

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

AFFECTATION DES LOCOMOTIVES AUX TRAINS

KOORUSH ZIARATI

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)

(MATHÉMATIQUES DE L'INGÉNIEUR)

MARS 1997

© Koorush Ziarati, 1997.



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

Acquisitions et
services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26444-0

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

AFFECTATION DES LOCOMOTIVES AUX TRAINS

présentée par: ZIARATI Koorush

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. SAVARD Gilles, PH.D., président du jury

M. SOUMIS François, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. DESROSIERS Jacques, Ph.D., membre

M. SOLOMON Marius M., Ph.D., membre externe

À mon épouse Yamina

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma gratitude envers mon directeur de recherche, le professeur François Soumis, pour sa confiance, sa générosité, sa disponibilité ainsi que toute l'aide morale et matérielle qu'il m'a accordée tout au long de cette thèse de doctorat.

J'exprime ma reconnaissance au professeur Jacques Desrosiers pour ses nombreux et précieux conseils, pour tout le temps qu'il a consacré et pour l'intérêt qu'il a porté à cette recherche. Je voudrais remercier professeur Gilles Savard qui a accepté de présider le jury de cette thèse et le professeur Marius Solomon, le membre externe de jury.

Un remerciement bien particulier à mon amie Sylvie Gélinas, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler au sein du groupe de rail pendant ces trois dernières années. Je voudrais aussi remercier tous mes collègues du GERAD et du département de mathématiques et de génie industriel.

RÉSUMÉ

Le problème d'affectation des locomotives aux trains est d'une grande importance pour les compagnies ferroviaires à cause du coût élevé d'opération des locomotives. Il s'agit d'assurer la puissance nécessaire pour tirer les trains selon l'horaire prévu à partir des différents types de locomotives disponibles. Chaque train possède une liste de types de locomotives préférées. La puissance requise pour un train est déterminée en fonction du poids du train, de la longueur du train et du segment de route choisi. Il faut aussi acheminer dans un certain délai les locomotives nécessitant une inspection ou une réparation vers les ateliers appropriés .

Ces problèmes d'affectation se divisent en deux catégories: des problèmes de planification et des problèmes opérationnels. Nous nous intéressons dans cette thèse à un problème opérationnel défini sur un horizon d'une semaine. Ce problème est traité en utilisant deux modules, les modules stratégique et tactique. Le module stratégique détermine la première répartition de types des locomotives dans le réseau sur un horizon d'une semaine. Le module tactique détermine l'assignation de chaque locomotive sur un horizon de vingt-quatre heures en considérant des objectifs et des contraintes plus détaillés.

Le problème stratégique a été modélisé sous forme d'un problème de flot multi-commodités avec des contraintes supplémentaires. Vu la taille du problème d'environ 1300 locomotives et quelque 2000 trains dans le cas d'une grande compagnie comme le Canadian National North America (CN), nous avons procédé par la division du problème en problèmes de plus petite taille, soit de 500 à 1000 trains. Chacun de ces

derniers problèmes est résolu en utilisant la méthode de décomposition de Dantzig-Wolfe. Les sous-problèmes sont formulés comme des problèmes de plus court chemin avec et sans contraintes. Ce problème stratégique est résolu à l'aide du logiciel GENCOL. Cependant des nouveaux modules ont été développés au niveau de ce logiciel pour pouvoir l'adapter à notre problème.

La traction requise pour un train est exprimée en terme de puissance plutôt qu'en terme de nombre de locomotives. Cette particularité rend la résolution du problème en nombre entier très difficile et engendre un gap d'intégrité important dans le modèle. La solution du problème relaxé est fortement fractionnaire et il a fallu développer un module de branchement très complexe pour satisfaire les exigences opérationnelles. Les coupes supplémentaires ajoutées pour les trains n'ayant pas des contraintes de recouvrement en nombre de locomotives permettent de réduire le gap d'intégrité.

Les résultats sur les données de la compagnie ferroviaire CN indiquent une réduction de 6% du nombre des locomotives utilisées par rapport à la solution actuelle utilisée par cette compagnie. La réduction du même ordre de la consommation totale de puissance montre que la réduction du nombre de locomotives n'est pas obtenue en retirant les locomotives non utilisées du réseau. On réduit réellement l'utilisation totale des locomotives, ce qui permet de réduire leur nombre. Il faut noter que chaque 1% de réduction sur le nombre de locomotives utilisées correspond à l'épargne de 4 millions de dollars par année pour la compagnie. Le gap d'intégrité obtenu dans ce module est d'environ 5.5%.

Au cas où le nombre limité de locomotives dans le réseau ne suffit pas pour

satisfaire toutes les demandes. certaines compagnies ferroviaires louent des locomotives. D'autres compagnies (comme la compagnie CN) préfèrent retarder les trains au lieu de louer des locomotives. Nous avons proposé une heuristique qui trouve une solution réalisable en retardant les horaires des départs de quelques trains dans le réseau. Dans notre heuristique, des retards peuvent être imposés ou non sur un type particulier de trains. Les résultats numériques montrent qu'avec un temps total du retard d'environ 38 heures, tous les trains ont été couverts pour le problème stratégique sur un horizon d'une semaine. De plus en couvrant ces trains on diminue la pénalité de sous-recouvrement et comme ces pénalités étaient importantes dans le coût de la solution en nombre entier, le gap d'intégrité est réduit en moyenne d'environ 2%.

Une seconde réduction du gap d'intégrité a été obtenue en introduisant une série de coupes dans le modèle. Les coupes exactes, appelées facettes, ont été définies pour les compagnies possédant deux types de locomotives. Pour les compagnies ayant plusieurs types de locomotives, chaque train utilise en général, une ou deux types de locomotives. Une heuristique a été proposée afin de générer les facettes pour un sous-ensemble de trains utilisant seulement deux types de locomotives. Les résultats numériques représentent une réduction moyenne de gap d'environ 34% pour le problème du CN avec 26 types différents de locomotives sur des horizons de 1, 2 et 3 jours. En introduisant les coupes dans le modèle, la solution est améliorée et une réduction de 1% du nombre de locomotives utilisées est obtenue pour le problème stratégique sur un horizon d'une semaine.

Le deuxième module qui a été développé est le module tactique. Dans ce module les contraintes opérationnelles ont été considérées à un niveau plus détaillé. Des perturbations dans le réseau causent souvent des retards dans les horaires des

trains au niveau opérationnel. Il faut donc considérer ces retards imprévus dans la modélisation du module tactique. L'objectif du module tactique est de trouver une solution opérationnelle en minimisant les retards et les coûts d'opération. Le module tactique est résolu en divisant le grand problème en petits problèmes au niveau de chaque point de changement de puissance. Chaque problème est modélisé sous forme d'un problème de partitionnement. Des essais ont été réalisés sur des scénarios où des retards sur les arrivées des trains ont été générés aléatoirement avec une durée variant entre une heure et six heures. Bien qu'une estimation réaliste sur le pourcentage des trains arrivant en retard dans le réseau s'élève à 10%, nous avons résolu les problèmes en considérant des scénarios où jusqu'à 50% des trains arrivent en retard. Les nouvelles affectations des locomotives aux trains réduisent d'environ 85% les retards sur les départs des trains par rapport à la solution du module stratégique. Ce résultat est obtenu tout en respectant les routes déterminées par le module stratégique pour les locomotives critiques.

Finalement, il faut noter que le problème stratégique sur un horizon d'une semaine est résolu en moins de 2 heures et 30 minutes. Les 26 problèmes tactiques sont résolus en moins de cinq minutes sans introduction de retards sur les arrivées des trains. En introduisant les retards réalistes sur les arrivées des trains à chaque point de changement de puissance, le module tactique génère les nouvelles affectations des locomotives aux trains en moins de dix minutes pour l'ensemble du réseau.

ABSTRACT

The problem of assigning locomotives to trains is very important for railway companies, in view of the high cost of operating locomotives. The problem is to provide sufficient power to pull trains on fixed schedules, using the different types of available locomotives. A list of preferred locomotives exists for each train. The power required to pull a train is determined according to the train's weight and length, as well as the route segment on which it must travel. Finally, locomotives requiring inspection must be sent to appropriate shops within a given time limit.

These assignment problems can be divided into two categories: the planning problem and the operational problem. This thesis focuses on the operational problem over a one-week horizon. This problem is split into two separate decision levels: the operational strategic level and the operational tactical level. The strategic level determines a power dispatching pattern by day and by locomotive type at power change points. The tactical level involves the specific dispatching of each locomotive over a 24-hour horizon by considering more detailed constraints.

The strategic problem has been modeled as a multi-commodity network flow problem with additional constraints. The application considered for the Canadian National North America railway company (CN) represents a very large scheduling problem. The problem involving about 1300 locomotives and 2000 trains in one week has been decomposed into smaller overlapping problems involving 500 to 1000 trains. Each smaller problem is then solved using a Dantzig-Wolfe decomposition method, where subproblems are formulated as constrained or unconstrained shortest path problems depending on the locomotive type. The problem has been solved

using the GENCOL software. However, this software had to be adapted to our problem and a new module was developed and added to the program.

The force required to pull a train is often expressed in terms of power rather than the number of locomotives. This characteristic complicates the solution process of the integer problem and creates an important integrality gap. The solution of the relaxed problem is strongly fractional and a complex branching module had to be developed to satisfy the operational requirements. Additional cuts have been introduced to further reduce the integrality gap. These cuts involve the trains that do not have covering constraints in terms of the number of locomotives associated with them.

Computational experiments have been conducted using actual data from the company CN. Our results indicate a 6% improvement in terms of the number of locomotives used compared to the current solution of the company. The results also show that there is a similar reduction in the power consumption, proving that the decrease in the number of locomotives is not obtained by removing the unused locomotives in the network. Note that each 1% improvement in the number of locomotives represents a 4 million dollar annual savings for the company. The relative integrality gap obtained in this module is about 5.5%.

When there is an insufficient number of locomotives available in the network, certain companies rent locomotives while others prefer to postpone train departure. We propose a heuristic that finds a feasible solution by delaying the departure of some trains depending on their type. The numerical results show that all the train requirements were satisfied for the strategic problem over a one-week horizon, with a total delay of 38 hours. By satisfying these requirements, the penalties associated

with under-covering are significantly reduced. Since these penalties are important in the integer solution cost, the integrality gap decreases by about 2% on average.

Another way to reduce the integrality gap consists of introducing a series of cuts in the model. These exact cuts, called facets, are defined for companies having two types of locomotives. For companies having several types of locomotives, each train generally uses no more than two types of locomotives. A heuristic method was proposed to generate these facets for the trains which used only two different locomotive types in their consist. The average gap decreased by 34% for the CN problem with 26 types of locomotives over 1-day, 2-day and 3-day horizons. By introducing the cuts in the model, the solution was improved and a reduction of 1% in the number of locomotives was achieved for the strategic problem over a one-week horizon.

The second module that was developed is the tactical module. In this module the operational constraints are considered at a more detailed level. Perturbations in the railway network often produce delays in train scheduling at the operational level. These unexpected delays must be considered in the modeling of the tactical module. The objective of the tactical module is to find an operational solution that minimizes the delays and the operational costs. The tactical module is solved by splitting the overall problem into smaller problems at each power change point. Each problem is modeled as a set-partitioning problem. Experiments have been conducted where the departures of the trains have been randomly delayed for one to six hours. A realistic estimate of the percentage of delayed trains is 10%. However, our problem has been solved considering scenarios where up to 50% of the trains are delayed. The new assignments of the locomotives to the trains reduce the delays in train departures by about 85% compared to the solution of the strategic module.

This result is achieved while respecting the routes derived from the strategic module for the critical locomotives.

Note that the strategic problem over a one-week horizon is solved in less than 2 hours and 30 minutes. The 26 tactical problems are solved in less than 5 minutes without introducing the delays on the train arrivals. By introducing realistic delays on the train arrivals at each power change point, the tactical module produces new locomotive assignments in less than 10 minutes for the overall network.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	iv
REMERCIEMENTS.....	v
RÉSUMÉ.....	vi
ABSTRACT.....	x
TABLE DES MATIÈRES.....	xiv
LISTE DES TABLEAUX.....	xviii
LISTE DES FIGURES.....	xx
LISTE DES SYMBOLES.....	xxi
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 Description du problème.....	7
1.1 Spécifications physiques et données du réseau.....	8
1.2 Objectifs et restrictions du problème.....	11
1.2.1 Module stratégique.....	13
1.2.2 Module tactique.....	14
CHAPITRE 2 Revue de la littérature.....	15
CHAPITRE 3 Module stratégique.....	25

3.1	Modèle général	26
3.2	Adaptation au secteur ferroviaire	30
3.2.1	Définition du réseau	30
3.2.2	Formulation mathématique	33
3.2.3	Pénalité de sous-recouvrement	38
3.3	Approche de résolution	43
3.3.1	Décomposition Dantzig-Wolfe	44
3.4	Stratégie de branchement	49
3.5	Expériences numériques	51
	CHAPITRE 4 Obtention de solutions réalisables en permettant des retards de train	59
4.1	Solution réalisable heuristique	60
4.1.1	Changement de l'horaire des trains non couverts	61
4.1.2	Retarder les prochaines séquences d'un train non couvert	63
4.1.3	Retarder tous les arcs MEP d'un train non couvert	64
4.1.4	Trains express	64
4.2	Qualité de la solution	66
4.2.1	Modèle augmenté	66
4.3	Expériences numériques	68
4.3.1	Résultats du module stratégique	68
4.3.2	Résultats de l'heuristique	70
4.3.3	Qualité des solutions	74

CHAPITRE 5 Amélioration du modèle en introduisant des coupes ..	76
5.1 Revue de la littérature	78
5.1.1 Coupe d'élimination de sous-tours	78
5.1.2 Coupe de peigne	79
5.1.3 Coupe 2-chemins	82
5.1.4 Autres coupes	82
5.2 Premier consist réalisable	83
5.3 Facettes des consist réalisables	85
5.3.1 Deux types de locomotives	86
5.3.2 Plus de deux types de locomotives	89
5.4 Branchement	90
5.4.1 Décisions de branchement	91
5.4.2 Stratégie de branchement	92
5.4.3 Calcul du coût marginal $\bar{C}_w(x)$ pour chaque type de locomotives	93
5.4.4 Ajout de coupes pour les trains utilisant un type de locomotive	94
5.5 Résultats numériques	95
5.5.1 Application aux problèmes avec deux types de locomotives	95
5.5.2 Application pour le CN	98
CHAPITRE 6 Module Tactique	104
6.1 Les objectifs et les contraintes du module tactique	107
6.1.1 Contraintes tactiques au CN	108

6.2 Modélisation	109
6.2.1 Modèle de flot multi-commodités	110
6.2.2 Modèle d'affectation	111
6.2.3 Modèle de partitionnement	113
6.2.4 Modèle avec retards	116
6.3 Méthode de résolution	117
6.4 Expériences numériques	118
6.4.1 Définitions des problèmes	119
6.4.2 Résultats numériques par PCP	122
6.4.3 Résultats numériques moyens sur tous les PCP	136
CONCLUSION	141
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	145

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Caractéristiques des données du problème sur un horizon d'une semaine.	11
3.1	Résultats du problème stratégique: premier scénario.	52
3.2	Résultats du problème stratégique: deuxième scénario.	54
3.3	Résultats du problème stratégique: troisième scénario.	55
3.4	Comparaison entre les solutions CN et GENCOL.	56
4.1	Résultats du problème stratégique original pour le problème de 7 jours.	69
4.2	Trains retardés heuristiquement pour le problème stratégique de 7 jours.	71
4.3	Résultats du problème stratégique pour le problème de 7 jours (en retardant heuristiquement des trains non couverts).	71
4.4	Trains retardés heuristiquement pour le problème stratégique de 7 jours (sans retarder les trains express).	73
4.5	Résultats du problème stratégique pour le problème de 7 jours (en retardant heuristiquement des trains non couverts et en considérant les trains express).	73
4.6	Comparaison des résultats du problème 2 jours.	74
5.1	Problèmes avec des paires différentes de locomotives sur des horizons de 1, 2 et 3 jours.	97
5.2	Problèmes stratégiques de 1, 2 et 3 jours avec 26 types de locomotives.	99
5.3	Informations supplémentaires sur les résultats des problèmes 1, 2, 3 jours.	99
5.4	Détermination du meilleur C_{Seuil} pour le problème 2 jours.	101
5.5	Problème de 7 jours avec 26 types de locomotives.	102

5.6	Comparaison entre les résultats pour le problème de 7 jours.	102
6.1	Caractéristiques des problèmes tactiques.	120
6.2	Définition de coût des consists.	122
6.3	Problème tactique sur un horizon de 6 heures; Résultats-Techniques.	128
6.4	Problème tactique sur un horizon de 6 heures; Résultats-Qualité	129
6.5	Problème tactique sur un horizon de 12 heures; Résultats-Techniques	130
6.6	Problème tactique sur un horizon de 12 heures; Résultats-Qualité ...	131
6.7	Problème tactique sur un horizon de 18 heures; Résultats-Techniques	132
6.8	Problème tactique sur un horizon de 18 heures; Résultats-Qualité ...	133
6.9	Problème tactique sur un horizon de 24 heures; Résultats-Techniques	134
6.10	Problème tactique sur un horizon de 24 heures; Résultats-Qualité ...	135
6.11	Problème Tactique (moyenne sur 26 PCP) sur un horizon 6, 12, 18 et 24 heures; Résultats-Techniques.	137
6.12	Problème Tactique (moyenne sur 26 PCP) sur un horizon 6, 12, 18 et 24 heures; Résultats-Qualités.	138
6.13	Réduction moyenne des retards.	139

LISTE DES FIGURES

3.1	Réseau pour chaque commodité.	32
3.2	Fonction de pénalité pour le sous-recouvrement du nombre minimum nécessaire de locomotives.	39
3.3	Fonction de pénalité pour le sous-recouvrement de puissance et de tonnage.	40
3.4	Fonction de pénalité améliorée pour le sous-recouvrement de puis- sance et de tonnage.	41
3.5	Fonction de pénalité pour le sous-recouvrement du nombre nécessaire de locomotives pour les contraintes de puissance et de tonnage.	43
4.1	Heuristique visant à retarder un train.	61
4.2	Effet de cascade du retard d'un train.	62
4.3	Retard sur toutes les prochaines séquences d'un train non couvert. ..	63
4.4	Retard des arcs de MEP associés au segment de train non couvert. ..	64
4.5	Train express non couvert.	65
4.6	Réseau augmenté: création d'un arc.	67
5.1	Coupe de peigne.	80
5.2	Premier consist réalisable	85
5.3	Nombre maximum de coupes avec 4 locomotives par train.	86
5.4	Facettes aux consists réalisables.	89
5.5	Décisions de branchement.	91
5.6	Calcul du coût marginal $\bar{C}_w(x)$	94
6.1	Exemple de problème tactique.	106
6.2	Scénario pour présenter le modèle d'affectation.	112
6.3	Modèle d'affectation.	113

LISTE DES SYMBOLES

AC	Avec Coupes.
CN	Compagnie Canadienne de chemin de fer.
<i>Col</i>	Nombre de colonnes générées.
Consist	Ensemble de locomotives affectées à un train.
CPLEX	Logiciel d'optimisation.
<i>CPU</i>	Temps total de la résolution.
CSX	Compagnie Américaine de chemin de fer.
<i>Gap</i>	Différence en pourcentage entre le Z_{LP} et Z_{IP} .
GERAD	Groupe d'Études et de Recherche en Analyse des Décisions.
GENCOL	Logiciel d'optimisation.
IP	Programme linéaire en nombre entier.
<i>Iter</i>	Nombre d'itérations de la résolution du programme maître.
LP	Programme linéaire.
MEP	Mise En Place.
<i>mp + sp</i>	Temps de la résolution du problème maître plus le temps de génération des colonnes.
<i>Nd</i>	Nombre de noeuds de branchement.
PCP	Point de Changement de Puissance.
PL	Poste local.
SC	Sans Coupes.
SJ	Compagnie Suédoise de chemin de fer.
TSP	Problème du voyageur de commerce.
VIA	Compagnie Canadienne de chemin de fer.
VRP	Problème de routage des véhicules avec capacité.
VRPTW	Problèmes de routage des véhicules avec fenêtres de temps.
Z_{LP}	Coût de la solution LP.
Z_{IP}	Coût de la solution IP.

INTRODUCTION

*Tant que tu ne cherches pas une chose,
tu ne la trouves pas, excepté le Bien-Aimé,
avant de L'avoir trouvé, tu ne le cherches pas.*

Djalāl al-Din Rūmi

Les problèmes d'affectation sont parmi les problèmes en recherche opérationnelle les plus fréquemment rencontrés dans la vie réelle. Cependant chaque problème nécessite un traitement différent. En particulier dans le secteur ferroviaire, où l'on rencontre plusieurs difficultés s'ajoutant au problème de base. Le problème d'affectation des locomotives aux trains pour des réseaux de très grande taille a été le sujet de recherche de cette thèse. Les réseaux ferroviaires fonctionnent actuellement avec des horaires planifiés manuellement et des décisions opérationnelles prises par les opérateurs en temps réel sans outil d'optimisation. Ces méthodes de décision sont loin d'être optimales et plusieurs décisions sont prises sans une vue d'ensemble du réseau.

Dans le problème d'affectation des locomotives aux trains, il s'agit d'assurer la puissance nécessaire pour tirer les trains suivant des horaires fixes. Les puissances nécessaires sont déterminées en fonction du poids du train et du segment de route. De plus, chaque train possède une liste de préférences pour les différents types de locomotives. Cette liste indique l'ordre de préférences (en terme de type de locomotive), lors de l'affectation des locomotives à chaque train. Il faut aussi considérer que les locomotives affectées à un train doivent être compatibles entre elles d'un

point de vue de caractéristiques physiques.

Il existe deux types de problèmes d'affectation:

- les problèmes de planification;
- les problèmes opérationnels.

Les problèmes de planification sont définis sur une période typique de l'horizon de planification et il s'agit de trouver une affectation cyclique des locomotives qui se répète à chaque période. Les problèmes opérationnels adoptent l'affectation de locomotives en tenant compte de l'état du réseau et des locomotives. Ces problèmes qui sont le sujet de cette thèse sont traités en deux étapes par les modules suivants:

- le module stratégique;
- le module tactique.

Le module stratégique met à jour le plan d'affectation des locomotives aux trains sur un horizon de sept jours. Il considère des demandes de puissance pour chaque train, la position des locomotives au début de la période ainsi que le kilométrage qu'elles peuvent parcourir avant la prochaine maintenance. Les décisions dans le module tactique spécifient l'affectation des locomotives individuellement sur les trains en respectant les décisions stratégiques sur un horizon de 24 heures. Dans cette thèse nous nous occupons de résoudre les problèmes opérationnels, aussi bien au niveau stratégique qu'au niveau tactique.

Les problèmes d'affectation des locomotives aux trains peuvent être divisés en quatre grandes catégories:

- Les locomotives sont toutes de même type et chaque train est tiré par une seule locomotive.
- Les locomotives sont de différents types et chaque train est tiré par une seule locomotive.
- Les locomotives sont de différents types et chaque train est tiré par plusieurs locomotives de même type.
- Les locomotives sont de différents types et chaque train est tiré par plusieurs locomotives de différents types.

Notre problème ressemble beaucoup à la dernière catégorie mais avec certaines difficultés supplémentaires. Une de ces difficultés est la gestion de la maintenance des locomotives et de leurs réparations. Une autre difficulté est que la demande des trains n'est pas exprimée en nombre de locomotives mais en termes des puissances requises. En considérant plusieurs locomotives de différentes tailles, on peut satisfaire la demande d'un train avec différents ensembles de locomotives. Chacun de ces ensembles est appelé *consist*. Toutefois il est souvent impossible de trouver un consist réalisable qui fournisse exactement la puissance désirée par le train. Donc un choix judicieux de consist devient très important pour minimiser le gaspillage de puissance. Soulignons que ce gaspillage de puissance apparaissant avec un nombre entier de locomotives ne sera pas présent lors de la résolution du problème relaxé en nombre réel. Cet écart complique la résolution de notre problème en comparaison avec ceux où la demande s'exprime en nombre d'unités.

Le choix de trouver un consist approprié sur un train est encore plus difficile, car il faut aussi minimiser les déplacements non-productif des locomotives dans le réseau. On entend par déplacement non-productif, le déplacement des locomotives

qui n'appliquent aucune puissance pour tirer les trains: leurs moteurs peuvent être en marche, mais elles ne tirent pas les trains. Ces locomotives sont déplacées d'un point à un autre point afin de tirer un train plus tard dans le réseau. Autrement dit, un meilleur consist sur un train d'un point de vue minimisation du gaspillage de puissance n'est peut-être pas toujours le meilleur choix d'un point de vue de minimisation des déplacements non-productifs des locomotives. Il faut donc trouver le meilleur compromis entre ces deux aspects, ce qui n'est pas toujours évident vu la taille du programme et les multiples choix possibles de consist pour les trains.

La résolution de ce problème n'a pas fait l'objet de beaucoup de recherche. Pourtant, le coût élevé d'opération d'une locomotive devrait être suffisant pour susciter plus d'intérêt pour résoudre ce problème. On peut citer à titre d'exemple que dans le cas de la compagnie ferroviaire CN NORTH AMERICA qui opère plus de 1000 locomotives, chaque 1% d'amélioration sur le nombre de locomotives utilisées épargne 4 millions de dollars par année.

La description et les détails du problème sont présentés dans le premier chapitre. Le deuxième chapitre comprend une revue de la littérature, alors que le troisième chapitre couvre la résolution du module stratégique. Le problème stratégique est résolu à l'aide d'une méthode heuristique en divisant le grand problème (d'environ 2000 trains) défini sur un horizon d'une semaine en des problèmes de taille plus petite (d'environ 500 à 800 trains) avec des chevauchements entre deux problèmes successifs. Chaque problème a été modélisé sous forme d'un problème de flots multi-commodités avec des contraintes portant sur les ressources. Il existe plusieurs façons de résoudre un problème de ce genre mais la grande taille du problème en plus de toutes les restrictions à considérer et la structure particulière des contraintes, nous ont poussé à choisir une méthode de décomposition. La méthode de décomposition

choisie est celle de Dantzig-Wolfe. Cette méthode sépare le problème en un problème maître et des sous-problèmes. Le problème maître contient les contraintes liantes du problème telles que les locomotives requises pour un train, les contraintes correspondant aux capacités des ateliers, etc. Chaque sous-problème est formulé comme un problème de plus court chemin pour chaque type de locomotives. Vu la relaxation des contraintes d'intégrité lors de la résolution du problème maître, la solution entière est obtenue par une stratégie de la méthode d'énumération et d'élimination.

La solution du module stratégique doit affecter suffisamment de puissance à chaque train. Cependant pour assurer l'existence d'une solution réalisable quand le nombre de locomotives est limité, ou quand l'utilisation d'une locomotive coûte trop chère, on permet au module stratégique de ne pas satisfaire au complet à la demande des trains. Dans ce cas, une autre heuristique est proposée et présentée au quatrième chapitre. Cette heuristique améliore la solution stratégique en retardant les horaires de quelques trains dans le réseau.

Le cinquième chapitre présente l'introduction d'une série de coupes au modèle permettant au programme d'améliorer la borne inférieure du problème (un problème de minimisation de coût) et donc de réduire le gap d'intégrité dans le modèle. Une coupe appelée coupe du premier consist réalisable est présentée pour un réseau utilisant un, deux ou plusieurs types de locomotives. Une coupe exacte en utilisant les facettes des consists réalisables a été définie pour les compagnies ayant seulement deux types de locomotives. Dans le cas où les compagnies possèdent plus de deux types de locomotives (CN North America), une stratégie heuristique de branchement est proposée afin de généraliser l'application des facettes.

Le problème tactique est présenté au chapitre six. Ce problème est résolu en utilisant une autre approche de décomposition. En effet le grand problème tactique

est décomposé en petits problèmes aux points les plus importants du réseau. Une certaine indépendance des décisions au niveau de chaque point de changement de puissance justifie ce choix. Le module tactique modifiera donc l'affectation des locomotives et les horaires des trains. L'objectif de ce module tactique est de trouver une solution opérationnelle en minimisant les retards des trains et les coûts d'opération.

CHAPITRE 1

Description du problème

Introduction

Ce chapitre décrit le problème d'affectation des locomotives sur les trains de la compagnie ferroviaire CN NORTH AMERICA. Ce problème comprend deux niveaux de décisions, les décisions stratégique et tactique. Le module stratégique détermine la première répartition des locomotives dans le réseau sur un horizon d'une semaine. Ce module ne considère pas des locomotives individuellement mais plutôt des groupes de locomotives, à l'exception des locomotives critiques qui seront définies dans la prochaine section. Le module tactique détermine l'assignation de chaque locomotive sur un horizon de vingt-quatre heures en tenant compte des informations des dernières heures et en respectant autant que possible, la planification réalisée par le module stratégique.

Les données du problème sont obtenues à partir de la base de données du CN. Cet ensemble de données doit être filtré pour obtenir de l'information consistante. La première section présente un certain nombre de ces informations ainsi que différentes spécifications physiques du réseau du CN. Les objectifs et les exigences de chaque niveau de planification sont décrits à la deuxième section. La troisième section a pour but d'expliquer certaines contraintes d'affectation choisies par le CN.

1.1 Spécifications physiques et données du réseau

La définition des différentes terminologies liées aux spécifications physiques du réseau est donnée dans cette section:

- **Région et Station**

Le territoire couvert par le réseau du CN est divisé en cinq régions disjointes. Une région comprend un ensemble de stations. Deux stations voisines peuvent avoir des référentiels de temps différent et donc un décalage horaire qui doit être considéré dans le programme.

- **Point de Changement de Puissance (PCP)**

Les PCP sont les stations les plus importantes dans le réseau. Ce sont les points où les locomotives commencent ou terminent la tâche de remorquage d'un train. Les assemblages et les désassemblages des consists se font dans les PCP.

- **Segment de route**

Un segment de route est un chemin entre exactement deux PCP. Chaque segment de route a des spécifications physiques particulières telles que la pente du segment de route ou sa longueur.

- **Classes de locomotives**

Il existe différentes classes de locomotives. Les locomotives de même classe partagent les mêmes spécifications techniques (la puissance, la vitesse, la consommation, la classe service, le coût....). Le poids total (en tonnes) qui peut être tiré par chaque classe de locomotives sur chaque segment de route ainsi que la puissance (en hp) de chaque classe de locomotives sont donnés dans différents fichiers. Les locomotives sont divisées en différents groupes qui se distinguent

essentiellement par la compatibilité de couplage au niveau des équipements matériels.

- **Locomotive critique**

C'est une locomotive qui doit être acheminée vers un atelier spécifique dans un délai fixé durant la semaine de planification. Ces locomotives peuvent souvent tirer des trains dans leur chemin vers l'atelier.

- **Locomotive active**

C'est une locomotive qui applique une puissance pour tirer les trains.

- **Mise En Place (MEP)**

Les MEP sont des locomotives reliées aux trains qui n'appliquent aucune puissance pour tirer les trains; leurs moteurs peuvent être en marche, mais elles ne tirent pas les trains. Ces locomotives sont déplacées d'un point à un autre point afin de tirer un train plus tard dans le réseau.

- **Consist**

Un consist est un ensemble de locomotives affectées à un train afin de satisfaire la demande du train. Un consist homogène est composé de locomotives de même classe alors qu'un consist hétérogène est constitué de locomotives de différentes classes. Il existe toujours une locomotive meneuse (*leader*) dans un consist.

- **Poste Local (PL)**

Un poste local (*outpost*) est une petite branche du réseau contenant un ensemble de stations qui fonctionne d'une façon relativement indépendante du reste du réseau. Sa fonction est donc d'affecter les locomotives sur les trains de livraison et de collectes locales. Un PL peut contenir un PCP, sinon, il doit avoir un ou plusieurs PCP parents qui lui fournissent la puissance désirée. La

demande d'un PL se fait en termes de nombre de locomotives avec un ordre de préférence sur les différentes classes de locomotives. Les locomotives qui sont affectées à un PL restent là en général pour deux semaines et pendant ce temps seront affectées sur les trains locaux. Il faut remarquer que dans cette thèse, on ne s'occupe pas du problème d'affectation des locomotives aux trains locaux: il suffira de fournir le nombre de locomotives désirées au PL durant toute la période.

- **Atelier**

Les différents ateliers sur le réseau permettent d'effectuer quatre types d'opérations d'entretien: l'inspection, la réparation, la modification et le test. La capacité de chaque atelier et le genre d'entretien qu'il peut faire sont connus. Chaque locomotive possède des informations concernant les entretiens précédents et les prochains entretiens planifiés. Les entretiens réguliers doivent être périodiquement effectués. À titre d'exemple, il faut des inspections trimestrielles des freins et d'autres inspections plus complètes tous les quatre ans. En dehors des entretiens réguliers, on n'envoie pas de locomotives à l'atelier tant qu'une panne n'est pas déclarée.

- **Train et segment de train**

Un segment de train est un chemin orienté entre deux PCP. Un train peut être composé de plusieurs segments de train. Les informations concernant les trains sont données dans plusieurs fichiers. Il existe plusieurs types de trains: trains de VIA Rail, trains express, trains régionaux, etc. Sur chaque type de trains, les règles d'affectation des locomotives peuvent être différentes. Les horaires de chaque segment de train ainsi que son PCP de départ et d'arrivée sont fixés et connus. Le poids exact d'un segment de train est calculé comme son poids physique fois un facteur de correction qui est déterminé en fonction du segment

de route sur lequel il circule. Par exemple la pente du segment de route est un paramètre très important dans le calcul du facteur de correction. Chaque train a une liste de préférences donnant les classes de locomotives qui peuvent être affectées à ce train par ordre de préférences.

Le Tableau 1.1 présente certains paramètres du réseau de CN.

Tableau 1.1 Caractéristiques des données du problème sur un horizon d'une semaine.

Segments de train	1988
Locomotives	1249
Classes de locomotives	25
Locomotives critiques	171
PCP	26
Postes locaux	164
Ateliers	18

1.2 Objectifs et restrictions du problème

Les exigences d'ordre général demandées lors de l'affectation des locomotives aux trains sont les suivantes:

- assurer la puissance nécessaire pour chaque train suivant les horaires planifiés en respectant ces classes de locomotives préférées;
- assurer l'arrivée à temps des locomotives critiques aux ateliers (maintenance des locomotives);

- répondre à la demande de chaque poste local en considérant leurs préférences en termes de classes de locomotives;
- Utiliser les locomotives à leur maximum de puissance;
- équilibrer les arrivées et les départs des locomotives à chaque PCP en utilisant le minimum de MEP.

Il existe trois façons de formuler la contrainte sur les locomotives requises pour un train. La première façon est basée sur le nombre nécessaire de locomotives pour tirer un train. La deuxième façon est basée sur la puissance demandée pour chaque train et la troisième façon est basée sur le poids du train. Dans le cas de la compagnie CN, souvent la demande de locomotives requise pour un train n'est exprimée qu'en utilisant seulement deux façons différentes, soit en termes du nombre minimum de locomotives et en termes de la puissance nécessaire, soit en termes du nombre minimum de locomotives et en termes du poids à tirer. Dans le cas où la demande est exprimée uniquement en termes de puissance ou de poids, nous avons ajouté une demande en termes du nombre de locomotives nécessaire dans le modèle. Cette contrainte supplémentaire qui est redondante en nombre entier servira comme une coupe qui améliore la relaxation.

Il existe d'autres sortes de contraintes qu'on appelle des contraintes molles. Celles-ci sont des restrictions dont on accepte une certaine insatisfaction en payant une pénalité dans la fonction objectif. Un exemple de ces contraintes dans le module stratégique consisterait à préférer que certaines classes de locomotives circulent dans certaines régions plus que dans d'autres. Un autre exemple serait de préférer que certains trains (par exemple les trains express) circulent sans MEP. En général ces contraintes molles dans le module stratégique deviennent des contraintes dures dans le module tactique.

1.2.1 Module stratégique

Dans le module stratégique, les locomotives ne sont pas considérées à titre individuel, mais par classe de locomotives. Les entrées/sorties du module stratégique ainsi que les contraintes particulières sont:

Les entrées:

- position, classe et état de maintenance des locomotives;
- horaires des trains;
- demande des trains et des postes locaux;
- capacité et type de maintenance effectuée à chaque atelier;
- liste des préférences (en termes de classe des locomotives) pour chaque train et chaque poste local.

Les sorties:

- routage complet des locomotives critiques;
- composition des consists en termes de classe de locomotives pour chaque train;
- somme des puissances par classe de locomotives, par PCP, à la fin de la semaine.

Ce module a été prévu pour être appelé chaque douze heures afin d'analyser les nouvelles données de façon dynamique et de mettre à jour le plan d'utilisation des locomotives.

1.2.2 Module tactique

Dans le module tactique, les locomotives sont considérées à titre individuel. Dans ce module, en plus de satisfaire l'ensemble des contraintes stratégiques, il faut aussi satisfaire l'ensemble des contraintes opérationnelles lors de la conception des consists à partir des locomotives individuelles. Les entrées/sorties du module tactique sont:

Les entrées:

- toutes les données stratégiques;
- exigences opérationnelles plus détaillées;
- solution stratégique.

Les sorties:

- déterminer les consists exacts pour chaque train;
- faire le routage de chaque locomotive;
- ajuster les horaires de départ des trains en permettant les retards s'il n'y a pas de locomotives disponibles;
- rattraper ou diminuer les retards opérationnels imprévus dans le réseau.

Ce module a été prévu pour être appelé toutes les deux heures pour résoudre le problème sur un horizon de vingt-quatre heures. Le module stratégique peut fonctionner d'une façon indépendante pour la planification et la simulation des propositions tandis que le module tactique doit fonctionner constamment en relation avec le stratégique.

CHAPITRE 2

Revue de la littérature

Introduction

Le problème de l'affectation des locomotives aux trains n'a malheureusement pas fait l'objet de beaucoup de recherche jusqu'à présent. Les chercheurs se sont plutôt intéressés à d'autres problèmes dans le secteur ferroviaire. Quelques-uns de ces problèmes sont cités ci-dessous:

1. le problème de la classification et de la gestion des wagons de marchandise à l'intérieur de certaines stations appelées gares de triage (*yards*);
2. le problème de la classification des wagons en considérant toutes les gares de triage dans le réseau et en optimisant les mouvements entre celles-ci;
3. le problème du choix du bloc de wagons qui doit être assemblé à chaque gare de triage;
4. le problème de l'affectation des blocs de wagons sur les trains.
5. le problème du routage des trains (quelle route doit être prise par chaque train, avec quelle vitesse et quelle fréquence);
6. le problème de la circulation des wagons vides dans le réseau.

On peut citer quelques références importantes sur les sujets cités ci-dessus. Peterson a publié une série d'articles [53, 54] sur le problème 1. alors que Bodin *et al.*[6] se sont intéressés aux problèmes 2 et 3. Assad [2], Crainic *et al.* [10] et Keaton [41] ont travaillé sur la combinaison des problèmes 3–4–5. Mendiratta [47] et Jordan [40] se sont occupés du problème 6 et finalement Haghani [37] s'est intéressé à résoudre la combinaison des problèmes 4 – 5 – 6. Ramani et Mandal [55] ont développé un logiciel qui produit les horaires optimaux des trains pour la compagnie Indian Railways. Une autre recherche plus récente a été faite par Smallwood [57] au niveau de la modélisation de ce problème. Une étude des recherches sur l'affectation des locomotives aux trains est donnée dans la prochaine section .

Revue de la littérature

Les problèmes de l'affectation des locomotives aux trains peuvent être groupés en différentes catégories. La première catégorie considère le cas le plus facile où les locomotives sont toutes de même type et chaque train est tiré par une seule locomotive. Ce problème ressemble beaucoup au problème d'horaire des autobus avec un seul dépôt et un seul type d'autobus. Dans le domaine aérien, ce problème est équivalent au problème d'affectation des flottes d'avions aux vols avec un seul type d'avion. Ces problèmes peuvent être modélisés comme des problèmes classiques de flot dans un réseau. Dans ce cas, il existe des logiciels très puissants qui peuvent le résoudre de façon rapide et efficace.

La deuxième catégorie est une version plus compliquée du problème. Dans cette catégorie, les types de locomotives varient mais chaque train est tiré par une seule locomotive. On remarque que ce problème ressemble lui aussi au problème

d'horaire d'autobus mais avec multiples dépôts. Bertossi *et al.* [5] ont prouvé que si le nombre de types d'autobus est supérieur à un, ce dernier problème fait partie des problèmes NP-difficiles. Cependant pour le cas particulier de minimisation du nombre d'autobus pour couvrir toutes les tâches, ils proposent un algorithme heuristique polynômial basé sur la relaxation lagrangienne. Leur programme est capable de traiter des problèmes pouvant atteindre jusqu'à 3 dépôts et 50 tâches. Par la suite Dell'Amico *et al.* [13] ont proposé un algorithme polynômial pour ce cas particulier. Dans le cas général de ce type de problème, Dell'Amico *et al.* [13] proposent une heuristique qui traite des problèmes allant jusqu'à 4 dépôts et 500 tâches. Notons que cette heuristique produit des solutions avec le nombre minimal de véhicules. Carpaneto *et al.* [8] ont proposé une méthode exacte d'énumération et d'élimination basée sur la procédure d'addition de bornes de Fischetti et Toth [26]. Ils ont résolu des problèmes ayant jusqu'à 3 dépôts et 70 tâches avec un saut d'intégrité relativement petit. Riberio et Soumis [56] ont formulé le problème comme un problème de multi-commodités dans un réseau. Ils présentent une méthode exacte de résolution basée sur la technique de génération de colonnes. Des résultats intéressants d'un point de vue des temps d'exécution ont été présentés pour des problèmes allant jusqu'à 6 dépôts et 300 tâches. Ils montrent que leur formulation produit des sauts d'intégrité beaucoup plus petits que ceux des auteurs précédents.

Dans le domaine aérien, cette version du problème est équivalente au problème de construction des itinéraires pour une flotte d'avions hétérogène. Desaulniers *et al.* [16] ont formulé le problème quotidien de routage d'avion à l'aide d'un modèle non-linéaire de multiflots. Ils utilisent une méthode de séparation et d'évaluation progressive faisant appel à une technique de génération de colonnes pour calculer les bornes supérieures aux noeuds de branchement. Par la suite Gentes [31] a utilisé la même approche pour résoudre le problème hebdomadaire. Un autre problème

équivalent dans le domaine aérien est le problème de la construction des rotations d'équipages aériens (*crew pairing*). Le but est de trouver un ensemble de rotations couvrant tous les segments de vol en minimisant le coût. Ce problème est formulé par Desaulniers *et al.* [16] comme un problème non-linéaire multiflot en nombres entiers et avec variables de ressources additionnelles. Vance *et al.* [59] ont aussi résolu ce problème avec l'approche de génération de colonnes. Leur formulation permet de trouver une borne inférieure de meilleure qualité, mais le problème relaxé devient plus difficile à résoudre.

Cette version du problème dans le domaine ferroviaire a été étudiée et résolue par Booler [7]. Il présente une méthode heuristique en utilisant l'approche de multi-commodités dans le réseau. La méthode consiste à définir une solution initiale qui assigne un type de locomotive sur chaque train en respectant la compatibilité des types de locomotives avec les trains. Quand les types de locomotives sont fixés, le problème de circulation des locomotives se sépare en m problèmes de flot où m est le nombre de différents types de locomotives. On peut ainsi obtenir une solution entière et réalisable du problème original qui minimise le coût total pour l'affectation des types de locomotives choisies. Le test d'optimalité se fait à partir du coût réduit pour chaque variable correspondant à l'affectation des types de locomotives qui a été choisie. Si tous les coûts réduits sont négatifs ou nuls, on est à l'optimalité, sinon on augmente de 1 la variable correspondant au coût réduit le plus élevé. Ceci est équivalent à assigner une locomotive à un train; il faut donc vérifier la compatibilité et enlever l'ancienne locomotive assignée sur le train en question. Booler [7] affirme que cette méthode donne de très bonnes solutions pour des petits problèmes mais qu'elle n'a pas été vérifiée pour les problèmes de grande taille. Quelques années plus tard, Wright [61] critique cette méthode qui selon lui n'est pas très efficace une fois qu'on l'applique sur des problèmes de taille plus réaliste (entre 100 et 500 trains).

Wright [61] est le premier à trouver une solution raisonnable pour les problèmes de grande taille. Il propose une série d'algorithmes pour résoudre ce problème. Certains algorithmes sont basés sur la résolution d'un problème de flot en relaxant les différents types de locomotives à un seul type. Par la suite, il faut trouver la meilleure affectation de types de locomotives aux trains avec les heuristiques proposées. D'autres algorithmes choisissent une solution initiale réalisable puis résolvent m problèmes d'affectation pour chaque type m de locomotives. Ensuite, il améliore la solution d'une façon itérative. Pour tous les algorithmes, la résolution du problème d'affectation est basée sur la méthode hongroise de Kuhn [44]. Les algorithmes proposés ressemblent beaucoup à une recherche exhaustive de solutions optimales entraînant une durée d'exécution très importante pour les problèmes de grande taille. Wright ne suggère pas l'utilisation immédiate de sa méthode pour les réseaux ferroviaires. Il ne tient pas compte du nombre disponible de chaque type de locomotives dans ses algorithmes et la maintenance quotidienne des locomotives n'a pas été prise en charge.

Pour la même version avec plusieurs types de locomotives, mais une seule par train, Forbes *et al.* [28] proposent une solution exacte. Ils ont modélisé le problème comme un programme linéaire en nombre entier qui est, dans sa formulation, équivalent au problème de multi-commodités dans un réseau où chaque commodité correspond à un type de locomotives. En relaxant la distinction entre les commodités, ils obtiennent un problème de flot. La solution de ce dernier problème est entière et peut être convertie en une solution réalisable du dual du problème initial selon certaines règles. Ces règles déterminent la meilleure affectation des types de locomotives aux trains qui minimise le coût total. Cependant cette solution est irréalisable pour le problème primal. Par conséquent, la méthode de simplexe dual est utilisée pour résoudre le problème relaxé (relaxation des contraintes d'intégrité).

Par la suite, une stratégie de séparation et d'élimination est utilisée pour obtenir la solution entière. Un des résultats importants qu'ils ont trouvé est le petit écart de valeur de la fonction objectif entre la solution du problème linéaire relaxé et la solution entière. Ce petit écart facilite la recherche de la solutions entières et la rend très rapide. Il est intéressant de souligner que cet écart augmente d'une façon significative une fois que la liste des préférences de locomotives pour chaque train est considérée. Leur méthode améliore nettement l'approche proposée par Wright [61] et tient compte de la disponibilité de chaque type de locomotives.

Il existe pourtant quelques facteurs qui différencient le problème des locomotives par rapport au problème d'autobus. Au niveau des autobus, on n'utilise généralement qu'un seul type d'autobus mais plusieurs dépôts. De plus, il y a des contraintes de couplage à chaque dépôt: un autobus qui part d'un dépôt, doit y revenir. Le modèle mathématique utilise alors autant de commodités qu'il y a de dépôts. Dans le domaine ferroviaire, les dépôts n'ont pas d'importance; cependant, il y a beaucoup de types différents de locomotives et à chaque type, on devra associer une commodité dans le modèle mathématique. Il faut noter qu'en pratique, dans la plupart des problèmes d'affectation de locomotives aux trains, le nombre de types de locomotives est supérieur au nombre de dépôts dans les problèmes d'horaire des autobus. Dans le domaine aérien le nombre de différents types d'avion est en général limité à 5 ou 6, alors que dans le domaine ferroviaire ce nombre est souvent plus grand (26 types pour la compagnie CN et 40 types pour la compagnie CSX). Il existe une différence majeure entre le problème d'affectation de locomotives aux trains et le problème d'horaire des autobus ou bien le problème d'affectation des avions aux vols. Cette différence vient du fait qu'on n'affecte qu'un seul autobus par parcours d'autobus, ou bien un seul avion par vol, alors qu'on doit affecter plusieurs locomotives à un train. Finalement, la structure de coût doit refléter les préférences sur les

locomotives au niveau de la composition d'un consist.

Enfin la version la plus complète du problème d'affectation des locomotives aux trains est donnée quand non seulement le type des locomotives change mais aussi le nombre de locomotives affectées sur un train. Florian *et al.* [27] sont parmi les premiers à essayer de résoudre ce problème d'une façon exacte. Ils ont formulé le problème comme un problème mixte en nombre entier. La méthode de résolution est basée sur la méthode de décomposition de Benders [29]. Leurs deux objectifs principaux étaient de trouver le meilleur consist sur chaque train pour minimiser le coût total et de faire le routage des locomotives. Les étapes les plus importantes de leur méthode sont les suivantes.

1. Choisir une solution initiale des consist actifs (un consist qui est constitué seulement de locomotives actives) qui satisfait la demande des trains.
2. Formuler un sous-problème pour chaque type de locomotives comme un problème de circulation et résoudre ces sous-problèmes séparément. La somme des valeurs optimales des sous-problèmes constitue la borne supérieure de la méthode de Benders.
3. Définir les nouvelles coupes pour le problème maître en utilisant les variables duales correspondant aux solutions optimales des sous-problèmes.
4. Résoudre le problème maître en nombre entier. La valeur optimale de ce problème constitue la borne inférieure de la méthode de Benders. Les solutions de ce problème sont les nouveaux consist actifs sur chaque train.
5. Tester la condition d'arrêt en déterminant la différence entre la borne supérieure trouvée dans la deuxième étape et la borne inférieure calculée dans la quatrième étape. Si la différence est plus petite qu'une petite constante ϵ , on arrête, sinon

on reprend à partir de l'étape 2 en utilisant les nouveaux consistés trouvés à l'étape 4.

Une grande difficulté dans l'application de cette méthode est de résoudre un problème en nombre entier à chaque itération. D'autre part, cette méthode ne converge pas rapidement et même pour les problèmes de petite taille, il faut faire beaucoup d'itérations avant d'obtenir une solution acceptable. Malgré ces difficultés, les auteurs semblent satisfaits pour les petits et moyens problèmes. Toutefois l'efficacité de la méthode se dégrade considérablement pour les problèmes de grande taille.

Pelland [52] a proposé une variante de la méthode proposée par Florian *et al.* [27]. Il applique une idée utilisée par Geoffrion *et al.* [32] pour résoudre un problème de localisation d'entrepôts dans un système distribué à plusieurs commodités. Cette variante consiste à éviter de résoudre complètement le problème relaxé à chaque itération et de générer des coupes de Benders à partir d'une solution sous-optimale. En plus, en utilisant la structure particulière du problème, il génère plusieurs coupes à chaque itération. Il faut remarquer qu'il considère qu'un consisté ne peut pas être composé à partir de plus que deux types de locomotives différentes. Les résultats trouvés ne semblent cependant pas meilleurs que ceux présentés par Florian *et al.* [27].

Notre problème est du même genre que celui de Florian *et al.* [27] avec certaines difficultés supplémentaires. Premièrement la taille du problème est très importante et conséquemment, leur méthode n'est pas efficace dans notre cas. Deuxièmement, il faut assurer la maintenance des locomotives et prendre en considération les locomotives critiques. Le prochain chapitre décrit notre méthode de résolution appliquée au modèle stratégique.

Nous avons défini le problème d'affectation des locomotives aux trains comme une généralisation des problèmes de routage des véhicules avec fenêtres de temps (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*). Les VRPTW de grande taille sont en général résolus d'une façon assez efficace avec une méthode de séparation et d'évaluation progressive faisant appel à une technique de la décomposition de Dantzig-Wolfe [18, 14, 3] pour calculer les bornes aux noeuds de branchement. La modélisation mathématique est conforme à la formulation proposée par Desaulniers *et al.* [17]. Le réseau utilisé est similaire au réseau espace-temps de Barnhart *et al.* [3] dans le domaine aérien. La pénalité correspondant au sous-recouvrement des demandes des trains est modélisée à l'aide d'une fonction convexe, linéaire par morceau. Cette structure de coût ressemble à la structure proposée récemment par Desaulniers *et al.* [14] pour le problème de confection des rotations d'équipage dans le domaine aérien.

Une grande difficulté qui distingue ce problème des autres problèmes est que la demande des trains n'est pas exprimée en nombre de locomotives mais en termes de puissances requises. Toutefois il est souvent impossible de trouver un consist réalisable qui fournisse exactement la puissance désirée par le train. Ceci introduit un gaspillage de puissance lors du choix de consist pour chaque train. Ce gaspillage de puissance apparaissant avec un nombre entier de locomotives ne sera pas présent lors de la résolution du problème relaxé en nombre réel. Ce phénomène explique le gap d'intégrité assez important dans la solution.

Afin de réduire ce gap d'intégrité nous avons tenté d'améliorer la borne inférieure obtenue en résolvant le problème relaxé (LP). Une façon d'améliorer cette borne est d'introduire des coupes afin d'éliminer des solutions non entières. Les algorithmes basés sur ce principe sont appelés *Branch and Cut*. Nenhauser *et al.* [48]

demonstrent que si on arrive à obtenir des descriptions de l'enveloppe convexe de toutes les solutions entières du problème linéaire par des contraintes, la résolution de LP produit directement la solution entière. Cette idée est exploitée dans les algorithmes de plans séquents (*cutting plane*). Les coupes valides les plus fortes sont celles qui sont associées aux facettes de l'enveloppe convexe des solutions entières [48]. Plusieurs coupes seront présentées pour différents problèmes. Les coupes d'élimination de sous-tours [9, 34, 50, 51], de peigne (*comb*) [9, 35], (*2-matching*) [25], peigne généralisé [36, 49, 42], et de 2-chemin (*2-path*) [42] sont présentées pour les problèmes du voyageur de commerce (TSP) et VRPTW. Des nouvelles coupes appelées coupe du premier consist réalisable et coupe facettes sont présentées dans le chapitre 5.

CHAPITRE 3

Module stratégique

Introduction

Dans ce chapitre le module stratégique est défini et résolu. Le problème stratégique est défini sur un horizon de sept jours. Les locomotives ne sont pas considérées individuellement dans ce module sauf les locomotives critiques. Par la suite, la solution générée par ce module servira pour résoudre le problème tactique.

Nous allons tout d'abord commencer par présenter une modélisation générale pour tous les problèmes d'affectation formulés comme des problèmes de flot multi-commodités avec des contraintes portant sur les ressources ¹. Notre modèle est présenté à la deuxième section comme étant un cas particulier du modèle général présenté à la première section. La troisième section présente l'approche de résolution basée sur une division heuristique du problème original en problèmes plus petits avec des chevauchements entre deux problèmes successifs. Chaque petit problème est résolu à l'aide de la décomposition de Dantzig-Wolfe. La quatrième section présente la procédure d'énumération et d'élimination utilisée pour obtenir une solution entière. Finalement à la cinquième section les résultats des expériences numériques sont présentés.

¹Une ressource est une quantité cumulée le long d'un chemin de locomotives, par exemple, le kilométrage depuis la dernière maintenance.

3.1 Modèle général

Le modèle général introduit par Desaulniers *et al.* [17] à partir duquel nous obtiendrons la formulation de notre problème est présenté dans cette section. Cette formulation générale pourrait être utilisée et adaptée pour une grande partie des problèmes d'affectation et de routage dans différents domaines. Le problème est modélisé comme un problème de flot multi-commodités avec des contraintes supplémentaires. Il faut noter que dans cette présentation, chaque commodité correspondant à une unité de flot est associée à un réseau différent.

Notation et définition

Soit k un type de commodité de l'ensemble des commodités K . Le réseau associé à $k \in K$ est représenté par $G^k = (V^k, A^k)$ où A^k est l'ensemble des arcs et $V^k = N^k \cup \{o(k), d(k)\}$ l'ensemble des noeuds. L'ensemble des noeuds N^k représente les noeuds qui peuvent être visités dans le réseau k en partant du noeud source $o(k)$ et en terminant au noeud destination $d(k)$. L'ensemble des arcs A^k permet au flot de X_{ij}^k de circuler dans le réseau k . La variable binaire de flot X_{ij}^k est égale à un si l'arc (i, j) est dans le chemin de la solution de la commodité k et elle est égale à zéro sinon. Un chemin p dans le réseau k est un ensemble d'arcs connexes qui commence par le noeud source $o(k)$ et qui finit par le noeud destination $d(k)$. On peut associer des quantités appelées ressources à chaque arc (i, j) : par exemple, le coût ou le temps de parcours entre le noeud i et le noeud j , ou bien la charge d'un camion tout au long de son parcours dans le problème de livraison et de collecte. La consommation d'une ressource sur un chemin peut être calculée à partir de la consommation sur les arcs du chemin. Soit R^k l'ensemble des variables de ressource

de la commodité k et r un élément de cet ensemble.

Prenons w une tâche de W l'ensemble des tâches à couvrir. n_w représente le nombre de fois que la tâche w doit être couverte. L'ensemble H représente toutes les contraintes linéaires supplémentaires formulées dans le programme et h est un élément de cet ensemble. Le second membre de chaque contrainte h est représenté par b_h . Soit L l'ensemble des contraintes locales des réseaux, on prend d_l^k comme la valeur du second membre de chaque contrainte $l \in L$ dans le réseau k .

En utilisant les définitions précédentes, le vecteur des variables de flot \mathcal{X}^k et le vecteur des variables de ressource \mathcal{T}_i^k sont représentés comme suit:

$$\mathcal{X}^k = (X_{ij}^k \mid (i, j) \in A^k),$$

$$\mathcal{T}_i^k = (T_i^{kr} \mid r \in R^k),$$

où T_i^{kr} est la consommation au noeud $i \in V^k$ de la ressource $r \in R^k$ sur le chemin de la commodité k . Nous sommes maintenant en mesure de définir la fonction de prolongation f_{ij}^{kr} . Cette fonction calcule, pour la commodité k , la valeur minimale de la ressource r au noeud j à partir du vecteur des ressources au noeud i . Elle peut être linéaire ou non-linéaire et dépend de l'application. La fonction de coût dans le réseau $k \in K$ est représentée par $c^k(\mathcal{X}^k, \mathcal{T}^k)$ où $\mathcal{T}^k = (T_i^{kr} \mid i \in V^k, r \in R^k)$. Finalement, on définit S comme l'ensemble des variables additionnelles: par exemple des variables d'écart ou de surplus. Les variables Y_s avec $s \in S$ prennent leurs valeurs dans l'ensemble I_s . La pénalité de l'utilisation des variables d'écart est représentée par c_s dans la fonction objectif. Certains coefficients utilisés dans le modèle sont définis comme suit:

- $a_{w,ij}^k$: coefficient binaire de la variable de flot X_{ij}^k : 1 si l'arc $(i, j) \in A^k$ couvre la tâche w , 0 sinon:

- a_{ws} : coefficient des variables additionnelles Y_s , $s \in S$ dans la contrainte de recouvrement des tâches $w \in W$;
- $b_{h,ij}^k, b_{hi}^{kr}, b_{hs}$: respectivement les coefficients de la variable flot X_{ij}^k , de la variable de ressource T_i^{kr} et de la variable additionnelle Y_s dans la contrainte liante $h \in H$;
- $d_{i,ij}^k, d_{ii}^{kr}$: respectivement les coefficients de la variable flot X_{ij}^k et de la variable de ressource T_i^{kr} dans la contrainte locale $l \in L$.

Avec toutes les définitions et les notations données ci-dessus, nous sommes en mesure de présenter le modèle général:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} c^k(\mathcal{X}^k, \mathcal{T}^k) + \sum_{s \in S} c_s Y_s \quad (3.1)$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{w,ij}^k X_{ij}^k + \sum_{s \in S} a_{ws} Y_s = n_w \quad , \quad \forall w \in W \quad (3.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} b_{h,ij}^k X_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{r \in R^k} \sum_{i \in V^k} b_{hi}^{kr} T_i^{kr} + \sum_{s \in S} b_{hs} Y_s = b_h \quad , \quad \forall h \in H \quad (3.3)$$

$$Y_s \in I_s \quad , \quad \forall s \in S \quad (3.4)$$

$$\sum_{j: (o(k),j) \in A^k} X_{o(k),j}^k = 1 \quad , \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in A^k} X_{ij}^k - \sum_{j: (j,i) \in A^k} X_{ji}^k = 0 \quad , \quad \forall k \in K, \forall i \in N^k \quad (3.6)$$

$$\sum_{j: (j,d(k)) \in A^k} X_{j,d(k)}^k = 1 \quad , \quad \forall k \in K \quad (3.7)$$

$$X_{ij}^k (f_{ij}^{kr}(T_i^k) - T_j^{kr}) \leq 0 \quad , \quad \forall k \in K, \forall r \in R^k, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.8)$$

$$a_i^{kr} \leq T_i^{kr} \leq b_i^{kr} \quad , \quad \forall k \in K, \forall r \in R^k, \forall i \in V^k - N^k \quad (3.9)$$

$$a_i^{kr} \left(\sum_{j: (i,j) \in A^k} X_{ij}^k \right) \leq T_i^{kr} \leq b_i^{kr} \left(\sum_{j: (i,j) \in A^k} X_{ij}^k \right) \quad , \quad \forall k \in K, \forall r \in R^k, \forall i \in N^k \quad (3.10)$$

$$\sum_{(i,j) \in A^k} d_{i,j}^k X_{ij}^k + \sum_{r \in R} \sum_{i \in V^k} d_i^{kr} T_i^{kr} \leq d_i^k \quad . \quad \forall k \in K, \forall i \in L \quad (3.11)$$

$$X_{ij}^k \text{ binaire} \quad . \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.12)$$

La fonction objectif (3.1) peut être linéaire ou non-linéaire et elle représente le coût total à minimiser. La contrainte (3.2) permet de couvrir les tâches avec une ou plusieurs unités de flot. La contrainte (3.3) est une contrainte liante entre les commodités. Elle relie les variables de flot avec les variables de ressource et peut être utilisée à plusieurs occasions dans différentes applications. Les contraintes concernant les variables additionnelles sont représentées dans l'équation (3.4). Les contraintes (3.5)-(3.7) imposent qu'une unité de flot circule de l'origine $o(k)$ à la destination $d(k)$ pour chaque $k \in K$. La compatibilité entre les variables de flot et les variables de ressource a été formulée à l'aide de l'équation (3.8). Supposons que la variable X_{ij}^k soit égale à 1. ceci signifie que l'arc (i,j) appartient au chemin de la solution de la commodité k , il faut donc vérifier la réalisabilité du chemin d'un point de vue des contraintes de ressource. En termes mathématiques, il faut que $T_j^{kr} \geq f_{ij}^{kr}(T_i^k)$ pour chaque (i,j) appartenant au chemin de la solution de k et cela pour chaque ressource $r \in R^k$. L'équation (3.9) limite les valeurs des variables de ressource $r \in R^k$ entre les valeurs minimales a_i^{kr} et les valeurs maximales b_i^{kr} . Il faut noter que pratiquement on permet un gaspillage de ressources qui peut être traduit comme un temps d'attente dans le cas où la variable de ressource est le temps de déplacement entre les noeuds. La contrainte (3.10) impose que la valeur de la variable de ressource T_i^{kr} soit égale à zéro si le noeud i n'est pas visité par la commodité k . La contrainte (3.11) est utilisée en général pour les restrictions locales à chaque réseau (par exemple les contraintes de préséance entre les tâches). Finalement l'équation (3.12) impose la valeur 0 ou 1 aux variables X_{ij}^k .

3.2 Adaptation au secteur ferroviaire

Dans cette section la formulation mathématique (3.1)-(3.12) est adaptée pour traiter le problème stratégique décrit au chapitre 1. Le problème d'affectation des locomotives aux trains avec les consists hétérogènes est modélisé comme un problème de flot multi-commodités avec des variables supplémentaires de ressource. La seule variable de ressource est le temps et elle est utilisée pour contrôler la date de retour à l'atelier de maintenance des locomotives critiques. Dans ce problème stratégique, chaque commodité représente soit une classe de locomotives soit une locomotive critique. Les tâches à couvrir sont les trains et on définit une contrainte du type de l'équation (3.2) par train. Les restrictions sur les ateliers et les postes locaux sont formulées à l'aide de la contrainte (3.3). Les flots circulant dans le réseau sont les locomotives qui voyagent entre les PCP.

3.2.1 Définition du réseau

Un réseau espace-temps similaire au réseau espace-temps de Barnhart *et al.* [3] dans le domaine aérien a été construit pour chaque commodité (voir Figure 3.1). Les axes horizontaux représentent le temps alors que les axes verticaux correspondent à la localisation. Les noeuds représentent les sites à différents points dans le temps ainsi que les débuts et les fins de chacune des activités. Les arcs représentent des activités comme des tâches de trains, attente, atelier, etc. Une tâche de train est un train auquel il faut affecter des locomotives. Chaque niveau horizontal représente un PCP. Les noeuds de jour représentent le début de chaque jour et la fin du dernier jour. Un arc diagonal représente une tâche de train entre deux PCP. Le noeud origine d'un train représente l'heure et le lieu de départ du train et son noeud

de destination représente l'heure et le lieu d'arrivée. Le flot traversant les arcs diagonaux en continue représente des locomotives actives alors que le flot traversant les arcs diagonaux en pointillé représente les MEP. On distingue ces deux types d'arcs par leurs coûts opérationnels différents.

Pour des locomotives critiques, le réseau est modifié pour considérer la maintenance des locomotives. Une fenêtre de temps correspondant à la variable de ressource temps (temps d'opération) est associée à chaque noeud de jour. Cette fenêtre oblige la locomotive critique d'être de retour à un atelier précis avant un temps limité. Le temps d'opération est accumulé sur les arcs de train, les arcs de MEP ainsi que les arcs des services locaux. À chaque fois qu'une locomotive utilise un arc d'atelier, le temps d'opération est remis à zéro.

Finalement, chaque réseau k contient un noeud origine $o(k)$ et un noeud de destination $d(k)$. Il existe des arcs reliant le noeud origine au premier noeud de chacun des 26 PCP (arc d'entrée de PCP). De la même façon, il existe des arcs reliant le noeud final de chaque PCP au noeud $d(k)$ (arc de cible de PCP). Le nombre des arcs d'entrée est égal au nombre des arcs cibles. La capacité sur les arcs d'entrée représente les conditions initiales, i.e, le nombre de locomotives disponibles au début de la semaine à chaque PCP. Vu qu'on résout un problème opérationnel non périodique, les nombres de locomotives au début et à la fin de la semaine ne sont pas nécessairement égaux pour chaque PCP. La puissance désirée (ciblée) mesurée en chevaux-vapeur à la fin de la semaine à chaque PCP est imposée à l'aide des arcs cibles.

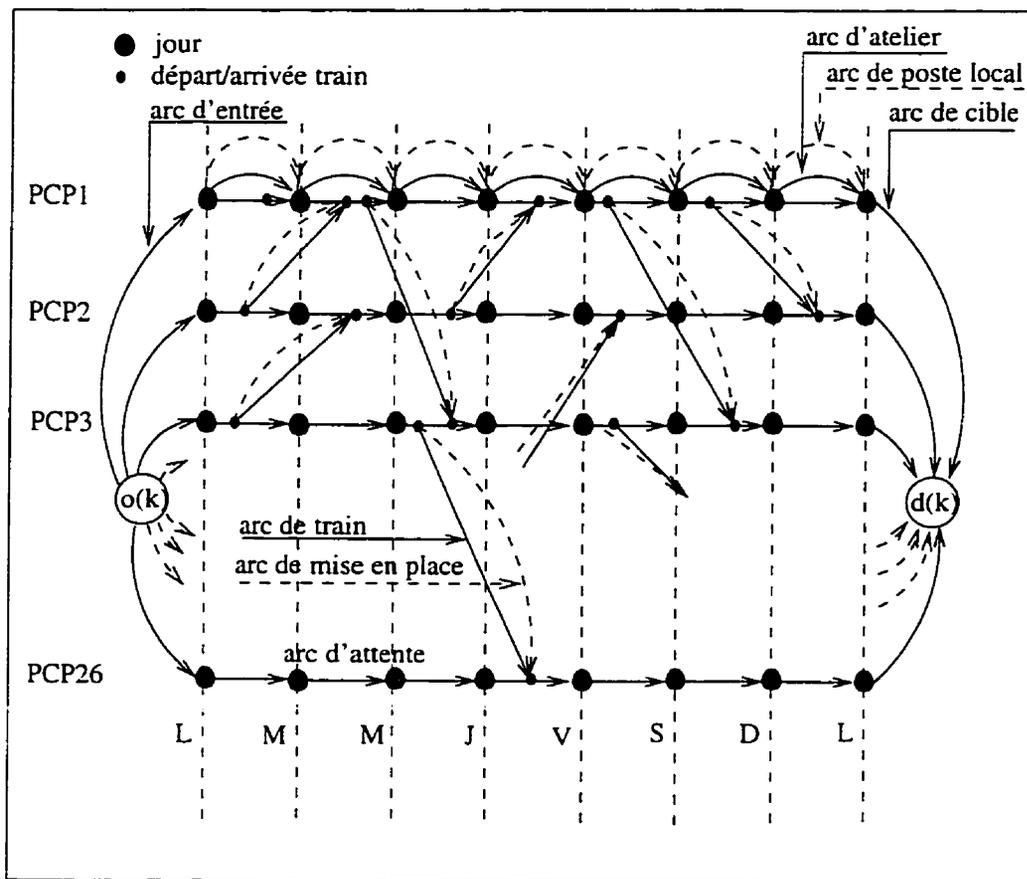


Figure 3.1 Réseau pour chaque commodité.

3.2.2 Formulation mathématique

La notation et la formulation dans cette section est conforme à celles proposées par Desaulniers *et al.* [17] pour les problèmes de tournées de véhicule et les horaires d'équipage présentés dans la section précédente (3.1)-(3.12). Cependant cette formulation est généralisée en utilisant des variables entières au lieu de variables binaires (3.12).

Soit k un type de commodité de l'ensemble des commodités K . Le réseau associé à $k \in K$ est représenté par $G^k = (V^k, A^k)$ où A^k est l'ensemble des arcs et $V^k = N^k \cup \{o(k), d(k)\}$ l'ensemble des noeuds. Il existe toujours un arc $(o(k), d(k))$ afin de permettre la non utilisation de la commodité k . Avant de présenter la formulation mathématique, définissons les ensembles, les variables, les coefficients et les paramètres utilisés dans le modèle.

Les ensembles:

- K , l'ensemble de commodité; $k \in K$ est une commodité qui est définie soit comme une classe de locomotives, soit une locomotive critique.
- K^c , l'ensemble des locomotives critiques, où K^c est un sous ensemble de K .
- W , l'ensemble total des trains qui doit être couvert par les locomotives; $w \in W$ est un train de cet ensemble.
- W^n , l'ensemble des trains dont la demande est exprimée en termes du nombre minimum de locomotives.
- W^p , l'ensemble des trains dont la demande de puissance est exprimée en chevaux-vapeur.

- W^q , l'ensemble des trains dont la demande de traction/poids est exprimée en tonnes.

Les ensembles W^n , W^p et W^q ne sont pas disjoints et il peut y avoir plus d'une contrainte pour un même segment de train.

- M , l'ensemble des ateliers; $m \in M$ représente un atelier de cet ensemble.
- O , l'ensemble des postes locaux; $o \in O$ représente un poste local de cet ensemble.
- H , l'ensemble des PCP; $h \in H$ représente un PCP de cet ensemble.
- D , l'ensemble des jours dans une semaine; $d \in D$ représente un jour particulier de cet ensemble.
- S^n , S^p et S^q les ensembles de variables supplémentaires associés aux contraintes de recouvrement, respectivement en nombre de locomotives, en puissance et en tonnage, respectivement.

Les variables:

- X_{ij}^k , la variable entière indiquant le nombre de locomotives actives de classe k qui couvrent l'arc $(i, j) \in A^k$.
- F_{ij}^k , la variable entière indiquant le nombre de MEP de classe k qui couvrent l'arc $(i, j) \in A^k$.
- Y_s , la variable supplémentaire ($s \in S^n \cup S^p \cup S^q$), définie dans l'intervalle de $[a_s, b_s]$.

Les coûts:

- c_{ij}^k , le coût d'utilisation d'une locomotive active de classe k sur l'arc (i, j) : ce coût inclut la pénalité reflétant les préférences.
- d_{ij}^k , le coût d'utilisation d'une locomotive en MEP de classe k sur l'arc (i, j) : ce coût inclut la pénalité reflétant les préférences.
- c_s , le coût correspond à la pénalité d'utilisation de la variable supplémentaire Y_s .

Les coefficients:

- $a_{w,ij}^k$, le coefficient binaire de la variable de flot X_{ij}^k , 1 si l'arc $(i, j) \in A^k$ couvre le tâche w , 0 sinon.
- a_{ws} , le coefficient binaire de la variable supplémentaire Y_s , 1 si la variable Y_s apparaît dans la contrainte correspondant au train w , 0 sinon.
- $g_{m,ij}^{kd}$, le coefficient binaire de la variable de flot X_{ij}^k , 1 si l'arc $(i, j) \in A^k$ est un arc d'atelier $m \in M$ au jour $d \in D$, 0 sinon.
- $g_{o,ij}^{kd}$, le coefficient binaire de la variable de flot X_{ij}^k , 1 si l'arc $(i, j) \in A^k$ est un arc de poste local $o \in O$ au jour $d \in D$, 0 sinon.
- $g_{h,ij}^{kd}$, le coefficient binaire de la variable de flot X_{ij}^k , 1 si l'arc $(i, j) \in A^k$ est un arc de cible pour le PCP $h \in H$, 0 sinon.

Les paramètres:

- n^k , le nombre de locomotives de classe k disponibles au noeud source au début de la semaine.

- n_w , le nombre minimum de locomotives nécessaires pour couvrir la tâche $w \in W^n$.
- n_m^d , la capacité maximum de l'atelier $m \in M$ le jour $d \in D$.
- n_o^d , la demande en termes de nombre de locomotives pour le poste local $o \in O$ le jour $d \in D$. La demande pour le poste local est représentée dans le réseau et dans la formulation mathématique par une demande journalière car on peut changer cette demande au début de chaque jour.
- p_h , la puissance demandée à la fin de chaque semaine au PCP h .
- p^k , la puissance opérationnelle des locomotives de classe k .
- p_w , la demande de puissance en hp pour le train $w \in W^p$.
- q_w , le tonnage du train $w \in W^q$ qui doit être tiré par les locomotives.
- q_{ij}^k , le poids total qui peut être tiré par une locomotive de classe k sur le segment de train représenté par l'arc $(i, j) \in A^k$.

Le modèle mathématique:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} (c_{ij}^k X_{ij}^k + d_{ij}^k F_{ij}^k) + \sum_{s \in S^n \cup S^p \cup S^q} c_s Y_s \quad (3.13)$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{w,ij}^k X_{ij}^k + \sum_{s \in S^n} a_{ws} Y_s = n_w, \quad \forall w \in W^n \quad (3.14)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{w,ij}^k p^k X_{ij}^k + \sum_{s \in S^p} a_{ws} Y_s = p_w, \quad \forall w \in W^p \quad (3.15)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{w,ij}^k q_{ij}^k X_{ij}^k + \sum_{s \in S^q} a_{ws} Y_s = q_w, \quad \forall w \in W^q \quad (3.16)$$

$$a_s \leq Y_s \leq b_s, \quad \forall s \in S^n \cup S^p \cup S^q \quad (3.17)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} g_{m,ij}^{kd} \cdot X_{ij}^k \leq n_m^d, \quad \forall m \in M, \forall d \in D \quad (3.18)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} g_{o,ij}^{kd} \cdot X_{ij}^k \geq n_o^d, \quad \forall o \in O, \forall d \in D \quad (3.19)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} b_{h,ij}^k p^k X_{ij}^k \geq p_h, \quad \forall h \in H \quad (3.20)$$

$$\sum_{j: (o(k),j) \in A^k} X_{o(k),j}^k = n^k, \quad \forall k \in K \quad (3.21)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in A^k} (X_{ij}^k + F_{ij}^k) - \sum_{j: (j,i) \in A^k} (X_{ji}^k + F_{ji}^k) = 0, \quad \forall k \in K, \forall i \in N^k \quad (3.22)$$

$$\sum_{j: (j,d(k)) \in A^k} X_{j,d(k)}^k = n^k, \quad \forall k \in K \quad (3.23)$$

$$X_{ij}^k (T_i^k + t_{ij}^k - T_j^k) \leq 0, \quad \forall k \in K^c, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.24)$$

$$a_i^k \leq T_i^k \leq b_i^k, \quad \forall k \in K^c, \forall i \in V^k \quad (3.25)$$

$$X_{ij}^k \geq 0, F_{ij}^k \geq 0 \text{ et entier. } \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k. \quad (3.26)$$

L'expression (3.13) est la fonction objectif qui minimise le coût total d'opération et les pénalités apportées par les variables supplémentaires Y_s associées aux contraintes (3.14), (3.15) et (3.16). Les contraintes (3.14)-(3.16) représentent respectivement le recouvrement des demandes des trains exprimées en termes du nombre minimum de locomotives, de la puissance et du tonnage. La contrainte (3.17) définit le domaine des variables supplémentaires. La contrainte de capacité des ateliers est formulée dans (3.18) alors que la demande des postes locaux est satisfaite en imposant la contrainte (3.19). La contrainte (3.20) assure que chaque PCP reçoit la puissance ciblée à la fin de la semaine, ce qui garantit la disponibilité de suffisamment de puissance au début de la prochaine semaine. Bien que cette puissance ciblée soit considérée comme une constante dans la formulation, elle peut être considérée comme un paramètre dans le programme afin d'évaluer la demande de puissance hebdomadaire nécessaire pour un PCP.

Les contraintes (3.21) et (3.23) représentent le besoin de transférer n^k locomotives de noeud origine $o(k)$ au noeud destination $d(k)$ pour chaque $k \in K$. Si la locomotive de classe k n'est pas utilisée, elle emprunte l'arc $(o(k), d(k))$. La conservation de flot est modélisée par la (3.22) pour chaque noeud. Il faut noter que les locomotives peuvent changer de statut à chaque noeud. Par exemple une locomotive active peut devenir une MEP et vice versa. Les contraintes (3.24) et (3.25) sont les contraintes de ressource, spécifiques aux locomotives critiques. La valeur de la variable de ressource représentée par T_i^k , donne le temps d'opération accumulé par une locomotive critique $k \in K^c$ jusqu'au noeud i à partir de son noeud initial au début de la semaine. Le temps de voyage du noeud i au noeud j pour la locomotive de $k \in K^c$ est représenté par t_{ij}^k . La contrainte non linéaire (3.24) assure la compatibilité entre les variables de flot et les variables de ressource. La contrainte de fenêtre de temps pour la locomotive critique est donnée par (3.25). La dernière contrainte (3.26) impose l'intégrité des variables de flot.

3.2.3 Pénalité de sous-recouvrement

La pénalité correspondant au sous-recouvrement des demandes des trains est modélisée à l'aide d'une fonction convexe, linéaire par morceau. Cette structure de coût ressemble à la structure proposée récemment par Desaulniers *et al.* [14] pour le problème de confection des rotations d'équipage dans le domaine aérien. Les variables supplémentaires Y_s , utilisées dans notre modèle ont été introduites par Graves *et al.* [33] dans un problème de rotations d'équipage pour permettre en même temps un sous-recouvrement et un sur-recouvrement des segments de vol en payant une pénalité. Dans notre cas, les variables supplémentaires sont ajoutées pour permettre de trouver une solution mathématique, même s'il n'y a pas assez de locomotives

disponibles dans le réseau.

Comme nous l'avons déjà mentionné, les ensembles S^n , S^p , S^q sont respectivement les ensembles des variables supplémentaires Y_s associés aux contraintes (3.14), (3.15) et (3.16). Le domaine de ces variables Y_s est défini dans la contrainte (3.17). Le coût c_s est positif et croissant dans S^n , S^p et S^q . La fonction de pénalité ajoutée à la fonction objectif dans l'équation (3.13) est aussi, une fonction décroissante convexe et linéaire par morceau.

La fonction de pénalité dans sa forme la plus simple est définie pour la contrainte (3.14) à la Figure 3.2. La pente de la fonction de pénalité P_1^n , qui est considérée comme un paramètre dans le programme, est choisie égale à une très grande valeur. Il existe une seule variable Y_s par contrainte w dans ce cas; elle est définie comme suit:

$$0 \leq Y_1 \leq n_w$$

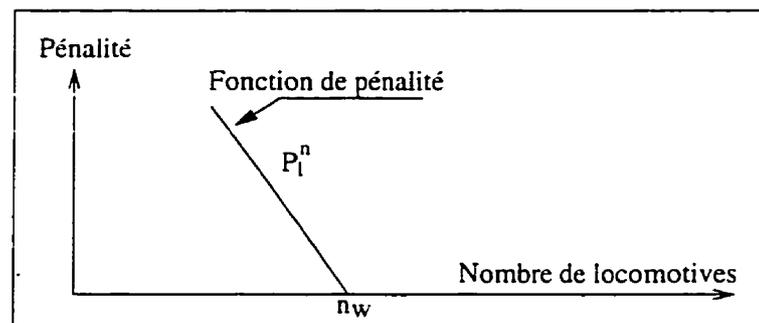


Figure 3.2 Fonction de pénalité pour le sous-recouvrement du nombre minimum nécessaire de locomotives.

La fonction de pénalité pour la contrainte de puissance représentée dans (3.15)

est sous une forme plus compliquée. En réalité nous savons qu'un train peut fonctionner même si on ne fournit que 90% de sa puissance désirée. Ce manque de puissance pourrait causer un retard ou d'autres inconvénients mineurs qui peuvent être évalués et considérés comme une pénalité dans le programme. La pente correspondant à cette pénalité a été appelée P_2^P dans le programme. La Figure 3.3 représente la fonction de pénalité considérée pour cette contrainte. Il y a une correspondance entre la valeur de P_1^P et P_1^n dans le cas précédent. La puissance opérationnelle de la plupart des locomotives est égale à 3000 hp; nous avons donc choisi $P_1^P = P_1^n / 3000$. La pente de la fonction de pénalité P_2^P est choisie au moins 100 fois plus petites que P_1^P . Ceci nous permet de pénaliser moins fort la sous-satisfaction de moins que 10% de puissance désirée par un train. La fonction de pénalité pour la contrainte de tonnage représentée dans la contrainte (3.16) est sous la même forme que celle de la contrainte de puissance.

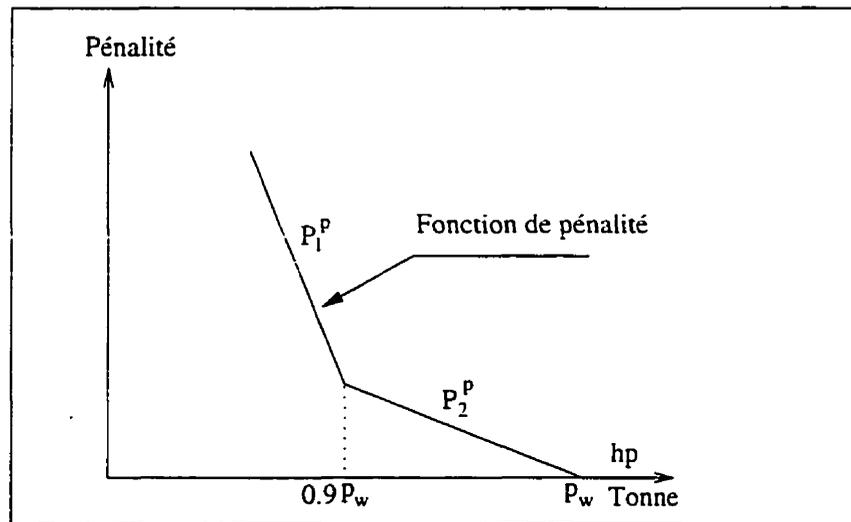


Figure 3.3 Fonction de pénalité pour le sous-recouvrement de puissance et de tonnage.

Le nombre de locomotives dans un consist est entier; par conséquent sur l'axe

de puissance dans la Figure 3.3. les seuls points réalisables sont les points correspondant aux consists réalisables dans le réseau. On peut donc améliorer la fonction de pénalité en y introduisant cette notion d'intégrité. La Figure 3.4 représente cette fonction de pénalité améliorée (*lifted penalty function*) en ligne pleine et la fonction de pénalité réelle, donnée par la compagnie (représentée à la Figure 3.3), en pointillés. On remarque que la pénalité d'un point correspondant à un consist réalisable sur la fonction de pénalité améliorée (ligne pleine) est la même que la pénalité du même point sur la fonction de pénalité réelle (ligne pointillée).

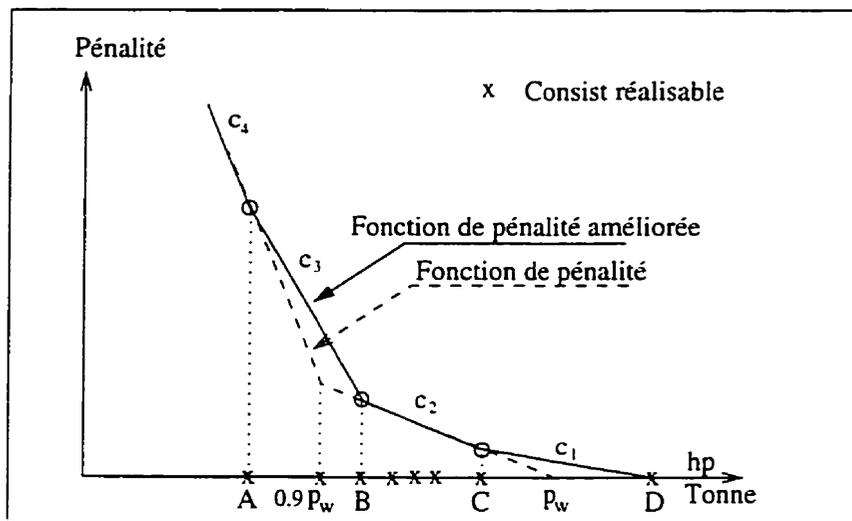


Figure 3.4 Fonction de pénalité améliorée pour le sous-recouvrement de puissance et de tonnage.

L'introduction de cette nouvelle fonction de pénalité ne modifie pas le modèle en nombre entier mais augmente le coût de certaines solutions fractionnaires, ce qui réduit le gap d'intégrité. Dans la Figure 3.4, le point A représente le consist le plus proche satisfaisant moins que 90% de la puissance demandée et le point D représente le consist le plus proche satisfaisant plus de puissance que la puissance demandée par un train. Il est possible qu'il existe plusieurs consists qui fournissent une puissance entre 90% et 100% de la puissance désirée, nous choisissons les points B et C comme

le plus petit et le plus grand consist (en termes de puissance) parmi ces points. Pour une telle fonction, il faut introduire quatre variables supplémentaires:

$$0 \leq Y_1 \leq D - C.$$

$$0 \leq Y_2 \leq C - B.$$

$$0 \leq Y_3 \leq B - A.$$

$$0 \leq Y_4 \leq A.$$

Les pentes c_2 et c_4 sont respectivement égales à P_2^p et P_1^p de la Figure 3.3. Les pentes c_1 et c_3 sont facilement calculables à partir des autres données. Il est clair que si les points B et C sont confondus, le nombre des variables supplémentaires sera réduit à 3 et ce nombre sera réduit à deux s'il n'existe ni le point B ni le point C . Une même fonction de pénalité est considérée pour la contrainte de tonnage représentée dans (3.16). Ainsi la partie correspondant à la fonction de pénalité dans la fonction objectif (3.13) est représentée comme suit:

$$\sum_{i=1}^4 c_i Y_i.$$

Il est plus difficile d'obtenir des solutions entières avec les contraintes de puissance (3.15) et de tonnage (3.16) qu'avec des contraintes de recouvrement de type (3.14) car le gap d'intégrité est plus important. Pour cette raison, nous ajoutons une autre fonction de pénalité pour le nombre minimum de locomotives, déduite à partir de la fonction de pénalité représentée à la Figure 3.4. Cette fonction est représentée à la Figure 3.5 et elle est ajoutée pour tous les trains dont les demandes sont exprimées en termes de puissance et en termes de tonnage et qui n'ont pas de contrainte sur le nombre minimum de locomotives.

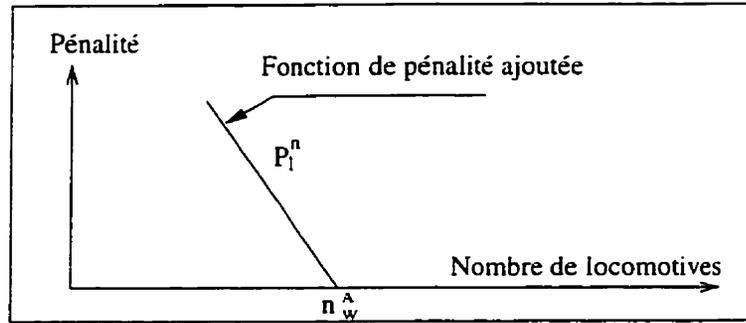


Figure 3.5 Fonction de pénalité pour le sous-recouvrement du nombre nécessaire de locomotives pour les contraintes de puissance et de tonnage.

Le nombre n_w^A à la Figure 3.5 est évalué en deux étapes. D'abord en divisant 90% de demande de puissance p_w par la puissance maximum des locomotives disponibles, le nombre minimum nécessaire de locomotives pour satisfaire la demande en puissance est déterminé. Par la suite, n_w^A est choisi égal au premier entier supérieur à ce nombre minimum de locomotives. La valeur n_w^A servira par la suite comme le membre droit d'une coupe exacte correspondant à une nouvelle contrainte de recouvrement pour le train w .

3.3 Approche de résolution

L'approche de résolution utilisée est une approche de décomposition. Vu la taille très grande du problème défini sur un horizon d'une semaine (2000 trains et environ 4500 contraintes), on a choisi une résolution heuristique qui consiste à diviser le grand problème en petits problèmes avec une période de chevauchement entre deux problèmes successifs. Les problèmes divisés sont assez grands, de 500 à 1000 trains selon un horizon de deux ou trois jours. Une autre approche basée sur la décomposition mathématique est choisie pour ensuite résoudre chaque petit problème.

3.3.1 Décomposition Dantzig-Wolfe

La fonction objectif (3.13) et les contraintes (3.21)-(3.26) sont séparables par commodité (sauf pour les coûts provenant des variables supplémentaires). Le modèle possède une structure bloc angulaire avec des contraintes liantes, une approche naturelle de résolution est la décomposition de Dantzig-Wolfe [12] (voir Desaulniers *et al.* [17]).

Mathématiquement, le problème est décomposé en un problème maître et un ensemble de sous-problèmes. Le problème maître inclut la fonction objectif (3.13) et les contraintes (3.14)-(3.20) qui lient plusieurs commodités. Il existe un sous-problème pour chaque commodité $k \in K$ contenant les contraintes (3.21)-(3.26).

Problème maître

Soit Ω^k , l'ensemble des points extrêmes constituant le domaine réalisable du sous-problème $k \in K$. Chaque $p \in \Omega^k$ correspond à un chemin élémentaire dans le réseau k avec le flot n^k . Ce chemin est présenté en utilisant le coefficient binaire $x_{ijp}^k, (i, j) \in A^k$, qui est égal à un si l'arc (i, j) fait partie du chemin p pour les locomotives actives de classe k , autrement il est égal à zéro. De la même façon, on définit le coefficient binaire $f_{ijp}^k, (i, j) \in A^k$ pour les chemins de MEP. De plus, soit Φ_p^k la fraction de flot de locomotives n^k traversant le chemin p . Les variables entières de flot X_{ij}^k et F_{ij}^k peuvent être présentées comme suit:

$$X_{ij}^k = \sum_{p \in \Omega^k} x_{ijp}^k \Phi_p^k n^k, \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A^k$$

$$F_{ij}^k = \sum_{p \in \Omega^k} f_{ijp}^k \Phi_p^k n^k, \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A^k$$

$$\sum_{p \in \Omega^k} \Phi_p^k = 1, \quad \forall k \in K$$

$$\Phi_p^k \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall p \in \Omega^k$$

$$X_{ij}^k \geq 0, F_{ij}^k \geq 0 \text{ et entier}, \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A^k.$$

On définit la variable de chemin $\theta_p^k = \Phi_p^k n^k$ pour représenter le flot sur le chemin p :

$$X_{ij}^k = \sum_{p \in \Omega^k} x_{ijp}^k \theta_p^k, \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A^k \quad (3.27)$$

$$F_{ij}^k = \sum_{p \in \Omega^k} f_{ijp}^k \theta_p^k, \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A^k \quad (3.28)$$

$$\sum_{p \in \Omega^k} \theta_p^k = n^k, \quad \forall k \in K \quad (3.29)$$

$$\theta_p^k \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall p \in \Omega^k \quad (3.30)$$

$$X_{ij}^k \geq 0, F_{ij}^k \geq 0 \text{ et entier}, \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A^k. \quad (3.31)$$

En substituant (3.27)-(3.31) dans (3.13)-(3.21), le problème maître peut être présenté comme suit:

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \sum_{(i, j) \in A^k} (x_{ijp}^k c_{ij}^k + f_{ijp}^k d_{ij}^k) \theta_p^k + \sum_{s \in S^n \cup S^p \cup S^q} c_s Y_s \quad (3.32)$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \left(\sum_{(i, j) \in A^k} a_{w, ij}^k x_{ijp}^k \right) \theta_p^k + \sum_{s \in S^n} a_{ws} Y_s = n_w, \quad \forall w \in W^n \quad (3.33)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \left(\sum_{(i, j) \in A^k} a_{w, ij}^k p^k x_{ijp}^k \right) \theta_p^k + \sum_{s \in S^p} a_{ws} Y_s = p_w, \quad \forall w \in W^p \quad (3.34)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \left(\sum_{(i, j) \in A^k} a_{w, ij}^k q^k x_{ijp}^k \right) \theta_p^k + \sum_{s \in S^q} a_{ws} Y_s = q_w, \quad \forall w \in W^q \quad (3.35)$$

$$a_s \leq Y_s \leq b_s, \quad \forall s \in S^n \cup S^p \cup S^q \quad (3.36)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \left(\sum_{(i, j) \in A^k} g_{m, ij}^{kd} x_{ijp}^k \right) \theta_p^k \leq n_m^d, \quad \forall m \in M, \forall d \in D \quad (3.37)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \left(\sum_{(i,j) \in A^k} g_{o,ij}^{kd} x_{ijp}^k \right) \theta_p^k \geq n_o^d, \quad \forall o \in O, \forall d \in D \quad (3.38)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \left(\sum_{(i,j) \in A^k} b_{h,ij}^k p^k x_{ijp}^k \right) \theta_p^k \geq p_h, \quad \forall h \in H \quad (3.39)$$

$$\sum_{p \in \Omega^k} \theta_p^k = n^k, \quad \forall k \in K \quad (3.40)$$

$$\theta_p^k \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall p \in \Omega^k \quad (3.41)$$

$$X_{ij}^k = \sum_{p \in \Omega^k} x_{ijp}^k \theta_p^k, \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.42)$$

$$F_{ij}^k = \sum_{p \in \Omega^k} f_{ijp}^k \theta_p^k, \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.43)$$

$$X_{ij}^k \geq 0, F_{ij}^k \geq 0 \text{ et entier}, \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k. \quad (3.44)$$

Les contraintes (3.33)-(3.35) représentent le recouvrement en nombre de locomotives en cheval-vapeur et en tonnage. Ces contraintes peuvent être exprimées pour plusieurs trains. En général la demande de recouvrement des trains est exprimée par (3.33) et (3.35) ou par (3.33) et (3.34). Il existe cependant des trains dont la demande est exprimée uniquement en termes du nombre minimum de locomotives. Si la demande est exprimée seulement avec la contrainte (3.34) ou (3.35), nous ajoutons une contrainte de type (3.33) pour faciliter la résolution. Dans le cadre de la résolution d'un problème hebdomadaire du CN, il existe environ 4000 contraintes (3.33)-(3.35) dans notre problème. Le nombre de contraintes d'atelier (3.37) est évalué à 126 (18 ateliers dans le réseau et un arc par jour). Avec 164 postes locaux dans le réseau et un arc par jour, le nombre de contraintes (3.38) peut être évalué à 1148, mais, vu que la demande des services locaux change rarement, les locomotives affectées aux services locaux n'ont pas besoin de changer chaque jour. Par conséquent, il existe en général de l'ordre de 500 contraintes (3.38) dans le réseau. Finalement, il y a 26 PCP dans le réseau, donc, 26 contraintes (3.39). Le nombre total des contraintes est de l'ordre de 4500 à 5000 pour un problème défini sur l'horizon d'une semaine. Ce nombre très élevé de contraintes justifie la

méthode heuristique de division du grand problème en petits problèmes. Pour les problèmes définis sur un horizon de 2 et de 3 jours, le nombre total de contraintes est respectivement de l'ordre de 1500 et 2000 (voir le Tableau 3.1 et le Tableau 3.2)).

Les sous-problèmes

La solution d'un sous-problème $k \in K$ est le plus court chemin entre le noeud origine $o(k)$ et le noeud destination $d(k)$ dans le réseau $k \in K$. Pour une locomotive non critique $k \in K \setminus K^c$, vu que les contraintes (3.24)-(3.25) ne sont pas présentes, c'est la solution d'un problème classique de plus court chemin dans un graphe acyclique [1]. Pour les locomotives critiques $k \in K^c$, les horaires fixés de maintenance nécessitent les contraintes de ressource (3.24)-(3.25). Les sous-problèmes sont formulés comme un problème de plus court chemin avec fenêtres de temps. Le modèle de problème de plus court chemin (3.24)-(3.25) décrit la structure d'un chemin supportant une seule unité de flot. La solution pour n^k unité passe par le même chemin. Ce problème a été résolu à l'aide des algorithmes proposés dans [19, 20, 21, 23].

Pour générer des nouvelles colonnes pour le problème maître, les coûts des arcs pour le problème de plus court chemin seront modifiés et le coût relatif pour chaque variable de chemin doit être défini. De plus la fonction objectif doit être formulée pour tous les sous-problèmes. Soit $\alpha_w, w \in W^n$, $\beta_w, w \in W^p$, $\gamma_w, w \in W^q$, $\delta_m, m \in M$, $\sigma_o, o \in O$, $\xi_h, h \in H$ et $\mu^k, k \in K$ qui désignent les variables duales associées aux contraintes (3.33), (3.34), (3.35), (3.37), (3.38), (3.39) et (3.40), respectivement. La fonction objectif pour le sous-problème k s'exprime comme suit:

$$\text{Min} \quad \sum_{(i,j) \in A^k} \left(c_{ij}^k - \sum_{w \in W^n} a_{w,ij}^k \alpha_w - \sum_{w \in W^p} a_{w,ij}^k p^k \beta_w - \sum_{w \in W^q} a_{w,ij}^k q_{ij}^k \gamma_w - \right.$$

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{m \in M} \sum_{d \in D} g_{m,ij}^{kd} \delta_m - \sum_{o \in O} \sum_{d \in D} g_{o,ij}^{kd} \sigma_o - \sum_{h \in H} b_{h,ij}^k p^k \xi_h \right) X_{ij}^k + \sum_{(i,j) \in A^k} d_{ij}^k F_{ij}^k - \\ & \sum_{j:(o(k),j) \in A^k} \mu^k X_{o(k),j}^k. \end{aligned} \quad (3.45)$$

On peut remarquer que (3.45) peut être obtenu avec l'approche de la relaxation Lagrangienne en relaxant les contraintes (3.14)-(3.21) dans la fonction objectif du modèle original de flot multi-commodité (3.13)-(3.26), et en utilisant les variables duales correspondantes. Vu que les variables supplémentaires Y , ne sont pas incluses dans la structure des sous-problèmes (3.21)-(3.26), ces variables sont enlevées de la fonction objectif modifiée (3.43). La formulation mathématique des sous-problèmes est présentée comme suit:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{(i,j) \in A^k} \left(c_{ij}^k - \sum_{w \in W^n} a_{w,ij}^k \alpha_w - \sum_{w \in W^p} a_{w,ij}^k p^k \beta_w - \sum_{w \in W^n} a_{w,ij}^k q_{ij}^k \gamma_w - \right. \\ & \left. \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} g_{m,ij}^{kd} \delta_m - \sum_{o \in O} \sum_{d \in D} g_{o,ij}^{kd} \sigma_o - \sum_{h \in H} b_{h,ij}^k p^k \xi_h \right) X_{ij}^k + \sum_{(i,j) \in A^k} d_{ij}^k F_{ij}^k - \\ & \sum_{j:(o(k),j) \in A^k} \mu^k X_{o(k),j}^k. \end{aligned}$$

sujet à:

$$\sum_{j:(o(k),j) \in A^k} X_{o(k),j}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (3.46)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A^k} (X_{ij}^k + F_{ij}^k) - \sum_{j:(j,i) \in A^k} (X_{ji}^k - F_{ji}^k) = 0, \quad \forall k \in K, \forall i \in N^k \quad (3.47)$$

$$\sum_{j:(j,d(k)) \in A^k} X_{j,d(k)}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (3.48)$$

$$X_{ij}^k (T_i^k + t_{ij}^k + T_j^k) \leq 0, \quad \forall k \in K^c, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.49)$$

$$a_i^k \leq T_i^k \leq b_i^k, \quad \forall k \in K^c, \forall i \in V^k \quad (3.50)$$

$$X_{ij}^k, F_{ij}^k \text{ binaire}, \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k \quad (3.51)$$

3.4 Stratégie de branchement

Une stratégie de branchement est utilisée pour résoudre le programme en nombre entier (3.32)-(3.44), qui est équivalent au problème original (3.13)-(3.26). Étant donnée la taille très grande du problème, nous avons opté pour une stratégie heuristique de branchement qui fixe une ou plusieurs variables de chemin à chaque résolution du problème.

Cette stratégie n'est pas toujours valide dans l'algorithme de génération de colonnes (ou décomposition de Dantzig-Wolfe) car on ne connaît pas explicitement toutes les colonnes. En effet il peut être impossible de générer une colonne qui est exprimée comme combinaison convexe des colonnes correspondant aux points extrêmes des sous-problèmes. Si une telle colonne non-extrême fait partie de la solution optimale entière, il est impossible de l'obtenir et de la fixer dans une stratégie de branchement sur les variables du problème maître. Desrosiers *et al.* [22] présente un tel exemple pour un problème classique de découpe (*cutting stock*). Par conséquent, brancher sur les variables de patrons de coupe (variables du problème maître) n'est pas toujours valide. Cette difficulté peut être résolue si la structure du sous-problème change et permet la génération de la deuxième, de la troisième et ainsi de suite, meilleures solutions. Cette stratégie de branchement a été proposée par Hansen *et al.* [38] et Maculan *et al.* [46]. Une stratégie alternative est présentée dans le récent travail de Barnhart *et al.* [4], Vance *et al.* [58] et Vanderbeck [60].

Notre stratégie heuristique est la suivante. À chaque noeud de branchement, après avoir obtenu une solution optimale en résolvant le problème maître relaxé, les décisions de branchement seront prises. Pour choisir la meilleure décision de branchement, un score est calculé pour chaque colonne non nulle générée. Ce score

est égal à la partie fractionnaire de la variable correspondant au flot sur le chemin plus un terme considérant le gaspillage de puissance. L'expression mathématique pour calculer le score est comme suit:

$$\text{Score}^P = (\text{partie fractionnaire de } \theta_p^k) - \lambda * (\text{gaspillage de puissance avec } \theta_p^k):$$

où p est un chemin et $\lambda = 1/3000$ est un poids empirique déterminé durant les expériences numériques. Après l'évaluation du score pour toutes les colonnes, l'algorithme choisit et fixe la valeur des variables correspondant aux scores les plus élevés en fixant cette variable à la valeur de son entier supérieur.

Si on calculait le score en considérant seulement la partie fractionnaire, il pourrait y avoir des cas où en arrondissant les variables de flot, on gaspille beaucoup de puissance. Un exemple simple peut illustrer cette difficulté. Supposons trois types de locomotives $l1$, $l2$, $l3$ avec des puissances en hp respectives de 3600, 3000, 2000. Supposons aussi un train qui a besoin d'une puissance d'au moins 6600 hp . Imaginons maintenant que la solution est fractionnaire et que le score correspondant aux colonnes appartenant au type $l3$ soit le meilleur score. En fixant une locomotive de type $l3$, il reste $6600 - 2000 = 4600$ hp à fixer. Par la suite, en prenant la meilleure décision, on gaspille au moins 400 hp (en fixant une locomotive de type $l2$ une autre de type $l3$, $(3000 + 2000) - 4600 = 400$ hp). Ce gaspillage aurait été nul si on avait choisi deux locomotives de type $l1$ et $l2$. Nous évaluons donc le gaspillage de puissance causé par chaque décision.

Il n'y a aucune obligation à fixer seulement une variable de chemin avec le score le plus élevé. Dans notre stratégie, on fixe plusieurs variables dont leur score est supérieur à un certain seuil. Ces décisions multiples fixent plus que 50 variables au début du branchement, par la suite ce nombre baisse à quelques variables. Des noeuds intermédiaires sont créés dans l'arbre de branchement pour chaque décision.

Cependant le problème maître n'est pas résolu à chaque noeud intermédiaire. il est résolu une fois que toutes les décisions sont prises. En utilisant cette structure, les autres niveaux intermédiaires peuvent être explorés durant le retour en arrière (*backtracking*). On utilise l'algorithme de recherche en profondeur d'abord pour explorer l'arbre de branchement. De nouvelles colonnes sont générées au besoin à chaque noeud de branchement.

3.5 Expériences numériques

Les résultats numériques sont présentés pour un problème sur un horizon d'une semaine. Les données sur les problèmes ont été extraites de la base de données de la compagnie ferroviaire CN North America (du 29 mars 94 au 5 avril 94). La taille et les caractéristiques du problème ont déjà été présentées au Tableau 1.1.

Nous allons considérer trois scénarios différents de chevauchement. Le premier scénario consiste à diviser le problème en six problèmes ayant chacun un horizon de deux jours avec un jour de chevauchement entre deux problèmes successifs. Le deuxième scénario consiste à diviser le problème en cinq problèmes ayant chacun un horizon de trois jours avec deux jours de chevauchement entre deux problèmes successifs. Le troisième scénario consiste à diviser le problème en 3 problèmes ayant chacun un horizon de trois jours avec un jour de chevauchement entre deux problèmes successifs.

Le Tableau 3.1 présente les résultats numériques pour le problème correspondant au premier scénario. La période 1-2 représente le problème défini du 29/03/1994 (le jour 1) au 30/03/94 (le jour 2). De la même façon la dernière période 6-7 correspond au sixième et septième jour de l'horizon.

La dernière ligne représente la moyenne des résultats sur les six problèmes. Le nombre de trains dans chaque problème est désigné par Trn , alors que le nombre de contraintes du problème maître pour chaque période est spécifié par $Cont$. Le coût du problème linéaire relaxé (la borne inférieure) est représenté par Z_{LP} . Le coût de la solution entière finale après avoir terminé le branchement est représenté par Z_{IP} . Le gap d'intégrité entre la borne inférieure et le coût de la solution entière, exprimé en pourcentage, est indiqué par Gap . Nd représente le nombre de noeuds de branchement exploré: il indique aussi le nombre de fois que le problème est résolu. Le nombre de colonnes générées pendant la résolution de chaque période est désigné par col , de même le nombre total de fois que le problème maître est résolu, est donné par $iter$. La dernière colonne le temps de la résolution du problème maître plus le temps de la génération des colonnes en minutes est représenté par $mp + sp$. Les expériences ont été effectuées sur une machine HP9000 modèle 735.

Tableau 3.1 Résultats du problème stratégique: premier scénario.

Période	Trn	$Cont$	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	$Iter$	$mp + sp$
1-2	558	1526	110949	115226	3.86%	54	23631	319	8.5
2-3	551	1553	91296	97647	6.96%	59	31001	371	12.9
3-4	589	1611	83888	90799	8.24%	51	33145	438	20.3
4-5	578	1589	34934	36314	3.95%	45	30950	349	18.0
5-6	674	1704	40421	41886	3.62%	35	33482	403	36.6
6-7	563	1619	37616	39834	5.90%	47	32715	379	20.0
Moyenne	586	1600	66517	70284	5.42%	48	30821	377	19.4

Les coûts plus élevés pour les trois premières périodes proviennent:

- du coût fixe d'utilisation des locomotives, comptabilisé au début d'itinéraire de chaque locomotive;

- de la pénalité correspondant au sous-recouvrement des demandes des trains.

De la même façon le gap d'intégrité est plus élevé quand il existe des pénalités de sous-recouvrement. Un exemple simple aide le lecteur à mieux comprendre ce phénomène. Supposons que le train t_1 a une demande de 2 locomotives. Le LP affecte 1.4 locomotives au train en payant une pénalité de 6000\$. La solution entière affecte 1 seule locomotive au train et paie 10,000\$ de pénalité. On remarque qu'un gap de 4000 est ajouté au gap total à cause de cette décision de branchement. Ce gap en pourcentage par rapport au coût LP (6000\$) est plus que 60%. Il faut noter que la pénalité est différente selon le type de train. Comme on peut remarquer à partir des résultats moyens de la dernière ligne, le nombre de contraintes du problème maître est presque trois fois le nombre de trains dans un problème. Le nombre élevé de colonnes générées et d'itérations du problème maître indique que chacun de ces problèmes est très difficile à résoudre. Le gap moyen est évalué à 5.42% entre les coûts LP et IP. Ce gap élevé montre clairement la difficulté de la résolution en nombre entier à cause des contraintes de puissance et de tonnage des trains. Le problème est résolu à l'aide du logiciel GENCOL 4.0. GENCOL est un logiciel d'optimisation développé au GERAD pour résoudre les problèmes de tournées de véhicules et d'horaires d'équipages. Ce logiciel utilise la méthode de génération de colonnes pour résoudre ces problèmes. Des nouveaux modules ont été développés au niveau du logiciel GENCOL pour pouvoir utiliser cet outil dans le cas de notre problème. Le premier développement était au niveau des contraintes de recouvrement dans le problème maître. Habituellement ces contraintes sont de type ($= 1$) ou bien (≥ 1) ce qui veut dire qu'on veut couvrir chaque tâche une fois. Dans notre problème, le second membre de certaines équations de recouvrement est la puissance demandée par chaque train ou le poids du train (par exemple $\geq 10,000$ hp). Il fallait donc intégrer cette possibilité dans le logiciel. D'autre part la contribution d'une

colonne sur une ligne de contraintes dans le problème maître n'est pas seulement 1 ou 0 dans notre formulation, il a fallu ajouter des modules pour supporter ces exigences. Le temps total de résolution pour les six problèmes (incluant le temps de lecture des données, la préparation des problèmes, branchement, etc) est moins de 2 heures et trente minutes.

Tableau 3.2 Résultats du problème stratégique: deuxième scénario.

Période	<i>Trn</i>	<i>Cont</i>	Z_{LP}	Z_{IP}	<i>Gap</i>	<i>Nd</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>mp + sp</i>
1-3	867	2016	136253	140386	3.04%	68	47538	586	109.3
2-4	847	2088	63250	65179	3.05%	57	55457	574	182.6
3-5	871	2106	51454	53276	3.54%	58	59716	618	203.2
4-6	970	2250	56703	59210	4.42%	50	64935	743	342.8
5-7	845	2073	49837	52411	5.16%	45	56835	572	173.1
Moyenne	880	2106	71499	74092	3.84%	55	56896	618	202.2

Dans le deuxième scénario, le problème est divisé en cinq problèmes ayant chacun un horizon de 3 jours avec deux jours de chevauchement entre deux problèmes successifs. Le Tableau 3.2 présente les résultats numériques de ce scénario. En augmentant l'horizon, la taille des problèmes devient encore plus grande et la résolution devient plus difficile. Comme on s'y attendait en augmentant l'horizon de chaque problème, le programme a plus de possibilité d'optimiser et les résultats sont beaucoup mieux du point de vue de la qualité de la solution et le recouvrement des trains. La gap d'intégrité est réduit à 3.84% en moyenne tandis que le temps total de la résolution est augmenté à 17.45 heures, ce qui donne une moyenne de 3.49 heures pour chaque période. Vu que le module stratégique est appelé toutes les 12 heures, on constate que ce temps de résolution est assez élevé et par conséquent ce scénario n'est pas recommandable pour le moment.

Un scénario alternatif intermédiaire consiste à diviser le problème original en trois problèmes, chacun sur un horizon de trois jours avec seulement un jour de chevauchement entre deux problèmes successifs. La résolution de ce problème produit des résultats (présentés au Tableau 3.3) comparables avec les résultats du deuxième scénario. Par contre en résolvant les deux problèmes de moins, le temps de CPU est réduit à 8.04 heures.

Tableau 3.3 Résultats du problème stratégique; troisième scénario.

Période	<i>Trn</i>	<i>Cont</i>	Z_{LP}	Z_{IP}	<i>Gap</i>	<i>Nd</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>mp + sp</i>
1-3	867	2016	136253	140386	3.04%	68	47538	586	109.3
3-5	871	2106	55091	57012	3.49%	76	56582	690	184.4
5-7	845	2119	50835	53598	5.43%	63	57062	652	172.5
Moyenne	883	2065	80726	83665	3.99%	69	53727	642	155.4

Les résultats des trois scénarios sont comparés avec la solution opérationnelle de la compagnie CN durant la même semaine. Le Tableau 3.4 résume ces résultats en indiquant le nombre de locomotives utilisées pour chacun, la consommation de puissance ainsi que leur réduction en comparant aux résultats de la solution utilisée par CN. Une réduction d'environ 6% pour le nombre de locomotives utilisées est obtenue pour le premier scénario. Cette réduction est encore plus intéressante avec les deuxième et troisième scénarios (environ 9%). La consommation totale de puissance en *hp*, représente une réduction de puissance de même ordre que la réduction du nombre de locomotives. Cette réduction de puissance montre que la réduction du nombre de locomotives n'est pas obtenue en retirant les locomotives non utilisées du réseau. On réduit réellement l'utilisation totale des locomotives, ce qui permet de réduire leur nombre. Le fait qu'on ne peut pas réduire le nombre de locomotive sans réduire la puissance consommée, montre que la solution proposée par CN était

déjà une bonne solution.

Le temps de la résolution du problème maître plus le temps de la génération des colonnes ($mp + sp$) ainsi que le temps total de résolution (incluant le temps de lecture des données, la préparation des problèmes, branchement, etc) pour les trois scénarios sont aussi présentés dans le Tableau 3.4. Même si la qualité de la solution est beaucoup mieux pour le deuxième et le troisième scénarios, d'un point de vue de temps de résolution, c'est le premier scénario qui répond actuellement le mieux aux exigences opérationnelles.

Tableau 3.4 Comparaison entre les solutions CN et GENCOL.

Solution	CN	GENCOL		
		scénarios de Décomposition		
		1	2	3
Locomotives utilisées	1090	1024	990	992
Réduction - Locomotives	-	6.05%	9.17%	8.99%
Consommation- Puissance (<i>hp</i>)	3.116.000	2.939.000	2.855.800	2.855.400
Réduction - Puissance	-	5.68%	8.35%	8.40%
Temps $mp + sp$ (heures)	-	1.93	16.85	7.77
Temps total CPU (heures)	-	2.42	17.45	8.04

Conclusion

Ce chapitre présente une façon de résoudre le problème d'affectation des locomotives sur les trains dans un très grand réseau ferroviaire sur un horizon d'une semaine. Ce problème est traité sous sa forme la plus complexe, c'est-à-dire avec plusieurs locomotives de plusieurs types pouvant être affectées à un train. Nous avons dû

considérer des contraintes supplémentaires pour assurer la maintenance des locomotives critiques. Les locomotives sont choisies pour chaque train en tenant compte des poids accordés aux types de locomotives préférées. Les données réelles du problème ont été obtenues de la compagnie ferroviaire CN NORTH AMERICA. Ce problème est décomposé et résolu dans un temps raisonnable et présente un gain de plus de 6% par rapport à la solution actuelle utilisée par la compagnie. Notons que chaque 1% de gain sur le nombre de locomotives utilisées représente une économie de 4 millions de dollars par année à la compagnie, donc nos résultats semblent très intéressants de ce point de vue.

La formulation mathématique est conforme à celles proposées par Desaulniers *et al.* [17] pour les problèmes de tournées de véhicule et les horaires d'équipage. Cependant cette formulation est généralisée en utilisant des variables entières au lieu des variable binaires. Le problème est résolu à l'aide du logiciel GENCOL 4.0, cependant des nouveaux modules ont été développés au niveau de GENCOL pour pouvoir utiliser cet outil dans le cas de notre problème.

Les coupes supplémentaires ajoutées pour les trains n'ayant pas des contraintes de recouvrement en termes de nombre de locomotives permettent de réduire le gap d'intégrité qui est une difficulté importante de ce problème. De la même façon, les coupes, correspondant aux fonctions de pénalité de sous-recouvrement ajoutées dans la fonction objectif de modèle, réduisent considérablement le gap d'intégrité.

Dans les problèmes du domaine ferroviaire, la solution du problème linéaire relaxé est extrêmement fractionnaire. Il a fallu donc un grand effort pour développer un module de branchement qui satisfait les exigences opérationnelles du problème tant au niveau de la qualité de solutions obtenues que du temps de résolution et du nombre de noeuds explorés.

Une partie du gap d'intégrité dans certains problèmes (scénario 1 au Tableau 3.1) provient de la pénalité de sous-recouvrement appliquée sur les variables supplémentaires ajoutées aux contraintes correspondant aux demandes des trains. En effet le programme trouve une solution mathématiquement correcte en utilisant les variables supplémentaires. Le chapitre prochain propose une heuristique qui, en retardant quelques trains, trouve une solution satisfaisant la demande en locomotives de tous les trains.

CHAPITRE 4

Obtention de solutions réalisables en permettant des retards de train

Introduction

Le nombre de locomotives est en général limité dans les compagnies ferroviaires. Au cas où ce nombre n'est pas suffisant pour satisfaire la demande des trains, certaines compagnies ont un plan de location de locomotives, d'autres, préfèrent retarder les trains. Dans le premier cas, on peut résoudre le problème en ajoutant des arcs d'entrée dans le réseau avec un coût fixe équivalent au coût de location de locomotives. Pour le deuxième cas le problème est plus compliqué et c'est le cas qu'on traite pour la compagnie CN.

La solution stratégique présentée au chapitre 3 devait assigner suffisamment de locomotives sur chaque train de façon à ce que tous les trains respectent les horaires prévus par la compagnie. Cependant pour assurer qu'il existe une solution réalisable quand le nombre de locomotives est limité, des variables supplémentaires sont ajoutées aux contraintes de recouvrement des trains. Ainsi un train peut ne pas être couvert totalement au prix d'une certaine pénalité, évaluée en fonction des variables supplémentaires ajoutées aux contraintes de recouvrement du train. Un train est considéré non couvert si moins de 90% de sa puissance désirée par la compagnie est satisfaite. En général un manque de puissance de moins de 10% n'empêche pas le fonctionnement d'un train et ce dernier peut accomplir son voyage

plus lentement mais son retard reste acceptable. Le module tactique tient compte de ce genre de retard au moment du routage final des locomotives. L'heuristique présentée dans ce chapitre est basée sur les deux idées suivantes:

- Retarder le train non couvert jusqu'à l'arrivée de nouvelles locomotives.
- Dans le cas d'un train express non couvert que l'on ne veut pas retarder, on peut retarder un train qui le précède de façon à garder les locomotives disponibles pour ce train express.

Il est possible qu'en retardant un train non couvert, on produise un autre train non couvert dans la solution. Les locomotives du train retardé peuvent arriver trop tard à destination et rater leur départ suivant. Toutefois l'heure de départ du nouveau train non couvert est plus tardive que l'heure de départ de l'ancien train non couvert. Comme il y a un nombre fini de départs de train, on obtient une solution réalisable après un nombre fini de décisions heuristiques.

À la première section, nous présentons une façon heuristique de couvrir les trains non couverts dans le module stratégique. Dans la deuxième section nous proposons une variante du modèle calculant une borne inférieure pour le problème avec retard. Ceci permet d'évaluer la qualité de la solution heuristique. Les expériences numériques sont présentées dans la troisième section.

4.1 Solution réalisable heuristique

L'idée principale est de retarder un train non couvert jusqu'à ce qu'il y ait assez de locomotives disponibles au PCP. Cependant, l'implantation de cette idée engendre

d'autres modifications dans le réseau. Dans cette section, nous présentons toutes les modifications considérées dans l'heuristique.

4.1.1 Changement de l'horaire des trains non couverts

La première partie de l'heuristique consiste à retarder un train non couvert jusqu'à l'arrivée au PCP de suffisamment de locomotives pour assurer son départ. Cette modification de l'horaire est représentée à l'aide d'un exemple illustré à la Figure 4.1. Supposons l'heure de départ du train T1 à 7h00 du PCP-1 pour arriver à 8h15 au PCP-9; supposons de plus que le module stratégique n'a pas pu satisfaire la demande T1 en termes d'unités de locomotives nécessaires. La proposition heuristique serait de retarder le départ du train T1 jusqu'à l'arrivée au PCP-1 du train T2 qui apporte des locomotives supplémentaires.

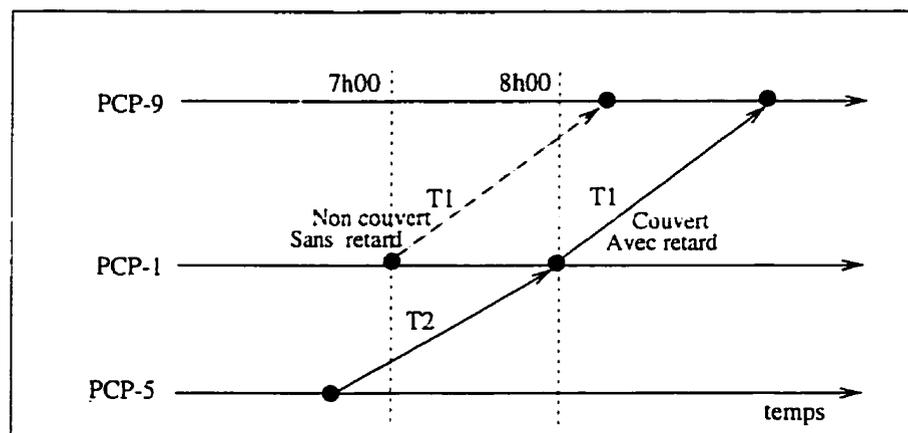


Figure 4.1 Heuristique visant à retarder un train.

Il faut remarquer qu'il n'y a pas de garantie que la demande du train retardé soit satisfaite mais, en général, à partir de la solution heuristique, il ne manque pas plus d'une unité pour satisfaire la demande du train non couvert. Ainsi cette

méthode heuristique a de forte chance de réussir à couvrir les trains. Il est cependant possible qu'en retardant le train T1, un autre train devienne non couvert. Un exemple présenté à la Figure 4.2 illustre cette situation. Supposons que le train T3 a une demande de deux unités de locomotives. Cette demande a été satisfaite directement dans la solution. Par contre le train T1 qui requérait seulement trois locomotives se retrouve avec seulement deux unités dans la solution stratégique. En déplaçant le train T1 après l'arrivée du train T2, le train T3 risque de devenir non couvert. Si c'est le cas, nous sommes au moins certain que la difficulté a été reportée à plus tard (à 8h50 au lieu de 7h00) et ainsi nous repoussons à chaque fois le problème à plus tard en espérant qu'il se règlera dans les prochaines périodes moins achalandées. Il faut noter que nous résolvons un problème stratégique opérationnel dont la solution n'est pas cyclique. Toutefois, vu qu'on optimise une autre fois le problème après avoir retardé le train T1, il est donc possible que des locomotives soient amenées au PCP-9 par un autre chemin et que le train T3 soit couvert même si le train T1 est retardé.

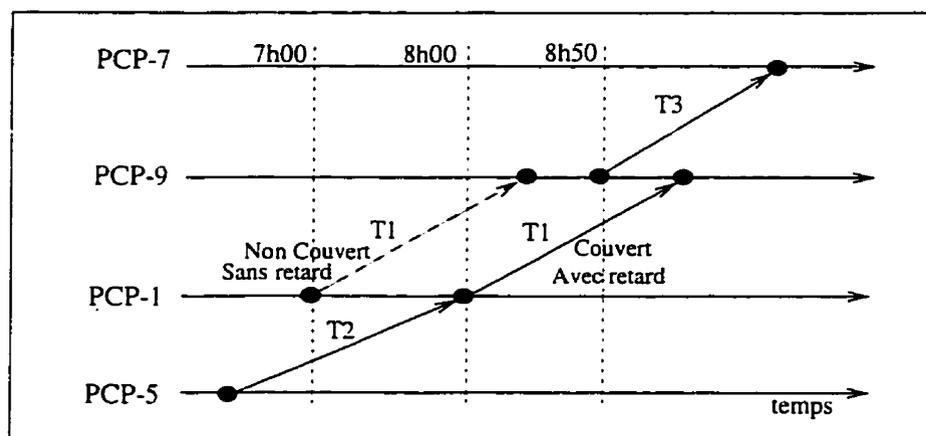


Figure 4.2 Effet de cascade du retard d'un train.

4.1.2 Retarder les prochaines séquences d'un train non couvert

Un train peut être divisé en plusieurs segments de train, défini entre plusieurs PCP. Un train ainsi divisé possède le même nom d'identification mais avec des séquences différentes. Si la solution du module stratégique ne satisfait pas une première séquence d'un train et qu'on retarde ce train, il est certain que le train n'arrivera pas à l'heure prévue au PCP correspondant aux prochaines séquences. Dans ce cas, même s'il existait des locomotives venant d'ailleurs pour satisfaire les séquences prochaines, on peut considérer qu'elles ne partiront pas à temps car les wagons ne seront pas au PCP à l'heure prévue. Il est donc nécessaire de retarder toutes les prochaines séquences d'un segment de train non couvert. La Figure 4.3 représente un segment de train non couvert avec sa prochaine séquence, les deux éléments retardés avec la même durée de retard.

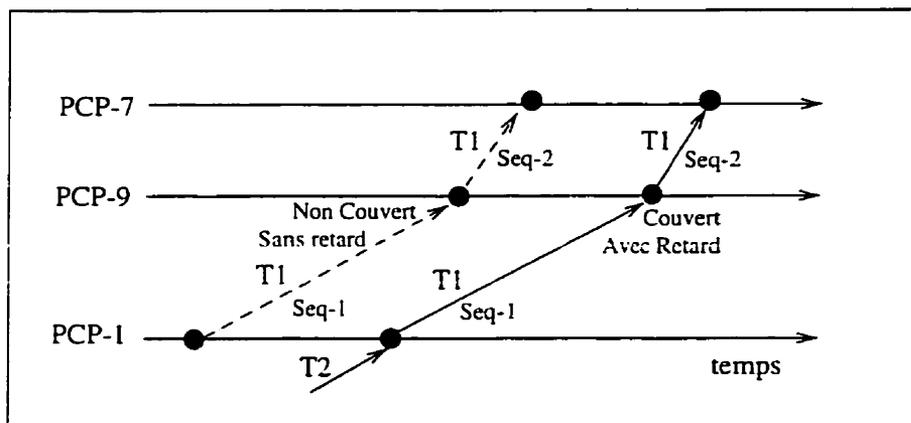


Figure 4.3 Retard sur toutes les prochaines séquences d'un train non couvert.

4.1.3 Retarder tous les arcs MEP d'un train non couvert

Une autre difficulté à considérer est le fait que retarder un arc de train dans le réseau entraîne le déplacement de tous les arcs correspondant aux MEP associés à cet arc de train. Il faut noter qu'un segment de train défini entre deux PCP peut effectuer des MEP entre les stations à l'intérieur de son trajet. Cette difficulté a été résolue en changeant les horaires des MEP associés au train de la même façon que le train non couvert. La Figure 4.4 illustre une situation où un segment de train T1 traverse deux PCP différents entre son PCP d'origine et son PCP de destination durant son trajet. Dans ce cas, en retardant le train T1, il faut retarder les trois arcs MEP associés.

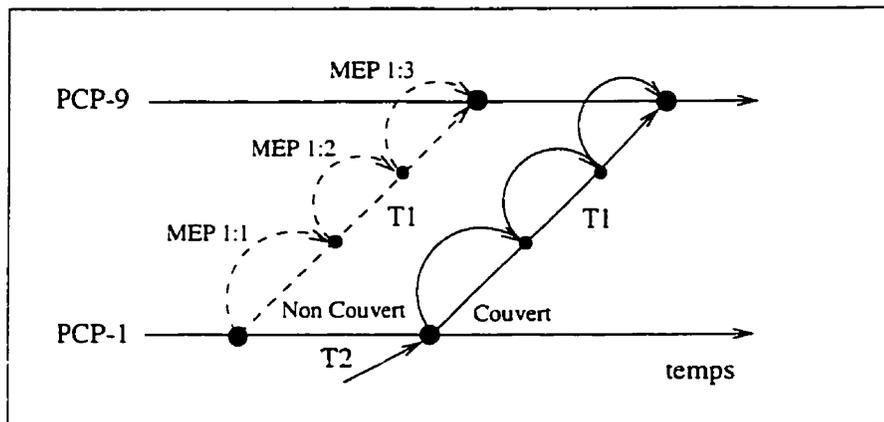


Figure 4.4 Retard des arcs de MEP associés au segment de train non couvert.

4.1.4 Trains express

Dans les réseaux ferroviaires, il existe normalement des trains express pour lesquels la compagnie ne permet absolument pas de retard sur les horaires prévus, par exemple les trains express de voyageurs. Vu la grande pénalité de sous-recouvrement associée

à ces trains, il est rare qu'un train particulier soit non couvert. Cependant si une telle situation arrive, l'heuristique doit être capable de couvrir le train particulier sans le retarder. Supposons que notre train T1 est un train particulier non couvert (Figure 4.5). Pour couvrir ce train il faut s'arranger de façon à ce qu'il existe suffisamment de puissance dans le PCP-1 à 7h00. L'heuristique cherche le premier train partant du PCP-1 avant 7h00 (dans la solution stratégique) qui a suffisamment de puissance pour compléter le manque de puissance de T1. Une fois que le train T4 est trouvé, on retarde ce dernier jusqu'à la prochaine arrivée de puissance au PCP-1, après le départ de T1. Il faut cependant être prudent quand au choix du train T4; celui-ci ne doit pas être un train particulier et il ne faut pas qu'il fasse partie des premières séquences d'un long train car. retarder toutes les séquences, pourrait créer beaucoup d'autres non recouvrements dans le réseau.

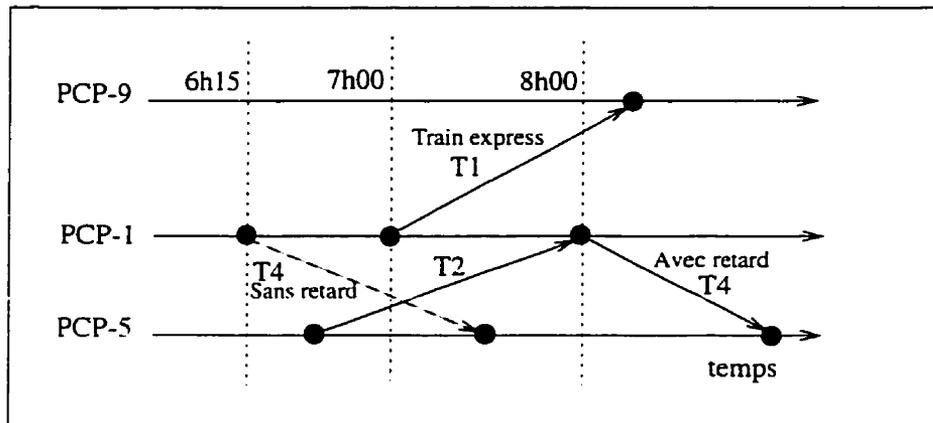


Figure 4.5 Train express non couvert.

4.2 Qualité de la solution

Peut-on trouver une meilleure solution heuristique? Cette solution heuristique est-elle très loin de la solution optimale? Bien que la solution heuristique fournie une solution stratégique réalisable, nous n'avons cependant pas de mesure de la qualité de cette solution. Le coût de la solution réalisable obtenue par l'heuristique n'inclut pas le coût du retard des trains. Les coûts correspondant aux retards sont généralement donnés par les compagnies selon le type de trains et selon la durée du retard. En ajoutant le coût du retard au coût de la solution entière de l'heuristique, on trouve le coût total de la solution. Pour avoir une idée sur la qualité de cette solution, on doit trouver une borne inférieure sur le coût d'une solution réalisable. La solution linéaire du modèle stratégique n'est pas une borne inférieure car premièrement, elle comprend des pénalités de sous-recouvrement et deuxièmement elle est la solution d'un problème plus contraint où les retards ne sont pas permis. Afin de déterminer cette borne inférieure, un modèle d'optimisation augmenté en considérant les retards a été développé dont la fonction objectif est composée des trois parties suivantes:

- coût fixe et coût d'utilisation des locomotives;
- pénalité de sous-recouvrement;
- pénalité d'utilisation des locomotives qui arriveront plus tard.

4.2.1 Modèle augmenté

Ce modèle permet aux trains d'être couverts en utilisant les locomotives qui vont être disponibles plus tard dans le PCP. Le coût correspondant à l'utilisation de ces locomotives est calculé en fonction de l'heure d'arrivée réelle des locomotives au

PCP moins l'heure d'affectation des locomotives aux trains. En effet, au lieu de retarder heuristiquement l'heure du départ d'un train, on permet aux trains de se servir des locomotives qui vont être disponibles plus tard au prix d'une pénalité. Le réseau a été modifié en ajoutant une série d'arcs en plus de ceux qui existaient déjà dans le réseau. Ces arcs sont des arcs de retour et ils sont dans la direction inverse de l'axe du temps. De cette façon, le programme peut choisir un arc de retour pour utiliser une locomotive avant qu'elle soit disponible en payant le même coût que retarder le train qui utilise cette locomotive. Ce modèle nous permet de trouver une borne inférieure pour le problème avec retard.

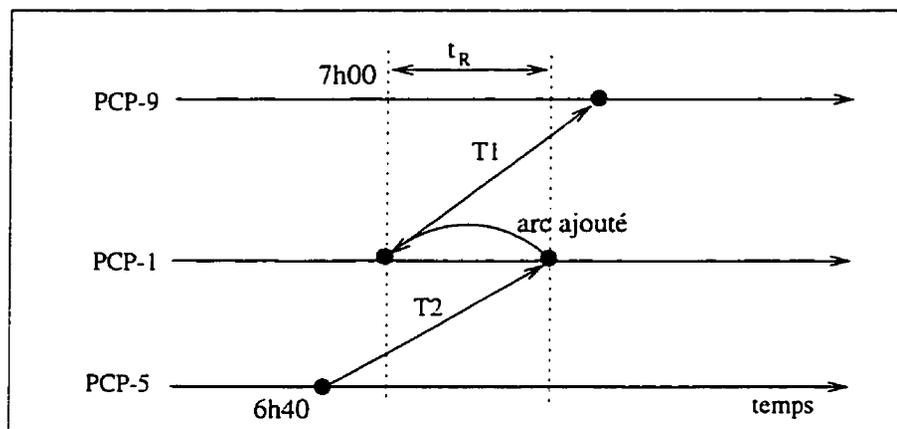


Figure 4.6 Réseau augmenté: création d'un arc.

Un exemple présenté à la Figure 4.6 permet d'illustrer cette stratégie. Supposons que la demande du train T1 n'a pas été satisfaite dans la solution stratégique. Rappelons que la proposition heuristique consistait à retarder le train T1 jusqu'à l'arrivée du train T2. Ainsi on pouvait s'attendre à ce que le train T2 amène assez de locomotives pour satisfaire T1. Dans le modèle augmenté, au lieu de déplacer le train T1, nous créons un arc de retour pour le train T2 dans le réseau. L'origine de cet arc est le noeud final du train T2 et le noeud destination est le noeud de départ du T1. En effet le coût d'utilisation de cet arc correspond à la pénalité de retard de

la locomotive parcourant celui-ci. L'expression mathématique suivante est utilisée pour déterminer le coût d'un arc de retour:

$$C_R = C_R^k * t_R.$$

où C_R est le coût de l'arc ajouté. C_R^k est la pénalité moyenne par minute de retardement d'une locomotive de classe k dans le réseau. Le temps t_R représente la différence entre l'heure d'arrivée réelle du train T2 et l'heure du départ sans retard de T1. On peut créer ainsi plusieurs arcs de retour pour un même train. Il faut cependant veiller à ne pas créer de cycles en ajoutant des arcs de retour dans le réseau.

4.3 Expériences numériques

Une série de tests nous permet d'observer la performance de l'heuristique considérée. Les données du problème sont tirées de la base de données de la compagnie CN du 29 mars 94 au 05 avril 94. Le problème sur un horizon d'une semaine a été divisé en six petits problèmes de deux jours avec un jour de chevauchement entre deux problèmes successifs.

4.3.1 Résultats du module stratégique

Les résultats concernant le problème stratégique original sont présentés dans le Tableau 4.1. La période du problème est indiquée par Prd . Le coût de la solution relaxée et la solution entière sont représentés respectivement par Z_{LP} et Z_{IP} . Le gap d'optimalité est représenté par Gap alors que Gap^* représente la partie du gap provenant de la pénalité appliquée aux trains non couverts. Les identificateurs

des trains non couverts sont présentés dans la colonne TNC . Nd désigne le nombre de noeuds de branchement. Le nombre de colonnes générées par GENCOL est représenté par Col alors que $Iter$ correspond au nombre total de fois que le programme maître a été résolu. Le temps de résolution du problème maître plus le temps de la génération des colonnes en minutes sur une machine HP9000 modèle 735 sont représentés par $mp+sp$. La dernière ligne du Tableau représente les valeurs moyennes des résultats sur toutes les périodes.

Tableau 4.1 Résultats du problème stratégique original pour le problème de 7 jours.

Prd	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Gap^*	TNC	Nd	Col	$Iter$	$mp+sp$
1-2	110949	115226	3.86%	2.32%	765	54	23631	319	8.5
2-3	91296	97647	6.96%	6.44%	216	59	31001	371	12.9
3-4	83888	90799	8.24%	7.34%	216	51	33145	438	20.3
4-5	34934	36314	3.95%	2.86%	-	45	30950	349	18.0
5-6	40421	41886	3.62%	2.85%	-	35	33482	403	36.6
6-7	37616	39834	5.90%	4.10%	-	47	32715	379	20.0
Moy	66517	70284	5.42%	4.53%	...	48	30821	377	19.4

On remarque qu'une grande partie du gap d'intégrité identifié par Gap^* , provient de la différence du coût de la solution entière par rapport au coût de la solution relaxée, due à l'augmentation de la pénalité de non-recouvrement des trains. Les décisions stratégiques satisfont souvent les demandes des trains entre 90% et 100% de la puissance ou du tonnage. La pénalité correspondant au non recouvrement de la demande des trains est évaluée à l'aide d'une fonction linéaire par morceau qui a été présentée au troisième chapitre. On rappelle qu'un train qui satisfait à 90% de sa demande est considéré comme un train couvert au prix d'une faible pénalité. Les trains satisfaits à moins de 90% sont considérés comme non couverts. Dans ce cas la pénalité est beaucoup plus grande. Les trains non couverts apparaissent surtout

durant le branchement. quand par exemple une locomotive qui était partagée entre deux trains partant d'un PCP est assignée en entier à un seul des deux trains.

L'augmentation du gap d'intégrité dans la dernière période est due essentiellement à la pénalité sur les contraintes de puissance ciblées à la fin de la semaine. Ces contraintes n'étaient pas actives dans les problèmes des autres périodes.

Il existe deux trains non couverts identifiés par les numéros 765 et 216 dans la solution du module stratégique (voir le Tableau 4.1, la colonne *TNC*). Il faut noter qu'un train non couvert peut apparaître dans deux problèmes successifs à cause du chevauchement des problèmes. L'heuristique va donc retarder les horaires de départ des deux trains de façon à obtenir une solution réalisable et éviter les fortes pénalités associées aux trains non couverts. Ceci permettra de diminuer le gap d'intégrité pour les trois premiers problèmes. Le Tableau 4.2 présente les informations plus détaillées sur les trains non couverts retardés, leurs prochaines séquences à retarder. Des trains sont distingués à partir d'un nom d'identification représenté à la colonne ID. La séquence d'un train est désignée par Séq. Une séquence d'un train est définie entre deux PCP (de la même façon que le segment de train). L'heure et la date de départ en considérant le retard sont représentées respectivement par Temps Dép et Date Dép. La durée totale du voyage du train est représentée par Durée alors que la durée du retard est désignée par Retard. Les durées dans les deux dernières colonnes sont exprimées en minutes.

4.3.2 Résultats de l'heuristique

Le Tableau 4.3 présente les résultats de la résolution du même problème stratégique d'une semaine en retardant les trains non couverts. Les durées de retard pour les

trains non couverts sont représentées dans la dernière colonne du Tableau 4.2. En introduisant ces retards, les trains non couverts ont pu être couverts et les gaps ont été diminués pour les trois premiers problèmes. On remarque qu'avec un retard de moins de 38 heures ($920 + 721 + 315 + 300 = 2256$ minutes), il n'existe plus de trains non couverts dans les problèmes. En réalité, pour calculer le coût exact de la solution, il faut rajouter aux coûts, la pénalité due au retard.

Tableau 4.2 Trains retardés heuristiquement pour le problème stratégique de 7 jours.

ID	Séq	Temps Dép.	Date Dép.	Durée (min)	Retard (min)
765-30	1	06h10	30 mars 94	2920	920
765-30	2	09h20	02 avril 94	790	721
216-01	1	22h15	01 avril 94	335	315
216-01	2	13h55	02 avril 94	4110	300

Tableau 4.3 Résultats du problème stratégique pour le problème de 7 jours (en retardant heuristiquement des trains non couverts).

<i>Prd</i>	Z_{LP}	Z_{IP}	<i>Gap</i>	Gap^*	<i>TNC</i>	<i>Nd</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>mp + sp</i>
1-2	103109	105749	2.56%	0.50%	—	52	20938	340	9.52
2-3	49322	50557	2.50%	0.82%	—	45	25087	320	13.80
3-4	43444	44680	2.85%	1.80%	—	45	25028	346	22.00
4-5	35937	37644	4.75%	2.80%	—	44	24485	344	20.91
5-6	39937	41451	3.79%	3.33%	—	41	28205	394	42.40
6-7	37675	39738	5.48%	4.12%	—	44	26085	379	23.45
Moy	51570	53303	3.65%	2.22%	...	45	24971	353	22.01

En comparant le Tableau 4.3 avec le Tableau 4.1, on remarque une grande diminution du gap d'intégrité identifié par Gap^* et par conséquent, une réduction moyenne de gap d'intégrité d'environ 2%. Cette réduction est réalisée du fait

qu'en retardant les trains non couverts, on ne paie plus les fortes pénalités de non-recouvrement. Il faut remarquer qu'en changeant les horaires des trains non couverts dans le problème stratégique original, nous ne résolvons plus le même problème. Par conséquent, il existe une différence numérique entre les résultats, même pour les périodes où il n'existait pas de trains non couverts.

Les résultats de l'heuristique avec train express

La pénalité due au retard des trains dépend du type de train retardé. Par exemple, le retard pour un train express est plus cher que pour un train de transport de minerai. Dans la solution du problème présenté au Tableau 4.3, les deux séquences 1 et 2 du train 216-01 sont retardées respectivement de 315 et 300 minutes. Nous supposons que le train 216-01 est un train express, il est donc très important pour la compagnie de ne pas retarder ce train. Par conséquent la pénalité par minute pour ce train doit être très élevée. Nous avons fait un autre essai en considérant ce train comme un train express et en utilisant l'heuristique présentée précédemment. On retarde donc à la place de chaque train express, un autre train de façon à ce qu'il existe assez de locomotives pour satisfaire la demande du train express.

Les informations sur les trains retardés de la solution heuristique sont présentées au Tableau 4.4. On remarque que les trains normaux 5665L-01 et B5604L-02 ont été retardés de 1025 et 1018 minutes au lieu de retarder les deux séquences du train express 216-01. Cela a permis au train express d'utiliser les locomotives assignées à l'origine aux trains 5665L-01 et B5604L-02. La durée totale du retard est environ de 61 heures. Le Tableau 4.5 présente les résultats numériques de cet essai. On remarque que le gap d'intégrité est en moyenne de 3.52%, ceci est environ 2% plus petit que le gap moyen du modèle stratégique présenté au Tableau 4.1.

Tableau 4.4 Trains retardés heuristiquement pour le problème stratégique de 7 jours (sans retarder les trains express).

ID	Séq	Temps Dép.	Date Dép.	Durée (min)	Retard (min)
765-30	1	06h10	30 mars 94	2920	920
765-30	2	09h20	02 avril 94	790	721
5665L-01	1	03h30	02 avril 94	1490	1025
B5604L-02	1	04h20	03 avril 94	1750	1018

Tableau 4.5 Résultats du problème stratégique pour le problème de 7 jours (en retardant heuristiquement des trains non couverts et en considérant les trains express).

<i>Prd</i>	<i>Z_{LP}</i>	<i>Z_{IP}</i>	<i>Gap</i>	<i>Nd</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>mp + sp</i>
1-2	103003	105074	2.01%	48	20015	303	11.05
2-3	48700	49593	1.83%	46	23082	281	14.86
3-4	42876	44321	3.37%	50	23575	364	27.60
4-5	35592	37050	4.10%	45	23736	359	26.83
5-6	40.27	42009	4.27%	37	26923	394	51.46
6-7	38105	40215	5.54%	47	24267	357	27.00

4.3.3 Qualité des solutions

À partir des expériences numériques effectuées, l'heuristique présentée semble être assez efficace. Cependant en changeant les horaires des trains, on change le problème et les résultats du nouveau problème (Tableau 4.3 et Tableau 4.5) ne sont plus comparables aux anciens résultats (Tableau 4.1). Autrement dit, on n'a pas une bonne idée de la qualité de la solution du problème retardé. Le modèle augmenté présenté à la section 4.2.1 est testé pour un problème défini sur un horizon de deux jours. Les résultats numériques pour ce problème sont présentés au Tableau 4.6. Le problème original sans retard est représenté par PO alors que PRH désigne le problème en retardant les trains à l'aide de l'heuristique proposée. Le problème correspondant au modèle augmenté est représenté par PA.

Tableau 4.6 Comparaison des résultats du problème 2 jours.

Problème	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	$mp + sp$
PO	110949	115226	3.86%	54	23631	319	8.5
PRH	112309	114949	2.35%	52	20938	340	9.52
PA	109752	113314	3.25%	48	34211	333	14.15

PO: Problème-Original

PRH: Problème-Retardé-Heuristiquement

PA: Problème-Augmenté

La solution stratégique couvre à 50% la demande du train 765 en termes de nombre de locomotives. Le train 765 est considéré comme étant un train non couvert dans le problème PO. En retardant ce train de 920 minutes et en considérant la pénalité de retard de 5\$ par minute et par locomotive, on réussit à couvrir tous les trains. Les résultats de l'heuristique sont présentés dans la ligne identifiée par PRH. Vu que le train 765 est tiré par deux locomotives, la pénalité de ce retard est évaluée

à 9200\$ ($2 \cdot 5 \cdot 920$).

La solution entière du problème du modèle augmenté (PA) n'est pas réalisable car le train 765 utilise une locomotive qui arrive 920 minutes plus tard au PCP de départ du train. Cependant le coût de la solution LP dans PA (109752) peut être considéré comme une borne inférieure pour le problème PRH. Un coût de 5\$ par minute est considéré pour les locomotives utilisant les arcs de retour, ajoutés dans le modèle. On évalue le gap en pourcentage entre le coût de la solution LP du problème PA et le coût de la solution IP du problème PRH à 4.73%. Cette valeur montre que la solution heuristique (PRH) est une solution de très bonne qualité.

Conclusion

L'heuristique fonctionne d'une façon assez efficace. Avec un temps total de retard d'environ 38 heures, tous les trains sont couverts pour le problème d'une semaine et une réduction d'environ 2% sur le gap d'intégrité est obtenue. On permet aux trains express non couverts de voyager sans retards, en retardant d'autres trains moins importants. Le modèle augmenté nous aide à déterminer une borne inférieure pour le problème avec retard. Le gap de 4.73%, entre la solution réalisable heuristique et la borne inférieure, permet de juger de bonne la qualité de la solution heuristique.

Dans le chapitre prochain nous essayons de réduire le gap d'intégrité en introduisant des coupes dans le modèle. Ces coupes auront pour effet d'augmenter la borne inférieure du problème et par conséquent, de réduire le gap d'intégrité.

CHAPITRE 5

Amélioration du modèle en introduisant des coupes

Introduction

L'approche de relaxation linéaire est souvent utilisée afin de trouver une borne inférieure de la valeur optimale d'un problème en nombre entier de grande taille. La solution par cette approche n'est pas souvent réalisable, il faut donc utiliser une stratégie de branchement pour trouver une solution entière. Les recherches s'orientent de plus en plus vers le calcul d'une meilleure borne inférieure pour le problème relaxé (LP) en améliorant le modèle. Une façon d'améliorer cette borne est d'introduire des contraintes valides dans le problème afin de couper les parties non entières du domaine des solutions. Les contraintes valides sont celles qui ne coupent aucune solution entière. Les algorithmes basés sur ce principe sont appelés *Branch and Cut*.

Notre problème fait partie des problèmes de routage des véhicules avec fenêtres de temps (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*). Les VRPTW de grande taille sont en général résolus d'une façon assez efficace avec l'approche de la décomposition de Dantzig-Wolfe [18] ou bien la décomposition basée sur la relaxation Lagrangienne [43]. Cette réussite est en partie due à la qualité de la borne inférieure qui est obtenue en intégrant les contraintes de temps et les contraintes d'intégrité dans la résolution du plus court chemin dans les sous-problèmes. Vu qu'on utilise

les fenêtres de temps seulement dans les réseaux correspondant aux locomotives critiques, dans ce chapitre, nous essayons d'améliorer la borne inférieure de LP en introduisant des nouvelles coupes au problème maître.

Si on arrive à obtenir des descriptions de l'enveloppe convexe de toutes les solutions entières du problème linéaire par des contraintes, la résolution de LP produit directement la solution entière [48]. Cette idée est explorée dans les algorithmes de plans séquents (*cutting plane*). Cependant, même si la méthode garantit une convergence après un nombre fini d'itérations, cette procédure peut être très longue. La convergence lente peut être due à la génération de coupes faibles. Les coupes faibles sont celles qui ne coupent qu'une petite partie du domaine fractionnaire de la solution. Elles alourdissent le programme et ralentissent sa résolution. Il est donc important de trouver des coupes fortes et valides en utilisant la structure particulière de chaque problème. Les coupes les plus fortes sont celles qui coupent le plus profondément dans le domaine des solutions fractionnaires. Les coupes valides les plus fortes sont celles qui sont associées aux facettes de l'enveloppe convexe des solutions entières [48].

La première section de ce chapitre décrit sommairement quelques coupes proposées dans la littérature pour différents problèmes, en particulier les coupes compatibles avec la méthode de la génération de colonnes. Une nouvelle coupe appelée coupe de la première consist réalisable est présentée à la section 2; cette coupe est valide pour un réseau utilisant un, deux ou plusieurs types de locomotives. La section 3 présente une autre coupe associée aux facettes du polyèdre des consists réalisables. Cette coupe est définie pour les problèmes des compagnies ayant seulement deux types de locomotives. Dans le cas où les compagnies possèdent plus de deux types de locomotives, une stratégie heuristique de branchement est proposée

afin de généraliser l'application de ces coupes. Cette stratégie est décrite à la section 4. Les résultats numériques sont présentés à la section 5.

5.1 Revue de la littérature

Dans cette section, plusieurs coupes seront présentées pour différents problèmes. Les coupes d'élimination de sous-tours, de peigne, de peigne généralisé et de *2-matching* sont présentées pour le problème du voyageur de commerce (TSP). Ces mêmes coupes peuvent être généralisées pour le problème de routage de véhicules. Une coupe de 2-chemins est également définie pour le problème de VRPTW. Finalement, des coupes compatibles avec l'approche de la génération de colonnes sont présentées à la fin de cette section.

5.1.1 Coupe d'élimination de sous-tours

La génération des coupes valides pour le TSP a fait l'objet de plusieurs publications depuis 40 ans [9, 34, 50, 51]. Nous présentons ici quelques résultats de ces recherches. Soit un graphe (N, A) orienté avec N l'ensemble des noeuds et A l'ensemble des arcs. La variable de décision X_{ij} est égale à 1, si l'arc (i, j) est choisi par le voyageur, 0 sinon; C_{ij} est le coût requis pour aller de i à j sur l'arc (i, j) . Considérons $S \subset N$ un sous-ensemble de noeuds. \bar{S} représente le sous-ensemble complémentaire de S dans N . Une formulation du problème du voyageur de commerce est donnée par:

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} X_{ij} \quad (5.1)$$

sujet à:

$$\sum_{i \in N} X_{ij} = 1 \quad . \quad \forall j \in N \quad (5.2)$$

$$\sum_{j \in N} X_{ij} = 1 \quad . \quad \forall i \in N \quad (5.3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \bar{S}} X_{ij} \geq 1 \quad . \quad \forall S \subset N \quad (5.4)$$

$$X_{ij} \text{ binaire} \quad . \quad \forall (i, j) \in A. \quad (5.5)$$

On résout le problème (5.1)-(5.5) en relaxant les contraintes (5.4) et (5.5). On peut ensuite améliorer la relaxation en ajoutant comme coupe, une contrainte (5.4) qui n'est pas satisfaite. Pour identifier une telle coupe, il faut choisir un ensemble S tel que:

$$0 \leq \sum_{i \in S} \sum_{j \in \bar{S}} X_{ij} < 1.$$

Ces contraintes d'élimination de sous-tours seront générées et ajoutées au problème de façon graduelle. Il existe des méthodes efficaces pour identifier les sous-tours, et donc générer des coupes fortes pour les éliminer. Ces méthodes sont souvent appelées les algorithmes de séparation car elles séparent la partie fractionnaire de la partie entière de la solution. Dans le cas du problème présenté dans (5.1)-(5.5), il existe des algorithmes de séparation qui trouvent des contraintes d'élimination de sous-tours avec une complexité polynomiale [11].

5.1.2 Coupe de peigne

Malheureusement, les contraintes (5.2)-(5.4) ne sont pas suffisantes pour garantir une solution entière. Une autre coupe appelée peigne est présentée dans [9, 35]. La coupe de peigne est construite avec un ensemble de noeuds H , et un nombre impair K . $K \geq 3$ d'ensembles disjoints de noeuds $W_1, W_2, \dots, W_k, \dots, W_K$. Chaque W_k a un ou

plusieurs noeuds en commun avec H et un ou plusieurs noeuds qui n'appartiennent pas à l'ensemble H . Les arcs appartenant au peigne sont ceux ayant deux extrémités dans H et les arcs ayant deux extrémités dans un même W_k . Il faut noter qu'un arc peut être compté deux fois si ces deux extrémités sont dans H et dans un même W_k . La coupe de peigne est donnée dans l'inégalité suivante:

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in H} X_{ij} + \sum_{k=1}^K \sum_{i \in W_k} \sum_{j \in W_k} X_{ij} \geq |H| + \sum_{k=1}^K (|W_k| - 1) - \frac{K+1}{2}.$$

La coupe de peigne la plus simple est représentée à la Figure 5.1. Nous pouvons facilement calculer la partie droite de l'inégalité comme étant égale à quatre. Par conséquent, au plus quatre arcs pourront faire partie de la solution TSP.

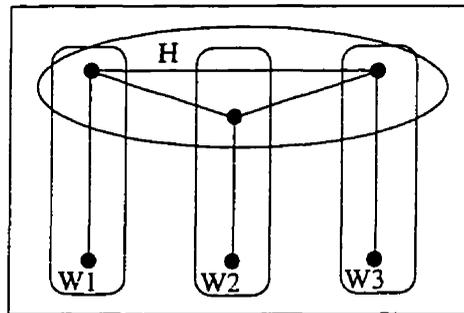


Figure 5.1 Coupe de peigne.

Un cas particulier de peigne est quand $|W_k| = 2, \forall k$. Ce peigne est appelé *2-matching* [25]. Une coupe de peigne généralisée est présentée dans [36] en construisant plusieurs ensembles H reliés dans une structure d'arbre. Un algorithme avec une complexité polynomiale est présenté dans [49] pour la coupe *2-matching*. Par contre, aucun algorithme polynomial n'est connu jusqu'à présent pour la forme généralisée [42].

Les coupes déjà présentées pour le problème TSP sont facilement généralisables pour le problème de routage des véhicules avec capacité (VRP: *Vehicle Routing*

Problem). Considérons les noeuds o et d comme unique origine et dépôt d'un véhicule k . Soit \mathcal{C} l'ensemble des noeuds à visiter, et $\mathcal{N} = \mathcal{C} \cup \{o, d\}$ l'ensemble de noeuds dans le graphe. Le modèle suivant pour le problème VRP généralise le modèle qui a été présenté précédemment pour le TSP.

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij}^k X_{ij}^k \quad (5.6)$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in \mathcal{N}} X_{ij}^k = 1 \quad , \quad \forall j \in \mathcal{C} \quad (5.7)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \mathcal{N}} X_{ij}^k = 1 \quad , \quad \forall i \in \mathcal{C} \quad (5.8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \mathcal{N}} X_{oj}^k = K \quad , \quad (5.9)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \mathcal{N}} X_{jd}^k = K \quad , \quad (5.10)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \bar{S}} X_{ij}^k \geq K_s \quad , \quad \forall S \subset \mathcal{N} \quad (5.11)$$

$$X_{ij} \text{ binaire} \quad , \quad \forall (i, j) \in A. \quad (5.12)$$

Les contraintes (5.9) et (5.10) s'ajoutent pour assurer que k véhicules partent de l'origine et retournent à la destination. Une modification est apportée à la contrainte d'élimination des sous-tours (5.11), où le membre de droite de 5.4 est remplacé par K_s . Ce paramètre désigne le nombre minimum de véhicules pour satisfaire les demandes des clients de l'ensemble S tout en satisfaisant la capacité des véhicules. Malheureusement, il existe beaucoup d'ensembles S , et le calcul du membre de droite de cette coupe est un problème NP-difficile. Par conséquent, il n'existe pas d'algorithme polynomial pour identifier les contraintes d'élimination de sous-tours de ce problème.

5.1.3 Coupe 2-chemins

Dans le cas du problème de routage des véhicules avec des contraintes de capacité et de temps, le problème d'élimination de sous-tours devient encore plus difficile. Il faut tenir compte cette fois-ci de la capacité des véhicules et du temps pour desservir les clients dans le calcul de la borne inférieure K_S . Kohl propose dans sa thèse [42] une coupe appelée 2-chemins. Il essaie d'identifier des ensembles particuliers S pour lesquels le calcul de K_S est plus facile. Ces ensembles sont ceux ayant besoin de deux véhicules pour être desservis, mais qui sont desservis dans la solution fractionnaire avec moins que deux véhicules. En d'autres termes, il veut identifier des ensembles S tels que:

$$1 \leq \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} X_{ij} < 2.$$

et trouver ceux pour lesquels il faut imposer:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} X_{ij} \geq 2.$$

Kohl dans [42] propose deux méthodes pour trouver ces sous-ensembles S , une méthode heuristique et une méthode optimale, toutes deux de complexité non polynomiale. Ces coupes ont permis de résoudre plusieurs nouveaux problèmes de VRPTW.

5.1.4 Autres coupes

Un cas particulier peut être considéré pour le même problème de VRP. L'ensemble S dans la contrainte d'élimination des sous-tours (5.11) peut être égal à l'ensemble de tous les clients \mathcal{C} . Dans ce cas, le membre de droite de la coupe (5.11) est la solution du problème de minimisation du nombre de véhicules en remplaçant dans l'équation

(5.6), tous les coûts C_{ij} par 1. Ce dernier problème peut être difficile à résoudre, mais il donne une borne inférieure sur le nombre de véhicules utilisés appelée $V_{S(C)}^*$. En prenant l'entier supérieur à cette borne, la coupe peut être représentée sous la forme suivante:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} X_{oj}^k \geq \lceil V_{S(C)}^* \rceil. \quad (5.13)$$

Une autre coupe est présentée dans [24] en utilisant le fait que la valeur optimale de la fonction objectif est entière. Si Z_{LP} est la solution fractionnaire optimale du problème relâché, leur coupe est présentée dans (5.14). Malheureusement, cette coupe n'est pas très efficace, sauf dans le cas où la solution est très proche de l'optimum.

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} C_{ij} X_{ij}^k \geq \lceil Z_{LP} \rceil. \quad (5.14)$$

5.2 Premier consist réalisable

Dans cette section, un premier type de coupes est introduit pour notre problème d'affectation des locomotives aux trains. Ces coupes permettent d'ajuster la puissance demandée par un train de façon à ce qu'elle devienne un multiple entier de la puissance des locomotives disponibles. Il faudrait par contre s'assurer qu'au cours de cette opération, on ne perde aucun consist réalisable et que l'ajustement ne se fasse que dans l'ordre croissant de puissance. Ces coupes sont appliquées au niveau des contraintes de recouvrement exprimées en termes de puissance des locomotives et du poids qu'elles peuvent tirer sur un segment de route. Ces contraintes sont définies dans le modèle mathématique décrit dans le chapitre précédent (3.14) et (3.15). Les nouvelles inégalités représentant les coupes sont présentées dans les équations (5.15) et (5.16). Dans cette représentation les contraintes sont simplifiées en remplaçant les variables supplémentaires par l'inégalité de recouvrement. Les ensembles discrets

des valeurs de puissance et de tonnage correspondant aux consists réalisables pour le train w sont représentés respectivement par P_w et Q_w .

On rappelle que w représente un train dans les ensembles W^p et W^q de trains. La demande de puissance par un train w est représentée par p_w alors que le tonnage d'un train w devant être tiré par les locomotives est représenté par q_w . Les variables supplémentaires Y_i prennent leurs valeurs dans les ensembles S^p et S^q . La puissance d'opération d'une locomotive de type k est désignée par p^k alors que q_{ij}^k désigne le tonnage qu'une locomotive de type k peut tirer sur le segment de route (i, j) . Le coefficient binaire $a_{w,ij}$ de la variable de flot prend la valeur 1 si l'arc (i, j) dans l'ensemble d'arcs A^k couvre w , 0 sinon.

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{w,ij}^k p^k X_{ij}^k \geq \lceil p_w \rceil^{P_w}, \quad \forall w \in W^p \quad (5.15)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{w,ij}^k q_{ij}^k X_{ij}^k \geq \lceil q_w \rceil^{Q_w}, \quad \forall w \in W^q \quad (5.16)$$

La notation $\lceil x \rceil^E$ représente la première valeur supérieure ou égale à x dans l'ensemble E . La Figure 5.2 illustre un exemple simple avec deux types de locomotives. Supposons que la puissance nécessaire pour tirer un train est de 6500 *hp* et qu'il existe deux types de locomotives: EF640 (4000 *hp*) et GR430 (3000 *hp*). On remarque qu'il n'existe aucun consist pouvant fournir une puissance dans l'intervalle [6000, 7000]. Par contre, il existe un consist comprenant une locomotive de type EF640 et une locomotive de type GF430 qui fournit exactement la puissance de 7000 *hp*. On peut donc augmenter la puissance demandée du train à 7000 *hp* ($\lceil p_w \rceil^{P_w} = 7000$). Il faut noter qu'on a choisi un exemple à deux dimensions afin de représenter graphiquement l'effet de la coupe. On aurait pu considérer plus de deux types de locomotives.

Le calcul du membre de droite de ces coupes présente une difficulté semblable

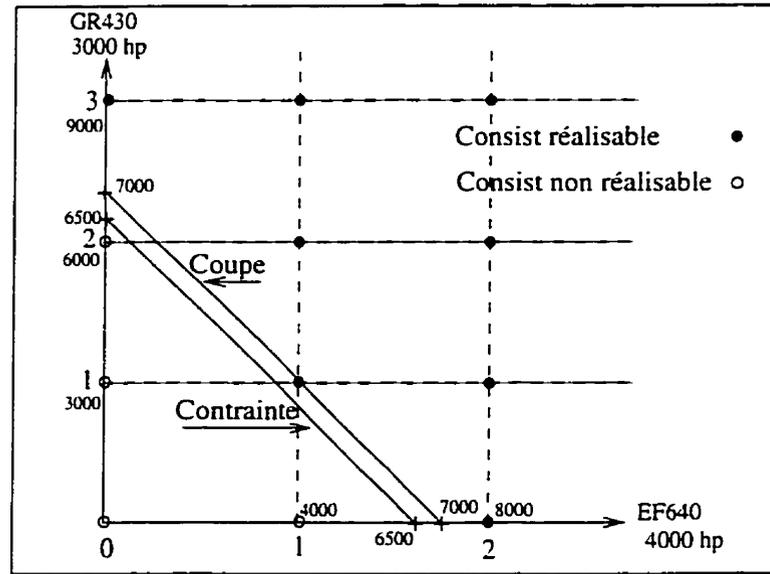


Figure 5.2 Premier consist réalisable

à celle des coupes de l'inégalité (5.11). On a vu que le calcul du membre de droite de (5.11) était un problème NP-difficile. Dans notre cas aussi, le choix d'ajustement de puissance est un problème combinatoire. Mais, il faut remarquer que le nombre de classes de locomotives dans notre problème ne dépasse pas 25 et est souvent inférieur à cette valeur. Par conséquent, cette recherche n'est pas très coûteuse même en introduisant l'énumération de tous les consist réalisables et une fois faite, elle pourrait être utilisée à plusieurs reprises dans le programme. Il faut remarquer que le nombre de contraintes n'augmente pas en introduisant ces nouvelles coupes et on ne fait qu'améliorer les contraintes déjà présentes dans le modèle.

5.3 Facettes des consist réalisables

Dans cette section on définit les coupes utilisant les facettes du polyèdre contenant les consist réalisables pour un train. Il est malheureusement très coûteux de calculer

et de tenir compte de toutes les facettes pour le cas où il existe plusieurs types de locomotives utilisables pour un train dans le réseau. Nous allons donc en premier lieu expliquer ces coupes pour le cas où un train peut utiliser seulement deux types de locomotives. Par la suite, on présente une façon d'utiliser ces coupes pour deux types de locomotives dans le cas où le problème comporte plus que deux différents types de locomotives.

5.3.1 Deux types de locomotives

Il s'agit d'une coupe associée à une facette du polyèdre contenant les consists réalisables. Ce nombre de facettes est souvent égal à 2 ou 3 car dans les compagnies ferroviaires, il existe généralement un nombre limité de locomotives actives permises sur un train. Dans le cas du CN, ce nombre est égal à 4. On peut démontrer que le nombre maximum de facettes qu'on puisse générer est égal à 3.

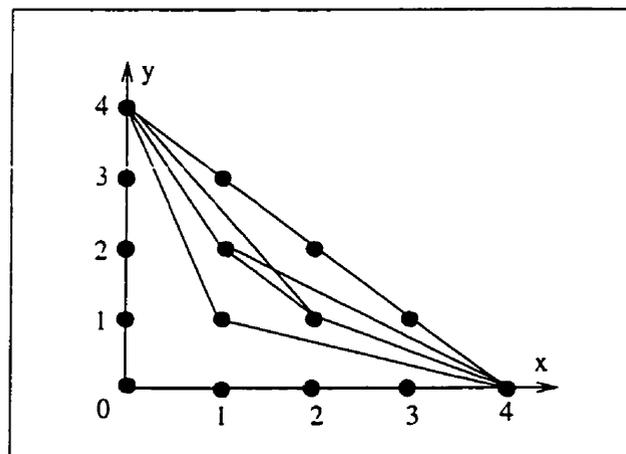


Figure 5.3 Nombre maximum de coupes avec 4 locomotives par train.

Supposons deux types de locomotives x et y . la Figure 5.3 présente tous les consists possibles à partir de ces deux types de locomotives sur un train quelconque

en n'utilisant pas plus de quatre locomotives. Nous nous intéressons aux valeurs des pentes des facettes constituant l'enveloppe inférieure du polyèdre contenant les consists réalisables. On définit dx et dy , les variations des valeurs x et y sur une facette du polyèdre quand on parcourt la facette dans la direction de l'axe des x . Ainsi, la valeur de pente qui définit cette facette est donnée par dy/dx . Pour qu'une facette avec (dx, dy) fasse partie de l'enveloppe inférieure du polyèdre, il faut $dx \geq 1$ et $dy \leq -1$. Pour démontrer qu'il ne peut pas y avoir plus que trois facettes possibles enveloppant les consists réalisables à partir de quatre locomotives sur un consist, on remarque d'abord que dx et $|dy|$ ne peuvent pas avoir une valeur plus que 4 pour une facette. La preuve considère donc deux cas possibles.

- Si $dx \geq 3$ pour une facette, étant donné que $dx \geq 1$ il peut y avoir au plus une autre facette avec $dx = 1$ et donc au plus on peut avoir deux facettes dans ce cas. Le même raisonnement peut être utilisé si $|dy| \geq 3$.
- Si $dx \leq 2$ et $|dy| \leq 2$, il peut y avoir trois valeurs différentes de pente -2, -1 et -0.5. Par conséquent, l'enveloppe inférieure du polyèdre est constituée au maximum de trois facettes.

On aurait aussi pu démontrer ce résultat en numérotant toutes les facettes possibles à partir de la Figure 5.3.

On peut démontrer le résultat plus fort suivant: quand le nombre maximum de locomotives de chaque type est inférieur ou égal à 6, le nombre maximum de facettes est égal à 3. Ce résultat assure que le nombre de facettes restera petit même dans d'autres compagnies où le nombre maximum de locomotives par consist serait plus grand. Toutefois on n'a pas encore rencontré de situation où ce nombre dépasse 5. On fait la preuve en considérant trois cas possibles.

- Si $dx \geq 4$ pour une facette, la somme des dx des autres facettes est égale à 2 ($6 - 4 = 2$). Il y a donc au plus 2 autres facettes car $dx \geq 1$.
- Si $dx = 3$ pour une facette, la somme des dx des autres facettes est égale à 3 ($6 - 3 = 3$). On peut donc avoir au plus 3 autres facettes. Cependant si on a trois facettes différentes avec $dx = 1$, il faut que les dy aient trois valeurs différentes. Les plus petits $|dy|$ sont 1, 2, 3 et leur somme est 6. Si on ajoute 6 au plus petit $|dy|$ pour la première facette ($dx = 3$), on dépasse 6. Il y a donc une contradiction et on ne peut pas avoir 4 facettes. On peut faire la même preuve pour le cas où $|dy| = 3$.
- Si $dx \leq 2$ et $|dy| \leq 2$, les seules valeurs possibles de la pente sont -2, -1 et -0.5. On peut donc avoir trois facettes au maximum.

Donc, avec un maximum de 6 locomotives permises sur un consist, l'enveloppe inférieure du polyèdre des consists réalisables est constituée au plus de 3 facettes.

En termes mathématiques, ces coupes peuvent être présentées à l'aide de l'équation suivante:

$$y = a_i x + b_i, \quad (5.17)$$

où i varie de 1 à 3. Un exemple est présenté à la Figure 5.4 pour voir plus en détails la construction des facettes. Supposons le même scénario de l'exemple présenté à la Figure 5.2 avec la demande de puissance pour tirer un train égale à 6500 *hp* et deux types disponibles de locomotives (EF640 et GR430). Un processus récursif sélectionne les points extrêmes parmi les consists plus grands que la demande de puissance. Une fois ces points sélectionnés, chaque paire de points successifs définit une facette.

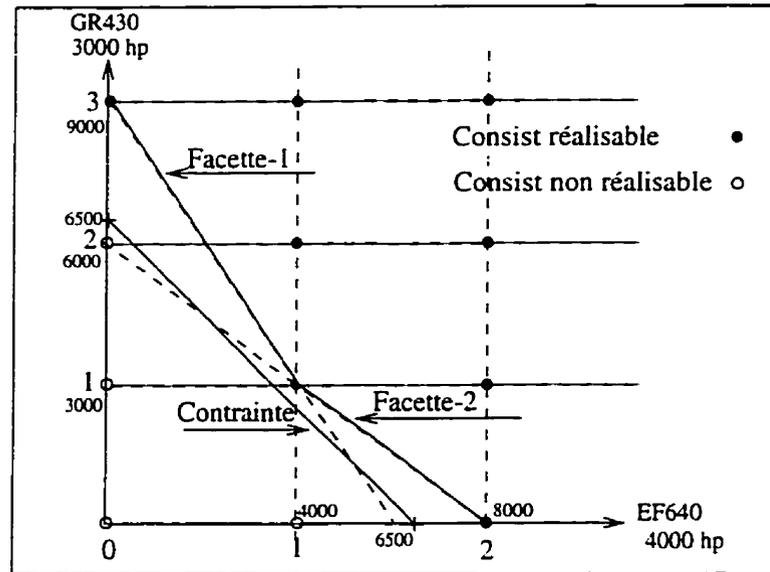


Figure 5.4 Facettes aux consists réalisables.

On remarque bien dans notre exemple qu'on peut remplacer la contrainte de puissance par les facettes 1 et 2 formulées dans les équations suivantes:

$$\text{Facette - 1} \quad y = -2x + 3.$$

$$\text{Facette - 2} \quad y = -x + 2.$$

Ce remplacement permet au simplexe de trouver plus facilement une solution entière. On peut représenter d'une façon équivalente les facettes pour les contraintes de recouvrement exprimées en termes de tonnage.

5.3.2 Plus de deux types de locomotives

Vu l'efficacité des facettes dans le cas de deux types de locomotives comme nous le verrons dans la section 5.5, nous avons appliqué ces facettes dans le cas où les compagnies possèdent plusieurs types de locomotives. L'idée n'est pas de générer toutes les facettes, car cela ajouterait un nombre considérable de contraintes au problème

maître et par conséquent augmenterait le temps de résolution. On voudrait plutôt choisir les facettes qui ont un impact important sur le coût de la solution. L'idée est d'estimer d'une façon relativement précise les types de locomotives participant dans le consist actif final d'un train. Cette information nous permet de diminuer le nombre de facettes à calculer et à ajouter dans le programme. Une analyse des résultats d'affectation des locomotives aux trains dans le cas de la compagnie CN montre que le nombre moyen de types de locomotives affectées sur les trains s'élève à environ 2.2.

On définit $W_c \subset W$, l'ensemble de trains, dont la puissance désirée est satisfaite avec un consist constitué de deux types de locomotives, dans la solution du problème relaxé (LP). L'ensemble K_w comprend les deux types de locomotives choisies par la solution LP pour le train w . Si on prend la décision de restreindre chaque train $w \in W_c$ à ces deux types de locomotives $k \in K_w$, on peut ajouter les coupes définies dans (5.17). À la prochaine section, nous allons présenter une stratégie de branchement qui permettra d'utiliser les facettes à certains noeuds de l'arbre de branchement.

5.4 Branchement

La décision de restreindre un train à deux types de locomotives tout comme fixer une variable du problème maître est une décision de branchement. Nous allons donc expliquer dans cette section l'arbre de branchement qui sert à la fois à fixer des variables de chemin et à restreindre les types de locomotives pour ajouter des facettes au problème. L'approche consiste à explorer à l'aide d'une stratégie heuristique une partie de l'arbre de branchement pour obtenir une bonne solution dans un temps

raisonnable.

5.4.1 Décisions de branchement

Les décisions de branchement fixant des variables de chemin ont été expliquées au chapitre précédent. Il s'agit de fixer à l'entier supérieur les valeurs des variables de chemin dont le score est assez grand. Nous expliquons ici la décision concernant la restriction des types de locomotives et l'addition des facettes au problème. Supposons qu'il existe 5 types (a, b, c, d) de locomotives dans le réseau et que la résolution du programme relaxé LP au noeud 1 de branchement affecte des locomotives de type a et b sur un train w (voir Figure 5.5). La première branche restreint l'utilisation de seulement deux types de locomotives: a et b pour le train w . Par contre, il existe une branche pour chacun des autres types de locomotives c et d , où on utilise au moins une locomotive de ce type. Si on prend la décision de fixer les types de locomotives a et b , les facettes seront générées pour le train w , et on descend au deuxième noeud de branchement pour résoudre une autre fois le LP. Sinon, on peut explorer la branche c ou d . Explorer par exemple la branche c qui correspond à fixer une locomotive de type c . Ainsi, on peut continuer à explorer l'arbre en restreignant les types de locomotives sur les trains ou en fixant des variables.

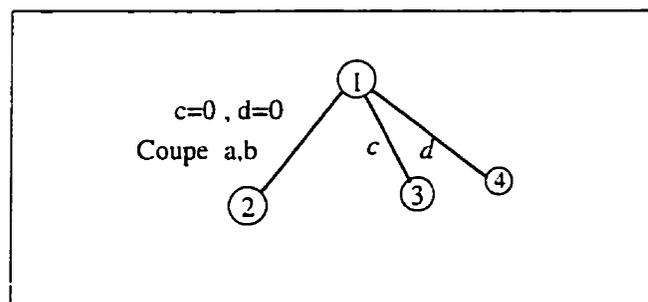


Figure 5.5 Décisions de branchement.

5.4.2 Stratégie de branchement

La stratégie de branchement consiste à explorer en profondeur une seule branche à la fois jusqu'à l'obtention d'une solution entière. À chaque branchement, une ou plusieurs variables sont fixées où une ou des facettes pour un ou plusieurs trains sont ajoutées. Ces décisions sont prises de façon à explorer une branche qui semble prometteuse. À partir d'un certain niveau de profondeur, les coupes n'affecteront plus la solution, par conséquent, on ne génère plus de coupes et on continue à fixer des variables jusqu'à la fin du processus.

Considérons maintenant la stratégie utilisée lors de la prise de décisions pour restreindre les types de locomotives et pour ajouter des facettes. Tout d'abord, pour chaque train appartenant à l'ensemble W_c , on estime le coût minimum pour qu'un autre type de locomotive (à part les types choisis par le LP) fasse partie de son consist actif. On note $\bar{C}_w(x)$, le coût marginal pour qu'une locomotive de type x fasse partie du consist du train w . Ensuite, on calcule le minimum $\bar{C}_w^{min} = \text{Min}(\bar{C}_w(x), \bar{C}_w(y), \dots)$. Ce minimum devient une borne inférieure sur le coût marginal pour qu'un autre type de locomotive différente de celle choisie par la solution de problème relaxé (LP) participe dans le consist actif du train w . La décision de branchement est donc de restreindre les types de locomotives et d'ajouter des facettes pour le train w si la valeur de \bar{C}_w^{min} est supérieure à un seuil fixé par un paramètre. Autrement dit, on oblige le train w à utiliser seulement deux types de locomotives si le coût marginal d'utilisation des autres types de locomotives est assez élevé.

Le seul paramètre à fixer dans cette stratégie est le seuil \bar{C}_{Seuil} . Par la suite, on prend une décision de branchement en fonction du seuil et \bar{C}_w^{min} . Si $\bar{C}_w^{min} > \bar{C}_{Seuil}$,

les facettes seront générées pour le train w et cela pour tous les $w \in W_c$. Cette approche est purement heuristique et \bar{C}_{seuil} peut être choisi d'une façon expérimentale. Notons qu'un seuil très élevé peut empêcher la construction de bonnes facettes et un seuil trop petit peut faire perdre une bonne solution moins coûteuse. Au cas où la génération des coupes rend le problème non réalisable ou bien que l'augmentation de la borne inférieure est très grande, on prend la décision d'enlever les coupes générées dans cette branche et ceci correspond à remonter dans l'arbre. Le calcul du coût marginal minimum $\bar{C}_w(x)$ pour un type de locomotive x est défini dans la prochaine sous-section.

5.4.3 Calcul du coût marginal $\bar{C}_w(x)$ pour chaque type de locomotives

Le coût marginal $\bar{C}_w(x)$ pour qu'une locomotive de type x fasse partie du consist actif du train w correspond au coût marginal de la génération d'une colonne p de l'origine o à la destination d qui passe par l'arc (i, j) du train w_{ij} dans le réseau de type x .

Supposons le réseau représenté à la Figure 5.6 avec o et d respectivement le noeud source et le noeud destination. Supposons p le chemin le plus court passant par l'arc (i, j) . Après avoir résolu la relaxation linéaire LP, les valeurs des étiquettes aux noeuds, calculées par la solution du sous-problème du plus court chemin lors de la résolution du sous-problème des locomotives de type x indiquent le coût minimum du chemin allant du noeud source jusqu'à chaque noeud i pour une locomotive de type k . Par conséquent, on peut facilement calculer le coût du chemin p jusqu'au noeud i . Le coût de l'arc (i, j) est donné par le coût original moins les variables duales générées par le problème maître. La difficulté est de calculer le coût du reste du chemin p . En changeant le sens de tous les arcs et en appelant la procédure de

plus court chemin à partir du noeud destination jusqu'au noeud source. on a pu obtenir le coût minimum pour aller du noeud destination vers le noeud j . Ainsi, on peut calculer le coût du chemin p .

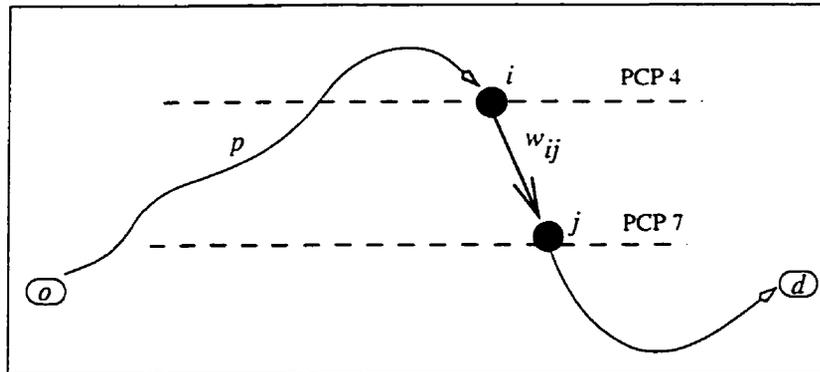


Figure 5.6 Calcul du coût marginal $\tilde{C}_w(x)$.

Les différentes expériences montrent que cette façon de calculer le coût pour chaque type de locomotives augmente de trois à dix fois le temps CPU de la résolution. Par contre, la décision de branchement ne nécessite qu'une borne inférieure sur le coût de la génération d'une colonne qui couvre l'arc (i, j) . On peut donc éviter le calcul du plus court chemin en sens inverse en utilisant les informations disponibles. On estime donc le coût de la colonne d'origine o jusqu'au noeud i auquel on ajoute le coût d'arc (i, j) dans le problème de plus court chemin, disponible dans le réseau.

5.4.4 Ajout de coupes pour les trains utilisant un type de locomotive

Après avoir résolu le problème relaxé LP, on remarque qu'une bonne partie des trains possède des consists constitués d'un seul type de locomotive. Par conséquent, ces trains ne font pas partie de l'ensemble de trains W_c éligible à l'application des

facettes. Nous avons tenté de trouver un deuxième type de locomotive qui pourrait éventuellement faire partie du consist actif final pour ces trains. Une fois que le deuxième type pour les trains ayant un type de locomotive dans leur consist actif est trouvé, ils font partie de l'ensemble de trains W_c . Ensuite, les facettes pourront être générées de la même façon que précédemment.

Supposons que le consist actif d'un train w est constitué d'un seul type de locomotive. Pour déterminer le deuxième type de locomotive qui pourrait faire partie du consist actif de ce train, on calcule le coût marginal $\bar{C}_w(x)$ pour tous les types x de locomotive (excepté le type déjà choisi par le LP). Ensuite, si le coût d'utilisation d'un type de locomotives est beaucoup plus petit que les autres types, ce type de locomotive est un bon candidat à coupler avec le premier type déjà choisi par le LP.

5.5 Résultats numériques

Cette section présente les résultats correspondant aux expériences numériques dans le cas où les compagnies possèdent deux types de locomotives et dans le cas général.

5.5.1 Application aux problèmes avec deux types de locomotives

Il existe des compagnies ferroviaires qui ne possèdent que deux types différents de locomotives; c'est le cas de SJ, la compagnie suédoise du chemin de fer et de la compagnie canadienne VIA. Malheureusement, nous n'avons pas eu accès à la base de données de ces compagnies. Il est cependant possible de simuler des problèmes de ce type en considérant seulement deux types de locomotives à partir des données

réelles provenant de la compagnie CN.

Évidemment le choix des types de locomotives à considérer peut influencer la difficulté de la résolution du problème. Une série de simulations portant sur trois couples différents de locomotives nous permet d'avoir une idée plus exacte de la performance de ces facettes. De plus, chaque problème est résolu sur trois horizons, de 1 jour, 2 jours et 3 jours. Le nombre de segments de train est respectivement de 316, 574 et 867. Les résultats correspondant sont présentés au Tableau 5.1. Le coût de la solution relaxée et la solution entière sont représentés respectivement par Z_{LP} et Z_{IP} . Le gap d'optimalité est représenté par *Gap* alors que *Gain* désigne le pourcentage de diminution du gap en ajoutant les facettes par rapport au gap sans coupes. Le nombre de colonnes générées par GENCOL est représenté par *Col* alors que *Iter* correspond au nombre total de fois que le programme maître a été résolu. *Nd* désigne le nombre de noeuds de branchement. La durée totale de la résolution du programme en minutes sur une machine HP9000 modèle 735 est représentée par *CPU* alors que le temps de la résolution du problème maître plus le temps de la génération des colonnes en minutes est représenté par $mp + sp$. Afin de pouvoir comparer les résultats, chacun des problèmes est résolu avec l'application des coupes AC et sans les considérer SC.

On remarque une réduction considérable du saut d'intégrité dans le cas où les coupes sont considérées. De plus, le gain provient surtout de l'amélioration de la solution entière obtenue. Cela justifie la validité et l'importance de facettes ajoutées dans le problème. Il est intéressant de noter que le nombre de colonnes générées ainsi que le nombre d'itérations du problème maître ne varient pas considérablement, et par conséquent, le temps représenté dans les colonnes $mp + sp$ pour chaque problème, sans et avec application des coupes reste sensiblement le même. La différence de

Tableau 5.1 Problèmes avec des paires différentes de locomotives sur des horizons de 1, 2 et 3 jours.

Problème	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	$mp + sp$	CPU	Gain
1 jour/SC	79249	79682	0.55%	13	4721	113	0.7	1.8	-
1 jour/AC	79253	79371	0.15%	9	4747	110	0.7	2.0	72%
2 jours/SC	107130	107437	0.29%	25	21353	230	3.9	6.0	-
2 jours/AC	107139	107289	0.14%	17	22493	264	4.7	7.5	50%
3 jours/SC	134841	135915	0.80%	36	73753	523	33.7	37.7	-
3 jours/AC	134847	135384	0.40%	26	84754	615	45.3	50.9	50%

a: Problème avec deux types *GF30* (3000 hp) et *GR420* (2000 hp)

Problème	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	$mp + sp$	CPU	Gain
1 jour/SC	72754	73353	0.82%	10	4714	101	0.6	1.7	-
1 jour/AC	72763	72836	0.10%	9	4827	126	0.7	2.0	87%
2 jours/SC	102793	103037	0.24%	28	20324	234	4.0	6.1	-
2 jours/AC	102817	103047	0.22%	22	20753	255	4.4	7.0	8%
3 jours/SC	133826	134816	0.74%	31	74224	459	36.8	41.4	-
3 jours/AC	133860	134363	0.37%	29	77986	529	46.0	52.1	50%

b: Problème avec deux types *GF638* (3800 hp) et *GR420* (2000 hp)

Problème	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	$mp + sp$	CPU	Gain
1 jour/SC	69860	70346	0.70%	12	5997	119	0.7	1.8	-
1 jour/AC	69890	69968	0.11%	7	5882	103	0.7	2.0	84%
2 jours/SC	95029	95971	0.99%	19	26013	231	4.2	6.4	-
2 jours/AC	95038	95640	0.63%	23	26464	269	4.6	7.9	36%
3 jours/SC	119780	120807	0.86%	26	104095	532	40.8	44.8	-
3 jours/AC	119816	120473	0.55%	31	105516	587	45.1	50.0	36%

c: Problème avec deux types *GF638* (3800 hp) et *GF30* (3000 hp)

AC: Avec Coupes, SC: Sans Coupes

temps CPU entre des problèmes avec et sans application des coupes provient essentiellement du temps de la génération des coupes.

5.5.2 Application pour le CN

Une série de tests nous permet d'observer les effets des facettes et la performance de la stratégie de coupe considérée dans le cas des compagnies ayant plusieurs types de locomotives. Les tests sont faits pour une période de 1, 2 et 3 jours. Les données du problème sont tirées à partir de la base de données de la compagnie CN du 29 mars 94 au 05 avril 94. Le Tableau 5.2 présente les résultats pour les différents essais. Il faut noter qu'on a fixé le paramètre \bar{C}_{seuil} à 25 pour les résultats présentés au Tableau 5.2.

Après l'introduction des coupes, une meilleure solution du LP permet à chaque noeud de branchement de prendre une meilleure décision, et finalement de trouver une meilleure solution entière. En appliquant les coupes, les sauts d'intégrité sont diminués en moyenne de 34% relativement aux sauts sans application des coupes. Il faut noter que le nombre de noeuds de branchement présente le nombre de fois que le problème relaxé est résolu. Il est clair qu'en ajoutant des contraintes au problème, le nombre des colonnes générées et le nombre d'itérations de la résolution du problème maître augmentent. Il faut noter que si nous avons voulu calculer de façon exacte le coût marginal \bar{C}^{min} pour chaque type de locomotive le temps CPU aurait augmenté à 16.45, 103.70 et 444.23 minutes pour les problèmes de 1, 2 et 3 jours. Cependant, la qualité des résultats reste la même dans les deux cas.

Le Tableau 5.3 nous présente des informations supplémentaires pour les mêmes problèmes définis dans Tableau 5.2. Le nombre total de trains à couvrir ainsi que le

Tableau 5.2 Problèmes stratégiques de 1, 2 et 3 jours avec 26 types de locomotives.

Problème	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	mp + sp	CPU	Gain
1 jour/SC	75520	76862	1.78%	27	6607	152	1.23	2.51	-
1 jour/AC	75520	76563	1.26%	49	6641	181	1.47	5.06	29%
2 jours/SC	103109	105749	2.56%	52	20938	340	9.52	12.19	-
2 jours/AC	103109	104715	1.56%	73	21257	326	10.83	20.15	39%
3 jours/SC	127572	129772	1.72%	75	49302	643	116.20	122.15	-
3 jours/AC	127572	128999	1.12%	75	48745	531	122.25	147.48	34%

AC: Avec Coupes. SC: Sans Coupes

Tableau 5.3 Informations supplémentaires sur les résultats des problèmes 1, 2, 3 jours.

Problème	Trains	Hp - Ton - Trains	Trains - Coupes	Coupes
1-jour	316	184	80	115
2-jour	574	316	150	299
3-jour	867	453	370	447

nombre de trains dont la demande en traction est exprimée en termes de puissance ou de tonnage, sont représentés respectivement par $Trains$ et $Hp - Ton - Train$. Le nombre de trains sur lesquels les coupes ont été ajoutées, est représenté par $Trains - Coupes$. $Coupes$ désigne le nombre total de coupes ajoutées dans le problème. Ainsi, nous remarquons que les coupes sont appliquées en moyenne sur un tiers des trains. En grande partie, cela est dû aux trains dont la demande en traction est seulement exprimée en termes de nombre de locomotives qui n'ont pas besoin de coupes. Par conséquent, les coupes sont appliquées en moyenne sur la moitié des trains éligibles.

Une série d'expériences numériques nous permet de choisir le meilleur seuil \bar{C}_{Seuil} pour ajouter des coupes. Nous avons choisi quatre seuils différents pour analyser l'effet de ce paramètre. Un seuil très petit permet au programme de générer beaucoup de coupes mais par contre, il peut éliminer de bonnes solutions et obliger le programme à trouver une solution entière très coûteuse. Par contre, un seuil très élevé peut empêcher la génération des bonnes coupes. Le Tableau 5.4 présente les résultats concernant quatre essais différents. AC-01 représente les résultats du problème sur un horizon de deux jours avec application des coupes dont les scores étaient plus grands que $\bar{C}_{Seuil} = 1$. De la même façon, on représente les résultats pour le cas où le $\bar{C}_{Seuil} = 10, 25$ ou 50 . En regardant la colonne correspondant au Gap , on remarque que le seuil 25 semble la meilleure valeur de seuil pour ce problème du point de vue de réduction du gap d'intégrité.

Finalement, nous avons vérifié et testé la performance des coupes pour notre problème complet sur un horizon d'une semaine. On choisit le paramètre $\bar{C}_{Seuil} = 25$ pendant cette résolution. La stratégie utilisée est de décomposer le grand problème de 7 jours en des petits problèmes de 2 jours avec un jour commun entre deux

Tableau 5.4 Détermination du meilleur C_{Seuil} pour le problème 2 jours.

Prob	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	$mp + sp$	CPU
SC	103109	105749	2.56%	52	20938	340	9.52	12.19
AC-01	103109	106456	3.25%	67	21712	296	10.75	20.85
AC-10	103109	105021	1.88%	67	21272	321	10.88	20.86
AC-25	103109	104715	1.56%	73	21257	326	10.83	20.15
AC-50	103109	105087	1.92%	72	21116	332	10.80	19.98

AC: Avec Coupes. SC: Sans Coupes

problèmes successifs. Il est très difficile d'analyser et de comparer les résultats donnés au Tableau 5.5 pour le problème complet, car à partir de la deuxième période, les problèmes ne sont plus identiques et cela implique plus de variations au niveau du gap.

Le Tableau 5.6 présente une comparaison entre les résultats numériques du problème de 7 jours, sans et avec l'application des coupes. On remarque une réduction moyenne de 3.66% à 2.81% du gap d'intégrité en introduisant les coupes dans le modèle. De plus, l'utilisation de 11 locomotives de moins en introduisant les coupes équivaut à un gain de 1% d'utilisation des locomotives. La réduction de la puissance consommée est aussi de l'ordre de 1%. Le nombre de locomotives utilisées est indiqué par *Loco* et la puissance consommée est représentée par *Puiss(hp)*. Le temps de la résolution du problème maître plus le temps de génération des colonnes, désignés par $mp + sp$ (en heures) ne varient pas beaucoup. Par contre, le temps total de la résolution, désignés par CPU (en heures) est augmenté de 32% en introduisant les coupes.

Tableau 5.5 Problème de 7 jours avec 26 types de locomotives.

Période	Z_{LP}	Z_{IP}	Gap	Nd	Col	Iter	$mp + sp$
Sans Coupes (SC)							
1-2	103109	105749	2.56%	52	20938	340	9.52
2-3	49322	50557	2.50%	45	25087	320	13.80
3-4	43444	44680	2.85%	45	25028	346	22.00
4-5	35937	37644	4.75%	44	24485	344	20.91
5-6	39937	41451	3.79%	41	28205	394	42.40
6-7	37675	39738	5.48%	44	26085	379	23.45
Avec Coupes (AC)							
1-2	103109	104715	1.56%	73	21257	326	10.83
2-3	49515	50099	1.18%	80	24858	332	14.68
3-4	43345	44282	2.16%	73	25663	409	22.86
4-5	36080	37346	3.51%	58	25053	338	22.82
5-6	40127	41496	3.41%	39	28595	388	45.55
6-7	38215	40133	5.02%	65	26995	399	23.21

AC: Avec Coupes, SC: Sans Coupes

Tableau 5.6 Comparaison entre les résultats pour le problème de 7 jours.

Problème	Gap (moy)	Loco	Puiss(<i>hp</i>)	$mp + sp$ (heures)	CPU (heures)
SC	3.66%	1024	2,939,000	2.20	2.45
AC	2.81%	1013	2,902,500	2.33	3.24

AC: Avec Coupes, SC: Sans Coupes

Conclusion

Afin d'améliorer le modèle, une série de coupes a été implantée. Ces coupes ont pour objectif de réduire le saut d'intégrité, et elles ont d'abord été définies pour un réseau ayant seulement deux types de locomotives. Une stratégie de branchement permet d'adapter ces coupes pour un réseau possédant plusieurs types de locomotives. À partir des expériences numériques, nous avons observé une réduction très importante du saut d'intégrité dans le cas où le réseau contient deux types de locomotives. Les résultats sont aussi intéressants dans le cas général (avec plus de deux types de locomotives), en particulier pour la compagnie CN. Une réduction moyenne d'environ un tiers du gap d'intégrité démontre la performance des coupes appliquées aux problèmes définis sur des horizons de 1, 2 et 3 jours. Pour le problème complet sur une semaine, l'utilisation des coupes permet une réduction de 1% de nombre de locomotives utilisées, ce qui peut se traduire par une économie de quatre millions de dollars par année pour la compagnie CN.

CHAPITRE 6

Module Tactique

Introduction

Les pannes mécaniques, les retards de chargement et de déchargement des wagons, les mauvaises conditions météorologiques, l'assemblage et le désassemblage des locomotives causent souvent des retards sur le fonctionnement d'un réseau ferroviaire au niveau opérationnel. Ces perturbations ne sont pas prises en compte lors de l'affectation des locomotives aux trains par le module stratégique. Le module tactique doit donc modifier l'affectation des locomotives et les horaires des trains. L'objectif du module tactique est de trouver une solution opérationnelle en minimisant les retards et les coûts d'opération.

Les différences entre le module stratégique et le module tactique se résument principalement dans les points suivants:

- Prise en compte des locomotives individuellement.
- Considération des contraintes opérationnelles à un niveau plus détaillé.
- Définition du problème sur un horizon plus court.
- Résolution en temps réel.

Le problème tactique pourrait être résolu de la même façon que le problème

stratégique, c'est-à-dire comme un grand problème pour tout le réseau. Toutefois le temps de résolution serait incompatible avec les contraintes d'opération. Le problème a donc été divisé en petits problèmes au niveau de chaque PCP. Les perturbations locales dans le réseau et une certaine indépendance des décisions au niveau de chaque PCP justifient ce choix. Il faut noter que la modification de l'horaire d'un train dans un PCP peut entraîner des modifications des horaires dans d'autres PCP. Par conséquent, les modifications et les nouveaux horaires générés à chaque PCP seront mis à jour dans la base de données commune pour tous les PCP. Le problème stratégique est résolu à chaque 12 heures en considérant les nouvelles données alors que le problème tactique est résolu à chaque fois qu'il y a un changement dans le PCP ou tous les quatre heures. Une arrivée ou un départ d'un train est considéré comme un changement dans un PCP.

Un exemple simple à la Figure 6.1 illustre la nécessité et l'importance du module tactique. Les axes verticaux sont les axes de temps pour l'arrivée et le départ de trains. On suppose que l'heure de la résolution correspond à 7 heures 45 minutes du matin (7h45).

Supposons que les trains t_1 et t_2 arrivent respectivement à 7h00 et 7h30 au PCP Windsor et les trains t_3 et t_4 quittent respectivement à 8h00 et 8h30 le PCP. Supposons encore que les locomotives qui tirent ces trains ont les mêmes caractéristiques opérationnelles et que la traction demandée par les trains est identique. À cause de la tempête de neige, le train t_1 arrive avec une heure et quinze minutes de retard au PCP. Par contre le train t_2 arrive à l'heure prévue. En respectant les décisions stratégiques, il faut retarder le train t_3 d'au moins 30 minutes (supposons que le temps pour transférer les locomotives est 15 minutes). Il est visiblement possible de changer la décision et d'affecter le consist du train t_2 au train t_3 et le

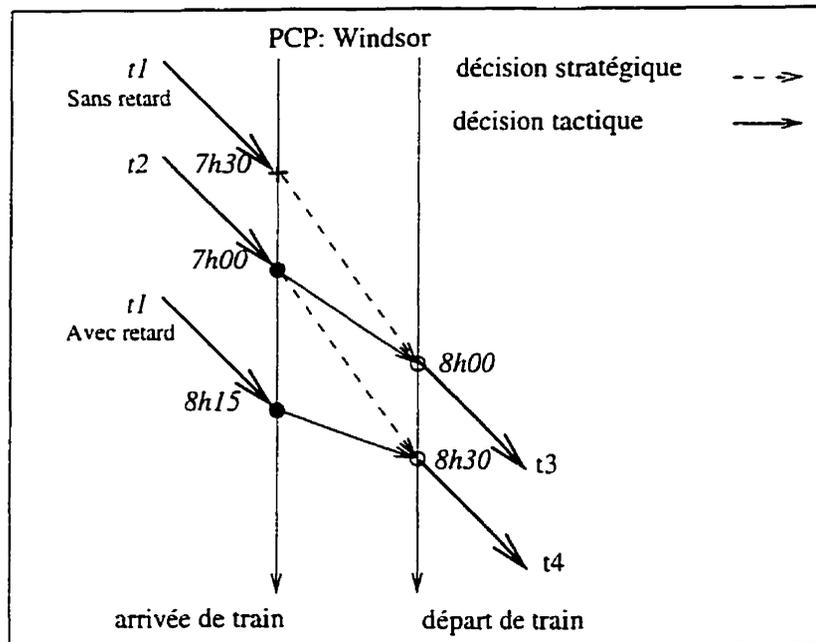


Figure 6.1 Exemple de problème tactique.

consist du train $t1$ au train $t4$. Ainsi les horaires des trains ne seront pas modifiés et le coût d'opération n'augmente pas à cause du retard du train $t1$. Ceux sont les opérateurs expérimentés qui prennent sur place ce genre de décisions. Cependant même pour les experts, il est très difficile de prendre une décision optimale quand une cinquantaine de locomotives doivent être affectées à une vingtaine de trains.

Le problème tactique a des contraintes et des spécifications particulières qui sont décrites à la section 1. Différents modèles sont présentés et étudiés à la section 2 alors qu'à la section 3 la méthode de résolution choisie est présentée. Les résultats numériques sur plusieurs exemples sont donnés à la section 4 et finalement une conclusion termine ce chapitre.

6.1 Les objectifs et les contraintes du module tactique

Les objectifs particuliers du module tactique sont:

- déterminer les consists les plus appropriés pour chaque train;
- faire le routage de chaque locomotive;
- ajuster les horaires de départ des trains en permettant certains retards s'il n'y a pas de locomotives disponibles.

Les données du problème tactique sont les mêmes que les données du problème stratégique. De plus il faut respecter autant que possible les décisions générées par le module stratégique. La description du problème est la même que celle présentée au premier chapitre (voir Tableau 1.1). Par contre, au niveau des restrictions, le problème devient plus concret, il faut considérer certaines contraintes qui étaient relaxées lors de la modélisation pour le module stratégique. Les locomotives retardées seront aussi prises en compte dans le problème.

Les contraintes spécifiques du module tactique varient selon les compagnies. Elles dépendent des politiques d'opération, des contraintes techniques propres aux types de locomotives, des conditions climatiques, du salaire du personnel et du coût associé au retard des trains. Les contraintes tactiques pour la compagnie CN sont présentées à la prochaine section.

6.1.1 Contraintes tactiques au CN

Il faut respecter toutes les contraintes lors de l'affectation définitive des locomotives aux trains dans le module tactique. Deux catégories de contraintes peuvent être définies: les contraintes dures et les contraintes molles. Les contraintes dures doivent être respectées complètement lors de l'affectation définitive par le module tactique tandis que les contraintes molles peuvent ne pas être respectées au prix d'une pénalité ajoutée à la fonction objectif.

Les contraintes dures

- Assurer toutes les contraintes stratégiques.
- Au plus 4 locomotives actives dans un consist.
- Au plus 10 locomotives dans un consist.
- Puissance d'au moins 1800 (*hp*) pour tirer un train.
- Affecter au moins une locomotive meneuse à chaque consist.
- Certaines locomotives ne peuvent pas être des locomotives meneuses.
- Certaines classes ne sont pas permises dans certaines régions.
- Certaines classes sont en général utilisées pour les trains de services locaux.
- Préférence en termes de classes de locomotives pour chaque train et chaque poste local.
- Préférence de certaines classes de locomotives pour les trains express.

- Éviter les locomotives non productives sur les trains express (cette contrainte ne s'applique pas pour les classes de locomotives incluses dans la liste de préférence d'un train).

Les contraintes molles

- Affecter des locomotives orientées dans la direction des trains; sinon, il faut changer la direction des locomotives et donc considérer le temps et le coût de cette manoeuvre.
- Préférence d'affecter les consists choisis par le module stratégique.
- Éviter de détacher les consists arrivant dans un PCP: sinon, il faut considérer le temps de désassemblage et d'assemblage des consists. Autrement dit, si le consist choisi par le module stratégique n'est pas déjà assemblé, on choisit si possible un consist composé des locomotives déjà assemblées qui respectent toutes les contraintes du consist des locomotives non assemblées choisies par le module stratégique.
- Maintenir une locomotive critique sur le train choisi par le module stratégique (cela permet aux locomotives critiques d'arriver à temps à leur atelier).

6.2 Modélisation

Trois modèles différents sont proposés et étudiés dans cette section. Le premier est basé sur le modèle stratégique présenté au troisième chapitre. Les deux derniers modèles sont basés sur la division du problème en problèmes locaux au niveau de

chaque PCP. Le deuxième modèle est un modèle d'affectation alors que le troisième est un modèle de recouvrement.

6.2.1 Modèle de flot multi-commodités

Le modèle de flot multi-commodités est un modèle exact qui pourrait être considéré pour le problème tactique. La principale différence avec le modèle stratégique est la définition des commodités. Chaque locomotive est considérée individuellement comme une commodité (rappelons que pour le modèle stratégique, une commodité est définie comme une classe de locomotives). Par conséquent, il existe autant de commodités, de sous-problèmes et de réseaux que de locomotives (1249 commodités au lieu de 26). De plus, il faut ajouter les contraintes correspondant aux restrictions tactiques. Par contre, le problème sera résolu sur un horizon de 24 heures au lieu d'une semaine.

Malgré l'horizon plus court, l'augmentation du nombre de variables et le nombre de contraintes tactiques fait que la taille du problème augmente considérablement et le temps de la résolution devient beaucoup plus important. En pratique, il ne paraît pas possible de résoudre le problème complet en dix minutes. De plus il faut prévoir que l'introduction des variables de modification d'horaires dans le module augmente la difficulté de résolution. On peut se référer aux travaux de tournées de véhicules avec des horaires variables [39, 45] pour justifier cette prise de position.

6.2.2 Modèle d'affectation

Dans ce modèle, chaque problème tactique est défini pour un PCP donné, à une heure et sur un horizon fixé. L'horizon du problème limite le temps durant lequel tous les trains quittant le PCP vont être considérés dans le problème. Les données du problème sont les locomotives et les consists disponibles au niveau du PCP, l'heure de la résolution ainsi que les trains partant du PCP à l'intérieur de l'horizon du temps. On définit un problème d'affectation des locomotives disponibles aux trains pour chaque PCP. Il faut donc définir les noeuds, les arcs et les coûts sur les arcs. Un exemple présenté à la Figure 6.2 illustre ce modèle. Supposons le scénario suivant:

- heure de la résolution du module tactique: 17h45;
- horizon du problème: 6 heures;
- consist $t1$ composé de $(l2, l3, l4)$ arrivant au PCP à 17h15;
- consist $t2$ composé de $(l1, l5)$ arrivant au PCP à 17h40;
- heure de départ du train $t3$: 19h35;
- heure de départ du train $t4$: 21h00;
- solution stratégique: $l1, l2, l3$ affectées au train $t3$;
- solution stratégique: $l4, l5$ affectées au train $t4$.

La Figure 6.2 montre qu'il faut trois locomotives pour le train $t1$ et deux locomotives pour le train $t2$. Trois noeuds de demande $t1 : 1, t1 : 2, t1 : 3$ pour le premier train et deux noeuds $t2 : 1, t2 : 2$ pour le deuxième train représentant ces deux trains dans le modèle. Chaque locomotive disponible est représentée individuellement par un noeud dans le modèle. Un arc entre un noeud de locomotives disponibles et un noeud de demande de trains existe si la locomotive peut être affectée au train. Il

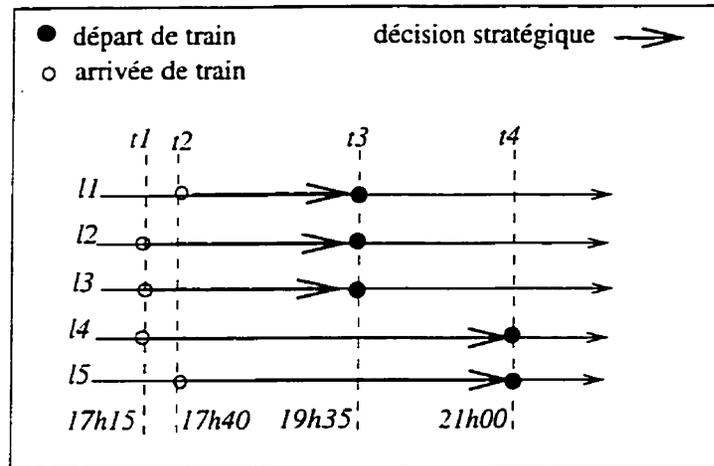


Figure 6.2 Scénario pour présenter le modèle d'affectation.

faut vérifier le temps d'arrivée des locomotives, le temps de transfert sur un nouveau consist par rapport au temps de départ du train. De plus, il faut vérifier toutes les contraintes tactiques dures présentées précédemment. De cette façon, on ne construit que des arcs valides dans le modèle. Le coût sur l'arc est choisi en fonction des contraintes tactiques molles. La Figure 6.3 représente le modèle d'affectation pour cet exemple.

À cause de la représentation individuelle des locomotives, il existe une grande difficulté avec ce modèle. Il n'est malheureusement pas possible d'imposer la préférence d'un consist par rapport à un autre. Par exemple dans l'exemple de la Figure 6.2, la solution stratégique propose un désassemblage des consists des trains $t1$ et $t2$, puis un assemblage des consists des trains $t3$ et $t4$. Il est visiblement préférable d'affecter le consist $t1$ au train $t3$ et le consist $t2$ au train $t4$ (en supposant que les contraintes dures sont respectées).

Une autre façon de formuler le modèle d'affectation serait de considérer les ensembles de noeuds-consists. Ce qui veut dire qu'on considère tous les consists

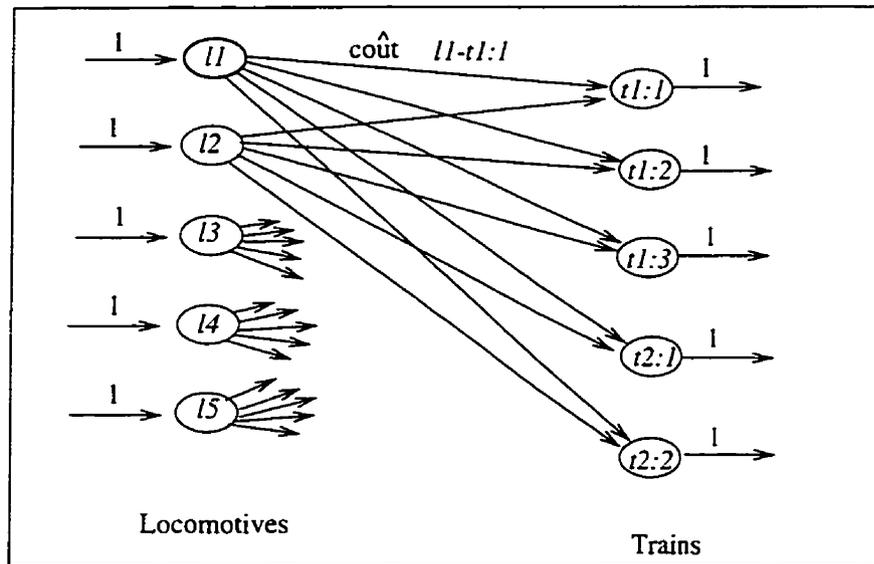


Figure 6.3 Modèle d'affectation.

possibles et réalisables au niveau de la résolution. Autrement dit, les noeuds de l'ensemble à affecter ne représentent plus les locomotives mais les consists. Dans ce cas, la préférence des consists est facilement modélisable à l'aide de la définition des coûts sur les arcs. La difficulté dans ce modèle est qu'on ne peut pas empêcher l'affectation d'une locomotive présente dans plusieurs consists à plusieurs trains.

6.2.3 Modèle de partitionnement

C'est un modèle qui ressemble au modèle stratégique dans la structure des contraintes et qui ressemble au modèle d'affectation à cause de son aspect local et indépendant des problèmes. Il faut positionner l'ensemble des locomotives de façon à avoir un consist pour chaque train, un sous-ensemble de locomotives pour le poste local et l'atelier. Dans ce modèle, les colonnes représentent les consists possibles et valides pour chaque train. Il existe au maximum quatre locomotives actives par consist. Les locomotives non actives sont aussi considérées dans le consist et elles

ne sont généralement pas nombreuses. Le coefficient de chaque colonne-consist sur la contrainte correspondant au train associé est égal à un. Ce coefficient est égal à zéro sur toutes les autres contraintes du train. Ainsi une colonne existe si elle est valide et respecte toutes les contraintes dures d'affectation. Il existe donc un ensemble de colonnes-consists valides pour chaque train. En ajoutant une contrainte par locomotive, on limite l'apparition d'une locomotive dans la solution avec deux consists différents.

Soit K l'ensemble des locomotives disponibles dans le PCP et $k \in K$ un membre de l'ensemble. Soit W l'ensemble des trains et C_i l'ensemble des consists valides du train $i \in W$. L'union de tous les ensembles disjoints C_i sur les trains i constitue l'ensemble complet de consists valides C .

$$C = \bigcup_i C_i$$

Les variables, les coefficients et les coûts dans le modèle sont les suivants:

- x_{ij} , la variable binaire associée au consist valide j pour le train i ; 1 si le consist j est choisi pour le train i , 0 sinon.
- y_k^0 , la variable binaire associée à la locomotive k ; 1 si la locomotive $k \in K$ n'est pas choisie dans aucun consist valide et n'est pas affectée au poste local, 0 sinon.
- y_k^1 , la variable binaire associée à la locomotive k ; 1 si la locomotive $k \in K$ est affectée au poste local, 0 sinon.
- a_{ij}^k , le coefficient binaire de la variable x_{ij} , 1 si la locomotive k fait partie du consist numéro j du train i , 0 sinon.
- c_{ij} , le coût du consist j pour le train i .

- d_k , le coût d'utilisation d'une locomotive k pour le poste local.
- n_o , le nombre de locomotives nécessaires pour le poste local.

Le coût d'un consist est choisi en respectant les contraintes opérationnelles molles définies précédemment. Par exemple, le consist qui est constitué de locomotives qui sont déjà assemblées en arrivant au PCP coûte moins cher qu'un consist à assembler dans le PCP. De la même façon, un consist constitué des locomotives qui arrivent au PCP dans la direction de départ du train coûte moins cher qu'un consist qui nécessite un changement de direction d'une ou plusieurs locomotives. Le coût d_k est généralement choisi selon la préférence de poste local en termes de classe de locomotives. La formulation est la suivante:

$$\text{Min} \sum_{i \in W} \sum_{j \in C_i} c_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in K} d_k y_k \quad (6.1)$$

sujet à:

$$\sum_{i \in W} \sum_{j \in C_i} a_{ij}^k x_{ij} + y_k^0 + y_k^1 = 1 \quad \forall k \in K \quad (6.2)$$

$$\sum_{j \in C_i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in W \quad (6.3)$$

$$\sum_{k \in K} y_k^1 = n_o \quad (6.4)$$

$$x_{ij}, y_k^0, y_k^1 \text{ binaire} \quad \forall k \in K, \forall i \in W, \forall j \in C_i. \quad (6.5)$$

La fonction objectif (6.1) consiste à minimiser le coût correspondant aux préférences. La contrainte (6.2) assure que chaque locomotive est affectée une seule fois, soit à un train, soit au poste local. La contrainte (6.3) demande de choisir un consist pour chaque train. La contrainte (6.4) satisfait la demande du poste local en termes du nombre de locomotives; cette contrainte est active seulement une fois à minuit, dans une période de vingt-quatre heures et les affectations stratégiques sont généralement

respectées. Les contraintes sur les nombres minimum et maximum de locomotives envoyées à l'atelier peuvent être ajoutées au besoin dans le modèle. La dernière contrainte (6.5) assure que les variables soient binaires. Il existe donc deux grandes catégories de contraintes: les contraintes (6.2) pour chaque locomotive et les contraintes (6.3) pour chaque train.

En utilisant le modèle de flot multi-commodité, il ne paraît pas possible de résoudre le problème complet en dix minutes. De plus il faut prévoir que l'introduction des variables de modification d'horaires dans le module augmente la difficulté de résolution. La difficulté dans ce modèle d'affectation est qu'on ne peut pas empêcher l'affectation d'une locomotive présente dans plusieurs consists à plusieurs trains. Nous avons donc choisi et implanté le modèle de partitionnement. Les tests préliminaires ont montré l'efficacité de cette méthode. D'autre part, l'introduction des variables pour considérer les retards des locomotives dans les deux premiers modèles est très difficile.

6.2.4 Modèle avec retards

Le problème est plus compliqué en considérant les retards sur le réseau. Cependant la modification apportée ne change pas la formulation mathématique du problème (6.1)-(6.5). Il existe deux catégories de consists pour chaque train i : les consists normaux et sans retards C_i^N et les consists avec retards C_i^R . Le consist $j \in C_i^R$ est avec retard si une ou plusieurs locomotives arrivent en retard par rapport à l'heure de départ du train. Le nombre total de consists pour chaque train dans le modèle est donné dans l'équation suivante:

$$C_i = C_i^N \cup C_i^R.$$

Pour un train i , les consists appartenant à l'ensemble C_i^R coûteront en général plus chers que les consists de l'ensemble C_i^N . En effet le coût du retard est calculé en fonction des retards des locomotives composant le consist par rapport au temps de départ du train. À titre d'exemple, supposons l'heure de départ du train i fixée à 19h00 et les locomotives $l1$ et $l2$ constituant le consist affecté au train i arrivant respectivement à 19h30 et à 20h00 et que le temps d'assemblage est 15 minutes. Le coût du retard pour le train est évalué à 75 minutes fois le coût du retard par minute. Les coûts de retard par minute sont choisis en fonction de l'importance des retards pour la compagnie.

6.3 Méthode de résolution

Vu la taille des problèmes, nous avons pu directement résoudre le problème linéaire présenté dans (6.1)-(6.5) à l'aide du logiciel CPLEX. La version du CPLEX utilisée résout le problème en nombre entier et utilise sa méthode interne de branchement.

Avant de résoudre le problème, il était nécessaire d'implanter un module d'énumération des colonnes-consists valides. L'algorithme d'énumération doit être rapide et efficace. Il est important de générer des consists valides au lieu de générer tous les consists et choisir ensuite ceux qui sont valides car le nombre de combinaisons de locomotives dans un ensemble de plus de cinquante locomotives est très élevé. Au lieu de générer directement des consists composés des locomotives, nous avons généré des consists composés de groupes de locomotives. Il a fallu donc regrouper les locomotives de façon à ce que toutes les locomotives dans un groupe soient identiques d'un point de vue opérationnel. Une fois que les consists composés

de groupe de locomotives sont générés. il suffit d'éclater chaque groupe de locomotives et d'énumérer tous les consists de locomotives possibles. Cet algorithme permet de diminuer le nombre des tests de validation des consists (en faisant les tests sur les groupes de locomotives) et par conséquent permet d'accélérer la génération des colonnes-consists.

6.4 Expériences numériques

Les expériences numériques sont faites à partir des mêmes données utilisées pour résoudre le module stratégique. Après avoir résolu un problème stratégique, des fonctions ajoutées à ce module permettent de remplir automatiquement les fichiers de données pour le module tactique. Ces fichiers contiennent essentiellement des données concernant les trains, les locomotives et les affectations stratégiques. Par la suite, dans le module tactique, des fonctions de préparation de données choisissent et filtrent les données nécessaires pour définir un problème tactique. Les paramètres à fixer pour appeler le module tactique sont le PCP, l'heure de la résolution du problème et l'horizon. Le paramètre indiquant le PCP permet aux fonctions de choisir toutes les informations concernant ce PCP. À titre d'exemple, on possède l'information sur les horaires de départ et d'arrivée des trains au PCP, les consists affectés en arrivant et les consists suggérés par le module stratégique pour les trains quittant le PCP. Le paramètre qui fixe l'heure de la résolution permet aux fonctions de choisir tous les trains qui quittent le PCP à partir de cette heure précise sur un horizon. Cet horizon est le troisième paramètre à fixer avant l'appel du module. Un horizon de 12 heures signifie que tous les trains partant du PCP au cours des 12 heures suivant l'heure de la résolution sont considérés dans le problème.

Après avoir résolu un problème stratégique sur un horizon d'une semaine, nous avons préparé des fichiers d'entrées nécessaires pour construire des problèmes tactiques. Une fois ces fichiers générés, il suffit de choisir l'heure, l'horizon, et le PCP pour que le programme choisisse toutes les informations nécessaires dans les fichiers et construise le problème tactique. Au niveau opérationnel, les informations doivent parvenir directement d'une base de données unique dans le réseau. Les problèmes tactiques peuvent être résolus parallèlement et les changements dans les horaires de trains sont mis à jour continuellement dans la base de données.

6.4.1 Définitions des problèmes

Le Tableau 6.1 représente les définitions des différents problèmes proposés. Le nom d'un problème commence par "G" pour les grands problèmes, par "M" pour des problèmes de tailles moyennes et par "P" pour des petits problèmes. Les deux chiffres qui suivent sont respectivement l'horizon et le numéro du PCP. Par exemple, G6-4 est un problème de grande taille, sur un horizon de 6 heures au PCP numéro 4. Les noms qui commencent par GMP représentent les problèmes sur les 26 PCP. Par exemple les données et les résultats du problème GMP6 sont les résultats moyens de 26 problèmes tactiques sur l'horizon de 6 heures. Le nombre de locomotives et de trains dans chaque problème sont respectivement représentés par Nbr. Loco et Nbr. Trains.

Les problèmes sont choisis afin d'illustrer le comportement du module avec et sans retards imposés. Plus l'horizon du problème est grand, plus la taille du problème devient importante. Nous avons choisi l'heure de la résolution des problèmes à 12h00, car la plupart des trains commence leur voyage pendant l'après-midi. Le plus grand problème considéré est le PCP-4(Edmonton) sur un horizon de 24 heures

Tableau 6.1 Caractéristiques des problèmes tactiques.

Nom de Problème	Horizon	PCP	Nbr. Loco	Nbr. Trains
G6-4	6	4-Edmonton	64	15
G6-8	6	8-Winnipeg	61	12
M6-5	6	5-Saskatoon	16	4
M6-3	6	3-Jasper	14	3
P6-25	6	25-Halifax	8	2
P6-16	6	16-Buffalo	4	1
GMP6(Moy)	6	0-25	11.65	2.90
G12-4	12	4-Edmonton	72	26
G12-17	12	17-Toronto	73	18
M12-21	12	21-Montréal	47	11
M12-20	12	20-Garneau	17	4
M12-11	12	11-Thunder Bay	3	2
P12-16	12	16-Buffalo	4	1
GMP12(Moy)	12	0-25	17.73	5.35
G18-4	18	4-Edmonton	90	36
G18-8	18	8-Winnipeg	83	24
M18-24	18	24-Moncton	21	7
M18-5	18	5-Saskatoon	20	7
P18-6	18	6-Melville	9	2
P18-19	18	19-Senneterre	7	2
GMP18(Moy)	18	0-25	21.46	6.84
G24-4	24	4-Edmonton	96	40
G24-8	24	8-Winnipeg	83	32
M24-3	24	3-Jasper	24	9
M24-5	24	5-Saskatoon	20	8
P24-0	24	0-Ridley	10	3
P24-7	24	7-Sarcee Yard	4	2
GMP24(Moy)	24	0-25	22.76	7.92

avec 96 locomotives à affecter aux 40 trains.

En consultant les données et les experts du domaine, le pourcentage des trains arrivant en retard dans le réseau du CN est estimé à environ 10%. Étant donné que les informations concernant les retards ne sont pas accessibles à l'avance, une fonction a été implantée afin de générer d'une façon aléatoire des retards sur l'arrivée des trains. Les retards sont générés aléatoirement entre une et six heures. Pour considérer les cas extrêmes et vérifier la robustesse du module, nous avons résolu chaque problème avec 10, 25 et 50 pourcent de trains arrivant en retard. Le coût du retard est évalué à 10 dollars par minute.

Le Tableau 6.2 représente les valeurs de coût pour les consists. Ces coûts sont choisis en fonction des contraintes molles tactiques. La colonne représentée par Consist définit les différents types de consists et la colonne désignée par Coût représente le coût associé à chaque type de consists. Un consist stratégique est un consist choisi par le module stratégique. Quand un consist est couplé, cela signifie que les locomotives composant ce consist sont déjà couplées en arrivant au PCP. Un consist critique est un consist possédant au moins une locomotive critique. Si les locomotives qui forment un consist doivent changer de direction, il faut rajouter un coût de 2 au coût de consist représenté dans le tableau. Un consist Non-Stratégique est un consist différent du consist choisi dans le module stratégique pour un train donné. Un consist Non-Stratégique-Critique est un consist qui est non seulement différent du consist stratégique, mais il contient une locomotive critique. Le coût associé à un consist Non-Stratégique-Critique est choisi très élevé afin de respecter les décisions stratégiques pour les locomotives critiques.

Tableau 6.2 Définition de coût des consists.

Consist	Coût
Stratégique-Couplé-Critique	1
Stratégique-Critique	5
Stratégique-Couplé	10
Stratégique	20
Non-Stratégique	25
Non-Stratégique-Couplé	15
Non-Stratégique-Critique	10.000

6.4.2 Résultats numériques par PCP

Les tableaux 6.3 à 6.10 présentent une série de problèmes tactiques à 12h00 le 30 mars 1994 sur des horizons de 6, 12, 18 et 24 heures. Les résultats des problèmes sur chaque horizon sont représentés par deux tableaux. Un tableau représente les informations techniques du problème et un autre tableau représente les résultats concernant la qualité de la solution.

Dans chacun des tableaux, la première colonne représente le pourcentage de trains arrivant en retard au PCP alors que la deuxième colonne représente le nom du problème pour tous les tableaux. Dans les tableaux représentant les informations techniques, le nombre de contraintes et le nombre de colonnes dans le problème linéaire sont représentés respectivement par *Cont* et *Col*. Le nombre de rangées dans chaque problème est égal au nombre de trains plus le nombre de locomotives dans le problème. Le nombre d'itérations du simplexe pour résoudre le problème en nombre entier est représenté par *Iter*. La colonne désignée par *Nd(gap)* représente les informations techniques concernant le branchement. Le nombre de noeuds de branchement ainsi que le gap maximum d'intégrité considéré sont représentés dans cette

colonne. Ce gap indique à CPLEX d'arrêter le branchement dès qu'il trouve une solution entière avec un gap inférieur à celui-ci la tolérance d'intégrité de CPLEX). Le durée de la résolution pour CPLEX (représentée par *MIP Mixed Integer Programm*) ainsi que la durée totale d'exécution (représentée par *CPU*) en seconde sont représentées dans les colonnes suivantes. Les expériences ont été faites sur une machine HP9000 modèle 735. Le temps total CPU inclut le temps de la lecture des données, de la génération des consits et de la résolution en nombre entier.

Dans les tableaux présentant la qualité de la solution, les trois colonnes. *Stg*, *Stg - Rtd* et *Rtd* représentent le coût d'opération stratégique, le coût d'opération stratégique avec retards et finalement le coût d'opération en respectant les décisions tactiques. Le coût stratégique est le coût des consits stratégiques évalué à partir de la définition du coût du Tableau 6.2. Le coût stratégique retardé représente le coût stratégique en ajoutant la pénalité due au retard si on gardait les mêmes consits pour les trains dans le module tactique. Les deux dernières colonnes représentent les retards sur les départs des trains en minutes selon les affectations prévues dans la solution stratégique et les retards selon les nouvelles affectations du module tactique. Pour enlever la confusion entre les retards sur les arrivées des trains à chaque PCP et les retards sur les départs des trains du même PCP, nous avons spécifié "Retards sur les arrivées" et "Retards sur les départs", dans tous les tableaux.

Les problèmes résolus sans introduction de retards ont tendance à obtenir la même solution stratégique à cause de la structure de coût choisie. On peut obtenir dans certain cas une solution tactique qui coûte moins chère que la solution stratégique. ceci signifie que les nouvelles affectations sont plus appropriées d'un point de vue des contraintes molles. Plus le pourcentage de trains retardés est élevé, plus les solutions stratégique et tactique sont différentes.

Il est important de remarquer que la taille des problèmes n'augmente pas linéairement avec l'horizon et ceci montre que les départs et les arrivées des trains ne sont pas équilibrés sur vingt-quatre heures. Les informations concernant les heures de pointe dans un PCP peuvent être utiles pour déterminer automatiquement le paramètre indiquant l'horizon. En effet chaque problème tactique peut être résolu pour un horizon différent. Cette flexibilité permet de réduire la taille des grands problèmes et de les résoudre dans un temps raisonnable.

Dans les prochains tableaux (6.3 à 6.10) on constate aussi que le nombre de noeuds de branchement est zéro pour la majorité des problèmes et la solution obtenue par LP est déjà une solution entière. Ce phénomène était prévisible vu la structure particulière des contraintes (problème de partitionnement dont le nombre d'éléments non nul par colonnes est au plus 5) et les coûts très distincts des colonnes. Le coût tactique doit être comparé avec le coût stratégique retardé, car le coût stratégique est calculé sans tenir compte des retards imposés. On constate que le retard introduit dans le réseau est normalement rattrapé à l'aide d'une nouvelle affectation des locomotives aux trains.

Afin d'analyser la robustesse du programme et analyser les résultats, quatre séries de problèmes, chacune sur un horizon différent de temps, ont été résolues. Nous avons choisi l'heure de la résolution de tous les problèmes à 12h00 et en augmentant l'horizon, on peut observer l'augmentation du nombre de locomotives et de trains dans les problèmes. Les résultats de ces expériences sont dans les tableaux suivants:

- Tableau 6.3 et Tableau 6.4;
problème tactique sur un horizon de 6 heures:

- Tableau 6.5 et Tableau 6.6;
problème tactique sur un horizon de 12 heures;
- Tableau 6.7 et Tableau 6.8:
problème tactique sur un horizon de 18 heures;
- Tableau 6.9 et Tableau 6.10;
problème tactique sur un horizon de 24 heures;

L'horizon: 6 heures

Le Tableau 6.3 et le Tableau 6.4 présentent une série de problèmes tactiques à 12h00 le 30 mars 1994 sur un horizon de 6 heures. Vu l'horizon court, la taille des problèmes est assez petite et la résolution est très rapide. On remarque que la solution de problème relaxé LP est entière et CPLEX n'a pas besoin de brancher pour trouver la solution entière. Il faut noter que la tolérance d'intégrité à respecter par CPLEX a été fixée à 1%. En ce qui concerne la qualité de la solution, dans le cas où les retards ne sont pas considérés, on pourrait s'attendre à trouver le même coût de solution pour le problème tactique et pour le problème stratégique car la solution stratégique est réalisable pour le problème tactique. Cependant les meilleures décisions tactiques en considérant le coût des consists déjà assemblés et le coût de changement de direction des locomotives permettent de trouver des solutions tactiques avec des coûts inférieurs aux coûts stratégiques. Par exemple pour le problème G6-8 avec 0% de retard (voir le Tableau 6.3), la solution tactique coûte un peu moins que la solution stratégique (225 au lieu de 230). Par contre, elle coûte plus chère avec 10% de retard (245 au lieu de 230). En réalité le coût 230 de la solution stratégique n'est plus réalisable une fois que les retards sont introduits dans le problème. Dans ce cas, on doit comparer le coût tactique avec le coût stratégique

retardé c'est-à-dire 9830. En reprenant les décisions tactiques lors de l'affectation de locomotives au lieu des décisions stratégiques, on paie un coût de 245 au lieu de 9830. De plus, on remarque qu'en prenant des décisions tactiques, les retards de 960 minutes ont été complètement rattrapés dans le réseau.

L'horizon: 12 heures

Le Tableau 6.5 et le Tableau 6.6 présentent les résultats des problèmes tactiques de 12h00, le 30 mars 1994, mais cette fois sur un horizon de 12 heures. Un horizon plus long augmente la taille du problème et la durée de résolution. Dans le Tableau 6.5, on remarque que le temps CPU devient important pour certains grands problèmes. On constate aussi dans les deux dernières colonnes du Tableau 6.6 que tous les trains ont pu partir à l'heure même quand 10% ou 25% des trains précédents arrivent en retard (sauf pour le problème P12-11). La solution tactique réduit considérablement le retard pour les grands problèmes même avec 50% du retard.

L'horizon: 18 heures

Le Tableau 6.7 et le Tableau 6.8 présentent les mêmes problèmes tactiques et cette fois-ci sur un horizon de 18 heures. En ajoutant des retards sur l'arrivée des trains, les problèmes en nombre entier sont de plus en plus difficiles et le temps consommé dans le branchement devient important. Nous avons donc augmenté la tolérance d'intégrité à 5% pour les grands problèmes. Par exemple, pour le problème G18-4, le temps de la résolution par CPLEX augmente de 41.0 à 322.9 secondes en introduisant 25% du retard et on remarque que le nombre de noeuds de branchement augmente en même temps. En augmentant la tolérance d'intégrité à 5% pour le même problème

avec 50% de retard, le nombre de noeuds de branchement ainsi que le temps pour trouver la solution entière diminuent.

L'horizon: 24 heures

Le Tableau 6.9 et le Tableau 6.10 présentent encore les résultats techniques des problèmes tactiques à 12h00 le 30 mars 1994 sur un horizon de 24 heures. La taille très grande des problèmes (voir le nombre très élevé des colonnes dans le problème), explique l'augmentation de la tolérance d'intégrité à 10% pour des problèmes retardés. On observe qu'en général c'est pour les petits problèmes que le programme n'arrive pas à diminuer les retards et cela est dû au nombre limité de consists valides lors de la prise de décision. Par exemple dans le problème P24-7, le nombre de locomotives est égal à quatre pour deux trains. Il est par conséquent très difficile de trouver un consist valide qui diminue le retard.

Tableau 6.3 Problème tactique sur un horizon de 6 heures; Résultats-Techniques.

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Nombre			Branchement	Temps (sec)	
		<i>cont</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>Nd(gap)</i>	<i>MIP</i>	<i>CPU</i>
0%	G6-4	79	9716	51	0 (1%)	1.19	3.33
	G6-8	73	10849	60	0 (1%)	1.64	3.92
	M6-5	20	284	14	0 (1%)	0.04	1.36
	M6-3	17	125	19	0 (1%)	0.04	1.34
	P6-25	10	26	8	0 (1%)	0.03	1.36
	P6-16	5	9	5	0 (1%)	0.03	1.36
10%	G6-4	79	9716	53	0 (1%)	1.23	3.51
	G6-8	73	10849	47	0 (1%)	1.51	4.06
	M6-5	20	284	18	0 (1%)	0.04	1.36
	M6-3	17	125	15	0 (1%)	0.04	1.33
	P6-25	10	26	7	0 (1%)	0.03	1.33
	P6-16	5	9	5	0 (1%)	0.03	1.36
25%	G6-4	79	9716	59	0 (1%)	1.39	3.32
	G6-8	73	10849	48	0 (1%)	1.48	3.83
	M6-5	20	284	17	0 (1%)	0.05	1.38
	M6-3	17	125	12	0 (1%)	0.04	1.35
	P6-25	10	26	8	0 (1%)	0.03	1.35
	P6-16	5	9	5	0 (1%)	0.02	1.33
50%	G6-4	79	9716	104	5 (1%)	2.26	4.30
	G6-8	73	10849	136	5 (1%)	3.29	5.58
	M6-5	20	284	76	18 (1%)	0.10	1.41
	M6-3	17	125	17	0 (1%)	0.04	1.34
	P6-25	10	26	8	0 (1%)	0.03	1.31
	P6-16	5	9	5	0 (1%)	0.02	1.36

Tableau 6.4 Problème tactique sur un horizon de 6 heures: Résultats-Qualité

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Coût de la solution			Retards sur les départs (min)	
		Stg	Stg-Rtd	Tac	Stg	Tac
0%	G6-4	225	225	225	0	0
	G6-8	230	230	225	0	0
	M6-5	65	65	65	0	0
	M6-3	55	60	60	0	0
	P6-25	40	40	40	0	0
	P6-16	20	20	20	0	0
10%	G6-4	225	825	230	60	0
	G6-8	230	9830	245	960	0
	M6-5	65	1865	90	180	0
	M6-3	60	2160	55	210	0
	P6-25	2740	2740	40	270	270
	P6-16	20	620	25	60	0
25%	G6-4	225	12825	315	1260	0
	G6-8	250	12530	225	1230	0
	M6-5	65	65	65	0	0
	M6-3	60	660	65	60	0
	P6-25	40	40	40	0	0
	P6-16	20	2720	25	270	0
50%	G6-4	225	23625	360	2340	0
	G6-8	230	15830	270	1560	0
	M6-5	65	4865	990	480	90
	M6-3	60	2160	55	210	0
	P6-25	1540	40	1250	150	210
	P6-16	20	20	20	0	0

Tableau 6.5 Problème tactique sur un horizon de 12 heures; Résultats-Techniques

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Nombre			Branchement	Temps (sec)	
		<i>cont</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>Nd(gap)</i>	<i>MIP</i>	<i>CPU</i>
0%	G12-4	98	18751	127	2 (1%)	3.3	6.3
	G12-17	91	35097	147	0 (1%)	11.5	17.0
	M12-21	58	2076	41	0 (1%)	0.2	1.8
	M12-20	21	1937	38	0 (1%)	0.1	1.5
	P12-11	5	8	4	0 (1%)	0.1	1.3
	P12-16	5	9	5	0 (1%)	0.1	1.3
10%	G12-4	98	18751	132	0 (1%)	3.7	6.7
	G12-17	91	35097	136	0 (1%)	11.5	17.0
	M12-21	58	2076	47	0 (1%)	0.2	1.8
	M12-20	21	1937	26	0 (1%)	0.2	1.7
	P12-11	5	8	4	0 (1%)	0.1	1.3
	P12-16	5	9	5	0 (1%)	0.1	1.3
25%	G12-4	98	18751	135	2 (1%)	4.6	7.6
	G12-17	91	35097	399	8 (1%)	32.5	38.2
	M12-21	58	2076	41	0 (1%)	0.2	1.8
	M12-20	21	1937	25	0 (1%)	0.2	1.8
	P12-11	5	8	5	0 (1%)	0.1	1.3
	P12-16	5	9	5	0 (1%)	0.1	1.3
50%	G12-4	98	18751	21727	937 (1%)	302.3	305.2
	G12-17	91	35097	12693	619 (1%)	304.0	309.5
	M12-21	58	2076	78	1 (1%)	0.4	1.9
	M12-20	21	1937	51	4 (1%)	0.4	1.9
	P12-11	5	8	4	0 (1%)	0.1	1.3
	P12-16	5	9	5	0 (1%)	0.1	1.4

Tableau 6.6 Problème tactique sur un horizon de 12 heures; Résultats-Qualité

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Coût de la solution			Retards sur les départs (min)	
		Stg	Stg-Rtd	Tac	Stg	Tac
0%	G12-4	445	445	445	0	0
	G12-17	320	320	305	0	0
	M12-21	120	120	115	0	0
	M12-20	80	80	80	0	0
	P12-11	30	30	30	0	0
	P12-16	20	20	20	0	0
10%	G12-4	445	6445	475	600	0
	G12-17	320	7220	335	690	0
	M12-21	120	2820	135	270	0
	M12-20	80	2780	85	270	0
	P12-11	30	30	30	80	0
	P12-16	20	20	20	0	0
25%	G12-4	445	4945	510	450	0
	G12-17	320	18320	390	320	0
	M12-21	120	8820	190	870	0
	M12-20	85	1880	80	180	0
	P12-11	30	630	630	60	60
	P12-16	20	20	20	0	0
50%	G12-4	445	32845	6590	3240	600
	G12-17	320	31520	3735	3120	330
	M12-21	120	16620	3500	1650	330
	M12-20	80	6680	95	660	0
	P12-11	30	2430	2430	240	240
	P12-16	20	20	20	0	0

Tableau 6.7 Problème tactique sur un horizon de 18 heures: Résultats-Techniques

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Nombre			Branchement	Temps (sec)	
		<i>cont</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>Nd(gap)</i>	<i>MIP</i>	<i>CPU</i>
0%	G18-4	126	75095	233	0 (1%)	30.4	41.0
	G18-8	107	35007	205	0 (1%)	11.2	16.5
	M18-24	28	880	32	0 (1%)	0.1	1.6
	M18-5	27	948	45	0 (1%)	0.1	1.7
	P18-6	11	27	5	0 (1%)	0.1	1.3
	P18-19	9	42	8	0 (1%)	0.1	1.4
10%	G18-4	126	75095	480	5 (1%)	81.2	92.3
	G18-8	107	35007	448	16 (1%)	38.7	43.8
	M18-24	28	880	48	0 (1%)	0.1	1.5
	M18-5	27	948	46	0 (1%)	0.1	1.7
	P18-6	11	27	8	0 (1%)	0.1	1.4
	P18-19	9	42	8	0 (1%)	0.1	1.4
25%	G18-4	126	75095	1853	63 (1%)	312.5	322.9
	G18-8	107	35007	227	12 (1%)	41.0	46.1
	M18-24	28	880	49	0 (1%)	0.1	1.6
	M18-5	27	948	43	0 (1%)	0.1	1.5
	P18-6	11	27	6	0 (1%)	0.1	1.3
	P18-19	9	42	8	0 (1%)	0.1	1.4
50%	G18-4	126	75095	582	11 (5%)	116.8	127.3
	G18-8	107	35007	369	11 (5%)	29.8	35.1
	M18-24	28	880	402	83 (1%)	0.7	2.1
	M18-5	27	948	52	0 (1%)	0.2	1.6
	P18-6	11	27	8	0 (1%)	0.1	1.4
	P18-19	9	42	9	0 (1%)	0.1	1.4

Tableau 6.8 Problème tactique sur un horizon de 18 heures: Résultats-Qualité

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Coût de la solution			Retards sur les départs (min)	
		Stg	Stg-Rtd	Tac	Stg	Tac
0%	G18-4	635	635	630	0	0
	G18-8	460	460	440	0	0
	M18-24	130	130	130	0	0
	M18-5	100	100	90	0	0
	P18-6	30	30	30	0	0
	P18-19	40	40	40	0	0
10%	G18-4	635	16835	660	1620	0
	G18-8	460	12160	465	1170	0
	M18-24	130	2530	135	240	0
	M18-5	100	700	95	60	60
	P18-6	30	2430	35	240	0
	P18-19	40	40	40	0	0
25%	G18-4	635	26435	5310	2580	450
	G18-8	460	16660	795	1620	30
	M18-24	130	4630	160	450	0
	M18-5	100	4300	1315	420	120
	P18-6	30	3030	1535	300	150
	P18-19	40	40	40	0	0
50%	G18-4	635	51935	18180	5130	1740
	G18-8	460	28060	5060	2760	450
	M18-24	130	6730	740	660	60
	M18-5	100	8500	3115	840	300
	P18-6	30	2730	35	270	0
	P18-19	40	2440	45	240	0

Tableau 6.9 Problème tactique sur un horizon de 24 heures: Résultats-Techniques

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Nombre			Branchement	Temps (sec)	
		<i>cont</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>Nd(gap)</i>	<i>MIP</i>	<i>CPU</i>
0%	G24-4	136	94003	184	2 (1%)	34.3	47.3
	G24-8	115	65506	246	1 (1%)	34.0	43.5
	M24-3	33	969	63	3 (1%)	0.2	1.6
	M24-5	28	977	60	0 (1%)	0.2	1.8
	P24-0	13	35	13	0 (1%)	0.1	1.4
	P24-7	6	13	6	0 (1%)	0.1	1.3
10%	G24-4	136	94003	292	0 (5%)	71.3	85.5
	G24-8	115	65506	636	10 (5%)	111.7	121.4
	M24-3	33	969	42	0 (1%)	0.1	1.5
	M24-5	28	977	2403	338 (1%)	3.3	5.0
	P24-0	13	35	13	0 (1%)	0.1	1.4
	P24-7	6	13	6	0 (1%)	0.1	1.4
25%	G24-4	136	94003	1638	41 (10%)	330.5	343.7
	G24-8	115	65506	326	2 (10%)	58.1	70.2
	M24-3	33	969	55	2 (5%)	0.2	1.6
	M24-5	28	977	48	1 (5%)	0.2	1.6
	P24-0	13	35	13	0 (1%)	0.1	1.5
	P24-7	6	13	6	0 (1%)	0.1	1.3
50%	G24-4	136	94003	2571	107 (10%)	562.1	575.1
	G24-8	115	65506	735	21 (10%)	142.2	152.0
	M24-3	33	969	68	2 (5%)	0.2	1.7
	M24-5	28	977	51	0 (5%)	0.2	1.6
	P24-0	13	35	11	0 (1%)	0.1	1.4
	P24-7	6	13	6	0 (1%)	0.1	1.3

Tableau 6.10 Problème tactique sur un horizon de 24 heures: Résultats-Qualité

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Coût de la solution			Retards sur les départs (min)	
		Stg	Stg-Rtd	Tac	Stg	Tac
0%	G24-4	690	690	685	0	0
	G24-8	590	590	575	0	0
	M24-3	140	140	140	0	0
	M24-5	120	120	115	0	0
	P24-0	20	20	20	0	0
	P24-7	30	30	30	0	0
10%	G24-4	690	14490	275	1380	0
	G24-8	590	17390	615	1680	0
	M24-3	140	3740	445	360	30
	M24-5	120	3120	425	300	30
	P24-0	20	920	30	90	0
	P24-7	30	30	30	0	0
25%	G24-4	690	29790	6245	2910	540
	G24-8	590	26090	4850	2550	420
	M24-3	140	2840	145	270	0
	M24-5	120	4020	3120	390	300
	P24-0	20	320	30	30	0
	P24-7	30	30	30	0	0
50%	G24-4	58290	690	22220	5760	2130
	G24-8	590	35390	15110	3480	1440
	M24-3	7340	140	2570	720	240
	M24-5	11520	120	5930	480	480
	P24-0	6020	20	45	600	0
	P24-7	30	30	30	0	0

6.4.3 Résultats numériques moyens sur tous les PCP

Le Tableau 6.11 et le Tableau 6.12 représentent la moyenne des résultats sur les 26 PCP pour chaque problème sur l'horizon de 6, 12, 18 et 24 heures. On remarque que la taille moyenne des problèmes augmente en couvrant un horizon plus long. la tolérance d'intégrité maximum de CPLEX est en général 1% sauf pour des grands problèmes. La dernière colonne du Tableau 6.12 représente le temps total de la résolution pour les 26 PCP. On remarque que le temps total pour le problème sur un horizon de 6 heures est inférieur à trois minutes même avec l'introduction des retards allant jusqu'à 50%. Par contre on remarque un temps de résolution très grand pour le problème GMP12 sur un horizon de 12 heures avec 50% de retard. Cette augmentation est à cause de la la tolérance d'intégrité maximum exigé à 1% dans le problème. En relaxant cette tolérance d'intégrité à 5% dans un problème plus grand GMP18, on constate que le temps de résolution se réduit considérablement. Il n'est malheureusement pas possible de réduire le temps total de résolution en bas de dix minutes pour le problème GMP24 (avec 50% du retard) même avec un gap d'intégrité allant jusqu'à 10%. Cependant il faut noter qu'un retard moyen de 891.92 minutes (environ 15 heures) sur l'arrivée des trains (en moyenne environ 2 heures de retard par train) est un scénario très improbable dans un réseau ferroviaire. Pour ce genre de problème l'augmentation de la tolérance d'intégrité exigée permet de résoudre le problème en moins de dix minutes.

Le Tableau 6.13 représente la moyenne de la réduction de retard sur les départs des trains. premièrement, pour un horizon fixe et un retard variable des arrivées des trains (en pourcentage), deuxièmement pour des retard fixes et l'horizon variable. Cette réduction est calculée pour chacun des problèmes avec différents niveaux du retard sur l'arrivée des trains. Par exemple, pour le problème GMP6 avec 10% de

Tableau 6.11 Problème Tactique (moyenne sur 26 PCP) sur un horizon 6, 12, 18 et 24 heures: Résultats-Techniques.

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Résultats Techniques					
		Nombre			Branchement	Temps (sec)	
		<i>Cont</i>	<i>Col</i>	<i>Iter</i>	<i>Nd(gap)</i>	<i>MIP</i>	<i>CPU</i>
0%	GMP6	14.55	1166.9	11.9	0.03 (1%)	0.18	1.60
10%	GMP6	14.55	1166.9	13.8	0.11 (1%)	0.19	1.62
25%	GMP6	14.55	1166.9	23.8	0.98 (1%)	0.20	1.64
50%	GMP6	14.55	1166.9	26.2	1.07 (1%)	0.23	1.71
0%	GMP12	23.08	3070.9	28.5	0.15 (1%)	0.70	2.42
10%	GMP12	23.08	3070.9	50.6	5.30 (1%)	0.95	2.45
25%	GMP12	23.08	3070.9	173.8	20.69 (1%)	2.36	3.61
50%	GMP12	23.08	3070.9	26.2	111.88(1%)	39.12	41.24
0%	GMP18	28.30	6464.6	39.5	0.03 (1%)	3.12	5.56
10%	GMP18	28.30	6464.6	62.2	0.96 (1%)	5.50	7.39
25%	GMP18	28.30	6464.6	255.0	14.69 (1%)	15.71	18.47
50%	GMP18	28.30	6464.6	470.1	26.34 (5%)	15.85	19.49
0%	GMP24	30.68	8625.4	48.5	0.27 (1%)	4.12	6.25
10%	GMP24	30.68	8625.4	171.3	13.98 (5%)	8.20	10.93
25%	GMP24	30.68	8625.4	115.4	2.53 (10%)	14.41	20.04
50%	GMP24	30.68	8625.4	222.3	8.53 (10%)	30.71	36.95

Tableau 6.12 Problème Tactique (moyenne sur 26 PCP) sur un horizon 6, 12, 18 et 24 heures; Résultats-Qualités.

Retards sur les arrivées	Nom du problème	Résultats-Qualité		
		Retards sur les départs (min)		Temps (min) total
		Stg	Tac	
0%	GMP6	0	0	0.69
10%	GMP6	135.0	10.4	0.70
25%	GMP6	285.4	20.8	0.71
50%	GMP6	373.8	62.3	0.74
0%	GMP12	0	0	1.05
10%	GMP12	166.2	12.69	1.08
25%	GMP12	315.0	70.38	1.56
50%	GMP12	658.8	188.1	17.87
0%	GMP18	0	0	1.91
10%	GMP18	260.8	24.2	3.20
25%	GMP18	466.1	56.5	8.00
50%	GMP18	864.2	240.0	8.44
0%	GMP24	0	0	2.71
10%	GMP24	258.5	26.5	4.73
25%	GMP24	470.8	93.5	8.68
50%	GMP24	891.9	281.5	15.88

retard sur les arrivées des trains (voir le Tableau 6.12), le retard sur les départs est réduit de 135 minutes à 10.4 minutes. Cette réduction d'environ 92.32% de retard des départs est représentée au Tableau 6.13 dans la colonne GMP6 et la ligne correspondante au 10% de retard sur les arrivées. De la même façon les réductions en pourcentage de retard sur les départs sont calculées pour chaque problème. La moyenne de réduction de ces réductions moyennes de retard est évaluée à environ 83.25%. Cette réduction est obtenue sans changer les routages définis par le module stratégique pour les locomotives critiques.

Tableau 6.13 Réduction moyenne des retards.

Retard sur les arrivées	Réduction de Retard sur les départs				
	GMP6	GMP12	GMP18	GMP24	Moy
10%	92.32%	92.37%	90.71%	89.74%	91.28%
25%	92.72%	77.66%	87.88%	80.15%	84.60%
50%	83.34%	71.46%	72.23%	68.44%	73.86%
Moy	89.46%	80.50%	83.60%	79.44%	83.25%

Conclusion

Le problème tactique à été présenté, étudié et résolu dans ce chapitre. La méthode de résolution est basée sur la division de grands problèmes sur le réseau en petits problèmes pour chaque PCP. Cette décomposition permet de réduire considérablement la taille des problèmes et de les résoudre séparément. Un générateur de colonnes est implanté pour générer d'une façon efficace tous les consists valides en respectant les contraintes dures du problème. Le coût pour chaque colonne est choisi en fonction des préférences des consists et des contraintes molles. Le problème en nombre entier

est résolu à l'aide du logiciel CPLEX sur une station de travail HP9000 modèle 735.

Le module tactique résout des problèmes à chaque PCP à chaque fois qu'il est nécessaire et sur un horizon ajustable. Une série de tests a été faite afin d'analyser et vérifier l'efficacité de la méthode. En conclusion, pour les problèmes sans retard, la qualité de la solution tactique est supérieure à la qualité de la solution stratégique (d'un point de vue des préférences des locomotives et de toutes les contraintes molles). De plus la durée totale de la résolution des problèmes pour tous les 26 PCP sur l'horizon le plus long considéré (24 heures) reste inférieure à cinq minutes. Il faut noter que le temps désiré par la compagnie pour la résolution des problèmes tactiques est au plus de dix minutes.

Les retards des trains ont été pris en compte. Nous avons divisé l'ensemble des colonnes du problème en deux parties, les colonnes avec retards et sans retard. Les coûts de chaque colonne avec retards ont été mis à jour en fonction du retard des locomotives constituant le consist correspondant. Des scénarios sur les retards des arrivées des trains ont été étudiés. Des retards ont été générés de façon aléatoire sur 10, 25, et 50 pourcent des trains. La durée des retards varie aussi aléatoirement entre une heure et six heures. Bien qu'une estimation réaliste sur le pourcentage des trains en retard dans le réseau s'élève à 10%, nous avons résolu les problèmes en considérant que jusqu'à 50% des trains arrivent en retard. Les nouveaux consists produit par le module tactique réduisent d'environ 85% les retards sur les départs, tout en respectant les routages stratégiques des locomotives critiques.

CONCLUSION

Nous avons résolu un problème d'affectation des locomotives aux trains au niveau opérationnel pour la compagnie CN NORTH AMERICA. Le premier problème a été formulé à partir des données réelles de la semaine du 29 mars 94 au 05 avril 94, obtenues de la base de données du CN. Ce problème est divisé en deux modules séparés; le module stratégique et le module tactique. Le problème stratégique est défini sur un horizon d'une semaine. La solution trouvée est ensuite utilisée pour définir et résoudre le problème tactique.

Le problème stratégique est résolu à l'aide d'une division heuristique du problème d'une semaine, en des problèmes de 2 ou 3 jours avec 1 ou 2 jours de chevauchement entre deux problèmes successifs. Ces problèmes sont résolus en utilisant la méthode de décomposition Dantzig-Wolfe avec le logiciel GENCOL. Ce premier objectif a été atteint et le module stratégique avec la formulation mathématique décrite dans le chapitre 3 a été implanté dans le réseau informatique du GERAD. Ce module comprend plusieurs parties: la lecture des données, le filtrage et l'extraction des données utiles, la construction du réseau et la résolution. Étant donné les multiples fichiers contenant les informations provenant de la base de données du CN, la tâche de sélectionner et d'extraire les données utiles n'a pas été facile et nécessitait une partie de filtrage après la lecture des données. La partie de la construction du réseau prépare des fichiers qui sont par la suite utilisés comme fichiers d'entrée au logiciel GENCOL. Ce dernier est appelé finalement pour résoudre le problème de l'affectation des locomotives aux trains.

Le problème stratégique est résolu dans un temps raisonnable (en moins de

deux heures et trente minutes) et présente une réduction de 6% sur le nombre de locomotives utilisées par rapport à la solution actuelle utilisée par la compagnie. La consommation totale de puissance en *hp* représente une réduction de puissance du même ordre que la réduction du nombre de locomotives. Cette réduction de puissance prouve que la réduction du nombre de locomotives n'est pas obtenue en retirant les locomotives non utilisées du réseau et que la solution proposée par CN était déjà une bonne solution. Le gap d'intégrité pour les six problèmes successifs de deux jours avec un jour de chevauchement est évalué en moyenne à 5.42%.

La solution du module stratégique doit affecter suffisamment de puissance à chaque train. Cependant pour assurer l'existence d'une solution réalisable quand le nombre de locomotives est limité, on a permis au module stratégique de ne pas satisfaire au complet à la demande des trains. L'heuristique présentée dans le chapitre 4 réussit à trouver une solution réalisable en retardant quelques trains avec un retard d'environ 38 heures sur les départs de tous les trains (moins de 2 minutes par train en moyenne). On permet aux trains express non couverts, de voyager sans retards, en retardant d'autres trains moins importants. En couvrant les trains non couverts dans la solution stratégique, on supprime les pénalités de non recouvrement sur ces trains et par conséquent le gap d'intégrité est réduit à 3.52% pour le problème complet d'une semaine.

Une série de coupes a été implantée dans le problème, afin d'augmenter la borne inférieure du problème et réduire le saut d'intégrité. Elle est définie pour un réseau ayant deux types de locomotives. Par la suite ces coupes ont été généralisées pour un réseau possédant plusieurs types de locomotives. Les résultats numériques

montrent une réduction de gap d'intégrité d'environ 50% pour les réseaux contenant deux types de locomotives. Dans le cas général, avec plus de deux types de locomotives, une réduction moyenne d'environ un tiers (34%) du gap d'intégrité a été observée pour les problèmes des horizons de 1, 2 et 3 jours. Une réduction de 1% d'utilisation des locomotives a été obtenue pour le problème complet sur l'horizon d'une semaine. Cela équivaut à une économie de quatre millions de dollars par année pour la compagnie CN.

Le problème tactique a été résolu en divisant de grands problèmes sur le réseau en petits problèmes au niveau de chaque PCP. Ainsi la taille du problème est réduite et nous avons pu résoudre chaque problème tactique (pour chaque PCP) à l'aide du logiciel CPLEX. Les résultats numériques montrent que la qualité de la solution tactique d'un point de vue du coût d'opération est supérieure à la qualité de la solution stratégique. Il existe souvent des retards imprévus dans les horaires d'arrivée des trains. Ces retards ne s'appliquent pas en général que sur 10% des trains. Nous avons cependant résolu les problèmes en considérant des scénarios où jusqu'à 50% des trains arrivent en retard. Des essais ont été réalisés sur des scénarios où des retards sur les arrivées des trains ont généré aléatoirement avec une durée variant entre une heure et six heures. Les nouvelles affectations des locomotives aux trains réduisent d'environ 85% les retards sur les départs des trains par rapport à la solution du module stratégique. La solution tactique respecte toutes les exigences opérationnelles du problème et les routages stratégiques des locomotives critiques. Cette solution est générée en moins de dix minutes pour l'ensemble du réseau.

Les résultats du problème opérationnel définis sur l'horizon d'une semaine

montrent une réduction d'environ 7% du nombre de locomotives utilisées par rapport aux solutions du CN. Cela représente un gain d'environ 28 millions de dollars par année pour la compagnie.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] AHUJA, R.K., MAGNANTI, T.L. et ORLIN, J.B. (1993). Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. *Prentice Hall*.
- [2] ASSAD, A.A. (1980). Modeling of Rail Networks: Toward a Routing-Makeup Model. *Transportation Research*, **14B**, 104-114.
- [3] BARNHART, C., JOHNSON, E.J., ANBIL, R. et HATAY, L. (1994). A Column Generation Technique for the Long-Haul Crew Assignment Problem. *Optimization in Industry 2: Mathematical Programming and Modeling Techniques in Practice*, T.A. Ciriani and R. Leachman (eds.), John Wiley and Sons, 7-22.
- [4] BARNHART, C., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L. et SAVELSBERGH, M.W.P (1994 b). Branch and Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs. *Computational Optimization Center. COC-94-03*, Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- [5] BERTOSSI, A.A., CARRARESI, P. et GALLO, G. (1987). On Some Matching Problems Arising in Vehicle Scheduling Models. *Networks*, **17**, 271-281.
- [6] BODIN, L.D., GOLDEN, B.L., SCHUTER, A.D. et ROMIG, W. (1980). A Model for the Blocking of Trains. *Transportation Research*, **14B**, 115-120.
- [7] BOOLER, J.M. (1980), The Solution of Railway Locomotive Scheduling Problem. *Journal of Operational Research Society*, **31**, 943-948.
- [8] CARPANETO, G., DELL'AMICO, M., FISCHETTI, M. et TOTH, P. (1989). A Branch and Bound Algorithm for the Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem. *Networks*, **19**, 531-548.

- [9] CHVÁTAL, V. (1973). Edmonds Polytopes and Weakly Hamiltonian Graphs. *Mathematic Programming*, **5**, 29-40.
- [10] CRAINIC, T., FERLAND, J.A. et ROUSSEAU, J.M. (1984). A Tactical Planning Model for Rail Freight Transportation. *Transportation Science*, **18**, 165-184.
- [11] CROWDER, H. et PADBERG, M.W. (1980). Solving Large-Scale Symmetric Travelling Salesman Problems to Optimality. *Management Science*, **26**, 495-509.
- [12] DANTZIG, G. et WOLFE, P. (1960). Decomposition Principle for Linear Programs. *Operations Research*, **8**, 101-111.
- [13] DELL'AMICO, M.M., FISCHETTI, M. et TOTH, P. (1990). Heuristic Algorithms for the Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem. *DEIS, Technical Report OR/90/3, University of Bologna, Bologna, Italy*.
- [14] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., MARC, S., RIOUX, B., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1997). Crew Pairing at Air France. *Special Issue of European Journal of Operational Research on Large Scale, High Priced Applications*, à paraître.
- [15] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., MARC, S., RIOUX, B., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1997). Crew Pairing at Air France. *GERAD Publication G-93-39*.
- [16] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1997). Daily Aircraft Routing and Scheduling. *Management Science*, **43**, *6*, à paraître.
- [17] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., IOACHIM, I., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1994). A Unified Framework for Deterministic Time Constrained Vehicle Routing and Crew Scheduling Problems. *GERAD Publication G-94-46*.

- [18] DESROCHERS, M., DESROSIERS, J. et SOUMIS, F. (1992). A New Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Operations Research*, **40**, 342-354.
- [19] DESROCHERS, M. et SOUMIS, F. (1988 a). A Generalized Permanent Labeling Algorithm for the Shortest Path Problem with Time Windows. *INFOR*, **26**, 191-212.
- [20] DESROCHERS, M. et SOUMIS, F. (1988 b). A Reoptimization Algorithm for the Shortest Path Problem with Time Windows. *European Journal of Operational Research*, **35**, 242-254.
- [21] DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1995). Time Constrained Routing and Scheduling. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, **8**, Network Routing, M.O. Ball et al., Eds. Elsevier Science B.V., 35-139.
- [22] DESROSIERS, J., HANSEN, P., JAUMARD, B. et SOUMIS, F. (1997). Dantzig-Wolfe Decomposition and Column Generation for Linear and Nonlinear Integer Programs. *GERAD en cours de rédaction*.
- [23] DESROSIERS, J., PELLETIER, P. et SOUMIS, F. (1983). Plus court chemin avec contraintes d'horaires. *RAIRO*, **17**, 357-377 (en français).
- [24] DESROSIERS, J., SOUMIS, F. et DESROCHERS, M. (1984). Routing with Time Windows by Column Generation. *Networks*, **14**, 545-565.
- [25] EDMONDS, J. (1965). Maximum Matching and Polyhedron with 0,1-vertices. *Journal of Research of the National Bureau of Standards B*, **69**, 125-130.
- [26] FISCHETTI, M. et TOTH, P. (1989). An Additive Bounding Procedure for Combinatorial Optimization Problems. *Operations Research*, **37**, 2, 319-328.

- [27] FLORIAN, M., BUSHELL, G., FERLAND, J., GUÉRIN, G. et NASTANSKY, L. (1976). The Engine Scheduling Problem in a Railway Network. *INFOR*, **14**, 2, 121-138.
- [28] FORBES, M.A., HOLT, J.N. et WATTS, A.M. (1991). Exact Solution of Locomotive Scheduling Problems. *Journal of Operational Research Society*, **42**, 10, 825-831.
- [29] FORD, L.R. et FULKERSON, D.R. (1962). Flows in Networks. *Princeton University Press, N.J.*
- [30] GAMACHE, M. (1995). Fabrication d'horaires mensuels pour les membres d'équipages en transport aérien. *Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Montréal.*
- [31] GENTES, I. (1996). Construction d'itinéraires quotidiens et hebdomadaires d'une flotte d'avions hétérogène. *Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.*
- [32] GEOFFRION, A.M. et GRAVES, G.W. (1974). Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition. *Management Science*, **20**, 5, 822-844.
- [33] GRAVES, G.W., McBRIDE, R.D. et GERSHKOFF, I. and D. Andersion and D. Mahidhara (1993). Flight Crew Scheduling. *Management Science*, **39**, 6, 736-745.
- [34] GROTSCHTEL, M. et PADBERG, M.W. (1985). Polyhedral Theory, in The Traveling Saleman Problem, eds.: *E.L.Lawler, J.K.Lenstra, A.H.G.Rinnooy Kon and D.B. Shmoys*. John Wiley, Chichester, England, 251-306.

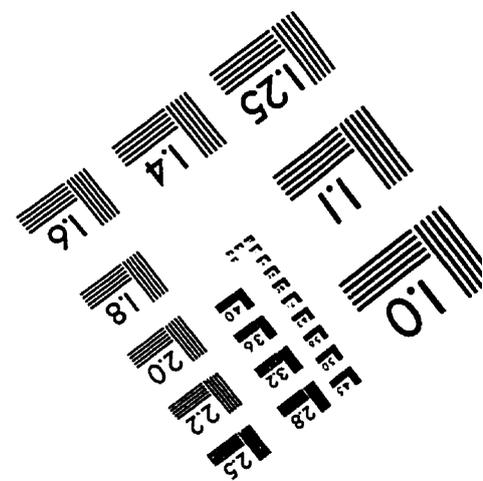
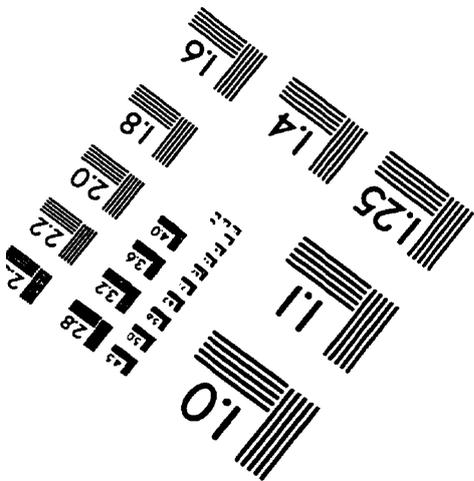
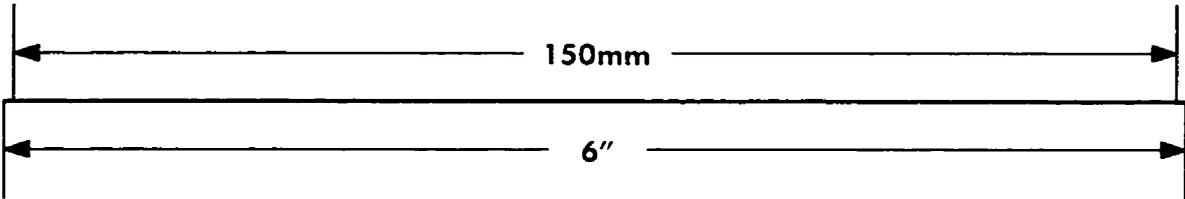
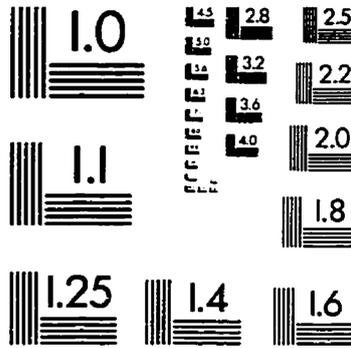
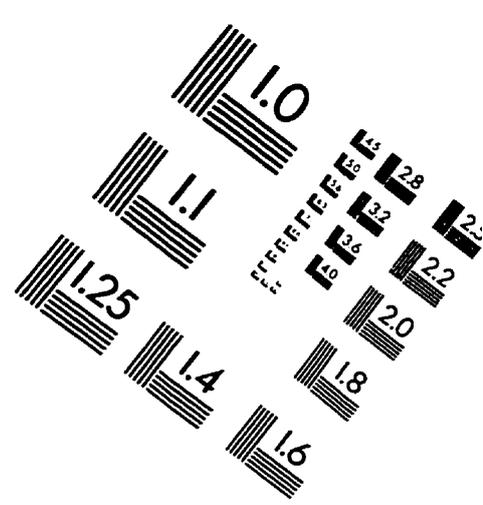
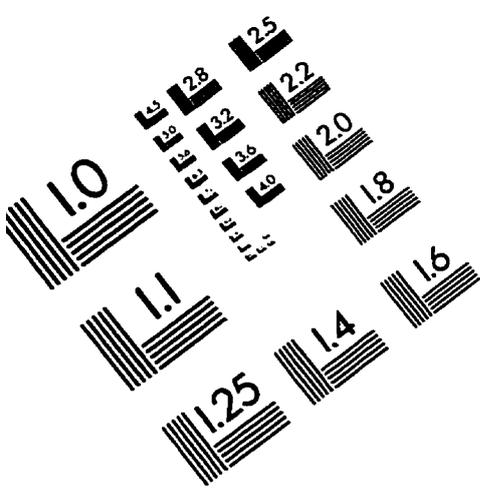
- [35] GROTSCHTEL, M. et PADBERG, M.W. (1979). On the Symmetric Traveling Saleman Problem II: Lifting Theorems and Facets. *Mathematical Programming*, **16**, 281-302.
- [36] GROTSCHTEL, M. et PULLEYBLANK, W.R. (1986). Clique tree inequalities and Travelling Saleman Problem. *Mathematics of Operations Research*, **11**, 537-569.
- [37] HAGHANI, A.E. (1989). Formulation and Solution of a Combined Train Routing and Makeup, and Empty Car Distribution Model. *Transportation Research*, **23B**, 433-452.
- [38] HANSEN, P., JAUMARD, B. et POGGI DE ARRAGÃO, M. (1992). Mixed Integer Column Generation and the Probabilistic Maximum Satisfiability Problem. *Proceedings of IPCO2, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh*, 165-180.
- [39] IOACHIM, I. (1994). Planification des itinéraires d'une flotte d'avions avec contraintes de synchronisation d'horaires. *Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Montréal*.
- [40] JORDAN, W.C. (1982). The Impact of Uncertain Demand and Supply on Empty Railroad Car Distribution. *Thèse de Doctorat, Cornell University, Ithaca, New York*.
- [41] KEATON, M.H. (1992), Designing Railroad Operating Plan: A Dual Adjustment Method for Implementing Lagrangian Relaxation. *Transportation Science*, **26**, 4, 263-279.
- [42] KOHL, N. (1995). Exact Methods for Time Constrained Routing and Related Scheduling Problems. *Thèse de Doctorat, N.16. Printed by IMM-DTU Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby, Denmark*.

- [43] KOHL, N. et MADSEN, O.B.G (1983). An Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows based on Lagrangean Relaxation. *Technical Report 17/1993. Institute of mathematical Statistics and operations Research, Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby, Denmark.*
- [44] KUHN, H.W. (1955). The Hungarian Method for the Assignment Problem. *Nav. Res. Logist. Q2.* 83-97.
- [45] LAVIGNE, J. (1996). Le problème de tournées de véhicule avec fenêtres de temps et dépôts multiples. *Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.*
- [46] MACULAN, N., MICHELON, P. et PLATEAU, G. (1992). Column Generation in Linear Programming with Bounding Variable Constraints and its Application in Integer Programming. *Working Paper ES-268/93, Federal University of Rio de Janeiro, P.O. Box 68511, 21945 Rio de Janeiro, Brazil.*
- [47] MENDIRATTA, V.B. (1981). A Dynamic Optimization Model of the Empty Car Distribution Process. *Ph.D. Dissertation Northwestern University, Evanston, Illinois.*
- [48] NEMHAUSER, G.L. et WOSLEY, R.A. (1988). Integer and Combinatorial Optimization. *Wiley-Interscience, New York, USA.*
- [49] PADBERG, M.W. et RAO, M.R. (1982). Odd Minimum Cut-Sets and b-Matchings. *Mathematics of Operations Research*, 7, 67-80.
- [50] PADBERG, M.W. et RINALDI, G. (1987). Optimizations of a 532-city Symmetric Travelling Saleman Problem. *Operations Research Letters*, 6, 1-8.
- [51] PADBERG, M.W. et RINALDI, G. (1990). Facet Identification for the Symmetric Travelling Saleman Problem. *Mathematical Programming*, 47, 219-258.

- [52] PELLAND, S. (1979). La décomposition de Benders et l'affectation de locomotives. *Mémoire de maîtrise. Département d'informatique et de recherche opérationnelle. Université de Montréal.*
- [53] PETERSEN, E.R. (1997 a). Railyard modeling-Part I. Prediction of Put-Through Time. *Transportation Science*, **11**, 1, 37-49.
- [54] PETERSEN, E.R. (1997 b) Railyard Modeling-Part II. The Effect of Yard Facilities On Congestion. *Transportation Science*, **11**, 1, 50-59.
- [55] RAMANI, K.V. et MANDAL, B.K. (1992). Operational Planning of Passenger Trains In Indian Railways. *INTERFACE*, **22**, 5, 39-51.
- [56] RIBERIO, C.C. et SOUMIS, F. (1994). A Column Generation Approach to the Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problem. *Operational Research*, **42**, 1, 41-52.
- [57] SMALLWOOD, S.R. (1994). AMTRAK Fleet Allocation System. *Applied Decision Analyse, Boston MA, ORSA-TIMS*. 139-151.
- [58] VANCE, P.H., BARNHART, C., JOHNSON, E.L. et NEMHAUSER, G.L. (1994). Solving Binary Cutting Stock Problems by Column Generation and Branch-and-Bound. *Computational Optimization and Applications*, **3**, 111-130.
- [59] VANCE, P.H., BARNHART, C., JOHNSON, E.L. et Nemhauser, G.L. (1995). Airline Crew Scheduling: A new Formulation and Decomposition Algorithm. *Operations Research*, à paraître.
- [60] VANDERBECK, F. (1994), Decomposition and Column Generation for Integer Programs. *Thèse de Doctorat. Université Catholique de Louvain, Faculté des Sciences Appliquées. Louvain-la-Neuve, Belgium.*
- [61] WRIGHT, M.B. (1989). Applying Stochastic Algorithms to a Locomotive Scheduling Problem. *Journal of Operational Research Society*, **40**, 187-192.

- [62] ZIARATI, K., SOUMIS, F., DEROSIERS, J., GÉLINAS, S. et SAINTONGE, A. (1997). Locomotive Assignment with Heterogeneous Consist at CN North America. *Feature Issue on Large-Scale, High Prized Applications, European Journal of Operational Research*, **97**, 2, 281-292.

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved