

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SYNTHÈSE GÉOMÉTRIQUE DE MANIPULATEURS PARALLÈLES DE  
TOPOLOGIE STAR PAR ALGORITHME GÉNÉTIQUE

ALAIN TREMBLAY

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

NOVEMBRE 1999



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-48873-X

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

ce mémoire intitulé:

SYNTHÈSE GÉOMÉTRIQUE DE MANIPULATEURS PARALLÈLES DE  
TOPOLOGIE STAR PAR ALGORITHME GÉNÉTIQUE

présenté par: TREMBLAY Alain

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. CLOUTIER Guy, Doctorat, président

M. BARON Luc, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MAYER René, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je suis redevable au professeur Luc Baron, qui a supervisé mes travaux de recherche, pour sa patience durant les longues heures de discussion, ses suggestions stimulantes, son excellent encadrement et le soutien permanent qu'il m'a apporté durant toute la période de recherche.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à l'École Polytechnique de Montréal pour leur aide financière.

Je veux aussi remercier ma copine Chantal, mes parents et ma famille pour leur patience et leur encouragement.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire présente la synthèse géométrique de manipulateurs parallèles de topologie Star par algorithme génétique. L'objectif principal de ce travail est de démontrer qu'en modifiant de façon automatique avec un algorithme génétique la géométrie d'une topologie de manipulateur parallèle spécifique, il est possible d'optimiser la forme de l'espace de travail ainsi que les propriétés cinématiques locales et globales de ce manipulateur.

Le premier chapitre de ce mémoire présente les définitions de base et les notions générales nécessaires à la compréhension des chapitres suivants. Il contient également une revue de la littérature sur la synthèse de manipulateurs robotiques sériels et parallèles. Par la suite, un ensemble de vingt paramètres est défini afin de décrire les différentes géométries possibles de manipulateurs parallèles de même topologie que le manipulateur Y Star, c'est-à-dire la classe de topologie Star. Puis, les équations des modèles géométriques directs et inverses sont présentées pour un manipulateur générique de cette classe. La méthode des octrees est utilisée afin de déterminer l'aspect de chaque design, c'est-à-dire le plus grand domaine exempt de toute singularité à l'intérieur de l'espace de travail du manipulateur. L'algorithme génétique, c'est-à-dire la technique d'optimisation utilisée pour effectuer la synthèse géométrique de manipulateurs parallèles de topologie Star, est présenté au chapitre suivant. On y retrouve notamment les différentes opérations effectuées

par l'algorithme génétique, la description des critères de performance ainsi qu'un schéma expliquant la structure de l'algorithme génétique ainsi que la plate-forme logiciel développée.

L'algorithme génétique utilisé dans ce travail évalue chaque nouveau design de manipulateur par rapport à quatre critères de performance soit le volume de l'aspect, le rapport de dextérité, le rapport de forme et une combinaison linéaire des trois premiers critères. Le rapport de dextérité est la proportion de l'aspect ayant une dextérité supérieure à 25%. Le rapport de forme est le ratio entre le volume de la plus grande boîte inscrite à l'intérieur de l'aspect sur le volume de la plus petite boîte le contenant.

Ce travail présente les résultats de trois exécutions d'un algorithme génétique. Nous avons constaté que pour deux exécutions d'un algorithme génétique à partir de populations initiales identiques, les populations de designs n'évoluent pas de la même façon et convergent après vingt générations vers des designs améliorés significativement différents mais avec sensiblement les mêmes performances pour chaque critère. Il y a aussi convergence vers des mêmes limites maximales de critères de performance pour un algorithme génétique exécuté pour deux populations initiales différentes. Les résultats de chaque exécution de l'algorithme génétique utilisé dans ce travail démontrent qu'après seulement quelques générations, la population actuelle contient des designs de manipulateurs avec des performances nettement supérieures à celles du Y Star.

La limitation principale de notre algorithme génétique est qu'il ne tient pas compte des collisions entre les différentes composantes de manipulateur, ce qui a pour effet de surestimer la grandeur de l'aspect des différents manipulateurs. De plus, une discrétisation plus fine des paramètres permettrait sans doute de trouver des designs ayant des critères de performance améliorés.

Finalement, nous avons constaté qu'il est possible avec un algorithme génétique de n'évaluer qu'un très petit pourcentage de l'espace total de recherche et, tout de même, obtenir des designs améliorés selon les critères de performance choisis. Par exemple, pour une population de cent manipulateurs, il est possible après seulement vingt générations (soit 2000 manipulateurs considérés) d'obtenir des manipulateurs ayant des performances supérieures à celles du Y Star, et ceci, parmi un espace de recherche de  $9.9 \times 10^{22}$  manipulateurs possibles.

## ABSTRACT

This thesis presents the geometrical synthesis of Star parallel manipulators of Star-like topology with a genetic algorithm. The main goal of this work is to demonstrate that it is possible to optimize the workspace as well as some local and global kinematic properties, by modifying the geometry of a specific topology of parallel manipulator in an automatic way with a genetic algorithm.

The first chapter presents the basic definitions and the general concepts required in the foregoing chapters. It also contains a literature survey of the synthesis of serial and parallel robotics manipulators. Afterwards, a set of twenty parameters is defined in order to describe the different possible geometries of parallel manipulators with the same topology as the Y Star manipulator, i.e., the Star topological class. Then, the equations of the direct and inverse kinematic models are presented, for a generic manipulator of this class. The octrees method is used to determine the aspect of each design, which is the largest volume without singularity within the manipulator's workspace. The next chapter presents the genetic algorithm, which is the optimization tool of this thesis. This chapter presents the different operations executed by the algorithm, as well as the description of performance criteria and the software platform.

Our genetic algorithm evaluates each new design of manipulators according to four performance criteria: the aspect volume, the dexterity ratio, the shape



ratio and a weighted average of the first three criteria. The dexterity ratio is the proportion of the aspect having a dexterity higher than 25%. The shape ratio is the ratio between the side length of the largest box completely inscribed within the aspect on the side length of the smallest box completely containing the aspect.

Chapter 5 presents the results of three executions of our genetic algorithm. It shows that two executions of our genetic algorithm from identical initial population does not evolve in the same way. In fact, they converge, after twenty generations to different improved designs but with approximately the same level of performance indices. The genetic algorithm also converges to the same maximum of performance criteria, when executed for two different initial populations. The results of each execution of the genetic algorithm demonstrate that after only a few generations, the final population contains designs of manipulators with much higher performances than those of the Y Star manipulator.

The main limitation of our genetic algorithm is that it does not consider links collisions, which tends to overestimate the size of the aspect of the different manipulators. The increase of the resolution on parameters would also improve our algorithm in finding designs with even better performances.

Finally, we demonstrated that with our genetic algorithm, it is possible to evaluate very few designs amongst the total search space in order to obtain improved designs. For a population of one hundred manipulators, it is possible to obtain manipulators with higher performances than those of the Y Star, only after twenty

generations (i.e., 2000 manipulators considered) among a search space of  $1 \times 10^{23}$  possible manipulators.

**TABLE DES MATIÈRES**

REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	xi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xv
LISTE DES FIGURES . . . . .	xvi
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .	xx
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS . . . . .	7
1.1 Définitions . . . . .	7
1.1.1 Chaîne cinématique . . . . .	7
1.1.2 Manipulateur sériel et parallèle . . . . .	8
1.1.3 Degré de liberté . . . . .	13
1.1.4 Modèle géométrique . . . . .	14
1.1.5 Espace de travail . . . . .	14

1.1.6	Matrice jacobienne et singularité . . . . .	16
1.1.7	Topologie et paramètres géométriques . . . . .	17
1.1.8	Configuration . . . . .	18
1.1.9	Synthèse géométrique . . . . .	19
1.1.10	Mode d'assemblage . . . . .	19
1.1.11	Mode de fonctionnement . . . . .	19
1.1.12	Aspect . . . . .	20
1.1.13	Octree . . . . .	20
1.2	Travaux Précédents . . . . .	21
1.3	Sujet de recherche . . . . .	30
CHAPITRE 2 MODÈLE CINÉMATIQUE . . . . .		34
2.1	Topologie de la classe Star . . . . .	34
2.2	Paramètres géométriques . . . . .	38
2.3	Boucle cinématique . . . . .	42
2.4	Modèle géométrique inverse . . . . .	45
2.5	Modèle géométrique direct . . . . .	47
2.6	Matrice jacobienne . . . . .	51
CHAPITRE 3 ESPACE DE TRAVAIL . . . . .		54
3.1	Les octrees . . . . .	55
3.2	Modes d'assemblage . . . . .	59

3.3	Modes de fonctionnement . . . . .	62
3.4	Aspect . . . . .	64
3.5	Effets de la variation d'un paramètre géométrique sur l'espace de travail . . . . .	66
CHAPITRE 4 SYNTHÈSE GÉOMÉTRIQUE DE MANIPULATEURS PARALLÈLES DE TOPOLOGIE STAR . . . . .		70
4.1	Critères de performance . . . . .	71
4.1.1	Volume d'un domaine de l'espace de travail . . . . .	72
4.1.2	Rapport de forme . . . . .	74
4.1.3	Rapport de dextérité . . . . .	75
4.1.4	Combinaison linéaire . . . . .	77
4.2	Synthèse géométrique . . . . .	79
4.2.1	Codage/Décodage . . . . .	81
4.2.2	Croisement . . . . .	86
4.2.3	Mutation . . . . .	87
4.2.4	Sélection naturelle . . . . .	88
4.2.5	Algorithme génétique . . . . .	88
4.3	Plate-forme logiciel . . . . .	91
CHAPITRE 5 RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX . . . . .		97
5.1	Comparaison de trois AGs . . . . .	98

5.2	Résultats de l'AG3 . . . . .	100
5.3	Comparaison des manipulateurs experts . . . . .	105
5.4	Analyse de mouvement . . . . .	108
	CONCLUSION . . . . .	120
	RÉFÉRENCES . . . . .	125
ANNEXE I	GÉNÉRATEURS DU SOUS-GROUPE $\{X_{\mathbf{v}}\}$ . . . . .	133
ANNEXE II	ALGORITHME POUR LA SÉLECTION DES INDIVIDUS LORS DE LA REPRODUCTION . . . . .	137

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 1.1	Classification des manipulateurs . . . . .	10
Tableau 1.2	Classification des types de singularité . . . . .	18
Tableau 4.1	Indices de performance du Y Star . . . . .	78
Tableau 4.2	Données relatives à chaque phénotype . . . . .	83
Tableau 5.1	Indices des manipulateurs les plus performants à la 20 <sup>e</sup> génération de l'AG3 . . . . .	104
Tableau 5.2	Limites minimales et maximales pour chaque critère à la 20 <sup>e</sup> génération de l'AG3 . . . . .	104
Tableau 5.3	Indices de performance des manipulateurs experts . . . . .	105
Tableau 5.4	Paramètres géométriques des manipulateurs experts . . . . .	107

## LISTE DES FIGURES

Figure 1	Manipulateur parallèle Y Star . . . . .	4
Figure 2	Deux différentes géométries de manipulateurs parallèles de même topologie avec leur espace de travail correspondant . . .	5
Figure 1.1	Couples cinématiques inférieurs et symboles . . . . .	8
Figure 1.2	Classification des chaînes cinématiques . . . . .	9
Figure 1.3	Applications de manipulateurs sériels . . . . .	11
Figure 1.4	Plate-forme de Stewart-Gough et simulateur de vol . . . . .	12
Figure 1.5	Machine-outil à commandes numériques à architecture parallèle	13
Figure 1.6	Relation entre l'espace articulaire et l'espace de travail . . . . .	15
Figure 1.7	Deux nouveaux designs de manipulateurs parallèles . . . . .	21
Figure 1.8	Schéma du manipulateur NABLA6 . . . . .	22
Figure 1.9	Combinaison de trois joints sphériques . . . . .	23
Figure 1.10	Extension 3D d'un mécanisme plan à 5 barres . . . . .	24
Figure 1.11	Le mécanisme di-tetraèdre . . . . .	25
Figure 1.12	Distribution des DDL . . . . .	26
Figure 1.13	Mécanisme spatial à 5 barres . . . . .	27
Figure 1.14	Schéma d'un manipulateur parallèle à trois DDLs . . . . .	28
Figure 1.15	Deux configurations modulaires de manipulateurs parallèles à trois jambes . . . . .	29



Figure 1.16	Identification des composantes et des couples cinématiques inférieurs du Y Star . . . . .	31
Figure 1.17	Topologie d'une jambe du Y Star . . . . .	32
Figure 1.18	Topologie simplifiée d'une jambe du Y Star . . . . .	32
Figure 1.19	Positions indicées d'une pièce attachée à différents couples cinématiques . . . . .	32
Figure 2.1	Composantes principales d'un manipulateur de la classe Star	35
Figure 2.2	Paramètres géométriques d'une jambe de la classe Star . . .	39
Figure 2.3	Boucle cinématique d'une jambe d'un manipulateur de la classe Star . . . . .	43
Figure 2.4	Manipulateur parallèle Delta à trois DDLs de translation . .	47
Figure 2.5	Cas d'intersection de trois surfaces sphériques . . . . .	50
Figure 3.1	Numérotation des carrés d'un quadtree sur un espace $W$ . .	57
Figure 3.2	Quadtree de profondeur trois . . . . .	57
Figure 3.3	Espace de travail décrit par le quadtree de la figure 3.2 . . .	58
Figure 3.4	Espace de travail du Y Star . . . . .	59
Figure 3.5	Vue de dessus de l'espace de travail du Y Star . . . . .	60
Figure 3.6	Les deux modes d'assemblage du Y Star . . . . .	60
Figure 3.7	Configuration à une singularité sérielle de la jambe de gauche	63
Figure 3.8	1 <sup>er</sup> et 2 <sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star . . . . .	64
Figure 3.9	3 <sup>e</sup> et 4 <sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star . . . . .	64

Figure 3.10	5 <sup>e</sup> et 6 <sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star . . . . .	65
Figure 3.11	7 <sup>e</sup> et 8 <sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star . . . . .	66
Figure 3.12	Effet de la variation du paramètre géométrique $\omega_2$ sur $W$ du 1 <sup>er</sup> mode d'assemblage . . . . .	67
Figure 3.13	Effet de la variation du paramètre géométrique $\gamma_2$ sur $W$ du 1 <sup>er</sup> mode d'assemblage . . . . .	68
Figure 4.1	Aspect du Y Star pour un octree de profondeur 5 . . . . .	73
Figure 4.2	Boîtes caractérisant le rapport de forme . . . . .	74
Figure 4.3	Validation de l'hypothèse de dextérité au centre des petits boîtes . . . . .	76
Figure 4.4	Opération de croisement . . . . .	87
Figure 4.5	Structure de l'algorithme génétique . . . . .	90
Figure 4.6	Choix du domaine de $W$ . . . . .	91
Figure 4.7	Menu principal du programme d'animation . . . . .	92
Figure 4.8	Interface graphique du logiciel XAnimate . . . . .	93
Figure 4.9	Applications du logiciel XAnimate . . . . .	95
Figure 4.10	Panneau de contrôle de l'interface graphique du logiciel XA- nimate modifié . . . . .	96
Figure 5.1	Limites minimales de combinaison linéaire des trois exécutions de notre AG . . . . .	109

Figure 5.2	Limites maximales de combinaison linéaire des trois exécutions de notre AG . . . . .	110
Figure 5.3	Limites de volume des aspects pour l'AG3 . . . . .	111
Figure 5.4	Limites de rapport de dextérité des aspects pour l'AG3 . . .	112
Figure 5.5	Limites de rapport de forme des aspects pour l'AG3 . . . . .	113
Figure 5.6	Limites de combinaison linéaire des aspects pour l'AG3 . . .	114
Figure 5.7	Manipulateur expert #1 . . . . .	115
Figure 5.8	Manipulateur expert #2 . . . . .	116
Figure 5.9	Manipulateur expert #3 . . . . .	117
Figure 5.10	Aspect du manipulateur expert #3 . . . . .	118
Figure 5.11	Mouvement de l' $E_f$ du manipulateur expert #3 . . . . .	119

**LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES**

- MS : Manipulateur sériel.
- MP : Manipulateur parallèle.
- DDL : Degré de liberté.
- $c_i$  : Degré de connectivité du membre  $i$ .
- $E_f$  : Effecteur ou plate-forme mobile.
- CA : Coordonnée articulaire.
- CC : Coordonnée cartésienne.
- MGD : Modèle géométrique direct.
- MGI : Modèle géométrique inverse.
- $W$  : Espace de travail ou espace opérationnel.
- $J$  : Matrice jacobienne.
- $E_i$  : Position de l'écrou par rapport à  $\mathcal{A}$ .
- $\mathcal{A}$  : Système d'axes de référence fixé sur la base.
- $\mathcal{B}$  : Système d'axes fixé sur la plate-forme mobile.
- $i$  : Vecteur unitaire orienté selon l'axe  $x$  de  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ .
- $p$  : Vecteur position de l'origine de  $\mathcal{B}$  dans  $\mathcal{A}$ .
- $f_i$  : Vecteur de forme de la plate-forme mobile dans  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ .
- $q_i$  : Vecteur position de l'écrou sur la vis  $i$  dans  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ .
- $m_i$  : Vecteur membrure reliant l'écrou au curseur dans  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ .

- $\mathbf{o}_i$  : Orientation de l'axe de la vis sans fin  $i$  dans  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ .
- $\mathbf{a}_i$  : Vecteur position de  $A_i$  dans  $\mathcal{A}$ .
- $F_i$  : Point de connexion de la jambe sur l' $E_f$ .
- $\mathbf{p}_i$  : Vecteur position de  $F_i$  dans  $\mathcal{A}$ .
- $\mathbf{b}_i$  : Vecteur position de  $B_i$  par rapport à  $F_i$  dans  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ .

## INTRODUCTION

Depuis quelques décennies, l'homme conçoit des machines pour tenter de reproduire, le plus fidèlement possible, les mouvements du corps humain. Ces machines deviendraient alors des atouts majeurs dans plusieurs domaines notamment au point de vue médical et militaire. Les parties du corps humain sont cependant difficiles à reproduire mécaniquement en raison de la multiplicité des composantes, de leur mobilité et de leur sensibilité. Ainsi, la main a toujours été très difficile à imiter. Tout récemment, des chercheurs japonais ont démontré numériquement et expérimentalement qu'il est maintenant possible, à partir d'un manipulateur composé de quatre doigts, d'effectuer la préhension d'un objet et de le faire pivoter par le simple mouvement des doigts [14].

Le bras est une partie du corps que l'homme a bien réussi à simuler par un type de robots que l'on appelle communément un manipulateur sériel (MS). Un MS forme une seule chaîne constituée d'articulations mobiles et à son extrémité se trouve habituellement un outil permettant d'effectuer des tâches. Ce type de robots se retrouve principalement dans l'industrie. Possédant de nombreux designs différents, les MSs sont utilisés dans divers domaines tels que l'industrie automobile, informatique, aérospatiale, alimentaire, etc. Puisque ces designs sont facilement modifiables, les MSs peuvent être adaptés à la plupart des applications qui ne demandent pas de supporter d'énormes charges ou d'effectuer des mouvements de

très haute précision.

Les défauts du MS sont qu'il souffre d'une faible rigidité et de faibles performances dynamiques, surtout pour les grandes vitesses et les lourdes charges. De plus, son rapport charge utile/poids est très faible par rapport à l'unité. Aussi, l'erreur de positionnement est additive et peut être amplifiée par les effets de flexion que peuvent subir les membres du MS et ce d'autant plus que ces membres sont longs, donc que l'espace dans lequel le manipulateur peut opérer (espace de travail) est important [38].

Il existe un autre type de robots qui peut pallier aux défauts des MSs. Il s'agit des manipulateurs parallèles (MPs). Ceux-ci étaient peu utilisés jusqu'à tout récemment puisqu'on ne leurs connaissaient que quelques applications. Possédant une configuration plus compliquée à représenter par des équations, chaque design de MP est plus difficilement modifiable afin de s'adapter à une application spécifique. Tout comme les MSs, si on change uniquement la longueur d'une composante, on modifie totalement la forme de l'espace de travail. Il devient alors extrêmement difficile pour un ingénieur de procéder par tâtonnement lors de la modification d'un design pour satisfaire l'application voulue.

Les industries utilisent beaucoup de manipulateurs pour réaliser des tâches répétitives. Plusieurs compagnies se spécialisent donc dans la fabrication de ces manipulateurs. Pour chaque design, quelques modèles différents sont fabriqués en série et les industries doivent alors adapter leurs chaînes de production en fonction

des modèles de manipulateurs existants sur le marché. Le processus de design est beaucoup trop long pour qu'une compagnie puisse fabriquer un manipulateur sur mesure à la demande d'une industrie. Ce mémoire propose donc une méthode de calcul simple qui permet d'optimiser les performances d'un manipulateur parallèle en fonction de critères déterminés en modifiant les paramètres géométriques du manipulateur et ce de façon complètement automatisée, c'est-à-dire sans avoir recours aux interventions d'un ingénieur.

L'espace de travail des MPs est très restreint et il en résulte que sa forme et ses propriétés globales ne sont pas toujours adaptées à l'application qui lui est destinée. L'objectif principal de la recherche présentée dans ce mémoire est de montrer qu'en modifiant de façon automatique avec un algorithme génétique la géométrie d'une topologie de MP spécifique, il est possible d'optimiser la forme de l'espace de travail, ainsi que les propriétés cinématiques locales et globales de celui-ci. Plus spécifiquement, les objectifs sont de:

- contribuer à l'avancement des algorithmes génétiques dans le champs de la synthèse des manipulateurs parallèles par l'étude des questions de *codage*, *opérateur de reproduction* et *évaluation* des différents designs;
- produire un moteur d'inférence permettant l'évolution d'une population de designs à partir d'un ensemble de designs existants tout en considérant plusieurs critères de performance;



- produire de nouveaux designs de manipulateurs parallèles qui pourraient résoudre certains problèmes rencontrés dans les designs actuels.

De plus, il faudra être capable d'afficher rapidement à l'écran les designs de manipulateurs optimisés ainsi que leur espace de travail. Pour ce faire, un logiciel d'animation graphique sur plate-forme Linux nommé XAnimate sera utilisé. Il faudra aussi être en mesure de simuler le mouvement de ces manipulateurs avec ce même logiciel.

Dans ce mémoire, nous avons choisi d'étudier une famille de manipulateurs parallèles similaire au manipulateur Y Star proposé par Hervé en 1992 [20] et illustré à la figure 1.

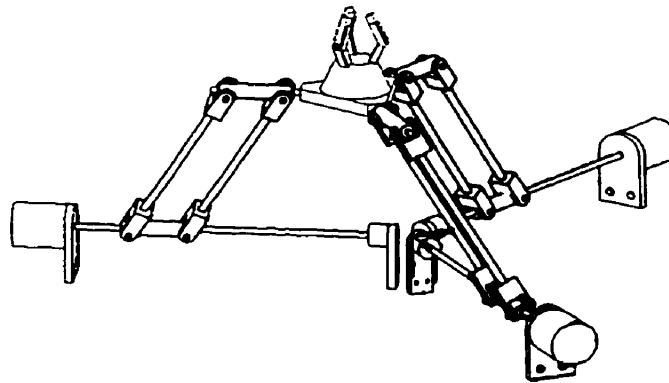


Figure 1 – *Manipulateur parallèle Y Star*

Ce manipulateur est en mesure de produire les trois degrés de liberté de translation de son effecteur à orientation constante, par le déplacement de trois écrous le long de vis sans fin motorisés. La figure 2 montre deux autres manipulateurs

parallèles de même famille, mais de géométries différentes, avec leurs espaces de tra-

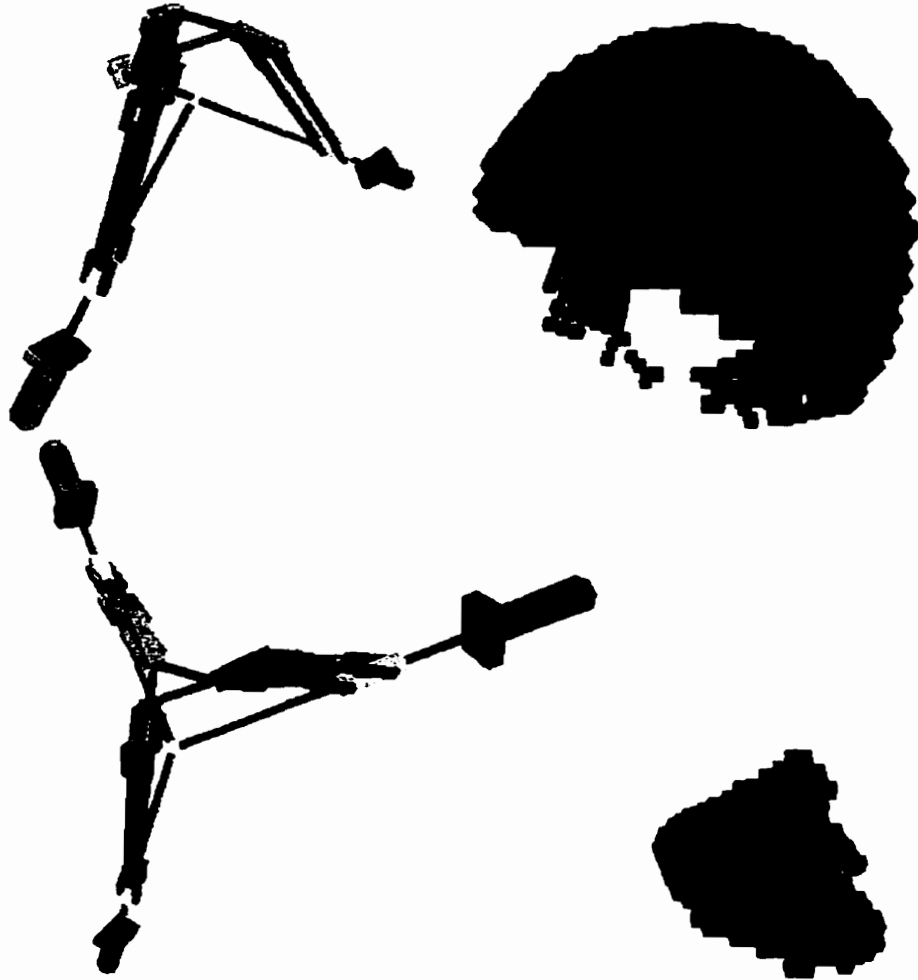


Figure 2 – Deux différentes géométries de manipulateurs parallèles de même topologie avec leur espace de travail correspondant

vail correspondants. Le simple fait de modifier quelques paramètres géométriques, dans ce cas l'orientation des vis, produit des espaces de travail tout à fait différents.

Le chapitre 1 de ce mémoire présente les définitions de base et les notions de robotique qui sont nécessaires à la compréhension des chapitres suivants. De plus,

il comprend une revue de la littérature sur la synthèse de manipulateurs et plus spécifiquement, sur la synthèse géométrique de manipulateurs parallèles. Le chapitre 2 présente les paramètres géométriques qui feront l'objet de l'optimisation. De plus, il présente le modèle géométrique direct et inverse du manipulateur Y Star généralisé à des valeurs de paramètres géométriques quelconques. Ces paramètres permettront de générer plusieurs géométries différentes de manipulateurs parallèles de même topologie que le manipulateur Y Star, et pour lesquels sera déterminé l'espace de travail par la méthode des octrees présentée au chapitre 3. Le chapitre 4 contient les critères de performance basés sur les propriétés globales de l'espace de travail de chaque manipulateur étudié. Ces critères seront utilisés dans l'algorithme génétique qui est la technique d'optimisation utilisée pour ce travail. Par la suite, suivra au chapitre 5 la présentation et l'analyse des résultats expérimentaux. Finalement, il y aura une conclusion ainsi qu'une discussion des perspectives de travaux futurs.

## CHAPITRE 1

### GÉNÉRALITÉS

Afin de faciliter la compréhension de ce mémoire, ce chapitre introduit certaines notions de base en robotique qui seront utilisées pour étudier le design du manipulateur Y Star. Par la suite, une revue de la littérature sera faite sur les moyens utilisés présentement pour modifier et créer de nouveaux designs de manipulateurs parallèles.

#### 1.1 Définitions

##### 1.1.1 Chaîne cinématique

Une chaîne cinématique est définie comme un système mécanique dans lequel les corps rigides (membres) sont unis par des couples cinématiques [3, 5]. Les couples cinématiques peuvent être supérieurs ou inférieurs. Un couple cinématique supérieur permet un contact ponctuel ou linéaire entre deux corps comme par exemple, une came. Il existe six couples cinématiques inférieurs (voir Fig. 1.1), c'est-à-dire hélicoïdal ( $H$ ), rotoïde ( $R$ ), prismatique ( $P$ ), cylindrique ( $C$ ), planaire ( $E$ ) et sphérique ( $S$ ). Une chaîne cinématique peut être *simple* ou *complexe* et *ouverte* ou *fermée*. Une chaîne cinématique simple est une chaîne cinématique ne contenant que des corps ayant un degré de connectivité plus petit ou égal à deux.

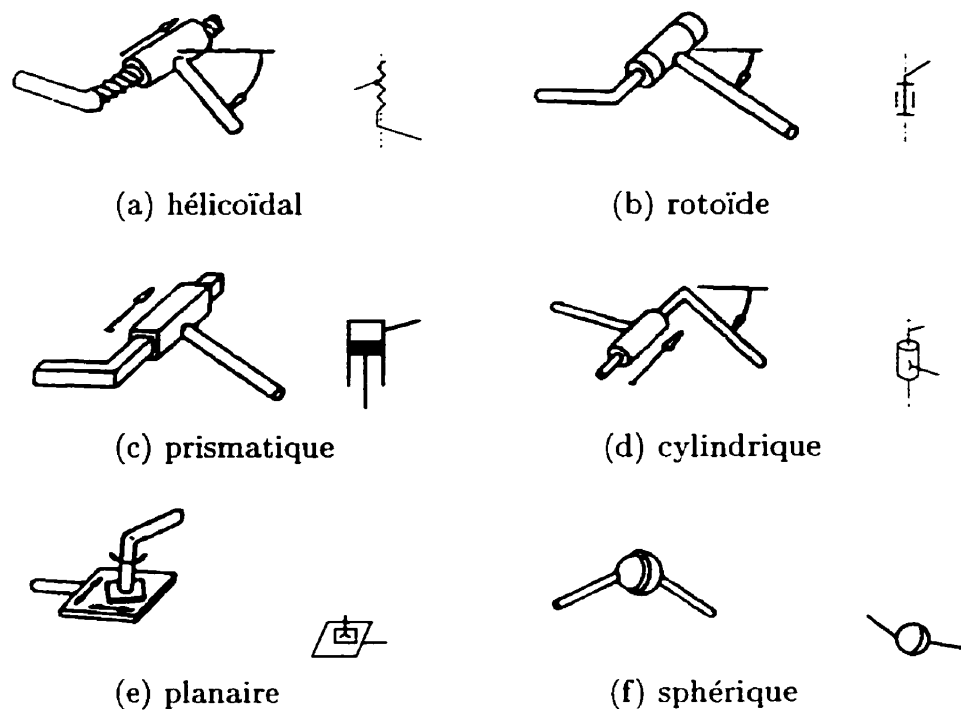


Figure 1.1 – *Couples cinématiques inférieurs et symboles*

Le degré de connectivité d'un corps est défini comme le nombre de corps qui lui est connecté par des couples cinématiques inférieurs. Il suffit qu'un seul corps d'une chaîne cinématique ait un degré de connectivité supérieur à deux pour que la chaîne entière soit déclarée complexe plutôt que simple. Comme le montre la figure 1.2, les chaînes cinématiques possédant au moins une boucle cinématique fermée sont dites fermées, autrement elles sont ouvertes.

### 1.1.2 Manipulateur sériel et parallèle

En général, un manipulateur est un système mécanique visant à accomplir des tâches de manipulation [2]. Le tableau 1.1 présente une classification des manipula-

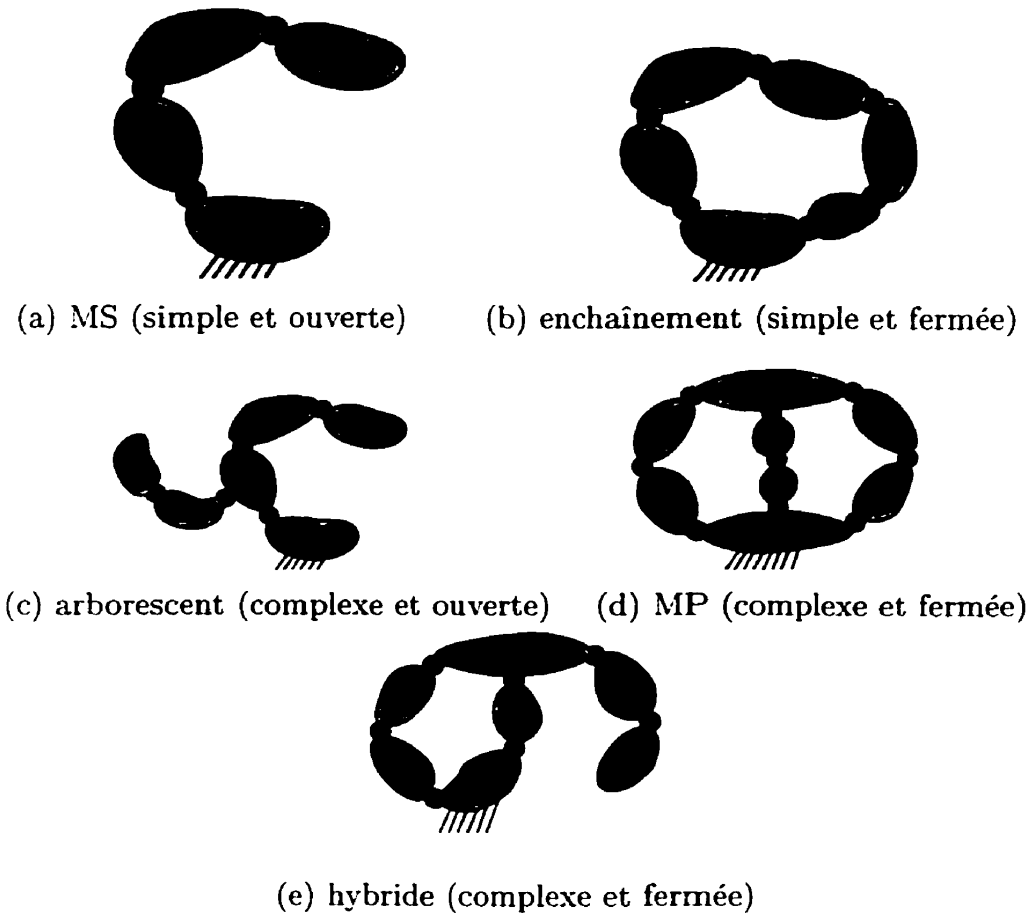


Figure 1.2 – *Classification des chaînes cinématiques*

teurs selon les différents types de chaîne cinématique et du degré de connectivité de leurs composantes. Ces types de manipulateurs sont aussi indiqués à la figure 1.2.

Le tableau 1.1 montre par exemple qu'un MP est une chaîne cinématique complexe et fermée avec deux corps dont le degré de connectivité est supérieur à 2 ( $c_i > 2$ ,  $i = 1, 2$ ) et toutes les autres corps avec un degré de connectivité égale à 2 ( $c_i = 2$ ,  $i > 2$ ). Ce type de connectivité force la présence d'au moins deux boucles cinématiques fermées en parallèle; de là le nom de ce type de manipulateur.

Tableau 1.1 - *Classification des manipulateurs*

chaîne cinématique	Ouvverte		Fermée	
	Type	Connectivité	Type	Connectivité
Simple $c_{max} \leq 2$	sériel	$c_i = 1, i = 1,2$ $c_i = 2, i > 2$	Enchaînement	$c_i = 2, \forall i$
Complexe $c_{max} > 2$	arborescent	$c_{max} > 2$ sans boucle	parallèle	$c_i > 2, i = 1,2$ $c_i = 2, i > 2$
			hybride	$c_i \geq 2, i = 1, \dots, m$ $c_i \geq 2, i > m$

Note:  $c_i$  est le degré de connectivité du corps  $i$ .

Par opposition, un manipulateur sériel, c'est-à-dire MS se compose d'un ensemble de corps connectés en série par des couples cinématiques inférieurs, habituellement des couples à 1 DDL soit: prismatiques ou rotoïdes [38]. C'est le plus simple de tous les manipulateurs robotiques et il apparaît comme sous-ensemble des manipulateurs robotiques plus complexes. De nos jours, un grand nombre de designs de MSs sont utilisés dans l'industrie. On peut citer, par exemple, l'industrie automobile et alimentaire où ils effectuent notamment des opérations d'assemblage, d'emballage et de manutention (voir Fig. 1.3). Ces manipulateurs sont utiles et adéquats pour des tâches industrielles simples et variées de petite et moyenne précision sur un large espace de travail. Ils ne peuvent cependant pas réaliser certaines tâches plus difficiles et complexes comme le transport et la manipulation des charges lourdes et les tâches d'assemblage et de montage de grande précision. Une explication possible de ceci est que chaque moteur doit déplacer, hormis la charge utile, la structure mécanique et les moteurs situés en aval de ce dernier.

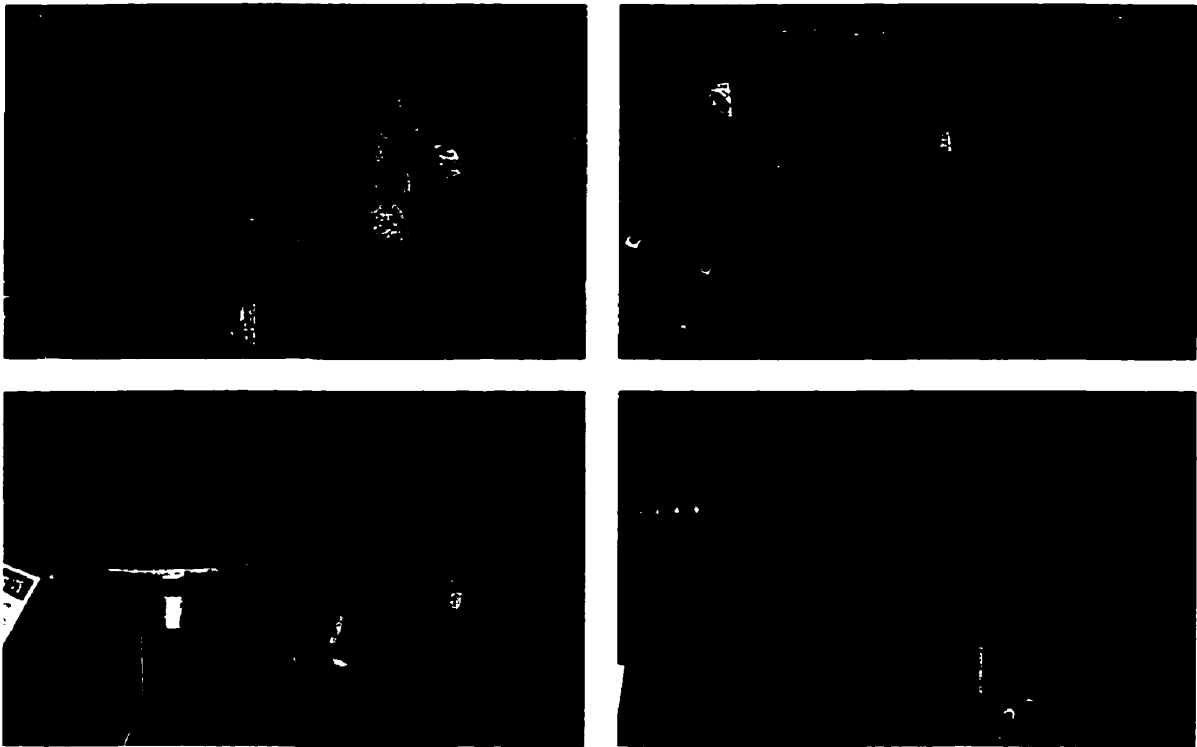


Figure 1.3 – *Applications de manipulateurs sériels*

Un autre type de manipulateur est le manipulateur parallèle; appelé dans ce mémoire MP. Un MP est composé de deux corps principaux, une base et une plateforme mobile, couplés par trois ou plusieurs chaînes cinématiques simples que l'on appelle jambes. Une seule articulation par jambe est habituellement actionnée et mesurée, alors que les autres articulations sont laissées libres (voir Fig. 1.2d). Les MPs sont particulièrement intéressants parce qu'ils possèdent des caractéristiques complémentaires aux MSs. Ils peuvent être utilisés dans des situations où les caractéristiques des MSs ne peuvent satisfaire les exigences de l'application. En général, les MPs peuvent supporter une plus grande charge utile et possèdent



une meilleure précision de positionnement que les MSs de grandeurs équivalentes. Comme pour un MS, il est possible d'obtenir des déplacements rapides avec un MP en réduisant sa masse. Cependant, les MPs possèdent une rigidité structurelle supérieure qui leur permet, même avec des membrures légères, de maintenir une précision de positionnement supérieure. Les MPs sont aussi dotés d'un espace de travail réduit comportant plus de problèmes de singularités et d'obstructions que les MSs.

Les applications des MPs sont de plus en plus diversifiées. Comme premier exemple, on peut citer l'utilisation d'une plate-forme de Stewart-Gough dans les simulateurs de vol fabriqués par la compagnie CAE Electronique Inc. de Montréal (voir Fig. 1.4). Pour cette application, l'utilisation d'un MP est le meilleur choix



Figure 1.4 - *Plate-forme de Stewart-Gough et simulateur de vol*

possible puisque celui-ci a une très grande rigidité et un rapport charge utile/masse

du manipulateur très élevé.

Les MPs se retrouvent notamment dans l'industrie pour effectuer des opérations d'assemblage ainsi que pour supporter et mouvoir des pièces sur lesquelles il faut réaliser certaines opérations d'usinage et de soudage par exemple. On peut aussi mentionner qu'à l'heure actuelle, la conception de machines-outils à commandes numériques à partir de MPs est en pleine progression (voir Fig. 1.5).

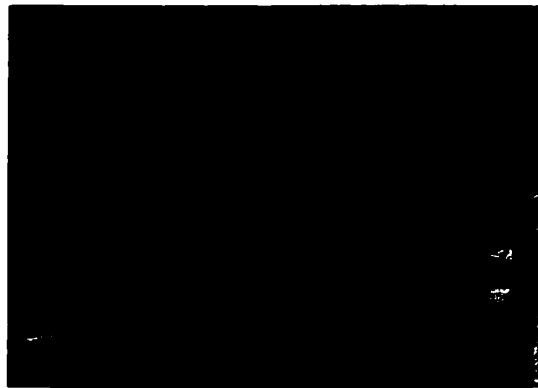


Figure 1.5 – *Machine-outil à commandes numériques à architecture parallèle*

### 1.1.3 Degré de liberté

Un degré de liberté (DDL) exprime la possibilité de positionnement ou d'orientation d'un corps par rapport à un certain axe [4]. Pour les manipulateurs, le nombre de DDLs est associé à la plate-forme mobile ou effecteur ( $E_f$ ).

### 1.1.4 Modèle géométrique

Designons par

$$\mathbf{q} \equiv [q_1 \dots q_m]^T \quad (1.1)$$

le vecteur des coordonnées articulaires (CAs) d'un manipulateur à  $n$  degrés de liberté, ainsi que

$$\mathbf{x} \equiv [x_1 \dots x_n]^T \quad (1.2)$$

les coordonnées cartésiennes (CCs) de son  $E_f$ . Ces coordonnées peuvent définir la position d'un point et/ou l'orientation de l' $E_f$  par rapport à un repère de base.

Tel que montré à la figure 1.6, le modèle géométrique direct (MGD) d'un manipulateur consiste à déterminer les CCs  $\{x_i\}_1^n$  de l' $E_f$  pour des valeurs des CAs  $\{q_i\}_1^m$  données. Le modèle géométrique inverse (MGI) consiste à déterminer les CAs  $\{q_i\}_1^m$  du manipulateur pour des CCs  $\{x_i\}_1^n$  données. En d'autres termes, ceci revient à déterminer la configuration du manipulateur correspondant à une position et une orientation donnée de l' $E_f$ .

### 1.1.5 Espace de travail

L'espace de travail ( $W$ ) d'un manipulateur est l'ensemble des coordonnées cartésiennes atteignables par l' $E_f$  du manipulateur. Pour le MS à poignet sphérique, la représentation de l'espace de travail  $W$  est habituellement simplifiée par le découplage de la partie positionnement et l'orientation ce qui permet de représenter d'abord

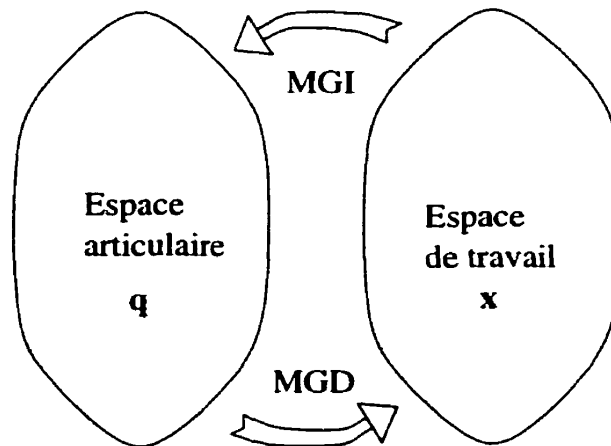


Figure 1.6 – Relation entre l'espace articulaire et l'espace de travail

en 3D les possibilités de positionnement (l'espace atteignable du centre du poignet) et ensuite, l'espace atteignable en orientation de l' $E_f$ . Dans le cas des MPs, il y a habituellement couplage entre orientation et translation ce qui force une représentation en 6D. Il faut alors utiliser des coupes et des projections de l'espace de travail  $W$ , afin de ramener  $W$  à des représentations graphiques en 3D [8, 26]. L'espace de travail  $W$  en 6D est ramené à un espace en 3D dans le cas d'un MP en translation 3D, c'est-à-dire un manipulateur dont l' $E_f$  ne produit que des mouvements de translation avec une orientation constante. L'espace de travail  $W$  des MSs et MPs est limité par trois facteurs:

- les limites de débattements des articulations;
- les intersections des composantes;
- les limites des courses des actionneurs.

### 1.1.6 Matrice jacobienne et singularité

La matrice jacobienne ( $\mathbf{J}$ ) d'un manipulateur est une matrice d'influence qui exprime la relation entre les vitesses articulaires  $\dot{\mathbf{q}}$  du manipulateur et le torseur de vitesse  $\mathbf{t} \equiv [\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{v}^T]^T$  de l' $E_f$ , où  $\mathbf{t}$  est composé du vecteur vitesse angulaire  $\boldsymbol{\omega}$  et du vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  de l'origine du référentiel attaché à l' $E_f$ .

En général, cette relation de vitesse d'un système mécanique peut être exprimée par:

$$\mathbf{A}\mathbf{t} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}, \quad (1.3)$$

où  $\mathbf{A}$  est la matrice jacobienne parallèle et  $\mathbf{B}$  est la matrice jacobienne sérielle. Dans le cas des MSs, la matrice jacobienne parallèle  $\mathbf{A}$  est toujours la matrice identité et donc la matrice jacobienne  $\mathbf{J}_s$  est donnée par

$$\mathbf{J}_s \equiv \mathbf{B}, \quad \mathbf{t} = \mathbf{J}_s \dot{\mathbf{q}}. \quad (1.4)$$

Dans le cas des manipulateurs pleinement parallèle (exemple les plate-formes de Stewart-Gough), la matrice jacobienne sérielle  $\mathbf{B}$  est toujours diagonale, alors que la matrice jacobienne parallèle est non-triviale. L'inverse de  $\mathbf{B}$  existe en autant que les éléments de la diagonale sont non nuls. Ainsi, la matrice jacobienne des

manipulateurs pleinement parallèle est donnée par

$$\mathbf{J}_p \equiv \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}, \quad \mathbf{J}_p \mathbf{t} = \dot{\mathbf{q}}. \quad (1.5)$$

Dans le cas des manipulateurs parallèles, ni la matrice jacobienne parallèle  $\mathbf{B}$ , ni la matrice jacobienne sérielle  $\mathbf{A}$  ne sont triviales et il est nécessaire de travailler directement avec les deux matrices jacobienues  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ .

Une singularité survient pour une configuration de manipulateur où le nombre de DDLs de l' $E_f$  est différent de la dimension de l'espace de travail dans lequel il évolue [11]. Pour chercher les configurations singulières d'un MP, on peut entre autres utiliser une méthode analytique fondée sur l'étude des matrices jacobienues parallèles et sérielles du manipulateur [38]. Les types de singularités sont résumés dans le tableau 1.2.

### 1.1.7 Topologie et paramètres géométriques

Dans ce mémoire, la topologie est la description sous-forme de graphe des structures de chaînes cinématiques d'un manipulateur à l'aide de différents couples cinématiques. La topologie fait abstraction de la géométrie de la chaîne.

Les paramètres géométriques décrivent un manipulateur à sa position initiale ainsi que la position et l'orientation des ses couples cinématiques. Les paramètres géométriques procurent quelques informations sur la forme des composantes. Par

Tableau 1.2 – Classification des types de singularité

Type de singularité	Equation	Caractéristiques
Parallèle	$\text{Det}(A)=0$	Il est possible de déplacer la plate-forme mobile alors que les articulations motorisées sont bloquées.
Sérielle	$\text{Det}(B)=0$	Il n'est pas possible d'engendrer certaines vitesses de la plate-forme mobile. Les singularités sérielles représentent les limites de l'espace de travail.
Parallèle/ Sérielle	$\text{Det}(A)=0$ et $\text{Det}(B)=0$	Il est possible de déplacer de manière infinitésimale la plate-forme mobile alors que les articulations motorisées sont bloquées et inversement.
Structurelle		Il apparaît pour des dimensions particulières des manipulateurs. Pour des configurations articulaires particulières, le MGD admet une infinité de solutions.

exemple, deux couples cinématiques liés par une composante définissent la longueur de celle-ci.

### 1.1.8 Configuration

Dans ce mémoire, la configuration d'un manipulateur est un vecteur  $\mathbf{q}$  qui contient tous les CAs du manipulateur et qui permet de définir la position et l'orientation de tous les corps le constituant, c'est-à-dire les jambes, l' $E_f$  et la base.

### **1.1.9 Synthèse géométrique**

Dans le cadre de ce mémoire, la synthèse géométrique est le choix des valeurs des paramètres géométriques d'un manipulateur afin d'optimiser ses performances globales, c'est-à-dire sur tout le domaine de son espace de travail  $W$ .

#### **1.1.10 Mode d'assemblage**

La notion de mode d'assemblage est associée aux différentes solutions du MGD. Ainsi, pour un vecteur de CAs connu, il peut y avoir plusieurs solutions au MGD, chacune représente un mode d'assemblage différent. Pour les manipulateurs sériels, il existe toujours une seule solution au MGD, et donc, ceux-ci ne possèdent qu'un seul mode d'assemblage. Par contre, les manipulateurs Stewart-Gough peuvent avoir jusqu'à 40 solutions réelles distinctes au MGD [13], et ainsi, posséder 40 modes d'assemblage.

#### **1.1.11 Mode de fonctionnement**

La notion de mode de fonctionnement est associée aux différentes solutions du MGI. Ainsi, pour une CC connue, il peut y avoir plusieurs solutions au MGI, chacune représentant un mode de fonctionnement différent. Pour les manipulateurs sériels à six articulations rotoïdes, il existe jusqu'à 16 solutions distinctes au MGI, c'est-à-dire les différentes configurations du manipulateur que l'on appelle mode de fonctionnement. Pour les manipulateurs pleinement parallèles, la matrice



jacobienne sérielle  $\mathbf{B}$  est diagonale. Chaque terme  $B_{ii}$  de celle-ci est associé à une jambe du manipulateur. Un mode de fonctionnement est dans ce cas l'ensemble des configurations du manipulateur pour lesquelles les  $\{B_{ii}\}_1^n$  ne changent pas de signe, ni ne s'annulent.

### 1.1.12 Aspect

Tel que défini par Chablat [11], les aspects sont les plus grands domaines de l'espace de travail  $W$  exempt de toute singularité. L'ensemble des aspects d'un manipulateur peut être obtenu en soustrayant de l'espace de travail  $W$  les configurations singulières. Dans ce mémoire, nous utiliserons la notion d'aspect afin de caractériser la plus grande partie de l'espace de travail  $W$  qui est parcourable par l' $E_f$ .

### 1.1.13 Octree

La représentation octree [11] est obtenue en divisant récursivement l'espace occupé par un objet en huit cellules de tailles égales appelées octant. Il existe trois catégories d'octants: *noir* qui indique que l'octant est à l'intérieur de l'objet, *blanc* qui précise qu'il est à l'extérieur de l'objet et *gris*, quant il y a occupation partielle de l'octant par l'objet. Ainsi, la modélisation d'un volume est réalisée par un ensemble de cubes de tailles différentes. Les plus petits cubes étant proches de la frontière de l'objet, leur taille définit la précision de l'octree. Cette méthode

originellement proposée par Meagher [25] est particulièrement bien adaptée pour la représentation de volumes complexes et pour réaliser des opérations booléennes sur ces volumes. Nous allons l'utiliser pour la détermination des espaces de travail  $W$ .

## 1.2 Travaux Précédents

Dans la littérature, il existe un très grand nombre de travaux qui présentent toute une variété de structure de MPs [26, 28]. Dans ce mémoire, nous nous intéressons aux différentes méthodes qui ont permis de générer ces nouveaux designs de manipulateurs parallèles. Cette section présente quelques-unes des méthodes utilisées pour la synthèse géométrique et topologique de MPs, autres que la simple intuition ou éclair de génie [29].

Le Manta et le Kanuk (voir Fig. 1.7) sont deux nouveaux manipulateurs paral-

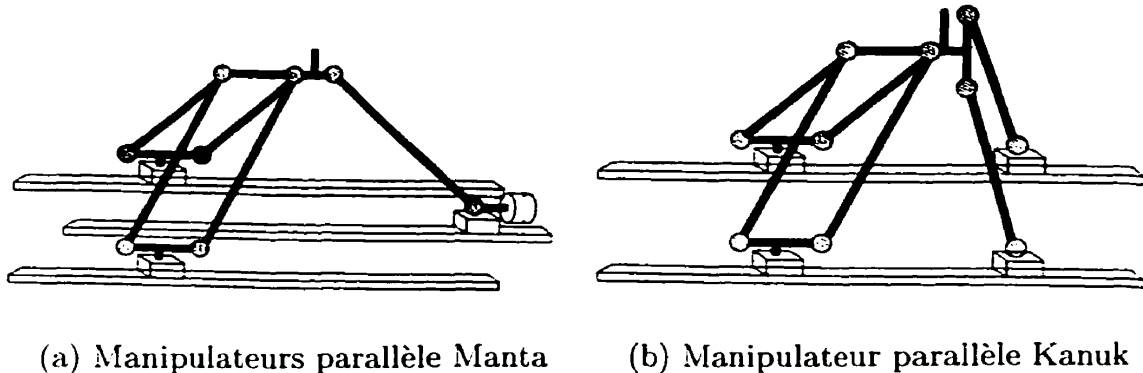


Figure 1.7 – Deux nouveaux designs de manipulateurs parallèles

lèles à quatre DDLs inspirés des manipulateurs Delta, Tricept et Hexa [36]. Ces deux manipulateurs permettent à l' $E_f$ , des translations en 3D ainsi qu'une rota-

tion de celui-ci. La plupart des manipulateurs à six DDLs ne permettent pas des rotations suffisantes de l' $E_f$  (par exemple seulement  $\pm 45^\circ$ ). Selon Rolland [36], l'industrie nécessite des manipulateurs à mouvements très rapides qui peuvent manipuler des objets selon un ou deux axes transversaux de l' $E_f$ . Après modifications, les manipulateurs Manta et Kanuk incorporent une rotation de  $360^\circ$  de l' $E_f$ . Les applications industrielles visées sont les entrepôts automatisés, la manipulation en médiathèque, les changeurs d'outils ainsi que le chargement et déchargement de machines-outils.

Tel que montré à la figure 1.8, le manipulateur parallèle NABLA6 a six DDLs et est mû par six actionneurs prismatiques se déplaçant dans un même plan [9]. Cha-

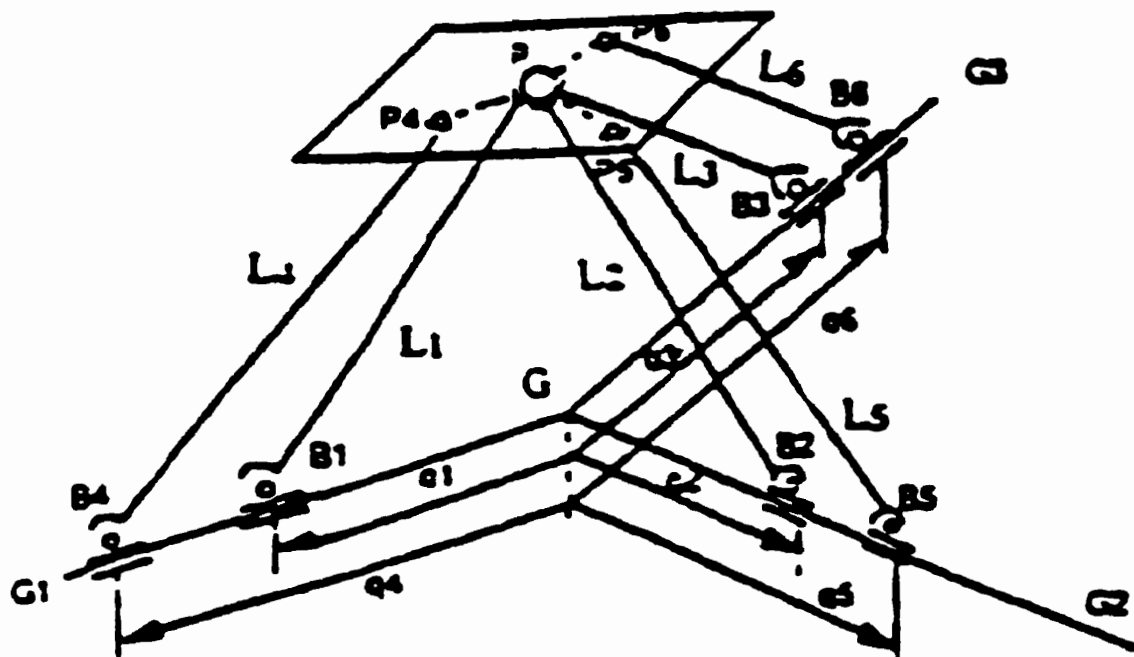


Figure 1.8 - Schéma du manipulateur NABLA6

cune des trois jambes orientées symétriquement à  $120^\circ$  possède deux actionneurs. Un actionneur par jambe est utilisé pour le positionnement de l' $E_f$  et l'autre pour l'orientation. La particularité principale de ce manipulateur est que les parties positionnement et orientation de l' $E_f$  sont découplées cinématiquement, c'est-à-dire: trois tiges indépendantes sont reliées à un même point  $P$  de l' $E_f$  par trois joints sphériques. Chacun de ces joints sphériques est réalisé à partir d'une combinaison de trois joints rotoïdes dont les axes se rencontrent en un même point  $P$  (voir Fig. 1.9).

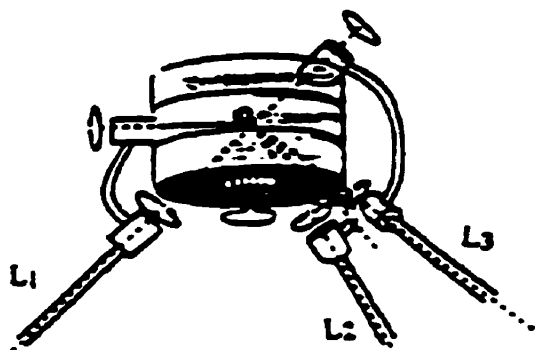


Figure 1.9 – Combinaison de trois joints sphériques

L'Agence Spatiale Canadienne a proposé un design de manipulateur parallèle à trois DDLs [33]. Ce manipulateur provient de l'extension en 3D des mécanismes plans à 5 barres (voir Fig. 1.10) (ensemble de membres et joints dont la fonction est de laisser son  $E_f$  atteindre une situation particulière ou de suivre un mouvement spécifié [35]), ainsi que son extension à un design à trois DDLs (voir Fig. 1.11).

Une autre approche de design est la combinaison de plusieurs mécanismes. On

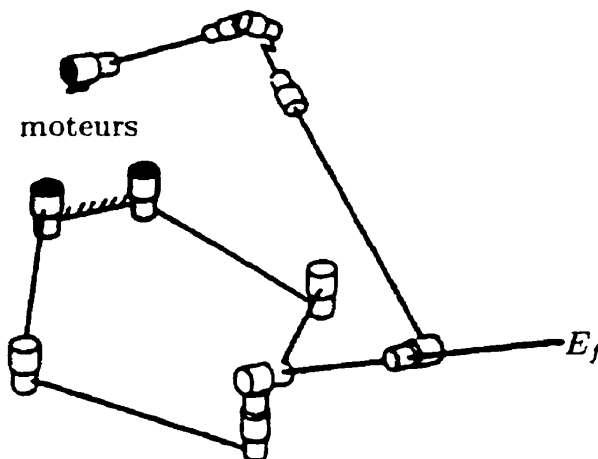


Figure 1.10 – *Extension 3D d'un mécanisme plan à 5 barres*

peut citer comme exemple le système de préhension compacte à six DDLs proposé par Tsumaki [41] et montré à la figure 1.12. Il s'agit de trois mécanismes: un mécanisme à un DDL en rotation, un mécanisme spatial à cinq barres à deux DDLs en rotation (voir Fig. 1.13) et un manipulateur parallèle Delta à trois DDLs en translation qui est modifié afin de recevoir les deux autres mécanismes. Ce manipulateur est très compact, il peut réaliser des déplacements rapides et possède un large espace de travail  $W$ .

Récemment, Merlet [27] a proposé un algorithme permettant de déterminer toutes les géométries de manipulateurs parallèles à six DDLs de type plate-forme de Stewart-Gough dont l'espace de travail doit inclure au minimum un espace de travail désiré. Certains critères de performance pourraient être utilisés afin de déterminer un design de manipulateur optimal à l'aide d'un algorithme numérique avec un domaine de recherche restreint.

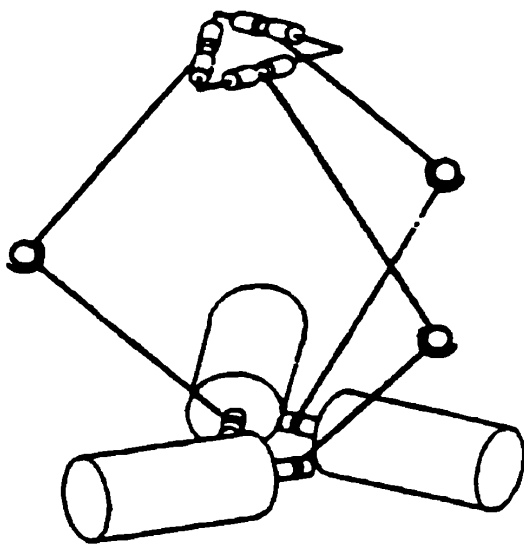


Figure 1.11 – *Le mécanisme di-tetraèdre*

La théorie des groupes de déplacement présentée par Hervé [19, 20, 21] est à l'origine de la conception du manipulateur Y Star (voir Fig. 1). Un groupe de déplacement est un groupe de transformations, c'est-à-dire un ensemble de transformations qui agissent sur un ensemble de points. Des sous-groupes de déplacement fournissent des types spéciaux de mouvements d' $E_f$  et sont représentés par des liens mécaniques entre des couples de corps rigides. Le sous-groupe de déplacement à quatre liaisons mécaniques (couples cinématiques inférieurs produisant un DDL uniquement) a été utilisé par Hervé pour générer le manipulateur Y Star.

Boudreau et Gosselin [10] présentent une approche utilisant un algorithme génétique (AG) pour faire la synthèse d'un manipulateur à six DDLs, la plateforme de Stewart-Gough. Ils cherchent à déterminer les paramètres architectu-

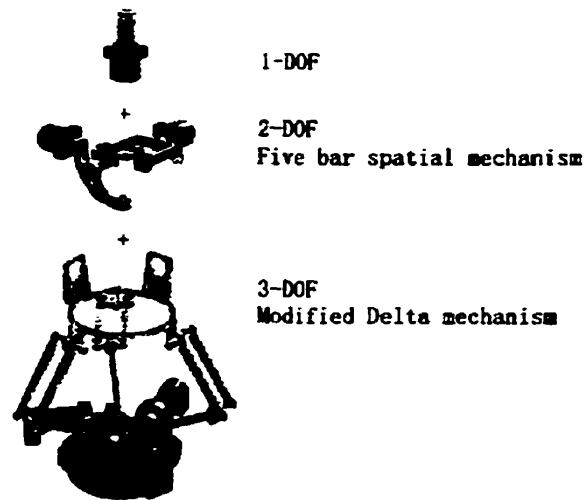


Figure 1.12 – *Distribution des DDL*

raux (26 variables) qui feront en sorte que l'espace atteignable soit le plus près possible d'un espace prescrit, ce qui permet d'obtenir le manipulateur le plus compact possible pour cet espace et une solution économique. L'AG utilise un seul critère d'optimisation qui est la zone non commune entre les deux espaces mentionnés précédemment. Pour leurs essais, l'AG prend quelques minutes pour calculer 100 générations puisque l'espace de travail atteignable des manipulateurs étudiés est calculé rapidement par l'intersection de portions de sphères et d'un plan (étude pour un espace à orientation constante).

Un autre travail présente deux synthèses géométriques d'un manipulateur plan à trois DDLs (voir Fig. 1.14) dont une est basée sur la maximisation du volume total de l'espace de travail  $W$  du manipulateur et l'autre sur l'optimisation du volume total de l'espace de travail  $W$  bien conditionné [39]. La deuxième synthèse

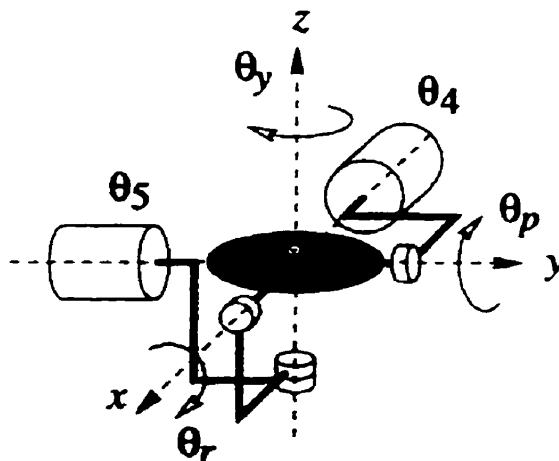


Figure 1.13 – Mécanisme spatial à 5 barres

utilise un critère de performance global, appelé indice de condition, qui représente l'intégrale de l'inverse du nombre de condition [30] de la matrice jacobienne sur tout l'espace de travail  $W$ . Cette intégrale est estimée en utilisant la méthode de Monte Carlo. Les synthèses ont été calculées en utilisant la boîte à outils d'optimisation de Matlab. Ce travail montre l'optimisation des performances d'un MP par rapport à un seul critère de performance à la fois. Les résultats ont montré que le design d'un manipulateur parallèle optimisé par rapport au plus grand volume de l'espace de travail  $W$  est significativement différent de celui qui a été optimisé pour un espace de travail  $W$  bien conditionné. De plus, les résultats montrent qu'un manipulateur dont le design maximise le volume de l'espace de travail  $W$  donnera un espace de travail mal conditionné. Un résultat intéressant de ce travail est que pour un manipulateur à trois jambes, le design qui maximise le volume de l'espace de travail  $W$  bien conditionné voit ses jambes orientées symétriquement à  $120^\circ$  dans



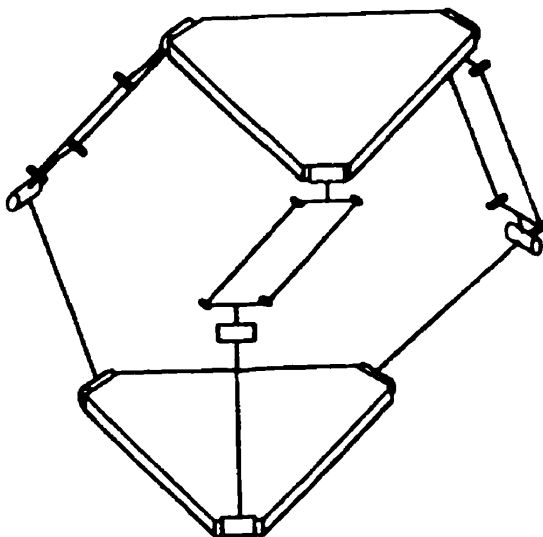


Figure 1.14 – Schéma d'un manipulateur parallèle à trois DDLs

un plan horizontal.

Pour le moment, peu de travaux ont été effectués sur la synthèse topologique de MPs. Une première façon d'y arriver est de rendre reconfigurable un MP en le divisant par modules tel que présenté dans [42]. Ce travail présente des configurations de MPs non redondants à six DDLs (voir Fig. 1.15). Les manipulateurs sont constitués de trois jambes possédant chacune deux modules motorisés (rotoïde ou prismatique), un module passif de révolution (joint rotoïde ou joint pivot) et un module passif sphérique qui se situe à la fin de la jambe. Étant modulaire, un MP peut être rapidement construit et son espace de travail  $W$  peut être ajusté en changeant la position des jambes, les types de joint et la longueur des jambes pour répondre aux besoins de divers tâches.

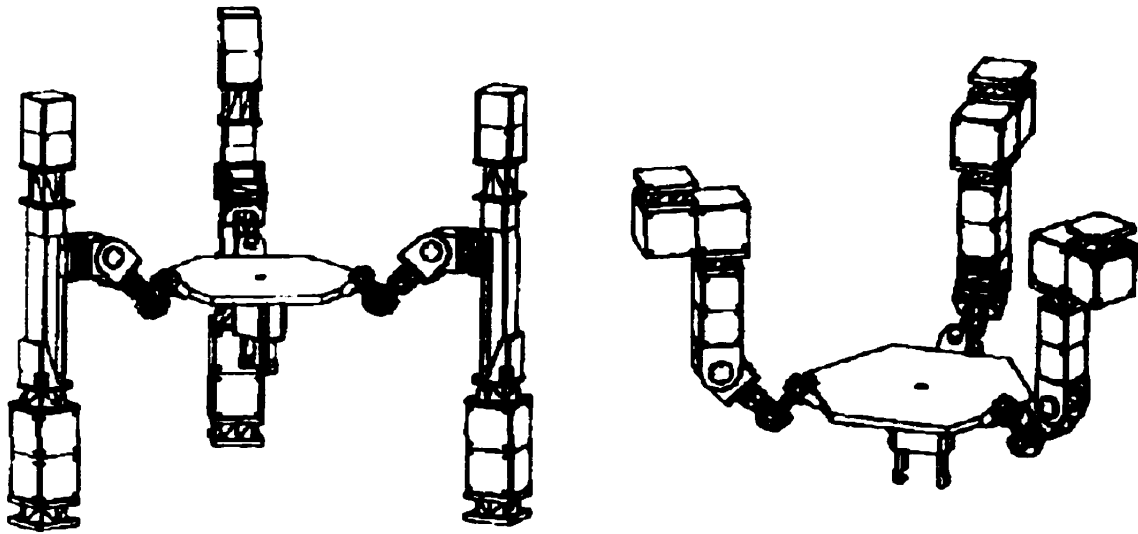


Figure 1.15 – Deux configurations modulaires de manipulateurs parallèles à trois jambes

Ramstein et Chedmail [35] ont comparés les AGs et le recuit simulé pour faire la synthèse géométrique et topologique de mécanismes plans. En plus d'avoir certains paramètres géométriques, ces chercheurs introduisent un paramètre topologique qui possède trois possibilités de topologie de mécanisme ( $RRRR$ ,  $RPRR$  et  $PPRR$ ). L'étude consiste à générer des designs de manipulateur pour décrire une trajectoire prescrite avec le plus faible pourcentage d'erreur possible. Comparativement au recuit simulé, les AGs donnent le meilleur pourcentage de succès. Ainsi, l'étude a démontré que pour cette synthèse, les AGs donnent les meilleures performances pour obtenir de bons résultats même si certains paramètres de design sont non-dimensionnels comme, par exemple, le paramètre topologique représentant le mécanisme.

Après qu'un design de mécanisme ait été proposé, il est préférable d'avoir une évaluation du design avant qu'un prototype soit construit. Cela permet d'effectuer rapidement des modifications du design à peu de frais. La réalité virtuelle [37] et le prototypage rapide sont deux disciplines assistées par ordinateur qui se développent très rapidement et qui peuvent être utilisées pour l'évaluation de designs de mécanismes. En ce qui concerne le prototypage rapide, des travaux ont montré qu'il est maintenant possible de fabriquer, en une seule étape, un prototype de MP à six DDLs avec des joints rotoïdes, prismatiques et sphériques, c'est-à-dire ne nécessitant aucune opération d'assemblage [1]. Les prototypes peuvent être d'une grande aide dans le design de mécanismes en permettant une visualisation 3D du mécanisme. Ils peuvent de plus procurer une validation expérimentale des propriétés géométriques et cinématiques comme les interférences mécaniques, les caractéristiques de transmission, les singularités et l'espace de travail [22]. Des prototypes motorisés ont déjà été fabriqués et commandés avec succès [18].

### **1.3 Sujet de recherche**

Ce mémoire traite de la synthèse géométrique de manipulateurs parallèles de la classe topologique Star par algorithme génétique. Notre étude porte donc sur une classe de manipulateurs qui est dérivée de la paramétrisation du manipulateur Y Star illustré à la figure 1. Les manipulateurs de la classe Star ont tous trois jambes dont la topologie est identique à celle du Y Star. La figure 1.16

présente les couples cinématiques inférieurs ainsi que la numérotation des compo-

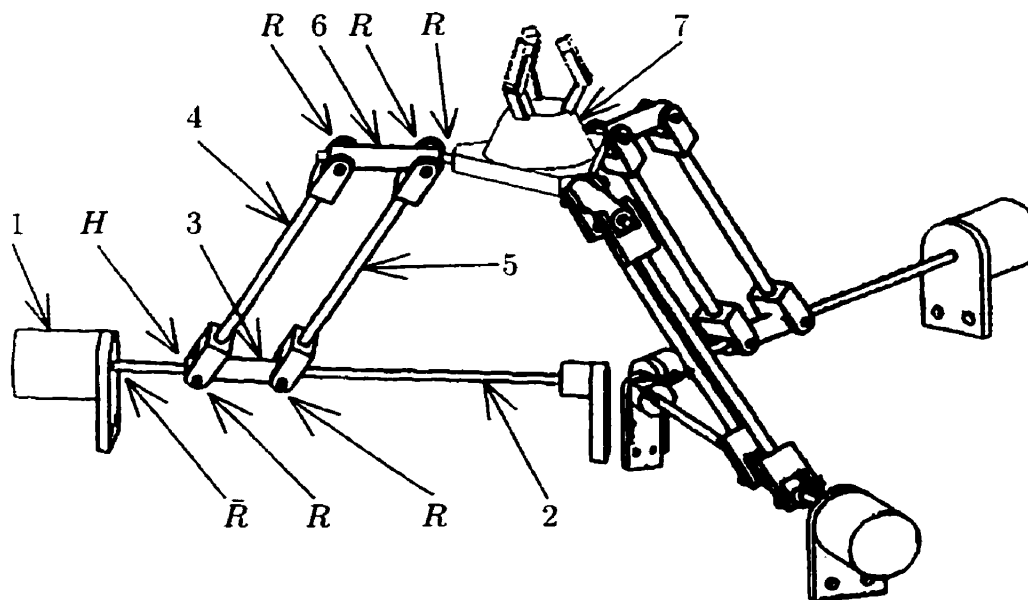


Figure 1.16 – Identification des composantes et des couples cinématiques inférieurs du Y Star

santes principales, c'est-à-dire les composantes d'une jambe (numéros 2 à 6), la base fixe (numéro 1) et l'effecteur (numéro 7). La topologie d'une jambe du Y Star est illustrée à la figure 1.17. Cette topologie peut être représentée à l'aide de la théorie des graphes où un cercle représente une composante du manipulateur et une ligne correspond à un couple cinématique inférieur identifié par la lettre  $R$  ou  $H$ . Le mécanisme à quatre membrures formé par les pièces 3 à 6 et par quatre liaisons rotoïdes peut être simplifié par un couple cinématique *prismatique circulaire*  $P_c$  à un DDL (voir Fig. 1.18). Ce couple permet un mouvement circulaire de la pièce 6 par rapport à la pièce 3 tout en conservant le parallélisme des deux

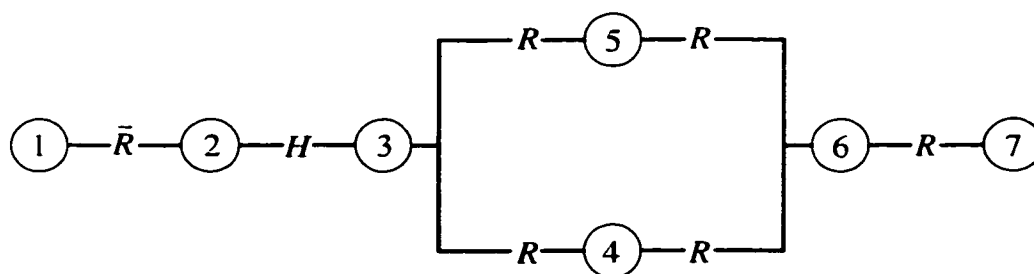
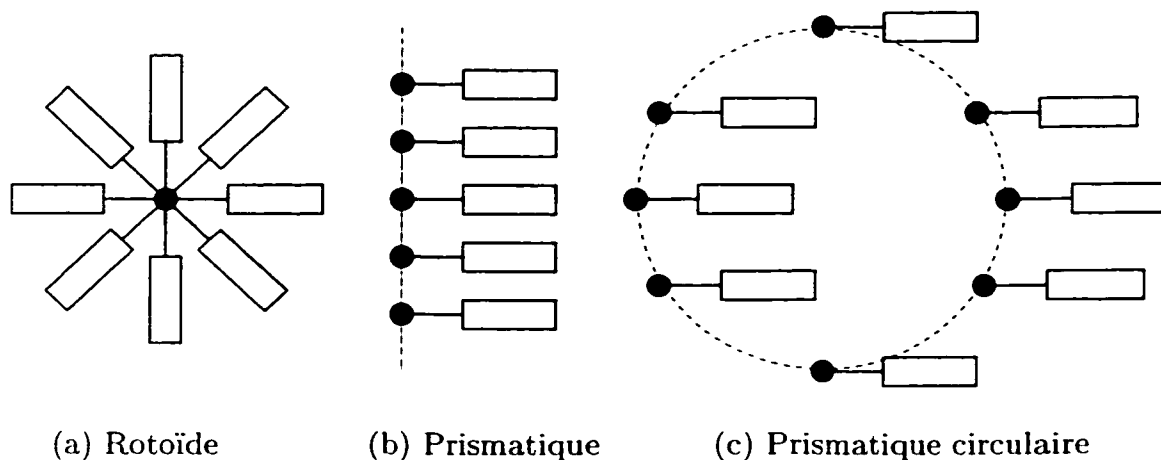


Figure 1.17 – Topologie d'une jambe du Y Star



Figure 1.18 – Topologie simplifiée d'une jambe du Y Star

pièces. La figure 1.19 montre la différence de mouvement d'une pièce attachée à un couple cinématique simple rotoïde ou prismatique comparativement à un couple prismatique circulaire.



(a) Rotoïde

(b) Prismatique

(c) Prismatique circulaire

Figure 1.19 – Positions indicées d'une pièce attachée à différents couples cinématiques

D'après la figure 1.18, la topologie d'une jambe du Y Star est dite  $\bar{R}HP_cR$  où  $\bar{R}$  signifie que la liaison rotoïde est motorisée. Étant donné que le Y Star possède

trois jambes, la topologie globale du Y Star peut s'écrire  $3 \times \{\bar{R}HP_cR\}$ .

## CHAPITRE 2

### MODÈLE CINÉMATIQUE

Ce chapitre présente le modèle cinématique des MPs de la classe topologique Star. Ces manipulateurs possèdent tous la même structure topologique décrite à la section 1.3 et ne diffèrent que par leurs géométries. Ainsi, un ensemble de paramètres est défini afin de décrire l'ensemble des designs possibles de la classe Star. Afin d'étudier l'espace de travail des différents designs, il est nécessaire de connaître le modèle cinématique de ceux-ci. Pour cette étude, nous utiliserons principalement le modèle géométrique inverse (MGI). La matrice jacobienne doit également être dérivée en fonction des paramètres géométriques. Celle-ci sera utile pour évaluer les performances des différents manipulateurs à travers l'ensemble de leurs espaces de travail.

#### 2.1 Topologie de la classe Star

Le MP choisi pour cette étude est le manipulateur Y Star (voir Fig. 1). Il a été sélectionné parce qu'il ne génère que des translations de l' $E_f$ , c'est-à-dire que celui-ci conserve toujours une orientation constante quelque soit la configuration du manipulateur. Ainsi, ce manipulateur possède uniquement trois DDLs en translation ce qui réduit considérablement la complexité des équations des modèles

géométriques. L' $E_f$  du manipulateur Y Star est toujours parallèle à sa base ce qui ne sera pas nécessairement le cas pour les nouveaux designs étudiés.

La classe topologique Star est constituée de MPs de même topologie que le Y Star, mais dont la distinction entre les manipulateurs provient des différentes géométries possibles. La figure 2.1 présente la géométrie type d'une des trois jambes d'un manipulateur de la classe Star.

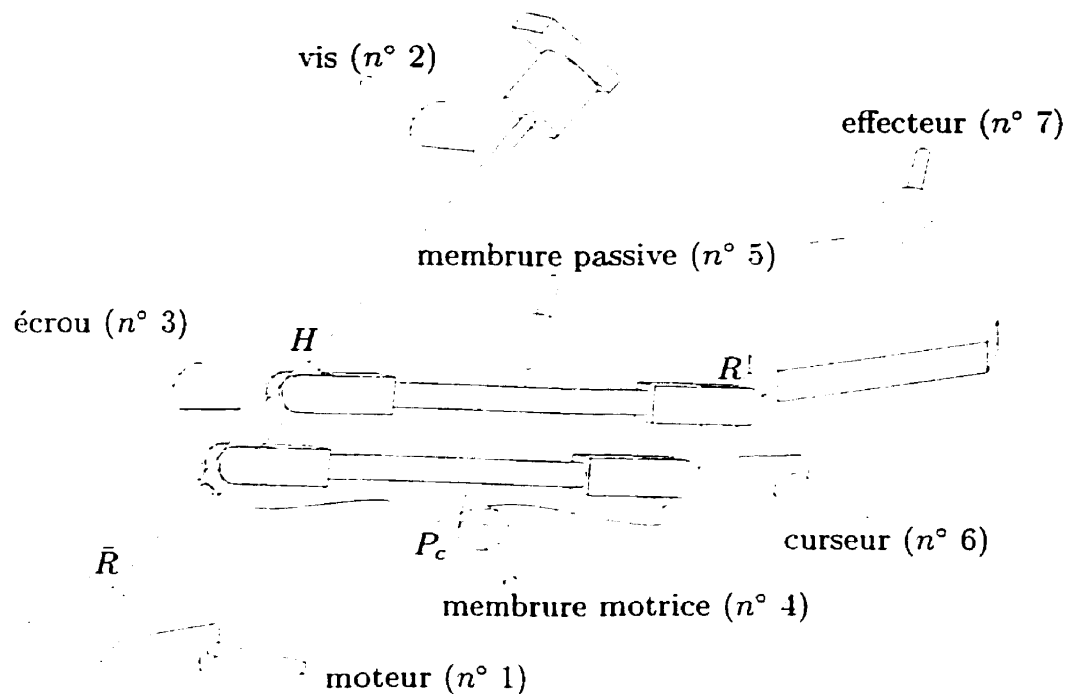


Figure 2.1 – Composantes principales d'un manipulateur de la classe Star

Tout d'abord, nous remarquons que chaque jambe est constituée de composantes principales:

1. un moteur (pièce 1) fixe sur la base;
2. une vis sans fin (pièce 2);



3. un écrou mobile (pièce 3);
4. une membrure motrice (pièce 4);
5. une membrure passive (pièce 5);
6. un curseur (pièce 6); et finalement
7. un effecteur (pièce 7).

Ainsi la structure topologique Star, c'est-à-dire  $3 \times \{\bar{R}HP_cR\}$  (voir Fig. 1.18), permet de produire des mouvement de translation 3D de l' $E_f$  grâce à:

- un joint rotoïde  $R$  entre les pièces 1 et 2;
- un joint hélicoïdal  $H$  entre les pièces 2 et 3;
- un joint prismatique circulaire  $P_c$  entre les pièces 3 et 6; et
- un joint rotoïde  $R$  entre les pièces 6 et 7.

Pour chaque jambe, on remarque une membrure passive (pièce 5). Celle-ci est utilisée pour former un mécanisme à quatre membrures (pièces 3, 4, 5 et 6) qui assure le parallélisme des pièces 3 et 6. Le mouvement de 6 par rapport à 3 est dit prismatique circulaire puisque la pièce 6 demeure toujours parallèle à la pièce 3 tout en décrivant une trajectoire circulaire par rapport à la pièce 3 de rayon égale à la longueur de la pièce 4 (voir Fig. 1.19).

Chaque jambe produit quatre DDLs de l' $E_f$ , soit trois DDLs en translation et une rotation autour de l'axe de la pièce 6. Cependant, aucune rotation de l' $E_f$  n'est possible puisque celui-ci est supporté par les trois jambes simultanément et ce en

des points différents de l' $E_f$ . Ainsi, la rotation de l' $E_f$  autour de l'axe de la pièce 6 d'une jambe est bloquée par la liaison de l' $E_f$  aux autres jambes. Il en résulte que l' $E_f$  est mobile uniquement en translation 3D. Il serait possible de retrouver cette rotation si les trois curseurs deviennent coaxiaux. En fait, deux jambes avec curseurs non coaxiaux suffises pour supporter l' $E_f$ , mais pour des raisons de rigidité structurelle et de mobilité, il est préférable d'en utiliser trois.

Quelque soit l'orientation d'une vis sans fin, le point de connexion du curseur sur l' $E_f$  aura toujours trois DDLs en translation. Il n'est donc pas nécessaire que les axes des vis se situent dans un même plan comme pour le Y Star ni qu'ils soient concourants, afin que l' $E_f$  ait sa pleine mobilité en translation 3D. Par contre, une condition de mobilité à respecter pour les MPs de la classe Star est le parallélisme entre l'écrou et le curseur (pièces 3 et 6) de chaque jambe. Pour ce faire, le mécanisme à quatre membrures de chaque jambe doit former un parallélogramme à côtés opposés égaux.

Chaque jambe est mue par un moteur faisant tourner une vis sans fin. Si on ne prend qu'un seul écrou sur une vis en rotation, même si l'écrou n'est pas fixe sur la vis, il tournera avec elle. Puisque cette rotation de l'écrou autour de la vis est bloquée par les membrures motrice (pièce 4) et passive (pièce 5), l'écrou se déplace le long de l'axe de la vis. Il subsiste tout de même une petite rotation de l'écrou autour de la vis causée par le déplacement de l' $E_f$ . Ce sont les positions des trois écrous le long des axes de leurs vis respectives qui déterminent la position de l' $E_f$

dans l'espace de travail  $W$  du manipulateur.

## 2.2 Paramètres géométriques

Les différents designs possibles de manipulateurs de la classe topologique Star sont décrits par un ensemble de vingt paramètres géométriques pour la synthèse géométrique. Certaines hypothèses basées sur le principe suivant permettent de sélectionner les paramètres géométriques:

### Principe 1: Non-redondance des paramètres géométriques

“Les paramètres géométriques doivent être indépendants de la localisation des référentiels et de l'échelle.”

La figure 2.2 présente une représentation vectorielle d'une jambe de la classe Star. Plusieurs de ces vecteurs renferment les différents paramètres géométriques définis à partir des hypothèses suivantes:

### Hypothèse 1: Les designs sont restreints à ceux ayant trois vis concourantes.

Cette hypothèse est restrictive et réduit grandement l'espace de recherche, et aussi, réduit grandement les temps de calcul. Cette hypothèse devrait être retirée dès la prochaine version de l'algorithme génétique, afin de couvrir complètement la classe Star.

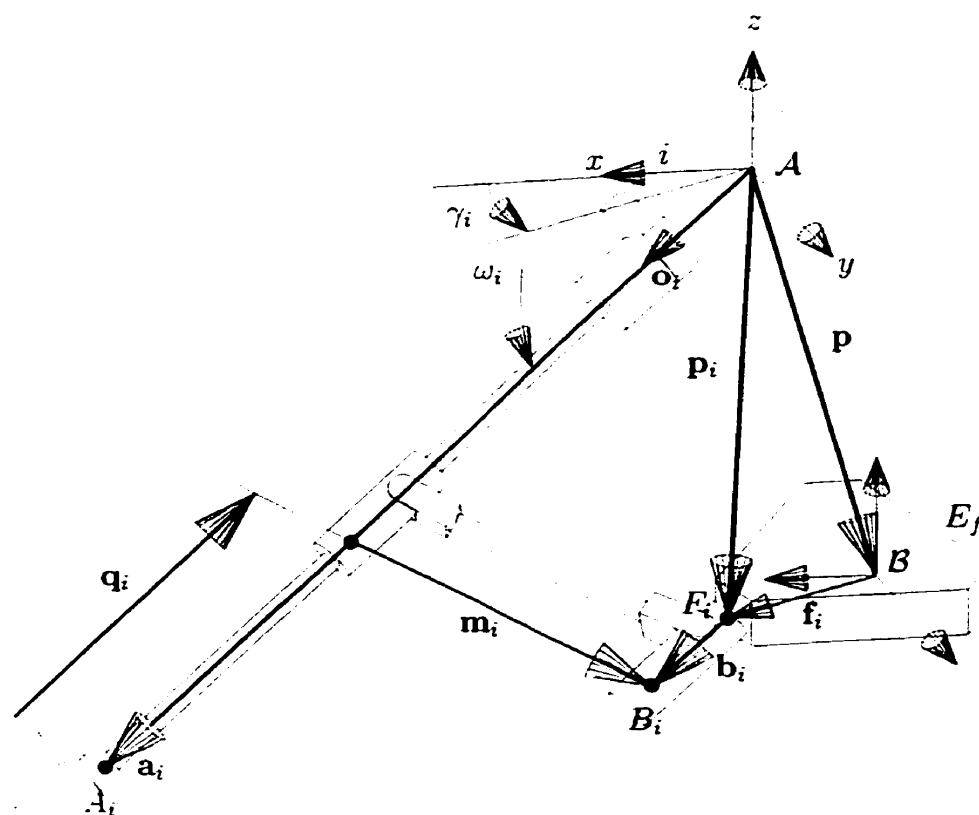


Figure 2.2 – Paramètres géométriques d'une jambe de la classe Star

**Hypothèse 2:** Les axes des trois vis se rencontrent à l'origine de  $\mathcal{A}$ .

L'hypothèse 2 est faite sans perte de généralité en vertu du principe 1.

**Hypothèse 3:** L'axe de la vis 1 se confond à l'axe  $x$  de  $\mathcal{A}$ .

L'hypothèse 3 est faite sans perte de généralité en vertu du principe 1. L'orientation de la vis 1 est donc fixée à  $\gamma_1 = \omega_1 = 0^\circ$ .

**Hypothèse 4:** Les orientations des vis 2 et 3 sont définies par rapport à l'orientation de la vis 1.

L'hypothèse 4 est également faite sans perte de généralité en vertu du principe 1. Les hypothèses 2, 3 et 4 permettent de décrire l'orientation relative des vis concourantes indépendamment de la localisation et de l'orientation du référentiel  $\mathcal{A}$  et ce avec uniquement quatre paramètres géométriques indépendants, c'est-à-dire:  $\gamma_2$ ,  $\omega_2$ ,  $\gamma_3$  et  $\omega_3$ . Il est possible de représenter l'orientation des trois vis avec uniquement trois paramètres géométriques soit  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  et  $\omega_3$ . Le nombre de configurations de vis est cependant réduit parce que les vis 1 et 2 seraient alors toujours situées dans un même plan horizontal. De plus, les orientations des vis 2 et 3 sont définies par rapport à l' $E_f$  et c'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser quatre paramètres géométriques.

**Hypothèse 5:** La longueur de la vis 1 est fixe.

L'hypothèse 5 est faite sans perte de généralité en vertu du principe 1 puisqu'elle fixe le facteur d'échelle de la vis 1, longueur fixée à  $v_1 = 150$ . Les longueurs des vis 2 et 3, dénotées  $v_2$  et  $v_3$ , sont des pourcentages de  $v_1$ .

**Hypothèse 6:** L'extrémité de chaque vis peut être distante de l'origine de  $\mathcal{A}$ .

L'hypothèse 6 est faite sans perte de généralité en vertu du principe 1. Les distances des vis par rapport à  $\mathcal{A}$ , dénotées  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$ , influencent la forme de l'espace de travail  $W$  parce qu'elles déplacent les limites de déplacement des écrous.

**Hypothèse 7:**  $L'E_f$  est un triangle formé par trois points quelconques, dont la hauteur  $z$  du point 1 est fixée à 50.

L'hypothèse 7 est faite sans perte de généralité en vertu du principe 1. L'hypothèse 7 permet de définir la forme de  $l'E_f$  à partir de trois points  $\{F_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T\}_1^3$  qui sont les points de connexion des jambes sur  $l'E_f$  par rapport à  $\mathcal{A}$  et dont les coordonnées définissent les vecteurs position  $\{\mathbf{p}_i\}_1^3$ . L'orientation du triangle de  $l'E_f$  n'est alors plus limitée à un plan horizontal, c'est-à-dire le plan  $x-y$  de  $\mathcal{A}$  ou  $\mathcal{B}$ . La hauteur du premier point est fixée à  $z_1 = 50$ . Ce choix est fait sans restriction puisque l'introduction des paramètres  $r_i$  permet un changement d'échelle avec  $v_1 = 150$ . Les paramètres géométriques liés à  $l'E_f$  sont donc:  $x_1, y_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3$  et  $z_3$ . La moyenne des points  $\{F_i\}_1^3$  définit la position initiale de  $l'E_f$ . Ainsi, les paramètres liés à  $l'E_f$  vont varier aussitôt que  $l'E_f$  sera en mouvement.

**Hypothèse 8:** La position initiale  $q_i$  de l'écrou sur la vis détermine la longueur des membrures motrices et passives de cette jambe.

L'hypothèse 8 est faite sans perte de généralité en vertu du principe 1. La longueur

des membrures motrice et passive d'une jambe est calculée en fonction de la position initiale de l'écrou associé et de la position du point de connexion  $F_i$  de la jambe sur l' $E_f$  à sa position initiale (hypothèse 7). Les longueurs de jambes influencent la forme de l'espace de travail  $W$  et la précision du mouvement de l' $E_f$ .

Pour le manipulateur Y Star, les vingt paramètres géométriques sont:

- pour les vis:  $\gamma_2 = 120^\circ$ ,  $\omega_2 = 0^\circ$ ,  $\gamma_3 = 240^\circ$ ,  $\omega_3 = 0^\circ$ ,  $v_2 = v_3 = 150$ ,  
 $r_1 = r_2 = r_3 = 10$ ;
- pour l' $E_f$ :  $x_1 = 40$ ,  $y_1 = 0$ ,  $x_2 = -20$ ,  $y_2 = 40$ ,  $z_2 = 50$ ,  
 $x_3 = -20$ ,  $y_3 = -40$ ,  $z_3 = 50$ ; et
- pour les écrous:  $q_1 = q_2 = q_3 = 30$ .

Dans ce travail, tous les paramètres angulaires sont en degrés. De plus les paramètres de longueurs et de positions sont adimensionnels puisque le facteur d'échelle n'est pas important. La longueur de la vis 1 est choisie à 150 unités.

### 2.3 Boucle cinématique

Précédemment, il a été mentionné qu'un MP contient exactement deux composantes dont le degré de connectivité est supérieur à 2 alors que toutes les autres composantes ont un degré de connectivité égale à 2 (section 1.1.1). Le manipulateur Y Star est un MP parce qu'en éliminant la membrure passive de chaque jambe (puisque celle-ci ne sert qu'à assurer le parallélisme des axes de la vis et du

curseur), la partie vis-moteur, les membrures motrices et les curseurs ont un degré de connectivité égale à deux. De plus, l' $E_f$  ainsi que la base fixe ont un degré de connectivité égal à 3, soit égal au nombre de jambes les liant.

Comme représentée à la figure 2.3, chaque jambe décrit une boucle cinématique passant par l'origine de  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$ , par le point  $A_i$  sur la vis, le point  $E_i$  sur l'écrou, le

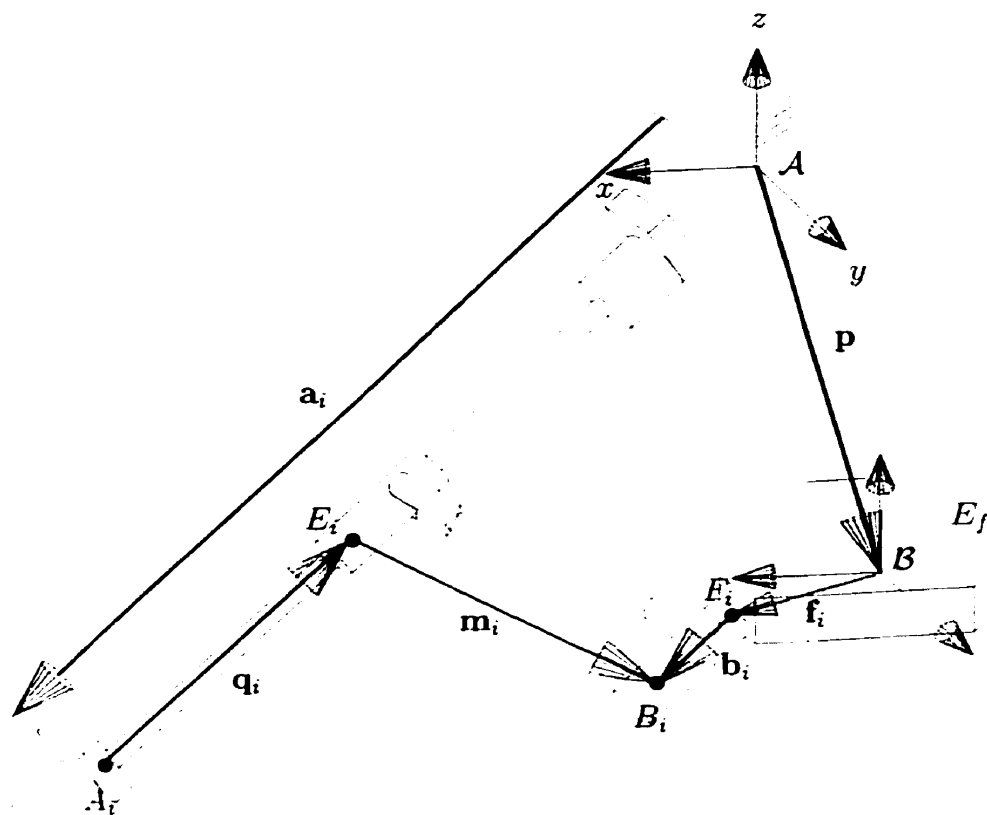


Figure 2.3 – Boucle cinématique d'une jambe d'un manipulateur de la classe Star

point  $B_i$  sur le curseur et le point de connexion  $F_i$  de la jambe sur l' $E_f$ . Tous les manipulateurs de la classe Star sont constitués de trois boucles cinématiques, soit le même nombre que le degré de connectivité de l' $E_f$ . C'est ce que l'on appelle un



manipulateur pleinement parallèle [11]. L'équation de fermeture de chaque boucle cinématique peut être écrite de la façon suivante:

$$\mathbf{a}_i + \mathbf{q}_i + \mathbf{m}_i = \mathbf{p} + \mathbf{f}_i + \mathbf{b}_i, \quad \text{pour } i = 1,2,3 \quad (2.1)$$

où le vecteur  $\mathbf{a}_i$  exprime la position de  $A_i$  par rapport à l'origine de  $\mathcal{A}$ , le vecteur  $\mathbf{q}_i$  décrit la position de  $E_i$  par rapport à  $A_i$ , autrement dit de l'écrou sur la vis, le vecteur  $\mathbf{m}_i$  précise la position de  $B_i$  par rapport à  $E_i$ , à savoir la membrure motrice reliant l'écrou au curseur, le vecteur  $\mathbf{p}$  positionne l'origine de  $\mathcal{B}$  par rapport à l'origine de  $\mathcal{A}$ , le vecteur  $\mathbf{f}_i$  décrit la forme de l' $E_f$  et  $\mathbf{b}_i$  est le vecteur position de  $B_i$  par rapport au point de connexion  $F_i$  de la jambe sur l' $E_f$ .

Sachant que  $\mathbf{q}_i = -q_i \mathbf{o}_i$  où  $\mathbf{o}_i$  est le vecteur orientation de la vis  $i$ , l'équation (2.1) peut être réécrite en fonction des paramètres géométriques assignés précédemment:

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{z}_i + q_i \mathbf{o}_i, \quad \text{où} \quad \begin{aligned} \mathbf{z}_i &\equiv \mathbf{p} + \mathbf{f}_i + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i \\ \mathbf{o}_i &\equiv R_z(\gamma_i) R_y(\omega_i) \mathbf{i} \end{aligned} \quad \text{pour } i = 1,2,3, \quad (2.2)$$

où le vecteur unitaire  $\mathbf{i} \equiv [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $R_z(\gamma_i)$  est la matrice de rotation d'un angle  $\gamma_i$  autour de l'axe  $z$  et  $R_y(\omega_i)$  est la matrice de rotation d'un angle  $\omega_i$  autour de l'axe  $y$ .

## 2.4 Modèle géométrique inverse

Le MGI consiste à calculer les positions articulaires  $\{q_i\}_1^3$ , soit la position des écrous le long de chaque vis, en fonction de la position  $\mathbf{p}$  de l' $E_f$  dans l'espace de travail. Il est essentiel de connaître ce modèle pour calculer l'espace de travail d'un manipulateur.

Les termes de l'équation (2.2) peuvent être séparés en 2 catégories:

- les termes constants ( $\mathbf{f}_i, \mathbf{b}_i, \mathbf{a}_i$ ), à savoir ceux contenant seulement les paramètres géométriques; et
- les termes variables ( $q_i, \mathbf{p}, \mathbf{m}_i$ ), c'est-à-dire ceux pouvant varier en fonction du temps lorsque le manipulateur se déplace.

Parmi les trois termes variables,  $\mathbf{p}$  est le vecteur d'entrée du MGI, alors que  $\{q_i\}_1^3$  sont les variables de sorties. Il faut donc éliminer le vecteur membrure  $\mathbf{m}_i$  de l'équation (2.2). Une façon de procéder est d'élever l'équation (2.2) au carré afin d'obtenir le carré de la norme du vecteur  $\mathbf{m}_i$  qui est une constante connue, dénotée  $m_i$ , soit:

$$m_i^2 = \|\mathbf{m}_i\|^2 = \mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i. \quad (2.3)$$

En remplaçant l'équation (2.2) dans (2.3), et après simplification, on obtient

trois équations polynomiales du second degré en  $q_i$ ,

$$q_i^2 + q_i \underbrace{2\mathbf{z}_i^T \mathbf{o}_i}_b + \underbrace{(\mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i - m_i^2)}_c = 0, \quad \text{pour } i = 1, 2, 3, \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{z}_i \equiv \mathbf{p} + \mathbf{f}_i + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i$ . Chaque polynôme produit deux solutions au MGI pour chaque jambe du manipulateur, c'est-à-dire:

$$q_{i,1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}, \quad (2.5)$$

où  $b \equiv 2\mathbf{z}_i^T \mathbf{o}_i$  et  $c \equiv \mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i - m_i^2$ .

Comme le manipulateur possède 3 jambes, le système d'équations polynomiales (2.4) produit donc  $2^3 = 8$  solutions possibles au MGI. Ce nombre de solutions au MGI est identique à celui obtenu dans une autre étude concernant le manipulateur Delta [11], un manipulateur parallèle aussi à trois DDLs de translation comme le montre la figure 2.4.

Dans l'étude de l'espace de travail du chapitre 3, les modes de fonctionnement des manipulateurs de la classe Star seront présentés. Chaque mode de fonctionnement correspond à une solution différente du MGI.

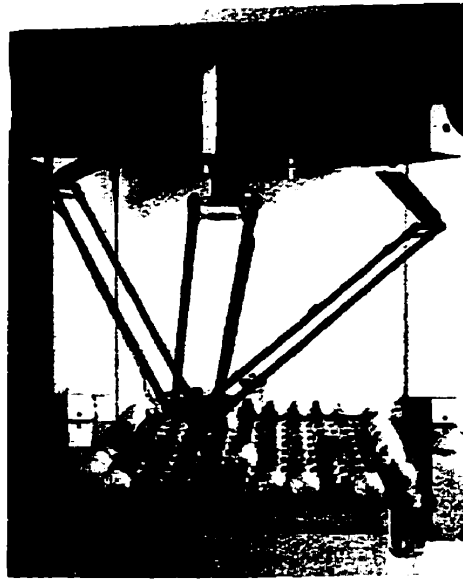


Figure 2.4 - *Manipulateur parallèle Delta à trois DDLs de translation*

## 2.5 Modèle géométrique direct

La résolution du MGD est plutôt complexe. Le nombre de solutions réelles obtenues représente les différents modes d'assemblage. La notion de mode d'assemblage appliquée à un design de MPs de la classe Star sera présentée au prochain chapitre.

Pour le manipulateur Delta (voir Fig. 2.4) étudié dans [11], il existe deux solutions au MGD de même que pour les manipulateurs de la classe Star. En ce qui concerne un design de MPs de la classe Star, ces solutions peuvent s'obtenir par une analyse géométrique du mouvement de l' $E_f$  par rapport à chacune des jambes du manipulateur. Précédemment, il a été mentionné qu'un manipulateur à une seule jambe permet à l' $E_f$  quatre DDLs. De par la topologie de la jambe

et pour une position fixe de l'écrou, dénotée  $E_i$  (voir Fig. 2.3), l' $E_f$  peut alors se positionner n'importe où sur une surface sphérique décrite par toutes les positions possibles du point de connexion  $F_i$  de la jambe sur l' $E_f$ . Le vecteur position de l'écrou par rapport au repère  $\mathcal{A}$ , dénoté  $\mathbf{e}_i$ , s'écrit:

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{a}_i + \mathbf{q}_i = (a_i - q_i)\mathbf{o}_i = (a_i - q_i)R_z(\gamma_i)R_y(\omega_i)\mathbf{i} = [x_{e_i} \ y_{e_i} \ z_{e_i}]^T \quad (2.6)$$

ce qui permet d'obtenir

$$\begin{aligned} x_{e_i} &= (a_i - q_i) \cos(\omega_i) \cos(\gamma_i) \\ y_{e_i} &= (a_i - q_i) \cos(\omega_i) \sin(\gamma_i) \\ z_{e_i} &= (a_i - q_i) \sin(\omega_i) \end{aligned} \quad (2.7)$$

De plus, la position du point de connexion  $F_i$  de la jambe sur l' $E_f$  par rapport à l'écrou (point  $E_i$ ) exprimée dans le repère  $\mathcal{A}$ , dénotée  $F_i^{E_i}$ , est définie par l'équation:

$$F_i^{E_i} = \mathbf{m}_i - \mathbf{b}_i. \quad (2.8)$$

Le rayon de la sphère de la jambe  $i$ , dénoté  $rs_i$ , peut être calculé de la façon suivante:

$$rs_i \equiv \sqrt{(F_i^{E_i})^T F_i^{E_i}} = \sqrt{(\mathbf{m}_i - \mathbf{b}_i)^T (\mathbf{m}_i - \mathbf{b}_i)}. \quad (2.9)$$

L'équation générale d'une sphère est:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2 \quad (2.10)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  correspondent aux coordonnées du centre de la sphère et  $r$  à son rayon. Pour que la surface de la sphère décrive les positions  $\mathbf{p}$  possibles de l' $E_f$ , il faut déplacer le centre  $\mathbf{e}_i$  de la sphère selon le vecteur  $-\mathbf{f}_i = [-f_{i_x} \ -f_{i_y} \ -f_{i_z}]^T$  afin de déplacer le point  $F_i$  sur  $\mathbf{p}$ . Donc, pour une sphère dont la position du centre est déterminée par les coordonnées de l'équation (2.7) décalée de  $-\mathbf{f}_i$  et le rayon par l'équation (2.9), l'équation (2.10) devient:

$$(x - x_{e_i} + f_{i_x})^2 + (y - y_{e_i} + f_{i_y})^2 + (z - z_{e_i} + f_{i_z})^2 = r s_i^2. \quad (2.11)$$

En remplaçant les équations (2.7) et (2.9) dans l'équation (2.11), on obtient:

$$\begin{aligned} (x - [(a_i - q_i) \cos(\omega_i) \cos(\gamma_i)] + f_{i_x})^2 + (y - [(a_i - q_i) \cos(\omega_i) \sin(\gamma_i)] + f_{i_y})^2 \\ + (z - [(a_i - q_i) \sin(\omega_i)] + f_{i_z})^2 = (\mathbf{m}_i - \mathbf{b}_i)^T (\mathbf{m}_i - \mathbf{b}_i). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Pour un design de MPs de la classe Star composé de trois jambes, la solution du MGD équivaut à déterminer les positions  $\mathbf{p} = [x \ y \ z]^T$  possibles de l' $E_f$  qui

sont solutions du système d'équations suivant:

$$\begin{aligned}
 (x - x_{e_1} + f_{1_x})^2 + (y - y_{e_1} + f_{1_y})^2 + (z - z_{e_1} + f_{1_z})^2 &= r_{S_1}^2 \\
 (x - x_{e_2} + f_{2_x})^2 + (y - y_{e_2} + f_{2_y})^2 + (z - z_{e_2} + f_{2_z})^2 &= r_{S_2}^2 \\
 (x - x_{e_3} + f_{3_x})^2 + (y - y_{e_3} + f_{3_y})^2 + (z - z_{e_3} + f_{3_z})^2 &= r_{S_3}^2
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Les deux solutions possibles de ce système d'équations peuvent être obtenues par un logiciel de calcul symbolique comme Maple V. La méthode géométrique permet aussi de prouver qu'il y a bien deux solutions possibles au MGD. Cette dernière consiste à trouver le ou les points d'intersection de trois surfaces sphériques définies par le système d'équations (2.13). Chaque surface sphérique correspond à la surface de positionnement de l' $E_f$  par rapport à une position fixe d'un écrou dans une jambe et décalé tel que décrit précédemment. Tel qu'illustré à la figure 2.5, il existe, pour le design de manipulateurs en étude, soit deux solutions distinctes au système d'équations (2.13), soit deux solutions identiques. Sur cette figure, le cercle



(a) Deux solutions distinctes,  $S_1$  et  $S_2$       (b) Deux solutions identiques,  $S_3$

Figure 2.5 – Cas d'intersection de trois surfaces sphériques

représente l'intersection des surfaces sphériques des jambes 1 et 2 et la portion de la surface sphérique appartient à la jambe 3. Les points  $\{C_i = E_i - \mathbf{f}_i\}_1^3$  sont les centres des trois sphères. Physiquement, Il n'est pas possible d'avoir une situation où il n'y a pas de solution possible, car les trois jambes sont toujours attachés à l' $E_f$  (contrainte mécanique). Cependant, le système d'équations (2.13) peut ne pas avoir de solution possible en raison des erreurs d'arrondi. Un point pour lequel il y a deux solutions identiques fait partie de la zone délimitant deux modes d'assemblage. Pour le manipulateur Y Star, cette zone est un plan horizontal défini par les axes des 3 vis.

## 2.6 Matrice jacobienne

La détermination de la matrice jacobienne est un élément important pour l'analyse de l'espace de travail  $W$ . La matrice jacobienne de MPs, dénotée  $\mathbf{J}_p$ , se compose de deux matrices jacobiennes, l'une dite sérielle ( $\mathbf{B}$ ) et l'autre, dite parallèle ( $\mathbf{A}$ ):

$$\mathbf{J}_p = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}. \quad (2.14)$$

Les deux matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  servent notamment à l'étude des singularités de  $W$ . Ainsi, les singularités parallèles ( $\det(\mathbf{A}) = 0$ ) surviennent à l'intérieur de  $W$  et les singularités sérielles ( $\det(\mathbf{B}) = 0$ ) représentent les limites de  $W$  [11]. Finalement, il y a les singularités parallèles/sérielles ( $\det(\mathbf{J}_p) = 0$ ) qui surviennent lorsqu'il



est possible de déplacer de manière infinitésimale l' $E_f$  alors que les articulations motorisées sont bloquées et inversement.

La matrice jacobienne  $\mathbf{J}_p$  permet de faire la relation entre le vecteur de vitesses cartésiennes de l' $E_f$ ,  $\dot{\mathbf{p}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  et le vecteur des vitesses articulaires,  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3]^T$  de sorte que:

$$\mathbf{J}_p \dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{q}}. \quad (2.15)$$

Pour déterminer les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  pour le cas d'un MP de la classe Star, il faut tout d'abord remplacer l'équation (2.2) dans (2.3) afin d'éliminer le vecteur  $\mathbf{m}_i$ :

$$\mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i = (\mathbf{z}_i + q_i \mathbf{o}_i)^T (\mathbf{z}_i + q_i \mathbf{o}_i) = m_i^2. \quad (2.16)$$

En effectuant la multiplication, on obtient:

$$\mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i + 2q_i \mathbf{o}_i^T \mathbf{z}_i + q_i^2 \mathbf{o}_i^T \mathbf{o}_i = m_i^2, \quad \text{pour } i = 1, 2, 3. \quad (2.17)$$

Il faut ensuite dériver l'équation (2.17) par rapport au temps sachant que  $\dot{\mathbf{z}}_i = \dot{\mathbf{p}}$ .

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i + 2q_i \mathbf{o}_i^T \mathbf{z}_i + q_i^2 \mathbf{o}_i^T \mathbf{o}_i) = \frac{d}{dt} (m_i^2) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{z}_i^T \dot{\mathbf{p}} + q_i \mathbf{o}_i^T \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{z}_i^T \mathbf{o}_i \dot{q}_i + q_i \mathbf{o}_i^T \mathbf{o}_i \dot{q}_i = 0 \quad (2.19)$$

$$(\mathbf{z}_i + q_i \mathbf{o}_i)^T \dot{\mathbf{p}} = -(\mathbf{z}_i + q_i \mathbf{o}_i)^T \mathbf{o}_i \dot{q}_i \quad (2.20)$$

$$\mathbf{m}_i^T \dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{m}_i^T \mathbf{o}_i \dot{q}_i, \quad \text{pour } i = 1, 2, 3. \quad (2.21)$$

Finalement, les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont extraites du système d'équations (2.21) de sorte que  $\mathbf{A}\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^T \\ \mathbf{m}_2^T \\ \mathbf{m}_3^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{m}_1^T \mathbf{o}_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{m}_2^T \mathbf{o}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{m}_3^T \mathbf{o}_3 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Apparemment, les deux matrices jacobiennes  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  de l'équation (2.22) sont fonction des vecteurs membrures  $\{\mathbf{m}_i\}_1^3$  et des vecteurs orientation des vis  $\{\mathbf{o}_i\}_1^3$ . Ces matrices ont donc des valeurs particulières pour chaque position de l' $E_f$ . De plus, elles varient en fonction des valeurs des paramètres géométriques définis pour un manipulateur de la classe topologique Star.

La matrice jacobienne  $\mathbf{J}_p^{-1}$  représente l'influence du mouvement de chaque jambe lors du mouvement de l' $E_f$  pour une position donnée de celle-ci. Ainsi, il est possible de calculer la prochaine position de l' $E_f$  pour de petites variations de déplacement des écrous données.

## CHAPITRE 3

### ESPACE DE TRAVAIL

La détermination de l'espace de travail  $W$  est essentielle pour l'évaluation des performances locales et globales des différents manipulateurs de la classe topologique Star. L'espace de travail du manipulateur Y Star pourrait, à la limite, être déterminé graphiquement en traçant séparément la zone accessible par l' $E_f$  pour chacune des trois jambes et en trouvant l'intersection des trois zones obtenues. Cependant, même pour ce manipulateur symétrique, l'application de cette méthode est très ardue et produit des résultats peu précis. Il faut donc avoir recours à une méthode numérique pour y parvenir. Il faut aussi considérer que la méthode choisie ne doit pas être utilisable uniquement pour une géométrie spécifique de manipulateur comme le Y Star, mais bien pour toute la classe de MPs de même topologie, mais de géométries différentes.

Plusieurs méthodes numériques s'offrent à nous pour déterminer  $W$ . Il y a notamment la méthode de Monte Carlo utilisée par Stamper & Al. [39] pour des travaux sur l'optimisation d'un MP à trois DDLs en translation pour un espace de travail bien conditionné. Cette méthode permet d'approximer le volume de l'espace de travail d'un manipulateur en résolvant le MGI, mais ne donne aucune indication sur la forme de  $W$ . Une autre méthode possible, pour un manipulateur

à orientation fixe du plateau mobile, consiste à balayer des plans horizontaux dans un référentiel fixe et marquer les points solutions du MGI et permettre ainsi de déterminer la surface de  $W$  [8]. Finalement, citons la méthode des octrees présentée par Chablat [11].

Dans ce mémoire, nous avons choisi d'utiliser la méthode des octrees pour modéliser l'espace de travail des manipulateurs de la classe topologique Star. Cette méthode est très rapide et ne requiert que peu d'informations pour engendrer un espace de travail. Elle a aussi la propriété de permettre des opérations simples sur les structures de données, comme par exemple l'addition de deux espaces de travail.

De plus, ce chapitre présente les notions de modes d'assemblage, modes opérationnels et aspects appliquées à l'étude de l'espace de travail des manipulateurs de la classe Star. Il sera également question de varier quelques paramètres géométriques du Y Star afin de constater l'effet sur son espace de travail. Ceci mettra en lumière la nécessité d'utiliser une méthode généralisable pour effectuer les modifications des paramètres géométriques et obtenir des caractéristiques spécifiques concernant l'espace de travail.

### 3.1 Les octrees

Un octree est une structure de données hiérarchisées qui permet, en subdivisant l'espace en éléments de tailles différentes, de représenter des ensembles dans

un espace de dimension trois. Un octree est une généralisation d'un arbre binaire. Il comprend des noeuds comportant chacun huit branches. Les arbres utilisés dans ce travail sont constitués d'éléments de forme cubique, que l'on appelle boîtes ou cubes. Les cubes sont représentés par un code de couleurs: blanc, gris et noir. *Blanc* signifie qu'un cube ne fait pas partie de  $W$ , *noir* signifie qu'un cube contient totalement une partie de  $W$ . Finalement, *gris* signifie qu'un cube contient partiellement une partie de  $W$ , c'est-à-dire qu'un ou plusieurs de ces sous-branches sont noirs.

Afin de faciliter la compréhension des octrees, nous utilisons ci-dessous leurs simplifications 2D appelées quadrees, autrement dit des arbres à quatre branches plutôt que huit et qui permettent de représenter des espaces de travail 2D avec des éléments carrés. La numérotation des éléments se fait en utilisant autant d'axes que le degré de l'espace de travail à représenter. Pour numérotter les carrés d'un quadree, il faut donc deux axes,  $u_1$  et  $u_2$ , où  $u_1$  est l'axe numéro 1 et  $u_2$ , l'axe numéro 2. Les valeurs possibles sur un axe sont 0 ou  $2^{K-1}$  avec  $K$  le numéro de l'axe. Ainsi, les valeurs possibles sur l'axe  $u_1$  sont 0 ou  $2^0 = 1$  et sur l'axe  $u_2$ , les valeurs sont 0 ou  $2^1 = 2$ . Le numéro d'un carré est la somme des valeurs de positions sur les axes  $u_1$  et  $u_2$ . Pour le numéro d'une boîte dans un octree (3D), il faut aussi ajouter la valeur de position sur l'axe  $u_3$  (0 ou  $2^2 = 4$ ). La figure 3.1 illustre la numérotation pour des carrés d'un quadree sur un espace  $W$ . La profondeur de l'arbre correspond à son nombre de niveaux en considérant que l'élément initial est

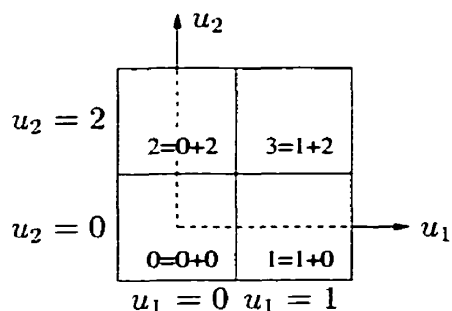


Figure 3.1 – Numérotation des carrés d'un quadtree sur un espace  $W$

au niveau 1. Le numéro d'un sous-élément de niveau supérieur à deux, est la combinaison du numéro de l'élément le contenant au niveau précédent et de la position du sous-élément à l'intérieur de l'élément qui le contient au niveau précédent. Un exemple permet d'illustrer l'utilisation des octrees dans la description des espaces de travail  $W$ . L'arbre de profondeur 3 présenté à la figure 3.2 permet de décrire l'espace de travail  $W$  illustré à la figure 3.3.

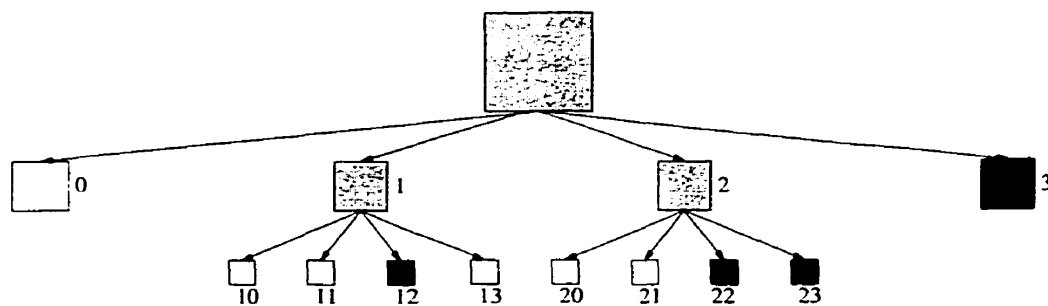


Figure 3.2 – Quadtree de profondeur trois

Afin de bâtir un octree, il est nécessaire de fournir la position et la grandeur d'une boîte suffisamment grande pour englober tout l'espace de travail du manipulateur ainsi que la profondeur désirée de l'octree. Cette profondeur détermine,

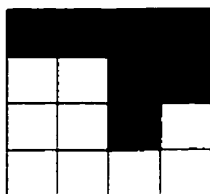


Figure 3.3 – Espace de travail décrit par le quadtree de la figure 3.2

bien sûr, la finesse de description de l'espace de travail.

Pour les manipulateurs de la classe Star, la construction d'un arbre représentant l'espace de travail nécessite la subdivision de la boîte englobant  $W$  en boîtes de dimension déterminées par le dernier niveau de l'arbre (plus petites boîtes). Ensuite, le MGI est évalué au centre de chacune des petites boîtes et si la solution correspond à une position possible de l' $E_f$ , alors on identifie la boîte comme noir ou blanc (inclus ou non dans  $W$ ). L'arbre est automatiquement simplifié, c'est-à-dire que lorsqu'un élément de l'arbre possède huit branches noires sa couleur passe du gris au noir ou bien lorsqu'il possède huit branches blanches sa couleur passe au blanc.

L'espace de travail  $W$  du Y Star est illustré à la figure 3.4 avec un octree de profondeur six. Ainsi, pour une boîte initiale de largeur égale à 200 u (unités), cet octree contient 84 boîtes au niveau 4 de largeur égale à 12.5 u, 1024 boîtes au niveau 5 de largeur égale à 6.25 u, et finalement 5459 boîtes au niveau 6 de largeur égale à 3.125 u.

La figure 3.5 illustre une vue de dessus de l'espace de travail du Y Star, où la

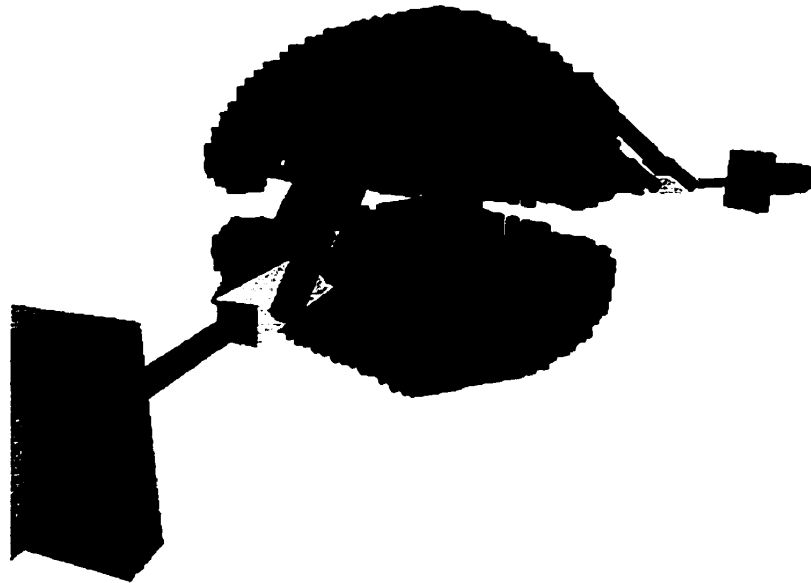


Figure 3.4 – *Espace de travail du Y Star*

symétrie à  $120^\circ$  du manipulateur, ainsi que son espace de travail, nous apparaît clairement.

### 3.2 Modes d'assemblage

La notion de mode d'assemblage est associée aux différentes solutions du MGD [11]. Pour les MPs de la classe topologique Star, il existe jusqu'à deux solutions différentes au MGD. Comme le montre la figure 3.4, l'espace de travail du Y Star est répartie en deux groupes de boîtes situés de part et d'autre du plan des trois vis motrices. Il est clair que l' $E_f$  ne peut passer d'un groupe de boîtes à l'autre sans que l'on doive désassembler le manipulateur et le réassembler en dessous du plan des trois vis motrices. La figure 3.6 montre donc les deux modes d'assemblage



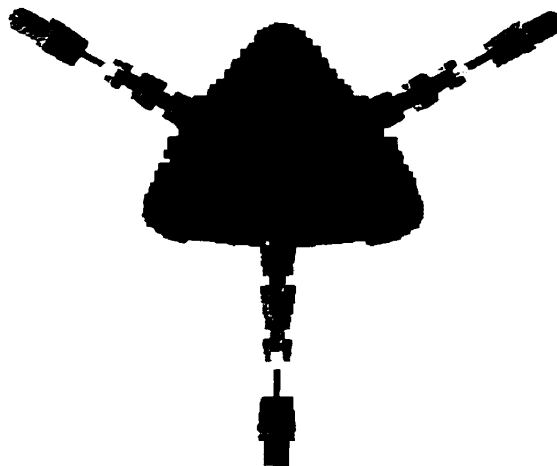
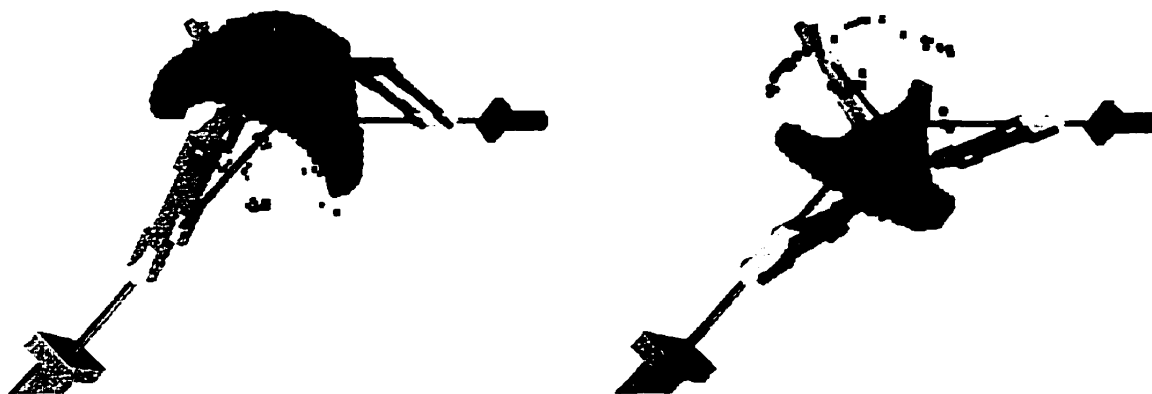


Figure 3.5 – *Vue de dessus de l'espace de travail du Y Star*

du Y Star. Ces deux modes sont symétriquement identiques, car les trois vis sont situées à  $120^\circ$  dans un même plan.



(a) 1<sup>er</sup> mode d'assemblage

(b) 2<sup>e</sup> mode d'assemblage

Figure 3.6 – *Les deux modes d'assemblage du Y Star*

Précédemment, la matrice jacobienne parallèle  $\mathbf{A}$  a été déterminée telle que:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^T \\ \mathbf{m}_2^T \\ \mathbf{m}_3^T \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{m}_i$  est le vecteur orientation de la 1<sup>ère</sup> membrure de la jambe  $i$ . Pour une position de l' $E_f$ , chaque jambe admet deux solutions possibles de l'écrou sur la vis, et donc, deux vecteurs  $\mathbf{m}_i$ . Avec trois jambes, il peut donc exister jusqu'à huit configurations différentes pour une même position de l' $E_f$ , donc huit matrices jacobienues  $\mathbf{A}$  différentes au même endroit, dénotées  $\{\mathbf{A}_j\}_1^8$  où  $j$  représente le numéro du mode opérationnel associé à la matrice jacobienne. Dans le cas des MPs de la classe Star, l'espace de travail associé à un mode d'assemblage est déterminé avec le signe du déterminant de  $\mathbf{A}$  ( $\det(\mathbf{A}) > 0$  donne le 1<sup>er</sup> mode et  $\det(\mathbf{A}) < 0$  donne le 2<sup>e</sup> mode). Ainsi, pour déterminer si  $\det(\mathbf{A}) > 0$ , il suffit que  $\det(\mathbf{A}_j) > 0$  pour au moins une configuration  $j$  parmi les huit.

Il a été démontré dans [11] qu'il peut exister des trajectoires non-singulières de changement de mode d'assemblage pour certains designs de MPs. Ce n'est pas le cas pour le manipulateur Y Star puisque chaque mode d'assemblage est séparé par le plan des trois vis qui est inclus dans les lieux de singularité. L' $E_f$  doit absolument passer par ce plan pour changer de mode d'assemblage. Pour toute position de l' $E_f$

dans ce plan, la composante selon  $z$  de chaque vecteur membrure  $\mathbf{m}_i$  sera égale à zéro, et donc la colonne de droite des matrices  $\mathbf{A}_j$  n'aura que des termes nuls, et de ce fait, un déterminant nul.

### 3.3 Modes de fonctionnement

La notion de mode de fonctionnement, aussi appelé mode opérationnel, est associée aux différentes solutions du MGI [11]. Nous avons vu précédemment que les designs de MPs de la classe Star possèdent tous trois jambes indépendantes, et que l' $E_f$  peut avoir jusqu'à huit solutions possibles au MGI. Telle que dérivée au chapitre 2, la forme générale de la matrice jacobienne sérielle  $\mathbf{B}$  des manipulateurs de la classe Star est donnée par:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix}, \quad b_{ii} \equiv -\mathbf{m}_i^T \mathbf{o}_i \quad (3.2)$$

Chacun des termes  $b_{ii}$  est associé à une jambe  $i$  du manipulateur. Son annulation provoque l'apparition d'une singularité sérielle ( $\det(\mathbf{B}) = 0$ ). Un mode de fonctionnement est défini comme l'ensemble des configurations du manipulateur pour lesquelles  $\{b_{ii}\}_1^3$  ne change pas de signe et ne s'annule pas [11].

L'ensemble des modes de fonctionnement est donc obtenu en utilisant toutes les permutations de signe de chaque terme  $b_{ii}$ . L'analyse d'un terme de la matrice

B permet d'affirmer que dans le cas d'un design de manipulateur de la classe Star, les modes de fonctionnement permettent de séparer les différentes solutions du MGI, car ces solutions sont séparées par des singularités sérielles. D'après l'équation (3.2), un terme  $b_{ii}$  s'annule lorsque  $\mathbf{m}_i$ , le long de la membrure motrice, devient perpendiculaire à  $\mathbf{o}_i$ , l'axe de la vis sans fin  $i$ , tel qu'illustré à la figure 3.7 sur la jambe de gauche.

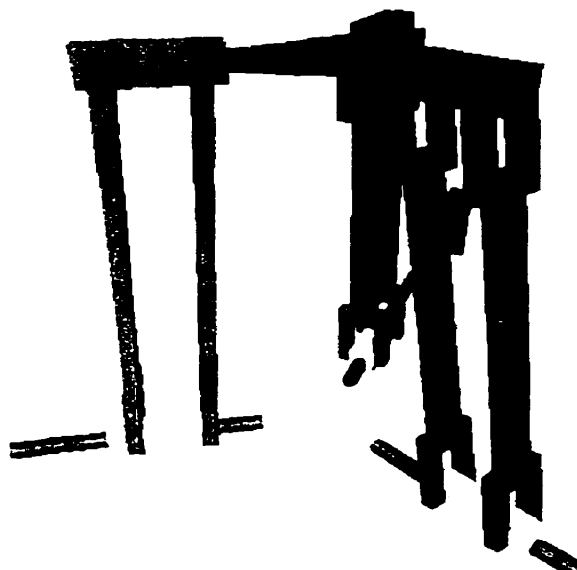
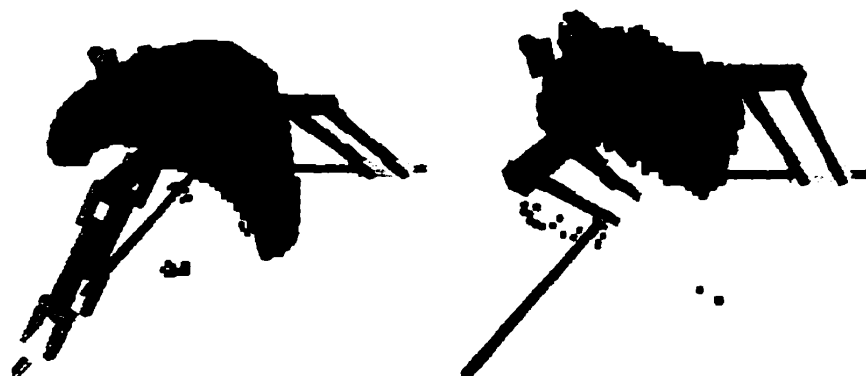


Figure 3.7 - Configuration à une singularité sérielle de la jambe de gauche

Les figures 3.8 à 3.11 illustrent tous les huit modes opérationnels du Y Star pour le 1<sup>er</sup> mode d'assemblage présenté à la figure 3.6a. Tous les modes de fonctionnement sont représentés par des octrees de profondeur six. Pour le Y Star, l'espace du 1<sup>er</sup> mode de fonctionnement (voir Fig. 3.8a) est dominant par rapport à tous les autres modes de fonctionnement, car son volume couvre 97.7% du volume total

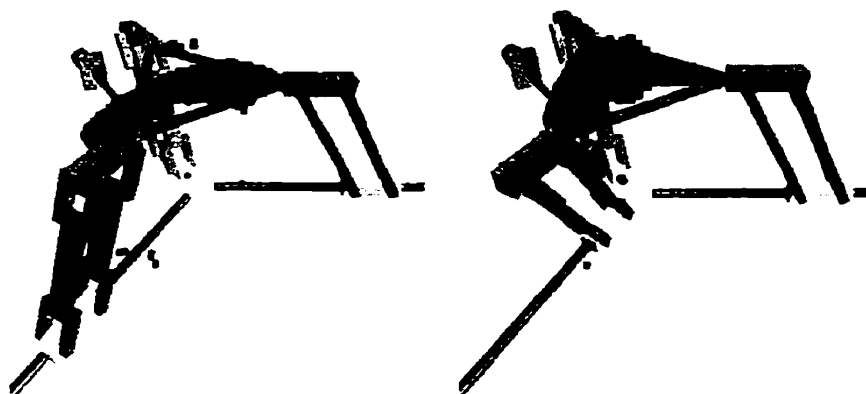
de l'espace du 1<sup>er</sup> mode d'assemblage.



(a) 1<sup>er</sup> mode opérationnel

(b) 2<sup>e</sup> mode opérationnel

Figure 3.8 – 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star



(a) 3<sup>e</sup> mode opérationnel

(b) 4<sup>e</sup> mode opérationnel

Figure 3.9 – 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star

### 3.4 Aspect

Dans ce mémoire, un aspect est défini comme étant le plus grand domaine de l'espace de travail exempt de toute singularité. Ainsi, à l'intérieur de ce domaine,

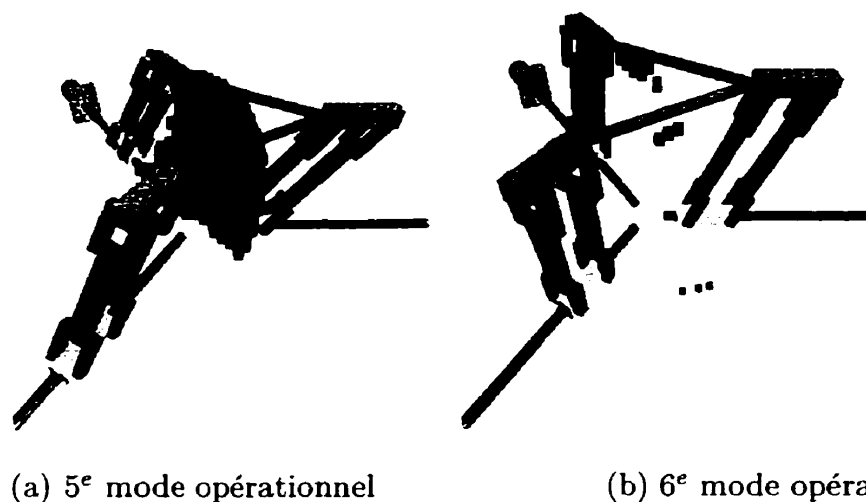


Figure 3.10 – 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star

il est possible d'effectuer des trajectoires continues sans danger de passer par une singularité [11].

Les manipulateurs de la classe Star sont dit non cuspidaux puisqu'il ne peuvent pas changer de mode d'assemblage sans franchir de singularité. Il y a donc passage par une singularité parallèle en changeant de mode d'assemblage tout comme il y a passage par une singularité sérielle en changeant de mode opérationnel. Le plus grand domaine exempt de toute singularité pour un manipulateur de la classe Star est donc le plus grand espace associé à un des modes opérationnels et situé dans l'un ou l'autre des modes d'assemblage. En ce qui concerne le Y Star, il y a deux aspects symétriquement identiques, c'est-à-dire le 1<sup>er</sup> mode opérationnel de chacun des deux modes d'assemblage, dont l'un deux étant illustré à la figure 3.8a.

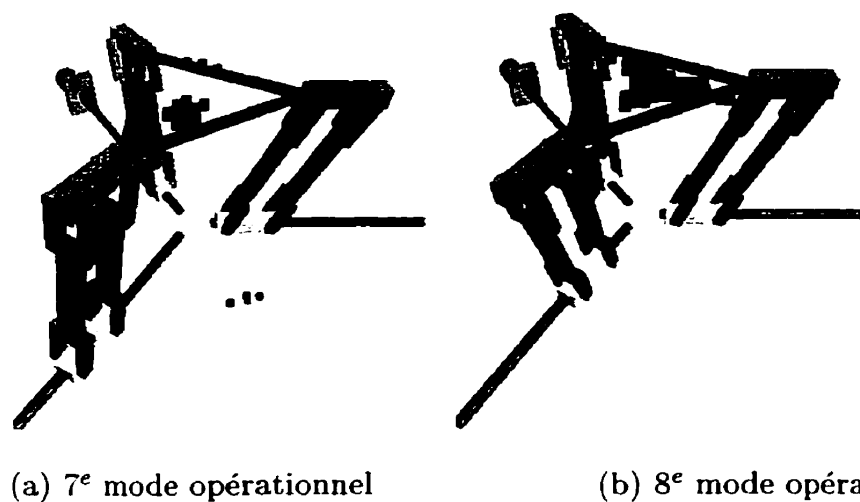


Figure 3.11 – 7<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> modes opérationnels du Y Star

### 3.5 Effets de la variation d'un paramètre géométrique sur l'espace de travail

Même doté d'un outil rapide d'évaluation et d'affichage de l'espace de travail d'un manipulateur, il est très difficile pour un concepteur de modifier les paramètres géométriques d'un design pour obtenir de meilleures performances dans l'espace de travail  $W$ . La forme de  $W$  pour un MP est souvent très complexe et ne peut être caractérisée par des équations simples. Il est alors impossible de faire des relations entre la modification de paramètres géométriques et l'effet sur l'apparence de  $W$ . Pour s'en convaincre, nous proposons de modifier quelques paramètres géométriques et tenterons d'observer les effets sur l'espace de travail  $W$  du Y Star.

La première modification est la variation de l'angle  $\omega_2$ , c'est-à-dire l'inclinaison de la 2<sup>e</sup> vis par rapport au plan  $x-y$  de  $\mathcal{A}$ . La figure 3.12 illustre l'espace de travail

du 1<sup>er</sup> mode d'assemblage pour des valeurs de  $\omega_2 = \{60^\circ, 30^\circ, -30^\circ, -60^\circ\}$ .

Apparemment, la forme de l'espace de travail demeure symétrique par rapport au

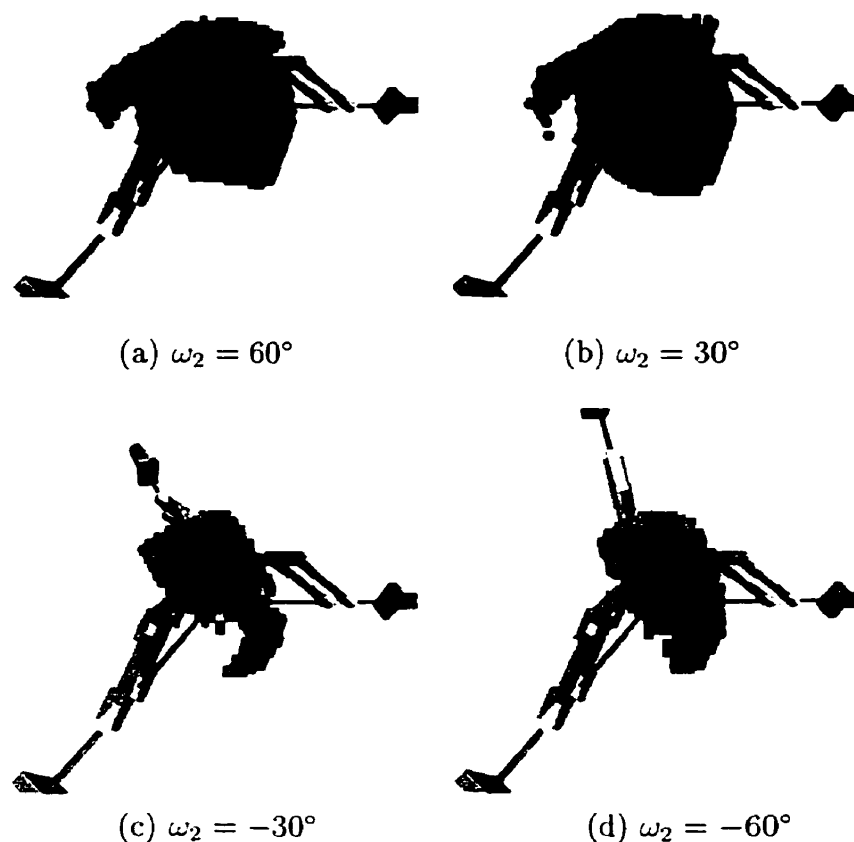


Figure 3.12 – *Effet de la variation du paramètre géométrique  $\omega_2$  sur  $W$  du 1<sup>er</sup> mode d'assemblage*

plan vertical passant par l'axe de la 2<sup>e</sup> vis. Le volume de l'espace de travail est augmenté pour  $\omega_2 > 0$  et reste sensiblement le même que celui du Y Star pour  $\omega_2 < 0$ , mais tend vers une forme allongée. Aussi, pour  $\omega_2 = -30^\circ$  et  $\omega_2 = -60^\circ$ , l' $E_f$  peut descendre sous le plan horizontal en absence d'obstruction mécanique.



La deuxième modification est la variation de l'angle  $\gamma_2$ , c'est-à-dire la rotation de la 2<sup>e</sup> vis par rapport à l'axe  $z$  de  $\mathcal{A}$ . On observe sur la figure 3.13a que lorsque

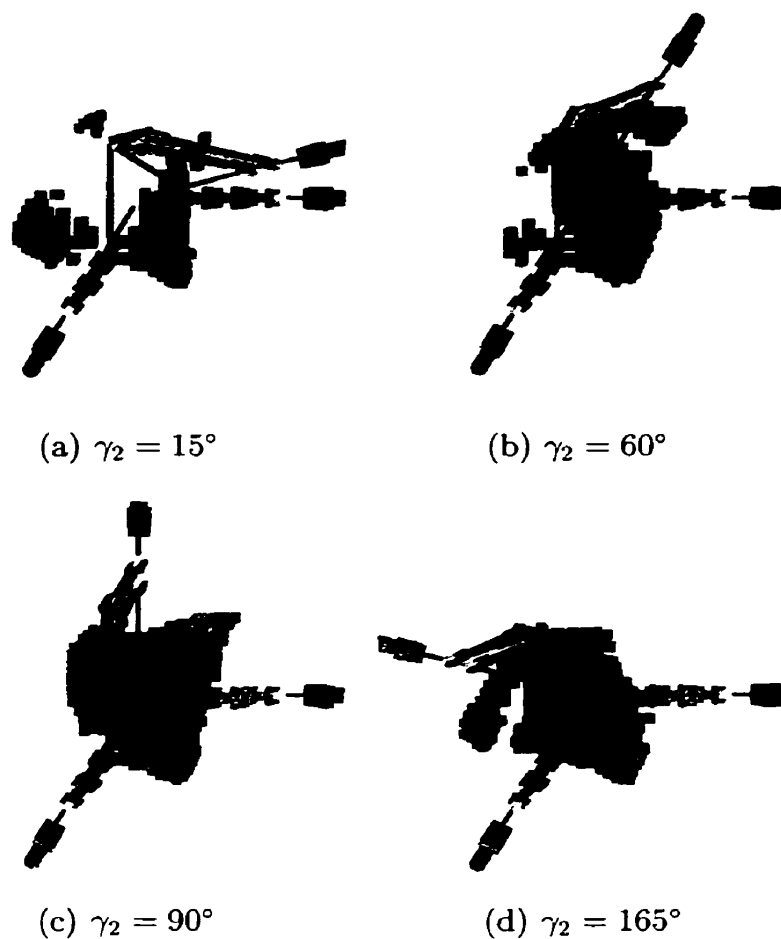


Figure 3.13 – *Effet de la variation du paramètre géométrique  $\gamma_2$  sur  $W$  du 1<sup>er</sup> mode d'assemblage*

deux vis sont très rapprochées, l'espace de travail est alors plus petit et tend à se situer au-dessus de l'autre vis. Pour des angles  $\gamma_2 = 60^\circ$  et  $\gamma_2 = 165^\circ$ , on observe une protubérance au-dessus de la 2<sup>e</sup> vis. Finalement, lorsque la valeur de l'angle  $\gamma_2$  se rapproche de celle du Y Star (voir Fig. 3.13c), l'espace de travail est

encore similaire à celui du Y Star, mais avec une partie tronquée encore un fois au-dessus de la 2<sup>e</sup> vis.

Les deux modifications précédentes montrent bien que même en faisant varier uniquement un paramètre géométrique à la fois, il est extrêmement difficile de prévoir la variation de l'espace de travail. Il est impensable qu'un concepteur puisse optimiser le design de manipulateurs par rapport à un ou même plusieurs critères de performance s'il doit simultanément considérer les vingt paramètres géométriques. Il est ainsi nécessaire d'utiliser une méthode plus systématique, que nous appelons synthèse géométrique, pour optimiser les paramètres géométriques afin d'obtenir des caractéristiques spécifiques sur  $W$ .

## CHAPITRE 4

### SYNTHÈSE GÉOMÉTRIQUE DE MANIPULATEURS PARALLÈLES DE TOPOLOGIE STAR

Ce chapitre présente l'implantation d'un algorithme génétique (AG) pour la synthèse géométrique de MPs de topologie Y Star. Le design d'un manipulateur exige l'utilisation de programmes d'évaluation pour mesurer les performances de chaque design. Les modifications géométriques sont déterminées arbitrairement sur le design dans l'espoir d'améliorer ses performances. Ce processus est extrêmement long et pénible puisqu'il est contrôlé complètement par l'intuition et l'expérience du concepteur. Donc, un outil d'optimisation multi-critères tel qu'un AG est hautement désirable pour y arriver. La particularité de ce travail est qu'un AG utilise plusieurs critères de performance simultanément lors de la considération d'une population de designs potentiels.

Il est à noter que ce chapitre a déjà fait l'objet d'une publication et d'une présentation à la conférence IEEE internationale sur la robotique et l'automatisation qui a eu lieu à Détroit en Mai 1999 [40] et d'un séminaire à l'École Polytechnique de Montréal.

#### 4.1 Critères de performance

La synthèse de MPs requiert l'évaluation de chaque design potentiel dans le but d'établir la conformité de ses performances avec les spécifications. Malheureusement, les indices de performance (volume de l'espace de travail, mobilité, rigidité, singularité, etc.) ne peuvent, en général, être dérivés puisque disponibles uniquement sous une forme non-dérivable. Ainsi, nous sommes limités à utiliser des techniques d'optimisation qui ne dépendent pas des dérivés de ces indices, mais seulement de leurs évaluations. Les méthodes habituelles d'optimisation [15] basées sur le gradient ne peuvent, par conséquent, être utilisées ici. D'ailleurs, les critères de performance globaux, tels que le volume de  $W$  ou la proportion de  $W$  ayant une dextérité supérieure à un certain seuil, par exemple, requièrent tous deux une discrétisation de  $W$  qui empêche l'utilisation de techniques comme celles mentionnées dans Liu [23].

Les critères de performance permettent de calculer les indices de chacun des manipulateurs de la classe Star. Ces indices de performance sont utilisés par l'AG dans le but d'effectuer une sélection naturelle des manipulateurs les plus prometteurs. Dans cette étude, nous n'utilisons que quatre critères de design: le volume d'un domaine de  $W$ , le rapport de forme, le rapport de dextérité et une combinaison linéaire des trois premiers critères. Ces critères sont maintenant présentés en détails.

#### 4.1.1 Volume d'un domaine de l'espace de travail

Le volume d'un domaine de l'espace de travail  $W$ , dénoté  $v_w$ , de chaque manipulateur de la classe Star est mesuré par le biais de sa partition en octrees [11]. Tout d'abord, il faut choisir une boîte initiale suffisamment grande pour contenir totalement  $W$ . Ensuite, il faut déterminer la profondeur de l'octree qui contiendra un domaine de  $W$  choisi pour ensuite diviser la boîte en plus petits cubes de dimension égale à ceux du dernier niveau de l'arbre. La notion de domaine de  $W$  est utilisée ici parce que pour un  $W$ , il est possible de représenter soit un espace d'assemblage (espace associé à un mode d'assemblage), soit un espace opérationnel (espace associé à un mode opérationnel) ou la totalité de  $W$ . Le MGI doit ensuite être évalué au centre de chaque petit cube et si sa solution correspond à une position possible de l' $E_f$  dans  $W$ , il est ajouté dans l'octree. Finalement, le volume du domaine de  $W$  est calculé par le volume de tous les petits cubes ajoutés dans l'octree, à savoir de tous ceux qui sont entièrement inclus dans  $W$ .

La résolution sur la définition d'un domaine de  $W$  peut être augmentée en modifiant la profondeur de l'arbre. Le domaine de  $W$  considéré pour chaque manipulateur évalué dans la classe Star est l'aspect, c'est-à-dire le plus grand domaine exempt de singularité. L'aspect du Y Star est le 1<sup>er</sup> mode opérationnel du 2<sup>e</sup> mode d'assemblage de son  $W$  tel qu'illustré à la figure 4.1. En théorie, les deux modes d'assemblage doivent être identiques, c'est pourquoi il devrait y avoir un aspect

par mode d'assemblage. Cependant, il y a une petite différence de volume entre les deux aspects calculés à cause de la résolution sur la définition ce qui fait que l'aspect du Y Star se situe sous les vis. Le volume de l'aspect du Y Star est de  $288086 u^3$



Figure 4.1 – Aspect du Y Star pour un octree de profondeur 5

(unité<sup>3</sup>) pour un arbre de profondeur 5 (calculé en 16 secondes) et de  $284576 u^3$  pour un arbre de profondeur 6 (calculé en 127 secondes). Le fait d'ajouter un niveau de profondeur à l'octree ne diminue le volume calculé que de 1.2% pour 111 secondes supplémentaires de calculs. La différence de temps de calculs est trop significative pour une si petite augmentation de résolution sur le volume de l'aspect. c'est pourquoi les aspects de tous les manipulateurs de la classe Star seront évalués pour des octrees de profondeur 5.

Il n'y a pas d'unité aux valeurs de volumes d'aspect parce que les dimensions

des designs évalués sont non-dimensionnels (largeur de la vis 1 choisie à 150 unités).

#### 4.1.2 Rapport de forme

Le rapport de forme, dénoté  $\rho_f$ , est défini comme

$$\rho_f = \frac{l_{inner}}{l_{outer}} \quad (4.1)$$

où  $l_{inner}$  est la largeur de la plus grande boîte inscrite à l'intérieur du domaine de  $W$  et  $l_{outer}$  est la largeur de la plus petite boîte contenant complètement le même domaine (voir Fig. 4.2).

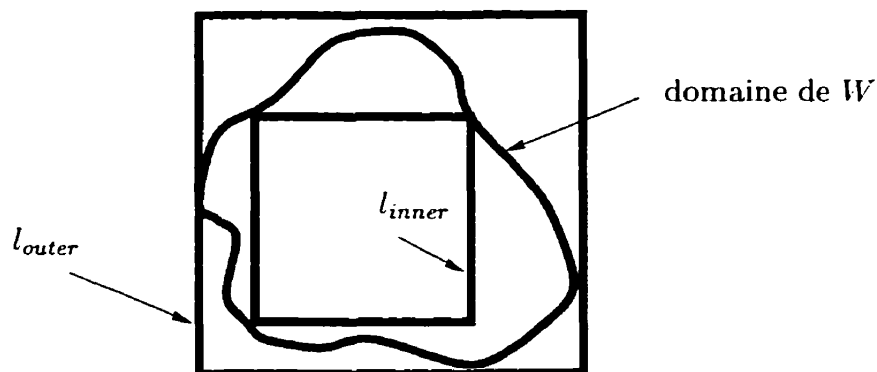


Figure 4.2 - Boîtes caractérisant le rapport de forme

Ce critère procure une information sur la forme du domaine de  $W$ . Il peut être très utile pour le design d'un manipulateur exigeant une forme spécifique de  $W$ . Par exemple, pour une opération d'assemblage nécessitant des mouvements équivalents de  $E_f$  dans toutes les directions.

Pour le Y Star (voir Fig. 4.1), le rapport de forme de l'aspect de  $W$  est de 16.7%, soient  $l_{inner} = 25 u$  et  $l_{outer} = 150 u$ . Le rapport de forme du 2<sup>e</sup> mode d'assemblage est le même que celui de son aspect puisque celui-ci couvre 97.8% du volume de tout l'espace du 2<sup>e</sup> mode d'assemblage.

### 4.1.3 Rapport de dextérité

Le rapport de dextérité, dénoté  $\rho_d$ , d'un design est défini comme la proportion d'un domaine de  $W$  ayant une dextérité supérieure à un minimum requis que nous choisissons égale à 25%. La dextérité d'un design de manipulateur, dénotée  $K(\mathbf{J}_p)$ , est définie comme le nombre de condition de la matrice jacobienne  $\mathbf{J}_p$  évalué lorsque l' $E_f$  est positionné au centre d'une boîte, c'est-à-dire:

$$K(\mathbf{J}_p) = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}, \quad \mathbf{J}_p = \mathbf{B}_j^{-1} \mathbf{A}_j \quad (4.2)$$

où  $j$  est le numéro du mode opérationnel du domaine étudié.  $\sigma_{min}$  et  $\sigma_{max}$  sont les valeurs singulières minimum et maximum de  $\mathbf{J}_p$ .

Les valeurs de dextérité de 0 et 1 représentent respectivement un point de singularité et d'isotropie. Précédemment, il a été mentionné qu'un domaine de  $W$  était construit à partir de petites boîtes de la plus petite dimension dans l'octree, soit le volume  $v_{min}$ . Par hypothèse, la dextérité de tous les points à l'intérieur d'une petite boîte est égale à la dextérité en son centre. La figure 4.3 permet de vérifier



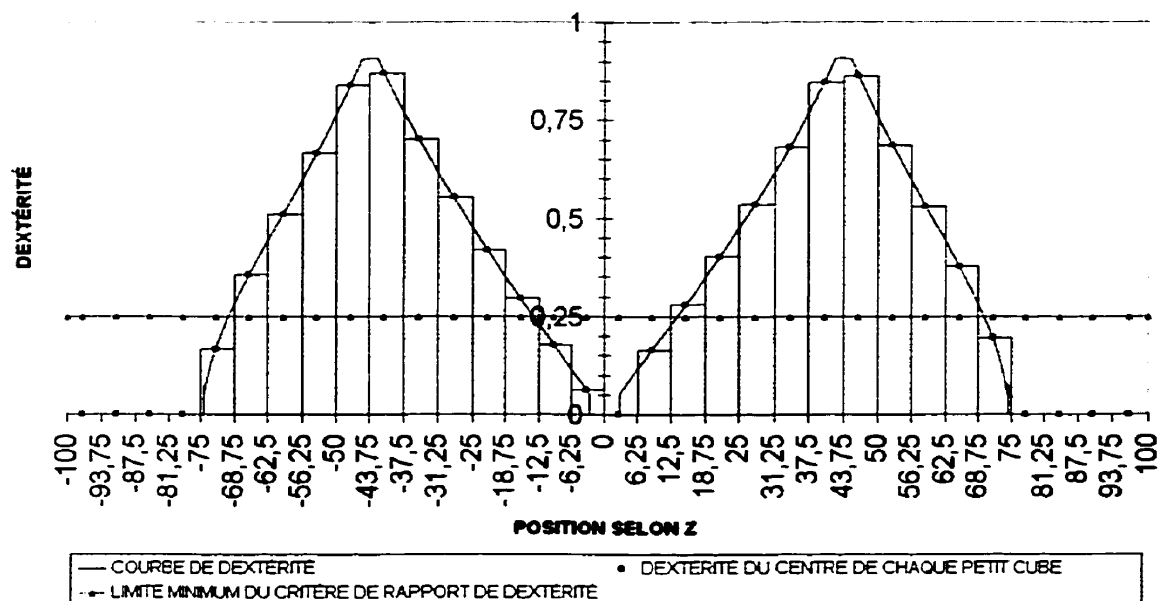


Figure 4.3 – Validation de l'hypothèse de dextérité au centre des petits boîtes

cette hypothèse. La courbe illustre la dextérité lorsque l' $E_f$  du manipulateur Y Star se déplace selon l'axe  $z$  (de  $z = -100$  à  $z = 100$ ) pour  $x = 0$  et  $y = 0$ . La courbe de dextérité est une fonction monotone, car il n'y a pas de variation subite de dextérité entre les centres de deux boîtes adjacentes sauf à proximité d'une singularité, c'est-à-dire entre  $z = -6.25$  et  $z = 6.25$ . Ces variations subites ne sont cependant pas considérées puisque seuls les boîtes avec une dextérité supérieure à 25% sont conservées.

La proportion du domaine de  $W$  qui a une dextérité supérieure à 25% est

calculée par l'équation suivante:

$$\rho_d = \frac{v_d}{v_w}, \quad v_d = \sum \begin{cases} v_{min} & \text{si } K(\mathbf{J}_p) \geq 25\% \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.3)$$

où  $v_d$  est le volume des petites boîtes ayant une dextérité supérieure à 25% et  $v_w$  est rappelé être le volume de l'aspect de  $W$ .

Ce critère permet d'évaluer le niveau de précision de positionnement de l' $E_f$ . À une singularité, le manipulateur est imprévisible et l' $E_f$  est instable. Près d'une singularité, la dextérité est faible et alors cette endroit doit être évité. Le rapport de dextérité ne fournit pas d'information quant à la distribution des singularités à l'intérieur du domaine de  $W$ . Ceci pourrait faire l'objet d'un autre critère de performance. Notre étude sera cependant basée sur les aspects qui sont les plus grands domaines de  $W$  exempts de toute singularité. Il n'y aura donc pas de point de singularité et de zone de faible dextérité à l'intérieur des espaces étudiés, mais uniquement des zones d'excellente, et de bonne dextérité.

#### 4.1.4 Combinaison linéaire

Le critère de combinaison linéaire utilise une moyenne pondérée des trois premiers critères. Il permet de conserver les manipulateurs de la classe Star qui performant bien selon les trois critères simultanément et empêche de conserver uniquement les manipulateurs spécialisés selon un seul critère. Ainsi, la combinaison

linéaire, dénotée  $\rho$ , est définie telle que

$$\rho = k_1 v_w + k_2 \rho_d + k_3 \rho_f \quad (4.4)$$

avec  $k_1 = 1.179 \times 10^{-6} u^{-3}$ ,  $k_2 = 0.54$  et  $k_3 = 2$ . Ces constantes sont calculées à partir des performances du Y Star (voir Tab. 4.1) de façon à accorder une importance égale à chaque critère et obtenir une valeur de  $\rho = 1$ . Il est intéressant de noter que plusieurs manipulateurs de la classe Star auront un indice de combinaison linéaire supérieure à 1. Ceci ne constitue pas un problème en soi puisque  $\rho = 1$  n'est pas ici une limite, mais plutôt une valeur unitaire attribuée à la performance du Y Star pour fin de comparaison. Les constantes  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  de l'équation (4.4) peuvent être modifiées, afin d'accorder plus d'importance à un critère plutôt qu'un autre.

Tableau 4.1 - *Indices de performance du Y Star*

Critère	Notation	Valeur	Unité
Volume d'un domaine de $W$	$v_w$	288086	$u^3$
Rapport de dextérité	$\rho_d$	0.601	aucune
Rapport de forme	$\rho_f$	0.167	aucune
Combinaison linéaire	$\rho$	1	aucune

## 4.2 Synthèse géométrique

La synthèse géométrique de MPs de topologie Star est ici effectuée avec l'aide d'un AG. Les AGs opèrent de façon analogue au mécanisme génétique biologique et la théorie de sélection naturelle de Darwin [6].

Les AGs sont des techniques d'optimisation stochastiques puissantes [17] et sont considérés ici comme un outil d'optimisation pour la synthèse géométrique de MPs de topologie Star. L'AG utilisé permet d'améliorer les performances de manipulateurs par rapport à un ou plusieurs critères de performance à la fois. Ceci peut être fait de façon totalement automatique, autrement dit sans avoir recours à l'intuition d'un concepteur. De plus, cet outil permet de considérer des solutions qui semblent bizarres *a priori*, mais qui peuvent être prometteuses à plus long terme.

Les AGs comptent une multitude d'applications. Il y a notamment l'extraction de lignes à partir d'une image [6] et le contrôle d'une main robotisée à quatre doigts pour saisir et manipuler des objets [14]. Les AGs sont aussi utilisés pour contrôler la navigation d'un robot mobile entre des obstacles [34], pour l'optimisation des dimensions des poutres [16] et pour permettre de déterminer toutes les solutions du MGI d'un manipulateur sériel [7]. Ces quelques applications sont plutôt diversifiées mais, dans tous les cas, les AGs semblent bien solutionner le problème dans des situations où il est difficile ou impossible d'utiliser les techniques d'optimisation

traditionnelles, basées sur le gradient, afin de maximiser l'atteinte des performances spécifiées au cahier de charge.

Les AGs permettent une amélioration progressive d'une population de génotypes par reproduction, évaluation des individus et application de la sélection naturelle à chacune des générations. Cette méthode permet donc le mouvement d'une population de solutions vers plusieurs optima simultanément. Les AGs sont donc bien adaptés pour résoudre des problèmes de synthèse de mécanismes complexes comme les manipulateurs parallèles où plusieurs solutions doivent être simultanément considérées et itérativement améliorées à partir d'un ensemble de candidats potentiels. Les parties intéressantes de bons designs peuvent être ainsi recombinaées par croisement avec les parties intéressantes de d'autres afin d'en obtenir potentiellement de meilleures.

Les caractéristiques de chaque individu sont codées sous forme d'un génotype sur lequel trois opérations sont possibles, c'est-à-dire: le croisement, la mutation et la sélection naturelle. Dans notre cas, le croisement et la mutation serviront à générer et modifier de nouvelles géométries de manipulateurs, alors que la sélection naturelle classera les designs de manipulateurs selon différents critères de performance et conservera les meilleurs individus. Ci-dessous, nous discutons du codage/décodage, du croisement, du mécanisme de mutations et de la sélection naturelle.

### 4.2.1 Codage/Décodage

Le génotype d'un manipulateur est le codage de ses phénotypes, et correspond à une représentation par chaîne de nombres binaires. Un phénotype est une caractéristique physique d'un individu et est considéré ici comme un paramètre géométrique. Le codage nécessite la discrétisation de chaque paramètre selon une résolution prédéfinie entre deux valeurs limites. Pour le design de MPs de la classe Star, le génotype de chaque individu est une série de trois nombres entiers à 32 bits soit un total de 96 bits. Comme discuté au chapitre 2, nous utilisons 20 paramètres géométriques ou phénotypes pour définir la géométrie d'un manipulateur. Ceux-ci sont extraits d'un génotype, dénoté  $G_p$ , comme illustré ci-dessous où  $g_i$  est un nombre binaire qui représente la partie du génotype associé à un phénotype  $p_i$ .

$$G_p = \left\{ \begin{array}{cccccccc} \underbrace{1001}_{g_1} & \underbrace{1100}_{g_2} & \underbrace{0001}_{g_3} & \underbrace{10011}_{g_4} & \underbrace{11001}_{g_5} & \underbrace{11011}_{g_6} & \underbrace{10010} & \\ \underbrace{1111}_{g_8} & \underbrace{0011}_{g_9} & \underbrace{0101}_{g_{10}} & \underbrace{11110}_{g_{11}} & \underbrace{11001}_{g_{12}} & \underbrace{01011}_{g_{13}} & \underbrace{01001}_{g_{14}} & \\ \underbrace{0111}_{g_{15}} & \underbrace{1001}_{g_{16}} & \underbrace{0101}_{g_{17}} & \underbrace{1110}_{g_{18}} & \underbrace{0101}_{g_{19}} & \underbrace{0011}_{g_{20}} & \underbrace{10001111} & \end{array} \right\}$$

Le décodage consiste à extraire du génotype tous les phénotypes. L'équation générale de décodage est de type:

$$p_i = \mathbf{f}(g_i), \quad g_{i_{min}} \leq g_i \leq g_{i_{max}} \quad (4.5)$$

où  $g_{i_{min}}$  et  $g_{i_{max}}$  sont les limites minimum et maximum désirées d'une partie du génotype  $g_i$  associée à un phénotype  $p_i$ . Dans notre cas, l'équation générale de décodage devient:

$$p_i = (g_i \% (g_{i_{max}} + 1)) \times r_i + p_{i_{min}} \quad (4.6)$$

où  $\%$  (modulo) est une opération qui consiste à conserver uniquement le reste de la division du terme de gauche par celui de droite pour que  $g_i$  soit compris entre  $g_{i_{min}}$  et  $g_{i_{max}}$ ,  $r_i$  est la résolution de  $p_i$  et  $p_{i_{min}}$  est la valeur minimum possible de  $p_i$ . Ainsi, la partie du génotype  $g_i$  peut avoir des valeurs entre  $g_{i_{min}}$  et  $g_{i_{max}}$ , mais après conversion par l'équation (4.6), les valeurs de  $p_i$  seront comprises entre les limites minimum et maximum choisies, c'est-à-dire entre  $p_{i_{min}}$  et  $p_{i_{max}}$ .

Le codage consiste à transformer les phénotypes en parties du génotype  $G_p$ . L'équation générale de codage est donc de type:

$$g_i = \mathbf{f}^{-1}(p_i), \quad p_{i_{min}} \leq p_i \leq p_{i_{max}}. \quad (4.7)$$

Dans notre cas, l'équation générale de codage devient:

$$g_i = \frac{p_i - p_{i_{min}}}{r_i}. \quad (4.8)$$

Le tableau 4.2 contient toutes les données nécessaires pour effectuer le décodage et le codage du génotype  $G_p$ . Un  $g_i$  utilise 4 bits du génotype  $G_p$  lorsque  $g_{i_{max}} <$

Tableau 4.2 - Données relatives à chaque phénotype

i	$p_i$	phénotype	$p_{i_{min}}$	$p_{i_{max}}$	$r_i$	$g_i$	$g_{i_{min}}$	$g_{i_{max}}$
1	$p_1$	$\gamma_2$	15	165	15	$g_1$	0	10
2	$p_2$	$\omega_2$	-90	90	15	$g_2$	0	12
3	$p_3$	$v_2$	0	150	15	$g_3$	0	10
4	$p_4$	$x_1$	-100	100	10	$g_4$	0	20
5	$p_5$	$y_1$	-100	100	10	$g_5$	0	20
6	$p_6$	$x_2$	-100	100	10	$g_6$	0	20
7	$p_7$	$y_2$	-100	100	10	$g_7$	0	20
8	$p_8$	$\omega_3$	-90	90	15	$g_8$	0	12
9	$p_9$	$v_3$	0	150	15	$g_9$	0	10
10	$p_{10}$	$q_1$	0	120	15	$g_{10}$	0	8
11	$p_{11}$	$z_2$	-100	100	10	$g_{11}$	0	20
12	$p_{12}$	$x_3$	-100	100	10	$g_{12}$	0	20
13	$p_{13}$	$y_3$	-100	100	10	$g_{13}$	0	20
14	$p_{14}$	$z_3$	-100	100	10	$g_{14}$	0	20
15	$p_{15}$	$q_2$	0	120	15	$g_{15}$	0	8
16	$p_{16}$	$q_3$	0	120	15	$g_{16}$	0	8
17	$p_{17}$	$r_1$	0	50	5	$g_{17}$	0	10
18	$p_{18}$	$r_2$	0	50	5	$g_{18}$	0	10
19	$p_{19}$	$r_3$	0	50	5	$g_{19}$	0	10
20	$p_{20}$	$\gamma_3$	180	345	15	$g_{20}$	0	11

16 et utilise 5 bits lorsque  $15 < g_{i_{max}} < 32$ . Le nombre de possibilités d'un phénotype  $p_i$  équivaut à  $(g_{i_{max}} + 1)$ . En tout, 88 bits sont utilisés sur un total de 96 ce qui donne, pour les limites imposées dans le programme sur chaque paramètre géométrique, un total de  $\prod_{i=1}^{20} (g_{i_{max}} + 1) = 9^3 \times 11^6 \times 12^1 \times 13^2 \times 21^8 = 9.9 \times 10^{22}$  possibilités de géométries différentes pour la classe Star. Une recherche directe des individus les plus performants de la classe signifierait d'évaluer tous les manipulateurs. Pour un temps moyen d'évaluation de 21 secondes par manipulateur, il faudrait  $3.1 \times 10^{15}$  années pour évaluer tous les manipulateurs à l'aide d'un pen-



tium II (350 MHz) avec 128M de mémoire vive.

Le tableau 4.2 résume la correspondance entre les phénotypes et génotypes associés aux 20 paramètres géométriques des manipulateurs de la classe Star, dont les équations de décodage sont:

$$\gamma_2 = (g_1 \% 11) \times 15 + 15 \quad (4.9)$$

$$\omega_2 = (g_2 \% 13) \times 15 - 90 \quad (4.10)$$

$$v_2 = (g_3 \% 11) \times 15 \quad (4.11)$$

$$x_1 = (g_4 \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.12)$$

$$y_1 = (g_5 \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.13)$$

$$x_2 = (g_6 \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.14)$$

$$y_2 = (g_7 \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.15)$$

$$\omega_3 = (g_8 \% 13) \times 15 - 90 \quad (4.16)$$

$$v_3 = (g_9 \% 11) \times 15 \quad (4.17)$$

$$q_1 = (g_{10} \% 9) \times 15 \quad (4.18)$$

$$z_2 = (g_{11} \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.19)$$

$$x_3 = (g_{12} \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.20)$$

$$y_3 = (g_{13} \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.21)$$

$$z_3 = (g_{14} \% 21) \times 10 - 100 \quad (4.22)$$

$$q_2 = (g_{15} \% 9) \times 15 \quad (4.23)$$

$$q_3 = (g_{16} \% 9) \times 15 \quad (4.24)$$

$$r_1 = (g_{17} \% 11) \times 5 \quad (4.25)$$

$$r_2 = (g_{18} \% 11) \times 5 \quad (4.26)$$

$$r_3 = (g_{19} \% 11) \times 5 \quad (4.27)$$

$$\gamma_3 = (g_{20} \% 12) \times 15 + 180 \quad (4.28)$$

L'équation (4.9) montre que l'angle  $\gamma_2$  varie de  $15^\circ$  à  $165^\circ$  par incrément de  $15^\circ$ . Il existe 11 valeurs possibles pour cet angle et donc l'angle  $\gamma_2$  peut être représenté par un nombre à 4 bits ( $2^4 = 16$  possibilités). Les cinq possibilités supplémentaires ne sont jamais considérées puisque la valeur de l'angle serait alors hors limite.

D'autres paramètres de design pourraient être considérés, par exemple, en définissant la position d'un point sur chacune des vis et ainsi réduire la possibilité que les vis soient concourantes. Nous n'étudions pas dans ce travail toute la classe des MPs de topologie Star, mais seulement une projection de celle-ci sur un sous-ensemble de 20 paramètres géométriques. De plus, nous ne considérons pas les obstructions entre les différentes composantes qui pourraient survenir pendant le mouvement d'un manipulateur. Ce problème peut quelques fois être éliminé *a posteriori* par le concepteur en ajustant la forme des composantes afin d'éviter l'obstruction des composantes. Ces ajustements pourraient éventuellement être

inclus dans l'AG.

Dans un AG, le choix de la taille de la population initiale est important puisqu'une population trop petite diminue la capacité de l'AG à couvrir adéquatement l'espace de recherche. D'un autre côté, une population trop large augmente significativement le temps requis par l'AG pour évaluer les performances de tous les nouveaux individus dans une génération ce qui résulte en une recherche inefficace [31]. Pour plus de commodité de programmation, nous avons choisi de maintenir constant à 100 le nombre d'individus de cette population, c'est-à-dire le manipulateur Y Star et 99 autres designs générés aléatoirement. Sur un ordinateur pentium II (350 MHz) avec 128M de mémoire vive, le temps de calculs moyen requis pour évaluer les 100 individus d'une population est approximativement de 35 minutes, ce qui est tout à fait acceptable pour une tâche de design.

#### 4.2.2 Croisement

L'évolution d'une population de manipulateurs d'une génération à l'autre est obtenue par reproduction des meilleurs individus basé sur leurs capacités de survivre à la sélection naturelle. La reproduction est réalisée par le croisement du génotype de deux parents pour obtenir le génotype de deux enfants. Telle qu'illustrée à la figure 4.4, l'opération de croisement consiste à intervertir la partie finale du génotype des parents à un site de croisement choisi aléatoirement, afin de former le génotype des enfants. Lors de l'opération de croisement, il est possible qu'une partie de

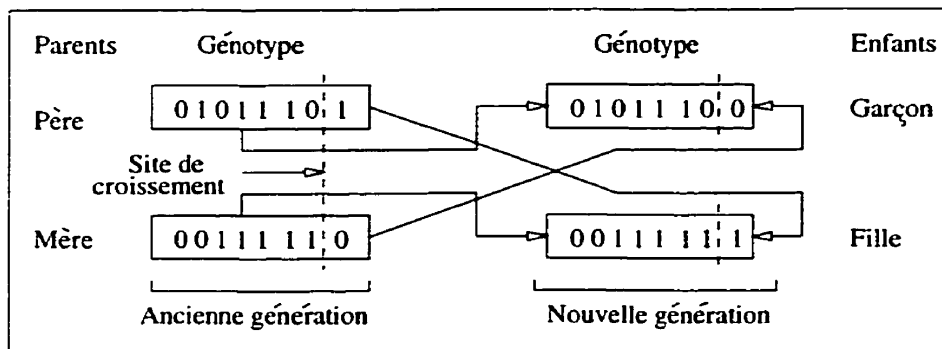


Figure 4.4 – *Opération de croisement*

génotype  $g_i$  soit coupée en partie. Dans ce cas, la valeur du phénotype associé au nouveau  $g_i$  obtenu après le croisement peut être différente de sa valeur avant le croisement. Il est aussi possible de limiter l'algorithme génétique à effectuer le croisement uniquement entre deux parties de génotypes. Il y a ainsi plus d'une façon de déterminer les sites de croisement ce qui peut faire l'objet de travaux futurs.

### 4.2.3 Mutation

La mutation est l'inversion aléatoire d'un bit dans le génotype d'un enfant durant l'opération de reproduction des individus de la population actuelle. La mutation peut produire des mouvements dans l'espace de recherche dans toutes les directions, ce qui permet possiblement de sortir d'un optimum local et de se diriger potentiellement vers une région plus prometteuse. Cette manière d'obtenir de nouvelles solutions n'implique pas de calcul sur des différences locales, comme

des techniques basées sur le gradient, mais plutôt sur des différences imposées stochastiquement. La probabilité de mutation doit être petite de façon à laisser la population s'améliorer majoritairement par croisement.

#### **4.2.4 Sélection naturelle**

La sélection naturelle est réalisée sur une population en conservant les individus les plus prometteurs basés sur leurs aptitudes. Dans ce travail, la première génération débute avec une population de 100 manipulateurs générés aléatoirement, à laquelle est ajoutée 100 nouveaux manipulateurs générés par reproduction. Pour conserver la population constante, nous appliquons la sélection naturelle sur les 200 manipulateurs résultants, en les ordonnant par ordre décroissant selon chacun des quatre critères de performance, et ne conservons que les 25 premiers manipulateurs non-identiques selon chacun des quatre critères. Afin de maintenir une diversité suffisante dans la population, il est nécessaire de s'assurer que les 100 manipulateurs soient tous différents. Il est bien connu en biologie qu'une population manquant de diversité génétique peut produire des individus qui ne survivront pas à la sélection naturelle et finiront par disparaître.

#### **4.2.5 Algorithme génétique**

La structure de l'AG utilisé dans ce mémoire est résumé à la figure 4.5. L'algorithme crée une population initiale de 100 manipulateurs engendrés aléatoirement,

et pour chacun des manipulateurs, détermine l'aspect de  $W$ , puis évalue les indices de performance. Ensuite, il classe les manipulateurs en ordre décroissant selon le premier critère, c'est-à-dire le volume de l'aspect. Ensuite, 100 nouveaux manipulateurs sont générés par reproduction des 100 manipulateurs de la population actuelle. Les manipulateurs ayant les plus grands volumes d'aspect ont plus de chances de se reproduire que ceux ayant de faibles volumes d'aspect.

Le choix des individus lors de la reproduction (voir à l'annexe B) est effectué en sommant tout d'abord le volume de l'aspect des 100 individus de la population classés par ordre décroissant de volume d'aspect. Par la suite, pour chaque individu à sélectionner, un nombre aléatoire est tiré entre 0 et 1 puis est multiplié par le volume total des aspects. Finalement, il faut sommer à nouveau le volume d'aspect des individus jusqu'à ce que la somme soit la plus rapprochée, mais sans la dépasser, de la proportion du volume des aspects calculée précédemment. L'individu sélectionné est celui correspondant au dernier volume d'aspect sommé.

Après l'évaluation de l'aspect des 100 nouveaux individus, les 200 manipulateurs de la génération actuelle sont classés par ordre décroissant selon chacun des quatre critères de performance. Puis, on conserve les 25 premiers individus selon le volume de l'aspect, puis les 25 premiers individus, non-identiques aux 25 déjà choisis, selon le deuxième critère, c'est-à-dire le rapport de dextérité, et ainsi de suite jusqu'au quatrième critère, de façon à obtenir une population résultante de 100 individus différents. Cette population est utilisée pour créer une nouvelle génération où

les opérations de reproduction, l'évaluation, le classement et la sélection naturelle seront recommencées.

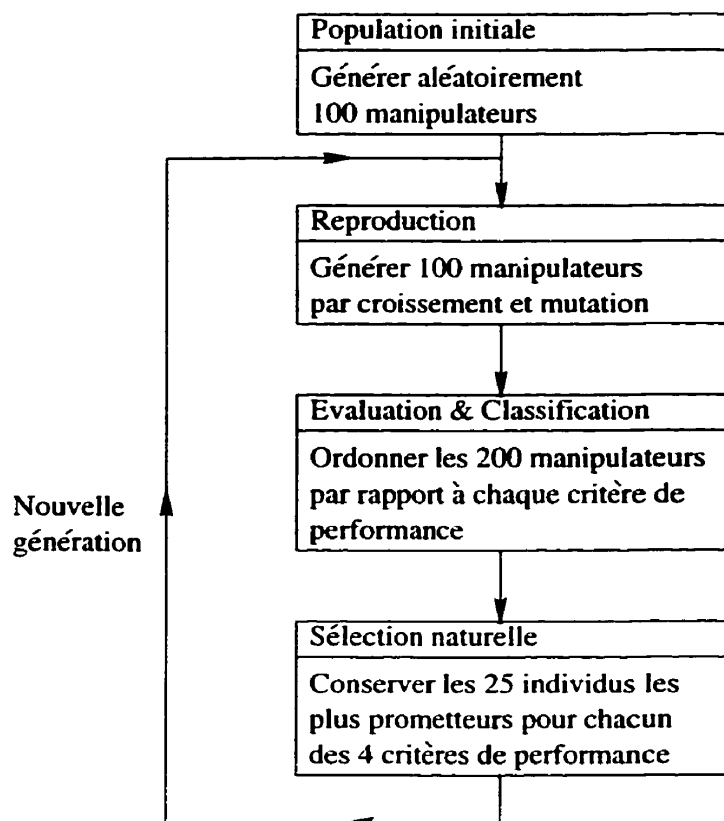


Figure 4.5 - Structure de l'algorithme génétique

Il a été mentionné qu'un manipulateur de la classe Star peut travailler dans l'un ou l'autre de ses deux modes d'assemblage, puisque ceux-ci sont séparés par une zone de singularités. Il ne faut donc pas évaluer les indices de performance pour l'ensemble de  $W$ . De plus, il peut y avoir jusqu'à huit espaces opérationnels à l'intérieur de chaque espace d'assemblage. Pour se déplacer d'un espace opérationnel à un autre, l' $E_f$  doit aussi passer par une singularité bien que les espaces

opérationnels peuvent être superposés. Nous choisissons ici d'évaluer les critères de performance pour l'aspect de  $W$  (voir Fig. 4.6) qui est le plus grand domaine de  $W$  exempt de singularité.

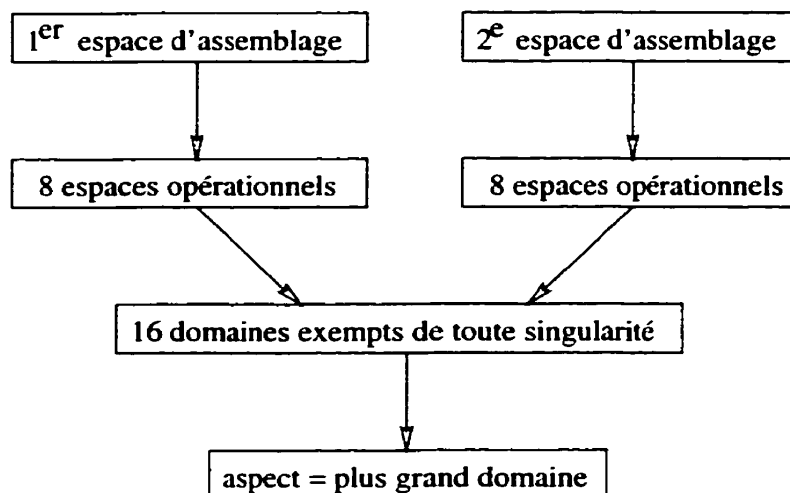


Figure 4.6 – *Choix du domaine de  $W$*

### 4.3 Plate-forme logiciel

Les résultats présentés dans ce mémoire sont obtenus en utilisant deux programmes écrits en C++ sous Linux Redhat 6.0. Le premier programme, nommé *genetique.cpp*, exécute un AG et l'autre, nommé *animation.cpp*, affiche les résultats de l'AG, c'est-à-dire un squelette 3D de tout manipulateur de la classe Star, son aspect ainsi que ses indices de performance.

Le programme *genetique.cpp* ne requiert que deux informations pour son exécution soit: le nom du fichier dans lequel les résultats de l'AG seront sauvegardés;



et le nombre de générations maximum à réaliser. Les résultats sauvegardés pour chaque génération sont les informations sur le meilleur et le pire des manipulateurs pour chacun des quatre critères de performance.

Le menu principal du programme *animation.cpp* (voir Fig. 4.7) offre plusieurs options. L'option 1 affiche uniquement le squelette 3D d'un manipulateur, l'option 2 affiche et sauvegarde un domaine de  $W$  de manipulateur en permettant de choisir l'affichage d'un espace opérationnel, d'un espace d'assemblage ou la totalité de  $W$ . L'option 3 combine les deux premières options en affichant à la fois

```

*****
* PROGRAMME DE VISUALISATION DE ROBOTS PARALLELES *
* GENERES PAR ALGORITHME GENENETIQUE UTILISANT *
* LE LOGICIEL DE SIMULATION GRAPHIQUE XANIMATE *
* *
* MENU PRINCIPAL *
* ----- *
* *
* 1 - Robot *
* 2 - Volume de travail *
* 3 - Volume de travail + robot *
* 4 - Octree *
* 5 - Octree + robot *
* 6 - aspect *
* 7 - aspect + robot *
* *
* 0 - Sortie *
*****
Choix ? █

```

Figure 4.7 – Menu principal du programme d'animation

le squelette 3D d'un manipulateur et l'espace désiré. L'option 4 reconstruit un octree à partir de la lecture d'un fichier et l'affiche à l'écran de même que l'option 5 qui affiche en plus le squelette 3D du manipulateur associé à l'octree. L'option 6 affiche l'aspect d'un manipulateur, et finalement, l'option 7 combine l'aspect et le squelette 3D d'un manipulateur. Toutes les options du menu du programme

*animation.cpp* sont réalisées avec la librairie d'animation graphique 3D solide XAnimate [24]. XAnimate est une librairie C++ du domaine publique<sup>1</sup> conçu par un étudiant de l'université Ohio à Columbus aux États-Unis afin de permettre facilement des animations 3D solide sous le système de fenêtrage X Windows sous Unix. Tel qu'illustré à la figure 4.8, l'interface graphique est initialement présenté dans une seule fenêtre dans laquelle se trouve sept boutons de contrôle dont les fonctions

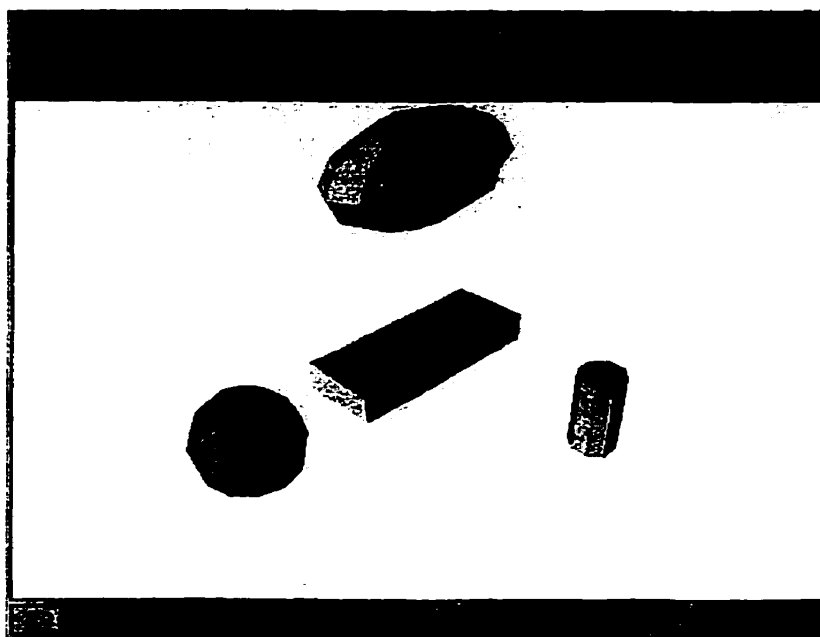


Figure 4.8 – Interface graphique du logiciel XAnimate

sont:

**Quit** : quitter XAnimate;

**Start/Stop** : démarrer et arrêter l'animation;

---

1. <http://eewww.eng.ohio-state.edu/~orin /XAnimate/XAnimate.html>

**Step** : animation pas-à-pas;

**Zoom In** : augmenter le grossissement de l'image;

**Zoom Out** : diminuer le grossissement de l'image;

**Home View** : afficher l'image à la vue initiale;

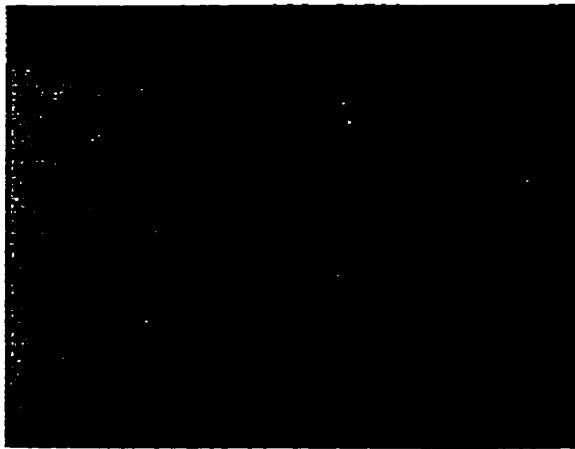
**Wire/Solid** : Passer d'une image solide à une image filaire.

La présence du bouton **Home View** permet un retour rapide à la position d'observation initiale, puisque l'utilisateur peut en enfonceant le bouton de gauche de la souris sur l'image animée modifier en temps réel la position de l'observateur durant l'animation.

La figure 4.8 présente un exemple d'écran standard d'animation permettant la rotation d'objets simples, c'est-à-dire un parallélépipède, une sphère, un ellipsoïde et un cylindre. XAnimate peut également représenter des objets plus complexes définis sous forme de surface convexe en format B-rep, c'est-à-dire "Boundary representation". Mais pour la plupart des animations, les composantes à simuler peuvent être représentées à l'aide d'objets simples (parallélépipède, sphère, ellipsoïde et cylindre).

La figure 4.9 présente deux applications de XAnimate pour la simulation du manipulateur SSRMS de la station spatiale réalisée par Simon Leblanc comme projet de fin d'études et la simulation du manipulateur sériel ASEA IRB6/2 réalisée par Serge Nguema comme projet de fin d'études dans le cadre d'un programme

d'échange.



(a) SSRMS;



(b) Manipulateur ASEA IRB6/2;

Figure 4.9 - Applications du logiciel XAnimate

L'interface graphique standard a été quelque peu modifiée afin de répondre aux exigences de la simulation de MPs de la classe Star et pour faciliter la capture des images à inclure dans le mémoire. L'interface a ainsi été divisée en deux fenêtres, c'est-à-dire une fenêtre contenant uniquement l'animation et une autre contenant tous les boutons de contrôle telle qu'illustrée à la figure 4.10. Ce panneau de contrôle inclus les sept boutons mentionnés précédemment. De plus, il contient des boutons pour contrôler la variation de déplacement de l' $E_f$  selon les trois axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  de  $\mathcal{A}$ . Ainsi, le bouton "dx+" augmente la variation de déplacement de 0.2 selon l'axe  $x$  et le bouton "dx-" diminue la variation de déplacement de 0.2 selon le même axe. Le bouton "dx=0" annule la variation de déplacement selon l'axe  $x$ . Le mouvement de l' $E_f$  peut aussi être contrôlé en utilisant les touches du clavier. Les

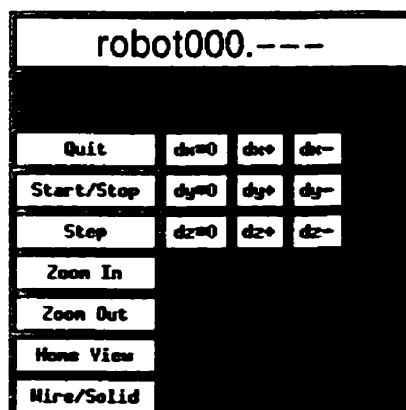


Figure 4.10 – Panneau de contrôle de l'interface graphique du logiciel XAnimate modifié

flèches servent à déplacer l' $E_f$  selon les axes  $x$  et  $y$  alors que les touches "A" et "Z" contrôlent son déplacement selon l'axe  $z$ . La touche "M" permet de contrôler le manipulateur pour un autre mode opérationnel. Par défaut, le manipulateur est affiché pour le 1<sup>er</sup> mode opérationnel. L' $E_f$  peut se déplacer sans problème d'un mode d'assemblage à un autre puisque que le programme d'animation ne tient pas compte des singularités. Il est possible d'observer que le manipulateur se trouve à une singularité sérielle lorsqu'au moins une de ses jambes n'est plus reliée à son écrou.

Au prochain chapitre, nous présentons les résultats du programme *genetique.cpp* illustrés à l'aide du programme *animation.cpp*.

## CHAPITRE 5

### RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Ce chapitre présente les résultats de trois exécutions de notre algorithme génétique soient: AG1, AG2 et AG3. Les AG1 et AG2 utilisent la même population initiale mais, effectuent sur celles-ci des opérations de croisement, de mutation et de sélection naturelle aléatoirement différentes. Ainsi, il sera possible de vérifier s'il y a convergence vers des designs semblables à partir d'une même population initiale. L'AG3 est, quant à lui, exécuté à partir d'une population initiale différente de celle de l'AG1.

Des graphiques présenteront les limites maximales et minimales en fonction de la génération (immédiatement après la sélection naturelle) pour chacun des critères de performance de l'AG3. Ces graphiques permettront d'étudier l'évolution d'une population sur plusieurs générations c'est pourquoi ils ne sont présentés que pour une seule exécution de notre AG. L'indice de performance du manipulateur Y Star sera affiché sur chaque graphique afin de servir de base de comparaison des nouveaux designs produits par notre AG. Cela permettra de constater entre autres qu'à partir d'une certaine génération, tous les 100 manipulateurs de la population ont déjà un indice de performance supérieur à celui du Y Star.

Pour chacune des exécutions de notre AG, le manipulateur expert sera présenté,

c'est-à-dire le manipulateur ayant le meilleur indice de performance pour le critère de la combinaison linéaire. Ainsi, les trois manipulateurs experts seront comparés en fonction de leurs paramètres géométriques et de leurs indices de performance. Finalement, le manipulateur expert de l'AG3 sera présenté pour quatre positions différentes de l' $E_f$  ce qui permettra d'aider à visualiser le comportement de chaque jambe lors du mouvement.

### 5.1 Comparaison de trois AGs

Lors de l'exécution de notre AG, les indices de performance du meilleur et du pire manipulateur pour chaque critère sont enregistrés dans un fichier de résultats en format ASCII. Bien qu'il soit important de connaître tous les designs à chaque génération, il est souvent suffisant de constater des limites, c'est-à-dire des manipulateurs extrêmes pour chaque critère de performance afin de montrer l'amélioration générale de la population de designs d'une génération à l'autre. Les graphiques à la fin de ce chapitre présentent les résultats de ces limites.

La figure 5.1 montre l'évolution de l'indice de combinaison linéaire du pire manipulateur de la population en fonction de la génération pour chaque exécution de notre AG. À la 8<sup>e</sup> génération de l'AG3, tous les manipulateurs de la population ont déjà un indice de combinaison linéaire supérieure à celui du Y Star. Cette constatation peut aussi être faite à la 16<sup>e</sup> génération de l'AG2, mais ne se produit pas pour l'AG1 durant les 20 premières générations. On remarque que l'évolution

de la limite inférieure des AG1 et AG2 est très différente malgré une population initiale identique, car les opérations de croisement, de mutation et de sélection naturelle sont différentes tout au long des deux exécutions. En ce qui concerne l'AG1, on remarque que la courbe de limites minimales reste toujours sous l'indice de performance du Y Star. Cela signifie seulement que durant les 20 premières générations, certains manipulateurs de la population ont un indice de performance inférieur à celui du Y Star. Il ne faut cependant pas conclure que ce dernier fait toujours partie de la population. Nous sommes cependant assuré que pour les AG2 et 3, le Y Star ne fait plus partie de la population à la 16<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> génération respectivement. Bien sûr, cela peut se produire avant.

L'individu le plus performant par rapport au critère de combinaison linéaire pour chaque génération est représenté à la figure 5.2. Dès la 1<sup>ère</sup> génération, les indices les plus élevés des populations des AG1 et AG2 sont supérieurs au double de celui du Y Star. L'évolution des courbes de limites maximales se fait principalement entre les générations 1 et 10. Par la suite, l'évolution se poursuit très lentement. Durant leurs évolutions, les AG1 et AG2 n'ont pas les mêmes limites maximales. Cependant, les variations des courbes se produisent pratiquement aux mêmes endroits. À la 20<sup>e</sup> génération, les deux indices de performance maxima semblent tendre vers la même limite maximale. Ceci permet de constater qu'en partant d'une population initiale identique, il n'y a pas nécessairement convergence vers les mêmes résultats à chaque génération. L'AG est une méthode stochastique qui manipule



les génotypes des individus à l'aide de valeurs aléatoires. Il en résulte donc qu'une même population peut être reproduite tout à fait différemment et ainsi converger vers des résultats assez différents à chaque génération. Les graphiques présentés ici ne montrent que les valeurs limites selon l'indice de combinaison linéaire. Il est important de constater que, pour chaque génération, il ne s'agit pas toujours du même manipulateur avec quelques paramètres géométriques modifiés mais souvent d'un manipulateur tout à fait différent pour chaque génération.

Sur le graphique de la figure 5.2, l'AG3 possède le meilleur indice de combinaison linéaire par rapport aux deux autres exécutions à partir de la génération 7. Pour l'AG3, l'indice maximal n'a varié que de 0.19 entre les génération 7 et 20, c'est-à-dire une augmentation de 5.2%. Ainsi, des résultats intéressants sont obtenus dès la 7<sup>e</sup> génération. Il est important de constater qu'en ayant deux populations différentes, on converge sensiblement vers les mêmes valeurs d'indice maximal après 20 générations, car il n'y a qu'une différence de 0.08 entre les deux valeurs. Les deux designs correspondants sont cependant assez différents comme il est expliqué par de plus amples détails à la prochaine section.

## 5.2 Résultats de l'AG3

Les figures 5.3 à 5.6 portent uniquement sur l'étude de l'AG3 pour montrer l'évolution de la population. Chaque figure représente les limites minimales et maximales pour un critère de performance à la fois et contient aussi une droite

illustrant la valeur de l'indice du Y Star pour des fins de comparaison. Il faut noter que cette droite n'est affichée qu'à titre indicatif et ne peut pas être utilisée pour observer, par exemple, le moment où le Y Star ne fait plus partie de la population.

La figure 5.3 montre tout d'abord que, pour la courbe du volume de l'aspect maximal, il y a évolution rapide de l'indice des individus jusqu'à la 3<sup>e</sup> génération. Par la suite, le volume de l'aspect maximal continue d'augmenter progressivement par échelons jusqu'à la 20<sup>e</sup> génération. Cette courbe permet de constater qu'après seulement trois générations, il est possible d'obtenir un ou plusieurs designs de manipulateurs avec un volume d'aspect six fois supérieur à celui du Y Star. Par contre, en laissant l'AG s'exécuter plus longtemps, on obtient des designs jusqu'à neuf fois supérieur. La courbe de volume de l'aspect minimal, quant à elle, ne progresse qu'une seule fois, c'est-à-dire entre la 7<sup>e</sup> et la 8<sup>e</sup> génération. Ce comportement peut s'expliquer de la façon suivante. Il faut tout d'abord rappeler que les 25 meilleurs individus selon chacun des quatre critères sont choisis pour former la population. Il y a donc, pour une population de 100 manipulateurs, 75 individus qui ont été sélectionnés pour leurs performances selon les autres critères que celui du volume de l'aspect. Ces individus peuvent avoir de piètres volumes d'aspect pour chaque génération et ainsi empêcher l'évolution de la courbe de limite minimale. Si on trace une courbe montrant l'évolution du 25<sup>e</sup> individu parmi ceux sélectionnés par rapport au critère de volume de l'aspect, on obtient alors une courbe qui évolue.

À la figure 5.4, le rapport de dextérité maximal atteint la valeur limite de 1 à partir de la 1<sup>ère</sup> génération. Il en est de même pour les AG1 et AG2, car nous désirons connaître la proportion de l'aspect d'un individu possédant une dextérité supérieure à 25%. Ce pourcentage est tout à fait acceptable pour le contrôle d'un manipulateur mais pourrait être augmenté, à l'intérieur de notre AG, à 50% par exemple, pour constater une évolution rapide suivie d'une stagnation telles que les courbes de la figure 5.6. Une analyse plus approfondie de ce comportement pourrait faire l'objet de travaux futurs. La courbe de la limite minimale reste toujours nulle pour la même raison que la courbe minimale du critère de volume de l'aspect. Cela signifie qu'à chaque génération, la population actuelle contient au moins un manipulateur ayant un rapport de dextérité nul.

Dans notre publication présentée à la conférence internationale sur la robotique et l'automatisation [40], nous avons mentionné que le manipulateur Y Star était celui qui possède le meilleur rapport de dextérité. Cela est vrai pour une paramétrisation de manipulateurs Star à 5 paramètres géométriques seulement. Cependant, il est possible d'obtenir de meilleurs manipulateurs par rapport à ce critère en utilisant 20 paramètres géométriques, comme nous le présentons dans ce mémoire.

L'évolution de l'AG3 selon le critère de rapport de forme est illustrée à la figure 5.5. La courbe maximale débute à une valeur deux fois supérieure à celle du Y Star. Cela signifie qu'il existe déjà dans la population, et ce dès la 1<sup>ère</sup> génération,

un manipulateur ayant un rapport de forme deux fois supérieur à celui du Y Star. Cette courbe n'évolue qu'à deux endroits pour atteindre une valeur maximale à la 6<sup>e</sup> génération. En ce qui concerne la courbe de limites minimales, on constate qu'à la 9<sup>e</sup> génération, tous les manipulateurs de la population ont un indice supérieur à celui du Y Star. Ceci semble démontrer que le grand nombre d'individus dans la population (100) produit rapidement une évolution selon ce critère en peu de générations.

La figure 5.6 combine les courbes maximales et minimales pour l'indice de combinaison linéaire de l'AG3. On peut y observer que la courbe maximale atteint un plateau à la génération 7 et l'indice maximal est alors supérieur à trois fois celui du Y Star. De plus, à partir de la 8<sup>e</sup> génération, tous les manipulateurs ont un indice de combinaison linéaire plus grand que celui du Y Star. Ceci nous démontre bien que notre AG est capable de produire de meilleurs designs que ceux connus à ce jour selon les critères choisis.

Le tableau 5.1 montre les valeurs des indices de performance des meilleurs manipulateurs selon les quatre critères à la 20<sup>e</sup> génération de l'AG3. Pour des fins de comparaison, les limites minimales et maximales des critères à la 20<sup>e</sup> génération sont résumés au tableau 5.2.

Le critère de combinaison linéaire représente la moyenne pondérée des trois autres critères de performance. *A priori*, on serait porté à penser qu'à la dernière génération de l'AG, le meilleur manipulateur pour un des trois autres critères serait

Tableau 5.1 – *Indices des manipulateurs les plus performants à la 20<sup>e</sup> génération de l'AG3*

Individu/ Indice	$v_w$	$\rho_d$	$\rho_f$	$\rho$
#1	<b>2281006</b>	0.364	0.375	<b>3.636</b>
#26	1587158	<b>1.000</b>	0.258	2.928
#51	1163330	0.970	<b>0.522</b>	2.939

Tableau 5.2 – *Limites minimales et maximales pour chaque critère à la 20<sup>e</sup> génération de l'AG3*

Critère	Limite minimale	Limite maximale
Volume de l'aspect	1150391	2281006
Rapport de dextérité	0.022	1
Rapport de forme	0.258	0.522
Combinaison linéaire	2.497	3.636

également le manipulateur possédant la combinaison linéaire la plus élevée. C'est effectivement le cas, puisque le manipulateur le plus performant pour le critère de volume de l'aspect l'est aussi pour le critère de combinaison linéaire. Un autre fait intéressant à observer dans le tableau 5.1 est que le manipulateur avec le meilleur rapport de forme a aussi un très bon rapport de dextérité. De plus, les meilleurs manipulateurs pour ces deux critères ont à toutes fins pratiques des indices de combinaison linéaire identiques même si l'indice de volume d'aspect est très différent.

Le critère de rapport de forme favorise un aspect qui tend vers une forme cubique puisque qu'à ce moment, la dimension de la plus grande boîte inscrite à l'intérieur de l'aspect se rapproche le plus de la dimension de la plus petite boîte contenant

l'aspect. Pour y parvenir, il est préférable que l'aspect soit assez compact, donc le plus petit possible ce qui explique que le manipulateur le plus performant selon le critère du rapport de forme soit presque celui avec le plus petit volume de l'aspect.

### 5.3 Comparaison des manipulateurs experts

Étant donné que pour notre AG, le manipulateur qui possède le meilleur indice de combinaison linéaire possède aussi de bonnes performances pour les autres critères, notamment le volume de l'aspect, nous choisissons de présenter des manipulateurs experts comme étant les meilleurs manipulateurs par rapport au critère de combinaison linéaire pour chacune des trois exécutions de notre AG présentés précédemment. Ces manipulateurs experts sont illustrés aux figures 5.7 à 5.9.

Le tableau 5.3 présente les critères de performance de chaque manipulateur expert. On y constate que les rapports de forme sont identiques pour les experts #1 et #2. Bien que le volume de l'aspect de l'expert #2 soit quelque peu inférieur à celui de l'expert #1, son rapport de dextérité est nettement supérieur ce qui lui confère un indice de combinaison linéaire plus grand que pour l'expert #1. On peut

Tableau 5.3 – *Indices de performance des manipulateurs experts*

Expert / Indice	$v_w$	$\rho_d$	$\rho_f$	$\rho$
#1	1890625	0.674	0.414	3.422
#2	1857178	0.902	0.414	3.504
#3	2281006	0.364	0.375	3.636
unité	$u^3$	aucune	aucune	aucune

donc dire qu'entre les experts #1 et #2. pour approximativement le même volume d'aspect et sensiblement la même forme d'aspect, l'expert #2 est contrôlable avec beaucoup plus de précision. En ce qui concerne l'expert #3, son indice de volume d'aspect est nettement plus élevé que les deux autres experts ce qui lui confère un indice de combinaison linéaire le plus grand, malgré que ses indices de rapport de dextérité et de forme soient plus faibles.

Le tableau 5.4 contient les valeurs des paramètres géométriques pour chacun des manipulateurs experts. Il existe quatre paramètres géométriques qui sont identiques pour les trois manipulateurs experts soient les longueurs des 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> vis,  $v_2$  et  $v_3$ , et les positions initiales des écrous sur leur vis respective,  $q_2$  et  $q_3$ . Il y a aussi certaines similitudes entre les paramètres géométriques des experts #1 et #2 soient les angles  $\gamma_2$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$ . Malgré tout, les trois manipulateurs experts sont assez différents puisque la forme des  $E_f$ s, définie à partir de trois points (8 paramètres géométriques) est tout à fait différente pour les trois manipulateurs telle qu'illustrée aux figures 5.7 à 5.9. Le calcul de la longueur des membrures motrice et passive de chaque jambe est effectué en fonction de la position initiale de l'écrou sur la vis, de la forme et de la position initiale de l' $E_f$ . Il est donc plus facile de constater les différences de chaque manipulateur sur des figures représentant leur squelette qu'à partir du tableau 5.4. Pour les manipulateurs experts #1 et #2, les  $E_f$ s sont équivalents à celui du Y Star. La différence entre les deux manipulateurs experts et le Y Star vient de la position et de l'orientation initiale de chaque  $E_f$ . Il en

Tableau 5.4 – Paramètres géométriques des manipulateurs experts

Paramètre géométrique	Expert #1	Expert #2	Expert #3	Y Star
$\gamma_2$	15	15	75	120
$\omega_2$	-60	-60	0	0
$\gamma_3$	255	315	240	240
$\omega_3$	0	0	-75	0
$v_2$	150	150	150	150
$v_3$	150	150	150	150
$q_1$	30	75	0	30
$q_2$	15	15	15	30
$q_3$	30	30	30	30
$r_1$	15	20	20	10
$r_2$	30	10	20	10
$r_3$	40	10	45	10
$x_1$	-20	-50	-10	40
$y_1$	-50	-70	-20	0
$x_2$	20	0	-20	-20
$y_2$	-80	-70	-30	40
$z_2$	50	-10	80	50
$x_3$	70	-30	70	-20
$y_3$	-40	-20	80	-40
$z_3$	100	50	-60	50

résulte qu'au début d'une simulation, pour les manipulateurs experts #1 et #2, il y a obstruction entre les diverses composantes des manipulateurs. La forme de l' $E_f$  de l'expert #3 est, quant à elle, très élancée. Pour ce manipulateur, on constate aussi qu'il existe un plan de symétrie contenant l' $E_f$ , la 3<sup>e</sup> vis et la 3<sup>e</sup> jambe. Les deux autres jambes sont raccordés à l' $E_f$  à des points très rapprochés. L'aspect est donc assez symétrique (voir FIG. 5.10).

Finalement, il est important de constater au tableau 5.4 que sept des vingt



paramètres géométriques des manipulateurs experts #1 et #2 et six paramètres géométriques du manipulateur expert #3 sont identiques à ceux du Y Star. En ce qui concerne le manipulateur expert #3, deux des quatre paramètres géométriques touchant l'orientation des vis sont identiques à ceux du Y Star ce qui contribue grandement à la symétrie du manipulateur et celle de son aspect.

#### 5.4 Analyse de mouvement

La figure 5.11 montre le manipulateur expert #3 pour quatre positions différentes du centre de l' $E_f$ . Malgré le fait que la figure 5.9 montre le manipulateur expert #3 à sa position initiale où il y a obstruction entre l' $E_f$  et une vis ainsi qu'entre une jambe et une vis, il existe plusieurs positions de l' $E_f$  où il n'y pas d'obstruction telles que les quatre positions présentées à la figure 5.11. Il est possible de passer d'une position à l'autre sans qu'il ne survienne d'obstruction. Les obstructions surviennent moins fréquemment pour des mouvements verticaux de l' $E_f$  que pour ceux horizontaux puisque la jambe attachée à la vis quasi verticale se situe entre les deux autres jambes et son orientation varie très peu pour de grands déplacements verticaux de l' $E_f$ , tels que ceux constatés entre les figures 5.11a et 5.11d.

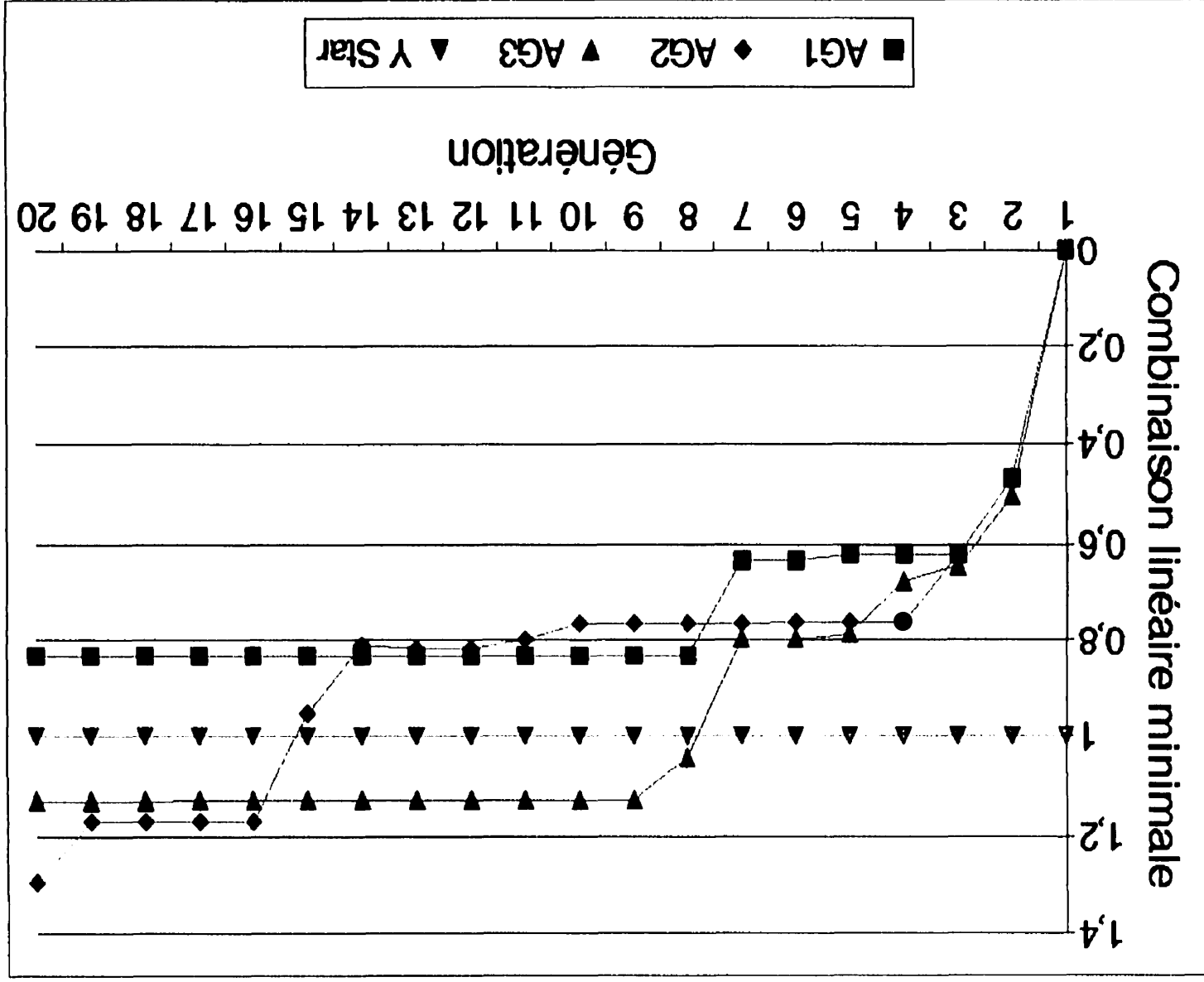


Figure 5.1 - Limites minimales de combinaison linéaire des trois exécutions de notre AG

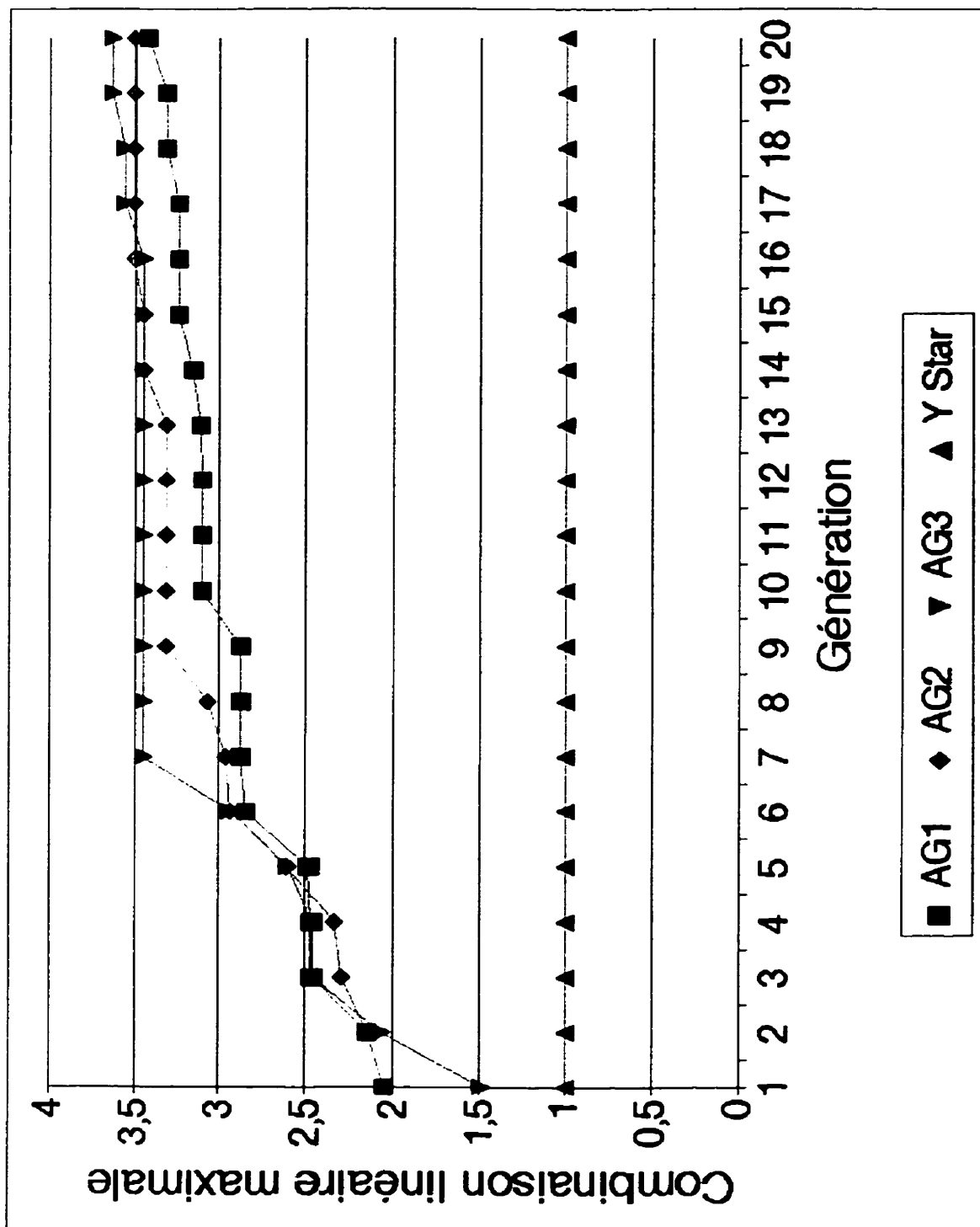


Figure 5.2 - Limites maximales de combinaison linéaire des trois exécutions de notre AG

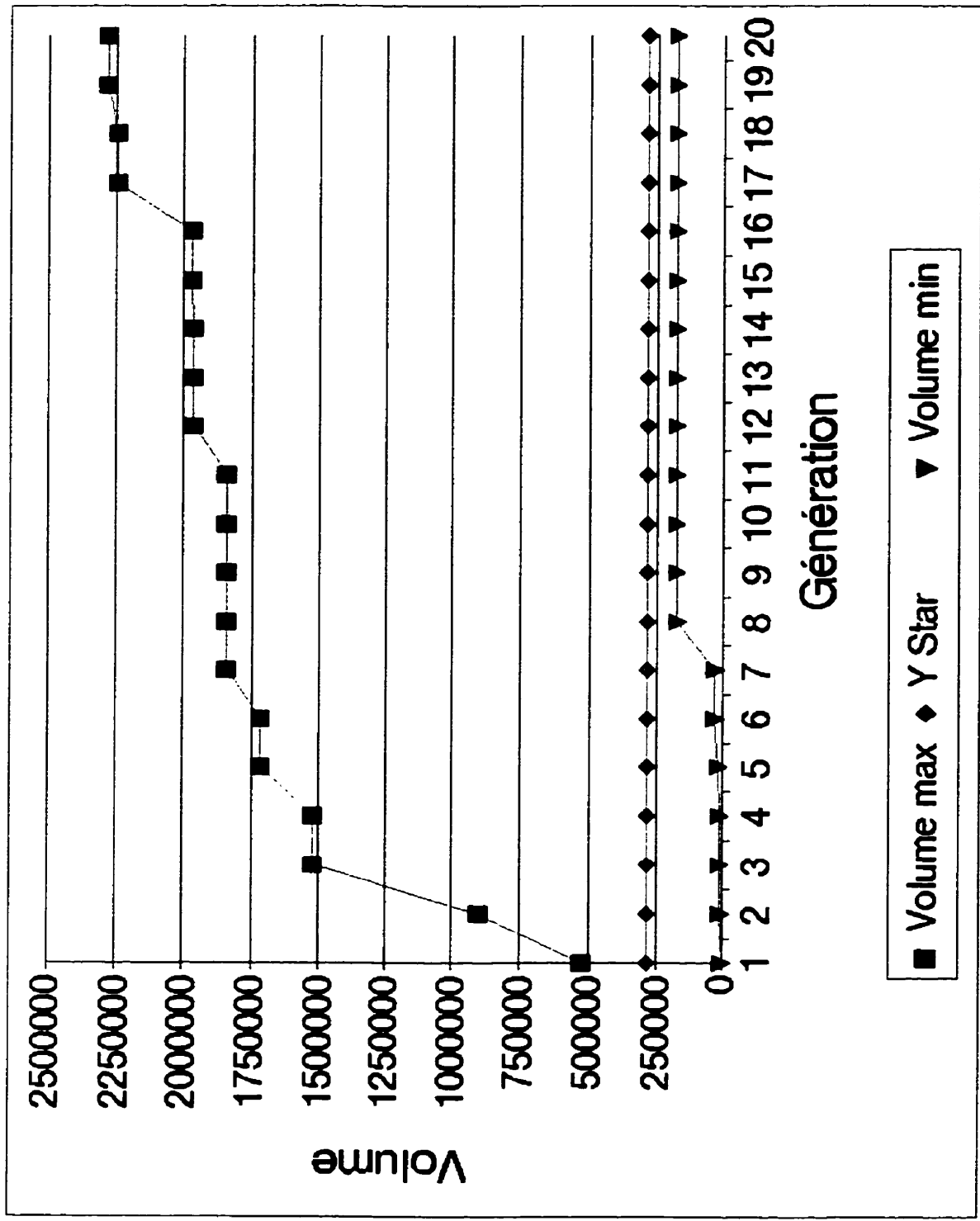


Figure 5.3 - Limites de volume des aspects pour l'AG3

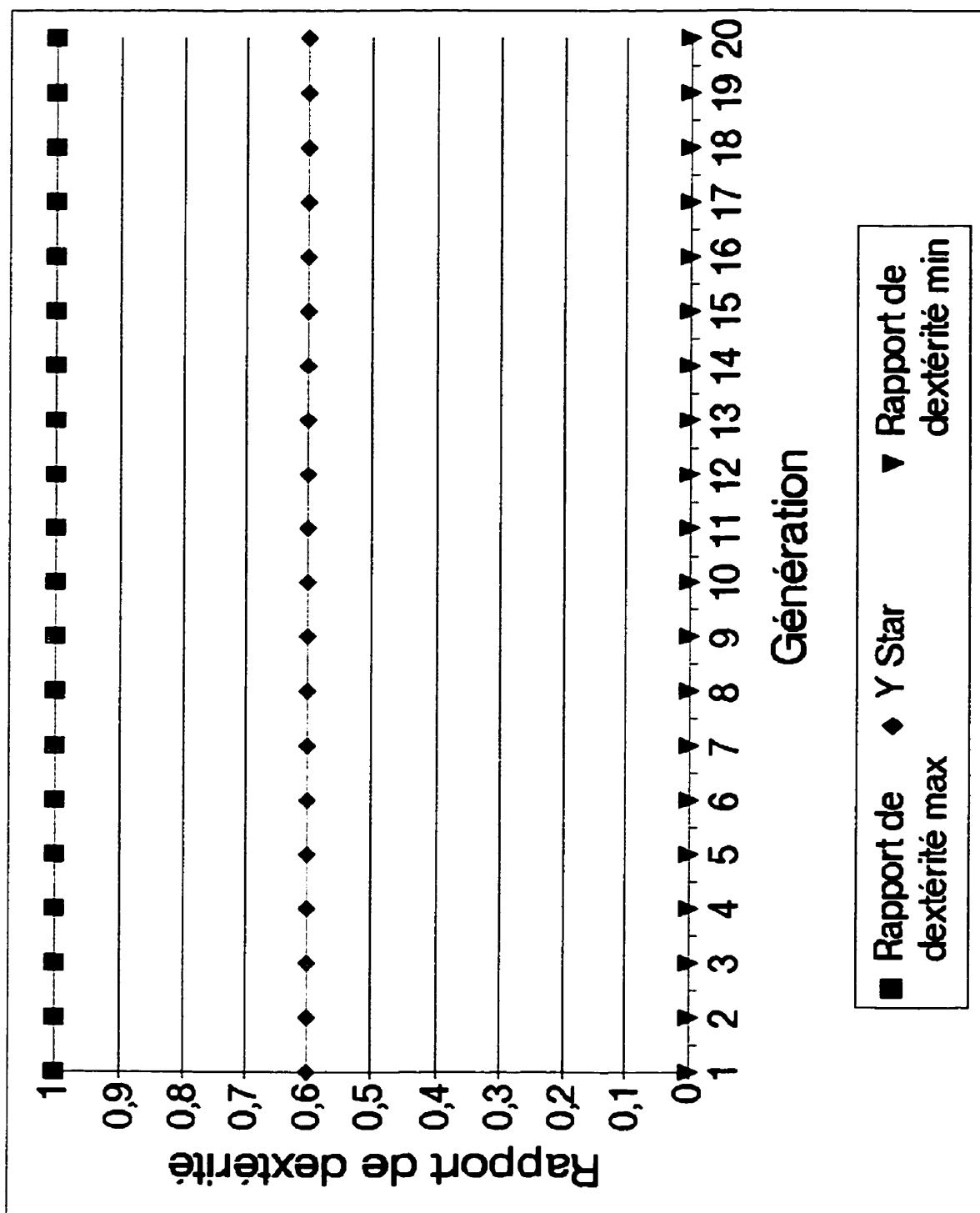


Figure 5.4 - *Limites de rapport de dextérité des aspects pour l'AG3*

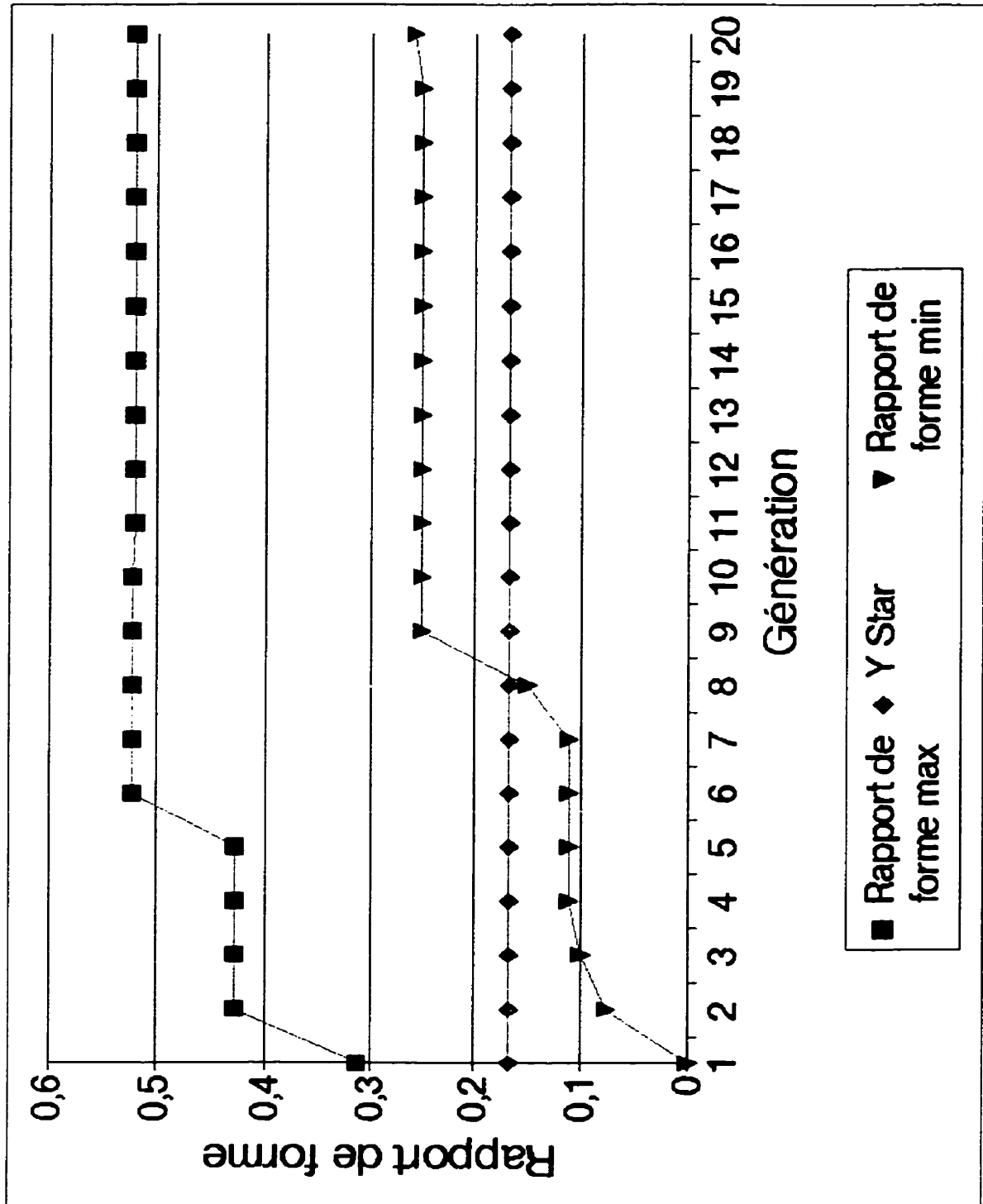


Figure 5.5 - Limites de rapport de forme des aspects pour l'AG3

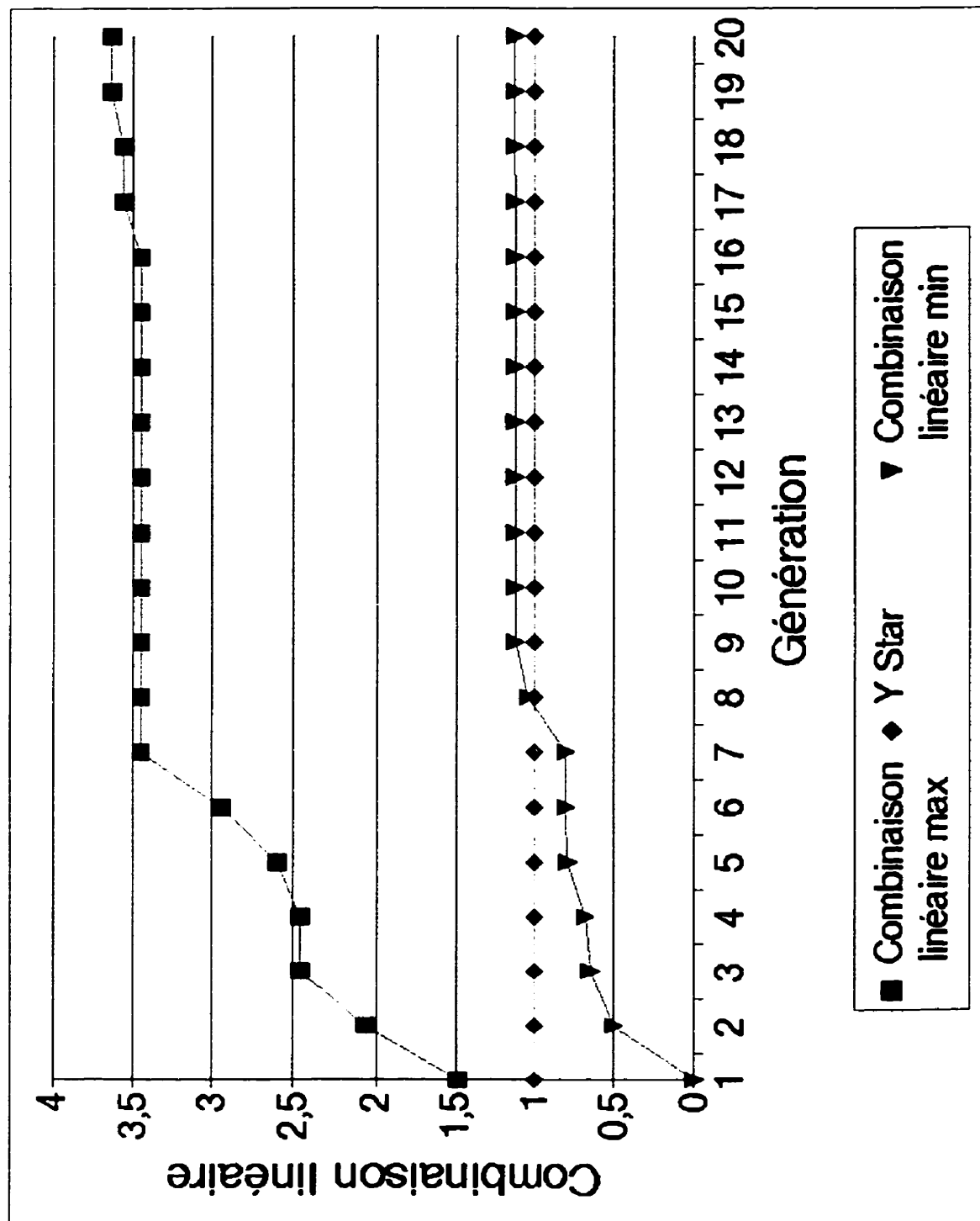


Figure 5.6 – *Limites de combinaison linéaire des aspects pour l'AG3*

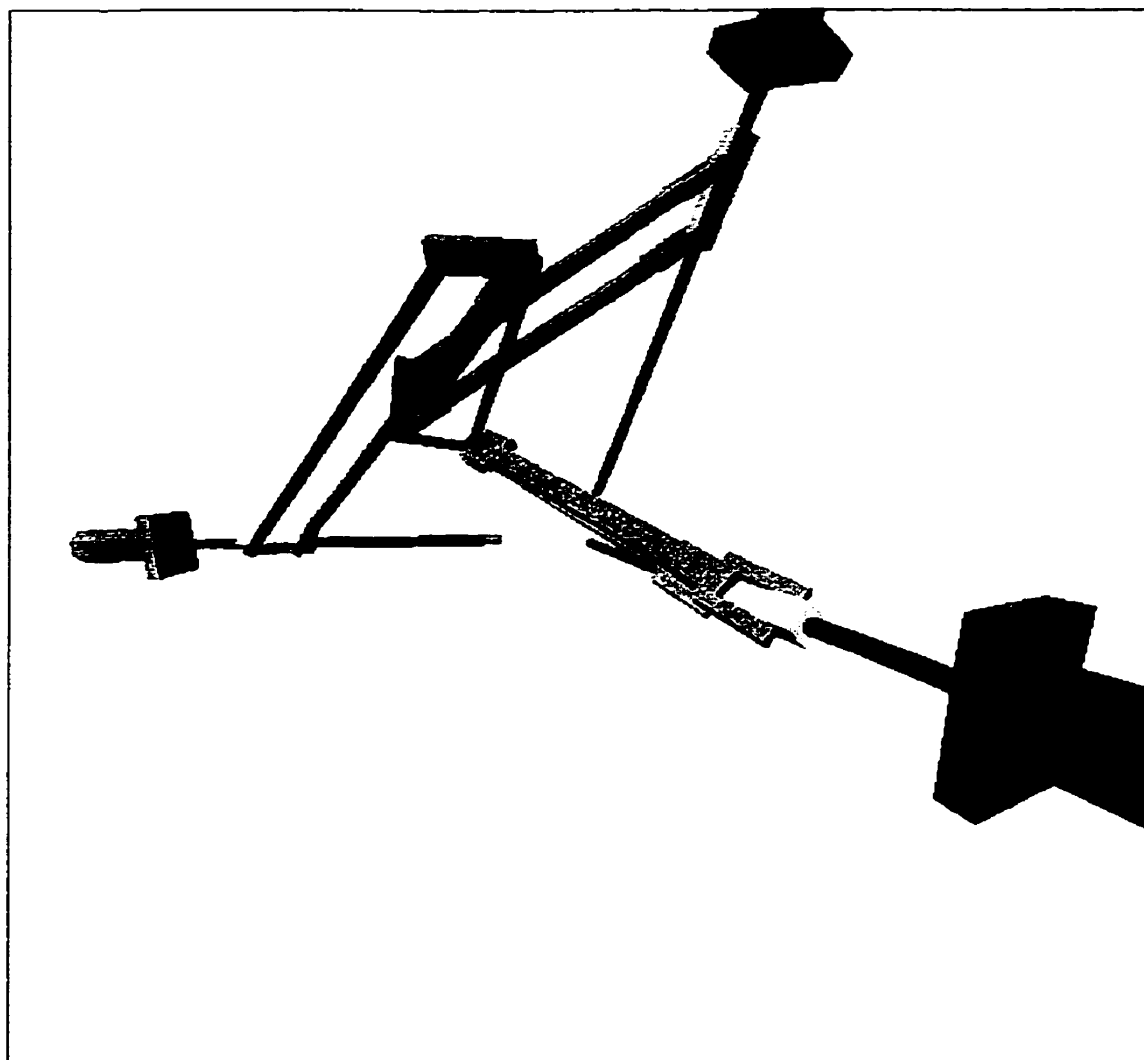


Figure 5.7 - Manipulateur expert #1



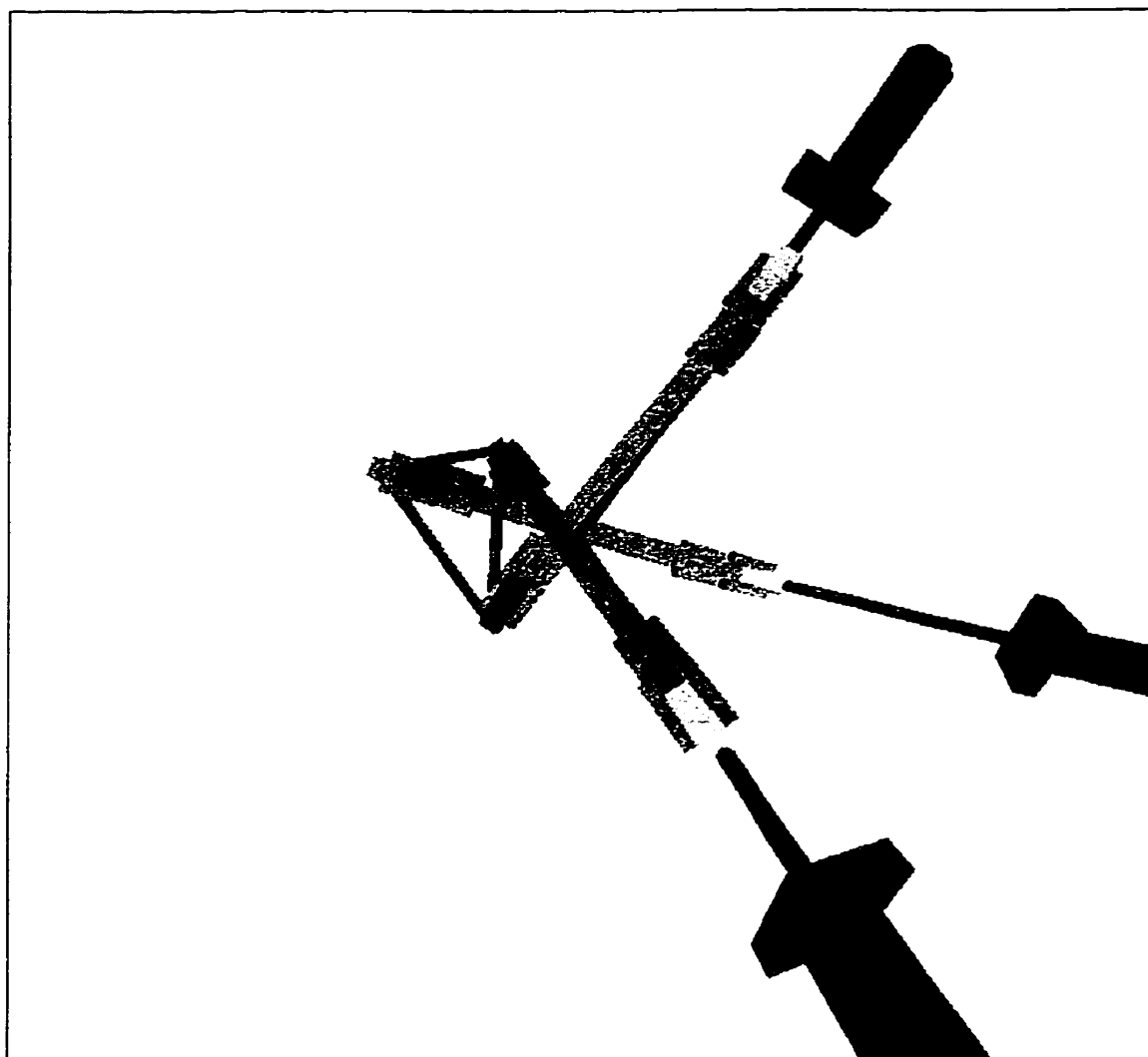


Figure 5.8 – *Manipulateur expert #2*



Figure 5.9 - *Manipulateur expert #3*

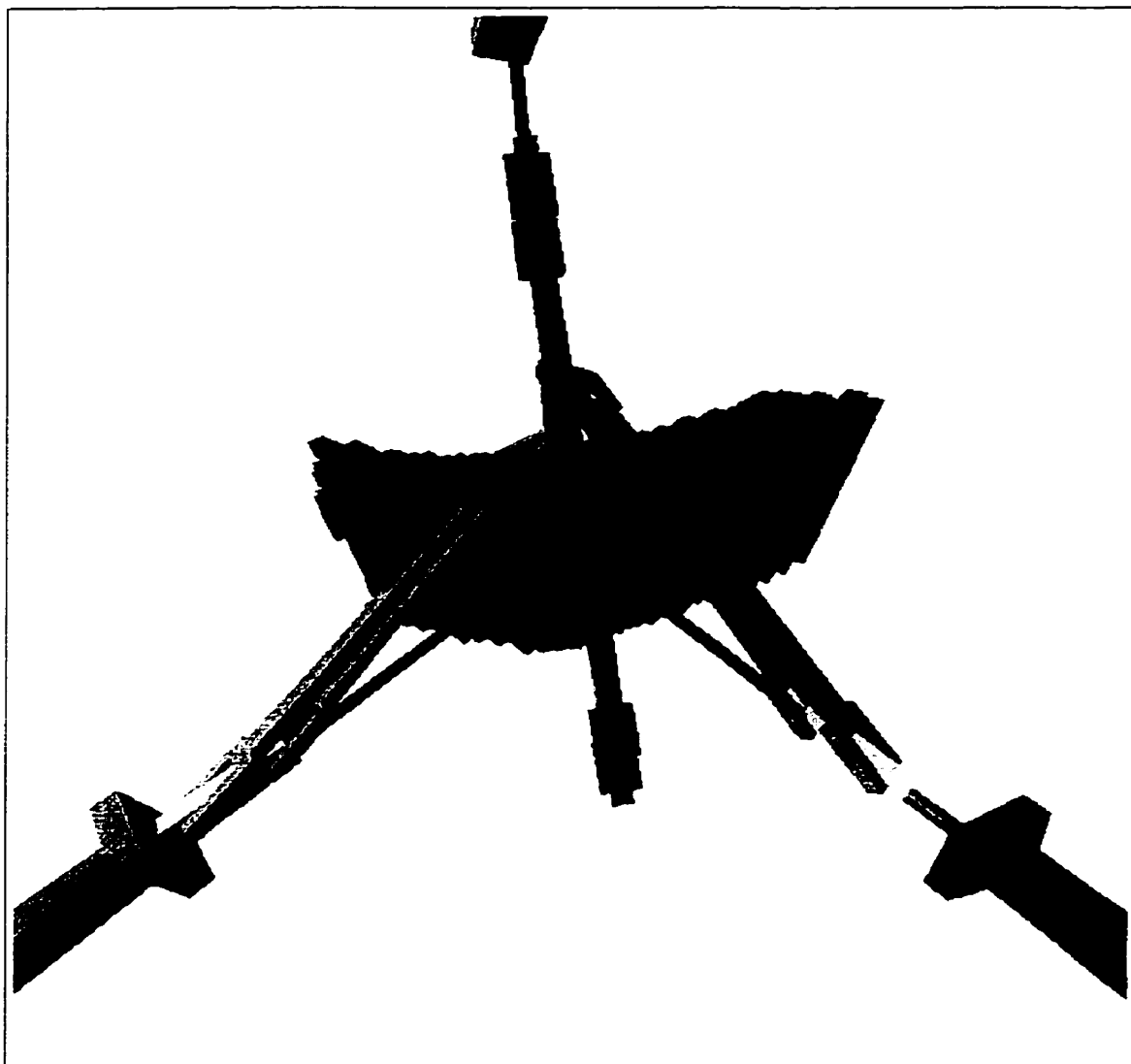


Figure 5.10 - *Aspect du manipulateur expert #3*

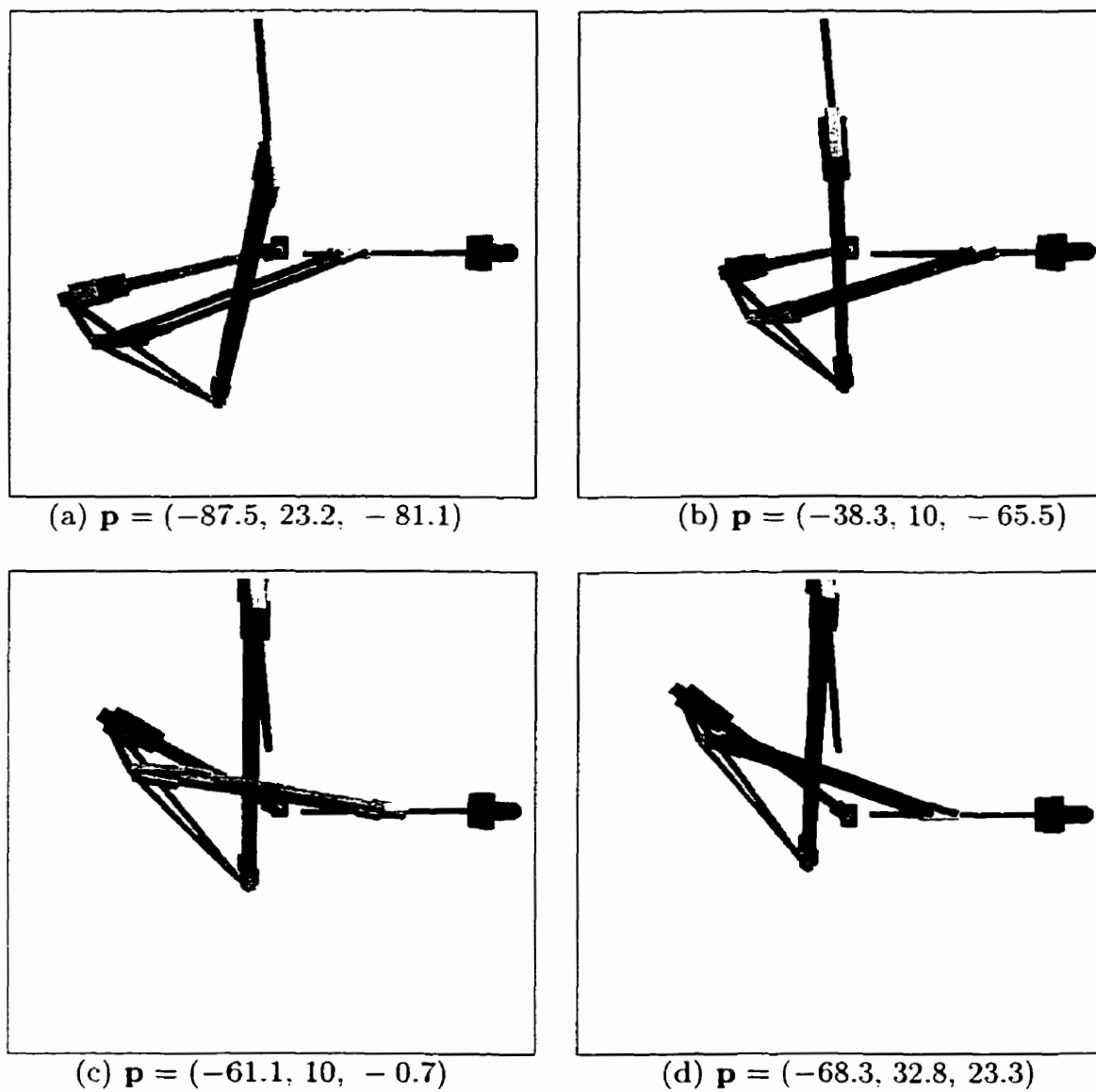


Figure 5.11 - *Mouvement de l'E<sub>f</sub> du manipulateur expert #3*

## CONCLUSION

Dans ce travail, un AG a été utilisé pour effectuer la synthèse géométrique de manipulateurs parallèles de topologie Star. Les AGs sont bien adaptés aux problèmes de design puisqu'ils permettent notamment d'améliorer les performances de manipulateurs par rapport à un ou plusieurs critères de performance simultanément. Les indices de performance ne doivent pas nécessairement être déterminés à partir d'équations dérivables et peuvent donc représenter des propriétés globales de l'aspect d'un manipulateur.

Le domaine d'analyse est très vaste puisqu'il existe, pour la paramétrisation et la discrétisation adoptée pour ce travail, plus de  $9.9 \times 10^{22}$  possibilités de designs de manipulateurs dans la classe topologique Star, malgré certaines hypothèses simplificatrices que nous avons faites. Pour un temps de calculs moyen de 21 secondes par manipulateur sur un pentium II (350 MHz) avec 128M de mémoire vive, il faudrait approximativement  $3.1 \times 10^{15}$  années pour évaluer idéalement tous les manipulateurs. Cependant, même en n'évaluant que 2000 manipulateurs (11.7 heures), c'est-à-dire  $2 \times 10^{-18}\%$  de cette classe, notre AG a tout de même réussi à trouver des manipulateurs dont les critères de performance sont améliorés.

Notre AG a cependant certaines limites. Il ne tient pas compte des problèmes d'obstructions entre les diverses composantes de chaque manipulateur. Actuellement, notre AG considère toutes ces composantes comme des objets sans volume.

Lors de l'évaluation de l'espace de travail, notre AG ne vérifie pas s'il y a obstruction entre deux composantes ce qui contribuerait grandement à diminuer l'espace de travail disponible. Par conséquent, les valeurs des paramètres géométriques résultant de notre AG ne permettent pas de parcourir l'ensemble de l'aspect de chaque manipulateur. Il serait donc nécessaire d'intégrer à notre AG un module de vérification des obstructions et qui ultimement modifierait la forme des composantes afin de minimiser les possibilités d'obstruction et maximiser l'utilisation de l'aspect.

Une autre limitation à notre travail est la discrétisation de nos paramètres géométriques. Une discrétisation plus fine de ceux-ci permettrait sans doute d'améliorer la possibilité de maximiser les différents critères de performance. Par exemple, en quadruplant la résolution, c'est-à-dire en utilisant 4 fois plus de possibilités par paramètre, il y aurait alors  $33^3 \times 41^6 \times 45^1 \times 49^2 \times 81^8 = 3.4 \times 10^{34}$  possibilités de géométries différentes pour la classe Star. À ce moment, le temps requis pour évaluer tous les manipulateurs serait de  $2.3 \times 10^{28}$  années (toujours pour le même pentium II à 350 MHz). Encore une fois, on constate que le temps de calculs est gigantesque et il n'est pas possible d'évaluer toutes les possibilités de designs. L'évaluation de 2000 manipulateurs ne porterait uniquement que sur  $6 \times 10^{-30}\%$  des manipulateurs de cette classe. Cependant, même si notre AG ne considérerait qu'une infime partie de cette classe, il pourrait possiblement trouver des designs de manipulateurs avec des performances encore plus élevées que celles obtenues au

chapitre 5.

L'octree utilisé pour déterminer l'aspect de chaque manipulateur est de profondeur 5. La finesse de définition des aspects aurait considérablement été améliorée pour des octrees de profondeur 6, mais le temps de calculs aurait été huit fois plus long. Par contre, les indices de rapport de dextérité seraient plus précis. Pour ce critère, nous avons fait l'hypothèse que la dextérité au centre d'une boîte est la même partout à l'intérieur de celle-ci. Bien qu'étant une approximation de la réalité, cette hypothèse est acceptable pour des petites boîtes comme celles des octrees de profondeur 5, et considérant le fait que le nombre de condition de la matrice jacobienne est une fonction monotone selon les variations de position de l' $E_f$  dans son espace de travail. Il n'y aura donc pas de variation subite de dextérité entre les centres de deux boîtes adjacentes sauf à proximité d'une singularité.

Pour couvrir la totalité de la classe topologique Star, il serait nécessaire d'ajouter encore d'autres paramètres géométriques. Il faut être en mesure de spécifier un nombre maximal de paramètres géométriques non redondants, c'est-à-dire de définir de façon unique toutes les géométries possibles (avec une certaine discrétisation) de la classe topologique Star. Comme paramètres supplémentaires, il y a tout d'abord la position d'un point sur chacune des vis par rapport au référentiel  $\mathcal{A}$  et de l' $E_f$ . Nous rappelons que pour l'instant, les axes des vis sont obligatoirement concourants ce qui n'est pas nécessaire pour obtenir un manipulateur qui génère uniquement des mouvements de translation de son  $E_f$ . De plus, d'autres paramètres géométriques

pourraient être ajoutés afin de donner un volume aux diverses composantes susceptibles d'entrer en collision avec d'autres. Ultimement, il serait possible d'utiliser plusieurs paramètres géométriques par jambe afin de rendre la forme de celles-ci modifiable et d'inclure dans notre AG un module permettant d'éliminer tout risque d'obstruction lorsque l' $E_f$  parcourt un aspect entier. Il est plutôt difficile de chiffrer le nombre maximum de paramètres géométriques, puisque celui-ci dépend en partie de la façon dont les jambes seront paramétrisées.

Le mécanisme de reproduction utilisé dans notre AG est très simple. Il serait intéressant de produire d'autres mécanismes de reproduction qui pourraient, par exemple, utiliser l'information sur la structure de codage des paramètres, afin de mieux diriger l'amélioration de la population d'une génération à l'autre, et ainsi augmenter la vitesse de convergence de l'algorithme.

Pour l'instant, notre AG n'effectue que de la synthèse géométrique de manipulateurs de topologie Star. La topologie de chaque jambe est constituée d'un générateur du sous-groupe  $\{X_v\}$  [20] à quatre DDLs et de vecteur directeur unitaire  $v$  et faisant partie du groupe des déplacements (six DDLs). Pour un manipulateur constitué de trois jambes, l'intersection de trois sous-groupes  $\{X_v\}$  de vecteurs directeurs différents équivaut au sous-groupe de translation  $\{T\}$  (trois DDLs) de l' $E_f$ . La synthèse topologique est peu développée et sa réalisation débute à peine pour les MPs. Il faudrait envisager d'intégrer la synthèse topologique dans notre AG. Ainsi, un paramètre topologique par jambe servirait à représenter



un des générateurs du sous-groupe  $\{X_v\}$ , tels qu'illustrés à l'annexe A. Chaque générateur est constitué d'une série de couples cinématiques inférieurs représentés par des symboles dont l'interprétation se retrouve à la figure 1.1. En incluant la synthèse topologique dans notre AG, il ne serait alors plus question de la classe Star, mais plutôt d'une classe de MPs en translation.

**RÉFÉRENCES**

- [1] Alam, M., Mavroidis, C., Langrana, N. et Bidaud, P. (1999). Mechanism design using rapid prototyping, *IFTToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 930–937.
  
- [2] Angeles, J. (1995). *Fundamentals of robotic mechanical systems, theory, methods, and algorithms*, Springer-Verlag, 512 pages.
  
- [3] Angeles, J. et Kecskeméthy, A. (1995). *Kinematics and dynamics of multi-body systems*. Springer-Verlag, pp. 86–95.
  
- [4] Baron, L. (1991). *Éléments de robots*, École Polytechnique de Montréal, Canada, 70 pages.
  
- [5] Baron, L. (1998). *Contributions to the estimation of rigid-body motion under sensor redundancy*, *Thèse de doctorat*, Université McGill, Canada, 200 pages.
  
- [6] Baron, L. (1998). *Genetic algorithm for line extraction*, *Rapport technique EPM/RT-98/06*, École Polytechnique de Montréal, 20 pages.

- [7] Baron, L. (1999). A genetic algorithm for computing the real solutions of the inverse kinematics of serial manipulators, *IFTToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, 6 pages.
- [8] Benea, R. (1996). *Contribution à l'étude des robots pleinement parallèles de type 6 R-RR-S*, Thèse de doctorat, Université de Savoie, 178 pages.
- [9] Bernier, D., Castelain, J.-M. et Li, X. A new parallel structure with six degrees of freedom, *Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis*, 5 pages.
- [10] Boudreau, R. et Gosselin, C.M. (1999). La synthèse d'une plate-forme de Gough-Stewart pour un espace de travail atteignable prescrit, *IFTToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 449-454.
- [11] Chablat, D. (1998). *Domaines d'unicité et parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles*, Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 182 pages.
- [12] Chambers, L. (1995). *Practical handbook of genetic algorithms: Applications*, Édition CRC Press, volume 1, 555 pages.

- [13] Dietmaier, P. (1998). The Stewart-Gough platform of general geometry can have 40 real postures, *Advances in robot kinematics: Analysis and control*, pp. 7–16.
- [14] Fukuda, T., Mase, K. et Hasegawa, Y. (1999). Robot hand manipulation by evolutionary programming, *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2458–2463.
- [15] Gauvin, J. (1995). *Leçons de programmation mathématique*, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 141 pages.
- [16] Ghasemi, M.R., Hinton, E. et Wood, R.D. (1999). Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables", *Engineering Computations*, volume 16, no. 3, pp. 272–301.
- [17] Golberg, D.E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley, 412 pages.
- [18] Gosselin, C.M., Allan, J.-F. et Laliberté, T. (1999). A new architecture for high-performance 6-DOF parallel mechanism", *IFToMM Tenth World*

*Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 1140–1145.

- [19] Hervé, J.M. et Sparacino, F. (1991). Structural synthesis of “parallel” robots generating spatial translation, *Fifth International Conference on Advanced Robotics*, pp. 809–812.
- [20] Hervé, J.M. (1995). Design of parallel manipulators via the displacement group, *IFToMM Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 2079–2082.
- [21] Hervé, J.M. (1999). The theory of groups and the theory of mechanisms”, *IFToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 52–56.
- [22] Laliberté, T., Gosselin, C.M. et Côté, G. (1999). Rapid prototyping of mechanisms, *IFToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 959–964.
- [23] Liu, Z. (1993). *Kinematic optimization of linkages*, *Thèse de doctorat*, Université McGill.

- [24] Marhefka, D.W. et Orin, D.E. (1996). XAnimate: An educational tool for robot graphical simulation, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, June 96, pp. 6-14.
- [25] Meagher, D. (1981). *Geometric modelling using octree encoding*, Technical Report IPL-TR-81-005, Image Processing Laboratory, Rensselaer Polytechnic Institute, New York 12181.
- [26] Merlet, J.-P. (1993). Les robots parallèles, *Mémoire de soutenance*, Université de Nice, 396 pages.
- [27] Merlet, J.-P. (1995). Designing a parallel manipulator for a specific workspace, *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique*, Rapport de recherche N° 2527.
- [28] Merlet, J.-P., (1998). <http://www.inria.fr/saga/personnel/merlet/merlet.html>.
- [29] Miller, K. (1999). NUWAR: Delta-type robot with improved workspace, *IFTtoMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*,

pp. 1319–1323.

- [30] Nakamura, Y. (1991). *Advanced robotics, redundancy and optimization*, Addison-Wesley.
- [31] Nearchou, A.C. (1998). Solving the inverse kinematics problem of redundant robots operating in complex environments via a modified genetic algorithm, *Journal of Mechanism and Machine Theory*, Volume 33, N° 3, pp. 273–292.
- [32] Ou, M. (1991). *Mechanical analysis of parallel manipulators with simulation, design and control applications*, Thèse de doctorat, Université McGill, Canada, 227 pages.
- [33] Peruzzini, W., Ouellet, A. et Hui, R. Design and analysis of three-DoF parallel mechanism.
- [34] Ramfred, D.R., Limon, D., Gomez-Ortega, J. et Camacho, E.F. (1999). Nonlinear MBPC for mobile robot navigation using genetic algorithms, *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2452–2457.

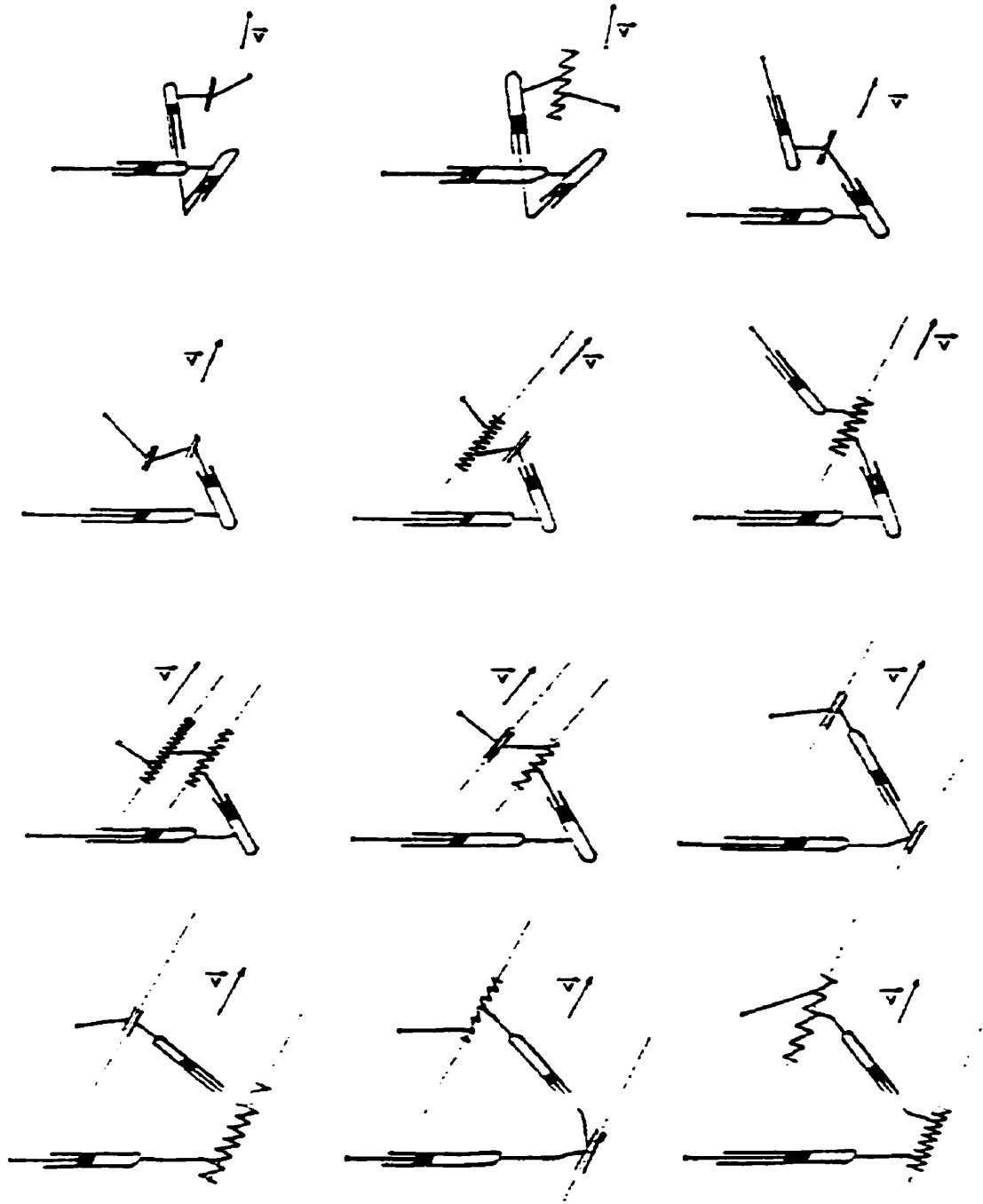
- [35] Ramstein, E. et Chedmail, P. (1999). Mechanisms synthesis: a comparison between simulated annealing and genetic algorithms approaches, *IFTToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 486–491.
- [36] Rolland, L. H. (1999). The Manta and the Kanuk novel 4-DOF parallel mechanisms for industrial handling, *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Nashville, Tennessee, USA.
- [37] Ruspini, D. et Khatib, O. (1999). Haptics for virtual prototyping, *IFTToMM Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, 924–929.
- [38] Sefrioui, J. (1992). *Problème géométrique direct et lieux de singularité des manipulateurs parallèles*, Thèse de doctorat, Université Laval, Canada, 274 pages.
- [39] Stamper, R.E., Tsai, L.-W. et Walsh, G.C. (1997). Optimization of a three DOF translational platform for well-conditioned workspace, *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 3250–3255.

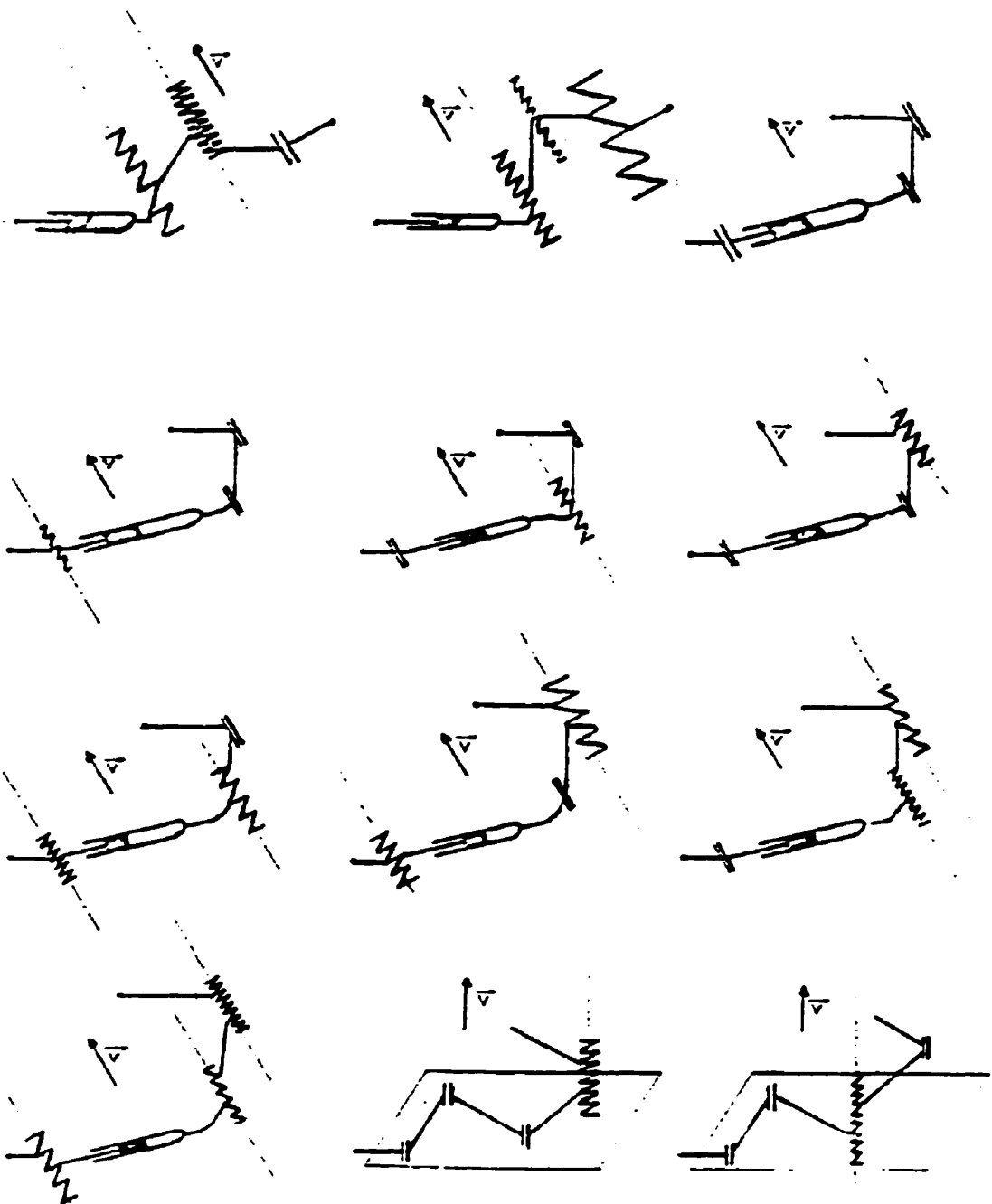


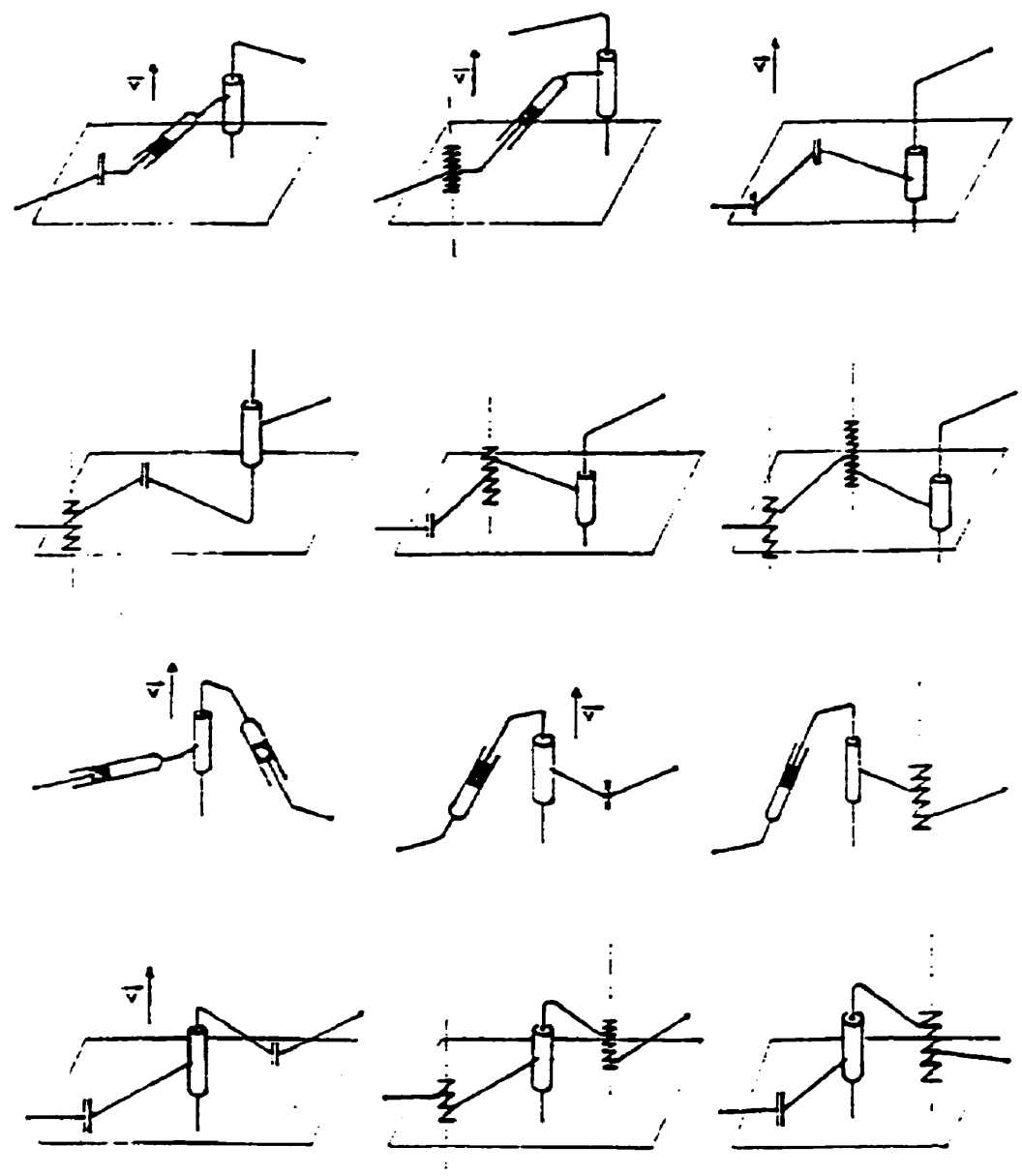
- [40] Tremblay, A. et Baron, L. (1999). Geometrical synthesis of star-like topology parallel manipulators with a genetic algorithm”, *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2446–2451.
- [41] Tsumaki, Y., Naruse, H., Nenchev, D.N. et Uchiyama, M. (1998). Design of a compact 6-DOF haptic interface, *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2580–2585.
- [42] Yang, G., Chen, I.-M., Lim, W.K. et Yeo, S.H. (1999). Design and kinematic analysis of modular reconfigurable parallel robots, *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2501–2506.

**ANNEXE I****GÉNÉRATEURS DU SOUS-GROUPE  $\{X_v\}$** 

Chaque figure de cet annexe schématise un des générateurs du sous-groupe  $\{X_v\}$ .  
Un générateur est constitué d'une série de couples cinématiques inférieurs représentés par des symboles dont l'interprétation se retrouve à la figure 1.1.







## ANNEXE II

### ALGORITHME POUR LA SÉLECTION DES INDIVIDUS LORS DE LA REPRODUCTION

- Classer les 100 individus de la population actuelle par ordre décroissant de volume d'aspect;
- Calculer la somme des volumes d'aspect (valeur retournée de la fonction **somme\_volume()**) des 100 individus de la population;
- Initialiser un compteur de position (variable: **compteur**) égale à 0;
- Déterminer une fraction du volume (variable: **fraction\_volume**) en multipliant un nombre aléatoire tiré entre 0 et 1 par la somme des volumes d'aspect calculée précédemment;
- Initialiser un compteur de volume partiel (variable **somme\_partielle**) égale à 0;
- Additionner le volume d'aspect du manipulateur à la position indiquée par la variable **compteur** à la variable **somme\_partielle** et incrémenter la variable **compteur** de 1 tant que la variable **somme\_partielle** a une valeur inférieure à celle de la variable **fraction\_volume**;
- L'individu sélectionné pour la reproduction est celui qui est classé dans la population à la position indiquée par la valeur de la variable **compteur**.