

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DE LA  
MAGNÉTOIMPÉDANCE GÉANTE DANS  
LES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES CYLINDRIQUES

DAVID MÉNARD  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE  
ET DE GÉNIE DES MATÉRIAUX  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)  
(GÉNIE PHYSIQUE)  
JUILLET 1999



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-53538-X

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION DE LA MAGNÉTOIMPÉDANCE GÉANTE  
DANS  
LES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES CYLINDRIQUES

présentée par : MÉNARD David

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. MASUT Remo, Ph.D., président

M. LEVY Peter, Ph.D., membre

M. GRÜTTER Peter, Ph.D., membre

M. CIUREANU Petru, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. YELON Arthur, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

## À Noémi, Maïa et Danaë

À la marée montante, j'ai couché une trace de sagesse sur le sable de la mer et j'y ai misé ma raison couronnée de mon âme entière.

À la marée descendante, je suis revenu sur mes traces déchiffrer et démystifier ; hélas dans la mémoire des rivages, je n'ai trouvé que ma propre ignorance !

- Khalil Gibran

## Remerciements

Plusieurs personnes ont contribué à la réalisation de cette thèse. Je tiens d'abord à remercier très sincèrement mes directeurs de thèse, les professeurs Arthur Yelon et Petru Ciureanu, de même que mes collègues de travail, Mokhtar Rouabhi, Mohammed Réda Britel et Luiz Melo, qui ont su judicieusement me soutenir et m'encourager tout au long des travaux.

J'aimerais aussi souligner la contribution des professeurs Bruno Cornut du Laboratoire d'électrotechnique de Grenoble, Robert Cochrane de l'Université de Montréal, Floyd Humphrey de l'Université de Boston, Ludek Kraus de l'Académie Scientifique de Prague, Carl Patton de l'Université d'État du Colorado, Cevdet Akyel et Jules Gauthier du département de génie électrique et de génie informatique de l'École Polytechnique. De même, j'ai bénéficié de la collaboration du docteur Vitaly Paramonov de l'Académie Scientifique de Russie, du professeur Horia Chiriac et du docteur Adrian Ovari, de l'Institut Technique de Iasi en Roumanie, des professeurs Piotr Rudkowski et John Ström-Olsen de l'Université McGill à Montréal et de Daniel Frankland du département de génie physique et de génie des matériaux de l'École Polytechnique.

Je dois aussi mentionner le soutien financier des organismes suivants : Les Fonds pour la Formation des Chercheurs et l'Aide à la Recherche du Québec (FCAR) et le Conseil de Recherche en Sciences Naturelle et en Génie du Canada (CRSNG).

Mes sincères remerciements vont à René Ghosh, sans qui la vie serait moins mystérieuse et l'amitié le serait d'avantage. Son support m'a été d'un grand secours.

Enfin, je dois à Noémi de m'avoir obligé à manger et dormir au cours des trois dernières années et je dois à Maïa et Danaë quelques nuits blanches supplémentaires et une bonne raison de continuer mes travaux. Toute ma gratitude accompagne donc ma bien-aimée et nos deux filles, qui sont une source d'inspiration sans cesse renouvelée.

## Résumé

Un conducteur cylindrique ferromagnétique est soumis à une tension électrique alternative en ses extrémités, et donc parcouru par un courant alternatif longitudinal. Lorsqu'on applique un champ magnétique statique parallèle à l'axe du conducteur, son impédance électrique peut varier de façon considérable, surtout pour des champs relativement faibles. On appelle ce phénomène : magnétoimpédance géante (MIG), à cause de la très grande variation d'impédance due au champ magnétique. D'abord observée au début des années '90, la MIG est maintenant considérée comme un phénomène de nature électromagnétique, qui apparaît dans la plupart des matériaux ferromagnétiques doux.

Le but de ce travail est de modéliser la magnétoimpédance géante des conducteurs ferromagnétiques cylindriques. Nous considérons une approximation linéaire (faible courant) dans un fil idéal, dont l'anisotropie uniaxiale est hélicoïdale. La méthode consiste à résoudre les équations de Maxwell et l'équation du mouvement de Landau-Lifshitz pour l'aimantation, afin d'établir les relations de dispersion du matériau, dont les solutions sont utilisées pour satisfaire les conditions frontières.

La procédure donne l'impédance du fil en termes d'une combinaison de trois modes magnétiques de nature mixte d'onde électromagnétique et d'ondes de spins et d'un mode non-magnétique. L'accent est mis sur l'importance de la satisfaction des conditions frontières ; il s'agit d'un aspect du calcul qui est généralement négligé dans la littérature.

Nous proposons des approximations qui nous permettent de discuter les mécanismes physiques de la MIG et de faciliter l'analyse des résultats. Une attention particulière est accordée aux effets d'échange-conductivité, qui jouent un rôle prépondérant dans le domaine des fréquences modérées ( $f < 100$  MHz). Nous discutons aussi de l'influence des divers paramètres du matériau sur l'amplitude de la MIG.

Notre modèle est ensuite confronté avec l'expérience pour un fil amorphe de composition  $\text{Co}_{68.15}\text{Fe}_{4.35}\text{Si}_{12.5}\text{B}_{15}$ . Il s'agit du matériau *historique* sur lequel on a découvert la MIG, et pour lequel il existe une littérature abondante pour fins de comparaisons. L'impédance a été mesurée dans les fréquences modérées (0 à 10 MHz) à l'aide d'un analyseur d'impédance, et pour les hautes fréquences (10 MHz à 10 GHz), à l'aide d'un analyseur de réseau.

L'accord entre la théorie et l'expérience est excellent pour les champs forts. À plus faible champ, cependant, l'accord est moins satisfaisant. On démontre alors que la structure magnétique idéale simple, proposée dans le modèle ne rend pas compte de façon adéquate de la structure réelle du fil. Nous établissons enfin les limites du modèle et proposons des avenues pour élargir son champ d'application et pour expliquer les écarts entre la théorie et l'expérience.

## Abstract

A ferromagnetic cylindrical conductor is driven by an alternating voltage, and therefore, is crossed by a longitudinal alternating current. A relatively small static magnetic field is applied longitudinally, producing a large and sensitive variation of the electrical impedance of the conductor. This is the so-called *giant magnetoimpedance* (GMI) effect, which was first observed in the early 90s, and is now considered to be a classical electromagnetic phenomenon, which appears in the majority of soft magnetic conductors.

This thesis aims at modelling the magnetoimpedance of cylindrical ferromagnetic conductors. We consider a linear approximation (small current) in an ideal wire with an helicoidal uniaxial anisotropy. The approach consists of solving Maxwell's equations and the Landau-Lifshitz equation of motion for the magnetization, to establish the dispersion relations for the material, the solutions of which are used to satisfy the boundary conditions.

The procedure leads to the impedance of the wire in terms of a combination of three magnetic modes of mixed spin-wave and electromagnetic nature, and one non magnetic mode. The emphasis is put on the importance of the satisfaction of the boundary conditions, a key issue which is generally ill-treated in the literature, if not simply ignored.

We propose some approximations which allow us to discuss the physical mechanisms of GMI and facilitate the analysis of the results. Special attention is paid to the exchange-conductivity effects which play a significant role for moderate frequencies ( $f < 100$  MHz). We also discuss the influence of various material parameters on the GMI amplitude.

The model is then confronted with experimental data on amorphous  $\text{Co}_{68.15}\text{Fe}_{4.35}\text{Si}_{12.5}\text{B}_{15}$  wire. This is the historical material for which GMI was discovered, and for which there is a substantial literature. The impedance is measured for moderate

frequencies (0 to 10 MHz) with an impedance analyzer, and for higher frequencies (10 MHz to 10 GHz), with a network analyzer.

The agreement between theory and experiment is excellent for high magnetic fields ( $H > 100$  Oe). However, the agreement is not as good at smaller fields. We demonstrate that the proposed ideal simple magnetic structure of the model does not account properly for the real magnetic structure of the wire. We establish the limits of the model to explain the reasons for the discrepancies between theory and experiment, and propose extensions to generalize the model.

## Table des matières

Dédicace .....	iv
Remerciements .....	v
Résumé .....	vi
Abstract .....	viii
Liste des tableaux .....	xiii
Liste des figures .....	xiv
Introduction .....	1

### Chapitre 1

#### **Théorie de la magnétoimpédance dans les fils magnétiques..... 4**

1.1 Introduction : cadre théorique.....	4
1.1.1 Électrodynamique classique.....	4
1.1.2 Équation du mouvement de l'aimantation.....	6
1.2 Structure magnétique.....	7
1.2.1 Définition du problème.....	7
1.1.2 Champs effectifs.....	10
1.3 Relations de dispersion .....	13
1.3.1 Considérations préliminaires.....	13
1.3.2 Paramètres normalisés.....	14
1.3.3 Équations séculaire .....	16
1.4 Impédance d'un conducteur cylindrique anisotrope .....	19
1.4.1 Relations de base .....	19
1.4.2 Tenseur d'impédance .....	21
1.4.3 Conditions frontières.....	23
1.4.4 Impédance de surface.....	24
1.5 Solution générale .....	27
1.6 Sommaire et perspectives.....	30

## Chapitre 2

<b>Discussion et simplifications de la théorie .....</b>	<b>32</b>
2.1 Introduction .....	32
2.2 Perméabilité effective.....	33
2.3 Conditions de résonance .....	34
2.4 Signification physique des modes cylindriques .....	36
2.5 Simplification de la solution .....	39
2.6 Effets d'échange-conductivité .....	43
2.7 Influence des paramètres sur l'impédance .....	44
2.8 Phénomènes de relaxation .....	50
2.9 Sommaire et perspectives.....	52

## Chapitre 3

<b>De la théorie à l'expérience .....</b>	<b>53</b>
3.1 Introduction : fils amorphes de CoFeSiB .....	53
3.2 Méthode expérimentale.....	54
3.3 Magnétoimpédance géante et résonance ferromagnétique .....	56
3.3.1 Mesures à champs forts.....	56
3.3.2 Mesures à champs faibles.....	58
3.4 Analyse des résultats.....	60
3.4.1 Condition de résonance .....	60
3.4.2 Position des pics de résonance.....	62
3.4.3 Impédance à champs forts .....	65
3.4.4 Intensité des pics de résonance.....	67
3.4.5 Impédance à champs faibles.....	68
3.4.6 Courbes d'aimantation .....	72
3.4.7 Effets du courant .....	75
3.5 Sommaire et perspectives.....	76

<b>Conclusion : extensions du modèle.....</b>	<b>78</b>
<b>Références.....</b>	<b>83</b>
<b>Annexe I : Impédance d'un conducteur cylindrique.....</b>	<b>87</b>
<b>Annexe II : Équation du mouvement pour l'aimantation .....</b>	<b>92</b>
<b>Annexe III : Conditions frontières sur l'aimantation.....</b>	<b>95</b>
<b>Annexe IV : Mesures en hyperfréquences.....</b>	<b>98</b>

## Liste des tableaux

1.1	Paramètres normalisés.....	15
2.1	Caractérisation des quatre modes de vibration.....	38
2.2	Constantes physiques utilisées dans les calculs.....	40
3.1	Constantes physiques du CoFeSiB .....	66

## Liste des figures

1.1	Configuration géométrique du problème .....	8
1.2	Système de coordonnées propre.....	22
1.3	Comparaison des solutions exacte et approximative à 10 MHz.....	26
2.1	Solutions exacte, simplifiée et corrigée à 3 GHz.....	41
2.2	Solutions exacte, simplifiée et corrigée à 10 MHz.....	42
2.3	Influence de la relaxation et de la conductivité sur l'impédance à 3 GHz.....	45
2.4	Influence de l'aimantation et du facteur $g$ sur l'impédance à 3 GHz.....	46
2.5	Influence de l'échange et de la direction de l'axe facile à 10 MHz.....	49
2.6	Influence du temps de relaxation sur l'impédance à 10 MHz.....	51
3.1	Variation expérimentale de $Z$ vs $H$ , à champs forts.....	57
3.2	Variation expérimentale de $Z$ vs $H$ , à champs faibles.....	59
3.3	Condition de résonance pour $Z$ vs $H$ .....	63
3.4	Condition de résonance pour $Z$ vs $f$ .....	64
3.5	Comparaison entre la théorie et l'expérience à 5 GHz.....	65
3.6	Intensité des pics de résonance en fonction de la fréquence .....	67
3.7	Variation expérimentale de $R/R_{dc}$ vs $H$ à 10 MHz.....	70
3.8	Modélisation de la MIG dans les champs faibles.....	71
3.9	Courbes d'aimantation longitudinales .....	73
3.10	Effet du courant sur l'impédance.....	75

## Introduction

L'impédance électrique d'un conducteur magnétique varie de façon considérable lorsqu'on applique un champ magnétique statique : dans un fil amorphe typique de CoFeSiB, l'impédance double son module pour un champ appliqué à peine plus grand que le champ magnétique terrestre ! Bien qu'il s'agisse d'un fait expérimental établi de longue date,<sup>1</sup> (que l'impédance d'un fil ferromagnétique dépend du champ magnétique appliqué parallèle à son axe), l'étude systématique de l'effet dans les fréquences modérées ( $f < 100$  MHz) est relativement récente.<sup>2-32</sup> En 1994, le phénomène a été baptisé *magnétoimpédance géante*,<sup>6,7,9,10</sup> dû à la grande variation de l'impédance en fonction du champ magnétique. Une revue historique du sujet est présentée par Knobel et al.<sup>15</sup> (1996), Usov et al.<sup>21</sup> (1998), Ménard et al.<sup>25</sup> (1998), et par Kraus<sup>29</sup> (1999).

Il a été démontré<sup>5-8</sup> que les résultats expérimentaux peuvent être décrits qualitativement par l'impédance usuelle des conducteurs, pourvu que l'on introduise une perméabilité effective complexe  $\mu$  dans l'expression de la profondeur de pénétration du champ électromagnétique dans le matériau (l'épaisseur de peau du courant qui parcourt le conducteur) :

$$\delta = \sqrt{2/\omega\sigma\mu} .$$

Dans cette expression,  $\omega$  représente la fréquence angulaire du courant alternatif longitudinal et  $\sigma$  la conductivité électrique du fil. L'impédance étant liée à la profondeur de pénétration, elle varie avec le changement de  $\mu$  en fonction du champ magnétique appliqué et de la fréquence.

En fait, tout phénomène physique qui fait varier la perméabilité magnétique du conducteur - la résonance ferromagnétique en fournit un exemple - peut s'observer indirectement à travers la variation de son impédance électrique. D'une certaine façon, la perméabilité n'est qu'une autre façon de présenter l'impédance, et le *problème* de la magnétoimpédance géante peut se résumer en fait à expliquer la variation de la perméabilité en fonction du champ statique appliqué, de la fréquence et de l'intensité du

courant d'excitation. Toute analyse qui considère la perméabilité comme un paramètre ajustable<sup>5,6,8</sup> est donc incomplète.

Le premier modèle théorique<sup>7,11</sup> de la MIG, proposé par Panina et al. (1994), est basé sur le calcul de la perméabilité d'un fil amorphe de CoFeSiB muni d'une structure en domaines. Ce modèle accorde une importance considérable aux mécanismes de mouvements des parois de domaine au détriment de la réponse gyromagnétique des moments. Or, il est difficile d'imaginer une structure en domaines stable dans ces fils amorphes à magnétostriction presque nulle.<sup>19</sup> D'ailleurs, une version récente (1999) de ce modèle<sup>28</sup> néglige la structure en domaines au profit de la rotation des moments magnétiques, afin d'étudier la MIG dans les fils à anisotropie hélicoïdale.

Une autre analyse - sous certains aspects plus rigoureuse - par Usov et al. (1998),<sup>21</sup> illustre bien l'approche théorique, qui consiste à résoudre les équations de Maxwell dans lesquelles on utilise un tenseur de perméabilité pour des fils à anisotropie axiale ou circonférencielle. Le tenseur de perméabilité est déduit de l'équation du mouvement de l'aimantation pour un mode de précession uniforme. Or, il s'avère que dans un métal, à cause de l'effet de peau, le champ magnétique n'est pas radialement uniforme, ce qui donne lieu à l'excitation d'un mode de précession non-uniforme.<sup>33,34</sup> On réfère à ce phénomène par : *effet d'échange-conductivité*.

Les méthodes d'analyse que nous utilisons dans ces circonstances, s'inspirent directement des calculs de résonance ferromagnétique dans les métaux.<sup>34</sup> À l'exception des références [25,29], cet aspect du phénomène a été négligé dans la littérature sur la MIG. Le calcul a d'abord été réalisé<sup>25</sup> (1998) pour des fils isotropes et magnétiquement saturés par des champs statiques longitudinaux, pour éviter les complications engendrées par la présence de domaines magnétiques et d'effets non-linéaires. Les résultats obtenus ont montré un bon accord avec l'expérience dans les hyperfréquences<sup>25,26</sup> et les effets d'échange-conductivité ont été trouvés négligeables pour ces fréquences.

Dans une analyse théorique récente,<sup>29</sup> Kraus (1999) a généralisé le calcul pour des rubans magnétiques anisotropes à champs faibles. Il a montré que dans certaines circonstances, par exemple les fréquences relativement basses, les effets d'échange-

conductivité peuvent influencer la magnétoimpédance de façon significative. Ces résultats sont particulièrement pertinents, puisque la plupart des études sur la magnétoimpédance géante se sont concentrées sur des champs et des fréquences relativement faibles, à cause de la grande sensibilité de l'effet dans ces régions.

Le but poursuivi dans cette thèse est de développer une théorie de la magnétoimpédance géante dans les conducteurs magnétiques cylindriques. En particulier, ce travail vise à fournir un modèle complet qui nous permet en principe de prendre en compte *tous* les phénomènes physiques qui prennent part à l'effet de MIG. Une attention spéciale est accordée au traitement et à la discussion des effets d'échange-conductivité. De même, le calcul apporte un éclairage nouveau sur certains aspects demeurés ambigus dans la littérature, notamment sur la satisfaction des conditions frontières pour les conducteurs anisotropes.

Le cadre théorique, défini au chapitre 1, s'appuie sur la résolution des équations de Maxwell et de l'équation du mouvement de l'aimantation de Landau-Lifshitz, dans le contexte d'une approximation linéaire de petits signaux. Nous considérons un fil muni d'une structure magnétique hélicoïdale, qui nous permet une solution analytique pour l'impédance. Dans le chapitre 2, nous examinons plus en détail la solution complète développée au chapitre 1. Entre autres, nous proposons des approximations pour simplifier les calculs qui nous permettent de discuter les mécanismes physiques et des limites théoriques de la MIG.

Dans le chapitre 3, le modèle est testé sur un fil de CoFeSiB, et la discussion des résultats montre un excellent accord entre la théorie et l'expérience pour des fils saturés. Nous proposons quelques avenues pour raffiner le calcul et l'adapter à des échantillons réels, dont la structure magnétique diffère de la structure idéale proposée dans notre calcul.

# Chapitre 1

## **Théorie de la magnétoimpédance dans les fils magnétiques**

Il faut être deux pour découvrir la vérité,  
l'un pour la dire,  
l'autre pour la comprendre.

- Khalil Gibran

### **1.1 Introduction : cadre théorique**

#### **1.1.1 Électrodynamique classique**

Une théorie de la magnétoimpédance géante (MIG) a pour but de décrire l'impédance électrique d'un conducteur magnétique, en fonction du champ magnétique statique appliqué et de la fréquence du courant alternatif qui circule dans l'échantillon. Or puisque l'impédance est définie à partir du rapport entre les champs électriques et magnétiques qui existent à la surface de l'échantillon, sa description implique une connaissance générale de la propagation des ondes électromagnétiques à l'intérieur des métaux magnétiques. Celle-ci est régie par les équations de Maxwell, incluant la loi d'Ohm, ainsi qu'une équation dynamique décrivant la réponse de l'aimantation de l'échantillon au champ magnétique.

D'après les équations de Maxwell, un flux magnétique qui varie dans le temps produit un champ électrique, et par conséquent une tension. Cette tension résulte en courants, qui à leur tour produisent des champs magnétiques, et ainsi de suite. S'il n'y a pas de charges d'espace et qu'on néglige les courants de déplacement par rapport aux courants de conduction, ces effets, combinés à la relation constitutive  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ , nous donnent

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) = \mu_0 \sigma \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (1.1)$$

où  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{M}$  sont le champ magnétique et le vecteur d'aimantation,  $\sigma$  est la conductivité électrique et  $\mu_0$  est la perméabilité du vide.

Signalons à ce propos que si le comportement magnétique du conducteur pouvait être décrit de façon adéquate par l'introduction d'une perméabilité effective complexe, liant l'induction au champ magnétique par :  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ , alors l'expression (1.1) deviendrait une équation de Helmholtz qui pourrait être résolue dans un système de coordonnées approprié à la géométrie du problème. La solution pour l'impédance serait alors celle d'un conducteur non magnétique identique, dans laquelle on a substitué  $\mu_0$  par  $\mu$ .

La méthode est détaillée pour un conducteur cylindrique en annexe I. Nous discutons ainsi de notions sur l'impédance, jugées importantes pour l'intégrité de la thèse, sans pour autant être absolument essentielles à l'enchaînement logique des arguments qui vont suivre. Cette approche qualitative de la MIG a ses vertus pédagogiques, mais elle doit être complétée par un modèle quantitatif de la perméabilité pour être vraiment utile.

Une étape décisive vers la compréhension de la MIG a été franchie lorsqu'on a établi une équivalence formelle entre une expérience de magnétoimpédance géante et une expérience de résonance ferromagnétique (RFM).<sup>14</sup> En s'appuyant sur la littérature abondante et bien établie depuis quelques décennies pour la résonance ferromagnétique, cette analogie entre MIG et RFM nous a permis de bien définir le cadre théorique pour

modéliser la MIG, et d'éclaircir la signification physique de la perméabilité effective,<sup>35</sup> dont le sens physique est resté ambigu dans les premiers travaux sur la MIG.<sup>2-11</sup>

### 1.1.2 Équation du mouvement de l'aimantation

Pour résoudre l'équation (1.1), il faut connaître la réponse dynamique de l'aimantation au champ magnétique. Celle-ci peut être décrite par l'équation du mouvement de Landau-Lifshitz (LL) :<sup>33,34</sup>

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma \mu_0 \mathbf{M} \times \left[ \mathbf{H}_{eff} - \left( \frac{L}{M_s} \right) \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} \right]. \quad (1.2)$$

Le moment magnétique, étant proportionnel à son moment angulaire, *précesse* autour du champ effectif interne,  $\mathbf{H}_{eff}$ , qui est décrit en détail à la section 1.2. La constante d'amortissement réduite est définie par  $L = 4\pi\lambda/\gamma\mu_0 M_s$ , où  $M_s$  est l'aimantation à la saturation,  $\gamma = -g\mu_B/\hbar$  est le rapport gyromagnétique,  $g$  est le facteur gyromagnétique (facteur  $g$ ),  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr et  $\lambda$  est la constante d'amortissement de LL.

Un traitement rigoureux de la MIG requiert la solution des équations (1.1) et (1.2).<sup>14,18</sup> En combinant ces deux équations on obtient la relation de dispersion, dont les solutions sont les vecteurs d'onde des modes qui se propagent dans le milieu. Ceux-ci sont alors substitués dans les conditions frontières, pour extraire l'impédance, ou tout autre information d'intérêt. De façon générale, cette procédure donne quatre paires d'ondes qui possèdent un caractère mixte d'onde électromagnétique et d'onde de spin. Une littérature abondante existe d'ailleurs pour de telles problèmes qui ont été étudiés afin de comprendre les expériences de résonance ferromagnétique dans les métaux.<sup>33,34</sup>

L'objet du présent chapitre est de présenter le calcul pour un fil magnétique idéal, dont l'anisotropie et les champs effectifs sont définis à la section 1.2. Après avoir dérivé les relations de dispersion à la section 1.3, nous obtenons, à la section 1.4, l'impédance du fil anisotrope en termes d'une contribution magnétique et d'une autre non-magnétique.

Chacune de ces contributions est ensuite évaluée, à la section 1.5, en substituant les solutions de l'équation séculaire dans les conditions frontières, pour constituer la solution générale. Certains détails des calculs sont présentés en annexe afin de ne pas alourdir le texte.

## 1.2 Structure magnétique

### 1.2.1 Définition du problème

Lorsque le champ statique appliqué est suffisamment faible, l'échantillon magnétique peut s'organiser en une structure en domaines relativement complexe. La modélisation de la MIG dans ces conditions représente un grand défi. Il est déjà difficile de calculer l'impédance d'un échantillon dont la structure magnétique est connue ; encore faut-il la connaître. Nous travaillons, en général, avec des échantillons dont la structure en domaines n'a pas été observée directement sur tout le volume et dont les propriétés, notamment les contraintes mécaniques résiduelles, ne sont pas bien maîtrisées. Dans ces conditions, nous devons proposer une structure magnétique plausible comme point de départ.

La configuration géométrique du problème est illustrée à la figure 1.1. Un conducteur cylindrique, ferromagnétique, homogène et anisotrope, est placé dans un champ magnétique statique  $\mathbf{H}_0$  parallèle à son axe. Il est soumis à une tension alternative d'amplitude complexe  $v_0$ , laquelle résulte en un courant alternatif longitudinal d'amplitude  $i_0$ . On suppose que la longueur  $\ell$  du fil est très grande par rapport à son rayon  $a$  ( $\ell \gg a$ ), de telle sorte que l'on puisse négliger les champs démagnétisant longitudinaux, tout en étant suffisamment courte pour négliger la propagation suivant l'axe longitudinal ( $\ell \ll c/f$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide, de telle sorte que le champ électrique est à peu près constant tout le long du fil).

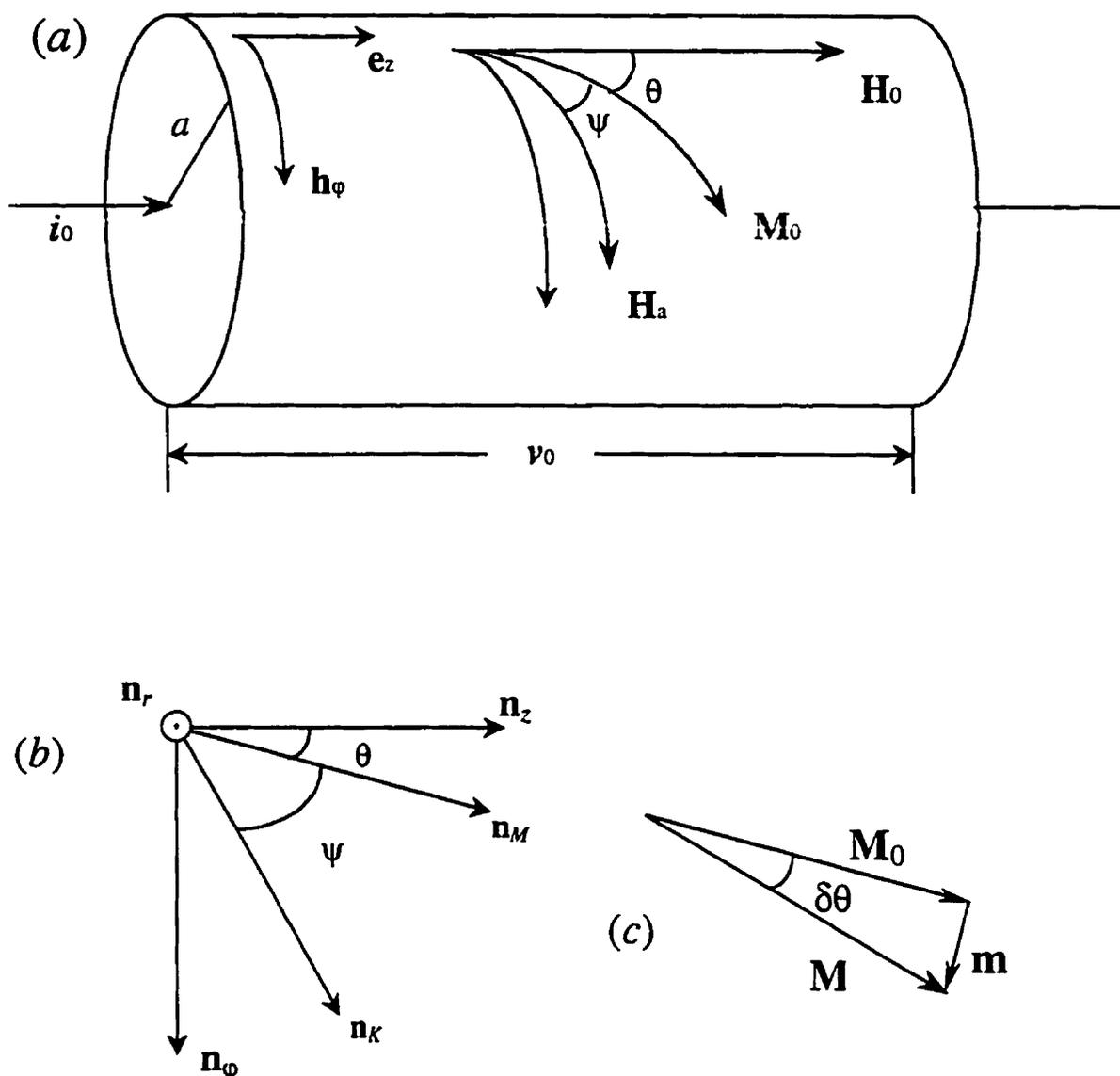


FIG. 1.1 (a) Fil magnétique anisotrope plongé dans un champ statique longitudinal  $\mathbf{H}_0$  et soumis à une tension alternative  $\nu_0$  qui résulte en un courant  $i_0$ . L'aimantation statique  $\mathbf{M}_0$  est sous l'influence du couple produit par le champ statique  $\mathbf{H}_0$  et du champ effectif d'anisotropie  $\mathbf{H}_a$ . Les angles  $\theta$  et  $\psi$  varient en fonction de l'intensité de  $\mathbf{H}_0$ , mais leur somme reste constante. (b) Vecteurs unitaires qui définissent la géométrie du problème. (c) Oscillations du vecteur d'aimantation,  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}$ , autour de sa position d'équilibre, dues au champ magnétique alternatif  $\mathbf{h}_\phi$  qui est produit par le courant longitudinal.

On considère, à la figure 1.1, une structure magnétique hélicoïdale ; c'est-à-dire que la direction de l'axe facile (parallèle au champ d'anisotropie  $\mathbf{H}_a$ ) est caractérisée par des composantes axiales et circonférencielles qui sont, en général, différentes de zéro, et une composante radiale qui est toujours nulle. Lorsque  $\theta + \psi = \pi/2$  radians, alors l'anisotropie est rigoureusement circonférencielle. Signalons en passant que  $\mathbf{H}_a$  n'est pas un *vrai* champ magnétique au sens où on l'entend dans les équations de Maxwell, mais plutôt un champ effectif, qui exerce un couple sur l'aimantation, et dont la direction est définie par l'énergie d'anisotropie minimum (la direction de l'anisotropie,  $\theta + \psi$ , est une constante du problème).

Soient  $\mathbf{n}_r$ ,  $\mathbf{n}_\phi$  et  $\mathbf{n}_z$  les vecteurs unitaires qui définissent un système de coordonnées cylindriques, et soient  $\mathbf{n}_M$  et  $\mathbf{n}_K$  perpendiculaires à  $\mathbf{n}_r$ , les vecteurs unitaires dirigés suivant la composante statique de l'aimantation et de l'anisotropie, respectivement (fig. 1.1b). Les angles  $\theta$  et  $\psi$  varient en fonction de l'intensité de  $\mathbf{H}_0$ , mais leur somme reste constante. La direction de  $\mathbf{n}_M$  est déterminée par l'équilibre des couples qu'exercent  $\mathbf{H}_0$  et  $\mathbf{H}_a$  sur l'aimantation. Les relations géométriques suivantes sont vérifiées:  $\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{n}_K = \cos \psi$ ,  $\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{n}_z = \cos \theta$  et  $\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{n}_z = \cos(\theta + \psi)$ . L'intensité du champ d'anisotropie est supposée constante dans tout le volume de l'échantillon. On ne suppose aucune structure en domaine particulière, pour le moment.

Le comportement dynamique de l'aimantation est déterminé par sa réponse gyromagnétique, due aux champs effectifs internes, et par le champ magnétique alternatif  $\mathbf{h}_\phi$ , généré par le courant alternatif longitudinal. Ici, on peut établir un parallèle entre une expérience de MIG et une expérience de RFM. En effet, la situation physique, illustrée à la figure 1.1a, est équivalente à celle d'un fil soumis à une onde cylindrique incidente, de fréquence angulaire  $\omega = 2\pi f$ , caractérisée par un champ électrique  $\mathbf{e}_z$  parallèle à l'axe du fil et un champ magnétique circonférenciel  $\mathbf{h}_\phi$ , perpendiculaire à  $\mathbf{e}_z$ . L'échantillon, évidemment, ne peut *distinguer* laquelle des deux situations physiques est effective, puisqu'elles sont rigoureusement équivalentes.

L'hypothèse d'un angle  $(\theta+\psi)$  qui est constant dans tout le volume de l'échantillon n'a pas de réalité physique dans un fil à symétrie cylindrique : elle entraîne de sérieuses difficultés à  $r = 0$ , où le vecteur aimantation est dirigé dans plusieurs directions à la fois et où l'énergie d'échange diverge ! En fait, on s'attend à trouver une région centrale où l'aimantation est essentiellement axiale, une hypothèse qui est supportée par des calculs micromagnétiques<sup>19</sup> et par des résultats expérimentaux.<sup>22,23</sup> De plus, cette région centrale est couplée à la région circonférencielle, ce qui donne lieu à des sauts de Barkhausen dans les courbes de magnétoimpédance.<sup>22,27</sup> La question sera reconsidérée plus tard dans la discussion.

### 1.2.2 Champs effectifs

On suppose que le courant d'excitation est petit afin de travailler dans une approximation de petits signaux. Le vecteur aimantation décrit donc de petites oscillations autour de sa position d'équilibre. On sépare d'abord les vecteurs aimantation  $\mathbf{M}$  et champ magnétique  $\mathbf{H}$ , dans l'équation (1.1), en des composantes statiques et des composantes dynamiques :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}(t), \quad (1.3a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}(t), \quad (1.3b)$$

où  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{n}_z$  et  $\mathbf{M}_0 = M_s \mathbf{n}_M$ . Nous adoptons la convention suivant laquelle les lettres majuscules et les lettres minuscules dénotent des composantes statiques et dynamiques respectivement. De même, le champ effectif, de l'équation (1.2), se décompose suivant :

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{eff0} + \mathbf{h}_{eff} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_a + \mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_{ex}. \quad (1.4)$$

Les champs d'anisotropie,  $\mathbf{H}_a + \mathbf{h}_a$ , et d'échange,  $\mathbf{h}_{ex}$ , sont expliqués plus bas.

La forme de l'équation (1.2) de  $LL$  implique que le module du vecteur aimantation est conservé. On le vérifie en multipliant *scalairement* par  $\mathbf{M}$  les deux membres de l'égalité (1.2) ; on obtient :  $d(\mathbf{M}^2)/dt = 0$ , qui implique  $|\mathbf{M}| = \text{constante}$ . Si  $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$ , on

obtient alors l'approximation :  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{M}_0 \equiv 0$  (fig. 1.1c). Soit aussi la condition  $|\mathbf{h}_{eff}|/|\mathbf{H}_{eff0}| \ll 1$ , ce qui nous permet d'écrire :

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} = M_s \mathbf{n}_M \times \mathbf{h}_{eff} + \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff0}. \quad (1.5)$$

L'équation (1.5) définit notre approximation linéaire. Dans ces conditions l'impédance du conducteur est linéaire, c'est-à-dire indépendante de l'amplitude du courant.<sup>18</sup>

On considère une densité d'énergie d'anisotropie uniaxiale donnée par :

$$U_a = -K_u [(\mathbf{M}/M_s) \cdot \mathbf{n}_K]^2, \quad (1.6)$$

où  $K_u$  est la constante d'anisotropie uniaxiale. En l'absence de champ statique et de courant alternatif dans le fil, l'énergie d'anisotropie est minimale lorsque l'aimantation est parallèle à  $\mathbf{n}_K$ , ce qui définit la direction du champ d'anisotropie statique  $\mathbf{H}_a$ . Si l'aimantation s'écarte de sa position d'équilibre, à cause d'une perturbation périodique du système - par exemple le courant alternatif - alors le couple résultant donne lieu à un champ effectif  $\mathbf{h}_a$ .

On obtient le champ d'anisotropie en minimisant (1.6) :

$$\mathbf{H}_a + \mathbf{h}_a = -(1/\mu_0) \partial U_a / \partial \mathbf{M} = (H_K/M_s) (\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{M}) \mathbf{n}_K, \quad (1.7)$$

ce qui donne

$$\mathbf{H}_a = H_K \cos \psi \mathbf{n}_K, \quad (1.8a)$$

$$\mathbf{h}_a = (H_K/M_s) |\mathbf{m}| \sin \psi \mathbf{n}_K, \quad (1.8b)$$

où  $H_K = 2K_u / \mu_0 M_s$ . Mentionnons en outre que (1.8b) peut être déduit de (1.8a) par différentiation, en remarquant que pour de petites perturbations,  $|\delta\theta| = -|\delta\psi| = |\mathbf{m}|/M_s$ .

De même, on déduit la direction de l'aimantation statique en fonction du champ appliqué par la condition d'équilibre statique,  $\mathbf{M}_0 \times \mathbf{H}_{eff0} = 0$ , obtenue en posant  $d\mathbf{M}/dt = 0$  dans l'équation (1.2). On peut réécrire cette condition suivant :  $\mathbf{n}_M \times (H_0 \mathbf{n}_z + H_a \mathbf{n}_K) = 0$ , ce qui résulte en

$$H_0 \sin \theta - H_K \sin \psi \cos \psi = 0. \quad (1.9)$$

On rappelle que la direction  $(\theta+\psi)$  est supposée connue. L'équation (1.9) définit donc les angles d'équilibre  $\theta$  suivant lesquels la composante statique du champ effectif sera :

$$H_{eff0} = H_0 \cos \theta + H_K \cos^2 \psi. \quad (1.10)$$

Quant au champ d'échange, il provient du couplage entre les spins voisins. Il sera toujours présent dans les métaux, à cause de l'effet de peau, qui implique non seulement l'atténuation mais aussi le déphasage de  $\mathbf{h}(r)$ , par rapport à sa valeur de surface  $\mathbf{h}(a)$ , à mesure qu'il pénètre dans l'échantillon. Un tel champ alternatif non uniforme, combiné à l'interaction d'échange entre les spins ( $U_{ex} \propto (\nabla \mathbf{M})^2$ ), peut exciter des ondes de spin. Ces effets doivent être pris en compte par l'introduction d'un champ d'échange (effectif) dans l'équation du mouvement de l'aimantation: <sup>34</sup>

$$\mathbf{h}_{ex} = \frac{2A}{\mu_0 M_s^2} \nabla^2 \mathbf{M}, \quad (1.11)$$

où  $A$  est la constante d'échange.

À l'exception des travaux de Ménard et al.<sup>25</sup> (1998) et de Kraus<sup>29</sup> (1999), ces effets ont été négligés jusqu'à maintenant dans les études théoriques sur la MIG. Dans les alliages amorphes, dont la résistivité est de l'ordre de  $100 \mu\Omega\text{-cm}$ , ces effets sont généralement très petits pour des fréquences supérieures à 100 MHz.<sup>25</sup> Toutefois, une étude récente démontre comment ces effets peuvent réduire l'amplitude de l'impédance de façon significative pour des fréquences modérées.<sup>29</sup> De même, nous verrons à la section 2.4 que les effets de l'échange peuvent redevenir significatifs pour de très hautes fréquences (quelques dizaines de GHz) qui demeurent néanmoins inaccessibles aux méthodes de mesures de GMI connues jusqu'à présent.

## 1.3 Relation de dispersion

### 1.3.1 Considérations préliminaires

Les équations (1.1) à (1.11) définissent le problème ; il nous reste maintenant à le résoudre. Les conducteurs cylindriques isotropes et saturés ont été traités sur le plan théorique dans le cadre de la résonance ferromagnétique,<sup>36</sup> et plus récemment dans le cadre de la magnétoimpédance géante.<sup>25</sup> Cependant, les conducteurs cylindriques anisotropes soumis à des champs statiques faibles (non saturant) n'ont jusqu'à aujourd'hui pas été traités dans la littérature. De plus, les études de RFM sur les conducteurs plans anisotropes se limitent, si on exclue le cas du pompage parallèle, aux configurations telles que  $\mathbf{h}$  est perpendiculaire à  $\mathbf{n}_M$  (pompage transverse). Or, dans une expérience de MIG, comme celle qui est décrite ici, il peut y avoir une composante non nulle de  $\mathbf{h}$  parallèle à  $\mathbf{n}_M$ .

Nous verrons à la section 1.3.3 que la propagation d'une onde électromagnétique dans un métal magnétique est décrit par trois modes magnétiques et un mode non magnétique. Ce dernier n'est pas excité dans une expérience de RFM en pompage transverse ; il est donc exclu des calculs. Cependant, dans un calcul général de MIG, il doit être pris en compte, ce qui nécessite une attention particulière, notamment en ce qui a trait à la satisfaction des conditions frontières. Le traitement qu'on propose ici vise à clarifier la physique du problème et à démontrer une façon d'inclure ces considérations dans le calcul.

L'analyse de Usov et al.,<sup>21</sup> qui par ailleurs néglige deux des trois modes magnétiques, fait bien ressortir cet aspect du problème, bien que le traitement analytique qu'ils proposent puisse être judicieusement simplifié. En revanche, l'analyse de Kraus<sup>29</sup> considère l'existence des quatre modes, mais l'insertion du quatrième mode (non magnétique) dans le calcul est un peu ambigu et le traitement des conditions frontières qu'il propose demeure incomplet. Il en est de même pour Panina et al.,<sup>28</sup> qui négligent aussi deux des trois modes magnétiques, et qui tiennent pour implicite une condition

frontière sur le champ magnétique ( $h_z = 0$ , lorsque aucun champ alternatif axial n'est appliqué), une considération apparemment injustifiée.<sup>21,29</sup>

Mentionnons enfin que notre calcul inclut le champ d'échange dans le terme d'amortissement. En effet, l'omission de ce terme dans les calculs pour éviter des difficultés mathématiques - une approximation répandue - peut engendrer des erreurs dans les très hautes fréquences.<sup>37</sup> Notre traitement du problème s'inspire de celui de Patton<sup>37</sup> (1976) et de Fraitovà<sup>38</sup> (1983), traitant la RFM dans des couches saturées. Pour des fils isotropes, ayant un très grand rayon de courbure, on retrouve les résultats des couches. Même si certaines difficultés peuvent être évitées en utilisant la formulation de Gilbert de l'équation du mouvement,<sup>21,28,29</sup> nous préférons garder la formulation classique de *LL* pour préserver la possibilité de comparer les deux approches.

### 1.3.2 Paramètres normalisés

Nous définissons, dans le tableau 1.1, quelques paramètres sans dimensions; d'une part, afin de simplifier la notation et d'autre part, afin de permettre la conversion des résultats subséquents dans l'un ou l'autre des systèmes d'unités. Bien qu'on aimerait instaurer le système international (MKSA), le système gaussien (cgs) reste encore largement utilisé dans la littérature pertinente. (Les 4/5 des références utilisées dans cette thèse sont en système gaussien !) La longueur d'échange,

$$d_{ex} = \sqrt{2A / \mu_0 M_s^2} \text{ (MKSA)}, \quad d_{ex} = \sqrt{A / 2\pi M_s^2} \text{ (cgs)}, \quad (1.12)$$

est une distance caractéristique (typiquement de quelques nanomètres dans les métaux amorphes) pour laquelle les moments atomiques sont presque parallèles les uns aux autres, à cause de la très grande interaction d'échange,<sup>39</sup> et

$$\delta_o = \sqrt{2/\sigma\omega\mu_0} \text{ (MKSA)}, \quad \delta_o = \sqrt{c^2/2\pi\sigma\omega} \text{ (cgs)}, \quad (1.13)$$

est la profondeur de pénétration du champ électromagnétique dans un conducteur non magnétique.

TABLEAU 1.1. Paramètres normalisés

<i>Paramètres</i>	<i>Unités SI (MKSA)</i>	<i>Unités Gaussienne (cgs)</i>
Champ appliqué	$\eta_0 = H_0 / M_s$	$\eta_0 = H_0 / 4\pi M_s$
Champ d'anisotropie	$\eta_K = H_K / M_s$	$\eta_K = H_K / 4\pi M_s$
Fréquence	$\Omega = \omega / \gamma \mu_0 M_s$	$\Omega = \omega / \gamma 4\pi M_s$
Amortissement	$L = 4\pi\lambda / \gamma \mu_0 M_s$	$L = \lambda / \gamma M_s$
Nombre d'onde	$K = k d_{ex}$	$K = k d_{ex}$
Constante d'échange	$E = (d_{ex}^2 / \delta_o^2) / \Omega$	$E = (d_{ex}^2 / \delta_o^2) / \Omega$
Rayon du fil	$\Lambda = a / d_{ex}$	$\Lambda = a / d_{ex}$

Le nombre d'onde  $k$  est une constante de propagation radiale, qui sera définie explicitement à la prochaine section. Les définitions du tableau 1.1, largement répandues dans les travaux classiques sur la RFM,<sup>33,34,38</sup> sont présentées ici sous une forme légèrement différente. D'une part, la distance  $d_{ex}$  a été introduite dans les définitions pour mieux faire ressortir le sens physique des paramètres  $K$  et  $E$ . D'autre part, un paramètre d'échange-conductivité  $E$ , qui est une constante du matériau proportionnelle à  $A\sigma/M_s$ , est utilisé à la place du paramètre habituel  $\varepsilon = (A\sigma\omega/M_s^2)^{1/2} = d_{ex}/\delta_o$ , qui contient une dépendance en fréquence qui est gênante.

Enfin, nous définissons deux champs effectifs réduits

$$\eta = \eta_0 \cos \theta + \eta_K \cos^2 \psi, \quad (1.14a)$$

$$\eta' = \eta_0 \cos \theta + \eta_K \cos 2\psi, \quad (1.14b)$$

pour lesquels correspondent les inductions réduites

$$\beta = \eta + 1, \quad (1.15a)$$

$$\beta' = \eta' + 1. \quad (1.15b)$$

Le paramètre  $\eta$  résulte de la normalisation du champ effectif (1.10), tandis que la signification de  $\eta'$  apparaîtra clairement à la suite de l'équation (1.20). Signalons en passant que l'utilisation de la distance d'échange, comme facteur de normalisation pour le rayon, soulève une difficulté du fait que  $d_{ex}$  tend vers zéro dans les matériaux non magnétique. Mais ces difficultés ne sont qu'apparentes puisque  $\Lambda$  apparaît toujours conjointement avec  $K$  dans les expressions, de telle sorte que :  $K\Lambda = ka$ .

### 1.3.3 Équations séculaire

Les composantes alternatives du champ magnétique et de l'aimantation ont une solution générale de la forme <sup>25,36</sup>

$$e^{i\omega t} \sum_{j=1}^4 A_j J_1(k_j r), \quad (1.16a)$$

pour  $m_r$ ,  $m_\phi$ ,  $h_r$  et  $h_\phi$ , de même que

$$e^{i\omega t} \sum_{j=1}^4 B_j J_0(k_j r) \quad (1.16b)$$

pour  $m_z$  et  $h_z$ . Dans ces expressions,  $J_0(kr)$  et  $J_1(kr)$  sont des fonctions de Bessel de première espèce,  $k_j$  est une constante de propagation radiale complexe,  $r$  est la coordonnée radiale,  $A_j$  et  $B_j$  sont des constantes complexes qu'on peut déterminer en satisfaisant les conditions frontières. Nous ne considérons que le premier mode cylindrique, sans dépendance azimutale (circonférencielle) ou longitudinale.

Si on avait traité le cas plus général d'un cylindre tubulaire ou d'un milieu stratifié par couches cylindriques, alors il aurait fallu inclure un terme additionnel de fonction de Bessel de deuxième espèce (dans les régions externes),  $N_1(kr)$  dans (1.16a) et  $N_0(kr)$  dans (1.16b). Dans un fil mono-domaine homogène, ces termes s'annulent pour garder la solution finie à  $r = 0$ . Même s'il existe une région cylindrique centrale distincte, ces termes sont négligeables si le rayon de la région centrale est petit.

Étant données les définitions du tableau 1.1, les équations (1.14) à (1.16), et l'approximation linéaire discutée à la section 1.2, l'équation de  $LL$  devient :

$$i\Omega \mathbf{m} = \mathbf{n}_M \times (\mathbf{h} + \mathbf{h}_a - (\eta + K^2) \mathbf{m}) - L \mathbf{n}_M \times [\mathbf{n}_M \times (\mathbf{h} + \mathbf{h}_a - (\eta + K^2) \mathbf{m})]. \quad (1.17)$$

Les détails du calcul sont fournis en annexe II. Si on néglige le champ d'échange ( $\mathbf{h}_{ex} = -K^2 \mathbf{m}$ ), alors  $K = 0$ . Dans ces circonstances, la relation (1.17) qui lie  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{h}$  résulte en un tenseur de perméabilité qui peut être substitué dans les équations de Maxwell<sup>21,28</sup> pour obtenir l'impédance en fonction d'une perméabilité effective. Nous allons voir au chapitre 2 qu'une formulation de l'impédance en termes d'une perméabilité effective demeure possible, même si le champ d'échange est pris en compte, moyennant quelques approximations.

Les relations entre  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{h}$  qui découlent de l'équation (1.1), dans laquelle on substitue les champs donnés par (1.16a) et (1.16b) sont

$$h_r = -m_r, \quad (1.18a)$$

$$h_\varphi = -m_\varphi / Q, \quad (1.18b)$$

$$h_z = -m_z / Q, \quad (1.18c)$$

où  $Q = 1 + K^2/2i\Omega E$ . Par la solution triviale,  $Q = 0$ , nous obtenons

$$K^2 + 2i\Omega E = 0, \quad (1.19)$$

ce qui est équivalent à  $k = (1-i)/\delta_0$ , représentant la solution non-magnétique, avec  $\mathbf{h}$  parallèle à l'aimantation statique (puisque  $\mathbf{m} = 0$ ).

Combinant les équations (1.17) et (1.18) pour éliminer  $\mathbf{h}$ , nous obtenons un système d'équations linéaires homogènes pour les trois composantes de  $\mathbf{m}$ . Pour la solution non triviale, le déterminant  $3 \times 3$  du système doit s'annuler. On peut effectuer une rotation du système d'un angle  $\theta$  autour d'un axe radial (voir fig. 1.2 plus loin) en

multipliant par la transformation unitaire appropriée, ce qui résulte après simplifications en un déterminant  $2 \times 2$  beaucoup plus simple à résoudre :

$$\begin{vmatrix} i\Omega + L(K^2 + \eta + 1) & -(K^2 + \eta' + 1/Q) \\ (K^2 + \eta + 1) & i\Omega + L(K^2 + \eta' + 1/Q) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.20)$$

Le champ effectif  $\eta' = \eta_0 \cos \theta + \eta_K \cos 2\psi$  résulte de l'effet de  $\mathbf{h}_a$  qui ajoute un terme  $\eta_K \sin^2 \psi$  à  $\eta$  dans la deuxième colonne du déterminant ; les détails du calcul sont donnés dans l'annexe II. L'équation (1.17) résulte en l'équation séculaire bi-cubique :

$$K^6 + c_1 K^4 + c_2 K^2 + c_3 = 0, \quad (1.21)$$

qui définit les trois modes magnétiques, et dont les coefficients sont respectivement

$$c_1 = \beta + \eta' + 2i\Omega'(L' + E), \quad (1.22a)$$

$$c_2 = \beta\eta' - \Omega'^2 + i\Omega'[L'(\beta + \eta') + 2E(\beta + \beta')], \quad (1.22b)$$

$$c_3 = 2i\Omega E[\beta\beta' - \Omega'^2 + i\Omega'L'(\beta + \beta')]. \quad (1.22c)$$

Dans ces expressions, les paramètres de fréquence et d'amortissement normalisés du tableau 1.1 ont été redéfinis suivant

$$\Omega' = \Omega/\sqrt{1+L^2} \quad \text{et} \quad L' = L/\sqrt{1+L^2}. \quad (1.23)$$

De façon alternative, on peut utiliser les paramètres  $\Omega$  et  $L$  tels qu'ils sont donnés au tableau 1.1 pourvu que l'on redéfinisse  $\gamma$  par  $\gamma' = \gamma/\sqrt{1+L^2}$ . Nous adoptons cette convention qui nous permettra ainsi d'omettre les indices primes de  $\Omega$  et  $L$  lors d'apparitions subséquentes. Des valeurs typiques de  $L$  sont de l'ordre de  $\sim 10^{-2}$ , et le terme  $(1 + L^2)^{1/2}$  est à peu près identique à l'unité. Pour des échantillons où l'amortissement est important, le facteur  $g$  déterminé par la condition de résonance (où l'amortissement est négligé) pourrait être anormalement élevé.

À cause de l'anisotropie et du champ d'échange inclus dans le terme d'amortissement, les coefficients, donnés par (1.20), diffèrent légèrement de ceux qui ont été publiés antérieurement.<sup>25,33</sup> L'anisotropie a pour effet de remplacer le champ appliqué par un des champs effectifs tels que définis à l'équation (1.14), tandis que l'inclusion du champ d'échange dans le terme d'amortissement modifie légèrement  $c_2$  et  $c_3$ , mais de façon significative le coefficient  $c_1$ .

Jusqu'ici, le calcul est valable pour des fils, peu importe leur diamètre. En particulier, pour un diamètre qui tend vers l'infini, la surface du fil devrait s'assimiler à un plan. L'équation séculaire devrait donc être la même, dans un cylindre ou dans un plan, ce qui est effectivement vérifié. Pour un échantillon saturé, avec  $H_K = 0$ , nous avons  $\beta' = \beta$  et  $\eta' = \eta$ , et nous retrouvons bien le même résultat qui est publié pour des couches saturées.<sup>37,38</sup> Dans le chapitre 2, nous allons discuter plus en profondeur de la signification physique des modes magnétiques.

## 1.4 Impédance d'un conducteur cylindrique anisotrope

### 1.4.1 Relations de base

On rappelle avant tout que l'impédance électrique  $Z$  d'un fil est donnée par le rapport entre les amplitudes complexes de la tension  $v_0$  et du courant  $i_0$  à travers le fil :

$$Z = R + iX = v_0 / i_0, \quad (1.24)$$

où  $R$  et  $X$  sont les composantes résistives et réactives de l'impédance. Étant données les relations,  $v_0 = \ell (e_z)_{\text{surface}}$  et  $i_0 = 2\pi a (h_\varphi)_{\text{surface}}$ , l'impédance de l'échantillon

$$Z = (\ell/2\pi a) Z_s \quad (1.25)$$

s'exprime par l'impédance de surface

$$Z_s = (e_z/h_\varphi)_{\text{surface}} \quad (1.26)$$

multipliée par le facteur géométrique ( $\ell/2\pi a$ ). L'expression (1.25) établit une correspondance entre une expérience de magnétoimpédance et une expérience de résonance ferromagnétique classique, puisque dans cette dernière c'est la partie réelle de  $Z_s$ , reliée à l'absorption de l'onde électromagnétique incidente dans le matériau magnétique, qui est mesurée.<sup>34</sup>

L'impédance de surface, calculée à partir des équations de Maxwell (annexe I) est

$$Z_s = \frac{k J_0(ka)}{\sigma J_1(ka)} \quad (1.27)$$

où

$$k = (1 - i)/\delta \quad (1.28)$$

est la constante de propagation radiale et

$$\delta = \sqrt{2/\omega\sigma\mu} \quad (1.29)$$

est la profondeur de pénétration effective, modifiée par la perméabilité transverse (circonférencielle) du matériau. Toute dépendance de  $\mu$  sur le champ axial appliqué doit engendrer un effet de MIG ; c'est le fondement de toute théorie de la MIG.

Étant donnée la résistance en courant continu,  $R_{dc} = \ell/\pi a^2\sigma$  et l'équation (1.25), l'impédance normalisée du fil peut s'écrire

$$\frac{Z}{R_{dc}} = \frac{\alpha\sigma}{2} Z_s = \frac{ka J_0(ka)}{2 J_1(ka)}. \quad (1.30)$$

Le phénomène apparaît alors comme la propagation d'une seule onde électromagnétique effective, décrite par  $k$ . Si l'aimantation statique, pour un champ appliqué donné, est strictement circonférencielle, c'est à dire que  $\mathbf{h}$  est parallèle à  $\mathbf{n}_M$ , il n'y aura pas de réponse dynamique de l'aimantation au champ produit par le courant, et la perméabilité dans (1.29) sera  $\mu_0$ , comme pour un échantillon non magnétique. Cependant, si l'aimantation est axiale (par exemple dans les matériaux saturés), il n'y aura pas de

composante de  $\mathbf{h}$  suivant  $\mathbf{n}_M$ , et la perméabilité transverse (circonférencielle) sera définie :  $\mu_{\perp}$ . On l'appelle parfois perméabilité effective ( $\mu_{\text{eff}}$ ) ou perméabilité équivalente ( $\mu_{\text{equ}}$ ) dans les travaux sur la RFM.

### 1.4.2 Tenseur d'impédance

Nous avons vu à la section 1.3.3 – équations (19) et (21) - que la solution générale des équations (1.1) et (1.2) donne lieu à quatre ondes qui se propagent dans le fil. Trois des modes, polarisés suivant un plan perpendiculaire à l'aimantation statique, sont dit magnétiques, tandis que le quatrième, polarisé suivant la direction parallèle à l'aimantation statique, est dit non-magnétique. Seuls les trois premiers modes sont requis pour résoudre l'impédance d'un fil soumis à un champ magnétique axial saturant.<sup>25</sup>

Cependant, si le fil n'est pas saturé, l'aimantation n'est pas parallèle au courant. On trouve alors une composante non nulle du champ magnétique alternatif le long de l'aimantation statique, ce qui permet d'exciter le quatrième mode. Il s'ensuit que pour l'échantillon non saturé, l'impédance dépend à la fois des trois modes magnétiques et du mode non-magnétique.

Soit un système de coordonnées cylindriques modifié avec un de ses axes défini suivant la direction radiale  $\mathbf{n}_r$ , un autre parallèle à l'aimantation statique  $\mathbf{n}_M$  et le troisième perpendiculaire aux deux autres, comme il est montré à la figure 1.2. Dans ce système propre, l'impédance de surface est séparée en un mode magnétique,  $Z_M = (e_{//} / h_{\perp})_{\text{surface}}$  (qui est en fait la combinaison linéaire de trois modes distincts), et en un mode non magnétique  $Z_0 = (e_{\perp} / h_{//})_{\text{surface}}$ , ce qui peut s'écrire

$$\begin{pmatrix} e_{\perp} \\ e_{//} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -Z_0 \\ Z_M & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{\perp} \\ h_{//} \end{pmatrix}. \quad (1.31)$$

Le signe négatif pour  $Z_0$  provient du fait que le flux d'énergie ( $\sim \mathbf{e} \times \mathbf{h}$ ) est dirigé *radialement* vers le centre du fil.

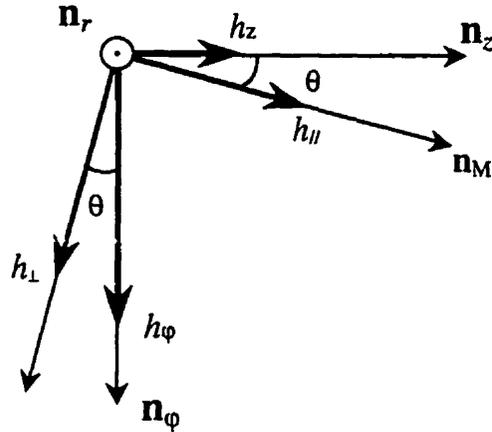


FIG. 1.2 Système de coordonnées local pour lequel le tenseur d'impédance de surface est anti-diagonal. On montre les composantes (non-radiales) du champ magnétique alternatif. Le champ électrique adopte les mêmes définitions.

Soit la relation  $e_u = Z_{uv} (\mathbf{h} \times \mathbf{N})_v$ ,<sup>40</sup> qui définit le tenseur d'impédance de surface  $Z_{uv}$  où  $\mathbf{N}$  est un vecteur unitaire normal à la surface du cylindre et dirigé vers l'intérieur, et où les composantes de  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$  sont les valeurs des champs à la surface ( $r = a$ ). En coordonnées cylindriques, cette définition s'écrit :

$$\begin{pmatrix} e_\varphi \\ e_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{\varphi\varphi} & Z_{\varphi z} \\ Z_{z\varphi} & Z_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_\varphi \\ h_z \end{pmatrix}. \quad (1.32)$$

Le système propre, défini par l'équation (1.31), peut être transformé en coordonnées cylindriques par une rotation d'un angle  $\theta$  autour de l'axe radial (en multipliant par la matrice unitaire appropriée). Identifiant le résultat à l'équation (1.32), on obtient :

$$Z_{zz} = Z_M \cos^2 \theta + Z_0 \sin^2 \theta, \quad (1.33a)$$

$$Z_{\varphi\varphi} = -Z_M \sin^2 \theta - Z_0 \cos^2 \theta, \quad (1.33b)$$

$$Z_{\varphi z} = -Z_{z\varphi} = (Z_M - Z_0) \sin \theta \cos \theta. \quad (1.33c)$$

Il s'ensuit que l'impédance de surface, équation (1.26), est donnée par

Il s'ensuit que l'impédance de surface, équation (1.26), est donnée par

$$Z_s = e_z / h_\varphi = Z_{zz} + Z_{z\varphi} (h_z / h_\varphi), \quad (1.34)$$

et requiert la connaissance du rapport  $(h_z / h_\varphi)$  pour être calculée. Pour le fil saturé ( $\theta = 0$ ), nous aurons  $m_z = 0$ , et par conséquent  $h_z = 0$ , et les équations (1.33) et (1.34) donnent  $Z_s = Z_M$ , comme on pouvait le prévoir. De même, lorsque  $\theta = \pi/2$  - par exemple un fil avec une anisotropie circonférencielle et sans champs appliqués - nous avons également  $h_z = 0$ , et il s'ensuit que  $Z_s = Z_0$ .

### 1.4.3 Conditions frontières

Supposons que  $h_z$  s'annule lorsque qu'il n'y a pas de champ alternatif externe appliqué selon l'axe  $z$  - une condition tenue pour implicite par Panina et al.<sup>28</sup> Nous aurons  $Z_s = Z_M \cos^2 \theta + Z_0 \sin^2 \theta$ , au lieu de l'expression (1.34). Cette approche nous semble erronée. En effet, même si on essaye de susciter un courant dans le fil par un champ électrique axial, et par conséquent un champ magnétique circonférenciel, il y aura en général une composante dynamique  $m_z$ , qui oscillera autour de sa position d'équilibre. Celle-ci devrait entraîner une composante  $h_z$ , et par conséquent,  $e_\varphi$ . Le trajet composé du courant sera alors hélicoïdal, bien que la composante circonférencielle (du courant) s'avère être très petite.

On propose ici une méthode pour obtenir l'impédance de surface sans pour autant passer par l'évaluation explicite du rapport  $(h_z/h_\varphi)$ . Les conditions frontières électromagnétiques doivent d'abord être satisfaites. La symétrie cylindrique implique que la solution des équations de Maxwell à l'extérieur du fil<sup>21</sup> est une combinaison linéaire des champs électriques et magnétiques en termes de fonctions de Hankel :

$$e_z = C H_0^{(2)}(pr), \quad h_\varphi = (i\omega/p)C H_1^{(2)}(pr), \quad (1.35a)$$

$$h_z = D H_0^{(2)}(pr), \quad e_\varphi = -(i\omega/p)D H_1^{(2)}(pr) \quad (1.35b)$$

où  $C$  et  $D$  sont les amplitudes des modes et  $p$  est la constante de propagation dans le vide. Les conditions frontières électromagnétiques peuvent s'écrire :

$$h_{\varphi} = h_{//} \sin \theta + h_{\perp} \cos \theta , \quad (1.36a)$$

$$h_z = h_{//} \cos \theta - h_{\perp} \sin \theta . \quad (1.36b)$$

$$e_z = -e_{\perp} \sin \theta + e_{//} \cos \theta , \quad (1.36c)$$

$$e_{\varphi} = e_{\perp} \cos \theta + e_{//} \sin \theta . \quad (1.36d)$$

Le champ magnétique tangent à la surface interne du fil a été séparé en composantes parallèles et perpendiculaires à l'aimantation statique. Les équations (1.35) impliquent la relation

$$h_{\varphi}/e_z = -e_{\varphi}/h_z , \quad (1.37)$$

pour les champs à la surface du fil. Dans (1.36c) et (1.36d), on peut utiliser la relation (1.37) conjointement avec la définition de l'impédance de surface  $Z_s$ , et les définitions de  $Z_M$  et  $Z_0$  données par (1.31). Ainsi, les conditions frontières électromagnétiques (1.36) deviennent :

$$h_{\varphi} = h_{//} \sin \theta + h_{\perp} \cos \theta , \quad (1.38a)$$

$$h_z = h_{//} \cos \theta - h_{\perp} \sin \theta , \quad (1.38b)$$

$$Z_s h_{\varphi} = Z_0 h_{//} \sin \theta + Z_M h_{\perp} \cos \theta , \quad (1.38c)$$

$$(1/Z_s) h_z = Z_0 h_{//} \cos \theta - Z_M h_{\perp} \sin \theta . \quad (1.38d)$$

#### 1.4.4 Impédance de surface

La solution non triviale du système d'équations (1.38) requiert que le déterminant des coefficients s'annule. L'impédance de surface peut ensuite être isolée :

$$Z_s = \frac{(1 + Z_0 Z_M) \pm \sqrt{(1 - Z_0 Z_M)^2 - (Z_0 - Z_M)^2 \sin^2 2\theta}}{2(Z_0 \cos^2 \theta + Z_M \sin^2 \theta)} . \quad (1.39)$$

Le signe moins devant le radical nous donne la solution physique pertinente. Pour  $\theta = 0$ , nous retrouvons bien  $Z_s = Z_M$ , tandis que  $\theta = \pi/2$  donne  $Z_s = Z_0$ .

Si  $|Z_0|$  et  $|Z_M|$  sont beaucoup plus petits que l'unité, alors la racine carrée peut être développée en série au deuxième ordre et l'équation se simplifie en

$$Z_s = \frac{(Z_0 Z_M) + (Z_0 - Z_M)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(Z_0 \cos^2 \theta + Z_M \sin^2 \theta)}.$$

Le numérateur de cette dernière expression peut être décomposé en un produit de facteurs :  $(Z_M \cos^2 \theta + Z_0 \sin^2 \theta) (Z_0 \cos^2 \theta + Z_M \sin^2 \theta)$ , de telle sorte que nous retrouvons la solution discutée plus haut :

$$Z_s = Z_M \cos^2 \theta + Z_0 \sin^2 \theta. \quad (1.40)$$

Cette expression, qui apparaît dans un formalisme différent (mais équivalent), dans les travaux de Panina et al.<sup>28</sup> et de Kraus,<sup>29</sup> n'est qu'approximative.

En comparant (1.40) avec (1.27-29), on constate que, dans le cadre de cette approximation, l'impédance d'un fil non-saturé peut s'exprimer en termes d'une perméabilité effective, pourvu qu'elle soit définie par :

$$\mu = \left( \sqrt{\mu_1} \cos^2 \theta + \sqrt{\mu_0} \sin^2 \theta \right)^2. \quad (1.41)$$

Les conditions pour lesquelles l'équation (1.40) est justifiée,  $|Z_0|$  et  $|Z_M| \ll 1$ , sont estimées par les équations (1.27) à (1.29). Pour un effet de magnétoimpédance significatif ( $\delta \ll a$ ), nous avons  $ka \gg 1$  et par conséquent,  $J_0(ka)/J_1(ka) \cong i$ , dans (1.27), ce qui donne :

$$Z_M = \sqrt{i\omega\mu_1/\sigma}, \quad (1.42a)$$

$$Z_0 = \sqrt{i\omega\mu_0/\sigma}. \quad (1.42b)$$

Pour des matériaux amorphes typiques, l'expression (1.40) est justifiée pour environ  $f < 1$  MHz.

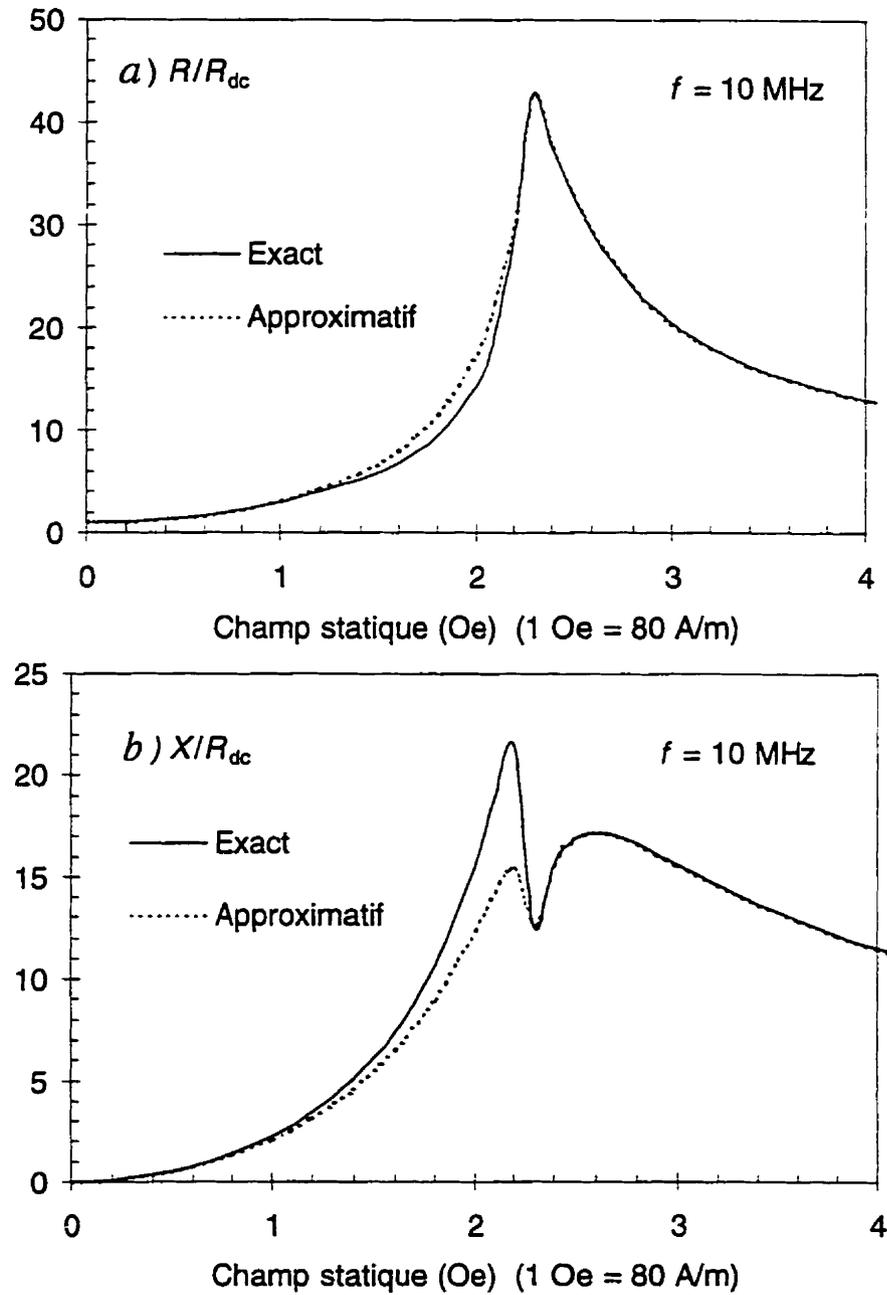


FIG. 1.3. Comparaison des calculs exact et approximatif pour l'impédance normalisée d'un fil de CoFeSiB à 10 MHz pour (a) la partie réelle et (b) la partie imaginaire. La ligne pleine est calculée à partir de (1.39) (calcul exact) et la ligne brisée à partir de (1.40) (calcul approximatif).

On peut calculer l'impédance théorique d'un fil magnétique, d'abord à partir de (1.39), et ensuite à partir de (1.40). Les résultats obtenus pour une fréquence de 10 MHz sont comparés à la figure 1.3. Les valeurs numériques des impédances  $Z_M$  et  $Z_0$ , nécessaires au calcul, sont obtenues par la solution générale présentée en détail dans la prochaine section. Les paramètres utilisés sont ceux d'un fil amorphe typique de CoFeSiB.<sup>25</sup> On suppose un champ d'anisotropie circonférenciel de 184 A/m (2,3 Oe). Les deux courbes sont évidemment confondues pour  $H_0 > H_K$  (à la saturation  $Z_s = Z_M$ ). Bien que la différence entre les deux expressions soit faible, elle est tout de même observable et devrait s'accroître à mesure qu'on augmente la fréquence.

## 1.5 Solution générale

L'impédance du fil est obtenue d'une combinaison de  $Z_M$  et  $Z_0$ , en substituant (1.39) dans (1.30) ; il reste à calculer  $Z_M$  et  $Z_0$ . Les conditions frontières sur  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{e}$  pour les quatre modes doivent d'abord être satisfaites à  $r = a$  (frontière air-métal). Les conditions sur  $\mathbf{m}$  impliquent une hypothèse sur le rapport des énergies d'échange et d'anisotropie à la surface de l'échantillon,<sup>41</sup> pouvant aller des spins fixes proposé par Kittel<sup>42</sup> aux spins libres proposés par Ament et Rado.<sup>33</sup> Dans ce qui suit, nous allons adopter la condition des spins libres, qui est plus simple. Toutefois, on peut généraliser pour tous les cas intermédiaires.<sup>38,41</sup>

Certains détails du calcul qui va suivre sont donnés à l'annexe III. La condition de spin libre signifie que le moment total par unité de longueur du fil, dû à l'énergie d'échange, s'annule, ce qui se traduit par l'intégrale<sup>33</sup> :

$$\int_0^a \mathbf{M} \times \nabla^2 \mathbf{M} \, dr = 0. \quad (1.43)$$

Pour les fils saturés cette condition résulte en<sup>18</sup>

$$\left( \frac{\partial m_{\varphi,r}}{\partial r} + \frac{m_{\varphi,r}}{r} \right) \Big|_{r=a} = 0. \quad (1.44)$$

Pour  $a$  très grand, le second terme du membre de gauche de (1.44) s'annule et nous retrouvons la condition usuelle pour les conducteurs plans.<sup>33,34</sup> On montre à l'annexe III que l'équation (1.44) entraîne les deux conditions :

$$\sum_{n=1}^3 k_n A_{nr} J_0(k_n a) = 0 \quad (1.45a)$$

$$\sum_{n=1}^3 k_n A_{n\varphi} J_0(k_n a) = 0 \quad (1.45b)$$

À partir des équations de Maxwell et de  $LL$  nous avons

$$e_{nz} = \frac{k_n J_0(k_n r)}{\sigma J_1(k_n r)} h_{n\varphi}, \quad (1.46a)$$

$$m_{n\varphi} = u_n h_{n\varphi}, \quad (1.46b)$$

$$m_{nr} = v_n h_{n\varphi}, \quad (1.46c)$$

où

$$u_n = \frac{K_n^2 + 2i\epsilon^2}{-2i\epsilon^2}, \quad (1.47a)$$

$$v_n = \frac{(K_n^2 + 2i\epsilon^2)(K_n^2 + \eta') + 2i\epsilon^2}{2i\epsilon^2(i\Omega + L(K_n^2 + \eta + 1)) \cos \theta}. \quad (1.47b)$$

Posons  $h_{n\varphi} = A_n J_1(K_n \Lambda)$ . La continuité de  $h_\varphi$  et de  $e_z$ , de même que les conditions (1.45) pour  $m_\varphi$  et  $m_r$  donnent respectivement :

$$\sum_{n=1}^4 A_n J_1(K_n \Lambda) = h_\perp \cos \theta + h_\parallel \sin \theta, \quad (1.48a)$$

$$\sum_{n=1}^4 A_n K_n J_0(K_n \Lambda) = \sigma d_{cx} (e_\parallel \cos \theta - e_\perp \sin \theta), \quad (1.48b)$$

$$\sum_{n=1}^3 A_n u_n K_n J_0(K_n \Lambda) = 0, \quad (1.48c)$$

$$\sum_{n=1}^3 A_n v_n K_n J_0(K_n \Lambda) = 0, \quad (1.48d)$$

où nous avons utilisé les équations (1.46) et où nous avons séparé les champs externes en deux composantes orthogonales, comme pour le système d'équations (1.36).

Puisque la quatrième solution (non-magnétique) est orthogonale aux trois autres, le système peut être séparé en deux systèmes différents. Égalisant leur déterminant respectif à zéro, on obtient :

$$\begin{vmatrix} 1 & \xi_4^{-1} \\ \zeta_0 & K_4 \end{vmatrix} = 0, \quad (1.49a)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \xi_1^{-1} & \xi_2^{-1} & \xi_3^{-1} \\ \zeta_M & K_1 & K_2 & K_3 \\ 0 & u_1 K_1 & u_2 K_2 & u_3 K_3 \\ 0 & v_1 K_1 & v_2 K_2 & v_3 K_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (1.49b)$$

Dans ces expressions, nous avons défini le rapport des fonctions de Bessel par

$$\xi_n = J_0(K_n \Lambda) / J_1(K_n \Lambda), \quad (1.50)$$

ainsi que l'impédance de surface normalisée par

$$\zeta_M = \sigma d_{ex} Z_M \quad (1.51a)$$

$$\zeta_0 = \sigma d_{ex} Z_0. \quad (1.51b)$$

Résolvant les déterminants (1.49) on trouve

$$Z_M = \frac{\zeta_M}{\sigma d_{ex}} = \frac{1}{\sigma d_{ex}} \frac{A + B + C}{A/K_1 \xi_1 + B/K_2 \xi_2 + C/K_3 \xi_3}, \quad (1.52a)$$

$$Z_0 = \frac{\zeta_0}{\sigma d_{ex}} = \frac{K_4 \xi_4}{\sigma d_{ex}}, \quad (1.52b)$$

où

$$\begin{aligned}
A &= \mu_2 v_3 - \mu_3 v_2, \\
B &= \mu_3 v_1 - \mu_1 v_3, \\
C &= \mu_1 v_2 - \mu_2 v_1.
\end{aligned} \tag{1.53}$$

ce qui complète la solution.

Pour de grands rayons de courbure des fils, les coefficients  $\xi_i$  dans (1.49) tendent vers l'unité imaginaire  $i$ , et nous retrouvons le résultat de Ament et Rado<sup>33</sup> pour un plan conducteur semi-infini (Ament et Rado utilisent une convention différente pour le nombre d'onde, appelant  $iK$  ce que nous avons défini comme étant  $K$ ). Pour le cas des couches minces, des plaques ou des rubans, les équations (1.52) demeurent valides pourvu qu'on redéfinisse les facteurs  $\xi_n$  par  $\xi_n = \tan(K_n \Lambda)$ , avec  $\Lambda = t/2d_{ex}$ ,  $t$  étant l'épaisseur de la couche.<sup>43</sup>

## 1.6 Sommaire et perspectives

Pour conclure cette section, nous allons résumer la procédure suivie pour obtenir la solution complète. Nous choisissons d'abord un ensemble de paramètres pour le matériau, de même qu'un champ statique et une fréquence. On calcule ensuite  $\theta$ , la position d'équilibre statique de l'aimantation, ce qui nous permet de trouver les champs effectifs. On évalue alors les paramètres réduits, à l'aide desquels on calcule les coefficients de l'équation séculaire, dont les solutions nous donnent les  $K_i$ . Ceux-ci nous permettent d'obtenir les coefficients  $\mu_n$  et  $\nu_n$ , qui donnent les facteurs  $A$ ,  $B$  et  $C$ , qui donnent à leur tour  $Z_M$  et  $Z_0$ . On peut alors calculer l'impédance de surface  $Z_s$ , qui nous donne une expression théorique pour l'impédance normalisée  $Z/R_{dc}$  ; c'était le but poursuivi.

Il convient maintenant de reconsidérer certaines étapes franchies en cours de développement, afin de mettre en perspective le travail accompli. Ayant défini le problème à résoudre dans les sections 1.1 et 1.2, on développe à la section 1.3 une méthode de calcul pour les matériaux anisotropes non saturés, qui peut aussi bien s'appliquer au contexte de la résonance ferromagnétique dans des couches minces, qu'à

tout autre phénomène impliquant l'étude de matériaux magnétiques soumis à un champ électromagnétique. Par ailleurs, le formalisme que nous proposons, par exemple les définitions du tableau 1.1 et des équations (1.14) et (1.15), offre une alternative intéressante pour présenter les résultats sous une forme simple et concise, qui fait bien ressortir l'essentiel du contenu physique et qui est indépendant du système d'unités choisi.

Nous avons ensuite procédé en deux étapes pour satisfaire les conditions frontières, afin d'obtenir l'impédance. D'une part, à la section 1.4, nous avons séparé l'impédance en deux modes orthogonaux, magnétique et non magnétique, pour obtenir l'expression de l'impédance de surface en termes d'une combinaison complexe de ces deux modes; d'autre part, à la section 1.5, nous avons substitué les solutions des équations séculaires dans les conditions frontières afin d'évaluer explicitement la valeur des contributions magnétiques et non magnétiques à l'impédance.

À la section 1.4, l'accent a été mis sur l'importance de la satisfaction des conditions frontières ; il s'agit d'un aspect du calcul qui est généralement négligé dans la littérature. Quant à l'originalité du calcul, à la section 1.5, elle réside surtout dans le traitement des conditions frontières pour  $m$ . La distinction entre les conditions frontières des conducteurs plans et cylindriques semble avoir échappé à ceux qui ont considéré le problème au cours des dernières décennies. En particulier, le traitement théorique, d'ailleurs très complet, de la résonance ferromagnétique dans les cylindres réalisé par Kraus<sup>36</sup> au début des années 80, en est un exemple.

Au terme de ce premier chapitre, nous avons développé un modèle général pour décrire l'impédance d'un conducteur idéal. Cependant, les hypothèses et les approximations sous-jacentes à la réalisation du calcul peuvent restreindre considérablement la portée de la solution, comme il en sera question au chapitre 3. Mais avant de passer à cette étape cruciale de la discussion, nous devons analyser le modèle pour en clarifier le sens physique, ce qui est l'objet du prochain chapitre.

## Chapitre 2

### Discussion et simplifications de la théorie

- Je commence à comprendre, dit le petit prince.
  - C'est possible, dit le renard.  
On voit sur la terre toutes sortes de choses...
- Antoine de Saint-Exupéry

#### 2.1 Introduction

Le problème du calcul théorique de l'impédance ayant été résolu dans le chapitre 1, il importe maintenant d'en préciser la signification. La solution analytique que nous avons développée reste encombrante et tend à masquer son sens physique, qui ne ressort pas clairement des équations. On aimerait donc simplifier la méthode de calcul pour en faire ressortir les aspects physiques importants et pour faciliter l'analyse subséquente des résultats.

Dans ce chapitre nous allons discuter notre solution générale, en réservant une attention particulière aux effets du champ d'échange qui, comme nous l'avons déjà dit, jouent un rôle important dans le domaine des fréquences modérées ( $f < 100$  MHz, environ). De plus, nous allons consacrer une partie de la discussion à l'effet de la variation des paramètres du matériau sur l'intensité et l'aspect des courbes de MIG.

## 2.2 Perméabilité effective

Le problème peut être considérablement simplifié en négligeant les champs d'échange, ce qui revient physiquement à considérer un mode de résonance uniforme, et ce qui implique en pratique de poser  $K = 0$  dans l'équation *linéarisée* de  $LL$  (1.17). Soit  $\theta = 0$ , ou de façon équivalente  $Z_s = Z_M$ , ce qui implique aussi :  $\mu = \mu_{\perp}$  (voir section 1.4). Les équation (1.28), pour le nombre d'onde  $k$ , et (1.29), pour la profondeur de pénétration  $\delta$ , sont d'abord combinées pour obtenir :

$$K^2 = -2i\Omega E \mu_{\perp} / \mu_0. \quad (2.1)$$

De plus, si  $K$  est petit dans l'équation séculaire (1.21), on peut alors omettre les termes  $K^6$  et  $K^4$  pour obtenir :

$$K^2 = -c_3/c_2. \quad (2.2)$$

On identifie (2.1) avec (2.2), ce qui résulte en une expression pour la perméabilité :

$$\frac{\mu_{\perp}}{\mu_0} = \frac{\beta\beta' - \Omega^2 + i\Omega L(\beta + \beta')}{\beta\eta' - \Omega^2 + i\Omega L(\beta + \eta')}, \quad (2.3)$$

où nous avons utilisé les coefficients (1.22) de l'équation séculaire, avec  $E = 0$ , puisqu'en général  $E \ll L$  (voir le tableau 1.1) par environ quatre ordres de grandeur.

Dans ce cadre approximatif, la contribution magnétique à l'impédance (la seule contribution lorsque l'échantillon est saturé dans la direction longitudinale) sera donnée, conformément à l'équation (1.30), par

$$\frac{Z}{R_{dc}} = \frac{\Lambda}{2} K \xi, \quad (2.4)$$

où  $\xi = J_0(K\Lambda)/J_1(K\Lambda)$ . Si le fil n'est pas saturé ( $\theta \neq 0$ ), (2.3) et (2.4) demeurent approximativement valables, pourvu que la perméabilité effective soit définie par (1.41), tel que discuté à la section 1.4. L'équation (2.4) pour l'impédance ne requiert que

l'évaluation du rapport  $c_3/c_2$  des équations (1.22), et nous procure ainsi une expression simplifiée facile à manipuler, et dont le domaine de validité sera précisé à la section 2.5.

Il est utile de démontrer que l'expression simplifiée (2.3) aurait pu être obtenue si on avait traité le problème en négligeant le champ d'échange depuis le début.<sup>11,21,28</sup> Pour s'en convaincre, on pose  $K = 0$  et on substitue  $h_r = -m_r$  dans l'équation de  $LL$  linéarisée (1.17). L'expression de la susceptibilité circonférentielle qui en résulte est :

$$\chi_\phi = \frac{m_\phi}{h_\phi} = \frac{\beta(1+L) + i\Omega L}{\eta'\beta + (i\Omega + L\eta')(i\Omega + L\beta)}. \quad (2.5)$$

On fait ensuite l'identification  $\mu_\perp/\mu_0 = \chi_\phi + 1$ , et on retrouve bien l'expression (2.3) (en appliquant la convention de la section 1.3 suivant laquelle le rapport gyromagnétique  $\gamma$  est redéfini par  $\gamma' = \gamma/\sqrt{1+L^2}$ ). Cette façon alternative de considérer le problème établit un lien clair entre notre approche et celle préconisée par Usov et al.<sup>21</sup> et par Panina et al.<sup>28</sup>

De même, si on veut maintenant considérer l'échange ( $K \neq 0$ ), on obtient alors une expression pour la perméabilité réduite en tous points identique à (2.3), excepté que le champ effectif réduit  $\eta$  est remplacé par  $\eta + K^2$  (et par conséquent  $\beta$  est remplacé par  $\beta + K^2$ ). En conséquence, la perméabilité dépend maintenant de  $K$ , et sa substitution dans (2.1) ne permet plus l'expression simple de l'impédance comme en (2.4). En fait, si on substitue cette nouvelle expression de  $(\mu_\perp/\mu_0)$  dans (2.1), on retrouve rigoureusement l'équation séculaire (1.21).

### 2.3 Conditions de résonance

Si on néglige les pertes ( $L = 0$ ), la perméabilité complexe (2.3) prend la forme  $\mu_\perp/\mu_0 = (\beta\beta' - \Omega^2)/(\eta'\beta - \Omega^2)$ , pour laquelle le pôle ( $\mu_\perp$  tend vers l'infini) donne la condition de résonance ferromagnétique (RFM)

$$\Omega^2 = \eta' \beta, \quad (2.6)$$

et le zéro ( $\mu_{\perp}$  tend vers zéro) celle d'antirésonance ferromagnétique (ARFM)

$$\Omega^2 = \beta \beta'. \quad (2.7)$$

Comme la perméabilité est reliée à la profondeur de pénétration, nous avons ici une démonstration qualitative de la tendance du matériau à absorber l'onde électromagnétique à la résonance et à devenir transparent à l'antirésonance. Le comportement correspondant pour l'impédance  $Z = R + iX \propto \sqrt{i\mu_{\phi}}$  est un maximum de  $R$  pour la RFM et un minimum pour l'ARFM, relié au passage à zéro de  $X$  dans les deux cas.

À l'aide du tableau 1.1, (2.6) et (2.7) se traduisent par

$$\frac{\omega^2}{\mu_0^2 \gamma^2} = (H_0 \cos \theta + H_K \cos 2\psi) (H_0 \cos \theta + H_K \cos^2 \psi + M_s) \quad (2.8a)$$

$$\frac{\omega^2}{\mu_0^2 \gamma^2} = (H_0 \cos \theta + H_K \cos 2\psi + M_s) (H_0 \cos \theta + H_K \cos^2 \psi + M_s) \quad (2.8b)$$

pour les conditions de résonance et d'antirésonance respectivement. On note en passant que ces deux conditions sont identiques à celles qu'on obtiendrait dans les couches minces en géométrie parallèle (champ statique dans le plan de la couche).

En effectuant des mesures d'impédance pour plusieurs champs statiques (ou des balayages en champs pour des fréquences fixes), on dispose ainsi d'une méthode puissante pour estimer la valeur de certains paramètres du matériau. En outre, la possibilité d'observer la résonance (et l'antirésonance), pour un grand nombre de champs et de fréquences, offrent un avantage évident sur les expériences classiques de RFM limitées à la seule fréquence de la cavité.

## 2.4 Signification physique des modes cylindriques

L'impédance donnée par l'expression (2.4) résulte d'un seul mode magnétique effectif, défini par (2.2). L'équation séculaire (1.21), qui est cubique en  $K^2$ , possède en fait trois paires de racines,  $\pm K_1$ ,  $\pm K_2$  et  $\pm K_3$ , qu'il faut substituer dans les solutions générales (1.16). De même, l'équation (1.19) nous donne les racines  $\pm K_4$  du mode non magnétique. Remarquons que l'utilisation des racines positives ou négatives importe peu puisque  $J_n(\pm kr)$  conduit aux mêmes solutions physiques.

Dans la discussion qui suit, nous allons adopter la nomenclature utilisée par Patton,<sup>37</sup> suivant laquelle ces modes sont appelés « *Larmor spin wave* » (*LS*), « *anti-Larmor spin wave* » (*AS*), « *Larmor electromagnetic wave* » (*LE*) et « *anti-Larmor electromagnetic wave* » (*AE*). Aux solutions  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  et  $K_4$ , des équations (1.18) et (1.16), nous ferons correspondre les modes *LE*, *LS*, *AS* et *AE*, respectivement. Une discussion physique sur le caractère et l'interaction des trois modes magnétiques est proposée, notamment par Patton.<sup>37</sup>

Nous avons montré, dans les sections 1.4 et 1.5 du chapitre 1, comment on peut calculer l'impédance sans pour autant évaluer de façon explicite l'intensité de chacun des modes. Or, on juge maintenant que cette connaissance nous est utile pour discuter la physique de la MIG. On peut calculer l'intensité des trois modes magnétiques à l'aide du système d'équations (1.48). On obtient, à une constante près :

$$h_{1\varphi} \propto A J_1(K_1\Lambda) / K_1, \quad (2.9a)$$

$$h_{2\varphi} \propto B J_1(K_2\Lambda) / K_2, \quad (2.9b)$$

$$h_{3\varphi} \propto C J_1(K_3\Lambda) / K_3, \quad (2.9c)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont données par les équations (1.53). On peut déduire, du calcul explicite de l'intensité, qu'en général, le mode *LE* domine le champ électromagnétique à l'intérieur du fil, le mode *LS* produit une petite perturbation au voisinage de la résonance

ferromagnétique et la contribution du mode  $AS$  est négligeable sur une très large bande de fréquence.

L'équation (1.21) réécrite sous la forme :

$$(K^2 - K_1^2)(K^2 - K_2^2)(K^2 - K_3^2) = 0,$$

dévoile les relations suivantes entre ses racines et ses coefficients :

$$K_1^2 + K_2^2 + K_3^2 = -c_1, \quad (2.10a)$$

$$K_1^2 K_2^2 + K_2^2 K_3^2 + K_3^2 K_1^2 = c_2, \quad (2.10b)$$

$$K_1^2 K_2^2 K_3^2 = -c_3. \quad (2.10c)$$

Pour des valeurs typiques des paramètres de métaux amorphes dans les hyperfréquences, nous avons  $|K_1| \ll |K_2| \ll |K_3|$ , ce qui conduit aux solutions simplifiées :

$$K_3 = \sqrt{-c_1}. \quad (2.11a)$$

$$K_2 = \sqrt{-c_2/c_1}. \quad (2.11b)$$

$$K_1 = \sqrt{-c_3/c_2}. \quad (2.11c)$$

L'atténuation de chacune des ondes est reliée à la partie imaginaire de son nombre d'onde  $K_n$ , ce qui nous permet d'estimer une profondeur de pénétration caractéristique  $\sim 1/\text{Im}(K_i)$ , pour chaque mode. Pour une expérience typique de MIG, les paramètres réduits ( $\eta$ ,  $\Omega$ ,  $L$  et  $E$ ) sont beaucoup plus petits que l'unité, et les approximations :

$$c_1 = 1, \quad (2.12a)$$

$$c_2 = \beta\eta' - \Omega^2 + i\Omega L, \quad (2.12b)$$

$$c_3 = 2i\Omega E, \quad (2.12c)$$

sont généralement justifiées. En utilisant (2.1) et (2.2), les solutions simplifiées (2.11) mènent à trois profondeurs de pénétration différentes qui apparaissent au tableau 2.1. Nous avons aussi inclus la quatrième, reliée au mode non magnétique.

TABLEAU 2.1 Caractérisation des quatre modes de vibration

<i>Modes</i>	<i>Solutions simplifiées</i>	<i>Profondeur de pénétration</i>
<i>LE</i>	$K_1 = \sqrt{-c_3/c_2}$	$\delta_o/\mu^{1/2}$
<i>LS</i>	$K_2 = \sqrt{-c_2/c_1}$	$d_{ex} \mu^{1/2}$
<i>AS</i>	$K_3 = \sqrt{-c_1}$	$d_{ex}$
<i>AE</i>	$K_4 = \sqrt{-2i\Omega E}$	$\delta_o$

Les résultats du tableau 2.1, nous donnent une image physique claire du phénomène, montrant la profondeur de pénétration de chacun des modes avec sa relation à la perméabilité. Il ne s'agit évidemment que d'une tendance générale puisque la perméabilité est en fait complexe. Lorsque la perméabilité augmente (à la résonance par exemple), la profondeur de pénétration du mode *LE* diminue, celle du mode *LS* augmente, tandis que les modes *AE* et *AS* ne sont pas affectés.

Dans ces conditions, le caractère propre à chacun des modes est bien défini, et les solutions du tableau 2.1 nous donnent une bonne approximation des solutions exactes, qui reste valable sur une très large bande de fréquences. Cependant, pour des métaux fortement conducteurs, pour de faibles coefficients d'amortissement, pour de basses fréquences (ou pour deux d'entre eux ou pour tous les trois à la fois), ces modes perdent leur caractère distinct, le mode *LE* évoluant en *LS* et vice-versa.<sup>37</sup> Il s'agit de l'effet de « *cross-over* » pour lequel les effets d'échange-conductivité prennent le dessus sur l'amortissement de Landau-Lifshitz.

Puisque (2.11c) est identique à (2.2), la solution simplifiée développée à la section 2.2, où le champ d'échange est négligé, est dominée par la branche  $LE$ , qui décrit la résonance uniforme de l'échantillon. Vers les plus basses fréquences, l'effet du mode  $LS$  devient de plus en plus significatif et la solution simplifiée de moins en moins bonne. Par ailleurs, le mode  $AS$  prendra plus d'importance à plus haute fréquence, tandis que le mode  $AE$  ne dépend que de la direction relative entre le courant et l'aimantation statique.

## 2.5 Simplification de la solution

Supposons un ensemble de conditions qui sont telles que la profondeur de pénétration de chacun des trois modes magnétiques est petite par rapport au rayon du fil, de telle sorte que les facteurs  $\xi_n = i$ , dans la première rangée du déterminant dans l'équation (1.49b). Négligeons ensuite  $K^6$  dans (1.21), ce qui donne l'équation séculaire bi-quadratique :

$$c_1 K^4 + c_2 K^2 + c_3 = 0. \quad (2.13)$$

De cette expression, on trouve les relations :

$$K_1^2 K_2^2 = c_3/c_1, \quad (2.14a)$$

$$K_1^2 + K_2^2 = -c_2/c_1. \quad (2.14b)$$

Dans cette approximation, nous pouvons négliger la quatrième colonne et la quatrième rangée du déterminant (1.49b) pour obtenir un déterminant  $3 \times 3$ , qui s'annule pour

$$\zeta_M = \frac{i\sqrt{-c_3}\sqrt{c_2 + 2\sqrt{c_1 c_3}}}{c_2 + 2\sqrt{c_1 c_3} + 2i\Omega E c_1}. \quad (2.15)$$

Omettant le dernier terme du dénominateur, qui est négligeable par rapport aux autres termes, nous obtenons

$$\frac{Z}{R_{dc}} = \frac{\Lambda}{2} K \xi F(c_1, c_2, c_3), \quad (2.16)$$

qui est identique à (2.4) (où l'échange a été négligé) multipliée par le terme de correction

$$F = \frac{(1 + 2\sqrt{c_1 c_3}/c_2)^{1/2}}{(1 + \sqrt{c_1 c_3}/c_2)}. \quad (2.17)$$

Le facteur  $i$  (unité complexe) qui apparaît au numérateur de l'équation (2.15) résulte de l'hypothèse d'un effet de peau significatif. De même, l'expression (2.16) a été généralisée par la procédure inverse, c'est-à-dire en remplaçant le facteur  $i$ , qui aurait dû apparaître au numérateur suite au passage de (2.15) à (2.16), par le facteur  $\xi = J_0(K\Lambda)/J_1(K\Lambda)$ . On retrouve ainsi l'équation (2.4) dans la limite de  $E = 0$  ( $F = 1$ ). Ce facteur est nécessaire pour tenir compte de conditions expérimentales qui sont telles que l'effet de peau est faible.

Nous comparons la solution complète du chapitre 1, avec l'expression simplifiée (2.4) et sa version corrigée (2.16) aux figures 2.1 et 2.2. Les paramètres utilisés, résumés au tableau 2.2, correspondent à un fil de CoFeSiB typique.<sup>25</sup> Les trois solutions sont comparées pour deux fréquences distinctes, soit 3 GHz (fig. 2.1) où les effets d'échange sont négligeables, et 10 MHz (fig. 2.2), où ils ne le sont pas.

À 3 GHz, l'accord général entre les trois expressions est excellent (fig. 2.1a), malgré que l'on puisse distinguer de petits écarts au voisinage de la résonance. Notamment, le terme d'échange a pour effet de diminuer le champ de résonance d'environ 160 A/m (2 Oe) et de diminuer légèrement l'amplitude du maximum (fig. 2.1).

TABLEAU 2.2 Constantes physiques utilisées dans les calculs

Unités	$\sigma$ (sec)	$M_s$ (emu/cc)	$A$ (erg/cm)	$\gamma/2\pi$ (MHz/Oe)	$\lambda/2\pi$ (MHz)
cgs	$0,737 \times 10^{16}$	640	$1,0 \times 10^{-6}$	2,8	48
Unités	$\sigma$ ( $\Omega\text{m}$ ) <sup>-1</sup>	$\mu_0 M_s$ (Tesla)	$A$ (J/m)	$\mu_0 \gamma/2\pi$ (Hz m/A)	$\lambda/2\pi$ (MHz)
MKSA	$0,820 \times 10^6$	0,803	$1,0 \times 10^{-11}$	$3,5 \times 10^8$	48

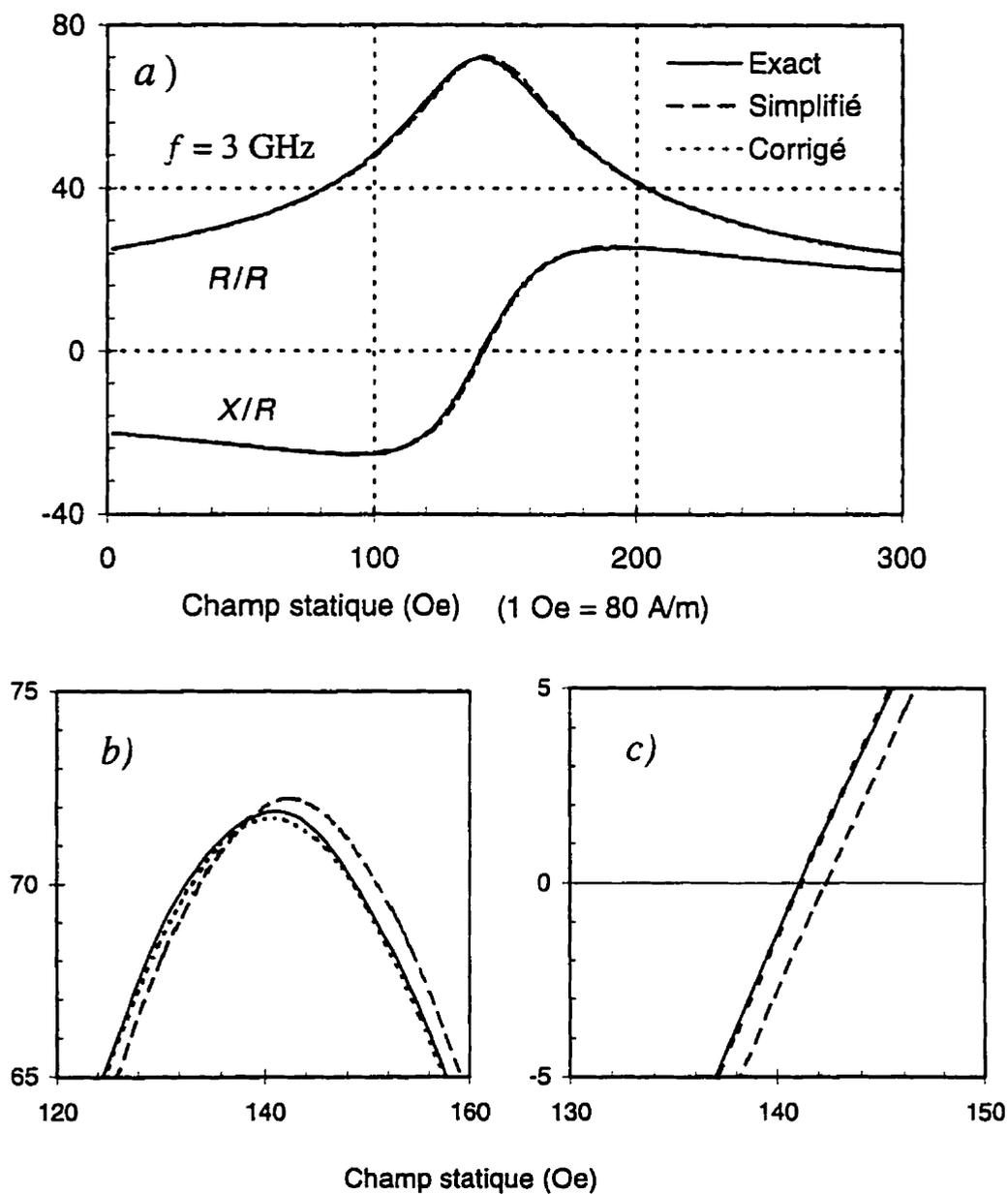


FIG. 2.1 Comparaison des calculs exact (trait plein), simplifié (pointillé large) et corrigé (pointillé fin), pour la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance, en fonction du champ, à 3 GHz. Le calcul simplifié correspond à l'équation (2.4) et le calcul corrigé à (2.16). Le détail des courbes près de la résonance apparaît en (b) pour la partie réelle et (c) imaginaire.

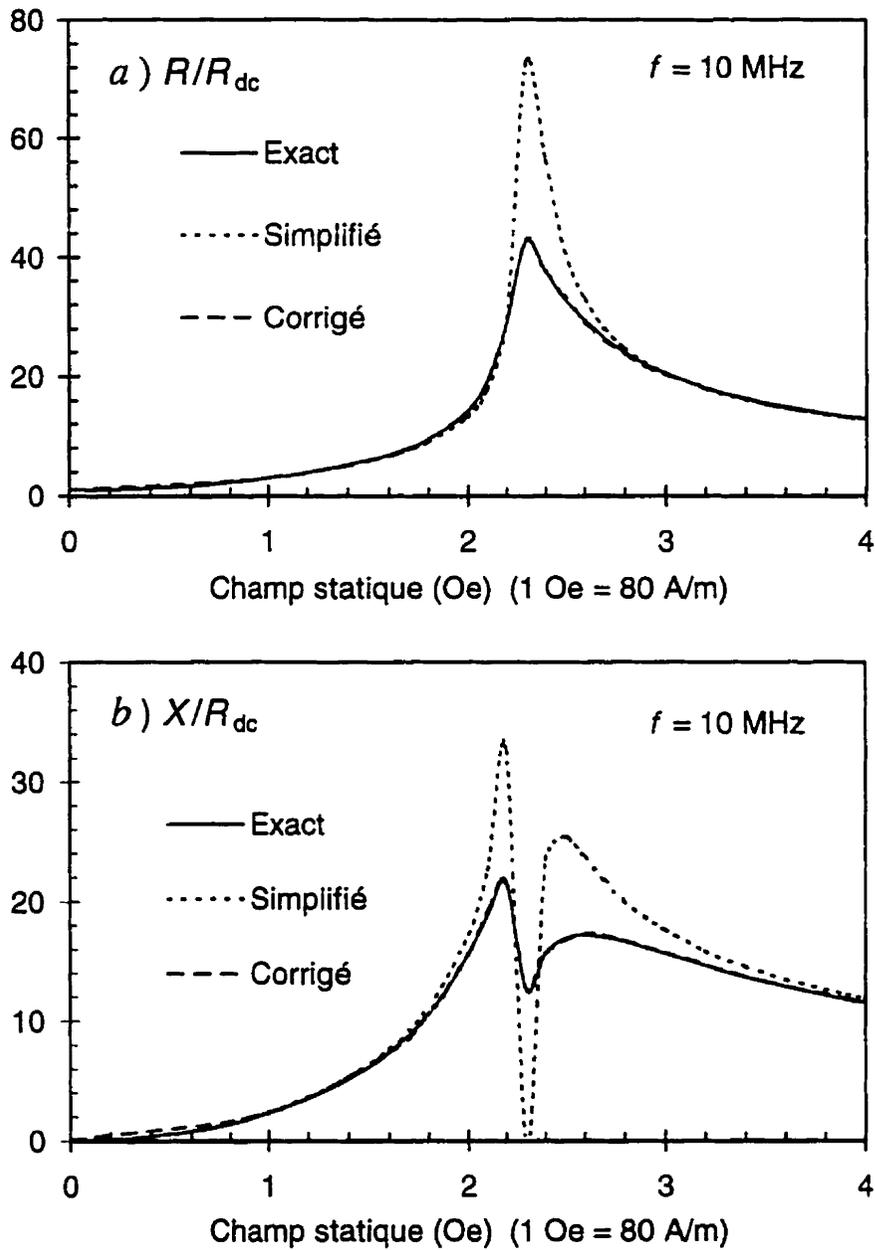


FIG. 2.2 Comparaison des calculs exact (trait plein), simplifié (pointillé large) et corrigé (pointillé fin), pour la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance, en fonction du champ, à 10 MHz pour (a) la partie réelle de l'impédance et (b) la partie imaginaire. Le pointillé large correspond à l'équation (2.4), le pointillée fin (qui est pratiquement confondu avec la solution exacte) correspond à l'équation (2.16).

Ces différences deviennent particulièrement significatives à plus basse fréquence (fig. 2.2) où la solution simplifiée (2.4) se distingue nettement de la solution exacte.

On constate que la solution corrigée (2.16) se confond pratiquement avec la solution exacte, nous fournissant ainsi une expression simplifiée utile, tant pour l'analyse pratique des données que pour la discussion de la physique de l'effet. Cette solution dite corrigée demeure valable tant et aussi longtemps que le mode *AS* peut être négligé ; ce qui est en général vérifié pour les fréquences présentement accessibles à l'expérience.

## 2.6 Effet d'échange-conductivité

L'équation (2.16) constitue une expression simplifiée pour l'impédance, dans laquelle les effets d'échange reliés au mode *LS* sont considérés au premier ordre. Comparant (2.16) avec (2.4), on constate que la perméabilité effective est maintenant donnée par (2.3) multipliée par le carré du facteur (2.17). Lorsque les coefficients  $c_i$  sont donnés en bonne approximation par (2.12), la perméabilité se simplifie à :

$$\frac{\mu_{\perp}}{\mu_0} = \frac{[\eta - \Omega^2 + iL\Omega + 2\sqrt{E\Omega}(1+i)]}{[\eta - \Omega^2 + iL\Omega + \sqrt{E\Omega}(1+i)]^2} ; \quad (2.18)$$

ce qui est équivalent à l'équation (31) de Ament et Rado.<sup>33</sup>

La condition  $\Omega L < (E\Omega)^{1/2}$ , pour laquelle l'amortissement dû à *LL* (paramètre  $L$ ) devient inférieur à l'amortissement dû aux effets d'échange-conductivité (paramètre  $E$ ), définit une fréquence critique

$$\Omega_c < 4E/L^2, \quad (2.19)$$

qui correspond à la fréquence de *cross-over*.<sup>38</sup> Cet effet apparaît au voisinage de la résonance dans les métaux ferromagnétiques fortement conducteurs, à faible amortissement, ou dans les basses fréquences.

Avec les valeurs typiques  $E \sim 2 \times 10^{-6}$  et  $L \sim 3 \times 10^{-2}$ , nous avons approximativement  $f_c = 300$  MHz ; ce qui signifie que pour une expérience de MIG en dessous cette fréquence, qui est de loin le cas le plus répandu dans la littérature, les effets du champ d'échange doivent être pris en considération, ce qui est d'ailleurs confirmé aux figures 2.2 et 2.5a.

On utilise la perméabilité (2.18) et l'impédance (2.4) pour estimer les maxima de la partie réelle de l'impédance, qui correspondent à la condition de résonance (2.6). Ainsi, si on néglige l'échange par  $E = 0$  dans (2.18), on obtient  $(\mu/\mu_0)_{\max} = 1/iL\Omega$ , et par conséquent (2.4) nous donne

$$\left(R/R_{dc}\right)_{\max} = \Lambda \sqrt{E/2L}, \quad (2.20)$$

c'est-à-dire une constante (on note que les paramètres  $d_{ex}$  inclus dans  $E$  et dans  $\Lambda$  se simplifient). Pour les paramètres typiques décrits au tableau 2.1, on trouve une limite maximum de  $R/R_{dc} = 72$ , normalement atteinte dans les hyperfréquences.

De même, si on prend  $L = 0$ , on a  $(\mu/\mu_0)_{\max} = 1/i(E\Omega)^{1/2}$ , ce qui résulte en

$$\left(R/R_{dc}\right)_{\max} = \Lambda (\Omega E/4)^{1/4}, \quad (2.21)$$

et l'intensité des pics évoluent par conséquent suivant  $f^{1/4}$ . À 10 MHz l'effet de l'échange limite l'amplitude à  $R/R_{dc} = 42$  alors qu'à 1 kHz, elle est réduite à  $R/R_{dc} = 4,2$ .

## 2.7 Influence des paramètres sur l'impédance

Les figures 2.3 et 2.4 nous montrent l'effet de la variation de divers paramètres sur l'impédance normalisée. Les valeurs utilisées pour la simulation sont celles du tableau 2.2. Nous avons varié les paramètres un à la fois, les autres étant gardés constants. Nous avons choisi d'illustrer un balayage en champ à 3 GHz, en portant une attention particulière à la région de résonance ferromagnétique.

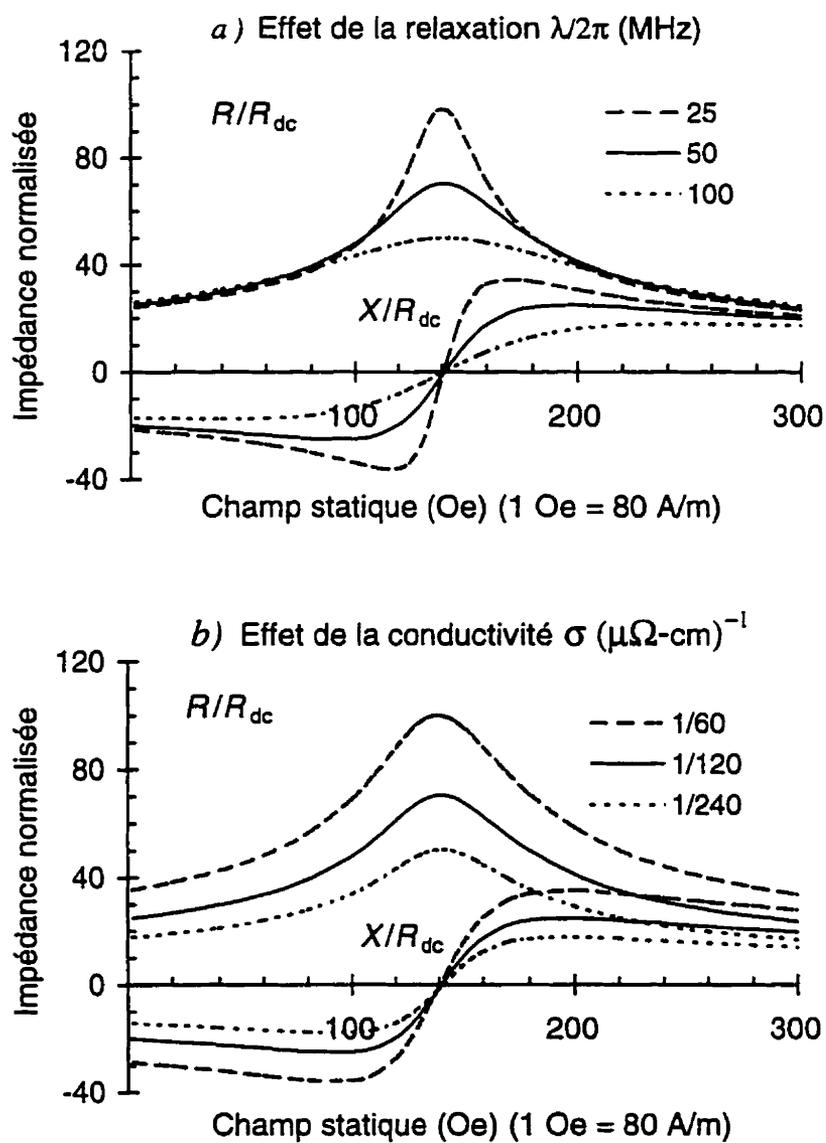


FIG. 2.3 Influence de la variation (a) de la constante d'amortissement de Landau-Lifshitz (b) de la conductivité (montrée comme l'inverse de la résistivité) sur les parties réelles et imaginaires de l'impédance normalisée en fonction du champ statique à 3 GHz.

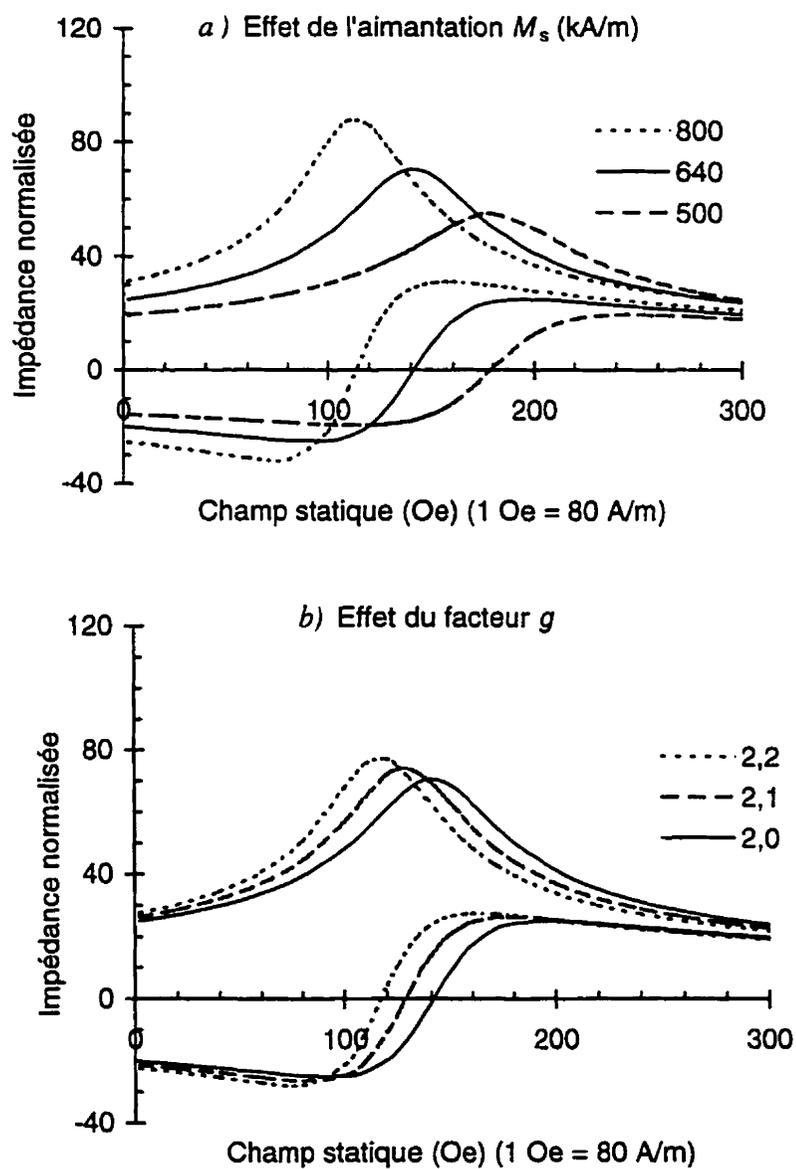


FIG. 2.4 Influence de la variation (a) de l'aimantation à la saturation et (b) du rapport gyromagnétique sur les parties réelles et imaginaires de l'impédance normalisée en fonction du champ statique à 3 GHz.

La constante d'amortissement phénoménologique  $\lambda$  (ou sa valeur normalisée  $L$ ) et la conductivité  $\sigma$  influencent l'amplitude et la largeur à mi-hauteur des pics de résonance, chacune à sa façon. D'après l'équation (2.20) pour  $R/R_{dc}$ , on s'attend à une variation de l'intensité du pic suivant l'inverse de la racine carrée de  $\lambda$ , ce qui est bien illustré à la figure 2.3a, tandis que la largeur à mi-hauteur suit la tendance inverse. On constate que l'influence de  $\lambda$  se fait sentir surtout au voisinage de la résonance, contrairement à  $\sigma$ , qui modifie la réponse sur tout l'intervalle.

Les effets de la conductivité sur les courbes peuvent s'expliquer en termes de variation de la profondeur de pénétration. Pour un effet de peau significatif, l'impédance normalisée varie à l'inverse de la profondeur de pénétration et par conséquent à la racine carrée de la conductivité, ce qui est montré sur la figure 2.3b. La conductivité a aussi un effet plus subtil, relié à l'échange, puisqu'elle intervient dans le paramètre  $E - A\sigma$ . Cependant, ces effets ne seront significatifs qu'à plus basses fréquences.

On considère aussi l'effet de l'aimantation à la saturation  $M_s$  (fig. 2.4a) et du facteur  $g$  (fig. 2.4b). Celui-ci peut varier théoriquement de  $g = 2,0$  ( $\gamma/2\pi = 2,8$  MHz/Oe) pour un électron libre paramagnétique à  $g = 2,2$  ( $\gamma/2\pi = 3,1$  MHz/Oe) pour le Nickel pur. Tout comme pour  $M_s$ , augmenter  $g$  a pour effet de diminuer le champ de résonance tout en augmentant l'intensité des pics. D'après la condition de résonance (2.8a), le champ de résonance varie approximativement en suivant  $H_{res} \sim 1/M_s$ , et  $H_{res} \sim 1/g^2$ . De même, l'équation (2.20) prédit une dépendance de l'intensité des maxima suivant  $R/R_{dc} \sim M_s$  et  $R/R_{dc} \sim g$ .

La constante d'échange  $A$ , qui caractérise la relation de dispersion entre l'énergie et le vecteur d'onde  $k$ , peut être déterminée par des mesures de la dépendance en température de l'aimantation à saturation en utilisant la loi de Bloch en  $T^{3/2}$ , ou par des mesures de diffusion neutronique inélastiques.<sup>44</sup> En principe, il est aussi possible de déterminer  $A$  par une expérience de MIG ou de RFM en hyperfréquences, bien que la précision de la méthode s'avère être assez pauvre.

Pour notre matériau, par exemple, les effets de la variation de la constante d'échange sont négligeables à 3 GHz. Des valeurs typiques pour les matériaux amorphes se situent entre  $10^{-12}$  et  $10^{-11}$  J/m. Pour ces limites, la simulation ne montre pratiquement aucune différence dans la réponse (qui n'est donc pas montrée ici). Cependant, l'équation (2.21) prédit des effets plus prononcés lorsque la fréquence décroît.

La figure 2.5a montre les effets de la variation de la constante d'échange sur la partie réelle de l'impédance pour le même matériau, mais à 10 MHz. On constate que l'amplitude de l'impédance est significativement affectée par la valeur de  $A$ , ce qui démontre une fois de plus que ces effets doivent être inclus dans le modèle pour les fréquences relativement peu élevées. Il reste à savoir si la méthode (mesures de MIG) peut servir à déterminer la constante d'échange de façon fiable, ce qui ne va pas de soi, comme nous allons le voir.

Jusqu'ici nous avons considéré, pour les simulations numériques, un axe facile strictement circonférenciel. Néanmoins, notre modèle permet de prendre en compte le cas plus général d'une anisotropie hélicoïdale. La figure 2.5b montre l'effet de la variation de la direction de l'axe facile sur  $R/R_{dc}$  à 10 MHz. L'inclinaison de l'axe facile par rapport à la direction circonférencielle a pour effet d'atténuer, d'arrondir et de déplacer le maximum vers les champs plus élevés.

Or, dans un matériau réel (non idéal), on peut s'attendre à trouver une dispersion de l'anisotropie en grandeur et en direction, ce qui peut avoir une influence déterminante sur l'amplitude et la forme des courbes. Ces effets de dispersion de l'anisotropie (fig. 2.5b) pourraient en partie masquer l'influence des effets d'échange-conductivité (fig. 2.5a). Dans des conditions où la structure magnétique des échantillons n'est pas connue avec une grande précision, il devient difficile de déterminer la constante  $A$  de façon fiable par des mesures de GMI, même dans les basses fréquences.

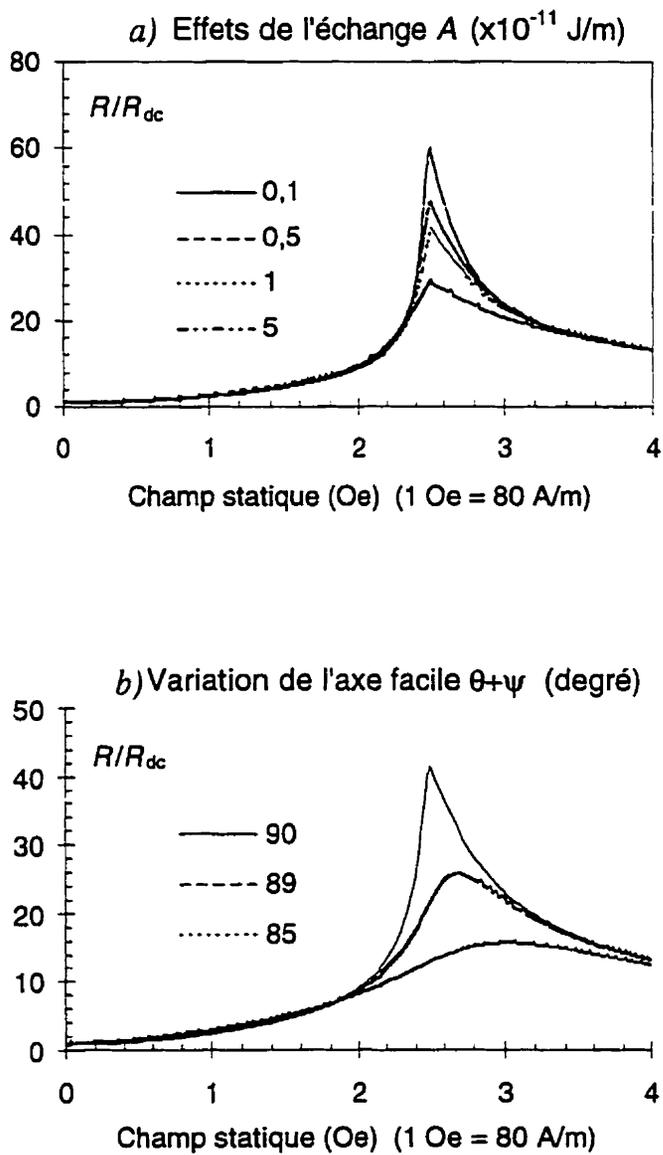


FIG. 2.5 Influence de la variation (a) de la constante d'échange et (b) de la direction de l'axe facile sur l'amplitude et la forme de la partie réelle de l'impédance normalisée à 10 MHz.

## 2.8 Phénomènes de relaxation

L'impédance théorique d'un conducteur magnétique est étroitement liée à la définition des paramètres d'amortissement, reliés aux divers processus physiques qui peuvent être utilisés dans la formulation phénoménologique du problème - par exemple Landau-Lifshitz<sup>45</sup> ou Bloch-Bloembergen.<sup>46</sup> Des études ont montré<sup>47</sup> que la relaxation due à la diffusion des électrons dans les métaux est décrite par un paramètre d'amortissement intrinsèque dans l'équation du mouvement de l'aimantation, cohérent avec la formulation phénoménologique de Landau-Lifshitz.

De plus, il a été récemment suggéré par Kraus<sup>29</sup> qu'un terme d'amortissement, de type Bloch-Bloembergen modifié, peut être ajouté au terme de Landau-Lifshitz pour décrire des mécanismes de relaxation dans des matériaux possédant un *ordre ferromagnétique* imparfait (par exemple des alliages amorphes et nanocrystallins ou cristaux avec des défauts structuraux). Ce terme de la forme

$$d\mathbf{m}/dt = -\mathbf{m}/\tau, \quad (2.22)$$

où  $\tau$  est un temps de relaxation, peut être introduit de façon ad-hoc dans le modèle en remplaçant dans (1.20),  $\Omega$  par

$$\Omega^* = \Omega - i L^*, \quad (2.23)$$

où  $L^* = 1/\tau\mu_0\gamma M_s$ .

Cette modification aura pour effet, entre autres, de changer les conditions de résonance et l'intensité de la MIG. De plus, dans ce cadre théorique, l'amortissement  $\lambda$  et l'échange  $A$  seront reliés aux mécanismes d'amortissement intrinsèques, tandis que  $\tau$  et  $H_K$  seront des propriétés sensibles à la structure, laquelle est assujettie à changer pour chaque nouvel échantillon et selon les traitements thermiques ou mécaniques effectués.

La figure 2.6 nous montre l'influence du temps de  $\tau$  sur la partie réelle de l'impédance normalisée à 10 MHz. Si on compare ce résultat avec les figures 2.5a et

2.5b, on réalise que les trois paramètres représentés ont tous un effet significatif - mais bien distinct - sur l'amplitude et la forme des courbes. Le défi, dans l'analyse des résultats d'une expérience de MIG, est d'arriver, si possible, à identifier et interpréter chacune des contributions.

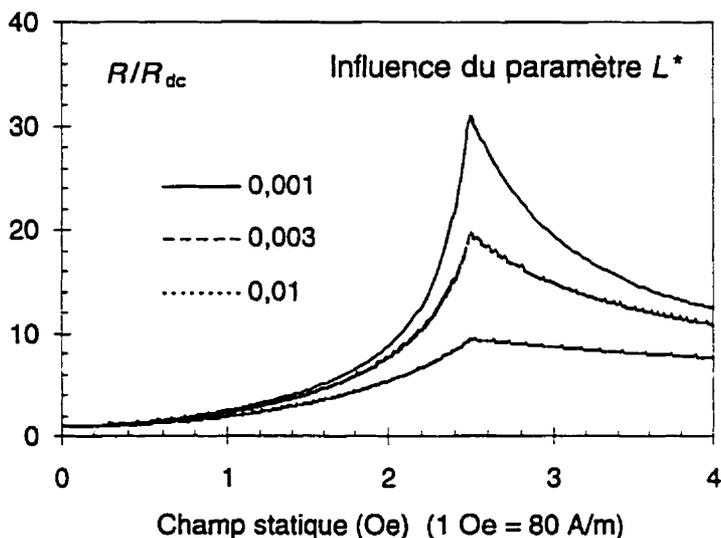


FIG. 2.6 Influence de la variation du temps de relaxation de Bloch-Bloembergen sur l'amplitude et la forme de la partie réelle de l'impédance normalisée à 10 MHz.

Étant donné le grand nombre de paramètres à notre disposition pour ajuster le modèle à l'expérience, l'analyse ne sera guère concluante que si elle est complétée par d'autres mesures pour déterminer certains paramètres. Par exemple, dans la situation expérimentale qui nous préoccupe, il est relativement facile de mesurer la conductivité électrique et l'aimantation à saturation du fil.

Connaissant l'aimantation, on peut estimer le facteur  $g$  par la position des pics de résonance et la constante d'amortissement de Landau-Lifshitz par leur l'amplitude dans les hyperfréquences, où les effets d'échange-conductivité sont négligeables. On peut

finalement estimer le paramètre d'échange à partir de l'amplitude des courbes dans les basses fréquences.

Dans la pratique, cependant, on devine que les choses sont loin d'être aussi simples et que l'analyse peut être nuancée de maintes façons. Ces considérations seront reprises plus en détail au prochain chapitre.

## 2.9 Sommaire et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons examiné plus en détail la solution complète développée au chapitre 1. Entre autres, nous avons proposé des approximations pour simplifier les calculs qui nous ont permis de discuter les mécanismes physiques de la MIG. Une attention spéciale a été accordée aux effets d'échange-conductivité, qui doivent être inclus dans le modèle, en particulier dans la gamme des basses fréquences.

Paradoxalement, la solution simplifiée (2.4) - ou n'importe qu'elle autre expression équivalente qui a été développée dans le cadre d'une théorie de la MIG dans les fréquences relativement peu élevées<sup>21,28</sup> - décrit très bien les données dans les hyperfréquences mais s'avère inadéquate à fréquences modérées. Par contre, la solution complète (2.16), qui a d'abord été développée sous une forme restreinte pour bien rendre compte de la MIG des fils saturés dans les hyperfréquences,<sup>25</sup> s'avère maintenant particulièrement utile à plus basses fréquences.

En particulier, dans des conditions expérimentales où les effets d'échanges ne peuvent plus être négligés, la solution relativement simple (2.16) nous fournit une excellente approximation de la solution exacte dérivée au chapitre 1, tout en étant d'une valeur inestimable pour l'analyse des mesures. La discussion des sections 2.7 et 2.8 ouvre la voie à l'interprétation des résultats expérimentaux, qui feront l'objet du prochain chapitre.

## Chapitre 3

### De la théorie à l'expérience

« Il faut s'arrêter quand on en a fait « assez ». Une fois qu'on est capable de raconter une histoire qui possède un début et une fin, « assez » devient une question de goût. On sait qu'on n'aura jamais répondu à toutes les questions qu'on est capable de poser, sauf si le sujet est très maigre, ce qui veut dire normalement, mal choisi. »

- Arthur Yelon

#### 3.1 Introduction : fils amorphes de CoFeSiB

Dans ce chapitre, nous allons confronter le modèle avec l'expérience, discuter de ses limites et proposer des avenues pour élargir son champ d'application. Il s'agit d'une étape d'autant plus critique que les principales analyses théoriques du phénomène n'ont encore reçu qu'une attention limitée quant à la comparaison directe avec l'expérience. La question qui se pose est de savoir si le modèle est suffisamment général pour décrire l'impédance d'un fil magnétique.

Nous avons étudié plusieurs matériaux : des alliages de métaux 3d parfois augmentés de métalloïdes, sous forme de fils ou de rubans magnétiques, amorphes ou polycristallins, de différentes dimensions, fabriqués par différentes méthodes et ayant parfois subi des traitements thermiques ou mécaniques. Un grand nombre de ces échantillons ont montré des effets de magnétoimpédance significatifs. Nous allons tester la théorie sur un fil amorphe de composition  $\text{Co}_{68,15}\text{Fe}_{4,35}\text{Si}_{12,5}\text{B}_{15}$ .

Le fil, fabriqué par solidification rapide dans l'eau par la compagnie Unitika du Japon, semble être un choix judicieux. Il s'agit non seulement du matériau *historique* sur lequel on a découvert la MIG, mais probablement aussi du matériau le plus étudié en MIG et pour lequel il existe une littérature abondante pour fins de comparaisons. L'échantillon a un diamètre nominal de 125  $\mu\text{m}$  et un coefficient de magnétostriction très petit. L'échantillon n'avait reçu, en principe, aucun traitement mécanique ou thermique à la réception.

### 3.2 Méthode expérimentale

Un segment du fil, de longueur  $l = 469$  mm, a d'abord été recuit en atmosphère ambiante en faisant circuler un courant continu de 350 mA pendant 30 minutes à travers le fil. Ce traitement favorise la création d'une anisotropie circumférentielle,<sup>9</sup> due au champ circumférentiel produit par le courant. La résistance électrique du segment,  $R_{dc} = 49,9$  ohm (0,106 ohm/mm), nous a permis de déduire une résistivité de 131  $\mu\Omega\text{-cm}$ . Le coefficient de magnétostriction et l'aimantation à la saturation connus de la littérature sont respectivement <sup>2</sup> :  $\lambda_s = 1 \times 10^{-7}$  et  $\mu_0 M_s = 0,81$  Tesla ( $M_s = 640$  emu/cc).

À partir d'une extrémité du fil, trois segments adjacents ont été coupés, dont les longueurs respectives (mesurées au pied à coulisse électronique) sont : 16,7; 17,5 et 18,1 mm. L'impédance de ces échantillons a d'abord été mesurée en fonction du champ magnétique longitudinal pour plusieurs fréquences et en fonction de la fréquence pour plusieurs champs. Les courbes d'aimantation longitudinale ont ensuite été mesurées à l'aide d'un magnétomètre à échantillon vibrant (MEV).

Nous avons d'abord mesuré l'impédance à l'aide d'un analyseur d'impédance HP4192 (5 Hz - 13 MHz), dans une configuration à quatre sondes (deux pour le courant et deux pour la tension). L'amplitude du courant alternatif a été fixée à 1 mA, produisant un champ maximum de 2,4 A/m (30 mOe) à la surface du fil. Nous avons de nouveau mesuré l'impédance des mêmes échantillons à l'aide d'un analyseur de réseau HP8753

(300 kHz - 3 GHz), selon une méthode expliquée à l'annexe 4. Pour ces mesures à hautes fréquences, la puissance du signal incident a été fixée à 1 mW (l'analyseur de réseau ne fonctionne pas en mode de courant constant).

Le balayage en champ statique a été produit par une bobine de Helmholtz (caractéristique  $H-I$  de  $3,14 \text{ kAm}^{-1}/\text{A} = 39,4 \text{ Oe}/\text{A}$ ) alimentée par une source de courant programmable Keithley 220 (100 mA), elle même contrôlée par ordinateur, et pouvant générer un champ maximum de  $320 \text{ A/m}$  ( $4,0 \text{ Oe}$ ). L'acquisition automatique des données s'est effectuée en cycles limités par  $-320$  et  $320 \text{ A/m}$ , avec une résolution de  $0,8 \text{ Am}^{-1}/\text{points}$  ( $0,01 \text{ Oe}/\text{points}$ ). Les données ont été collectées à la température de la pièce, en prenant soin de placer l'axe du fil perpendiculaire au champ magnétique terrestre.

En dernier lieu, nous avons coupé les extrémités des fils de façon à ne garder qu'une longueur d'environ 7 mm prise au milieu, afin de la soumettre à des mesures d'impédance en hyperfréquence pour des champs allant jusqu'à  $1000 \text{ Oe}$  et des fréquences jusqu'à  $10 \text{ GHz}$ . Pour cette partie de l'expérience, nous avons utilisé un analyseur de réseau HP8510 ( $45 \text{ MHz} - 50 \text{ GHz}$ ) selon la méthode décrite à l'annexe 4, et une bobine solénoïde (caractéristique  $H-I$  de  $13,9 \text{ kAm}^{-1}/\text{A} = 174 \text{ Oe}/\text{A}$ ) alimentée par une source KEPCO ( $75\text{V}-15\text{A}$ ).

Les sources d'incertitudes expérimentales et leur importance relative font présentement l'objet d'études approfondies et ne seront pas discutées en détails ici. En particulier, la calibration du système qui est en voie d'amélioration, les connexions (connecteurs et soudures) qui diffèrent d'un échantillon à l'autre et les effets de capacitance et d'inductance parasites qui sont négligées dans les calculs introduisent dans les résultats autant d'incertitudes difficilement quantifiables.

Dans ce qui suit, nous allons montrer des résultats provenant d'expériences dites de *balayage en champ*. Pour les mesures de *balayage en fréquence*, notre contrôle des perturbations indésirables du signal est limité. En conséquence, une incertitude

significative est introduite au niveau de l'amplitude de l'impédance pour des fréquences généralement supérieures à 2 GHz. Cette perturbation est particulièrement importante pour la partie dispersive  $X$ , mais n'a qu'une faible influence sur la position des pics de résonance de la partie réelle,  $R$ .

Nous avons observé qu'il est plus fiable de calibrer l'analyseur de réseau à une seule fréquence et de faire varier le champ. Il faut quand même mentionner que le *balayage en fréquence* est le mode naturel de fonctionnement des appareils et permet de réaliser un grand nombre de mesures avec un moindre effort. De plus les mesures en fréquences offrent un intérêt supplémentaire du fait que les expériences de résonance ferromagnétique classique, soumises à la fréquence de la cavité, sont limitées au *balayage en champ*.

### 3.3 Magnétoimpédance et résonance ferromagnétique

On a vu, plus haut, l'analogie qui existe entre une expérience de magnétoimpédance géante et une expérience de résonance ferromagnétique classique. Les deux reposent sur les mêmes principes physiques et nous permettent d'observer l'absorption résonante d'une onde électromagnétique dans le matériau. Celle-ci se manifeste par un maximum de la partie réelle de l'impédance (liée à l'absorption), correspondant au passage à zéro de la partie imaginaire (liée à la dispersion).

#### 3.3.1 Mesures à champs forts

La figure 3.1 montre l'impédance du fil en fonction du champ magnétique pour des champs relativement élevés (fil longitudinalement saturé) et à plusieurs fréquences distinctes. Les mesures ont été réalisées sur un échantillon de 6,9 mm avec l'analyseur de réseau (HP8510). La composante réelle  $R$  augmente d'abord avec le champ pour ensuite atteindre un maximum avant de décroître. L'intensité des maxima augmente avec la fréquence jusqu'à environ 3 GHz, puis devient constante.

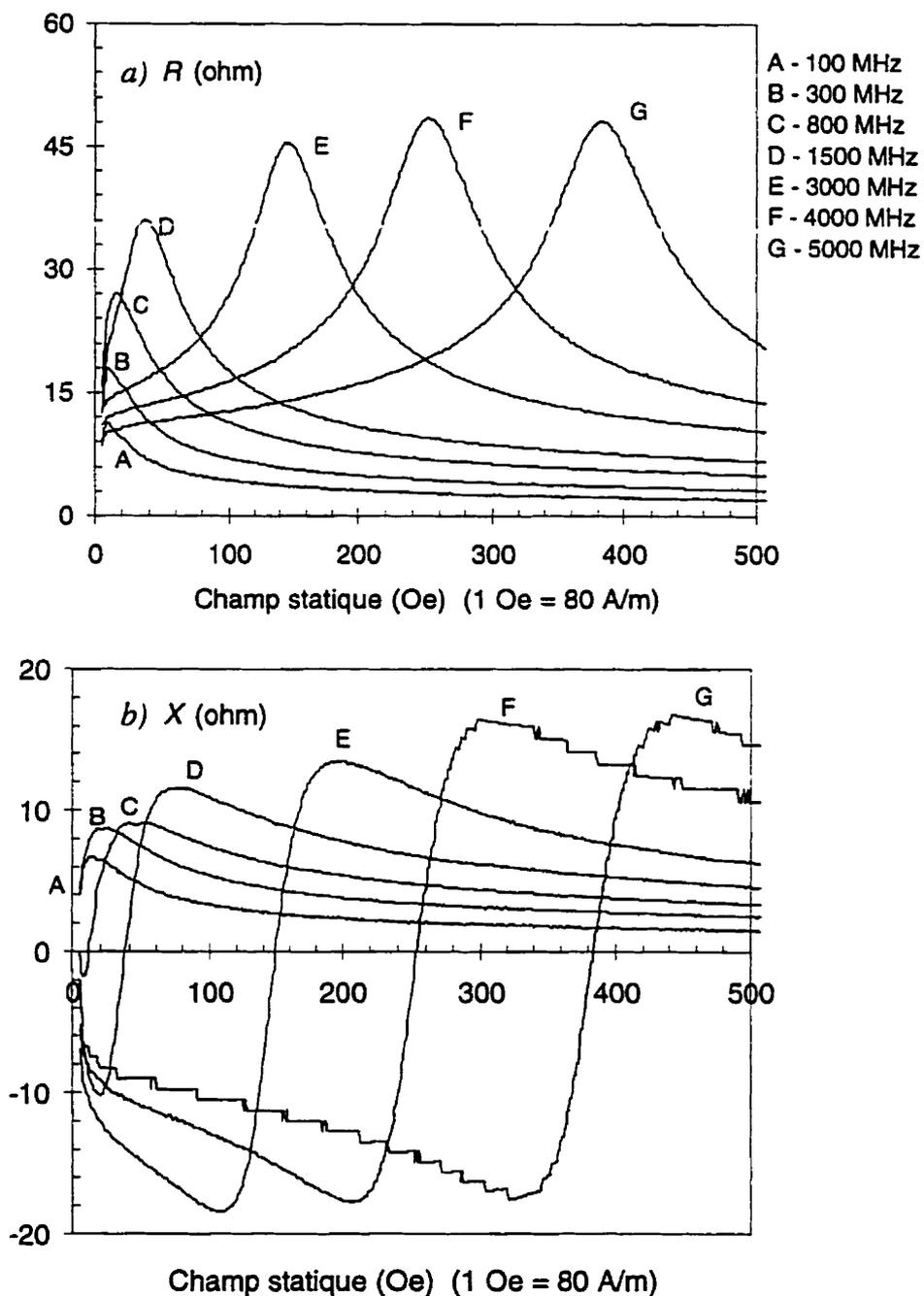


FIG. 3.1 Variation en fonction du champ de (a) la partie réelle  $R$  de l'impédance, et de (b) la partie imaginaire  $X$ , pour un fil de longueur 6,9 mm et de diamètre 125  $\mu\text{m}$ . Les mesures ont été réalisées pour plusieurs fréquences, qui sont identifiées par des lettres en (a). On distingue clairement le comportement résonant pour les fréquences les plus élevées.

Pour les fréquences plus élevées, le caractère résonant des maxima devient plus clair : les pics se déplacent vers les plus hauts champs, tandis que les parties imaginaires traversent l'abscisse. Pour les fréquences les plus faibles sur la figure (100 et 300 MHz), la partie négative de  $X$  est inexistante. Celle-ci apparaît graduellement (800 MHz) à mesure qu'on augmente la fréquence et que les pics sont décalés vers les champs plus élevés.

Le comportement résonant que nous venons de décrire se réfère à un fil longitudinalement saturé, ce qui n'est peut-être pas le cas ici pour les faibles champs. En particulier, si on considère la longueur de l'échantillon (6,9 mm) comparé à son diamètre (125  $\mu\text{m}$ ), les champs démagnétisants peuvent jouer un rôle important, comme il sera discuté plus loin. Or, c'est précisément sur cette région des faibles champs (non saturant) qu'est concentrée la plus grande part de l'effort expérimental qu'on trouve dans la littérature, principalement à cause de la grande variation de l'impédance pour des variations relativement petites du champ magnétique, dans ces régions.

### 3.3.2 Mesures à champs faibles

La variation de l'impédance dans la région des champs magnétiques faibles, est montrée à la figure 3.2 pour cinq fréquences distinctes couvrant plus de cinq décades. Les parties réelles (fig.3.2a) et imaginaires (fig.3.2b) ont été séparées. Les mesures ont été effectuées pour un fil de 17,5 mm sur l'analyseur d'impédance à 100 kHz, 1 MHz et 10 MHz et sur l'analyseur de réseau (HP8753) à 100 MHz et 1 GHz. Une échelle logarithmique a été utilisée pour les parties réelles, pour bien rendre compte des variations d'intensité de  $R$ .

À cette échelle (0 à 4 Oe), on observe un maximum de  $R$  à  $H_0 = 2,4$  Oe, pour les fréquences plus petites ( $f \leq 10$  MHz) ; on démontre plus loin que ce maximum doit correspondre au champ d'anisotropie,  $H_K$ . À mesure qu'on augmente la fréquence, l'amplitude de la partie réelle de l'impédance s'accroît et les maxima deviennent

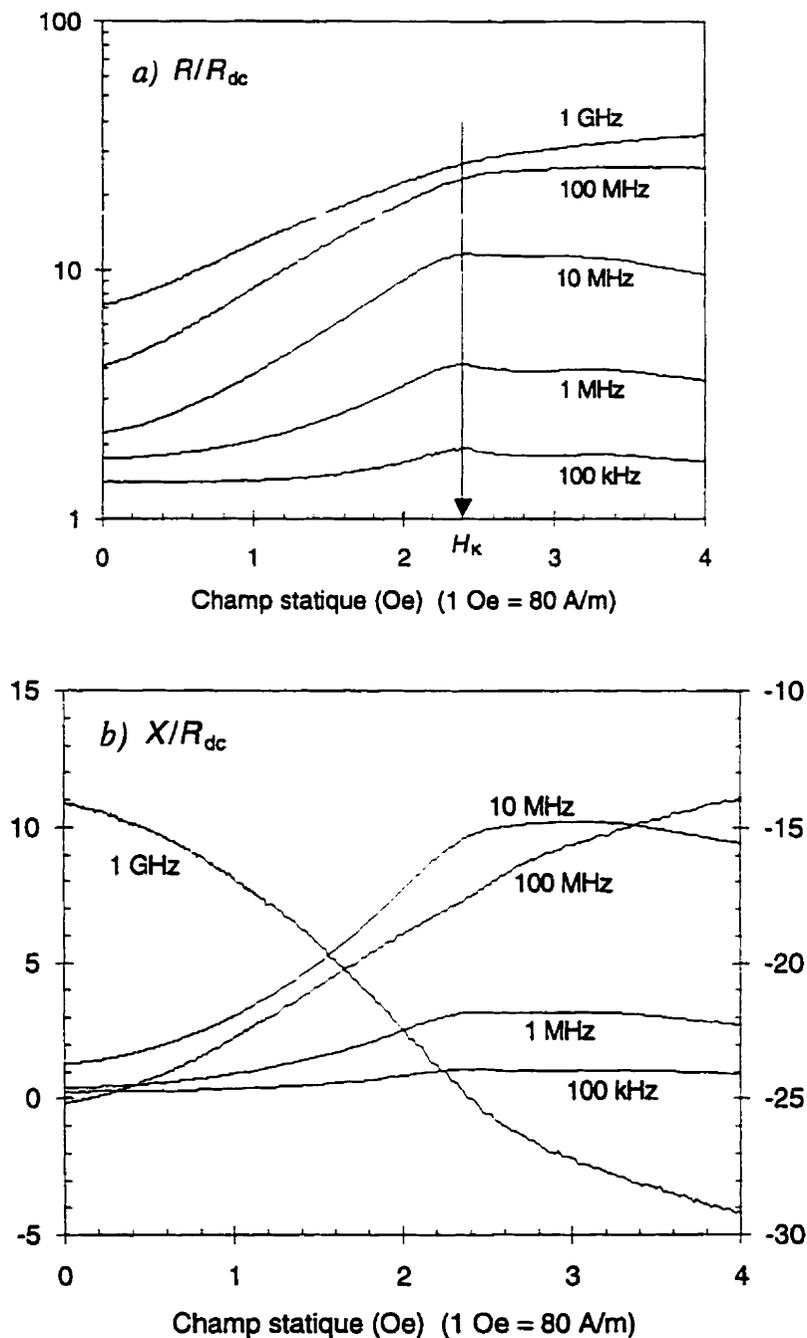


FIG. 3.2 Données expérimentales (a) de la partie réelle et (b) de la partie imaginaire de l'impédance normalisée, pour plusieurs fréquences, et dans les faibles champs. La flèche dans la partie (a) indique le champ d'anisotropie  $H_K$ . La partie imaginaire à 1 GHz, qui montre une réponse négative qui décroît en fonction du champ, se rapporte à l'axe de droite sur la figure (b).

progressivement des inflexions. La partie imaginaire  $X$  montre un comportement semblable à la partie réelle, sauf pour la réponse à 1 GHz, qui est négative (elle se rapporte à l'axe de droite sur la figure) et qui décroît en fonction du champ. Ce comportement particulier tire son origine de la résonance ferromagnétique, comme il apparaît clairement à la figure 3.1.

### 3.4 Analyse des résultats

Comme nous l'avons démontré au chapitre 2, la position et l'intensité des pics de résonance sont susceptibles de nous renseigner sur les paramètres physiques du matériau. D'une part, la condition de résonance approximative pour le mode uniforme, équation (2.8a), est liée à l'aimantation, au facteur  $g$  et au champ d'anisotropie. D'autre part, l'amplitude des pics nous permet d'étudier les phénomènes d'amortissement.

#### 3.4.1 Condition de résonance

Supposons pour le moment que le fil possède une anisotropie rigoureusement circulaire ( $\theta + \psi = \pi/2$ ). Cette hypothèse est en partie justifiée par le recuit en courant que nous avons fait subir aux échantillons. Dans les circonstances, la condition d'équilibre statique (1.9) implique :  $\cos\theta = H_0 / H_K$  pour  $H_0 < H_K$  et  $\cos\theta = 1$  pour  $H_0 > H_K$ . Il s'ensuit que la condition de résonance (2.8a) s'écrit :

$$(1 + L^2) \left( \frac{\omega}{\mu_0 \gamma} \right)^2 = (H_K^2 - H_0^2) (1 + M_s / H_K), \quad (H_0 < H_K), \quad (3.1a)$$

$$(1 + L^2) \left( \frac{\omega}{\mu_0 \gamma} \right)^2 = (H_0 - H_K) (H_0 + M_s), \quad (H_0 > H_K), \quad (3.1b)$$

Pour ce qui suit, on négligera le terme  $L^2$ , qui apporte une correction non-significative.

Considérons le cas où l'échantillon est saturé, ce qui implique ici  $H_0 > H_K$  et  $\theta = 0$ . Connaissant le champ de résonance pour une fréquence donnée, l'expression (3.1b) nous

permet, en principe, de déduire  $M_s$ ,  $\gamma$  (et par conséquent  $g$ ) et  $H_K$ . En effet, (3.1b) peut se mettre sous la forme quadratique

$$(2\pi f)^2 = a H_0^2 + b H_0 + c, \quad (3.2)$$

où

$$a = \mu_0^2 \gamma^2, \quad b = \mu_0^2 \gamma^2 (M_s - H_K), \quad c = -\mu_0^2 \gamma^2 M_s H_K.$$

On mesure d'abord le champ de résonance pour plusieurs fréquences, comme à la figure 3.1, ou la fréquence de résonance pour divers champs statiques. On détermine les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la parabole (3.2) qui correspond le mieux aux données expérimentales ; par exemple, on peut procéder en minimisant l'écart quadratique moyen. Les paramètres seront donnés par

$$\begin{aligned} g &= \sqrt{a} \\ M_s &= \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)} + \frac{b}{2a} \\ H_K &= \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)} - \frac{b}{2a} \end{aligned} \quad (3.3)$$

En pratique, cependant, la précision de la méthode s'avère être assez pauvre. En particulier, l'incertitude sur le coefficient  $a$  est très importante (elle est déterminée par l'écart type du coefficient et peut atteindre typiquement des valeurs de 20 %), ce qui diminue considérablement notre niveau de confiance dans les résultats. Il est donc préférable de compléter les mesures d'impédance par une autre technique.

Si on considère des champs statiques beaucoup plus faibles que l'aimantation à la saturation, ce qui est généralement le cas dans une expérience de magnétoimpédance, on peut alors négliger le terme en  $H_0^2$  dans l'équation (3.2). La caractéristique  $f^2$  vs  $H_0$  prend alors l'aspect d'une droite dont la pente est à peu près égale à :  $(\mu_0 \gamma / 2\pi)^2 M_s$ .<sup>24,30</sup> Si par ailleurs on peut déterminer  $M_s$  par magnétométrie, alors on peut déduire la valeur de  $\gamma$

et donc, du facteur  $g$ . Autrement, l'incertitude sur le facteur  $g$  se propage sur la valeur déterminée de l'aimantation.

De même, pour les basses fréquences ( $f < 10$  MHz), l'équation (3.1b) prédit un maximum de  $R$  (résonance) pour  $H_0 - H_K \cong 0$ , ce qui explique la position à peu près constante des maxima à basses fréquences sur la figure 3.2. Ceux-ci nous permettent notamment d'estimer le champ d'anisotropie :  $H_K \cong 190$  A/m (2,4 Oe), ce qui correspond à une constante d'anisotropie  $K_u = 76$  J/m<sup>3</sup> (760 erg/cm<sup>3</sup>). On rappelle que cette valeur est obtenue en supposant que l'on puisse négliger les champs démagnétisants, qui n'ont pas été pris en compte ici. Une partie du champ statique peut effectivement servir à vaincre les champs démagnétisants, en plus des champs d'anisotropie.

### 3.4.2 Position des pics de résonance

La figure 3.3 montre la condition de résonance (3.1b) en trait plein et la position des pics de résonance de la figure 3.1a. L'aimantation utilisée est  $M_s = 635$  kA/m, déterminée par magnétométrie, le facteur  $g$  est celui de l'électron libre,  $g = 2,0$  et le champ d'anisotropie est 190 A/m (2,4 Oe). L'accord entre les prédictions théoriques et les observations expérimentales est excellent pour les champs forts, mais s'écarte du comportement attendu à plus faibles champs. Cet effet peut être dû en partie aux champs démagnétisants, qui ont été négligés.

Si on suppose que le fil est considéré comme le cas limite d'un ellipsoïde de révolution, alors le champ de désaimantation longitudinal (de direction opposée au champ appliqué) est uniforme et son intensité est donnée par :

$$H_D = N_D M_z. \quad (3.4)$$

Le facteur de désaimantation est approximativement :<sup>48</sup>

$$N_D = \frac{1}{R^2} (\ln 2R - 1) \quad (3.5)$$

où  $R = l/2a$ . Sur les figures 3.1 et 3.3, l'échantillon de diamètre  $125 \mu\text{m}$  avait une longueur de  $6,9 \text{ mm}$ , comparativement à  $17,5 \text{ mm}$  à la figure 3.2, qui a servi à déterminer  $H_K$ .

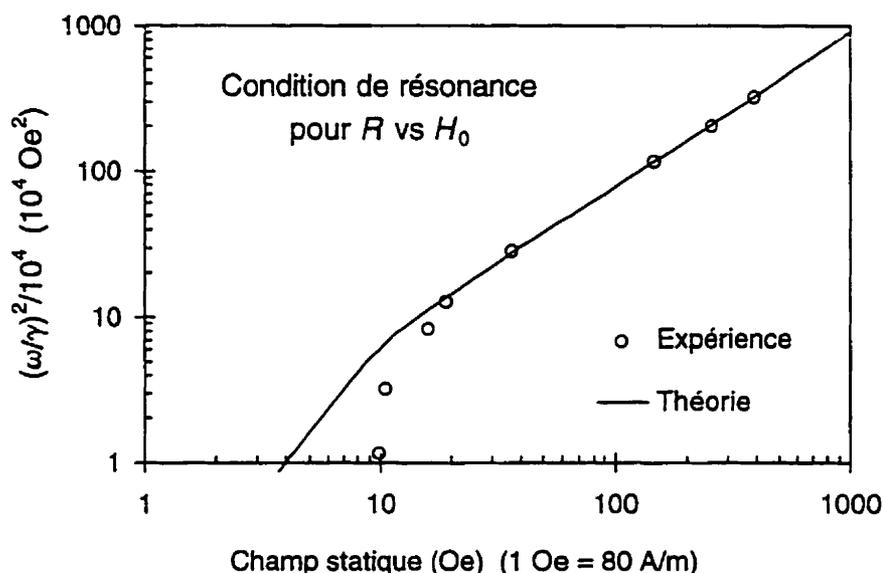


FIG. 3.3 Condition de résonance (3.1b) pour les fils saturés (trait plein) comparée au résultats expérimentaux (position des maxima) de la figure 3.1a(cercles).

On trouve pour l'échantillon plus long de la figure 3.2 :  $N_D = 2,4 \times 10^{-4}$ , et pour l'échantillon plus court de la figure 3.1 :  $N_D = 1,2 \times 10^{-3}$ . De ces valeurs, on déduit des champs de désaimantation à la saturation de  $150 \text{ A/m}$  ( $1.9 \text{ Oe}$ ) et  $760 \text{ A/m}$  ( $9.5 \text{ Oe}$ ) respectivement. Il va de soi que ces valeurs doivent être considérées avec prudence ; elles ne nous procurent, tout au plus, qu'un ordre de grandeur très approximatif des champs impliqués.

En fait, pour un cylindre parfait, les champs de désaimantation deviennent très grands près des extrémités et peuvent être à l'origine de domaines de fermeture. De plus, les extrémités des échantillons qui ont été coupés à la pince peuvent montrer une surface

assez irrégulière. De même, la présence de domaines magnétiques ou d'inhomogénéités - par exemple la rugosité de la surface du fil - peuvent occasionner des champs de désaimantation inhomogènes. Cette incertitude sur  $H_D$  se propage évidemment sur les valeurs des paramètres déduits des mesures, en particulier sur  $H_K$ .

Il apparaît des résultats de la figure 3.3 que pour des champs plus élevés que 160 A/m (20 Oe), les pics de résonance suivent bien le comportement théorique. Ce résultat est aussi confirmé par la figure 3.4, qui montre la condition de résonance pour le même échantillon, mais à partir d'une expérience de MIG en balayage en fréquence ( $Z$  vs  $f$ ) et pour des champs plus élevés. Signalons que plus les champs sont élevés, moins les incertitudes sur  $H_K$  et  $H_D$  ont d'importance.

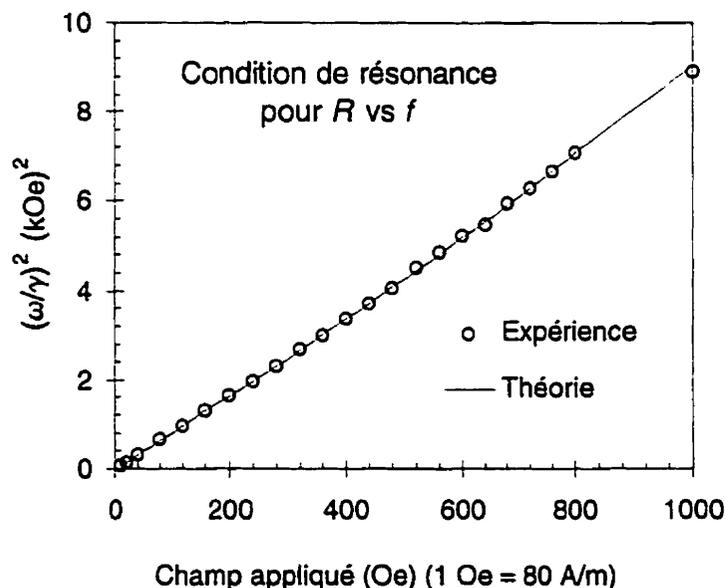


FIG. 3.4 Condition de résonance, équation (3.1b), pour les fils saturés (trait plein) comparée au résultats expérimentaux (position des maxima) pour une expérience de MIG de balayage en fréquence (cercles).

La courbe théorique, à la figure 3.4, a été calculée à partir de  $M_s = 635$  kA/m et  $H_K = 190$  A/m (2,4 Oe), comme à la figure 3.3. Le grand nombre de points expérimentaux

pour des champs élevés, nous permet de raffiner l'estimation de la valeur du facteur  $g$ , on trouve  $g = 2.01$ . La différence de 0,5 % avec la valeur  $g = 2.0$ , trouvée précédemment, n'est pas jugée significative.

### 3.4.3 Impédance à champs forts

La figure 3.5 montre un bon accord entre la théorie et l'expérience pour l'impédance du fil à 5 GHz. Les paramètres utilisés pour le calcul sont résumés au tableau 3.1. Les valeurs de  $M_s$  et  $\sigma$  ont d'abord été mesurés indépendamment. Le champ  $H_k$  a ensuite été estimé de la position des pics à basses fréquences sur la figure 3.2a, et la direction de l'anisotropie a été supposée circonférencielle à cause du recuit par courant..

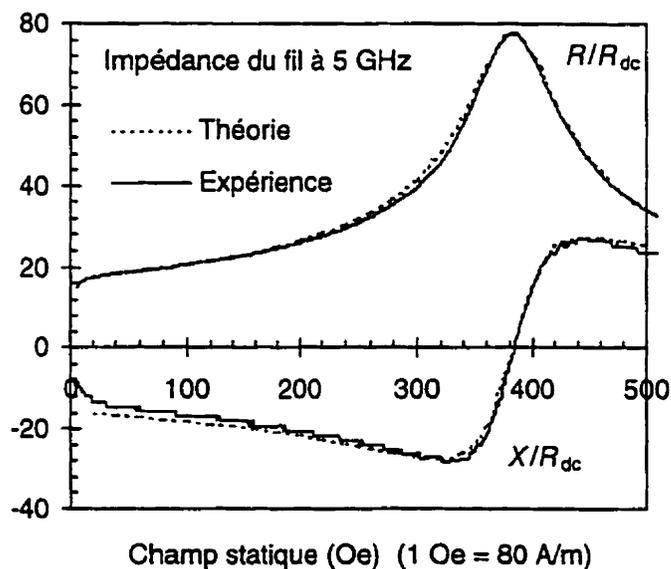


FIG. 3.5 Comparaison entre la théorie et l'expérience pour la MIG mesurée à 5 GHz (courbe G de la figure 3.1a).

Le facteur  $g = 2,0$  a été déduit de la condition de résonance aux figures 3.3 et 3.4 (avec  $M_s = 635$  kA/m, mesuré au MEV), et la constante d'amortissement  $\lambda$  s'obtient - par l'équation (2.20) - de l'intensité du maximum à 5 GHz, (courbe G de la figure 3.1a). La

constante d'échange  $A$ , pour un matériau amorphe typique, varie entre  $1 \times 10^{-12}$  et  $10 \times 10^{-12}$  J/m.<sup>2</sup> En l'absence de valeur expérimentale, nous avons choisi arbitrairement la valeur médiane  $5,0 \times 10^{-12}$  J/m.

La figure 3.5 démontre de façon concluante le succès de la méthode, du moins pour les hyperfréquences et les champs statiques élevés. Dans ces conditions, l'échantillon saturé possède une structure mono-domaine axiale, et les champs d'anisotropie ou les champs démagnétisants sont petits par rapport au champ appliqué. De plus, les valeurs précises du champ d'anisotropie et de la constante d'échange sont secondaires ici, leur influence sur la forme des courbes étant négligeable à 5 GHz.

TABLEAU 3.1 Constantes physiques du fil de composition  $\text{Co}_{68,15}\text{Fe}_{4,35}\text{Si}_{12,5}\text{B}_{15}$

<i>Paramètres</i>	<i>MKSA</i>	<i>cgs</i>	<i>Paramètres</i>	<i>MKSA</i>	<i>cgs</i>
Aimantation à saturation	$M_s$ (kA/m) 635	$M_s$ (emu/cm <sup>3</sup> ) 635	Induction à saturation	$\mu_0 M_s$ (Tesla) 0,798	$4\pi M_s$ (Gauss) 7980
Conductivité électrique	$\sigma$ ( $\Omega\text{m}$ ) <sup>-1</sup> $0,763 \times 10^6$	$\sigma$ (sec) $0,686 \times 10^{16}$	Résistivité électrique	$\rho$ ( $\Omega\text{m}$ ) $1,31 \times 10^{-6}$	$\rho$ (sec) <sup>-1</sup> $1,46 \times 10^{-16}$
Constante d'échange	$A$ (J/m) $5,0 \times 10^{-12}$	$A$ (erg/cm) $5,0 \times 10^{-7}$	Constante de relaxation	$\lambda/2\pi$ (MHz) 36	$\lambda/2\pi$ (MHz) 36
Rapport gyro-magnétique	$\mu_0 \gamma/2\pi$ (Hz m/A) $352 \times 10^6$	$\gamma/2\pi$ (Hz/Oe) $2,80 \times 10^6$	Facteur g	$g$ 2,0	$g$ 2,0
Constante d'anisotropie	$K_u$ (J/m <sup>3</sup> ) 76	$K_u$ (erg/cm <sup>3</sup> ) 760	Champ d'anisotropie	$H_K$ (A/m) 190	$H_K$ (Oe) 2,4
Direction de l'axe facile	$\theta + \psi$ (rad) $\pi/2$	$\theta + \psi$ (rad) $\pi/2$	Diamètre du fil	$2a$ ( $\mu\text{m}$ ) 125	$2a$ ( $\mu\text{m}$ ) 125

Il convient maintenant d'examiner la MIG à champs faibles, c'est-à-dire dans des conditions où les inhomogénéités du champ effectif interne prennent de plus en plus d'importance à mesure que le champ statique diminue.

### 3.4.4 Intensité des pics de résonance

La figure 3.6 montre l'intensité des maxima de  $R/R_{dc}$ , en fonction de la fréquence de résonance. Le trait horizontal A représente la limite théorique supérieure de l'amplitude, définie par l'équation (2.20), due au paramètre d'amortissement  $\lambda$  (paramètre réduit  $L$ ) de  $LL$ . Le trait B, défini par (2.21), correspond à la limite imposée par les effets d'échange-conductivité.<sup>29</sup>

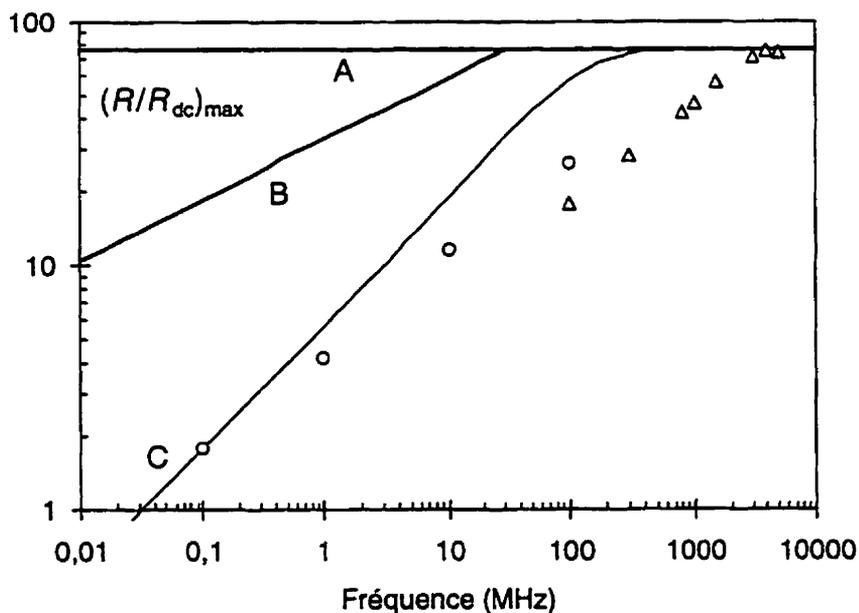


FIG. 3.6 Intensité des pics  $(R/R_{dc})_{max}$ , en fonction de la fréquence de résonance. Le trait A représente la limite théorique définie par l'équation (2.20) (effet de  $L$ ); le trait B correspond à la limite imposée par (2.21) (effet de  $E$ ); le trait C montre l'effet de l'introduction d'un temps de relaxation. Les triangles se rapportent aux maxima de la figure 3.1a, tandis que les cercles correspondent à ceux de la figure 3.2.

Les paramètres utilisés sont résumés au tableau 3.1. Les symboles triangulaires se rapportent aux maxima de la figure 3.1a, tandis que les symboles circulaires correspondent à ceux de la figure 3.2. Le faible écart entre les valeurs mesurées à 100 MHz par les deux techniques est plutôt satisfaisant, considérant qu'un des échantillons (fig. 3.1) n'est qu'un segment prélevé sur l'autre (fig. 3.2).

Les courbes A et B nous permettent de prédire que l'amplitude de l'impédance devrait atteindre son maximum théorique (intersection de A et B) à partir de  $f = 30$  MHz, alors qu'en pratique on trouve ce maximum aux alentours de 3 GHz. La courbe C montre l'effet de l'introduction d'un temps de relaxation de Bloch-Bloembergen, tel que discuté à la fin du chapitre 2. Les paramètres pour C sont ceux du tableau 3.1, excepté  $\lambda/2\pi$  qui est réduit à 20 MHz et que nous y avons ajouté un temps de relaxation de Bloch-Bloembergen,  $\tau = 1,0 \times 10^{-7}$  s.

On constate que les points expérimentaux dans les basses fréquences - et par conséquent les faibles champs - sont très en dessous de leur limite théorique (A et B). Deux questions s'imposent ici : quels sont les mécanismes physiques qui donnent lieu à ces effets d'amortissement, et quelle est la meilleure façon de les décrire ? Ces deux questions se situent au cœur du problème de la modélisation de la magnétoimpédance. L'introduction d'un temps de relaxation, illustré par la courbe C, peut constituer un élément de réponse. D'autres possibilités seront examinées dans ce qui suit.

### 3.4.5 Impédance à champs faibles

Nous avons démontré (fig. 3.5) que le modèle est adéquat pour les champs et les fréquences relativement élevés. Lorsqu'on considère des fréquences plus petites à champs plus faibles, le modèle ne décrit plus aussi bien les courbes observées. L'impédance en fonction du champ est montrée pour une fréquence de 10 MHz à la figure 3.7. La courbe expérimentale reproduit un cycle complet : de 4 Oe, le champ a été d'abord réduit

progressivement jusqu'à  $-4$  Oe, puis ensuite de nouveau augmenté à  $4$  Oe. Seule la partie droite du cycle est montrée ( $H_0 > 0$ ). La haute résolution en champ des mesures nous a permis ici de montrer l'existence de discontinuités sur l'impédance à  $\pm 60$  A/m ( $0,75$  Oe).

Les flèches sur la figure 3.7b montrent le détail du cycle correspondant au sens du balayage en champ. La répétition des cycles nous a permis de vérifier la reproductibilité de ce comportement bi-stable. À la figure 3.2a, seule la branche descendante ( $+4$  à  $0$  Oe) a été montrée. Comme les sauts apparaissent de façon consistante pour les mêmes champs, ils doivent refléter des aspects reproductibles de la structure en domaine. Nous avons vérifié que les sauts correspondent à des sauts de Barkhausen sur les courbes d'aimantation (fig. 3.9).

Ceux-ci peuvent constituer un indice de la présence d'une structure magnétique qui consiste en un noyau cylindrique d'aimantation axiale qui montre un comportement bi-stable caractéristique.<sup>19,22,27</sup> À la saturation, l'aimantation du noyau est alignée suivant le champ statique. Le champ est ensuite diminué pour éventuellement s'annuler et devenir négatif, jusqu'à atteindre un seuil critique pour lequel l'aimantation du noyau est renversée dans la direction opposée. Le changement brusque de la distribution de l'aimantation se reflète par des sauts dans les courbes de MIG. Puis le champ magnétique sature l'échantillon dans la direction négative et l'histoire peut se répéter dans l'autre sens.

À première vue, cette façon de concevoir l'évolution de la structure magnétique peut sembler paradoxale. En effet, à  $10$  MHz, la profondeur de pénétration est petite par rapport au rayon du fil et la magnétoimpédance est déterminée par une région près de la surface du fil. Si on veut attribuer les sauts de Barkhausen à l'inversion du noyau interne, alors on doit conclure qu'il existe un couplage entre le noyau et la région externe, qui est responsable de l'impédance observée. À champ nul, ce couplage pourrait avoir l'effet

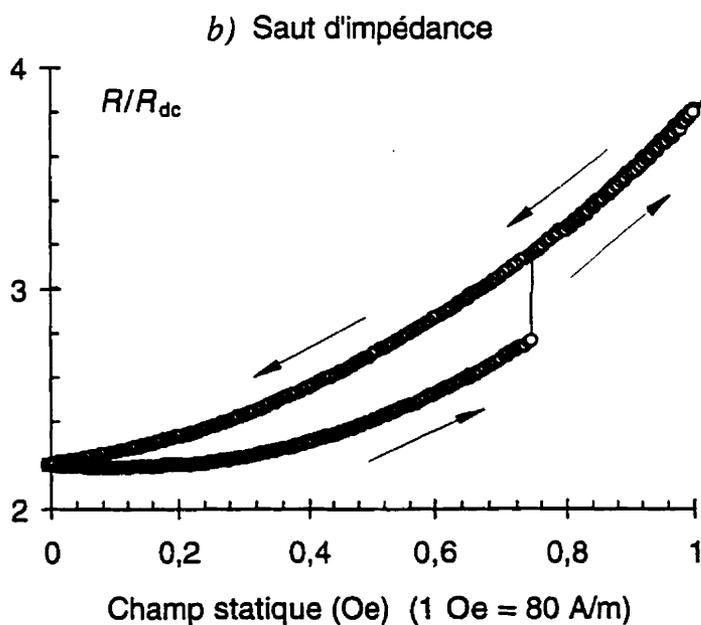
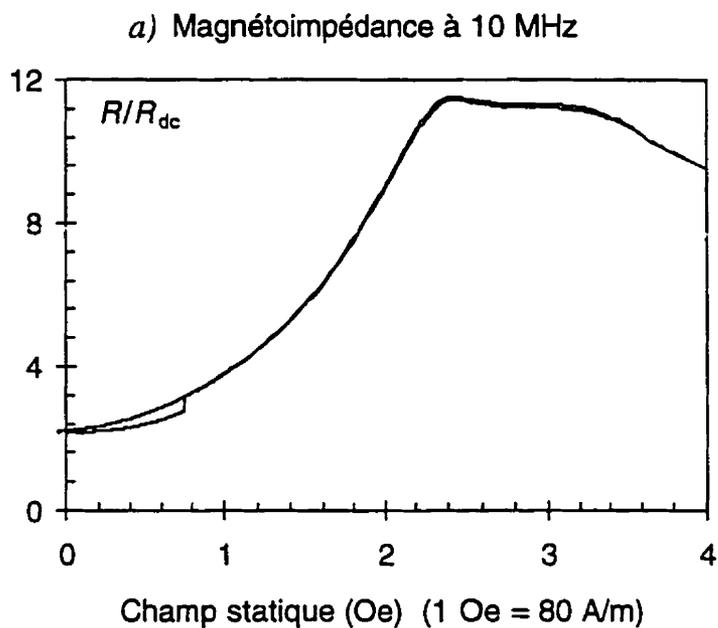


FIG. 3.7 Variation expérimentale de  $R/R_{dc}$  en fonction du champ magnétique, pour de faibles champs. (a) Comportement général et (b) détail du saut à 0,75 Oe. En (b), les flèches montrent le sens du balayage en champ et les points expérimentaux sont montrés de façon explicite.

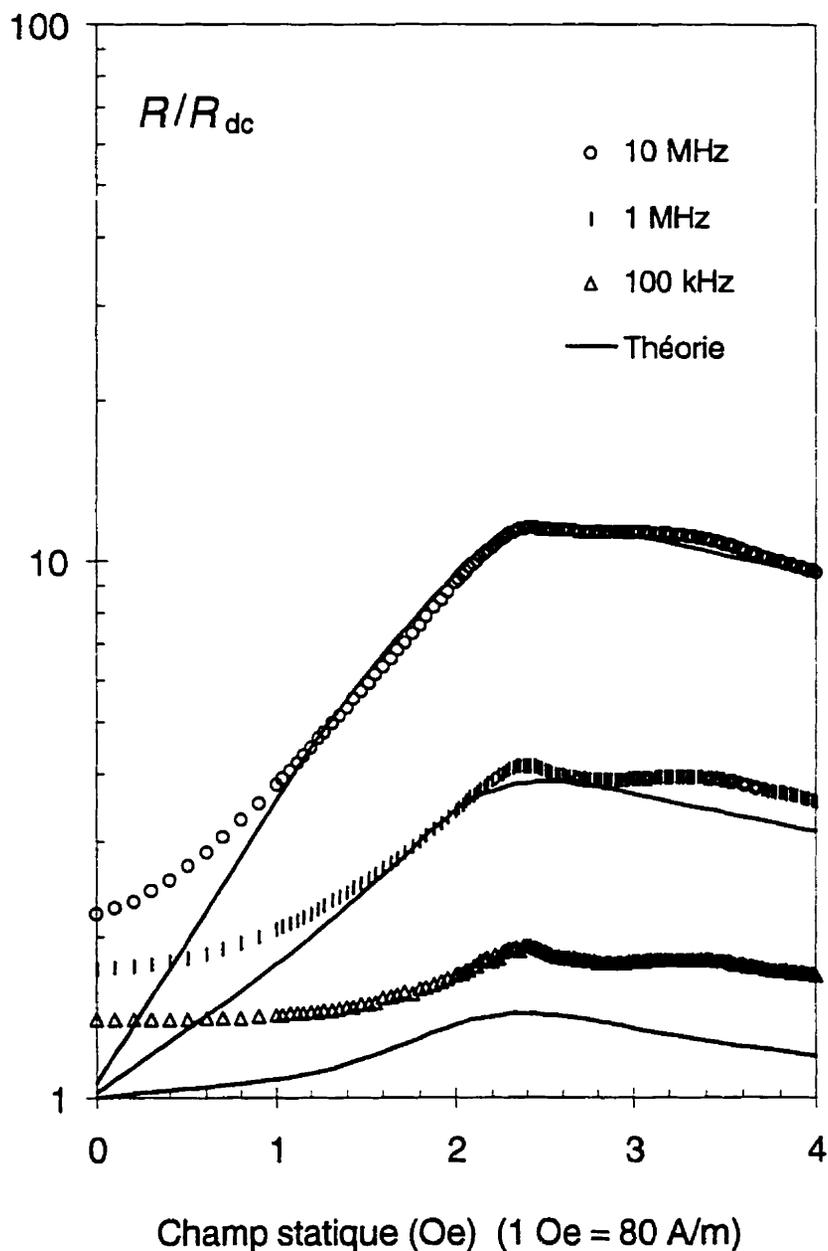


FIG. 3.8 Modélisation de la MIG dans les champs faibles. Les données expérimentales sont celles de la figure 3.2b (échantillon de 17,5 mm) qui ont été mesurées avec l'analyseur d'impédance. Le modèle suppose une anisotropie hélicoïdale avec l'axe facile incliné de 5 degrés par rapport à la direction circonférencielle, une constante d'amortissement de Landau-Lifshitz et un temps de relaxation de Bloch-Bloembergen.

d'incliner légèrement l'axe d'anisotropie circonférenciel vers l'une ou l'autre des extrémités du fil ( $\theta + \psi \neq \pi/2$ ), suivant la direction axiale du noyau bi-stable.

Or, comme on l'a vu précédemment, la direction de l'anisotropie influe sur la forme des courbes. La figure 3.8 montre la comparaison entre la théorie et l'expérience à faibles champs, pour  $R/R_{dc}$  (résultats de la figure 3.2a), dans les fréquences modérées. Les paramètres sont ceux du tableau 3.1 à l'exception de :

$$\tau = 1.0 \times 10^{-8} \text{ s} ; \lambda/2\pi = 20 \text{ MHz} ; \quad (3.6a)$$

$$H_K = 160 \text{ A/m (2,0 Oe)} ; \theta + \psi = 85 \text{ degrés.} \quad (3.6b)$$

Les paramètres de relaxation (3.6a) ont été choisis conjointement de façon à satisfaire l'amplitude constante des pics à champs forts ( $R/R_{dc} = 75$ ). La direction de l'anisotropie (axe facile) a été inclinée de 5 degrés par rapport à la direction circonférencielle.

La théorie rend compte assez bien de l'amplitude des courbes, mais sous-estime l'impédance pour  $H_0 < 1 \text{ Oe}$ , pouvant donner une indication de la présence de composantes axiales non nulles de l'aimantation à  $H_0 = 0$ . Le choix des paramètres (3.6b), un peu arbitraire sans doute, sert à illustrer une combinaison plausible des variables pour décrire le comportement observé. Étant donné le nombre élevé de paramètres ajustables, nous pouvons sûrement imaginer d'autres combinaisons possibles.

### 3.4.6 Courbes d'aimantation

Le choix des paramètres  $H_K$  et  $(\theta + \psi)$  détermine - par la condition d'équilibre statique (1.9) - l'aimantation longitudinale :  $M_z = M_s \cos\theta$ . La figure 3.9a montre la branche descendante de la courbe d'hystérésis, pour l'échantillon de 17,5 mm, mesurée sur le magnétomètre à échantillon vibrant. Le résultat expérimental est comparé à la théorie pour les paramètres  $H_K = 190 \text{ A/m (2,4 Oe)}$  et  $\theta + \psi = 90^\circ$  (utilisés à la fig. 3.5);

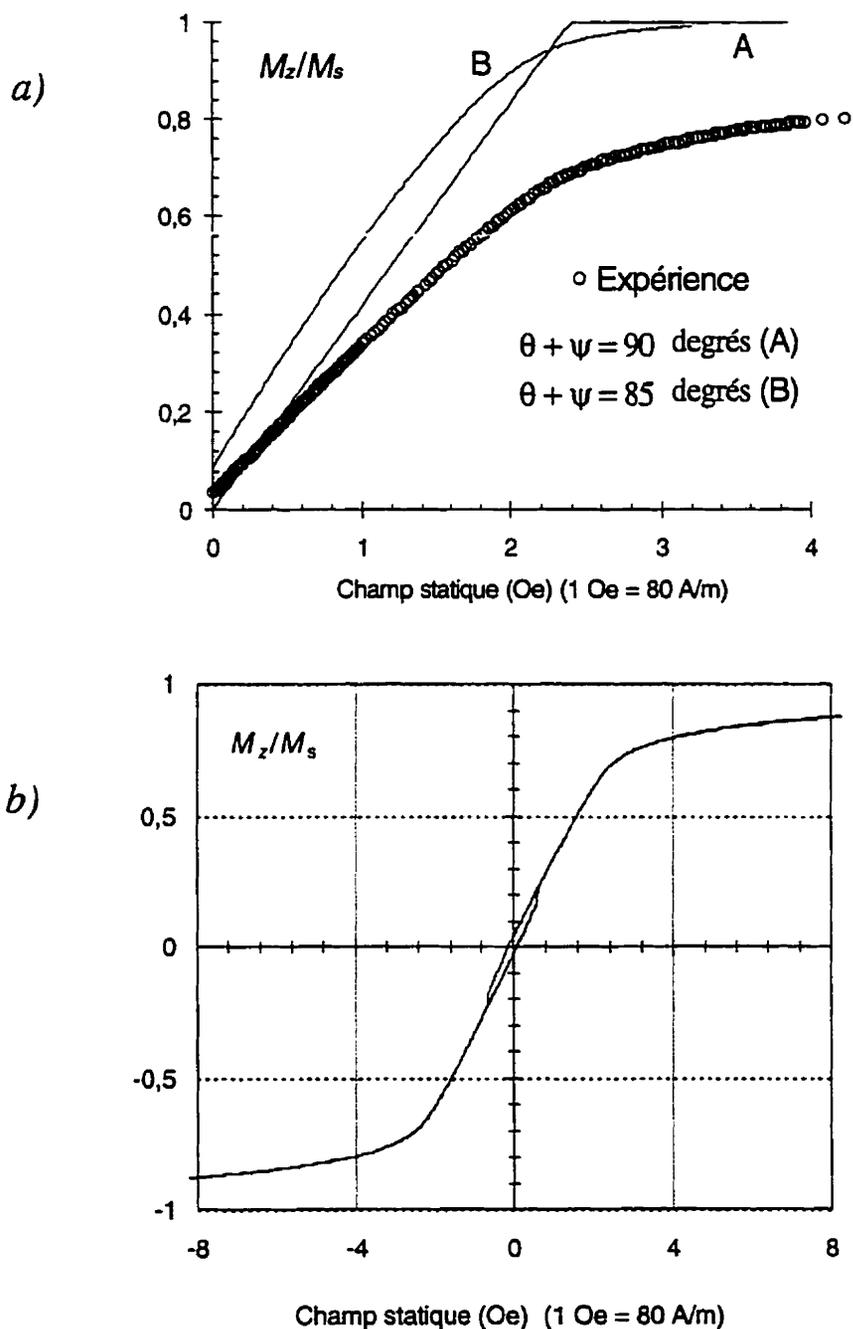


FIG. 3.9 (a) La courbe expérimentale d'aimantation longitudinale réduite est comparé à la théorie pour (A)  $H_K = 190$  A/m et  $\theta + \psi = 90^\circ$  (v. fig. 3.5) et pour (B)  $H_K = 160$  A/m et  $\theta + \psi = 85^\circ$  (v. fig. 3.8). (b) Le cycle d'hystérésis complet montre des sauts de Barkhausen et une approche lente à la saturation.

et  $H_K = 160 \text{ A/m}$  (2,0 Oe) et  $\theta + \psi = 85^\circ$  (utilisés à la figure 3.8). Le cycle d'hystérésis complet, à la figure 3.9b, montre de petits sauts de Barkhausen, qui correspondent bien aux sauts observés sur les courbes de MIG (fig. 3.7).

Ces courbes d'aimantation démontrent bien que le modèle idéal, proposé au chapitre 1, pour la structure magnétique est trop simple pour décrire le comportement observé de façon adéquate. En particulier, le comportement bi-stable de l'aimantation, montrant des sauts de Barkhausen, supporte la présence d'un noyau interne à aimantation axiale qui commute pour des champs de  $H_0 = \pm 60 \text{ A/m}$ . Néanmoins, l'absence (ou presque) d'hystérésis et la dépendance linéaire de l'aimantation en fonction du champ (pour  $H_0 < 2 \text{ Oe}$ ) reflètent bien une anisotropie à prédominance transverse, qui mène à une aimantation longitudinale du fil dominée par la rotation des moments.

De même, la faible amplitude des sauts démontre une faible dimension du noyau interne,<sup>22,27</sup> justifiant a posteriori l'approximation faite au chapitre 1 de négliger les fonctions de Bessel de deuxième espèce dans la région externe du fil.

De plus, on remarque une approche lente à la saturation : alors qu'on s'attend à ce que l'échantillon soit pratiquement saturé pour des champs magnétiques légèrement plus élevés que le champ d'anisotropie, on trouve à  $H_0 = H_K$  une valeur de  $M_z/M_s = 70 \%$ , seulement. L'approche lente à la saturation pourrait s'expliquer, entre autres, par une forte anisotropie locale de type aléatoire. Cette dispersion spatiale des propriétés a pour effet de soumettre chaque élément de volume local du fil à un champ effectif différent, ce qui a pour effet de diminuer l'intensité et d'élargir les pics de résonance.

Or, le modèle peut être modifié pour prendre en compte la dispersion de l'intensité ou de la direction du champ d'anisotropie. En effet, pour un champ et une fréquence donnés, nous pouvons évaluer l'impédance  $Z$  en fonction de l'intensité du champ d'anisotropie  $H_K$ , et de sa direction ( $\theta + \psi$ ). On peut tenir compte de la dispersion de l'anisotropie en multipliant  $Z(H_K, \theta + \psi)$  par une fonction de distribution normalisée de

l'intensité ou de la direction du champ d'anisotropie (par exemple une gaussienne), et en intégrant sur l'intervalle de variation correspondant.<sup>49</sup> Soit par exemple :

$$Z = \int_{\Delta} g(\mathbf{H}_K) Z(\mathbf{H}_K) d\mathbf{H}_K, \quad (3.7)$$

où  $\Delta$  est l'intervalle sur lequel peut varier  $\mathbf{H}_K$ , et  $g(\mathbf{H}_K)$  représente la fonction de distribution.

### 3.4.7 Effets du courant

Avant de conclure ce chapitre, nous devons rappeler que notre modèle est restreint, par hypothèse, aux courants suffisamment faibles pour pouvoir se placer dans une approximation de petits signaux (v. chap. 1). Dans ces conditions, l'impédance est linéaire, ou de façon équivalente, l'impédance est indépendante du courant. La figure 3.10 montre la partie réelle de l'impédance en fonction de l'amplitude du courant

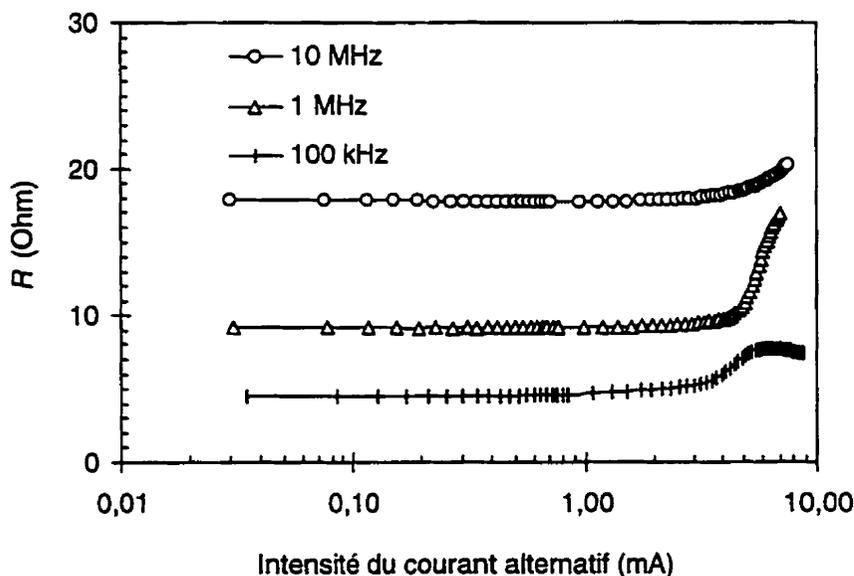


FIG. 3.10 Partie réelle de l'impédance du fil de CoFeSiB en fonction de l'intensité du courant alternatif qui circule dans le fil, pour trois fréquences. Le champ statique est nul.

alternatif dans le fil pour trois fréquences. On voit apparaître des effets non linéaires pour des courants d'environ  $i = 4 \text{ mA}_{pp}$ , qui correspondent à des champs magnétiques circonférenciels maximum (à la surface du fil) de  $(h_\varphi)_{\max} = 10 \text{ A/m}$  (0,13 Oe).

Il apparaît, de notre expérience, que le cas le plus favorable à l'apparition d'une réponse non-linéaire est l'utilisation d'un courant relativement fort ( $i > 4 \text{ mA}$ ), mais de fréquence petite ( $f < 100 \text{ kHz}$ ) et un champ appliqué petit ( $H_z < 1 \text{ Oe}$ ). Si ces effets sont trop prononcés, la définition de l'impédance, en tant que rapport entre un signal et sa réponse linéaire, perd éventuellement son sens. Il est sans doute intéressant de noter que plusieurs études sur la MIG se placent dans ces conditions, qui rendent plus difficile la modélisation du phénomène. L'omission de l'approximation linéaire (petits signaux) dans notre calcul, tout en étant possible, entraîne des complications sérieuses pour l'analyse.

### 3.5 Sommaire et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons appliqué les idées développées dans les deux premiers chapitres afin de tester le modèle sur des fils de CoFeSiB. Comme toujours, l'application d'un modèle théorique idéal à un matériau réel (non idéal) pose des problèmes. Entre autres, comment déterminer si les écarts entre la théorie et l'expérience sont dus aux insuffisances de la théorie, aux imperfections de l'échantillon, ou à une combinaison des deux ?

Nous avons d'abord constaté que le modèle rend bien compte de la position des maxima en fonction de la fréquence et du champ (fig. 3.3 et fig. 3.4). Quant à la forme et à l'intensité des courbes, l'accord entre la théorie et l'expérience est bon dans le domaine des hautes fréquences et des hauts champs, mais devient moins satisfaisant pour les faibles champs et les faibles fréquences. Il est évident, toutefois, malgré l'allure différente des courbes à faibles champs et basses fréquences, que l'origine physique du phénomène demeure la même que pour les champs forts et hautes fréquences.

Nous avons suggéré que la cause du désaccord entre la théorie et l'expérience à faibles champs réside dans les inhomogénéités des échantillons, qui se manifestent par une dispersion spatiale des champs effectifs internes. Cette hypothèse est supportée par l'approche lente à la saturation des courbes d'hystérésis et par l'aplatissement des pics de résonance aux faibles champs. Nous avons aussi soulevé le problème des champs démagnétisants, sans pour autant lui apporter une solution claire.

Enfin, nous avons démontré les possibilités énormes de l'effet de MIG en tant qu'outil de caractérisation des matériaux magnétiques. De façon générale, l'accord entre la théorie et l'expérience est tout de même remarquable, en particulier aux figures 3.3 et 3.4 pour les conditions de résonance (position des pics), et surtout pour la figure 3.5, qui compare les données expérimentales avec le modèle, à 5 GHz. En fait, considérant les écarts évidents (fig. 3.9) qui existent entre la structure réelle des échantillons et leur modèle idéal, on devrait peut-être même s'étonner d'un tel succès !

## Conclusion :

### Contributions originales et extensions du modèle

Nous avons établi les bases solides d'un modèle général pour la magnéto-impédance géante dans les conducteurs magnétiques cylindriques. La méthode - qui consiste à établir et à résoudre les relations de dispersion du matériau, suivi par la satisfaction des conditions frontières - a d'abord été exposée au chapitre 1, puis discutée au chapitre 2 et enfin confrontée à l'expérience au chapitre 3. La théorie nous donne l'impédance d'un fil magnétique anisotrope en fonction de ses paramètres : l'aimantation à la saturation,  $M_s$ , la conductivité,  $\sigma$ , la constante d'échange,  $A$ , le rapport gyromagnétique,  $\gamma$ , la grandeur et la direction du champ d'anisotropie uniaxiale,  $H_a$ , et les constantes d'amortissement phénoménologiques,  $\lambda$  et  $\tau$ .

L'exposé théorique apporte un complément significatif à la méthode classique de modélisation des effets électromagnétiques dans les métaux. D'une part, nous avons généralisé le calcul classique aux conducteurs cylindriques anisotropes. D'autre part, nous avons considéré une configuration générale où le champ magnétique alternatif comporte une composante parallèle à l'aimantation, ce qui implique qu'on doit ajouter un mode non-magnétique aux trois modes magnétiques habituels pour satisfaire les conditions frontières.

Nous avons considéré une approximation linéaire (faible courant) dans un fil sans structure en domaines, dont l'anisotropie magnétique uniaxiale est hélicoïdale, ce qui nous a permis d'obtenir une solution analytique complète pour l'impédance. Nous avons ensuite proposé des approximations pour simplifier les calculs, et discuter les mécanismes physiques de la MIG. Une attention spéciale a été accordée aux effets d'échange-

conductivité, qui doivent être inclus dans le modèle, en particulier dans la gamme des basses fréquences.

Nous avons aussi testé notre modèle sur un fil amorphe de CoFeSiB. La théorie rend bien compte de l'aspect général des courbes expérimentales, entre autres de la position des maxima en fonction de la fréquence et du champ. Quant à la forme et à l'amplitude des courbes, l'accord entre la théorie et l'expérience est excellent dans le domaine des hautes fréquences et des hauts champs, mais devient moins satisfaisant pour les faibles champs et les faibles fréquences.

Or, nous avons montré que la structure magnétique proposée s'avère inadéquate pour bien décrire les courbes d'aimantation du matériau. En particulier, nous avons suggéré que la dispersion du champ effectif interne due à la présence de divers types d'inhomogénéités - par exemple, la variation spatiale des contraintes résiduelles - peut modifier considérablement l'impédance du fil. Nous avons donc montré comment notre modèle peut être modifié pour prendre en compte la dispersion de l'intensité ou de la direction du champ d'anisotropie.

Néanmoins, avant de procéder à cette étape de la modélisation, nous croyons devoir nous assurer que le modèle est suffisamment robuste pour décrire l'impédance d'une structure idéale, pouvant rendre justice à tous les mécanismes physiques susceptibles de prendre part au phénomène. L'utilisation trop hâtive de l'hypothèse de la dispersion de l'anisotropie risque de décrire n'importe quelle expérience, sans nécessairement bien expliquer la physique sous-jacente. Par exemple, si certains mécanismes sont négligés - comme les effets d'échange-conductivité - la dispersion de l'anisotropie devra alors être surestimée pour compenser pour ces effets.

Dans ce travail nous avons invoqué divers mécanismes, autres que la dispersion de l'anisotropie, pour expliquer l'aplatissement des maxima de MIG dans les faibles champs. Entre autres, nous avons montré que l'utilisation d'un temps de relaxation - en plus de la constante  $\lambda$  qui décrit les mécanismes d'amortissement intrinsèques - ou d'un axe facile

qui n'est pas rigoureusement circonférenciel conduit à un meilleur accord entre la théorie et l'expérience. Ce temps de relaxation pourrait, notamment, décrire des mécanismes de relaxation attribuables au processus deux magnons.<sup>50,51</sup> Ceux-ci peuvent jouer un rôle important dans la réduction de l'intensité de l'impédance au voisinage de la résonance. Des calculs de  $\lambda$  et de  $\tau$  basés sur une théorie microscopique,<sup>47,50,51</sup> afin de déterminer l'importance relative de ces mécanismes, constituent une des suites logiques de ce travail.

On rappelle aussi que nous avons utilisé la condition de surface des spins libres dans notre calcul. On peut inclure d'autres conditions frontières sur l'aimantation, afin de prendre en compte l'existence d'une énergie d'anisotropie de surface.<sup>38,41</sup> Certains spécialistes<sup>52</sup> pensent qu'on devrait plutôt considérer, pour ce type d'échantillon, une condition de spins figés, alors que d'autres<sup>53</sup> prétendent que de toute façon, ces effets modifieront très peu la réponse théorique. Quoi qu'il en soit, il existe dans la littérature quelques évidences d'une forte anisotropie en surface du fil, peut-être d'origine magnétostatique dû à la rugosité de la surface ou alternativement, dû à l'oxydation de la surface; autant de questions qui devront être éclaircies dans les travaux à venir.

Une analyse de Fraitovà,<sup>38</sup> qui a développé des expressions simplifiées, qui incluent l'anisotropie de surface pour l'impédance de surface des couches métalliques dans le cadre d'expériences de résonance ferromagnétique, peuvent être utiles ici comme point de départ. On peut aussi se référer à la discussion de Quach et al.,<sup>54</sup> qui ont analysé et mesuré l'anisotropie de surface de couches cristallines de Ni-Co.

Il convient enfin d'insister sur le fait que le cadre théorique, qui est défini par les équations (1.1) et (1.2), est général. Par *cadre théorique général* nous entendons dans ce qui suit : si on connaît précisément la structure magnétique d'un échantillon (ou de façon équivalente, la distribution spatiale de l'énergie libre dans l'échantillon), on peut alors calculer son impédance en résolvant les équations (1.1) et (1.2). Cependant, qu'on sache comment résoudre le problème n'implique pas nécessairement qu'on soit capable de le résoudre !

En effet, de sérieuses complications peuvent survenir à faibles champs où les échantillons peuvent présenter une structure en domaines complexe. Dans ces circonstances, l'impédance, qui est reliée à la perméabilité, peut être associée au mouvement des parois de domaine. Or, une paroi de domaine qui bouge est le résultat de la précession des moments magnétiques entre deux régions d'aimantation d'orientation distincte, ce qui est en principe régie par l'équation de Landau-Lifshitz (1.2). Dans les cas les plus simples, cette équation peut même se transformer en une équation pour les parois de domaine.

Les travaux sur la MIG, qui considèrent la présence de parois de domaines,<sup>7,11,12,16,23</sup> sont en fait une conséquence implicite des équations (1.1) et (1.2). De même, dans la limite quasi-statique, l'équation (1.2) se ramène à la procédure de minimisation de l'énergie afin de déterminer la structure magnétique et devient équivalente aux modèles quasi-statiques que l'on trouve dans la littérature,<sup>13,16,20,23</sup> sous réserve, évidemment, d'utiliser la même distribution de l'énergie libre dans le matériau et donc, la même structure magnétique.

Notre expérience, qui est aussi supportée par d'autres études,<sup>23,32</sup> suggère que la dynamique des parois de domaines pourrait être importante dans les basses fréquences ( $f < 100$  kHz). Par ailleurs, la structure en domaine peut aussi influencer la MIG en introduisant des champs de désaimantation dû à l'apparition de pôles sur les parois. Pour une structure en domaines idéale (par exemple le modèle *bamboo*, proposé dans la littérature<sup>2</sup>), les travaux de Artman<sup>55</sup> sur la résonance ferromagnétique des disques possédant une structure de domaines régulières et symétrique, peuvent être utiles.

Comment savoir maintenant si le modèle est complet, à moins de le tester sur des échantillons idéaux ? Ici, comme ailleurs, on doit faire des compromis : réaliser des expériences de MIG sur des échantillons aussi parfaits que possible et dans des conditions aussi favorables que possibles. Mais des expériences idéales sur des échantillons idéaux impliquent aussi que l'on maîtrise parfaitement la méthode expérimentale, ce qui n'est pas

nécessairement le cas. En particulier dans les hautes fréquences où plusieurs aspects restent à éclaircir.

Tout compte fait, la théorie est générale, mais les hypothèses et les approximations sous-jacentes à la réalisation d'un calcul pratique peuvent restreindre considérablement la portée de la solution. Par ailleurs, notre analyse soulève des questions quant à la structure magnétique des matériaux et aux mécanismes de relaxation impliqués. Quelle est la structure magnétique de ces fils amorphes et quels sont les processus d'aimantation ? Quels sont les mécanismes de relaxation et comment les décrire ? Ceci est une autre histoire qu'il reste largement à écrire...

## Références

- [1] E.P. Harrison, G.L. Turney, H. Rowe et H. Gollop, Proc. Roy. Soc. **157**, 651 (1937).
- [2] K. Mohri, F.B. Humphrey, K. Kawashima, K. Kimura et M. Mizutani, IEEE Trans. Magn. **26**, 1789 (1990).
- [3] K. Mohri, T. Kohzawa, K. Kawashima, H. Yoshida et L. V. Panina, IEEE Trans. Magn. **28**, 3150 (1992).
- [4] K. Kawashima, T. Kohzawa, H. Yoshida et K. Mohri, IEEE Trans. Magn. **29**, 3168 (1993).
- [5] R.S. Beach et A.E. Berkowitz, Appl. Phys. Lett. **64**, 3652 (1994).
- [6] L. V. Panina et K. Mohri, Appl. Phys. Lett. **65**, 1189 (1994).
- [7] L. V. Panina, K. Mohri, K. Bushida et M. Noda, J. Appl. Phys. **76**, 6198 (1994).
- [8] R.S. Beach et A.E. Berkowitz, J. Appl. Phys. **76**, 6209 (1994).
- [9] K.V. Rao, F.B. Humphrey, et J.L. Costa-Krämer, J. Appl. Phys. **76**, 6204 (1994).
- [10] J. Velazquez, M. Vasquez, D.-X. Chen et A. Hernando, Phys. Rev. B **50**, 16 737 (1994).
- [11] L.V. Panina, K. Mohri, T. Uchiyama, M. Noda et K. Bushida, IEEE Trans. Magn. **31**, 1249 (1995).
- [12] R. Valenzuela M. Knobel M. Vasquez A. Herneto J. Phys. D **28**, 2404 (1995).
- [13] R. S. Beach, N. Smith, C.L. Platt, F. Jeffers et A. E. Berkowitz, Appl. Phys. Lett. **68**, 2753 (1996).

- [14] A. Yelon, D. Ménard, M. Britel et P. Ciureanu, *Appl. Phys. Lett.* **69**, 3084 (1996).
- [15] M. Knobel, M.L. Sanchez, C. Gomez Polo, P. Marin, M. Vasquez et A. Hernando, *J. Appl. Phys.* **79**, 1646 (1996).
- [16] F.L.A. Machado et S.M. Rezende, *J. Appl. Phys.* **79**, 6558 (1996).
- [17] D. Ménard, M. Britel, V.P. Paramonov, A.S. Antonov, P. Ciureanu, P. Rudkowski, J.O. Ström-Olsen et A. Yelon, *J. Appl. Phys.* **81**, 4032 (1997).
- [18] A. Yelon, M. Britel, D. Ménard et P. Ciureanu, *Physica A* **241**, 439 (1997).
- [19] N. Usov, A. Antonov, A. Dykhne et A. Lagar'kov, *J. Magn. Magn. Mater.* **174**, 127 (1997).
- [20] D. Atkinson et P.T. Squire, *IEEE Trans. Magn.* **33**, 3364 (1997).
- [21] N.A Usov, A.S. Antonov et A.N. Lagar'kov, *J. Magn. Magn. Mater.* **185**, 159 (1998).
- [22] D. Ménard, D. Frankland, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi, R.W. Cochrane, T.-A. Ovari, et H. Chiriac, *J. Appl. Phys.* **83**, 6566 (1998).
- [23] D. Atkinson et P.T. Squire, *J. Appl. Phys.* **83** 6569 (1998).
- [24] P. Ciureanu, M. Britel, D. Ménard, A. Yelon, M. Rouabhi et R.W. Cochrane, *J. Appl. Phys.* **83**, 6563 (1998).
- [25] D. Ménard, M. Britel, P. Ciureanu et A. Yelon, *J. Appl. Phys.* **84**, 2805 (1998).
- [26] M. Britel, D. Ménard, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi et R.W. Cochrane, *J. Appl. Phys.*, **85**, 5456 (1999).
- [27] M. Rouabhi, R.W. Cochrane, D. Ménard, M. Britel, P. Ciureanu et A. Yelon, *J. Appl. Phys.*, **85**, 5441 (1999).
- [28] L.V. Panina, K. Mohri et D.P. Makhnovskiy, *J. Appl. Phys.* **85**, 5444 (1999).

- [29] L. Kraus J. Magn. Magn. Mater. **195**, 764 (1999).
- [30] P. Ciureanu, M. Britel, D. Ménard, C. Akyel, A. Yelon, M. Rouabhi et R.W. Cochrane, J. Magn. Magn. Mater., **196/197**, 391 (1999).
- [31] A. Yelon, D. Ménard, M. Britel et P. Ciureanu, Mat. Sci. Forum, **302-303**, 194 (1999).
- [32] L.G.C. Melo et A.D. Santos, Mat. Sci. Forum, **302-303**, 219 (1999).
- [33] W.S. Ament et G.T. Rado, Phys. Rev. **97**, 1558 (1955).
- [34] Voir, par exemple, la revue de littérature récente par : Z. Frait et D. Fraitová, *Spin Waves and Magnetic Excitations*, A.S. Borovik Romanov S.K. Sinha eds., (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1988).
- [35] Voir, en particulier, la discussion de Kittel : C. Kittel, Phys. Rev. **70**, 281 (1946).
- [36] L. Kraus, Czech. J. Phys. B **32**, 1264 (1982).
- [37] C.E. Patton, Czech. J. Phys. B, **26**, 925 (1976).
- [38] D. Fraitová, Phys. Stat. Sol. (b), **120**, 341 (1983).
- [39] B. Heinrich et J.F. Cochran, Adv. Phys. **42**, 523 (1993).
- [40] L.D. Landau et E.M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, (Pergamon, Oxford, 1975).
- [41] G.T. Rado et J.R. Weertman, J. Phys. Chem. Solids **11**, 315 (1959).
- [42] C. Kittel, Phys. Rev. **110**, 1295 (1958).
- [43] C. Vittoria, R.C. Barker et A. Yelon, J. Appl. Phys. **40**, 1561 (1969).
- [44] Voir, par exemple, la revue de littérature récente par : H.A. Mook, *Spin Waves and Magnetic Excitations*, A.S. Borovik Romanov S.K. Sinha eds., (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1988).
- [45] L.D. Landau et E.M. Lifshitz, Phys. Z Sowjetunion **8**, 153 (1935).
- [46] N. Bloembergen, Phys. Rev. **78**, 572 (1950).

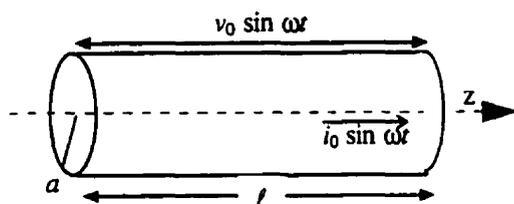
- [47] V. Kambersky et C.E. Patton, *Phys. Rev. B* **11**, 2668 (1975).
- [48] S. Chikazumi, *Physics of Magnetism* (Wiley, New York, 1964).
- [49] K.R. Pirota, L. Kraus, M. Knobel, P.G. Paglioso et C. Rettori, (1999), non-publié.
- [50] M. Sparks, *Ferromagnetic Relaxation Theory* (McGraw-Hill, New York, 1964).
- [51] M.J. Hurben et C.E. Patton, *J. Appl. Phys.* **83**, 4344 (1998).
- [52] C.E. Patton, communication privée.
- [53] L. Kraus, communication privée.
- [54] H.T. Quach, A. Friedmann, C.Y. Wu et A. Yelon, *Phys. Rev. B* **17**, 312 (1978).
- [55] J.O. Artman, *Phys. Rev.* **105**, 62 (1957).
- [56] G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*, (Academic Press, Orlando, 1985).
- [57] R.A. Chipman, *Transmission Lines*, (McGraw-Hill, New York, 1968).

## Annexe I

### Impédance d'un conducteur cylindrique

#### A. Impédance électrique

On cherche l'impédance électrique d'un conducteur cylindrique de longueur  $\ell$  et de rayon  $a$ , dont l'axe de symétrie se confond avec l'axe  $z$  (fig. A1.1). Le conducteur est parcouru par un courant axial total  $i_0 \sin \omega t$  et soumis à une tension  $v_0 \sin \omega t$ , où  $v_0$  et  $i_0$  sont complexes. On suppose des conditions quasi stationnaires, i.e. que la longueur



d'onde du signal électrique est grande par rapport aux dimensions de l'échantillon ( $\omega/2\pi \ll c/\ell$ ). L'impédance complexe  $Z$  du conducteur est définie par le rapport entre la tension et le courant

FIG. A1.1 Fil conducteur soumis à une tension alternative et parcouru par un courant.

$$Z = \frac{v_0}{i_0}. \quad (\text{A1.1})$$

#### B. Lien avec l'électromagnétisme

La description du système en termes de champs électromagnétiques, requiert la présence d'un champ électrique axial  $\mathbf{e}$  et d'un champ magnétique circonférenciel  $\mathbf{h}$ . Soit  $e_0$  et  $h_0$  la valeur de ces champs à la surface de l'échantillon, tel qu'illustré à la figure A1.2. Le courant  $i_0$  est relié au champ  $h_0$  par la loi d'Ampère

$$i_0 = 2\pi a h_0, \quad (\text{A1.2})$$

tandis que la tension  $v_0$  entre deux points distants de  $\ell$ , à la surface du conducteur, est donnée par

$$v_0 = e_0 \ell. \quad (\text{A1.3})$$

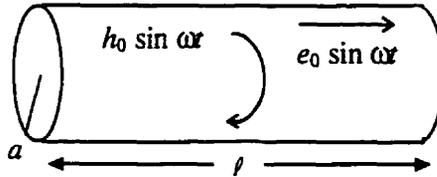


Figure A1.2 Champ électromagnétique à la surface du fil

L'impédance définie par l'équation (A1.1) peut donc s'exprimer en terme de l'impédance de surface,  $Z_s = e_0/h_0$ , par

$$Z = \frac{\ell}{2\pi a} Z_s. \quad (\text{A1.4})$$

### C. Signification physique de l'impédance

L'impédance  $Z$  établit un lien direct entre la puissance fournie par la source et le flux d'énergie qui traverse la surface du fil par unité de temps

$$P = \frac{Z i_0^2}{2} = \oint_{\Lambda} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{A} = 2\pi a \ell \frac{e_0 h_0}{2}. \quad (\text{A1.5})$$

En combinant les Équations (A1.2) et (A1.5), on retrouve l'équation (A1.4). De façon générale, les équations (A1.1), (A1.4) et (A1.5) montrent que l'impédance n'est fonction que de la géométrie et des champs électromagnétiques à la surface du conducteur. Il est intéressant de constater que le concept macroscopique de l'impédance, habituellement considérée comme une propriété de volume du conducteur, ne dépend pas explicitement de la façon dont sont distribués les champs et les courants à l'intérieur du cylindre.

## D. Effet de peau

On suppose, pour le moment, que le comportement magnétique du conducteur peut être décrit de façon adéquate par l'introduction d'une perméabilité complexe,  $\mu = \mu' - i\mu''$ , qui lie l'induction  $\mathbf{b}$  au champ magnétique  $\mathbf{h}$  par :  $\mathbf{b} = \mu\mathbf{h}$ , et dont la signification physique sera discutée plus loin. Étant données la loi d'Ohm,  $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{e}$ , et la dépendance harmonique de  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$  par rapport au temps ( $\propto \sin \omega t$ ), les équations de Maxwell qui donnent le rotationnel des champs  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$  s'écrivent

$$\nabla \times \mathbf{e} = -i\omega\mu\mathbf{h}, \quad (\text{A1.6})$$

$$\nabla \times \mathbf{h} = (\sigma + i\omega\epsilon)\mathbf{e}. \quad (\text{A1.7})$$

où  $\sigma$  et  $\epsilon$  sont respectivement la conductivité et la permittivité du milieu. Pour les fréquences qui nous intéressent, on peut négliger les courants de déplacement ( $\omega\epsilon/\sigma \ll 1$ ) et ainsi définir une permittivité effective du milieu conducteur :

$$\epsilon_{\text{eff}} = \sigma/i\omega. \quad (\text{A1.8})$$

Considérant que  $\nabla \cdot \mathbf{e} = 0$  et se servant de l'identité  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{e}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{e}) - \nabla^2 \mathbf{e}$ , on trouve, en combinant (A1.6) et (A1.7), l'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 \mathbf{e} + k^2 \mathbf{e} = 0, \quad (\text{A1.9})$$

où

$$k = \frac{1-i}{\delta}, \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma\omega\mu}}. \quad (\text{A1.10})$$

Le paramètre  $k$  est une constante de propagation radiale complexe, ce qui implique que le champ (et par conséquent le courant) est atténué et déphasé à mesure qu'il pénètre à l'intérieur du matériau. Ce phénomène, appelé *effet de peau*, est caractérisé par la profondeur de pénétration  $\delta$  qui, dans le présent contexte, est modifiée par la perméabilité magnétique du conducteur. Nous dirons de la profondeur de pénétration ainsi définie

qu'elle est effective pour la distinguer de la profondeur de pénétration classique,  $\delta_0$ , d'un matériau non magnétique, obtenue en remplaçant  $\mu$  par  $\mu_0$  dans l'équation (A1.10).

### E. Calcul de l'impédance de surface

L'équation (A1.9) qu'on écrit en coordonnées cylindriques

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial e_z}{\partial r} \right) + k^2 e_z = 0, \quad (\text{A1.11})$$

est une équation de Bessel, dont la solution finie à  $r = 0$  est

$$e_z = C J_0(kr) \quad (\text{A1.12})$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0 avec un argument complexe  $kr = \sqrt{-2i}(r/\delta)$ , et  $C$  est une constante qu'on peut déterminer. Le champ magnétique est déduit de l'équation (A1.6) et de  $\partial J_0(kr)/\partial r = -kJ_1(kr)$ . On trouve alors

$$h_\varphi = C \frac{\sigma}{k} J_1(kr), \quad (\text{A1.13})$$

où la dépendance harmonique par rapport au temps a été omise des équations (A1.12) et (A1.13) pour alléger les expressions.

Les Équations (A1.12) et (A1.13) nous permettent de calculer l'impédance de surface

$$Z_s = \frac{e_0}{h_0} = \frac{k J_0(ka)}{\sigma J_1(ka)}. \quad (\text{A1.14})$$

Lorsque la profondeur de pénétration est petite par rapport au rayon de courbure de la surface, l'argument des fonctions de Bessel devient grand, ce qui nous permet d'utiliser les expansions asymptotiques. On montre alors que les champs  $e$  et  $h$  se comportent, près de la surface, comme des ondes planes. Par ailleurs, le rapport des fonctions de

Bessel dans le membre de droite de l'équation (A1.14) devient égal à l'unité imaginaire  $i$ . Se servant de (A1.10), on trouve que l'impédance de surface, dans la limite d'une faible profondeur de pénétration, est donnée par

$$Z_s = \frac{(1+i)}{\sigma\delta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_{eff}}} \quad (\text{A1.15})$$

La permittivité effective étant définie à l'équation (A1.8), l'équation (A1.15) nous ramène au concept classique d'impédance d'un milieu vue par une onde électromagnétique plane.

## F. Impédance d'un fil magnétique

On peut ainsi présenter l'impédance du conducteur, définie par les équations (A1.4) et (A1.15), en termes de la résistance en courant continu

$$R_{dc} = \frac{\ell}{\sigma\pi a^2} \quad (\text{A1.16})$$

et du rayon  $a$  du fil, deux grandeurs facilement mesurables. On obtient

$$Z = R_{dc} \frac{ka}{2} \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)}, \quad (\text{A1.17})$$

où  $k$  dépend de la perméabilité par l'équation (A1.10). On rappelle que l'équation (A1.17) découle de l'hypothèse que le comportement magnétique du matériau peut être décrit par une perméabilité effective isotrope et complexe  $\mu$ . Toute dépendance de  $\mu$  vis-à-vis de la fréquence ou du champ magnétique statique appliqué devrait se refléter sur l'impédance du conducteur. C'est du moins la pierre angulaire sur laquelle reposent toutes les analyses de la MIG présentées dans la littérature.

## Annexe II

### Équation du mouvement pour l'aimantation

La présente annexe a pour objet de détailler le calcul de l'équation séculaire qui a été présentée de façon concise pour ne pas alourdir le texte. On rappelle l'équation du mouvement

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma \mu_0 \mathbf{M} \times \left[ \mathbf{H}_{eff} - \left( \frac{L}{M_s} \right) \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} \right]. \quad (\text{A2.1})$$

Dans l'approximation de petits signaux, avec  $\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{eff0} + \mathbf{h}_{eff}$  et  $\mathbf{M} = M_s \mathbf{n}_M + \mathbf{m}$ , on trouve

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} = M_s \mathbf{n}_M \times \mathbf{h}_{eff} + \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff0}. \quad (\text{A2.2})$$

où le champ effectif  $\mathbf{H}_{eff}$  est la somme des contributions du champ d'échange, du champ d'anisotropie et des champs appliqués (statique et alternatif) :

$$\mathbf{H}_{eff0} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_a \text{ et } \mathbf{h}_{eff} = \mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_{ex} \quad (\text{A2.3})$$

Étant donnée la condition d'équilibre statique  $\mathbf{n}_M \times \mathbf{H}_{eff0} = 0$ , qui découle de (A2.1) quand la dérivée temporelle s'annule, on a que  $\mathbf{H}_{eff0} = \eta M_s \mathbf{n}_M$ , (où  $\eta = |\mathbf{H}_{eff0}| / M_s$ ) ce qui donne

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} = M_s \mathbf{n}_M \times (\mathbf{h}_{eff} - \eta \mathbf{m}). \quad (\text{A2.4})$$

De même,

$$\mathbf{h}_{ex} = \frac{2A}{\mu_0 M_s^2} \nabla^2 \mathbf{M} \text{ et } \nabla^2 \mathbf{M} = -k^2 \mathbf{m} \text{ (v. annexe III)}$$

nous donne

$$\mathbf{h}_{\text{ex}} = -K^2 \mathbf{m} \quad (\text{A2.5})$$

Enfin, il est utile de remarquer, du champ d'anisotropie défini à la section 2 du chapitre 1, qu'on peut écrire :  $\mathbf{h}_a = \eta_K (\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{m}) \mathbf{n}_K$ . (A2.6)

D'après ce qui précède, et les définitions du tableau 1.1, l'équation (A2.1) peut s'écrire

$$i\Omega \mathbf{m} = \mathbf{n}_M \times (\mathbf{h} + \mathbf{h}_a - \eta^* \mathbf{m}) - L \mathbf{n}_M \times [\mathbf{n}_M \times (\mathbf{h} + \mathbf{h}_a - \eta^* \mathbf{m})], \quad (\text{A2.7})$$

où  $\eta^* = \eta + K^2$ . On rappelle les relations entre  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{h}$  (conséquence des équations de Maxwell)

$$h_r = -m_r, \quad h_\varphi = -m_\varphi/Q, \quad h_z = -m_z/Q, \quad (\text{A2.8})$$

où  $Q = 1 + K^2/2i\Omega E$ , qui nous permettent d'éliminer  $\mathbf{h}$ , pour obtenir un système d'équations linéaires homogènes,  $\mathbf{A} \mathbf{m} = 0$ , où  $\mathbf{A}$  une matrice 3×3 dont les composantes sont

$$A_{11} = i\Omega + L (\eta + K^2 + 1)$$

$$A_{12} = -(\eta + K^2 + 1/Q) \cos \theta + \eta_K \sin^2 \psi$$

$$A_{13} = (\eta + K^2 + 1/Q) \sin \theta + \eta_K \sin \psi \cos \psi$$

$$A_{21} = (\eta + K^2 + 1) \cos \theta$$

$$A_{22} = i\Omega + L (\eta + K^2 + 1/Q - \eta_K \sin^2 \psi \cos \theta)$$

$$A_{23} = -L \eta_K \sin \psi \cos \psi \cos \theta$$

$$A_{31} = -(\eta + K^2 + 1) \sin \theta$$

$$A_{32} = L \eta_K \sin^2 \psi \sin \theta$$

$$A_{33} = i\Omega + L (\eta + K^2 + 1/Q + \eta_K \sin \psi \cos \psi \sin \theta)$$

On a utilisé  $\mathbf{n}_M \times \mathbf{n}_M \times \mathbf{m} = -\mathbf{m}$  pour simplifier le calcul. Pour la solution non triviale, le déterminant  $3 \times 3$  doit s'annuler. On peut effectuer une rotation du système par un angle  $\theta$  à l'aide de la matrice unitaire

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},$$

ce qui résulte en une nouvelle matrice  $\mathbf{A}' = \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{R}^{-1}$ , beaucoup plus simple à résoudre, qui se réduit en un déterminant  $2 \times 2$ :

$$\begin{vmatrix} i\Omega + L(K^2 + \eta + 1) & -(K^2 + \eta' + 1/Q) \\ (K^2 + \eta + 1) & i\Omega + L(K^2 + \eta' + 1/Q) \end{vmatrix} = 0, \quad (\text{A2.9})$$

qui est l'équation (1.20) du texte.

## Annexe III

### Conditions frontières sur l'aimantation

On rappelle que le Laplacien vectoriel en coordonnées cylindriques, pour un champ indépendant des coordonnées  $z$  et  $\varphi$ , est donné par (réf. [56], p.97)

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{M}|_r &= \nabla^2 m_r - r^{-2} m_r, \\ \nabla^2 \mathbf{M}|_\varphi &= \nabla^2 m_\varphi - r^{-2} m_\varphi \\ \nabla^2 \mathbf{M}|_z &= \nabla^2 m_z\end{aligned}\tag{A3.1}$$

avec

$$\nabla^2 m = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m}{\partial r}.\tag{A3.2}$$

L'équation (A3.2) peut aussi s'écrire

$$\nabla^2 m = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{m}{r} \right) + \frac{m}{r^2}.\tag{A3.3}$$

On constate que les composantes radiale et azimutale (circonférencielle) du Laplacien se simplifient en une dérivée par rapport à  $r$  du terme entre parenthèses, alors que la composante axiale conserve le terme en  $m/r^2$ .

Les solutions du mode cylindrique sont une somme de trois termes de la forme

$$m_{r,\varphi} = C_{r,\varphi} J_1(kr) e^{i\alpha z}\tag{A3.4}$$

$$m_z = C_z J_0(kr) e^{i\alpha z}\tag{A3.5}$$

où  $J_1$  et  $J_0$  sont des fonctions de Bessel d'ordre 1 et 0 avec un argument complexe  $kr = \sqrt{-2i}(r / \delta_{\text{eff}})$ . Contrairement au mode caractéristique de la géométrie plane, qui est

décrit par des fonctions exponentielles qui dépendent de  $y$ , et où les directions parallèles  $x$  et  $z$  sont équivalentes, les directions  $\varphi$  et  $z$  assument ici des dépendances spatiales différentes. C'est surtout cette particularité qui distingue le mode cylindrique du mode plan. Toutefois, dans la limite des profondeurs de pénétration petites vis-à-vis du rayon de courbure, les fonctions de Bessel se comportent comme des exponentielles et le problème devient celui d'une couche plane.

On rappelle les relations <sup>56</sup>

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial r} [J_0(kr)] &= -k J_1(kr) \\
 \frac{\partial}{\partial r} [J_1(kr)] &= k J_0(kr) - \frac{1}{r} J_1(kr) \\
 \frac{\partial}{\partial r} [r J_0(kr)] &= J_0(kr) - kr J_1(kr) \\
 \frac{\partial}{\partial r} [r J_1(kr)] &= kr J_0(kr)
 \end{aligned}
 \tag{A3.6}$$

qui lient les fonctions de Bessel à leurs dérivées.

On considère les conditions frontières dites de spin libre, ce qui signifie que la précession de l'aimantation n'est gênée d'aucune façon sur la surface de l'échantillon, ce qui implique que le moment total dû au champ d'échange par unité de longueur du fil doit s'annuler.<sup>33</sup> Cette condition est équivalente à

$$\int_0^a \mathbf{M} \times \nabla^2 \mathbf{M} \, dr = 0.
 \tag{A3.7}$$

L'aimantation s'exprime par la somme d'une composante statique et d'une composante dynamique suivant :  $\mathbf{M} = M_s \mathbf{n} + \mathbf{m}$ . Si  $\mathbf{M}$  est saturé suivant  $z$ , (A3.1) et (A3.3) dans (A3.7) nous donne directement la condition

$$\left[ \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{m}{r} \right]_0^a = 0
 \tag{A3.8}$$

qui s'applique aussi bien à  $m_r$  qu'à  $m_\varphi$ . Puisque  $m_r$  et  $m_\varphi$ , ainsi que leurs dérivées, s'annulent à l'origine (dans un métal), la condition (A3.8) ne s'applique qu'à la surface  $r = a$ . On peut utiliser (A3.4) et (A3.5) pour évaluer la dérivée et on obtient

$$\sum_{n=1}^3 k_n C_{nr} J_0(k_n a) = 0 \quad (\text{A3.9})$$

$$\sum_{n=1}^3 k_n C_{n\varphi} J_0(k_n a) = 0 \quad (\text{A3.10})$$

Nous allons démontrer que cette condition demeure valable lorsque l'échantillon n'est pas saturé. On remarque d'abord, en substituant (A3.4) et (A3.5) dans (A3.1), que

$$\nabla^2 \mathbf{M} = -k^2 \mathbf{m} \quad (\text{A3.11})$$

Or, nous savons que  $k_n \frac{\partial}{\partial r} [J_0(k_n r)] = -k_n^2 J_1(k_n r)$ . Substituant dans (A3.7), on trouve

$$\sum_{n=1}^3 k_n A_{nr} J_0(k_n a) = 0 \quad (\text{A3.12})$$

$$\sum_{n=1}^3 \int_0^a -k^2 [B_{nz} J_0(k_n r) \sin \theta - A_{n\varphi} J_1(k_n r) \cos \theta] dr = 0 \quad (\text{A3.13})$$

Remarquant que  $B_{nz} J_0(k_n r) \cos \theta = -A_{n\varphi} J_1(k_n r) \sin \theta$ , dans (A3.13), qui se déduit aisément à partir de considérations géométriques (fig. 1.1) et de la forme des solutions (A3.4) et (A3.5), on retrouve, pour  $m_\varphi$ , la condition (A3.12). En résumé, (A3.8) reste valable dans tous les cas où l'aimantation statique est dans un plan tangent à la circonférence.

## Annexe IV

### Mesures en hyperfréquences

La technique de mesure en hyperfréquences utilise un segment de ligne de transmission coaxiale, en configuration court-circuit, dans laquelle le conducteur central est notre fil à mesurer. Le segment, montré à la figure A4.1, est branché à un analyseur de réseaux au moyen d'un câble standard de 50 ohms. Les coefficients de réflexion au plan de soudure de l'échantillon sont mesurés en fonction de la fréquence pour des champs statiques donnés.

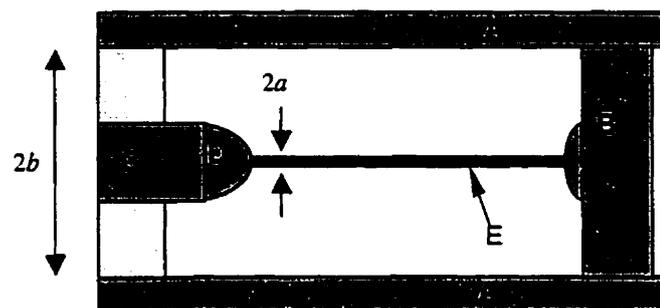


FIG. A4.1 Segment de ligne coaxiale utilisé pour la mesure de la magnétoimpédance géante : (A) conducteur externe, (B) court-circuit, (C) connecteur, (D) zone de transition, (E) fil magnétique.

Pour un champ et une fréquence donnés, l'impédance d'entrée de la charge,

$$Z_{in} = 50 \frac{1 + s_{11}}{1 - s_{11}} \quad , \quad (\text{A4.1})$$

est déterminée par le coefficient de réflexion complexe,  $s_{11}$ . Or, pour un coaxial en court-circuit, la théorie des lignes de transmission nous donne<sup>57</sup>

$$Z_{in} = Z_c \tanh \Gamma \ell, \quad (\text{A4.2})$$

où  $Z_c$  est l'impédance caractéristique,  $\Gamma$  la constante de propagation longitudinale et  $\ell$  est la longueur du conducteur. Les paramètres  $Z_c$  et  $\Gamma$  peuvent être exprimés en termes des éléments de circuit et de la fréquence angulaire  $\omega$  du mode TEM par

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, \quad (\text{A4.3a})$$

$$\Gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}, \quad (\text{A4.3b})$$

où  $R$ ,  $L$ ,  $G$  et  $C$  sont respectivement les résistances, inductances, conductances et capacités distribuées de la ligne de transmission.

Puisque la résistivité du conducteur magnétique est beaucoup plus élevée que celle du conducteur externe,  $R$  est pour ainsi dire lié à la résistance de l'échantillon. L'inductance  $L = L_i + L_e$  a une contribution intrinsèque ( $L_i$ ) et une partie externe,  $L_e = \mu_0 \ln(b/a)/2\pi$ , due au champ magnétique entre les deux conducteurs,  $a$  et  $b$  étant les rayons interne et externe de la ligne coaxiale. Puisque  $G$  et  $C$  dépendent uniquement des propriétés du diélectrique (qui est l'air dans notre cas) et de la géométrie de la ligne, alors l'impédance intrinsèque de l'échantillon magnétique, par unité de longueur, s'identifie à

$$Z / \ell = R + i\omega L_i. \quad (\text{A4.4})$$

En multipliant (A4.3a) par (A4.3b), on remarque que

$$Z / \ell = Z_c \Gamma - i\omega L_e. \quad (\text{A4.5})$$

On peut donc calculer  $Z_c$  et  $\Gamma$ ,  $L_e$  étant connu a priori, et ainsi trouver l'impédance  $Z$ . En divisant (A4.3a) par (A4.3b), on élimine  $R$  et  $X$  pour obtenir

$$\frac{Z_c}{\Gamma} = \frac{1}{i\omega C}, \quad (\text{A4.6})$$

où  $C = 2\pi\epsilon_0/\ln(b/a) = \mu_0\epsilon_0/L_e$ . La conductance  $G$  n'apparaît pas dans (A4.6), puisque dans l'air,  $G$  est beaucoup plus petit que  $\omega C$ , et peut donc être négligée.

Les équations (A4.2) et (A4.6) nous permettent de calculer  $Z_c$  et  $\Gamma$ ,  $Z_{in}$  étant obtenu par l'expérience. Il s'agit en fait de résoudre numériquement l'équation transcendante

$$u \tanh u = v, \quad (\text{A4.7})$$

avec la variable complexe  $u = \Gamma\ell$ , et la constante complexe  $v = i\omega\ell C Z_{in}$ . Ayant déterminé  $\Gamma$ , on trouve  $Z_c$  par (A4.6) et finalement, on utilise (A4.5) pour obtenir l'impédance de l'échantillon.

Lorsque la condition  $\lambda_0/4 \gg \ell$  est satisfaite ( $\lambda_0$  est la longueur d'onde du signal électromagnétique se propageant dans l'air), l'argument de la tangente hyperbolique de l'équation (A4.2) est suffisamment petit pour justifier l'approximation :  $\tanh \Gamma\ell \cong \Gamma\ell$ , et par conséquent :  $Z_{in} \cong Z_c\Gamma\ell$ . En combinant ce dernier résultat avec (A4.5), on trouve :

$$Z \cong Z_{in} - i\omega L_e. \quad (\text{A4.8})$$

Il s'ensuit que pour les fréquences relativement faibles ou les échantillons relativement courts, l'impédance du conducteur magnétique est donnée en bonne approximation par l'impédance d'entrée de la ligne coaxiale, moins une contribution due à l'inductance externe.

La limite en fréquence de la méthode vient principalement des dimensions des échantillons. Si l'échantillon est trop long, on rencontrera éventuellement une onde stationnaire qu'on veut à tout prix éviter, correspondant à la condition  $\lambda_0/4 = \ell$ , dans le segment de ligne coaxiale. Pour des conditions expérimentales qui nous amènent près de ce point de résonance géométrique, l'impédance d'entrée de la ligne devient beaucoup plus grande que l'impédance du fil et rend la mesure précise de cette dernière délicate, voire même impossible.

On doit donc travailler avec des échantillons plus courts, ce qui peut engendrer d'autres problèmes. D'une part, la transition entre le câble et l'échantillon (fig. A4.1), qui excite des modes non-propageant, apporte une perturbation à la mesure dont les effets n'ont pas été pris en compte dans notre traitement simplifié du problème. Ces effets seront d'autant plus importants, que l'échantillon sera petit. De même, des sources d'erreurs non reproductibles comme la fiabilité et la *répétitivité* des contacts ohmiques seront plus importants pour des échantillons plus petits. Enfin, à haute fréquence, des effets de capacités parasites ( $\sim 1/\omega$ ) deviennent particulièrement significatifs.