesions. Microwave energy offers more flexibility for the design of antennas that can produce lesions with geometries that are better adapted to the arrhythmogenic substrate. For the treatment of atrial fibrillation, other microwave antennas could thus be easily designed to produce much longer lesions than the loaded monopole antenna developed in this study. Microwave catheter ablation would also be exempted of some of the complications associated with RF energy delivery, such as the interruption of the ablation process by the formation of a coagulum, and will not be affected by the vicinity of a myocardial infarction scar because of the homogeneity of the dielectric properties of the normal and infarcted myocardium.

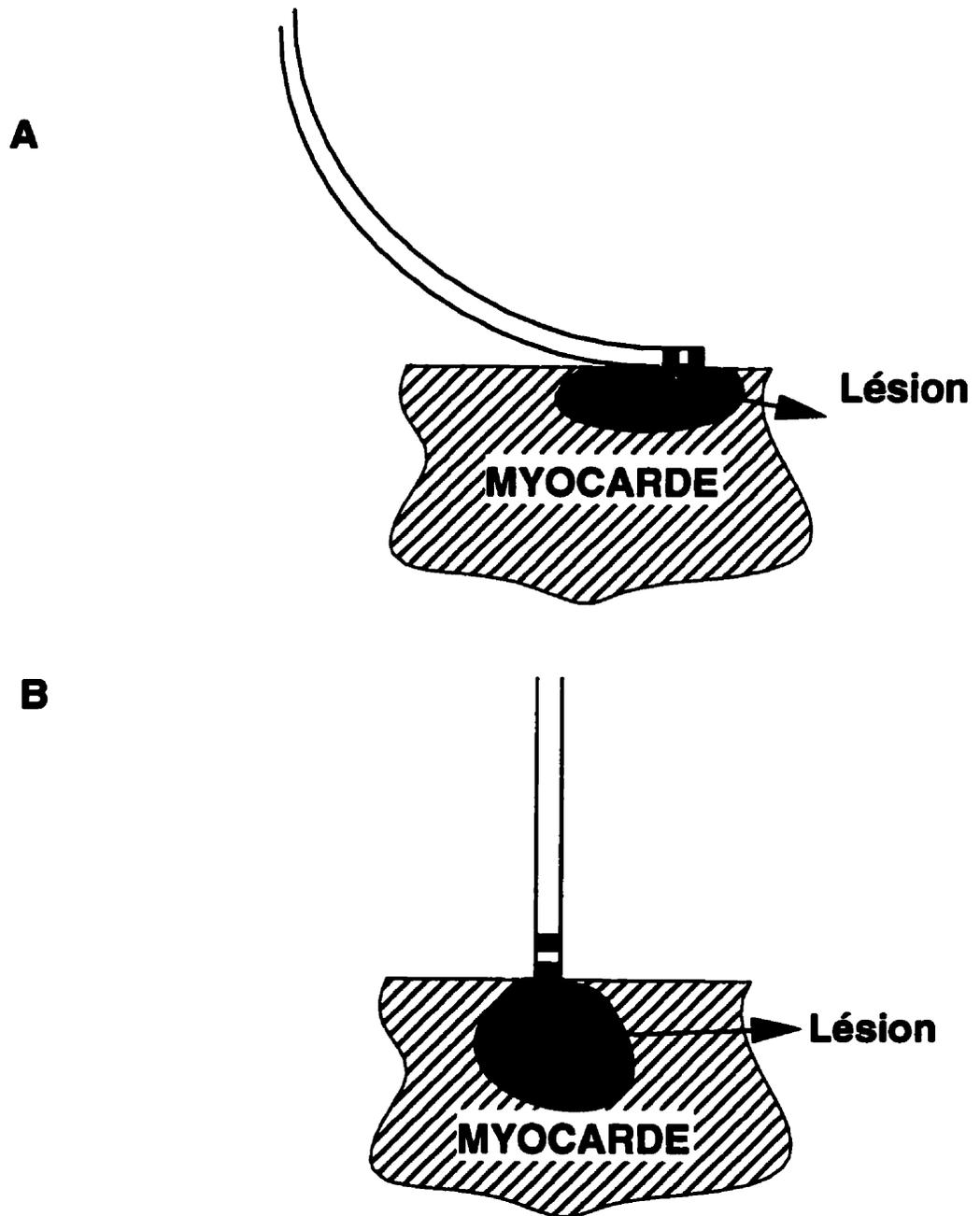
# CHAPITRE V

## DIFFÉRENTS TYPES D'ANTENNES

La conception de l'antenne (2.45 GHz) utilisée dans l'ablation cardiaque micro-onde dépend surtout de la géométrie de la région arythmogène qui constitue la cible à détruire. Dans le cas où cette région possède une large superficie, une faible épaisseur et est située dans une région subendocardique, on aura besoin d'une antenne ayant un patron d'échauffement large mais pas tellement profond afin de ne pas endommager le tissu sain sous-jacent. L'orientation de l'antenne pourrait être tangentielle au tissu, comme montré à la figure 5.1.a afin de déposer l'énergie dans une grande superficie le long de l'antenne et ainsi créer une lésion longue. Alors que dans le cas où la zone arythmogène est profonde, le patron d'échauffement désiré est tel qu'il soit concentré au bout de l'antenne. Dans la figure 5.1.b, une antenne montée au bout d'un cathéter dans une position perpendiculaire au muscle cardiaque, crée une lésion profonde. Remarquons qu'à l'interface lésion-sang, la surface de la lésion est rétrécie par l'effet de refroidissement du sang.

### 5.1 CONCEPTION DE L'ANTENNE

Afin de concevoir l'antenne convenable, on peut simuler la dissipation de l'énergie

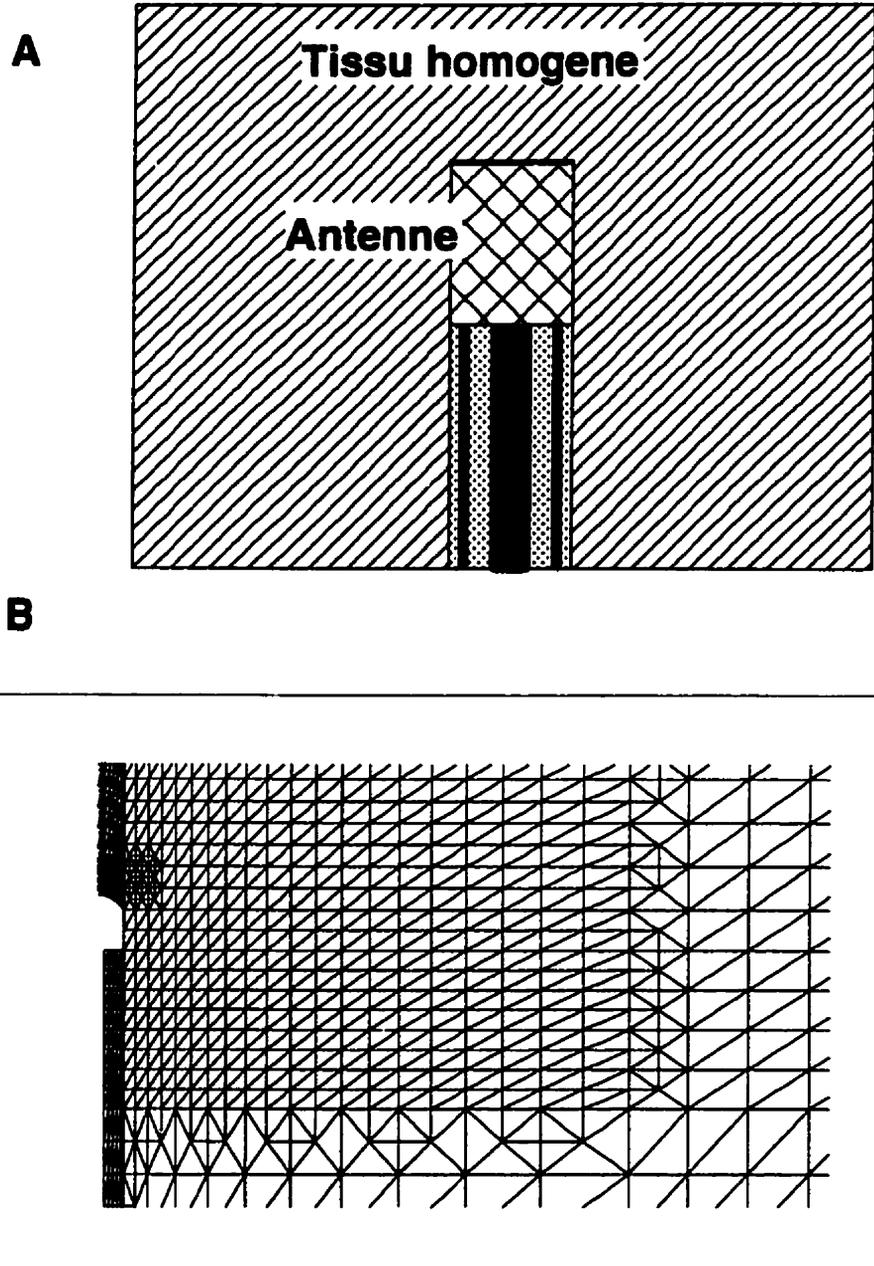


**Figure 5.1** A) Schéma illustrant la situation où le bout du cathéter est tangentiel au tissu cardiaque avec une lésion induite ayant éventuellement la forme illustrée. B) Le cas où le cathéter est perpendiculaire au tissu.

que le myocarde, sans la convection du sang. Cette hypothèse est justifiée par le fait que le myocarde et le sang ont presque les mêmes propriétés électriques. Ainsi, en comparant le patron de rayonnement et la distribution de température en régime permanent pour plusieurs types d'antennes, on pourra optimiser l'antenne désirée du point de vue configuration et dimension. Le protocole adopté pour la comparaison est le même que celui utilisé précédemment, c.à.d. tel qu'on atteigne une température maximum de 90°C. Les figures 5.2.A et 5.2.B illustrent le modèle utilisé et un maillage typique. Le maillage présente un raffinement au voisinage de l'antenne, là où la densité de puissance possède un gradient élevé.

Les dimensions de l'antenne et du cathéter sont soumises à des contraintes cliniques dont il faut tenir compte, par exemple le diamètre du cathéter ne peut pas dépasser 2.7-3 mm pour pouvoir passer dans les vaisseaux sanguins. De même, l'antenne doit être munie d'une bague servant à capter le signal cardiaque lors du positionnement du cathéter. Le bout du cathéter doit être lisse pour ne pas endommager les vaisseaux sanguins. Le cathéter doit être isolé par un diélectrique biocompatible. Finalement, la longueur de l'antenne ne peut pas excéder plus de 2 cm vu la petite taille des chambres cardiaques.

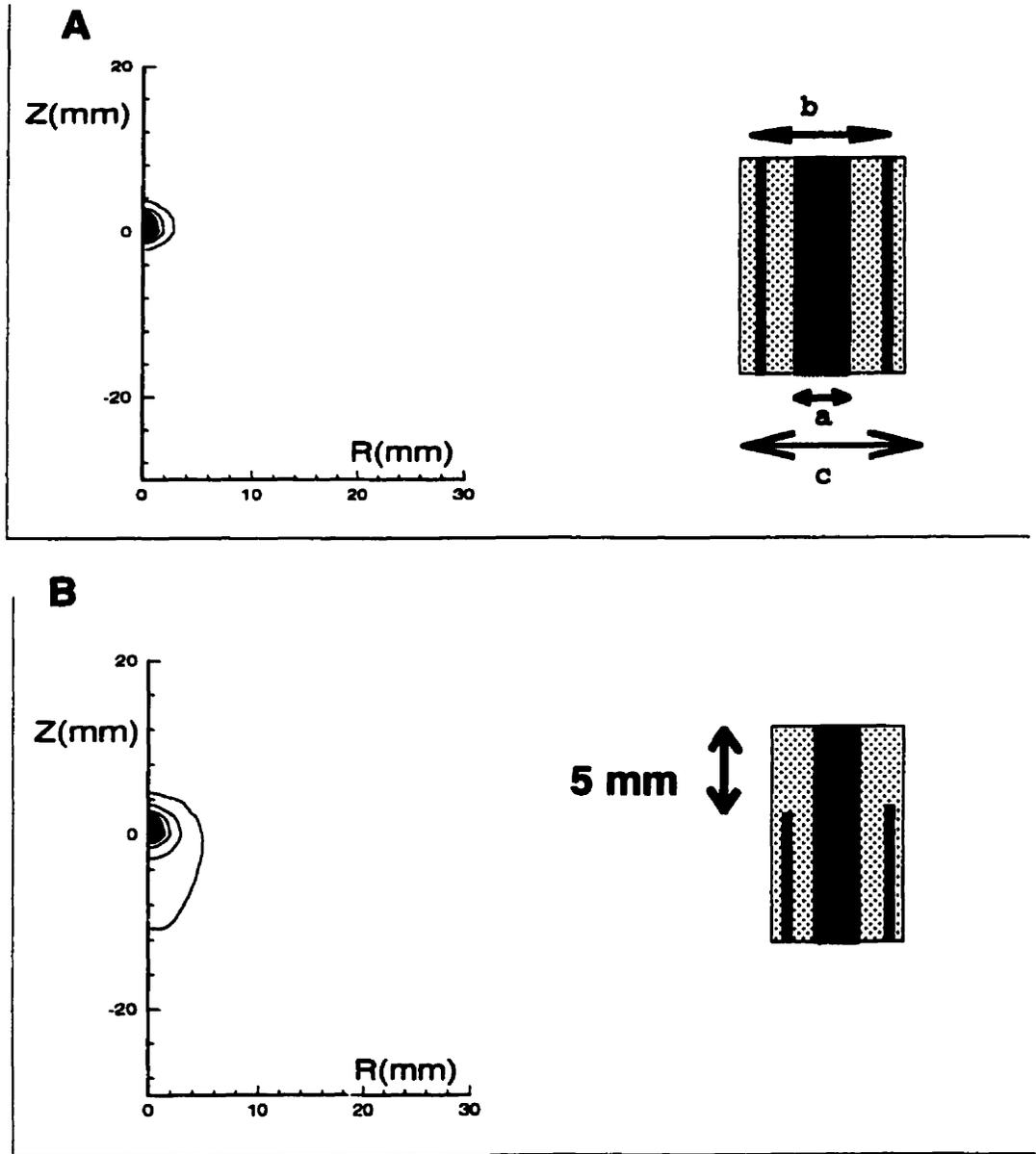
L'antenne la plus simple à tester est une ligne coaxiale isolée par du Téflon (RG 316), d'impédance caractéristique 50 ohms et tronquée à son extrémité. La figure 5.3 montre la distribution de température résultante lors de l'application de l'énergie micro-onde à cette ligne. On voit que la lésion, supposée limitée par l'isotherme 48°C, a 3 mm de profondeur (axialement à partir du bout de l'antenne située à  $z=0$ ) et 3 mm de rayon. Dans ce cas, toute



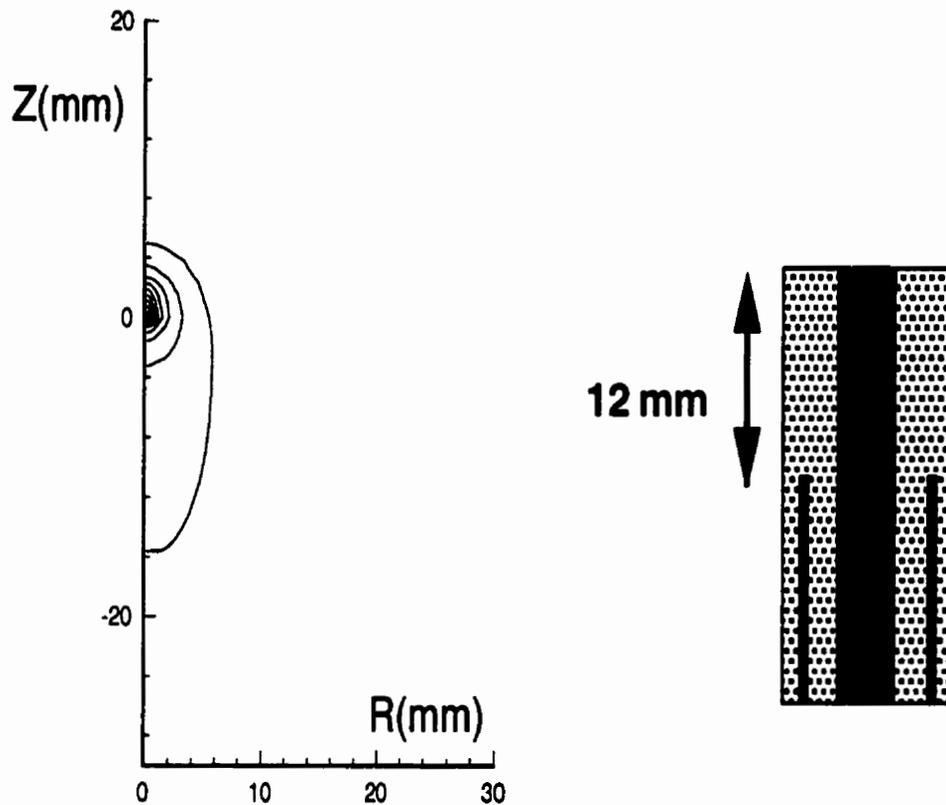
**Figure 5.2** A) Schéma du modèle illustrant une antenne quelconque enfoncée dans un tissu cardiaque homogène. B) Un maillage typique pour discrétiser une demi coupe du modèle dans le plan méridien.

l'énergie micro-onde reste confinée dans la ligne coaxiale entre la gaine et le conducteur central à cause de la mauvaise adaptation d'impédance entre la ligne coaxiale et le tissu cardiaque, qui se traduit par un coefficient de réflexion élevé ( $S_{11} = -2.9$  dB). Pour pouvoir mieux rayonner cette énergie, on crée un monopole en dénudant la gaine sur une longueur de 5 mm comme illustré à la figure 5.3.B. Dans ce cas, l'énergie est effectivement rayonnée par le monopole et le coefficient de réflexion diminue ( $S_{11} = -12$  dB). La lésion produite s'allonge le long du monopole sur une longueur de 16 mm et le rayon de la lésion est de l'ordre de 5 mm. Afin de produire une lésion plus large, on peut allonger le monopole jusqu'à 12 mm, comme illustré à la figure 5.4. Pour cette configuration, la longueur de la lésion augmente à 26 mm, son rayon est égal à 8 mm et le coefficient de réflexion est  $S_{11} = -9.9$  dB.

Dans les deux configurations du monopole, on remarque une concentration des isothermes au bout du monopole, ce qui reflète une grande densité de puissance dans cette région.



**Figure 5.3)** A) Une ligne coaxiale de dimension ( $a = 0.48$  mm,  $b = 1.6$  mm et  $c = 2.44$  mm) tronquée, avec la distribution de température résultante dans le plan méridien du modèle ( $R, Z$ ). Le niveau  $z = 0$  correspond à l'extrémité de la ligne coaxiale. B) un monopole de 5 mm de longueur au bout de la ligne coaxiale avec la distribution de température correspondante.

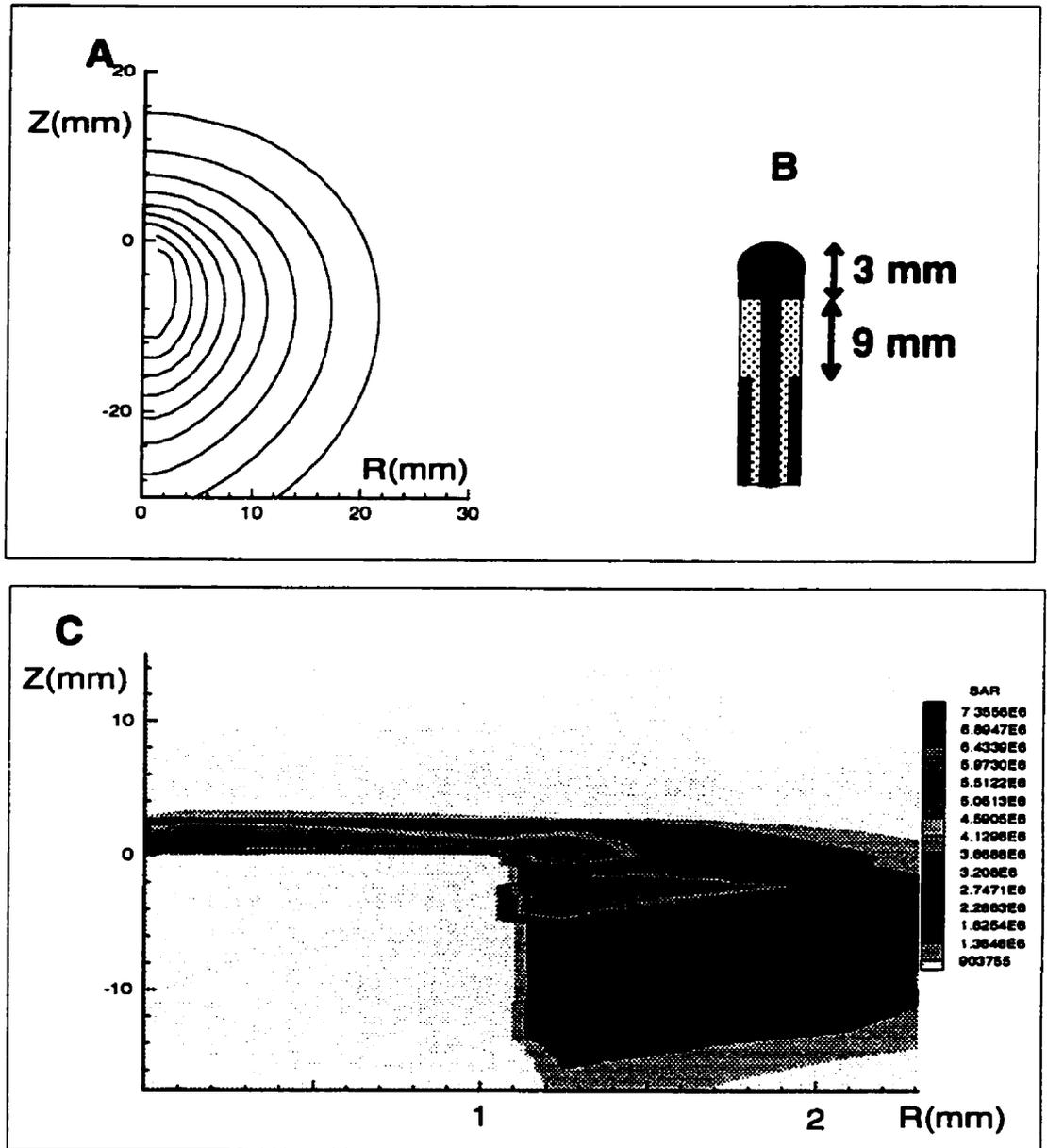


**Figure 5.4** La distribution de température pour un monopole de longueur 12 mm.

Ainsi, avec un simple monopole, même si on arrive à mieux adapter l'impédance de l'antenne à celle du tissu pour minimiser la puissance réfléchie, le patron d'échauffement est localisé autour du monopole et la lésion produite n'est pas très profonde ni très longue.

Afin de pouvoir approfondir la lésion, on relie l'extrémité du monopole à un capuchon métallique. Dans la figure 5.5.B, on voit une ligne coaxiale qui alimente un monopole de 9 mm de longueur qui est terminé par un capuchon de 3 mm de long. Le capuchon peut servir à capter le signal cardiaque. La distribution de température calculée,

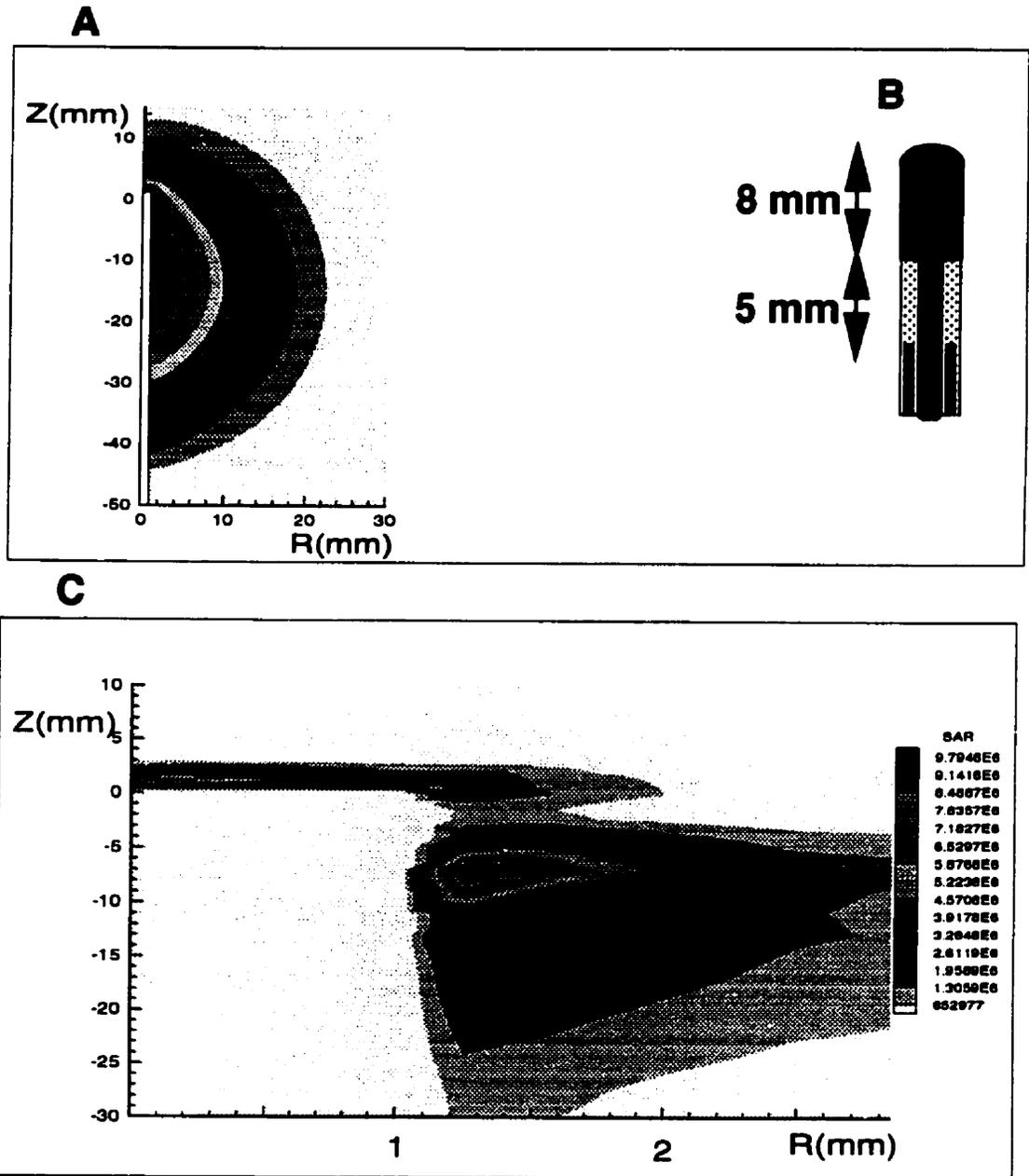
montrée à la figure 5.5.A, indique que la lésion a une longueur de 50 mm et un rayon de 22 mm alors que le coefficient de réflexion  $S_{11}$  est égal à -6 dB. Il apparaît clairement que le volume de cette lésion est beaucoup plus grand que celui produit par un simple monopole, mais il reste à améliorer le pourcentage de la puissance transmise. Pour avoir une idée de la répartition de la puissance dissipée dans le tissu, la distribution de densité de puissance au voisinage de l'antenne est montrée à la figure 5.5.C. On voit que cette densité est maximale au bout de l'antenne et s'étire le long du monopole. On remarque encore que la densité de puissance chute rapidement (la densité passe à moins de 10 % de sa valeur maximale) à 3 mm du bout du capuchon (selon l'axe Z). Le coefficient de réflexion correspondant à cette configuration indique une mauvaise adaptation d'impédance.



**Figure 5.5** A) La distribution de température calculée pour un monopole terminé par un capuchon. B) Le dessin de l'antenne simulée. C) La distribution de densité de puissance au voisinage de l'antenne.

Pour examiner l'effet de la longueur du capuchon sur le coefficient de réflexion ainsi que sur la taille de la lésion, on a étudié le cas où la longueur du capuchon est de 4 mm et la longueur du monopole est de 9 mm. Le coefficient de réflexion calculé était  $S_{11} = -7.4$  dB. La lésion produite avait approximativement la même taille que la configuration précédente (figure 5.5.A). Avec une longueur de 8 mm de capuchon et de 5 mm du monopole comme montré sur la figure 5.6.B, la lésion a une longueur de 57 mm et un rayon de 20 mm. Le coefficient de réflexion correspondant est  $S_{11} = -14.9$  dB. La figure 5.6.C nous montre la distribution de la densité de puissance au bout de l'antenne. Comparativement à la distribution de densité de puissance de la figure 5.5.C, on remarque que cette distribution paraît plus longue (selon l'axe Z) que l'autre le long de l'antenne.

On résume tous les résultats obtenus dans le tableau 5.1 afin de comparer chaque antenne. Le tableau 5.1 nous indique que l'antenne composée d'un monopole de 9 mm et terminée par un capuchon (3-4 mm) est capable de produire une lésion profonde (22 mm) et longue (50 mm) avec 20-30 % de puissance réfléchie. Alors qu'avec un capuchon plus long (8 mm), on peut minimiser la réflexion de la puissance (moins que 4 % de la puissance est réfléchie) et on peut échauffer une surface plus large (57 mm de longueur).



**Figure 5.6** A) La distribution de température dans le tissu homogène. la dernière couche représente la limite de la lésion. B) Le dessin de l'antenne utilisée dans la simulation. C) La densité de puissance au voisinage de l'antenne.

**Tableau 5.1** Le résumé de toutes les dimensions de lésions simulées par les différents types d'antennes, ainsi du coefficient de réflexion de chaque antenne.

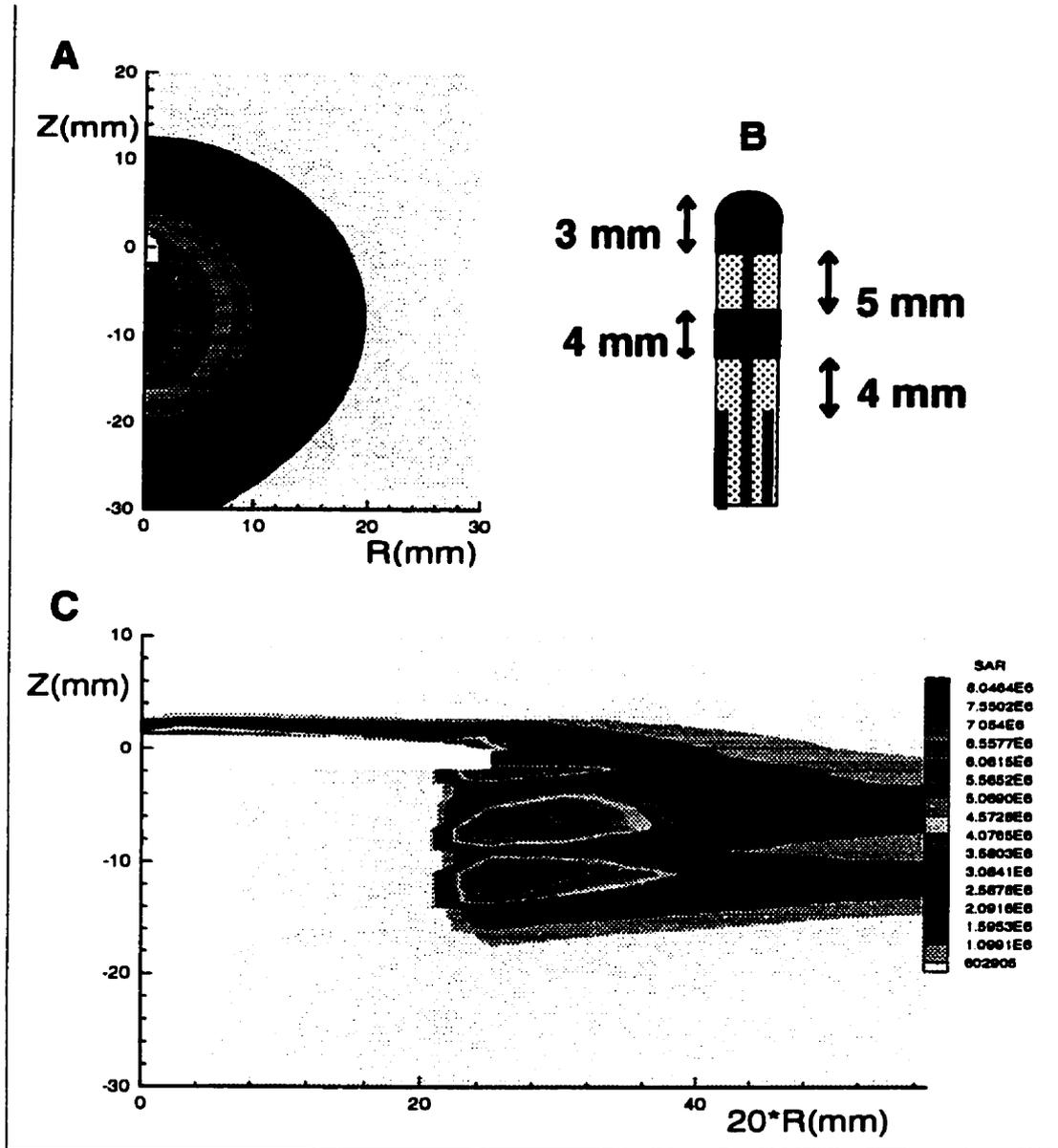
Type d'antenne	Coefficient de réflexion (dB)	Longueur de lésion (mm)	Rayon de lésion (mm)	Longueur de lésion (mm)
Ligne coaxiale tronquée	-2.9	3	3	5
Monopole (5mm)	-12	5	5	16
Monopole (12mm.Fig5.3)	-9.9	6	8	26
Monopole avec capuchon (Fig5.4)	-6	15	22	50
Monopole avec capuchon de (4mm)	-7.4	14	22	50
Monopole avec capuchon (Fig 5.5)	-14.9	13	20	57

## 5.2 ANTENNE À MULTIPLE FENTES

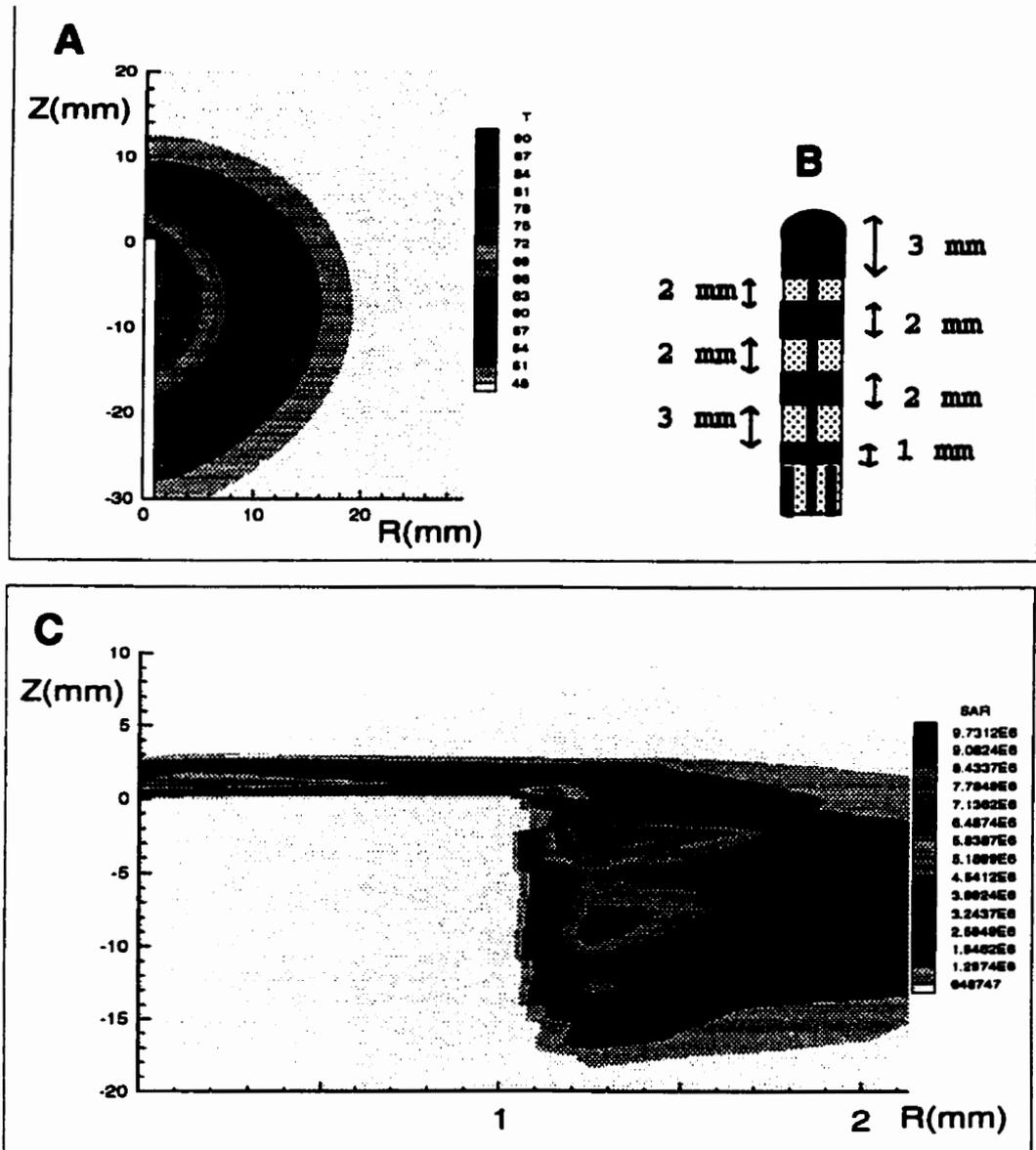
Afin d'allonger le patron d'échauffement, on peut penser à une antenne avec plusieurs jonctions. Ainsi dans cette section, on va envisager, premièrement, le cas d'un monopole terminé par un capuchon et portant une bague de façon à créer une sorte de fente comme illustré à la figure 5.7.b. Dans cette figure, on montre aussi les dimensions de la fente et du monopole. La distribution de la densité de puissance au voisinage de l'antenne est montrée dans la figure 5.7.C où on remarque que la densité de puissance est maximale aux extrémités de la fente, mais cette altération dans la distribution de l'énergie n'est concrétisée sur le plan thermique que juste au voisinage de la fente comme indiqué à la figure 5.7.A qui montre la distribution de la température résultante. L'effet de conduction thermique est donc dominant. Le coefficient de réflexion est  $S_{11} = -5.9$  dB.

Afin d'examiner l'effet de la multiplicité des fentes, on crée 4 fentes à distance variable comme dessiné à la figure 5.8 où les dimensions des fentes sont encore indiquées. La distribution de la densité de puissance représente maintenant plusieurs pics correspondant aux extrémités des fentes. Le coefficient de réflexion calculé est  $S_{11} = -5.5$  dB. De point de vue thermique, la lésion est encore homogène comme dans le cas précédent (figure 5.7). Dans les deux cas étudiés, on remarque que la profondeur de la lésion est faible (12 mm) comparativement à celle produite par l'antenne sans bague. Bien que n'ayant pas fait une étude exhaustive de la géométrie et du nombre de fentes, nous pouvons conclure que dans le cas étudié, le montage d'une ou plusieurs bagues sur le monopole n'a pas un effet bénéfique pour augmenter ou allonger la lésion. La discontinuité de la gaine implique une

discontinuité dans la distribution de la densité de puissance qui se traduit thermiquement juste à la surface de contact cathéter/tissu alors que le reste de la lésion est formée grâce à la conduction thermique.



**Figure 5.7)** A) La distribution de température dans le tissu homogène induite par l'antenne avec une bague dessinée en b. C) La densité de puissance au voisinage de l'antenne.



**Figure 5.8** A) La distribution de température résultante de l'application de l'antenne à multi-fentes dessinée en B. B) Le schéma de l'antenne utilisée. C) la distribution de densité de puissance correspondante.

# CHAPITRE VI

## DISCUSSION ET CONCLUSION

Le but de cet ouvrage consistait à examiner l'application de l'énergie micro-onde comme une nouvelle modalité d'ablation cardiaque afin de pallier aux inconvénients rencontrés dans la méthode conventionnelle par radio-fréquence. Dans ce travail, l'étude de cette nouvelle technique a été abordée selon deux perspectives: une approche théorique qui consistait à simuler l'échauffement du tissu cardiaque par une antenne ou une électrode RF; une approche expérimentale afin de valider l'approche théorique.

Un modèle électrothermique du coeur comprenant la masse sanguine intraventriculaire a été mis au point. L'antenne qui est alimentée par une ligne coaxiale irradie son énergie qui est absorbée par le milieu biologique et se transforme en énergie calorifique pour élever la température de la cible.

Le problème électromagnétique consiste à calculer le champ électrique dans les différents milieux du modèle. Avec la méthode des éléments finis qui est bien adaptée pour la résolution des problèmes électromagnétiques ayant des géométries complexes, le champ électrique a été calculé en utilisant l'approche vectorielle afin d'imposer correctement les conditions aux frontières et d'éliminer les modes non physiques. Normalement, les modes non physiques surviennent lors de l'application de l'approche nodale des éléments finis. Pour le problème thermique où la variable est scalaire, la méthode nodale conventionnelle fut

soit le problème électrique soit le problème thermique, mais non les deux problèmes. De plus, la variation de la conductivité électrique (RF) du tissu biologique avec la température constitue un problème non linéaire, qui ne peut pas être résolu par un code commercial. Pour ces raisons, nous avons développé notre propre code au laboratoire de simulation biomédicale, ce qui constitue une des contributions importantes de ce travail.

Le sang joue un rôle primordial dans la géométrie de la lésion. En effet, la circulation sanguine qui représente un puits thermique (l'antenne représentant la source) va entraîner la chaleur loin de la cible. L'orientation du cathéter par rapport au tissu a également un effet important sur la géométrie de la lésion. Mais le fait que le sang et le myocarde possèdent des propriétés électriques similaires rend le voisinage de l'antenne presque uniforme du point de vue micro-onde. Ainsi, dans toutes les études faites sur le modèle afin de simuler différents concepts d'antennes ou afin de comparer l'efficacité de l'énergie micro-onde vis-à-vis de l'énergie RF, le problème électromagnétique va changer d'un cas à l'autre alors que les mêmes conditions thermiques sont appliquées pour les deux cas.

Vu la différence d'impédance entre le tissu biologique et la ligne coaxiale utilisée, l'adaptation de l'impédance de l'antenne est un facteur important dans la conception de l'antenne. Parmi plusieurs types d'antennes étudiées sous les mêmes conditions thermiques, un monopole chargé par un capuchon métallique s'est révélé être le plus capable d'échauffer largement et profondément le tissu cardiaque. Ceci est dû à son patron de rayonnement qui constitue un compromis entre un rayonnement radial ("broadside fire") et un rayonnement axial ("end-fire").

Une fois l'antenne conçue, le modèle théorique a été validé expérimentalement dans

une structure homogène, vu la similarité des propriétés électriques du myocarde et du sang, en effectuant des mesures expérimentales du coefficient de réflexion et des profils de température. Le choix d'un modèle fantôme offre plusieurs avantages comme la reproductibilité des résultats expérimentaux et la facilité d'enregistrer la température à l'intérieur du matériel. La bonne concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux a confirmé la robustesse du modèle théorique et nous a permis de passer à l'autre phase du projet: la comparaison théorique et expérimentale entre la modalité micro-onde et la modalité RF.

En utilisant le même monopole chargé, qui est similaire à l'électrode RF conventionnelle, dans l'étude théorique et expérimentale des deux modalités micro-onde et RF, les résultats expérimentaux et théoriques ont démontré que les profils d'élévation de température micro-onde sont plus longs et plus profonds par rapport aux profils correspondants aux RF, ce qui signifie que la lésion micro-onde sera plus longue et plus profonde que la lésion RF. Pour atteindre la même température maximum en régime permanent, le temps d'application de la puissance micro-onde est plus long que celui de la RF et le niveau de puissance micro-onde est plus élevé que pour la RF. Ce qui peut être expliqué par le volume du tissu échauffé par micro-onde qui est plus grand que le volume RF correspondant. A notre connaissance, c'est la première fois qu'une étude théorique et expérimentale est menée pour comparer la performance d'échauffement de l'énergie RF vis-à-vis de l'énergie micro-onde en utilisant la même antenne. En effet, des comparaisons expérimentales ou théoriques ont été rapportées dans la littérature en utilisant des antennes de structures totalement différentes de l'électrode RF conventionnelle. Ceci implique que

les différences dans les profils de température sont dues seulement aux différences dans le mode d'absorption d'énergie par les tissus pour ces deux fréquences.

Une étude comparative de la taille des lésions simulées avec les valeurs expérimentales animales est difficile vu que la position du cathéter et son orientation sont mal connues durant l'opération. Toutefois, comparativement aux études expérimentales faites sur les animaux en utilisant l'énergie RF ou l'énergie micro-onde, notre modèle prédit la même forme elliptique de la lésion due au refroidissement du sang. Les dimensions estimées de la lésion RF dans notre modèle sont incluses dans la plage des valeurs expérimentales rapportées dans la littérature (Haines *et al.*, 1989). Pour l'énergie micro-onde, la seule étude expérimentale menée sur un modèle fantôme perfusé qui était rapportée dans la littérature (Wonnell *et al.*, 1992) offre une concordance qualitative entre nos résultats et les résultats rapportés.

On peut conclure que ces résultats suggèrent l'avantage d'utiliser l'énergie micro-onde pour le traitement des tachycardies ventriculaires en produisant des lésions profondes pour interrompre des circuits de réentrée intramurale ou épicaudique, de même que pour le traitement de la fibrillation auriculaire en produisant des lésions longues. L'énergie micro-onde offre beaucoup de flexibilité dans la conception d'antennes différentes pour produire des lésions adaptées au substrat arythmogène. L'ablation par micro-onde est exempte des certaines complications rencontrées durant une ablation RF, comme l'interruption de la procédure d'ablation par la soudaine élévation de l'impédance causée par la formation du coagulum, et n'est pas affectée par le voisinage d'un infarctus à cause de l'homogénéité des propriétés diélectriques du myocarde infarci et sain.

Dans le futur, le modèle développé pourrait être utilisé afin de concevoir d'autres types d'antennes adaptées à la géométrie de la région arythmogène. Par exemple, pour le traitement du flutter auriculaire ou de la fibrillation auriculaire, on pourrait étudier une antenne à micro-ruban ou à structure coplanaire appropriée afin de créer une lésion très longue (quelques centimètres). D'autre part, on pourrait penser à créer des fentes non symétriques le long de la ligne coaxiale afin de changer la direction des lobes de rayonnement. Finalement, vu que la pénétration d'une onde plane augmente en diminuant la fréquence, il reste à étudier la possibilité d'alimenter l'antenne à une fréquence plus faible (434 ou 915 MHz).

La démonstration de la capacité de l'énergie micro-onde pour créer une lésion plus grande que l'énergie RF, devrait faciliter les démarches en vue de la commercialisation de cette technique. De nouvelles contraintes cliniques comme la limite du diamètre du câble coaxial (près de 1 mm) à cause des fils de torsion qui sont ajoutés dans le cathéter pour contrôler la flexion, peuvent faire l'objet de nouvelles études dans le but de minimiser les pertes dans le câble qui peuvent entraîner un échauffement trop élevé du cathéter.

Enfin, on signale le fait que notre modèle pourrait servir à l'étude d'autres applications cliniques de l'hyperthermie, comme le traitement du cancer de prostate, en modifiant la géométrie du modèle et les propriétés des milieux.

## RÉFÉRENCES

- BERAGAU D., BRUCKER G., SAUL J.P., (1993). "Porous metal tipped catheter produces larger radiofrequency lesions through tip cooling," *Circulation*, **8**, I-164
- BOWMAN H.F., GAVOLTO E.G., et WOODS M., (1975). "Measurement, and application of thermal properties of biomaterials," *Ann. Rev. of Biophys. and Bioeng.*, **4**, 41-48.
- CHOU C.K., CHEN G.W., GUY A.W., et LUK K.H., (1984). "Formulas for preparing phantom muscle tissue at various Radiofrequency," *Bioelectromagnetics*, **5**, 435-441.
- CRC, (1989). *Handbook of Chemistry and Physics*, 70th ed, CRC Press, Boca , Florida.
- FOSTER K.R et SCHEPPS J.L., (1981), "Dielectric Properties of Tumor and Normal Tissues at Radio through Microwave Frequencies," *Journal of Microwave Power*, **16**, 107.
- FOSTER K.R., et SCHAWN H.P., (1989). "Dielectric properties of tissues and Biological Materials: A critical Review" *Crit Rev Biomed Eng*, **17**, 25-104.
- FRAM D.B., BERNES E., et al., (1995). "Feasibility of radio Powered, thermal balloon ablation of atrioventricular bypass tracts via the coronary sinus," *PACE*, **18**, 1518-1529.
- FREUND R., NACHTIGAL N., (1991). "A quasi-minimal residual method for non-Hermitian linear systems" *Numer.Math.*, **60**, 315-339.
- GHANNOUCHI F.M. et BOSISIO R.G., (1989). "Measurement of microwave permittivity using a six-port reflectometer with an open-ended coaxial line," *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, **38**, 505-508.
- GUY A.W., (1971). "Analyses of electromagnetic fields induced in biological tissues by thermographic studies on equivalent phantom models," *IEEE Trans. MTT*, **19**, 205-214.
- HAINES D.E., (1993). "The Biophysics of Radiofrequency Catheter Ablation in the Heart: The Importance of Temperature Monitoring", *PACE*, **16**, 586-591.
- HAINES D. E. et VERROW A.F., (1990). "Observations on electrode-tissue interface temperature and effect on electrical impedance during radiofrequency ablation of ventricular myocardium," *Circulation*, **82**, 1034-1038.
- HAINES D.E. et WATSON D.D., (1989). "Tissue Heating During RF Catheter Ablation:

A Thermodynamic Model and Observations in Isolated and superfused Canine Right Ventricular Free Wall," *PACE*, **12**, 962-976.

ISKANDER M.F. et TUMEH A.M., (1989). "Design Optimization of Interstitial Antennas." *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, **36**, 238-246.

JAKMAN WM, WANG X, FRIAY KJ, et al., (1991). "Catheter ablation of accessory atrioventricular pathways (Wolff-Parkinson-White syndrome) by radiofrequency current" *New Engl J Med*, **324**, 1605-1611.

JAIN R.K., (1983). "Bioheat transfer: Mathematical models of thermal systems," *Hyperth. in Cancer Therapy*, Storm, F.K. (Ed.). Boston, G.K. Hall Med. Publ., 9-46.

KALTENBRUNNER W., CARDINAL R, SHENASA M., DUBUE M., NADEAU R.A., TREMBLAY G., SAVARD P., et PAGÉ P. (1991). "Computerized mapping of epicardial activation during sustained ventricular tachycardia in patients with myocardial infarction: the epicardial/endocardial relationship," *Circ.Res.*, **84**, 1058-1071.

KAOUK Z, VAHID S. A, et SAVARD P., (1996). "Modeling of myocardial temperature distribution during radiofrequency ablation". *Med. Biol Eng. and Comp.*, **34**, 165-170.

KHEBIR A., KAOUK Z., et SAVARD P., (1996). "Modeling microwave energy delivery by a catheter in the heart". *IEEE Trans on BME*, accepté pour publication.

KHEBIR A, KAOUK Z, et SAVARD P., (1995). "Modeling a Microwave Catheter Antenna for Cardiac Ablation". *IEEE MTT-S Digest*, TU4E, 307-310.

KLEIN LS, SHIH HT, HACKETT FK, et al., (1992). "Radiofrequency catheter ablation of ventricular tachycardia in patients without structural heart disease". *Circulation*, **85**, 1666-1674.

LANGBERG J.J., WONNELL T., CHIN M.C., FINKBEINER W., SCHEINMAN M, et STAUFFER P., (1991). "Catheter Ablation of the Atrioventricular Junction using Helical Microwave Antenna: A Novel Means of Coupling to the Endocardium". *PACE*, **14**, 2105-2113.

LABONTÉ S., ALI H.O. et ROY L., (1995). "Monopoles for Microwave Catheter Ablation of Heart Tissue", *IEEE MTT-S Digest*, Orlando, 303-306.

LABONTÉ S. (1994). "Computer Simulation of Radio-frequency Ablation of the Endocardium", *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, **41**, no 9, pp. 883-890.

LEE J.F., WILKINS G.M., et MITTRA R., (1993), "Finite-element analysis of axisymmetric cavity resonator using a hybrid edge element technique", *IEEE Trans on Microwave Theory and Tech.*, **41**, 1981-1987.

LORRAIN P. et DOLE C., (1970). *Electromagnetic fields and waves* , Freeman, NY.

MARIEB N.E. et LAURENDEAU G., (1993). *Anatomie et Physiologie Humaines*, ERPI, Québec.

REDDY J.N., 1984, *An introduction to the finite element method*, Mc Graw Hill.

SCHEINMAN M., (1992). "North american society of pacing and electrophysiology (NASPE) survey on radiofrequency catheter ablation: implications for clinicians, third party insurers, and government regulatory agencies." *PACE*, **15**, 2228-2231.

SCHEINMAN M., (1995). "Survey on catheter ablation", *PACE* , **18**, 1474-1478.

SCHÜLTER M, GEIGER M, SIEBELS J, et al., (1991). "Catheter ablation using radiofrequency current to cure symptomatic patients with tachyarrhythmias related to an accessory atrioventricular pathway". *Circulation*, **84**, 1644-1661.

SILVESTER P.P. et FERRARI R.L., (1983), *Finite elements for electrical engineers*. Cambridge. Cambridge University press.

STROBHEN J.W. et ROEMER R.B., (1984). "A survey of computer simulations of hyperthermia treatments" *IEEE trans. Biomed. Eng. BME*, **31**, 136-149.

STROBHEN J.W., BOWERS E.D., WALSH E.J., et DOUPLE E.B., (1979). "An Invasive Microwave Antenna for Locally-induced Hyperthermia for Cancer Therapy," *Journal of Microwave Power*, **14**, 339-350.

WANG J.S. et MITTRA R., (1994), "Finite element analysis of MMIC structures and electronic packages using absorbing boundary conditions", *IEEE MTT*, **42**, pp. 441-449.

WHAYNE J.G., NATH S., et HINES D.E., (1994). "Microwave Catheter Ablation of myocardium in Vitro," *Circulation*, **89**, 2390-2395 .

WONNEL T.L., STAUFFER P.R., et LANGBERG J.J., (1992). "Evaluation of Microwave and Radiofrequency Catheter Ablation in a Myocardium-Equivalent Phantom Model", *IEEE trans.Biomed.Eng.*, **BME. 39**, 1086-1095.

# ANNEXE A

## La méthode vectorielle des éléments finis

Multiplions l'équation vectorielle compacte de Maxwell (Lorain et al., 1970) par  $W_m$  qui représente la fonction de pondération, on aura:

$$W_m \cdot \left( \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) - k_o^2 \epsilon_c \mathbf{E} \right) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$k_o^2 = \omega^2 \mu_o \epsilon_o$$

où  $\epsilon_c$  est la permittivité complexe,  $\epsilon_c = \epsilon' - j \epsilon'' = \epsilon_r - j \sigma / \omega \epsilon_o$ .  $\sigma$  est la conductivité électrique apparente due aux charges mobiles et aux oscillations des moments dipolaires.

En se servant de l'identité vectorielle suivante:

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (\text{A.2})$$

remplaçons  $\nabla \times \mathbf{E}$  par  $\mathbf{A}$  ainsi que  $W_m$  par  $\mathbf{B}$  dans l'identité précédente, on aura:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{W}_m dV - k^2 \int_{\Omega} \epsilon_c \mathbf{E} \cdot \mathbf{W}_m dV + \int_{\Omega} \frac{1}{\mu_r} \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E} \times \mathbf{W}_m) dV = 0 \quad (\text{A.3})$$

Afin d'éliminer les termes aux dérivées partielles d'ordre 2, on applique le théorème de divergence:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{A} dV = \int_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{A.4})$$

Ainsi l'équation A.3 aura la forme suivante:

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{W}_m) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_c \mathbf{W}_m \cdot \mathbf{E} \right] dV - \int_S \left[ \frac{1}{\mu_r} \mathbf{W}_m \times (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (\text{A.5})$$

### Les termes de l'intégrale de surface

La surface externe du modèle est composé du port d'alimentation de la ligne coaxiale (désigné par  $\Gamma_1$ ) et du reste de la frontière (désigné par  $\Gamma_2$ ) comme montré à la figure 3.1.

Ainsi le terme de l'intégrale de surface de la formulation bilinéaire A.5 sera décomposé en deux termes correspondant aux deux surfaces.

$$\int_S = \int_{\Gamma_1} + \int_{\Gamma_2} \quad (\text{A.6})$$

Afin d'appliquer la condition absorbante sur la surface ( $\Gamma_1$ ), on exprime le champ électrique et l'opérateur rotationnel en termes de leurs composantes transverses et longitudinales, i.e.,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + E_z \mathbf{z} \quad (\text{A.7})$$

et

$$\nabla = \nabla_t + \nabla_z = \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{z} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{avec } \nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{x} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{y}$$

Utilisons (A.5) avec (A.7) et (A.8) et décomposons de la même façon  $\mathbf{W}_m$ , on peut simplifier le terme du flux d'énergie sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_m \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= (\mathbf{W}_t + \mathbf{W}_z) \times (\nabla_t + \nabla_z) \times (\mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z) = \\
&= (\mathbf{W}_t + \mathbf{W}_z) \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_t + \nabla_t \times \mathbf{E}_z + \nabla_z \times \mathbf{E}_t + \underbrace{\nabla_z \times \mathbf{E}_z = 0}) = \\
&\quad \left[ \mathbf{W}_t \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) + \mathbf{W}_t \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_z) + \mathbf{W}_t \times \left( \mathbf{z} \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} \right) \right] + \quad (\text{A.9}) \\
&\quad \left[ \underbrace{(\mathbf{W}_z \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) = 0)} + \mathbf{W}_z \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_z) + \mathbf{W}_z \times \left( \mathbf{z} \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} \right) \right]
\end{aligned}$$

Les termes soulignés s'annulent car les vecteurs correspondants sont parallèles. En multipliant cette dernière équation par le vecteur unitaire normal à la surface transverse avant de l'intégrer, on remarque que les termes suivants s'annulent:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{W}_t \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_t)) \cdot \mathbf{n} &= 0 \\
(\mathbf{W}_z \times (\nabla_t \times \mathbf{E}_z)) \cdot \mathbf{n} &= 0 \\
(\mathbf{W}_z \times (\mathbf{z} \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z})) \cdot \mathbf{n} &= 0
\end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

vu que les vecteurs correspondants sont normaux au vecteur  $\mathbf{n}$ .

Sachant que le champ comprend un champ incident  $\mathbf{E}^i$  et un champ réfléchi  $\mathbf{E}^r$  au plan  $z=0$  où  $d\mathbf{S} = -z dS$ , i.e.,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r \quad (\text{A.11})$$

et qu'on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_t^i}{\partial z} \Big|_{z=0} &= -j\beta E_t^i \Big|_{z=0} \\ \text{alors que} \quad \frac{\partial E_t^r}{\partial z} \Big|_{z=0} &= +j\beta E_t^r \Big|_{z=0} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

où le champ incident est

$$\mathbf{E}^i = \frac{1}{r} e^{-j\beta z} \mathbf{r} \quad (\text{A.13})$$

Ainsi, en remplaçant (A.12-13) dans (A.9) après l'élimination des termes nuls, la forme finale du flux à travers le port d'alimentation sera

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_1} \left[ \frac{1}{\mu_r} \mathbf{W}_m \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) \right] n dS &= \\ \left( \int_{\Gamma_1} \frac{1}{\mu_r} [\gamma (\mathbf{W}_r \cdot \mathbf{E}_r) - (\nabla_r \cdot \mathbf{W}_r) E_z] dS \right) \Big|_{z=0} & \\ -2\gamma \left( \int_{\Gamma_1} \frac{1}{\mu_r} (\mathbf{W}_r \cdot \mathbf{E}_r) dS \right) \Big|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Par définition de la fonction de base  $\mathbf{W}_{mn}$  (Lee et al., 1993), on aura

$$\nabla_r \cdot \mathbf{W}_m = \sum_{m,n} V_{\tau_{mn}} (\nabla_r \cdot \mathbf{W}_{mn}) = 0 \quad (\text{A.15})$$

On pourrait appliquer la condition de radiation de premier ordre aux différentes surfaces latérales et transversales ( $\Gamma_2$ ). Toutefois, les milieux considérés sont avec perte ce qui signifie que le champ est fortement atténué à la surface externe du modèle et que presque toute l'énergie est confinée au voisinage de l'antenne:

$$\frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial n} = -\gamma \mathbf{E}_t \quad (\text{A.16})$$

Où  $\mathbf{n}$  désigne la normale à la surface ( $\mathbf{n} = \mathbf{z}$  pour la surface transverse et  $\mathbf{n} = \mathbf{r}$  pour la surface latérale). Cette condition provient de l'approximation du champ réfléchi  $\mathbf{E}^r$  par l'expansion de Wilcox (Wang, 1995):

$$\mathbf{E}^r(R, \theta, \phi) = \frac{e^{-\gamma R}}{4\pi R} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathbf{E}_n(\theta, \phi)}{R^n} \quad (\text{A.17})$$

Incorporons la condition (A.16) dans le terme du flux à travers les surfaces externes on aura:

$$\int_{\Gamma_2} \left[ \frac{1}{\mu_r} \mathbf{W}_m \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) \right] n dS = \int_{\Gamma_2} \frac{1}{\mu_r} \gamma (\mathbf{W}_t \cdot \mathbf{E}_t) n dS \quad (\text{A.18})$$

Finalement, la formulation bilinéaire (A.5) peut être réécrite, en utilisant les équations (A.14-18), comme:

### Discrétisation

Pour l'élément triangulaire montré à la figure A.1, le champ électrique transverse  $E_t$

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{W}_m) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_o^2 \epsilon_c \mathbf{W}_m \cdot \mathbf{E} \right] dV \\
 & + \left( \int_{\Gamma_1} \frac{1}{\mu_r} [\gamma \mathbf{W}_t \cdot \mathbf{E}_t] dS \right) \Big|_{z=0} \\
 & - \left( \int_{\Gamma_2} \frac{1}{\mu_r} [\gamma \mathbf{W}_t \cdot \mathbf{E}_t] dS \right) \\
 & - 2\gamma \left( \int_{\Gamma_1} \frac{1}{\mu_r} (\mathbf{W}_t \cdot \mathbf{E}_t^i) dS \right) \Big|_{z=0} = 0
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

s'exprime comme une combinaison de fonctions vectorielles  $\mathbf{W}_t$

$$\mathbf{E}_t = \sum_{m=1}^3 e_{tm} \mathbf{W}_{tm} \tag{A.20}$$

où  $e_{tm}$  est l'inconnue du côté  $m$  du triangle et  $\mathbf{W}_{tm}$  définie par:

$$\mathbf{W}_{tm} = L_{tm} (\alpha_i \nabla_t \alpha_j - \alpha_j \nabla_t \alpha_i) \tag{A.21}$$

s'exprime comme une combinaison de fonctions vectorielles  $W_i$ ,

$$\mathbf{E}_i = \sum_{m=1}^3 e_{im} \mathbf{W}_{im} \quad (\text{A.20})$$

où  $e_{im}$  est l'inconnue du côté  $m$  du triangle et  $\mathbf{W}_{im}$  définie par:

$$\mathbf{W}_{im} = L_{im}(\alpha_i \nabla_i \alpha_j - \alpha_j \nabla_i \alpha_i) \quad (\text{A.21})$$

$\alpha_i$  est la fonction de Lagrange de 1<sup>er</sup> ordre associé au noeud 1, 2, et 3 du triangle élémentaire;

et  $L_{im}$  est la longueur du côté  $m$  connectant les noeuds  $i$  et  $j$ . Alors, on a

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{i1} &= L_{i1}(\alpha_1 \nabla_i \alpha_2 - \alpha_2 \nabla_i \alpha_1) \\ \mathbf{W}_{i2} &= L_{i2}(\alpha_2 \nabla_i \alpha_3 - \alpha_3 \nabla_i \alpha_2) \\ \mathbf{W}_{i3} &= L_{i3}(\alpha_3 \nabla_i \alpha_1 - \alpha_1 \nabla_i \alpha_3) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Pour les trois inconnues  $e_{im}$ , On peut démontrer que

$$\mathbf{t}_{im} \cdot \mathbf{E}_i = e_{im} \quad (\text{sur le côté } m) \quad (\text{A.23})$$

$\mathbf{t}_{im}$  est le vecteur unitaire le long du côté  $m$ . Par exemple,

$$\mathbf{t}_{i1} = \frac{(r_2 - r_1)\mathbf{r} + (z_2 - z_1)\mathbf{z}}{L_{i1}} \quad (\text{A.24})$$

pour le côté 1 connectant les noeuds 1 et 2. En d'autres termes, l'inconnue  $e_{im}$  représente la

composante tangentielle du champ électrique sur le côté  $m$ . Ainsi, pour imposer un champ électrique nul sur le côté  $m$  d'un conducteur, il suffit de mettre  $e_{tm} = 0$ .

En utilisant coordonnées globales (A.3-A.5), les fonctions de base données par (A.21) peuvent être exprimées ainsi

$$W_{tm} = \frac{L_{tm}}{4A^2} [(A_m + B_m z)r + (C_m + D_m r)z] \quad (\text{A.25})$$

où

$$\begin{aligned} A_m &= a_i b_j - a_j b_i \\ B_m &= c_i b_j - c_j b_i \\ C_m &= a_i c_j - a_j c_i \\ D_m &= b_i c_j - b_j c_i = -B_m \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

L'équation (A.25) nous donne que  $\nabla_t \cdot \mathbf{W}_m = 0$ , ce qui signifie un champ sans divergence; alors,  $\nabla_t \cdot \mathbf{E}_t = 0$ .

En remplaçant (D.20) dans (D.19) et sachant que l'élément de volume  $dV = 2\pi r ds$ , on aura la forme discrétisée de la forme faible.

## ANNEXE B

### La méthode nodale des éléments finis

Cet annexe traite du développement de la méthode des éléments finis utilisée afin de résoudre l'équation suivante:

$$F(\phi) = \nabla \cdot (k \nabla \phi) + \alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} + Q = 0 \quad (\text{B.1})$$

Cette équation sert à résoudre le problème électrique ( $\phi = \text{potentiel } V$ ) et le problème thermique ( $\phi = \text{température } T$ ) selon les valeurs attribuées à ses coefficients. Etant donné que notre modèle est axisymétrique, l'équation B.1 peut s'écrire en coordonnées cylindriques radiale  $r$  et axiale  $z$ :

$$F(\phi) = \alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rk \frac{\partial \phi}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial \phi}{\partial z}) + Q = 0 \quad (\text{B.2})$$

### Elément triangulaire linéaire

Vu la symétrie du modèle, l'étude sera consacrée à une coupe bidimensionnelle du modèle dans le plan méridien. Le modèle est alors discrétisé en éléments triangulaires du 1<sup>er</sup> ordre (où il y a juste trois noeuds dans chaque élément). Un élément triangulaire linéaire à trois noeuds  $i$ ,  $j$ , et  $k$  est montré à la figure B.1.A Par convention, les noeuds associés à chaque élément sont arrangés dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

#### Les coordonnées globales:

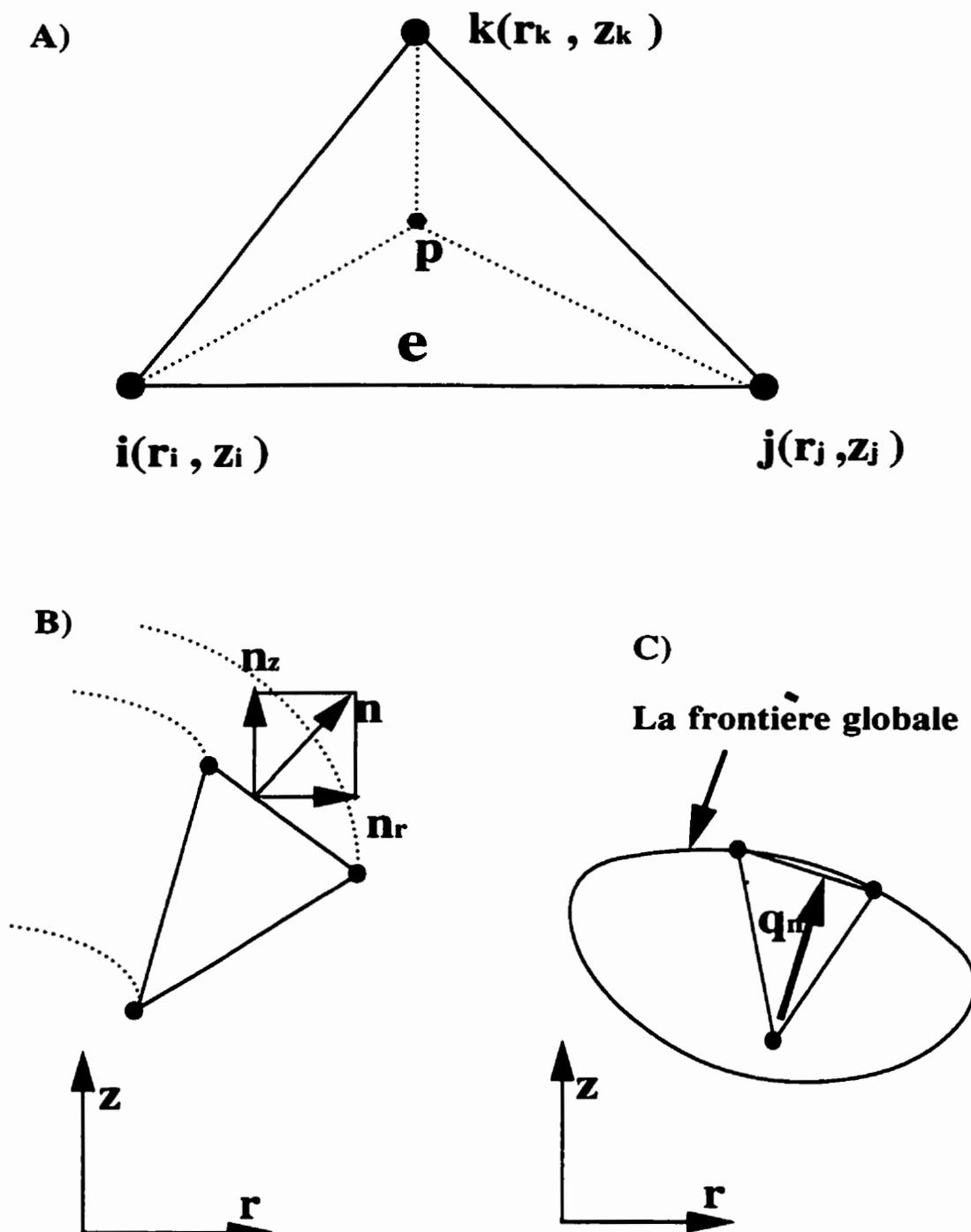
Dans chaque élément, la solution approximative  $\Phi$  s'exprime par le monôme:

$$\phi = c_1 + c_2 r + c_3 z \quad (\text{B.3})$$

Sachant que les valeurs de  $\Phi$  aux noeuds du triangle sont désignées par  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$ , et  $\Phi_k$  respectivement,  $\Phi$  s'exprime en fonction de ces valeurs et des fonctions d'interpolation  $N(r,z)$ :

$$\phi = N_i(r,z)\phi_i + N_j(r,z)\phi_j + N_k(r,z)\phi_k \quad (\text{B.4})$$

On peut démontrer que les fonctions d'interpolation  $N(r,z)$  s'expriment linéairement en fonction des variables nodales. L'expression matricielle sera



**Figure B.1** A)- Élément triangulaire  $e$  avec trois noeuds  $i$ ,  $j$ , et  $k$  placés aux sommets du triangle et exprimés en coordonnées globales. B)- Le vecteur unitaire  $n$  normal au côté situé sur la frontière externe. C)- Le flux positif  $q_n$  sortant du triangle à la frontière.

$$\begin{bmatrix} N_i(r, z) \\ N_j(r, z) \\ N_k(r, z) \end{bmatrix} = [1 \ z \ r] \begin{bmatrix} 1 & z_i & r_i \\ 1 & z_j & r_j \\ 1 & z_k & r_k \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{B.5})$$

Un nouveau type de coordonnées normalisées est introduit à la section suivante pour permettre d'évaluer plusieurs intégrales.

### Les coordonnées de surface

Soit  $p$  un point arbitraire dans l'élément triangulaire comme montré à la figure B.1.

Les coordonnées de surface  $L_i$ ,  $L_j$ , et  $L_k$  sont définies comme suit:

$$\begin{aligned} L_i &= \frac{\text{surface du triangle } pjk}{\text{surface du triangle } ijk} \\ L_j &= \frac{\text{surface du triangle } pki}{\text{surface du triangle } ijk} \\ L_k &= \frac{\text{surface du triangle } pij}{\text{surface du triangle } ijk} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

On peut démontrer que les fonctions d'interpolation  $N(r,z)$  sont égales aux coordonnées de surface  $L(r,z)$  le calcul de l'intégrale de ces termes sera effectué à l'aide de la formule suivante:

$$\int_A L_i^l L_j^m L_k^n dA = \frac{l!m!n!}{(l+m+n+2)!} 2A \quad (\text{B.7})$$

où  $l$ ,  $m$ , et  $n$  sont des entiers et  $A$  désigne la surface de l'élément triangulaire.

### La formulation de la méthode

Soit  $\mathbf{N}$  un vecteur qui représente les fonctions d'interpolation et qui est défini comme suit:

$$\mathbf{N} = [N_i \ N_j \ N_k] \quad (\text{B.8})$$

dans chaque élément  $e$ , la formule faible de (A.2) est donnée par (Reddy, 1984):

$$\int_{V^e} \mathbf{N}^T \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial \phi}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial \phi}{\partial z}) + \alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} + Q \right] dV = 0 \quad (\text{B.9})$$

Vu la symétrie par rapport à l'axe  $z$ , l'élément de volume  $dV$  soutenu par l'élément de surface  $(dr.dz)$  de notre coupe, peut s'exprimer par

$$dV = 2\pi r dr dz \quad (\text{B.10})$$

En substituant  $dV$  par sa valeur dans l'équation (B.9), on remarque que le domaine d'intégration se transforme d'un volume  $V^e$  à une surface  $A^e$  de l'élément  $e$ :

$$\begin{aligned}
& 2\pi \left[ \int_{A^e} N^T \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) dr dz + \int_{A^e} N^T \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) r dr dz \right] + \\
& 2\pi \left[ \int_{A^e} N^T Q r dr dz + \int_{A^e} N^T \alpha r \frac{\partial \phi}{\partial t} dr dz \right] = 0
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Puisque  $r$  est indépendant de  $z$ , on peut noter que:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) r = \frac{\partial}{\partial z} \left( kr \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \tag{B.12}$$

Si maintenant, on applique le théorème de Green-Gauss (voir l'appendice D) aux deux premiers termes dans l'équation (B.10) qui impliquent des dérivées secondes, en désignant par  $\gamma$ ,  $p_r$  et  $p_z$  les valeurs suivantes:

$$\gamma = N^T; \quad p_r = kr \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad p_z = k \frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{B.13}$$

On aura juste des termes jusqu'au dérivées premières

$$\begin{aligned}
& 2\pi \int_{C^e} N^T kr \frac{\partial \phi}{\partial r} n_r dC - 2\pi \int_{A^e} \frac{\partial N^T}{\partial r} kr \frac{\partial \phi}{\partial r} dr dz + \\
& 2\pi \int_{C^e} N^T k \frac{\partial \phi}{\partial z} n_z dC - 2\pi \int_{A^e} \frac{\partial N^T}{\partial z} k \frac{\partial \phi}{\partial z} dr dz \\
& 2\pi \int_{A^e} N^T Q r dr dz + 2\pi \int_{A^e} N^T \alpha r \frac{\partial \phi}{\partial t} dr dz = 0
\end{aligned} \tag{B.14}$$

où  $C_e$  désigne le contour du triangle parcouru dans le sens contraire des aiguilles d'une montre,  $n_r$  et  $n_z$  sont les composantes du vecteur  $\mathbf{n}$  normal au côté du triangle et dirigé vers l'extérieur comme montré à la figure B.1.B. La continuité du flux thermique ou de densité de courant à travers les interfaces internes du modèle, réduit le contour  $C_e$  à la frontière globale externe.

Dans le cas du problème thermique, le flux thermique à travers les frontières du triangle est égal au flux de convection s'il y a lieu. Sachant que le flux sortant  $q_n$  d'un côté du triangle situé aux frontières est considéré positif, la loi de Newton de refroidissement permet d'écrire:

$$q_n = -k \frac{\partial \phi}{\partial r} n_r - k \frac{\partial \phi}{\partial z} n_z = h_f (\phi - \phi_f) \quad (\text{B.15})$$

où l'indice  $f$  désigne le fluide correspondant qui peut être l'air ou le sang.

La solution  $\Phi$  peut s'exprimer dans chaque triangle sous forme matricielle comme suit:

$$\phi = \mathbf{N} \mathbf{a}^e \quad (\text{B.16})$$

où  $\mathbf{a}^e$  est le vecteur des variables nodales pour l'élément et  $\mathbf{N}$  est la matrice des fonctions d'interpolation. En remplaçant (B.12) et (B.13) dans (B.11), la dernière aura la forme suivante:

$$\mathbf{C}^e \dot{\mathbf{a}}^e + (\mathbf{K}_{rr}^e + \mathbf{K}_{zz}^e + \mathbf{K}_{cb}^e + \mathbf{K}_p^e) \mathbf{a}^e = \mathbf{f}_Q^e + \mathbf{f}_{cb}^e + \mathbf{f}_p^e \quad (\text{B.17})$$

ou  $\mathbf{C}^e \dot{\mathbf{a}}^e + \mathbf{K}^e \mathbf{a}^e = \mathbf{f}^e$

où la matrice  $\mathbf{C}^e$ , nommée matrice de capacitance, est définie par:

$$\mathbf{C}^e = \int_{A^e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \alpha r dr dz \quad (\text{B.18})$$

les matrices  $\mathbf{K}$  sont définies par:

$$\mathbf{K}_{rr}^e = 2\pi \int_{A^e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial r} k r \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial r} dr dz$$

$$\mathbf{K}_{zz}^e = 2\pi \int_{A^e} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} k r \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} dr dz \quad (\text{B.19})$$

et  $\mathbf{K}_{cb}^e = 2\pi \int_{C^e} \mathbf{N}^T \mathbf{N} h_f r dC$

et les vecteurs  $\mathbf{f}$  par:

$$\mathbf{f}_Q^e = 2\pi \int_{A^e} \mathbf{N}^T Q r dr dz$$

$$\text{et } \mathbf{f}_{cb}^e = 2\pi \int_{C^e} \mathbf{N}^T h_f r \phi_f dC \quad (\text{B.20})$$

L'assemblage approprié de toutes les matrices élémentaires conduit à une équation matricielle de la forme

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (\text{B.21})$$

où la dimension des vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{f}$  est égale au nombre des noeuds du maillage,  $n$  par exemple, alors que  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K}$  sont des matrices carrées d'ordre  $n \times n$ .

### La méthode de la différence finie rétrograde

Si la dérivée de  $\mathbf{a}$  par rapport au temps est exprimée en sens rétrograde (par rapport au temps), on peut écrire:

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{a}(t) - \mathbf{a}(t-\Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{B.22})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (B.14), on aura:

$$[\mathbf{C}^e + \mathbf{K}^e \Delta t] \mathbf{a}(t) = \mathbf{C}^e \mathbf{a}(t-1) + \mathbf{f}^e(t) \Delta t \quad (\text{B.23})$$

Notons que les arguments  $t$  et  $t-\Delta t$  sont relatifs; c.à.d, rien ne change si on les remplace par  $t+\Delta t$  et  $t$  respectivement. Si maintenant on désigne par l'indice  $i$  et  $i+1$  les instants  $t$  et  $t+\Delta t$ , respectivement, alors l'équation de la méthode de la différence finie rétrograde sera donnée par:

$$[\mathbf{C}^e + \mathbf{K}^e \Delta t] \mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{C}^e \mathbf{a}_i + \mathbf{f}_{i+1}^e \Delta t \quad (\text{B.24})$$

### La méthode de la différence centrale

Si maintenant, au lieu d'évaluer les termes de l'équation (B.14) à l'instant  $t$  et  $t+\Delta t$ , nous essayons de prendre la valeur moyenne pour ces deux instants, nous avons

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{a}(t + \Delta t) + \mathbf{a}(t)}{2}$$

$$\text{et } \mathbf{f} = \frac{\mathbf{f}(t + \Delta t) + \mathbf{f}(t)}{2}$$
(B.25)

Si nous remplaçons ces valeurs dans (B.14) et nous utilisons les indices  $i$  et  $i+1$ , nous aurons l'équation suivante:

$$\left( \mathbf{C}^e + \frac{\mathbf{K}^e \Delta t}{2} \right) \mathbf{a}_{i+1} = \left( \mathbf{C} - \frac{\mathbf{K} \Delta t}{2} \right) \mathbf{a}_i + \frac{(\mathbf{f}_i + \mathbf{f}_{i+1}) \Delta t}{2}$$
(B.26)

c'est un système de  $n$  équations à  $n$  inconnues où le vecteur  $\mathbf{a}_{i+1}$  représente la solution.

## **ANNEXE C**

### **Méthodologie de la technique numérique**

La solution numérique d'un modèle théorique comporte trois étapes principales: le prétraitement, le traitement et le post-traitement.

#### **Le prétraitement ( Preprocessing)**

Cette étape consiste à discrétiser la géométrie du modèle c.à.d à créer un maillage. Pour un modèle axisymétrique, un maillage bidimensionnel est suffisant. Au début, un mailleur commercial a été utilisé (Patran, PDA Engineering) mais nous avons ensuite développé notre propre mailleur à cause du manque de flexibilité du mailleur commercial. Tout mailleur bidimensionnel ayant la capacité de numéroter les côtés des éléments peut être utilisé, vu qu'on calcule le champ électrique sur le côté de l'élément. Pour avoir une solution convergente, le nombre de noeuds variait entre 4000 et 6000 avec un nombre de côtés qui varie entre 10000 et 13000. Un exemple du maillage a été montré à la figure 5.2b où on a une haute densité de noeuds au voisinage de l'antenne où le gradient du champ électrique et de la température est très élevé.

### Le traitement (processing)

Une fois que les matrices globales qui englobent toutes les contributions de tous les éléments du maillage ont été assemblées (voir les annexes A et B), on applique les conditions aux frontières appropriées qui sont du genre:

1- Dirichlet (champ électrique tangential nul sur un conducteur, potentiel constant sur l'électrode ou température constante dans le sang, voir chapitre 4 et annexe A)

2- Neumann (densité de courant nul sur la frontière externe du modèle RF, voir chapitre 4)

3- Mixte (condition d'absorption au port d'alimentation, condition de radiation, condition de convection thermique). Dans la condition d'absorption, le champ électrique incident est donné par la formule:

$$E^i = \alpha \frac{1}{r} e^{-jk_z z} \quad (\text{C.1})$$

où  $\alpha$ , l'amplitude du champ incident, est déterminé à partir de la puissance incidente  $P_i$  (Lorrain, 1970) appliquée sur le port:

$$\alpha = \frac{\sqrt{(120P_d)}}{\log(a/b)\sqrt{\epsilon_r}} \quad (\text{C.2})$$

où a et b correspondent aux rayons externe et interne de la ligne coaxiale respectivement, et  $\epsilon_r$  est la permittivité relative du diélectrique.

La résolution de la matrice est délicate vu qu'elle est de grande dimension (5000-13000) mais elle est dispersée (sparse) dans une bande centrée sur la diagonale. Pour cela, on a utilisé des techniques numériques appropriées qui sont détaillées dans plusieurs manuels d'analyse numérique. Nous avons utilisé la méthode directe de Cholesky LU (Reddy, 1984) pour résoudre la matrice réelle thermique et RF. Pour le calcul du champ électrique en micro-onde, nous avons utilisé soit la méthode directe LU complexe soit la méthode itérative QMR (quasi-minimal residual) (Freund et al., 1991)

On calcule le champ électrique au centre de chaque élément suivant l'équation (A.20) dans le cas du problème micro-onde alors que dans le cas du problème RF, on dérive le champ électrique à partir du potentiel V calculé.

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{n}_r - \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{n}_z \quad (\text{C.3})$$

Finalement, la densité de puissance moyenne dissipée  $P_d$ , dans un milieu de conductivité  $\sigma$  est égale à

$$P_d = \frac{\sigma E^2}{2} \quad (\text{C.4})$$

où E représente la valeur maximale du champ électrique.

### Le post-traitement (post-processing)

Pour calculer la puissance totale dissipée P dans tout le système, on somme Pd sur tous les volumes élémentaires, comme suit:

$$P = \int_V \frac{\sigma}{2} |E|^2 dV = \pi \int_S \sigma |E|^2 r dr dz = \sum_{e=1}^{n_e} P_e \quad (\text{C.5})$$

où V est le volume du modèle, S est la surface d'une coupe du modèle dans le plan (r,z) et  $P_e$  est la puissance dissipée dans chaque élément.

Pour calculer le coefficient de réflexion, on se rappelle que:

$$E = E^i + E^r = E^i(1 + \Gamma) \quad (\text{C.6})$$

ce qui veut impliquer que:

$$\Gamma = \frac{\int_S E \times H^{i*} dS}{\int_S E^i \times H^{i*} dS} - 1 = \frac{\int_r E \times H^{i*} r dr}{\alpha \log(a/b)} - 1 \quad (\text{C.7})$$

$H^i$  étant le champ magnétique incident, on calcule le champ E sur le port et ainsi on déduit le coefficient de réflexion.

Pour afficher nos résultats, on s'est servi de l'utilité graphique commerciale "Tecplot" (Amtec). Présentement, la plupart des utilités graphiques peuvent faire le travail.

## ANNEXE D

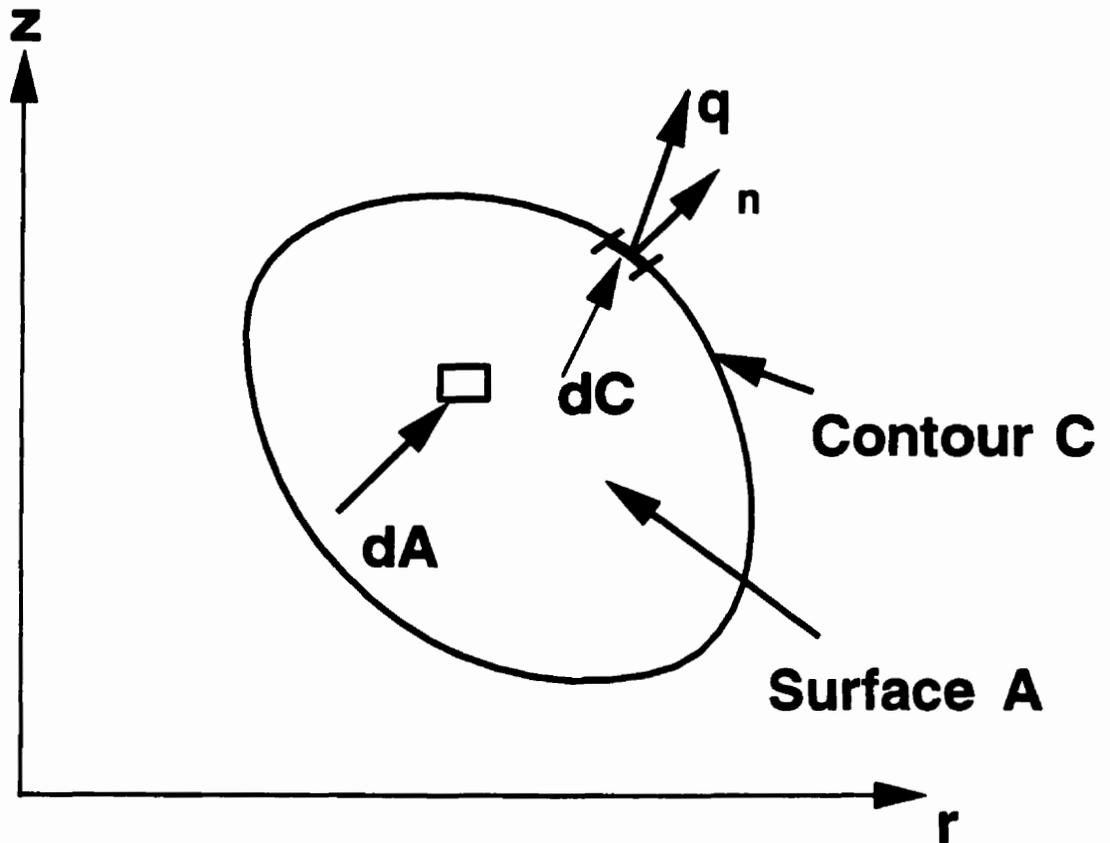
### Théorème de Green-Gauss

Le théorème de Green-Gauss peut être dérivé du théorème de la divergence. Le théorème de la divergence énonce que l'intégrale de la divergence d'un vecteur sur un volume  $V$  est égale au flux de ce vecteur à travers la surface fermée  $S$  qui délimite le volume  $V$ . La formule mathématique de ce théorème est la suivante:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{q} dV = \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{D.1})$$

où  $\mathbf{q}$  est un vecteur quelconque,  $dV$  est l'élément du volume,  $dS$  est l'élément de la surface délimitant le volume  $V$ , et  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire normal à la surface et dirigé vers l'extérieur du volume. L'équation (D.1) peut représenter la forme bidimensionnelle du théorème de la divergence si  $V$  est interprété comme une surface  $A$  ouverte et  $S$  comme le contour qui entoure la surface  $A$ , comme montré à la figure (D.1). Dans ce cas, l'équation (D.1) s'écrit comme suit:

$$\int_A \nabla \cdot \mathbf{q} dS = \int_C \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dC \quad (\text{D.2})$$



**Figure D.1** Définition des termes utilisés dans la formule bidimensionnelle du théorème de la divergence.

L'intégration le long du chemin C doit être dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Afin de dériver le théorème de Green-Gauss dans le cas bidimensionnel, supposons que le vecteur  $\mathbf{q}$  est le produit d'un scalaire  $\gamma$  et d'un vecteur  $\mathbf{p}$

$$\mathbf{q} = \gamma \mathbf{p} \quad (\text{D.3})$$

Substituons (D.3) dans (D.2), on obtiendra:

$$\int_A \nabla \cdot (\gamma \mathbf{p}) dA = \int_C \gamma \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{D.4})$$

sachant que:

$$\nabla \cdot (\gamma \mathbf{p}) = \gamma \nabla \cdot \mathbf{p} + \nabla \gamma \cdot \mathbf{p} \quad (\text{D.5})$$

où  $\nabla \gamma$  désigne le gradient du scalaire  $\gamma$ . Alors (D.4) s'écrit comme suit:

$$\int_A \gamma \nabla \cdot \mathbf{p} dA = \int_C \gamma \mathbf{p} \cdot \mathbf{n} dC - \int_A \nabla \gamma \cdot \mathbf{p} dA \quad (\text{D.6})$$

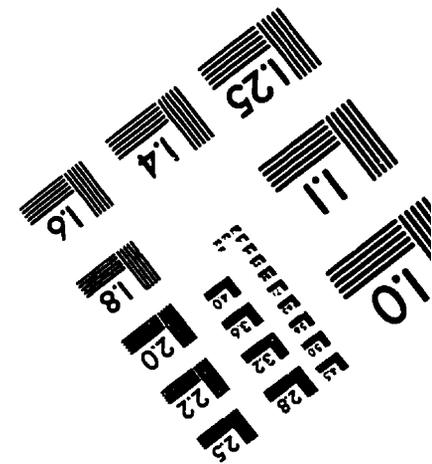
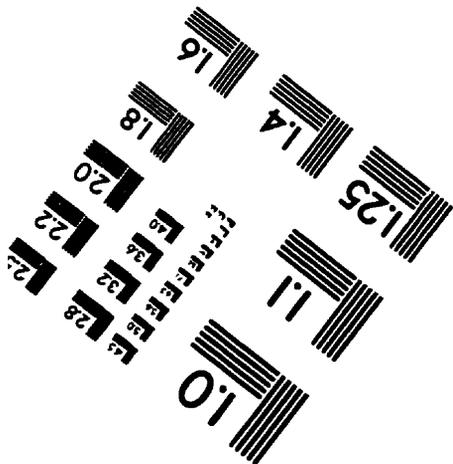
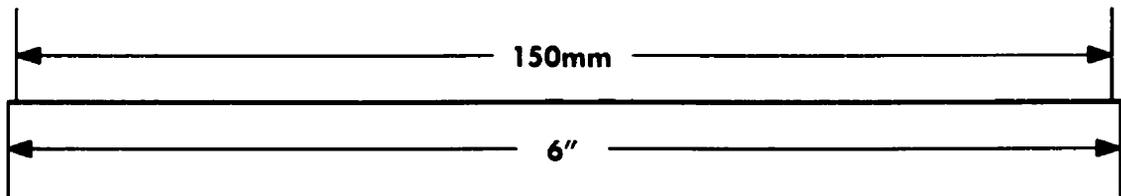
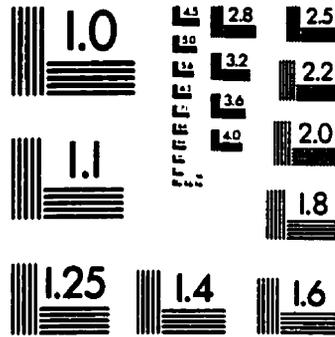
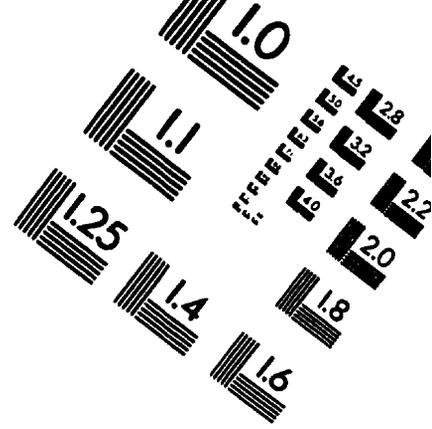
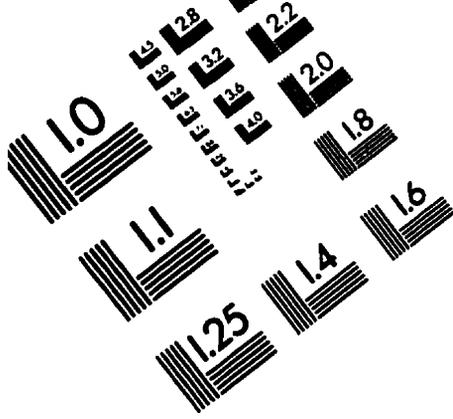
Soient  $p_r$  et  $p_z$  les composantes de  $\mathbf{p}$ . Ces composantes sont indépendantes l'une de l'autre.

Il s'ensuit que:

$$\int_A \gamma \frac{\partial p_r}{\partial r} dA = \int_C \gamma p_r n_r dC - \int_A \frac{\partial \gamma}{\partial r} p_r dA \quad (\text{D.7})$$

$$\text{et } \int_A \gamma \frac{\partial p_z}{\partial z} dA = \int_C \gamma p_z n_z dC - \int_A \frac{\partial \gamma}{\partial z} p_z dA \quad (\text{D.8})$$

où  $n_r$  et  $n_z$  sont les composantes du vecteur unitaire normal  $\mathbf{n}$ .



**APPLIED IMAGE, Inc**  
 1653 East Main Street  
 Rochester, NY 14609 USA  
 Phone: 716/482-0300  
 Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved