

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉVALUATION DE LA CAPACITÉ EN ERLANGS D'UN RÉSEAU CDMA  
NON-HOMOGENÈNE POUR LE LIEN MONTANT

LOÏC CADORET

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)  
(COMMUNICATIONS)

OCTOBRE 2000



**National Library  
of Canada**

**Acquisitions and  
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

**Bibliothèque nationale  
du Canada**

**Acquisitions et  
services bibliographiques**

**395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

**The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.**

**The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.**

**L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.**

**L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.**

0-612-65557-1

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ÉVALUATION DE LA CAPACITÉ EN ERLANGS D'UN RÉSEAU CDMA  
NON-HOMOGENÈNE POUR LE LIEN MONTANT

présenté par: CADORET Loïc

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. COHEN Paul, Ph.D., président

M. MALHAME Roland, Ph.D., membre et directeur de recherche

Mme. JAUMARD Brigitte, Ph.D., Th. d'Hab., membre et codirecteur de recherche

M. CONAN Jean, Ph.D., membre

À mes parents

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, Roland Malhamé, qui, au cours de nos conversations parfois enflammées, a toujours su me guider dans des voies nouvelles et dont l'expérience m'a grandement profité ainsi que ma codirectrice, Brigitte Jaumard, pour son sens de l'organisation et son soutien moral. Leur suivi, les directives et l'aide financière qu'ils m'ont prodigués ont permis l'aboutissement de ma maîtrise. Je tiens également à remercier le Conseil Régional de Bretagne pour la bourse d'études dont j'ai bénéficié et Supélec, mon école d'origine, qui a permis cette formation double diplômante.

Enfin, je n'oublierai pas mes collègues et amis, pour leurs avis critiques et l'atmosphère de saine émulation qui a régné tout au long de cette maîtrise.

## RÉSUMÉ

La norme actuelle de télécommunication cellulaire, l'IS-95, et la future norme, le CDMA 2000, utilisent toutes deux l'étalement spectral comme mode de modulation et d'accès multiple. Un réseau CDMA est limité en interférence plutôt qu'en bande passante, et la capacité en Erlangs se calcule en fonction de la probabilité de blocage du réseau, c'est à dire la probabilité qu'un nouveau mobile se fasse refuser l'accès au réseau. Les approches traditionnelles pour calculer la capacité d'un tel réseau étaient déterministes ou supposaient une répartition spatiale des mobiles uniforme.

Dans ce mémoire, il est présenté différentes approches permettant d'obtenir analytiquement une évaluation de la capacité en Erlangs du réseau. Une approche probabiliste a été adoptée pour modéliser les différents paramètres en jeu, et les calculs se basent sur les deux premiers moments des variables aléatoires concernées à travers deux approximations distinctes : l'approximation normale et log-normale. Un critère sur la probabilité de blocage a été trouvé permettant de choisir entre l'approximation normale et log-normale pour obtenir les meilleurs résultats.

Une comparaison systématique a été faite sur les performances du réseau suivant les différentes modélisations effectuées et sur la sensibilité de la capacité aux différents paramètres. La répartition géographique des mobiles, la précision du contrôle de puissance, l'influence des autres cellules du réseau et la nature des conditions de propagation ont été prises en compte et leurs influences sur la capacité ont été analysées. Finalement, une formule permettant d'obtenir la capacité d'une cellule d'un réseau hétérogène est introduite.

## ABSTRACT

The current IS-95 <sup>[4]</sup> standard of cellular telecommunication, and the future CDMA 2000 <sup>[5]</sup> standard both use spectral spreading as modulation and multiple access means. A CDMA network is interference-limited rather than bandwidth-limited, and the Erlang Capacity is calculated according to the probability of blocking by the network, i.e. the probability that a new mobile is denied access to the network. The traditional approaches to calculate the capacity of such a network were either deterministic or assumed a uniform geographical distribution of the mobiles.

In this thesis, various approaches are presented making it analytically possible to obtain an evaluation of the Erlang capacity of the network. A probabilistic approach was adopted to model the various parameters involved. The computations are based on the first two moments of the various random variables according to two basic distinct approximations: namely Normal and Lognormal. A criterion on the blocking probability has been found to yield the best results, allowing to choose between the normal and lognormal approximations.

A systematic comparison of the performance of the network under various modeling conditions and an analysis of the sensitivity of the capacity with respect to various parameters has been carried out. The geographical distribution of the mobiles, the precision of the power-control scheme, the influence of the other cells in the network as well as the propagation conditions were taken into account and their influence on the capacity analyzed. Finally, a formula yielding the cellular capacity of a heterogeneous network is introduced.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>DÉDICACE</b> . . . . .	<b>iv</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> . . . . .	<b>v</b>
<b>RÉSUMÉ</b> . . . . .	<b>vi</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES</b> . . . . .	<b>viii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> . . . . .	<b>xii</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES</b> . . . . .	<b>xvi</b>
<b>LISTE DES ANNEXES</b> . . . . .	<b>xvii</b>
<b>INTRODUCTION</b> . . . . .	<b>xviii</b>
0.1 Motivations . . . . .	xviii
0.2 Organisation du mémoire . . . . .	xx
0.3 Contributions . . . . .	xx
<b>CHAPITRE 1: GÉNÉRALITÉS</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Historique . . . . .	1
1.2 Structure des réseaux de télécommunication mobile . . . . .	2
1.2.1 Définitions préliminaires . . . . .	3
1.2.2 Avantages et contraintes . . . . .	3
1.2.3 Modélisation géographique . . . . .	5
1.3 Propagation . . . . .	6



1.3.1	Pertes en puissance du signal . . . . .	6
1.3.2	Évanouissements et ombrage . . . . .	7
1.3.3	Diversité . . . . .	9
1.3.4	Modèle probabiliste . . . . .	10
1.4	Système multi-usagers . . . . .	11
1.4.1	FDMA . . . . .	12
1.4.2	TDMA . . . . .	13
1.4.3	CDMA . . . . .	15
1.5	Étalement spectral . . . . .	16
1.5.1	Étalement spectral par saut fréquentiel: FH-SS . . . . .	19
1.5.2	Étalement spectral par séquence directe: DS-SS . . . . .	19
1.6	Contrôle de puissance sur le lien montant . . . . .	23
1.6.1	CdP en boucle ouverte . . . . .	24
1.6.2	CdP en boucle fermée . . . . .	25
1.7	Conclusion et hypothèses retenues . . . . .	26
<b>CHAPITRE 2: CAPACITÉ UNICELLULAIRE . . . . .</b>		<b>28</b>
2.1	Capacité idéale d'un système CDMA . . . . .	28
2.1.1	Capacité en fonction du facteur d'étalement . . . . .	28
2.1.2	Estimation de la capacité tenant compte des autres particu- larités du CDMA . . . . .	30
2.2	Stabilité du contrôle de puissance et notion de blocage . . . . .	32
2.2.1	Puissance exigée du mobile . . . . .	32
2.2.2	Condition de blocage . . . . .	34
2.3	Évaluation probabiliste de la condition de blocage . . . . .	35
2.3.1	Contrôle de Puissance imparfait . . . . .	35
2.3.2	Probabilité de blocage et capacité . . . . .	36
2.4	Outils mathématiques . . . . .	38
2.4.1	Modélisation classique des $\epsilon_i$ . . . . .	38

2.4.2	Modélisation dépendante de la distance des $\epsilon_i$	39
2.4.3	Modélisation de $Z$	40
2.5	Modélisation classique: calcul des moments de $Z$ avec $\epsilon_i$	41
2.5.1	Calcul de $E[Z]$	41
2.5.2	Calcul de $E[Z^2]$ et $Var(Z)$	41
2.5.3	Récapitulation	43
2.6	Modélisation dépendante de la distance: calcul des moments de $Z$ avec $\epsilon_i$	43
2.6.1	Calcul de $E[Z]$	43
2.6.2	Calcul de $Var(Z)$	46
2.6.3	Récapitulation	48
2.7	Résultats	49
2.7.1	Modélisation classique: approximation normale en utilisant $\epsilon_i$	49
2.7.2	Modélisation classique: approximation log-normale en utilisant $\epsilon_i$	50
2.7.3	Modélisation dépendante de la distance: approximation gaussienne en utilisant $\epsilon_i$	52
2.7.4	Modélisation dépendante de la distance: approximation log-normale en utilisant $\epsilon_i$	54
2.7.5	Interprétation des résultats	55
<b>CHAPITRE 3: INTERFÉRENCES EXTRA-CELLULAIRES</b>		<b>58</b>
3.1	Modèle général	58
3.1.1	Système de coordonnées	59
3.1.2	Expression mathématique générale	60
3.2	Modélisation des $\epsilon_{k,l}^i$	62
3.3	Modélisation classique: calcul des interférences extra-cellulaires	64
3.3.1	Répartition uniforme des mobiles	65
3.3.2	Répartition circulaire des mobiles	67

3.3.3	Répartition gaussienne sur un support circulaire . . . . .	70
3.4	Modélisation spatialement dépendante: calcul des interférences extra-cellulaires . . . . .	71
3.4.1	Répartition uniforme des mobiles . . . . .	72
3.4.2	Répartition circulaire des mobiles . . . . .	73
3.4.3	Répartition gaussienne sur un support circulaire des mobiles .	73
3.5	Analyse des résultats . . . . .	73
<b>CHAPITRE 4: CAPACITÉ D'UN RÉSEAU CDMA . . . . .</b>		<b>77</b>
4.1	Capacité d'un réseau homogène . . . . .	77
4.2	Capacité d'une cellule dans un réseau hétérogène . . . . .	81
4.2.1	Modèle utilisé . . . . .	81
4.2.2	Capacité d'une cellule dans un réseau hétérogène . . . . .	83
4.2.3	Interprétation des résultats . . . . .	84
<b>CONCLUSION . . . . .</b>		<b>88</b>
<b>RÉFÉRENCES . . . . .</b>		<b>91</b>

## LISTE DES TABLEAUX

2.1	Variations de la capacité en Erlangs en fonction de $\eta$ , $m$ et $\sigma_{dB}$ (Approximation Normale) . . . . .	50
2.2	Variations de la capacité en Erlangs en fonction de $\eta$ et $m$ (Approximation Log-normale) . . . . .	51
2.3	Variations de la capacité en Erlangs en fonction du produit $BR$ (Approximation Normale) où la variance de la puissance en dB du mobile en fonction de la distance $r_i$ est donnée par $\sigma_i = A + Br_i$ . . . . .	52
2.4	Variations de la capacité en Erlangs en fonction de $BR$ (Approximation Lognormale) où la variance de la puissance en dB du mobile en fonction de la distance $r_i$ est donnée par $\sigma_i = A + Br_i$ . . . . .	54
3.1	Contribution à la moyenne des interférences des différents anneaux . . . . .	66
3.2	Contribution au deuxième moment des interférences des différents anneaux . . . . .	67
3.3	Contribution à la moyenne et à la variance des interférences des différents anneaux . . . . .	73
3.4	Contribution à la moyenne et à la variance des interférences des différents anneaux sous les différentes modélisations . . . . .	76
4.1	Capacité pour les différents modèles et répartitions . . . . .	79
4.2	Valeurs des $f_{k,l}$ utilisés . . . . .	84
4.3	Valeurs des $c_{k,l}$ utilisés . . . . .	85

## LISTE DES FIGURES

1.1	Réseau cellulaire idéalisé . . . . .	3
1.2	Handoff et sectorisation . . . . .	5
1.3	Modélisation de la propagation . . . . .	6
1.4	Phénomène multichemin . . . . .	7
1.5	Effets de la propagation . . . . .	8
1.6	FDMA - Utilisation des ressources . . . . .	12
1.7	TDMA - Utilisation des ressources . . . . .	14
1.8	FTDMA - Utilisation des ressources . . . . .	15
1.9	CDMA - Utilisation des ressources . . . . .	16
1.10	Étalement spectral: représentation fréquentielle de la réjection de l'interférence . . . . .	17
1.11	Saut fréquentiel: adressage en temps-fréquence . . . . .	18
1.12	Saut fréquentiel: schéma-bloc . . . . .	20
1.13	Séquence directe: schéma-bloc et représentation spectrale des signaux	21
1.14	Séquence directe: Autocorrélation des signaux . . . . .	23
1.15	Effet du Contrôle de Puissance sur le lien montant . . . . .	25
2.1	Illustration d'une tri-sectorisation avec $M = 9$ . . . . .	31
2.2	$E_b/N_0$ exigé d'un mobile en fonction du nombre total d'utilisateurs . . . . .	33
2.3	Condition de blocage assurant la stabilité du contrôle de puissance . . . . .	35
2.4	Approximation Normale: capacité de la cellule pour $P_{bloc} = 0.01$ en fonction de $\omega$ l'indice de répartition gaussienne . . . . .	53
2.5	Approximation log-normale: capacité de la cellule pour $P_{bloc} = 0.01$ en fonction de $\omega$ l'indice de répartition gaussienne . . . . .	55
2.6	Probabilité de blocage en fonction du trafic pour les deux approximations (modélisation des $\epsilon_i$ classique) . . . . .	56

3.1	Coordonnées en $(k,l)$ d'une cellule . . . . .	59
3.2	Interférence du mobile $m_{i,j}$ à la S.B. $B_{0,0}$ . . . . .	60
3.3	Variation de $\xi_1$ en fonction de $f$ . . . . .	68
3.4	Variation de $\xi_2$ en fonction de $f$ . . . . .	69
3.5	Variation de $\xi_1$ pour différentes valeur de $\omega$ l'indice de répartition gaussienne. . . . .	70
3.6	Variation de $\xi_2$ pour différentes valeurs de $\omega$ l'indice de répartition gaussienne. . . . .	71
3.7	Variations de $\xi_1$ et $\xi_2$ en fonction de $f$ l'indice de répartition circulaire.	74
3.8	Variation de $\xi_1$ et $\xi_2$ en fonction de $\omega$ l'indice de répartition gaussienne	75
4.1	Graphes de $P_{bloc}$ pour les différentes répartitions et les différents modèles . . . . .	78
4.2	Variation de la capacité cellulaire d'un réseau homogène en fonction de l'indice de la répartition circulaire . . . . .	80
4.3	Variation de la capacité cellulaire d'un réseau homogène en fonction de l'indice de la répartition gaussienne . . . . .	81
4.4	Graphes de $P_{bloc}$ pour différentes valeurs des $f_{k,l}$ et des $c_{k,l}$ . . . . .	87
I.1	Densité d'une log-normale centrée réduite . . . . .	95
III.1	Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de $\eta$ (Approximation Normale) . . . . .	99
III.2	Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de $m$ et de $\sigma_{dB}$ (Approximation Normale) . . . . .	100
III.3	Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de $\eta$ (Approximation Log-normale) . . . . .	101
III.4	Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de $m$ et de $\sigma_{dB}$ (Approximation Log-normale) . . . . .	102

III.5 Probabilité de blocage en fonction du trafic pour une distribution centrée et une distribution uniforme (Approximation Normale) . . . .	103
III.6 Probabilité de blocage en fonction du trafic pour une distribution centrée et une distribution uniforme (Approximation Log-normale) . .	104

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

- AMPS: Advanced Mobile Phone System
- CDMA: Code Division Multiple Access
- CdP: Contrôle de puissance
- CTIA: Cellular Telecommunication Industry Association
- D.S.: Direct Sequence
- Fading: (Évanouissement) Atténuation dans le temps d'un signal due à la propagation dans un canal et au phénomène multichemin
- FDMA: Frequency Division Multiple Access
- F.H.: Frequency Hopping
- FTDMA: Frequency and Time Division Multiple Access
- Handoff: Changement de B.S. pour la tutelle d'un mobile
- L.N.: Log-normale
- Multipath: Multichemins
- MTSO: Mobile Telephone Switching Service
- P.N.: Pseudo Noise
- Pathloss: Perte moyenne de puissance d'un signal due à la propagation dans un canal.
- S.B: Station de Base
- S.S.: Spread Spectrum
- TDMA: Time Division Multiple Access
- V.A.: Variable Aléatoire



## LISTE DES ANNEXES

<b>Annexe I:</b>	<b>Propriétés de la V.A. Log-Normale . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>Annexe II:</b>	<b>Propriétés d'une somme de Log-Normales . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>Annexe III:</b>	<b>Graphes de <math>P_{bloc}</math> pour un scénario unicellulaire . .</b>	<b>99</b>
	III.1 Approximation Normale . . . . .	99
	III.2 Approximation log-normale . . . . .	101
	III.3 Dépendance linéaire de $\sigma$ avec la distance . . . . .	103

## INTRODUCTION

### 0.1 Motivations

Dans l'atmosphère de globalisation de notre société, une des valeurs qui semble prendre le plus d'importance est l'information. Son accessibilité, déjà développée par l'apparition du téléphone, n'a cessé de croître depuis que l'informatique nous a apporté la puissance et la rapidité de calculs nécessaire à la traiter. La multitude de choix auxquels nous sommes confrontés nous oblige à prendre constamment des décisions rapides et pour cela nous devons avoir l'information pertinente le plus rapidement possible. Nous assistons donc aujourd'hui à une véritable explosion du monde des communications et à l'émergence de moyens toujours plus perfectionnés, rassemblant des technologies de pointes pour nous donner accès à plus d'information, plus vite et avec une fidélité remarquable... La croissance spectaculaire d'internet, des nouveaux médias et du marché de téléphones cellulaires nous le confirme quotidiennement.

Les perspectives concernant le marché de téléphonie cellulaire sont vastes: depuis l'accès à internet jusqu'aux stations multimédias portables, le téléphone cellulaire semble promis à un avenir radieux. Toutefois les nouvelles fonctionnalités associées demandent au réseau actuel une capacité toujours plus grande et il est nécessaire de prévoir de nouvelles infrastructures, ou du moins d'optimiser l'usage des ressources déjà existantes afin d'accommoder un nombre maximal d'utilisateurs avec le plus de services possible. C'est dans ce sens que de nouvelles normes sont apparues telle l'IS-54 <sup>[1]</sup>, puis l'IS-95 <sup>[4]</sup> qui a introduit l'usage du CDMA dans les télécommunications commerciales.

Le CDMA semble en effet à même de répondre aux besoins à court terme d'augmentation de capacité par son utilisation efficace de la bande de fréquence, et aux évolutions ultérieures car cette norme est entièrement numérique. Cette technique d'origine militaire d'accès multiple et de modulation utilisant l'étalement en fréquence est développée conjointement par les chercheurs et les industriels et sera certainement encore utilisée par la prochaine norme (la norme CDMA2000 <sup>[5]</sup> a été proposée pour l'Amérique du Nord).

De plus, les avancées technologiques imprévisibles et les énormes sommes mises en jeu rendent difficile et même hasardeux tout passage brutal d'une technologie à une autre. On se souviendra des échecs retentissants du Be-bop en France, et surtout du projet Iridium. Il y a donc un effort important de compatibilité ascendante dans tous les changements survenant au réseau de télécommunication mobile et la demande d'un système souple, susceptible d'évoluer et dont on peut prévoir les performances.

La littérature concernant le fonctionnement du CDMA et la prévision de ses performances est endémique, bien que de nombreuses implementations différentes aient été étudiées, la complexité des technologies mises en oeuvre rendent difficiles la modélisation globale du système, notamment en terme de capacité. La capacité en Erlangs d'un réseau peut être évaluée à partir de la probabilité de blocage i.e. le rejet de la requête d'accession au réseau d'un nouvel usager mobile. Nous utiliserons les méthodes déjà publiées concernant le calcul théorique de la probabilité de blocage du lien montant dans un réseau cellulaire CDMA ; notamment l'article fondateur de Viterbi<sup>[22]</sup> et les calculs présentés dans le livre de Lee et Miller<sup>[12]</sup>. Nous intégrerons ensuite les différentes approches à travers différents modèles, afin de mieux prendre en compte les phénomènes amenant à un blocage du réseau. Les résultats pourront servir à utiliser une meilleure stratégie d'utilisation des ressources afin de minimiser

les probabilités de blocages.

## 0.2 Organisation du mémoire

Le chapitre 1 présente brièvement le CDMA et ses principales caractéristiques dont nous aurons besoin pour évaluer la probabilité de blocage sur le lien montant. Une description de la propagation du signal sera aussi donnée.

Le chapitre 2 reprend et justifie les différentes approches existantes permettant de calculer la capacité et introduit un nouveau modèle tenant compte de la répartition des mobiles.

Le chapitre 3 utilise les deux facteurs  $\xi_1$  et  $\xi_2$  introduits dans le livre de Lee et Miller<sup>[12]</sup> traduisant les interférences provenant des autres cellules du réseau, développe des calculs théoriques prenant en compte la distribution spatiale du trafic, et les imperfections du contrôle de puissance et compare les différentes approches.

Le chapitre 4 intègre les différents résultats, et distingue la capacité cellulaire d'un réseau homogène et celle d'un réseau hétérogène. Une analyse de différents scénarios pour le réseau est menée et des résultats pratiques concernant l'influence des différents paramètres sont donnés.

Enfin nous concluons sur l'ensemble des résultats, leurs pertinences et l'utilisation pratique que l'on peut en faire.

## 0.3 Contributions

- Interprétation théorique et qualitative du phénomène de blocage.
- Un trafic non uniforme spatialement a été pris en compte, nous avons étudié plus précisément des répartitions circulaires et gaussiennes, permettant ainsi d'évaluer l'influence d'une répartition centrée ou excentrée des mobiles dans la cellule.
- Un critère permettant de choisir la meilleure approximation d'une somme de

variables aléatoires log-normales est donné.

- Un modèle de contrôle de puissance dépendant de la distance a été introduit, et une caractérisation aléatoire des canaux radio-mobiles non contrôlés a été proposée afin de mieux refléter les processus mis en oeuvre.
- Une formule permettant de calculer simplement la capacité d'une cellule dans un réseau hétérogène est donnée, et l'importance relative des différents paramètres du réseau analysée.

## CHAPITRE 1

### GÉNÉRALITÉS

Dans ce chapitre, après un bref historique, un rappel sur la structure des réseaux cellulaires et sur la propagation dans un canal radio-mobile, nous présenterons les principaux mécanismes inhérents au CDMA: le choix de la technique d'accès multiple, la notion d'étalement spectral, et le contrôle de puissance utilisé par le CDMA. Notre but n'est évidemment pas une revue exhaustive de la norme CDMA. Nous aborderons seulement les aspects nécessaires à la compréhension de la modélisation du blocage dans le chapitre suivant.

#### 1.1 Historique

Les systèmes de télécommunications radio-mobiles sont classifiés par génération. La première génération désigne les systèmes analogiques comme le Advanced Mobile Phone System (AMPS) utilisé en Amérique du Nord, qui furent les premiers systèmes à proposer un accès au grand public du téléphone mobile. Le choix analogique fut dicté principalement par la maîtrise que l'on avait de cette technologie. En 1988 la Cellular Telecommunication Industry Association (CTIA)<sup>[1]</sup> spécifie plusieurs caractéristiques que les systèmes de seconde génération devront avoir, pour faire face au développement du marché:

- Une capacité 10 fois supérieure à celle du système analogique
- La possibilité d'évolution de cette nouvelle norme ainsi que l'adaptabilité à de nouvelles fonctionnalités
- Une amélioration de la qualité
- Une meilleure protection de la confidentialité
- Une compatibilité avec l'ancien système et la possibilité d'une transition "douce" car ils partageront la même bande spectrale.

Les progrès accomplis en intégration électronique des traitements numériques et la fiabilité intrinsèque des systèmes numériques ont naturellement conduit à leurs utilisations pour la deuxième génération. Le premier standard pour de tels systèmes fut celui de l'IS-54 <sup>[1]</sup> qui utilise un accès multiple à division temporelle (TDMA), parfois appelé D-AMPS (D pour digital). Pourtant l'augmentation correspondante de capacité n'était que d'un facteur 3 environ. L'équipe de QUALCOMM développa alors une technologie alternative<sup>[2]</sup> qui n'avait quasiment pas eu jusqu'alors d'applications commerciales, basée sur l'étalement spectral. Cette technologie était pourtant connue des militaires surtout pour ses performances contre l'interception ou le brouillage intentionnel des signaux. Après plusieurs révisions et tests sur le terrain à San-Diego, un deuxième standard fut adopté en 1993: celui de l'IS-95 <sup>[4]</sup>, utilisant la technique d'étalement spectral, et comme accès multiple le CDMA.

De nos jours, le CDMA est utilisé principalement en Amérique du Nord, en Corée du sud, en Australie et en Suède. Bien qu'il n'ait pas remplacé complètement les normes plus anciennes, une nouvelle norme est déjà à l'étude permettant un usage spectral encore plus efficace et ayant une gamme de service plus étendue. Le standard proposé en Amérique du Nord est le *CDMA2000*.

## 1.2 Structure des réseaux de télécommunication mobile

Les tout premiers systèmes radio-mobiles étaient centralisés: l'ensemble des usagers communiquaient avec une seule antenne maîtresse. De tels types de systèmes étaient par nature limités. En effet pour une couverture suffisamment grande il fallait une puissance d'émission importante et les appareils de télécommunications mobiles (que l'on appellera plus simplement *mobiles* dorénavant) étaient encombrants. Le concept multi-cellulaire est venu palier à ce problème, permettant une miniaturisation des mobiles et un réseau aussi grand que voulu.

### 1.2.1 Définitions préliminaires

L'ensemble du territoire géographique couvert par le réseau est décomposé en plusieurs zones, appelées *cellules*, dont les usagers sont administrés par une *station de base* (S.B.) située en son centre. Les S.B. sont reliées entre elles et au réseau de téléphone fixe via un MTSO (Mobile Telephone Switching Service). Enfin le lien des mobiles vers la S.B. est appelé lien *montant* et le lien de la S.B. vers un mobile est appelé lien *descendant*. Les liens montants et descendants sont séparés en fréquence afin de pouvoir opérer en Full Duplex (i.e. simultanément).

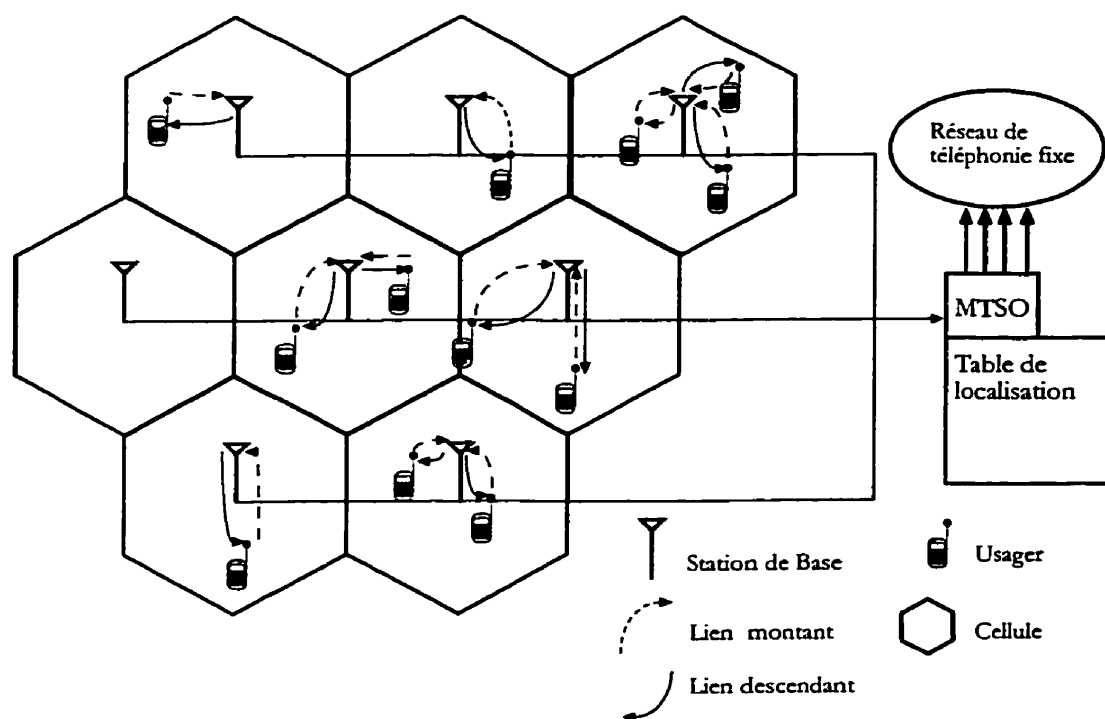


FIG. 1.1 - Réseau cellulaire idéalisé

### 1.2.2 Avantages et contraintes

Cette configuration amène les avantages et contraintes suivantes:

- On peut obtenir une couverture aussi étendue que voulue.
- La puissance d'émission des mobiles est diminuée, rendant possible leur mi-



niaturisation et limitant les interférences.

- Chaque cellule doit interférer le moins possible dans les communications des cellules voisines. Dans le cas où la bande de fréquence totale est divisée en plusieurs sous-bandes différentes, il se pose le problème de l'attribution de ces fréquences et de leur éventuelle réutilisation. Ce problème apparaît notamment dans le système AMPS et une littérature abondante lui a été consacré (voir par exemple le livre de Lee<sup>[3]</sup>). Nous verrons dans la section 1.4.3 que le CDMA évite élégamment ce problème.
- La taille des cellules<sup>1</sup> peut être ajustée en fonction de la densité d'utilisateurs ou des conditions de propagation afin de donner une qualité de service uniforme dans le réseau.
- On doit prévoir la gestion du passage d'un mobile d'une cellule à une autre lors d'une communication. Cette procédure s'appelle le *Handoff*. Si cette procédure venait à échouer, le mobile perdrait sa communication. Il existe deux classes de Handoff: le hard-Handoff et le soft-Handoff. Le hard-Handoff coupe la communication du mobile avec la première S.B. (car les conditions de transmissions deviennent trop mauvaises), pour ensuite l'attribuer à une nouvelle S.B. mieux susceptible de la recevoir. Il y a toutefois un court laps de temps où le mobile n'est en liaison avec aucune S.B. et il peut même arriver que le mobile ne trouve pas de nouvelle S.B. pour l'administrer. Le CDMA évite ce problème en utilisant le soft-Handoff: il permet au mobile de dialoguer avec plusieurs S.B. en même temps afin de ne jamais rompre sa communication.
- Le réseau doit connaître à chaque instant par quelle S.B. le mobile est joignable afin d'acheminer les appels entrants. Le MTSO doit donc posséder une table de localisation attribuant chaque utilisateur à une S.B. et la mettre à jour périodiquement.

---

1. La taille effective d'une cellule dépend essentiellement des puissances d'émission des mobiles et de la S.B.

- On peut sectoriser chaque cellule en utilisant des antennes directionnelles afin de créer de nouvelles sub-division sans pour autant utiliser une autre S.B. dans une cellule donnée. L'emploi d'antennes sectorisées permet de limiter la présence des interférences reçues à la S.B. puisqu'elle ne reçoit que les signaux dans son angle d'ouverture (c.f. figure 1.2).

### 1.2.3 Modélisation géographique

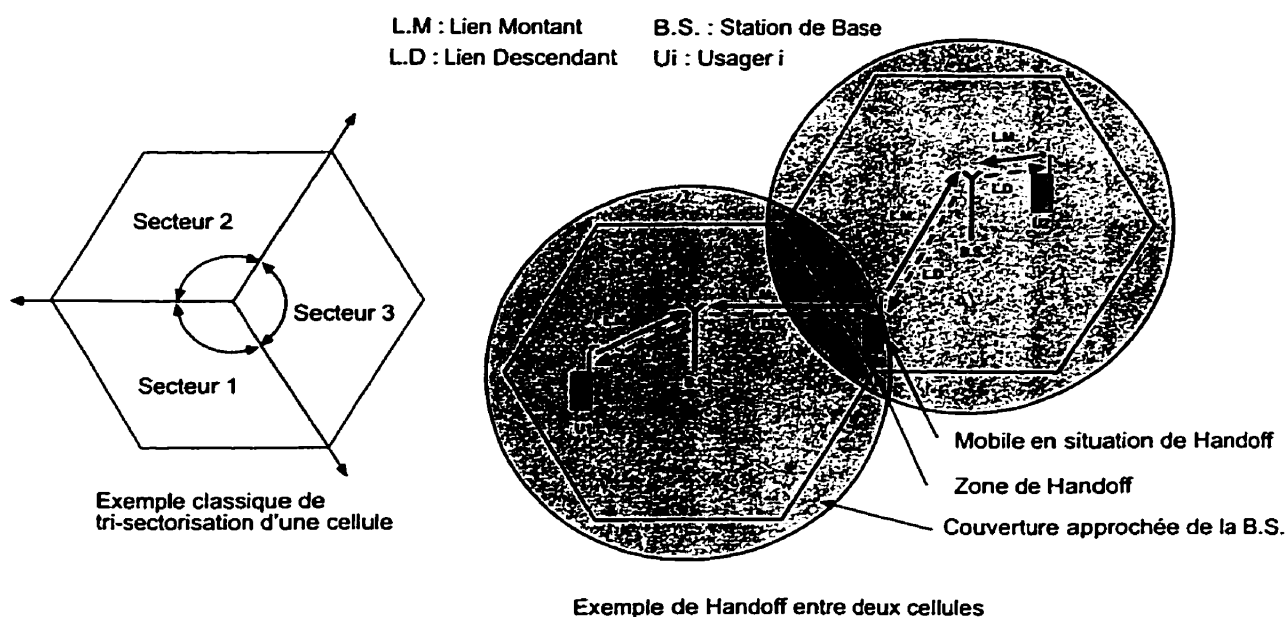
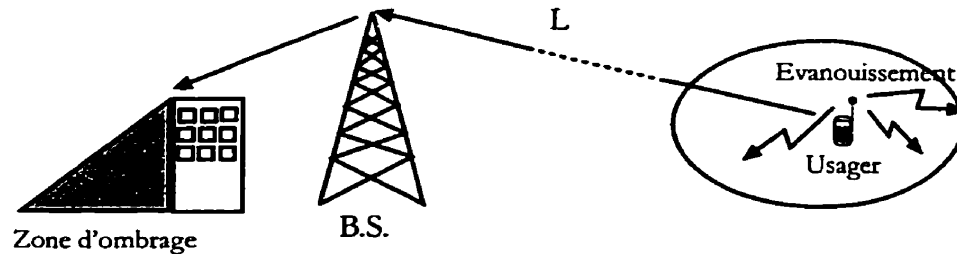


FIG. 1.2 - *Handoff et sectorisation*

En général, comme le montre la figure 1.1, les calculs effectués sur un réseau cellulaire sont fondés sur la modélisation suivante: les cellules sont représentées par des hexagones identiques, afin d'obtenir le recouvrement total d'un plan avec une forme géométrique simple et proche du cercle<sup>2</sup>. On suppose alors que la couverture d'une S.B. (même si elle est sectorisée) est isotrope dans l'espace et que les cellules et leurs caractéristiques sont identiques sur tout le réseau.

<sup>2</sup>. en pratique les zones de couvertures des cellules se recouvrent afin de permettre le Handoff

### 1.3 Propagation



L : atténuation à grande échelle (Pathloss)

Ombrage: atténuation à moyenne échelle

Evanouissement (fading): atténuation à petite échelle (Fading)

FIG. 1.3 – *Modélisation de la propagation*

Le canal de transmission radio-mobilité ne peut malheureusement pas se modéliser par l'ajout d'un bruit blanc gaussien (AWGN pour Additive White Gaussian Noise) au signal transmis. La nature du terrain, la distance entre le mobile et la S.B., la fréquence et la vitesse du mobile influencent la propagation du signal. Trois effets seront distingués: l'atténuation moyenne que subit le signal (phénomène à grande échelle), l'effet d'ombrage (phénomène à moyenne échelle), et l'effet d'évanouissement, étroitement liée au phénomène multichemin (à petite échelle). Plusieurs techniques de diversités sont employées pour lutter contre ces effets, et enfin nous concluons par un modèle probabiliste généralement adopté dans la littérature.

#### 1.3.1 Pertes en puissance du signal

Une des hypothèses communément admises dans un environnement urbain, est qu'il n'existe pas de chemin direct (sans obstacles) entre le mobile et la S.B. Une multitude de modèles, empiriques ou théoriques, existent pour modéliser l'atténuation

moyenne (aussi appelée *Path Loss*) subie par le signal lors de sa propagation. Le modèle physique dans l'espace libre donne une atténuation inversement proportionnelle à de la distance mobile-S.B. au carré (voir par exemple le livre de Jordan [6]). Toutefois les modèles empiriques d'Hata [7], du CCIR [8], la WIM [9], ou ceux de Longley-Rice [10] donnent une loi exponentielle décroissante avec la distance d'exposant environ égal à 4, suivant de multiples facteurs comme la fréquence d'opération, la hauteur des antennes et le type de terrain.

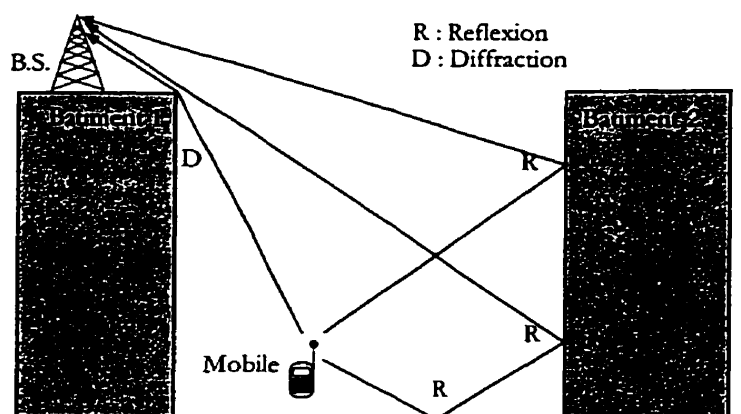


FIG. 1.4 - *Phénomène multichemin*

### 1.3.2 Évanouissements et ombrage

#### 1.3.2.1 Évanouissements

La propagation radio-mobile est caractérisée par le phénomène multichemins (en anglais *Multipath*). En effet, la figure 1.4 montre que le signal reçu à la S.B. est une superposition de signaux émis dans diverses directions et n'ayant pas emprunté les mêmes chemins (on parle d'*échos* du signal). Cette combinaison complexe et imprévisible appelée *Évanouissement* ou *Fading à petite échelle* affecte grandement la puissance globale reçue, car pour un petit déplacement du mobile (quelques mètres), la combinaison des échos peut devenir tantôt destructive, tantôt constructive, et la variation de puissance reçue à la S.B. peut atteindre  $30dB$  (voir le livre

"CDMA Systems Engineering Handbook" pp 368 [12]). Dans le cas du CDMA, les signaux ont une largeur de bande suffisante par rapport à la bande de cohérence du canal pour distinguer la plupart des échos du signal (c.f. section 1.3.3.2). Dans le cas général du canal radiomobile, on considère souvent que l'évanouissement est celui de Rayleigh (décrit dans le livre "Principles of Communications Engineering"<sup>[11]</sup>), c'est à dire qu'il n'y a pas de liaison directe (sans obstacles) entre le mobile et la S.B. et que les échos ayant empruntés des chemins différents sont indépendants (voir figure 1.5).

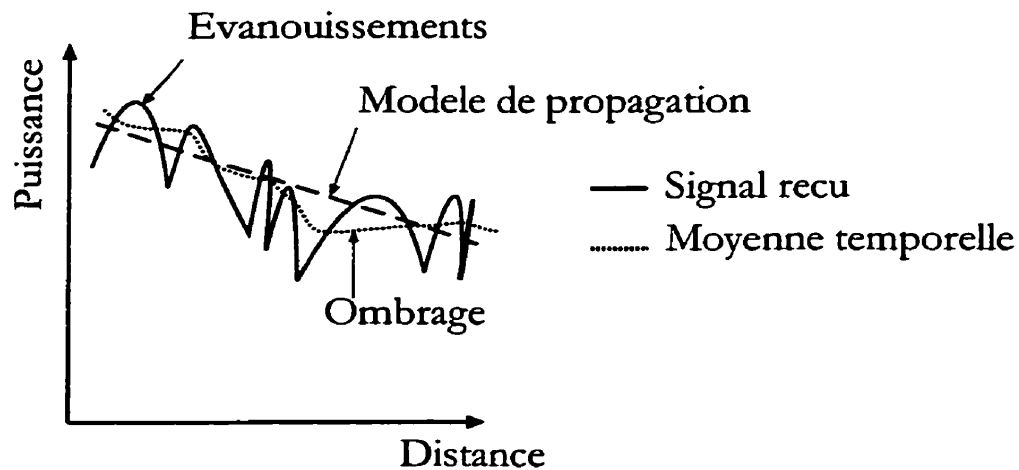


FIG. 1.5 – Effets de la propagation

### 1.3.2.2 Ombrage

Le phénomène d'*ombrage* ou *fading à moyenne échelle* traduit les variations lentes du signal, i.e. l'écart constaté entre la moyenne du signal et la prédiction donnée par le modèle choisi pour la perte en puissance du signal (c.f. section 1.3.1). Ce phénomène traduit les changements dans les facteurs de propagation alors que les évanouissements sont l'effet du phénomène multichemin. Il apparaît principalement lorsqu'un obstacle majeur bloque le signal, par exemple lorsqu'un mobile se trouve derrière un bâtiment.

### 1.3.3 Diversité

Afin de lutter contre les effets d'évanouissements, on emploie plusieurs techniques de diversité: spatiale, fréquentielle et temporelle. L'idée générale est que si l'on reçoit le signal par deux chemins différents (ou plus), et qu'ils sont relativement décorrelés, on pourra en réalité effectuer une meilleure prédiction du signal car les fadings ont peu de chance de se produire en même temps, et les échos multi-chemins introduisent une redondance dans l'information.

#### 1.3.3.1 Diversité spatiale

L'emploi de plusieurs antennes pour recevoir le signal du mobile permet d'exploiter les différents chemins et reconstituer le signal avec une meilleure qualité. Le CDMA emploie cette technique car le Mobile peut entretenir des liens avec plusieurs S.B. simultanément. Cette particularité permet d'ailleurs au CDMA l'usage du soft-Handoff.

#### 1.3.3.2 Diversité fréquentielle

Le récepteur utilise plusieurs canaux fréquentiels où le même signal est envoyé pour reconstitution. Toutefois pour que les répliques du signal soient décorrelées il faut que la séparation entre les canaux soit au moins de 2% de leurs largeurs. Ce type de diversité ne peut être utilisé par les réseaux conventionnels car leurs ressources fréquentielles sont limitées. Le CDMA utilise une diversité fréquentielle et temporelle plus sophistiquée appelée aussi diversité multichemin. Ce type de diversité fait appel à la notion de bande de cohérence du canal.

**Definition 1.3.3.1** *La bande de cohérence d'un canal  $B_c$  est la bande au delà de laquelle la norme au carré de la fonction de transfert du canal  $T(f,t)$  est inférieure à la moitié de sa valeur en  $f = 0$ . Si la fonction de transfert du canal est invariante*

dans le temps, on trouve (voir le livre de Lee et Miller <sup>[12]</sup>):

$$B_c = \frac{1}{2\pi\Delta_\tau} \quad (1.1)$$

Où  $\Delta_\tau$  est un indicateur de l'écart temporel entre l'arrivée des différents échos d'un signal multi-chemin.

Si la bande occupée par le signal  $W_s$  est inférieure à  $B_c$ , alors les signaux multi-chemins se combinent sans qu'on puisse les distinguer. Si  $W_s$  est supérieur à  $B_c$ , alors les différents échos arriveront avec un retard supérieur à la durée d'un symbole et on pourra les distinguer et les recombinaison efficacement. Le CDMA, par l'usage de l'étalement spectral (c.f. section 1.5), profite implicitement de ce type de diversité avec le récepteur de Rake.

### 1.3.3.3 Diversité temporelle

La diversité temporelle implique la transmission des mêmes données à des temps différents. La plupart des systèmes de télécommunication utilisent à cette fin des codes correcteurs d'erreurs. Le CDMA utilise un code convolutionnel, couplé à un entrelaceur afin de répartir les erreurs dues aux fadings sur toute la trame de bits. Pour avoir une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-3}$  au décodage, il faut que le rapport signal sur bruit soit supérieur ou égal à 7 dB après codage.

### 1.3.4 Modèle probabiliste

Comme nous l'avons vu, la propagation dans un canal radio-mobile est impossible à modéliser de manière déterministe, par le trop grand nombre de facteurs entrant en jeu. Le modèle de Longley-Rice <sup>[10]</sup> donne une expression probabiliste de la perte due à la propagation ne tenant pas compte des effets des évanouissements:

$$L(dB) = A_{ref}(dB) + L_{fs}(dB) + \sigma_c(dB) * N(0,1) \quad (1.2)$$

Où  $N(0,1)$  est la loi normale centrée réduite,  $L_{fs}$  est la perte dans l'espace libre,  $A_{ref}$  est l'excès de perte du au type de terrain et on définit  $L_{med} = A_{ref}(dB) + L_{fs}(dB)$  qui représente l'atténuation médiane du signal. Les valeurs typiques de  $\sigma_c(dB)$  pour ce modèle sont comprises entre 8 et 10dB (voir Lee et Miller<sup>[12]</sup> pp 247), et représentent les variations du signal dues aux effets d'ombrages et aux modifications des conditions de propagation. C'est ce modèle (dans une version modifiée) dont nous tiendrons compte dans la modélisation des signaux arrivant à la S.B. dans le cadre de notre étude sur le lien montant. Nous verrons alors que  $L$  suit une loi log-normale (voir Annexe I).

#### 1.4 Système multi-usagers

Nous allons ici présenter brièvement les différentes techniques d'accès multiple employées en télécommunications. Les 3 principales sont le FDMA, le TDMA, et le CDMA, bien qu'il soit possible d'utiliser des techniques hybrides en fonction de l'application choisie. L'idée générale consiste à partager de différentes manières les ressources en temps et en fréquence du système entre les différents usagers. En fait les ressources fréquentielles en télécommunication sont deux bandes de fréquence distinctes, l'une pour les communications Base-Mobile (sens descendant) et l'autre pour les communications Mobile-Base (sens montant). *Golomb* <sup>[14]</sup> résume les différents concepts d'accès multiple de manière très élégante:

Lorsque deux personnes veulent parler en même temps, vous pouvez leurs demander d'attendre leur tour [c.f. section 1.4.2], ou d'aller dans des pièces différentes. Ceci est un exemple de division temporelle et spatiale d'un canal disponible. Une autre stratégie est de les faire chanter en duo, l'un soprano, et l'autre ténor [c.f. section 1.4.1]. C'est alors une division fréquentielle du canal, et si votre oreille est équipée d'un filtre passe-bande, vous pourrez écouter l'un ou l'autre. Le problème d'une division



par code est d'écrire un duo pour deux ténors occupant la même région en temps, en espace et en fréquence, de telle manière que vous puissiez choisir d'écouter l'un ou l'autre sans vous tromper. Et si vous pouviez résoudre ce problème, alors nous vous demanderions d'essayer pour un trio, puis le chœur de Vienne. Cela ne serait-il pas plus simple si chacun chantait dans une langue différente? [c.f. section 1.4.3]

Bien que toutes ces méthodes d'accès aient la même capacité théoriquement (les ressources fréquentielles et temporelles sont a priori les mêmes), nous verrons que leur réalisation amène différentes limitations.

### 1.4.1 FDMA

La technique d'accès multiple FDMA (Frequency Division Multiple Access ou multiplexage en fréquence) consiste, comme son nom l'indique, à allouer à chaque utilisateur une portion de la bande de fréquence du système. Ainsi, si le système est construit pour  $N$  utilisateurs, les bandes fréquentielles montantes et descendantes seront divisées chacune en  $N$  sous-bandes, que l'on sépare par des bandes de garde, afin d'éviter les interférences co-utilisateurs. La figure 1.6 résume l'utilisation des ressources temps-fréquence faite en FDMA.

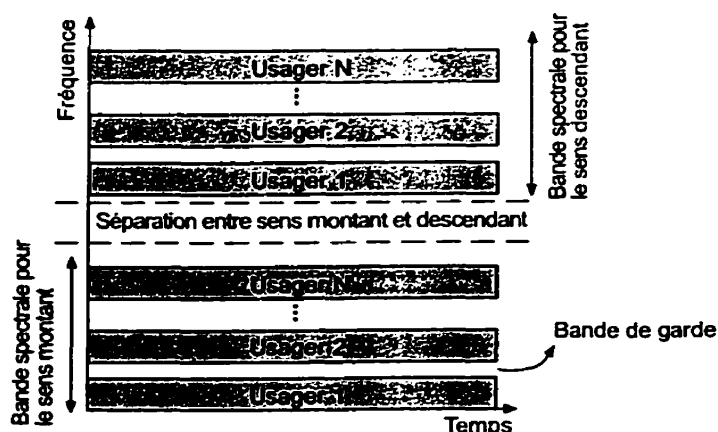


FIG. 1.6 – FDMA - Utilisation des ressources

Cette technique a connu un grand succès par la facilité de son implantation. En effet la modulation en fréquence est maîtrisée depuis longtemps, se prête bien à une utilisation analogique vu l'indépendance des  $N$  sous-bandes. En particulier l'utilisation d'une modulation en fréquence (comme dans AMPS) procure certains avantages contre le bruit et les interférences. Toutefois elle présente les désavantages suivants:

- Elle est rigide (on ne peut pas modifier dynamiquement le nombre de sous-bandes, ni leur largeur), et donc si le nombre d'utilisateurs dans le réseau est inférieur à sa valeur nominale, une partie des ressources ne seront pas utilisées.
- On doit utiliser des filtres très précis afin de sélectionner uniquement la sous-bande voulue et éviter ainsi les interférences inter-utilisateurs.
- L'évanouissement affectant les transmissions dans le canal radio-mobile est sélectif en fréquence: il se peut que sur une bande de 100 à 200 Hz la transmission soit particulièrement dégradée. Les utilisateurs situés sur cette bande seront alors gravement affectés.
- On doit utiliser  $N$  porteuses, ce qui est généralement fait en utilisant un amplificateur à large bande, générant ainsi des produits d'intermodulations entre porteuses affectant les signaux.

#### 1.4.2 TDMA

La technique d'accès multiple TDMA (Time Division Multiple Access) est apparue lors du passage analogique à numérique. Contrairement au FDMA où tous les utilisateurs transmettent en continu sur une bande de fréquences propre, le TDMA permet aux utilisateurs d'utiliser toute la ressource fréquentielle pendant un court laps de temps (appelé "slot") chacun leur tour (c.f. figure 1.7). On sépare chaque slot par un temps de garde afin de prévenir un éventuel recouvrement dû aux échos provenant de la propagation.

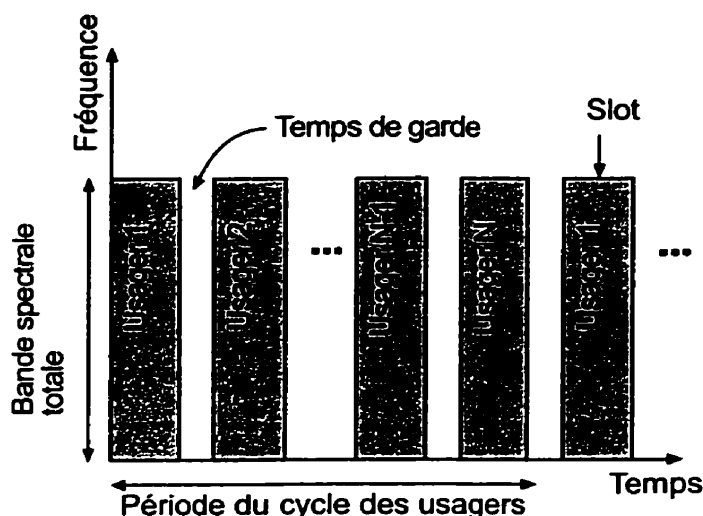


FIG. 1.7 – TDMA - Utilisation des ressources

Ainsi, si le système est configuré avec un cycle temporel de  $T$  secondes pour  $N$  usagers ayant un débit de  $R$  bits/seconde, chaque usager verra son trafic stocké dans un tampon, puis sera transmis lors de son Slot (de durée  $T/N$ ), avec un débit supérieur à  $N * R$  ( afin de transmettre les bits d'entête rajoutés par le système et de respecter les temps de garde). On voit ici que le TDMA est particulièrement adapté aux communications numériques, et ne nécessite pas l'utilisation de filtres passe-bande en comparaison avec le FDMA, ni l'utilisation de nombreuses porteuses et évite le problème du aux évanouissement en occupant la totalité de la bande. Enfin on peut adapter la durée du slot en fonction de la demande de l'utilisateur. Toutefois le TDMA est lui aussi limité par plusieurs facteurs :

- Afin de recevoir correctement l'information, la synchronisation du système doit être parfaitement contrôlée, ce qui est problématique car les utilisateurs mobiles ont des délais de propagation variant sans cesse.
- La durée d'un symbole transmis est courte, et le délai ainsi que l'effet de mémoire du canal introduits par la propagation entraînent une interférence entre symboles et entre utilisateurs nécessitant respectivement l'utilisation d'égalisateurs et de temps de garde dégradant ainsi la performance du système.

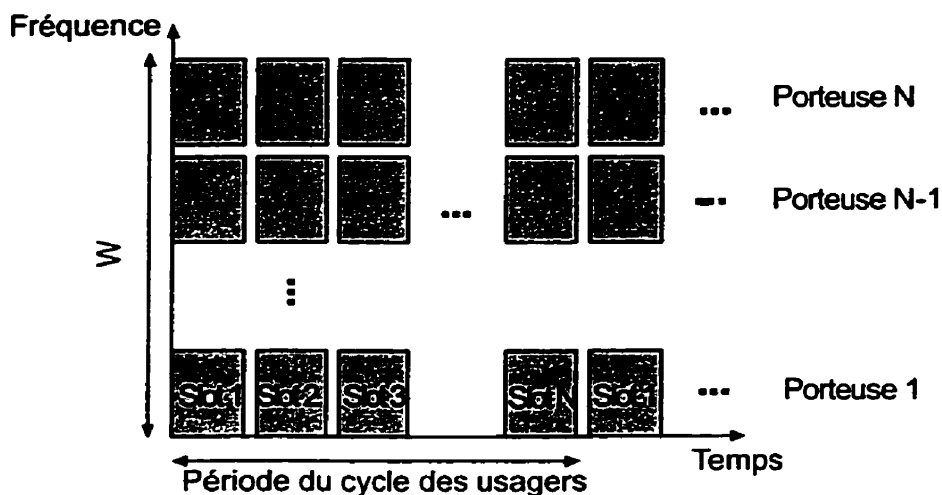


FIG. 1.8 – *FTDMA - Utilisation des ressources*

Les limitations respectives du FDMA et du TDMA peuvent être adoucies par l'utilisation simultanées des deux techniques: un tel système est appelé FTDMA et est utilisé dans la norme européenne GSM. La bande totale  $W$  est divisée en  $N$  sous-bandes et chacune utilise le TDMA avec  $M$  slots. On peut donc desservir  $N * M$  usagers, comme montré dans la figure 1.8. Le FTDMA est la technique concurrente du CDMA pour les systèmes de deuxième génération, nous allons voir maintenant les caractéristiques du CDMA et les raisons qui semblent vouloir privilégier son usage.

### 1.4.3 CDMA

Les systèmes CDMA utilisent des signaux à large bande (i.e. on étale le spectre de chaque usager) avec une intercorrélacion quasi-nulle, et qui occupent simultanément chacun la totalité de la bande de fréquence. Ici, pour reconnaître chaque utilisateur, on se sert des propriétés de l'étalement spectral (c.f. section 1.5), alors que dans les systèmes FDMA ou TDMA on se servait des positions temps-fréquence. Le schéma d'attribution temps-fréquence devient alors simplement celui de la figure 1.9. La principale raison de l'actuel succès de la technologie CDMA est que cette dernière semble utiliser au mieux les ressources temps-fréquence en tolérant le maximum de trafic avec le plus de souplesse.

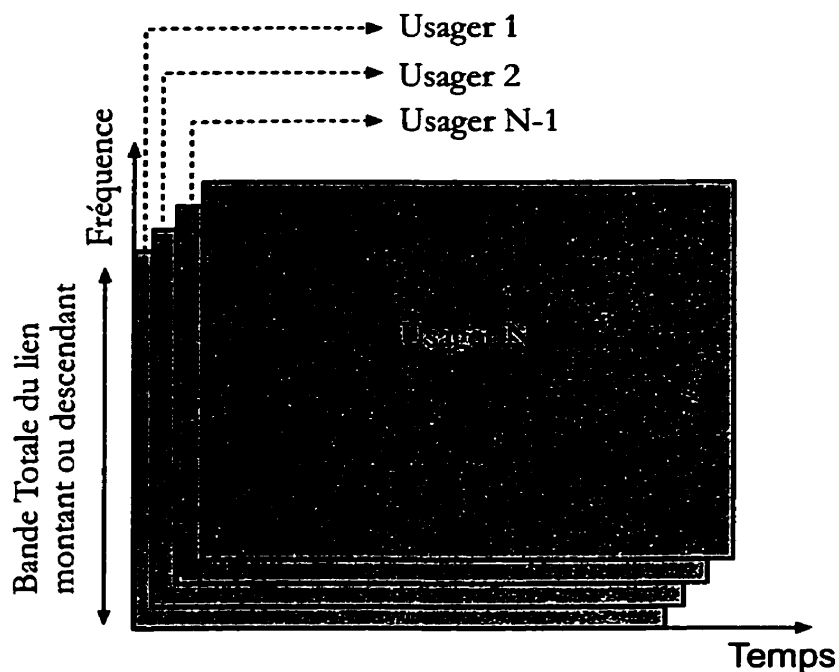


FIG. 1.9 – CDMA - Utilisation des ressources

Nous avons vu que le CDMA repose sur une technologie qui au départ était militaire. En effet l'étalement spectral a été développé pour sa capacité à rendre difficile l'interception ou le brouillage des signaux par un ennemi. Nous verrons dans la prochaine section que ces caractéristiques peuvent être exploitées avec profit dans le cas d'une utilisation commerciale.

### 1.5 Étalement spectral

L'étalement spectral d'un signal avant sa transmission procure de facto une excellente protection contre les interférences (intentionnelles ou pas) car ces dernières n'ont pas de corrélation avec le signal. Illustrons ces propriétés à partir d'un exemple:

Soit un usager émettant à une puissance de  $S$  Watts et avec un débit de  $R$  bits/seconde et soit  $W$  la bande spectrale sur laquelle son signal est étalé (on suppose  $W \gg R$ ). On considère que le canal de propagation utilisé introduit un bruit thermique de Densité Spectrale de Puissance (DSP)  $N_0$  sur toute la bande et une

interférence de puissance totale  $J$  sur une bande  $W_J$  (où  $W_J < W$ ). Lorsque le signal subit un resserrement spectral au récepteur, la largeur du signal sera à nouveau  $R$  et la densité spectrale de l'interférence sera  $N_J = J/W$  alors que la densité du bruit reste inchangée car il est distribué sur toute les fréquences. Si on suppose que  $N_J \gg N_0$  alors il vient:

$$\frac{E_b}{N_t} = \frac{E_b}{N_0 + N_J} \cong \frac{S/R}{J/W} = \frac{SW}{JR} \quad (1.3)$$

Où  $E_b/N_t$  est le rapport *énergie par bit*  $E_b$  sur la *densité spectrale de bruit*  $N_t$  qui définit la performance du système. Le ratio  $S/J$  est le rapport signal sur interférence et le ratio  $W/R$  est appelé le facteur d'étalement spectral (Processing Gain).

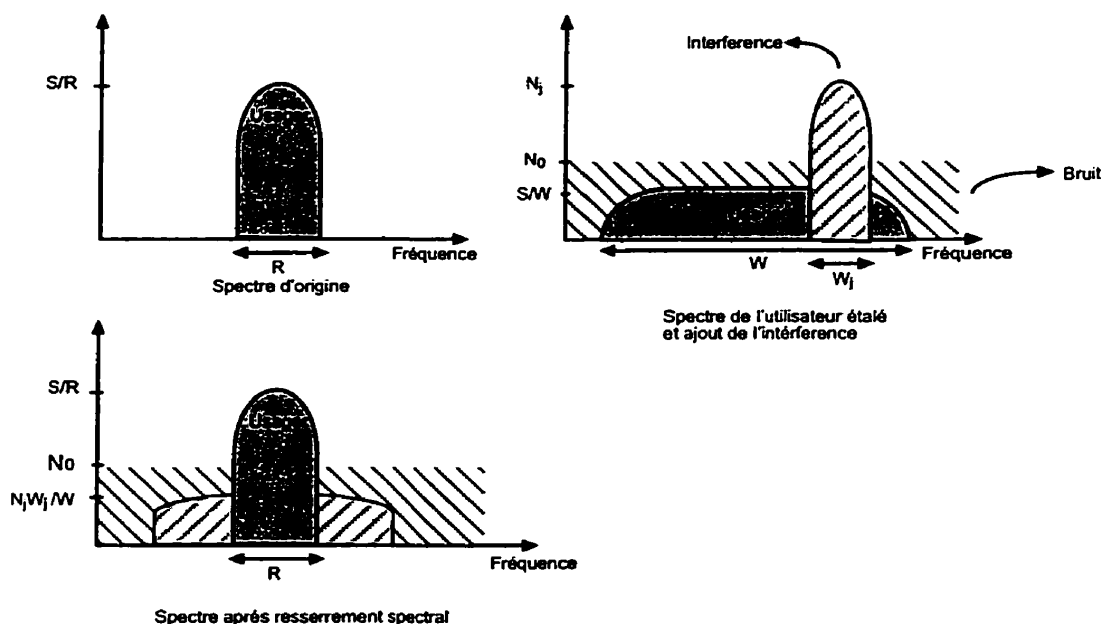


FIG. 1.10 – *Étalement spectral: représentation fréquentielle de la réjection de l'interférence*

On voit ici que plus  $W$  sera grand, plus l'interférence acceptable sera grande pour une performance donnée (c.f. figure 1.10), c'est pourquoi le CDMA de la norme IS-95 emploie une bande de  $1.25\text{MHz}$ . Cette propriété est fondatrice du CDMA: *un tel*

*réseau est limité en interférence plutôt qu'en bande passante*, en effet contrairement aux systèmes multi-usagers FDMA, le CDMA n'alloue pas une bande de fréquence précise à chaque usager, et une fois fixé  $W$  pour tous les usagers, c'est le niveau d'interférence générée par eux qui limitera le système. Cette caractéristique sera exploitée dans le prochain chapitre.

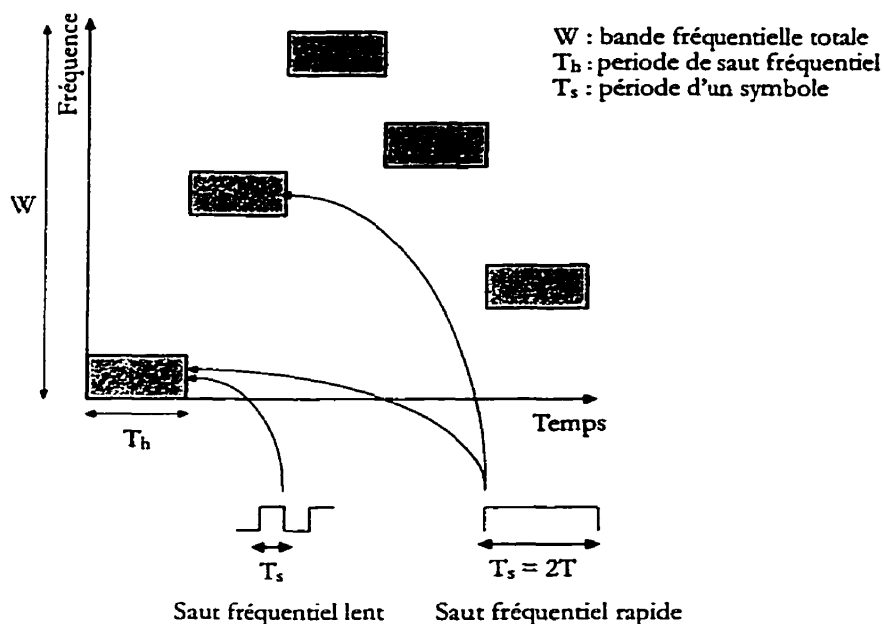


FIG. 1.11 – Saut fréquentiel: adressage en temps-fréquence

On peut aussi justifier l'emploi de l'étalement spectral par la théorie de l'information avec l'équation de la capacité d'un canal de Claude Shannon <sup>[15]</sup>:

$$C = W \log_2(1 + S/I) \quad (1.4)$$

Avec  $C$  la capacité du canal (bits/s),  $W$  la largeur de bande (Hz),  $S$  la puissance du signal et  $I$  la puissance du bruit (ou de l'interférence). Cette dernière équation conduit à la même conclusion que précédemment. La propriété de résistance au brouillage a été mise en évidence, et la difficulté d'interception est évidente: on peut transmettre le signal étalé avec une DSP inférieure à l'interférence, et le reconstituer

au récepteur si on connaît les caractéristiques du mécanisme d'étalement spectral, mais pour un ennemi interceptant le signal, celui-ci est noyé dans le bruit ambiant. Il existe plusieurs manières d'étaler spectralement un signal, les deux principales sont l'étalement par séquence directe (DS-SS) et l'étalement par saut fréquentiel (FH-SS).

### 1.5.1 Étalement spectral par saut fréquentiel: FH-SS

L'étalement spectral par saut fréquentiel peut être représenté par l'adressage temps-fréquence montré dans la figure 1.11. L'utilisateur verra sa fréquence de transmission changer avec une période  $T_h$  sur l'ensemble de la bande. Si  $T_h$  est suffisamment grand pour transmettre plusieurs symboles on parle de *saut fréquentiel lent*; si par contre il faut plusieurs périodes pour transmettre un symbole, on parle de *saut fréquentiel rapide* (voir l'article de Torrieri <sup>[18]</sup>).

L'implantation de ce système exige l'utilisation de synthétiseurs de fréquences pseudo-aléatoires à l'émetteur et au récepteur qui soient synchronisés ainsi que d'éviter les collisions des sauts fréquents entre les usagers (c.f. figure 1.12). La difficulté de réaliser des oscillateurs de fréquence nécessaires à cette technique en a réduit l'usage, et la norme CDMA actuelle utilise la technique de Séquence Directe.

### 1.5.2 Étalement spectral par séquence directe: DS-SS

L'étalement spectral par séquence directe peut être vu comme une modulation à deux étage: tout d'abord il consiste à multiplier les symboles de l'émetteur  $s(t)$  par une séquence pseudo aléatoire propre à chaque usager  $f(t)$  dont la période  $T_c$  ("chip") est beaucoup plus petite. Puis il module le signal de manière standard avec une porteuse. Le processus complet est résumé à la figure 1.13 (inspiré des livres "Spread Spectrum Communications Handbook"<sup>[20]</sup> et "Modern Communications and Spread Spectrum"<sup>[21]</sup>). Le code pseudo-aléatoire  $c_n$  propre à chaque usager



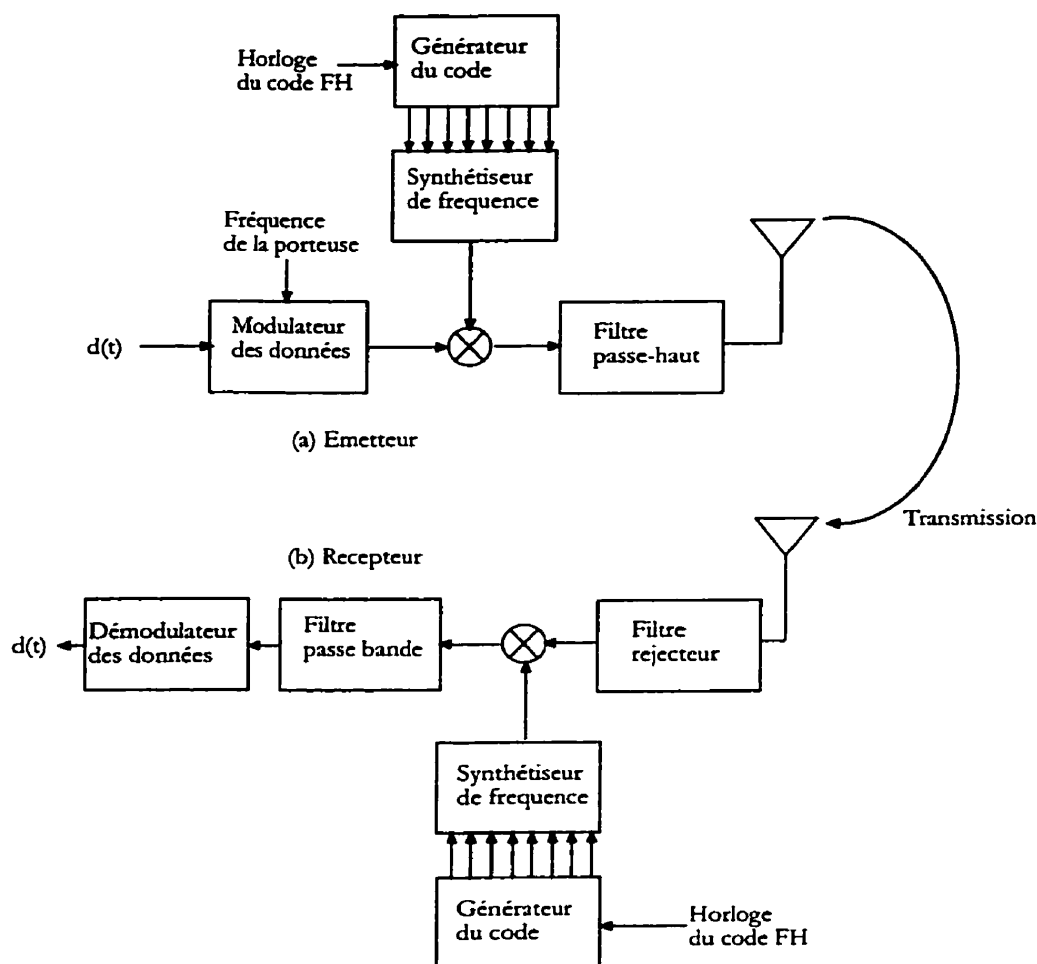


FIG. 1.12 – Saut fréquentiel: schéma-bloc  
est produit par un générateur de nombre pseudo-aléatoire, et est appelé Code PN (Pseudo Noise).

### 1.5.2.1 Point de vue spectral

Si l'émetteur a une période par symbole de  $T_S$  et que la durée du chip est  $T_C$  avec  $T_S = N * T_C$  alors la bande du signal de base sera approximativement  $B = 1/T_S$  et celle du signal étalé sera  $W = 1/T_C = N * B$ . De plus comme la puissance du signal ( $P_S$ ) est conservée, on a  $P_S = S_0 B = S_1 W$ , où  $S_0$  est la DSP du signal avant étalement, et  $S_1$  celle du signal étalé.

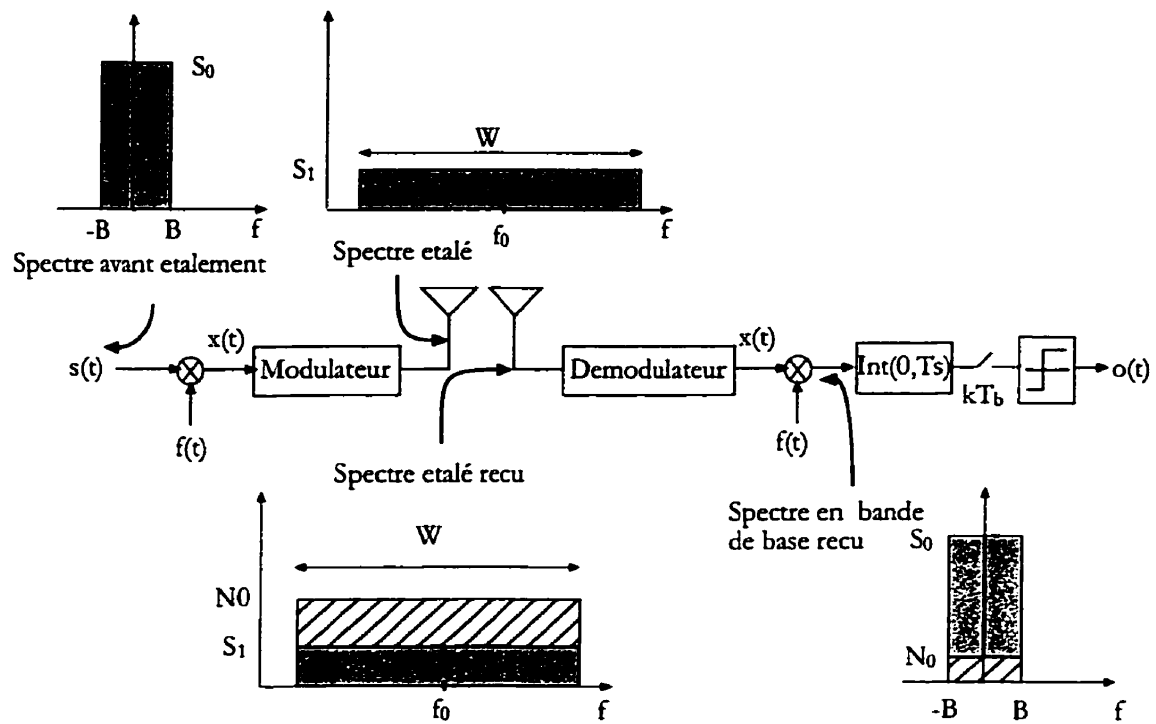


FIG. 1.13 – Séquence directe: schéma-bloc et représentation spectrale des signaux

Le récepteur "resserre" le signal en fréquence en le multipliant par la même séquence  $c(t)$ , et en moyennant le signal obtenu, ce dernier est ramené en bande de base, et permet ainsi de filtrer une grande partie des interférences qui ne sont pas corrélés avec la séquence pseudo-aléatoire. Notons ici que le resserrement demande la connaissance parfaite de la séquence. Afin de mieux comprendre le concept de corrélation sous-jacent au DS-SS, nous développons les expressions mathématiques le décrivant temporellement.

### 1.5.2.2 Point de vue temporel

La séquence pseudo-aléatoire pour un symbole, le signal d'étalement et le flot de symbole entrant peuvent s'écrire respectivement:

$$c(t) = \sum_{n=1}^N c_n p(t - nT_C) \quad (1.5)$$

$$f(t) = \sum_k c(t - kT_S) \quad (1.6)$$

$$s(t) = \sum_k s_k p_s(t - kT_S) \quad (1.7)$$

Où  $p(t)$  est généralement l'allure du "chip" (généralement la fonction fenêtre),  $p_s(t)$  la fenêtre utilisée pour transmettre les symboles et  $N$  le nombre de chip par symbole. On en déduit l'expression de  $x(t)$  résultant de la multiplication de  $f(t)$  par  $s(t)$ .

$$x(t) = \sum_k s_k c(t - kT_S) \quad (1.8)$$

L'inter-corrélation de  $x(t)$  avec  $f(t)$  est donnée par:

$$R_{fx}(\tau) = \sum_n s_n R_{cc}(\tau - nT_S) \quad (1.9)$$

Avec

$$R_{cc}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(t)c(t + \tau)dt \quad (1.10)$$

La forme théorique de  $R_{fx}$  est donnée à la figure 1.14. On voit qu'il suffit d'intégrer sur une période de symbole  $T_S$  le produit de la séquence pseudo-aléatoire et le signal démodulé pour connaître le symbole envoyé (c.f. figure 1.13). En effet, sans rentrer dans de longues explications, les PN-codes possèdent la particularité d'avoir une inter-corrélation et une auto-corrélation quasi-nulle (sauf en 0). Celle-ci permet dans un système CDMA d'étaler l'interférence des autres utilisateurs (par le processus d'étalement spectral), et de pouvoir utiliser les composantes des signaux retardés par le phénomène multichemin (c.f. section 1.3) à l'aide d'un récepteur de Rake (voir les livres de Proakis<sup>[16]</sup> et Stuber<sup>[17]</sup> pour de plus amples explications sur ce type de récepteur) afin d'avoir un gain en diversité et une meilleure estimation du signal.

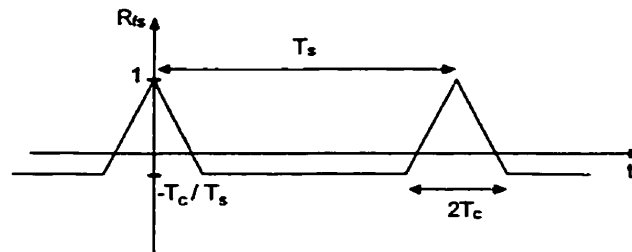


FIG. 1.14 – Séquence directe: Autocorrélation des signaux

Pourtant, l'utilisation de l'étalement spectral et des codes PN associés, si elle limite l'interférence entre les différents usagers, ne l'élimine pas totalement, notamment à cause du phénomène multi-chemin (c.f. section 1.3) qui nuit à l'orthogonalité des signaux et dégrade les caractéristiques vues plus haut. Pour limiter au maximum les interférences, on utilise le Contrôle de Puissance, que l'on notera CdP dans le reste du mémoire.

## 1.6 Contrôle de puissance sur le lien montant

On ne s'intéressera ici qu'au contrôle de puissance sur le lien montant puisque c'est ce dernier qui déterminera la forme générale des signaux reçus à la S.B. Le Contrôle de Puissance (CdP) a été introduit en particulier pour lutter contre le problème classique du *near-far effect*: si tous les mobiles émettaient vers la S.B. avec la même puissance, un mobile près de l'antenne (ou plus généralement possédant un canal à faible atténuation avec la S.B.) couvrirait le signal des mobiles éloignés ou ayant une liaison difficile avec la S.B. Pour éviter ce problème, on tente d'ajuster les puissances d'émissions des mobiles pour que ces derniers soient reçus avec la même puissance à la S.B. Enfin, pour maximiser le nombre d'utilisateurs, on fixe cette puissance cible afin d'obtenir le ratio énergie par bit sur densité de bruit total minimal  $(\frac{E_b}{N_0})_{min}$  que requiert la B.S pour pouvoir décoder le signal, car:

- Si  $(\frac{E_b}{N_0})_{recu} > (\frac{E_b}{N_0})_{min}$  les signaux de tout les mobiles seront reçus avec une bonne qualité, mais ils créent des interférences qui limitent leurs nombres.

- Si  $(\frac{E_b}{N_0})_{recu} < (\frac{E_b}{N_0})_{min}$  les signaux ne pourront être démodulés avec une qualité satisfaisante.

En définitive le CdP tente de minimiser la puissance totale échangée. Son fonctionnement est assuré de deux manières: par l'emploi d'une boucle ouverte et d'une boucle fermée.

### 1.6.1 CdP en boucle ouverte

Le CdP en boucle ouverte ajuste la puissance d'émission du mobile en estimant la perte qu'a subi le signal provenant de la S.B. (lien descendant) et est utilisé pour compenser les *variations lentes du signal*. Cet ajustement est fait en tenant compte d'une constante de calibration envoyée par la S.B. dépendant de facteurs tels que la taille de la cellule, le gain de l'antenne, et une estimation de l'interférence. Ce contrôle est rapide et profond: en quelques micro-secondes, on peut demander au signal de changer sa puissance d'émission de 85 dB ou plus (d'après la norme IS-95<sup>[4]</sup>). De plus, afin de limiter au maximum une émission trop forte du mobile qui produirait des interférences indésirables et réduirait son temps d'autonomie, l'ajustement de puissance est non linéaire:

- Si la puissance reçue de la S.B. diminue, on augmentera *lentement* la puissance d'émission du mobile car il est possible que la liaison descendante subisse l'effet d'un évanouissement mais que ce ne soit pas le cas pour la liaison montante. On évite ainsi la possibilité d'utiliser plus de puissance que nécessaire à la réception correcte du signal du mobile, et ainsi de générer des interférences superflues.
- Si la puissance reçue de la S.B. augmente soudainement on diminue *rapidement* la puissance d'émission du mobile afin qu'il ne soit pas reçu à la S.B. avec trop de puissance car on désire surtout limiter la puissance d'émission du mobile une fois encore afin de limiter les interférences superflues.

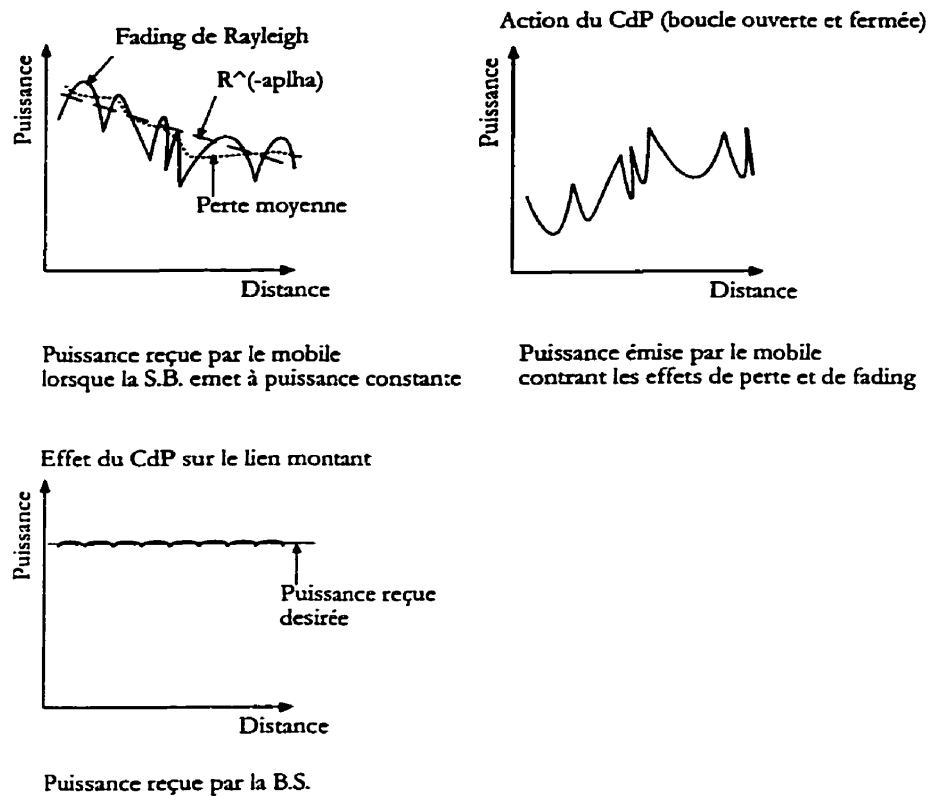


FIG. 1.15 – *Effet du Contrôle de Puissance sur le lien montant*

### 1.6.2 CdP en boucle fermée

La séparation spectrale des liens montants et descendants rend leurs caractéristiques multichemin indépendantes (c.f. section 1.3). Le CdP en boucle ouverte ne tient donc pas compte du phénomène multipath sur le lien montant. Afin de pouvoir contrer efficacement cet effet (principalement les évanouissements de Rayleigh), la S.B. mesure constamment le rapport signal à bruit du mobile, et lui envoie périodiquement (toutes les 1.25 ms) une commande binaire lui demandant d'augmenter ou de diminuer d'un pas pré-déterminé (environ 0.5 dB pour l'IS-95 et 1dB pour le CDMA 2000) sa puissance afin de maintenir le  $E_b/N_0$  à un seuil déterminé par le MTSO. Ce mode de fonctionnement nous indique que la puissance du mobile varie toujours de ce pas au cours du temps, et que nous n'obtiendrons jamais en pratique un signal constant. Il est à noter que le CdP en boucle fermée permettra

de contrer efficacement les évanouissements seulement si le mobile ne se déplace pas trop vite. Montrons le à travers un exemple volontairement simpliste: on suppose qu'un déplacement de  $d = 1m$  du mobile entraîne un fading  $F$  de 20 dB et que la correction possible de la boucle fermée est de  $\Delta_P = 0.5dB$  à chaque intervalle  $\Delta_t = 1.25ms$ . Pour que le fading soit compensé, la vitesse  $v$  du mobile doit satisfaire:

$$F \leq \frac{d}{v\Delta_t} \Delta_P \quad (1.11)$$

$$v \leq \frac{d\Delta_P}{F\Delta_t} \quad (1.12)$$

On trouve  $v_{max} = 20m/s$  ou  $72km/h$ . Les caractéristiques réelles des signaux et des calculs prenant mieux en compte le fonctionnement du contrôle de puissance (voir la norme IS-95 [4]) amènent une vitesse maximale conseillée de 150 km/h. L'article de Viterbi [23] caractérise les imperfections du CdP en présence d'un canal multichemins. Il est démontré que ces imperfections sont distribuées suivant une loi log-normale avec un écart-type environ égal à  $1dB$  pour un canal ne subissant pas d'évanouissement, et égal à  $2dB$  pour un canal sujet à ce phénomène. Pourtant des mesures faites sur le terrain [25] laissent suggérer que l'écart-type est mieux approché en moyenne par  $2.5dB$ , car le SNR demandé sera plus grand pour un phénomène multichemin excessif.

## 1.7 Conclusion et hypothèses retenues

Nous retiendrons donc de cette présentation générale du CDMA la structure cellulaire du réseau et la modélisation circulaire des zones de couvertures des cellules, les caractéristiques aléatoires du canal de propagation décrites par le modèle de Longley-Rice (section 1.3.4) et le phénomène multichemin, la limitation posée sur les interférences pour l'étalement spectral (section 1.5) plutôt que sur la bande passante, et la nécessité d'un contrôle de puissance (section 1.6), dont les imperfections (en dB) sont approchées par une loi normale d'écart-type approximativement égal à

**2.5dB.** A partir de ces notions nous allons pouvoir modéliser et évaluer la capacité d'un tel réseau.



## CHAPITRE 2

### CAPACITÉ UNICELLULAIRE

A l'aide des notions vues dans le chapitre précédent nous nous proposons d'évaluer la capacité d'une cellule isolée d'un réseau CDMA. Dans un premier temps, en s'appuyant sur le raisonnement fait dans le livre de Lee et Miller<sup>[12]</sup>, la capacité cellulaire du réseau dans un cas déterministe sans tenir compte du bruit thermique  $N_0$  va être exprimée. Nous évoquerons alors les phénomènes liés au contrôle de puissance et leur répercussion au niveau de la capacité: nous introduirons le phénomène de blocage sur le lien montant (un tel phénomène existe également pour le lien descendant et a été étudié dans le mémoire de maîtrise de Steve Tsang Kwong U<sup>[30]</sup>). Nous utiliserons l'approche de l'article de Viterbi<sup>[22]</sup> et cela nous amènera à formuler une expression probabiliste de la capacité, et à calculer les deux premiers moments de la variable aléatoire concernée. Nous introduirons alors différents modèles de répartition des mobiles et une nouvelle expression du contrôle de puissance afin de mieux tenir compte de ses imperfections.

#### 2.1 Capacité idéale d'un système CDMA

##### 2.1.1 Capacité en fonction du facteur d'étalement

Il est possible de modéliser un système CDMA parfait et unicellulaire comme suit: le contrôle de puissance agit en sorte que le SNR (Signal-to-Noise Ratio) d'un mobile reçu à la S.B. soit constant (c.f. section 1.6) et permette un traitement satisfaisant du signal. Soit  $S = RE_b$  la puissance d'un mobile telle que reçue à la S.B. et  $I = W\mathcal{N}$ , l'interférence totale, avec  $R$  le taux de transmission de bits par seconde,  $E_b$  l'énergie d'un bit,  $W$  la largeur de bande, et  $\mathcal{N}$ , la densité spectrale de

puissance (DSP) d'interférence totale. On a donc :

$$\frac{S}{I} = \frac{E_b}{N_i} R/W \quad (2.1)$$

Dorénavant nous désignerons le SNR par la fraction  $\frac{E_b}{N_i} = \gamma$ . Si on considère que les seules interférences proviennent des autres usagers de la cellule (en négligeant donc le bruit thermique ainsi que les interférences dues aux usagers des autres cellules), et que le contrôle de puissance est parfait, alors chaque mobile sera reçu à la puissance  $S$  et la valeur cible du SNR sera atteinte:  $\frac{E_b}{N_i} = \gamma_0$ . Si on suppose la présence de  $M$  mobiles dans la cellule,  $I$  s'écrit :

$$I = S(M - 1) \quad (2.2)$$

En remplaçant  $I$  par cette expression dans l'équation précédente, on obtient le nombre maximal de mobiles  $M$  admissible dans la cellule:

$$\frac{S}{I} = \frac{1}{M - 1} \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{M - 1} = \frac{E_b}{N_i} R/W \quad (2.4)$$

$$M = \frac{W}{R} \frac{1}{\gamma_0} + 1 \quad (2.5)$$

La capacité théorique d'un système CDMA est donc une fonction affine du facteur d'étalement spectral  $W/R$ . Les valeurs numériques du système actuel sont:  $\gamma_0 = 7dB$  et  $W/R = 128$ . On trouve donc:

$$M = \lfloor \frac{128}{10^{0.7}} + 1 \rfloor = 27 \quad (2.6)$$

Notons qu'en négligeant le bruit thermique, l'expression de la capacité ne dépend pas de la puissance  $S$  reçue du mobile. Nous pourrions donc théoriquement utiliser une puissance proche de zéro. Nous verrons ultérieurement que la présence du bruit

thermique fixe la valeur de la puissance et que celle-ci devient infinie si on cherche à atteindre le nombre défini par l'équation 2.5.

### 2.1.2 Estimation de la capacité tenant compte des autres particularités du CDMA

Le système CDMA a été toutefois conçu de façon à exploiter au maximum les caractéristiques des signaux et à obtenir une capacité optimale. Il est donc nécessaire de modifier l'équation 2.5.

#### 2.1.2.1 Utilisation des caractéristiques de la voix

L'étude menée par Padovani <sup>[19]</sup> a montré qu'une conversation téléphonique était surtout constituée de silence! Le traitement numérique de la voix utilisé en CDMA permet de tirer avantage de cette situation et de réduire la transmission de bits pendant les périodes de silence d'un des interlocuteurs. On peut associer à chaque utilisateur une variable aléatoire (V.A.) de Bernoulli  $\nu_i$  de moyenne  $\alpha = 0.4$  <sup>[19]</sup> modélisant l'activité ou l'absence d'activité de ce dernier et la transmission de bits passe en moyenne de  $R$  à  $\alpha R$ . L'équation de capacité 2.5 est augmentée de ce facteur et devient donc:

$$M = \frac{W}{\alpha R} \frac{1}{E_b/N_t} + 1 \quad (2.7)$$

#### 2.1.2.2 Sectorisation des antennes

L'emploi d'antennes sectorisées à la S.B. permet de réduire l'interférence reçue d'un facteur approximativement égal au nombre de secteurs créés. En pratique *les secteurs se recouvrent à leurs frontières* et pour une tri-sectorisation classique, on obtient une diminution de l'interférence d'un facteur  $G \simeq 2.55$  (c.f. le livre de Lee & Miller <sup>[12]</sup>) pour une répartition uniforme des mobiles. Modifions une fois encore l'équation de la capacité par ce facteur:

$$M = \frac{GW}{\alpha R} \frac{1}{E_b/N_t} + 1 \quad (2.8)$$

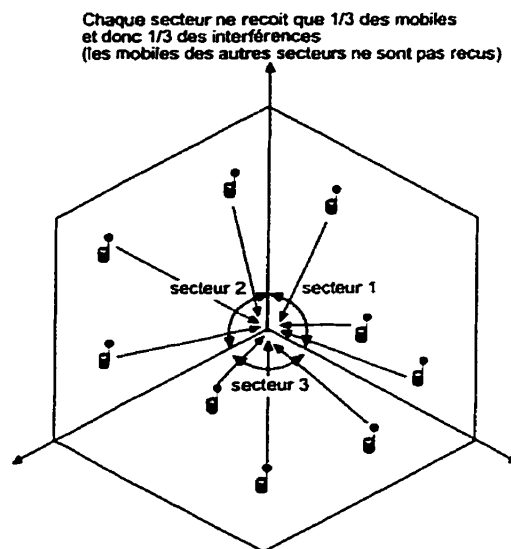


FIG. 2.1 – Illustration d'une tri-sectorisation avec  $M = 9$

### 2.1.2.3 Influence des autres cellules

Toute notre analyse était jusqu'à présent fondée sur un système uni-cellulaire. Les mobiles des autres cellules du réseau CDMA produisent pourtant des interférences reçues à la S.B. considérée. Le calcul effectif de ces interférences sera traité dans le prochain chapitre. Admettons pour l'instant que l'interférence des autres cellules est égale à une fraction  $\xi$  de celle générée par les mobiles appartenant à la cellule considérée. Le calcul de la capacité devient:

$$M = \frac{W}{R} \frac{1}{E_b/N_t} \frac{G}{(1 + \xi)\alpha} + 1 \quad (2.9)$$

On trouve comme valeur numérique  $M \simeq 108$  si on choisit  $\xi = 50\%$ . C'est ici que le CDMA laisse deviner tout son potentiel. En effet dans un système FDMA ana-

logique conventionnel, il faut satisfaire un SNR  $\frac{C}{I} > 18dB$  (évidemment plus grand que pour le CDMA car il n'y a pas le facteur d'étalement), et cela ne peut être accompli que si les cellules adjacentes n'utilisent pas les mêmes fréquences. La solution standard est de répartir les fréquences disponibles dans un agrégat de 7 cellules, et on réduit *de facto* la capacité d'un facteur 7. Dans un système CDMA la question de la réutilisation des fréquences ne se pose pas et la majorité des interférences proviennent des mobiles de la cellule même.

Les calculs présentés ici sont toutefois simplistes, et les résultats ne doivent être compris que comme un ordre de grandeur des performances d'un système réel car ils s'appuient sur le respect du SNR et ils supposent un contrôle de puissance parfait, l'absence de bruit thermique et une interférence des autres cellules fondée sur une hypothèse de cellules équilibrées au niveau des usagers.

## 2.2 Stabilité du contrôle de puissance et notion de blocage

Pour que le contrôle de puissance puisse fonctionner, les valeurs de la puissance du mobile ne doivent pas excéder un certain niveau, car cela entraînerait une instabilité dans la boucle de contrôle. Pour plus de simplicité, nous allons le démontrer dans le cas uni-cellulaire non sectorisé, sans tenir compte du facteur de la voix et en supposant que le contrôle de puissance est parfait. Les résultats dans le cas général déterministe (c.f. équation 2.9) pourront s'obtenir simplement par multiplication des facteurs adéquats.

### 2.2.1 Puissance exigée du mobile

Soit  $\gamma_0 = 7dB$  la valeur de SNR que le contrôle de puissance essaye de maintenir pour  $M$  usagers. Si l'on tient compte cette fois-ci du bruit thermique  $N_0$  le SNR s'écrit:

$$\frac{E_b}{N_f} = \frac{E_b}{E_b \frac{R}{W} (M - 1) + N_0} = \gamma_0 \quad (2.10)$$

Où  $W$  est la largeur de bande. On peut donc trouver la valeur du ratio Énergie par bit et Bruit thermique en fonction du nombre d'utilisateurs  $M$ :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\gamma_0}{1 - (M - 1)\gamma_0 R/W} \quad (2.11)$$

Il est évident que pour  $M = M_p = \frac{W}{R}\gamma_0^{-1} + 1$  l'énergie demandée à l'utilisateur devient infinie.  $M_p$  est la valeur pôle de la capacité en terme d'utilisateurs et correspond précisément à la valeur trouvée en négligeant le bruit thermique dans le chapitre précédent (c.f. équation 2.5). Une explication qualitative de ce phénomène est la suivante: en présence d'un bruit thermique, le contrôle de puissance demande une augmentation de la puissance d'émission des mobiles à l'arrivée d'un nouvel utilisateur afin de préserver le seuil imposé sur le SNR. Lorsque la densité d'interférence totale  $\mathcal{N}$ , est telle que la contribution du bruit thermique  $N_0$  est négligeable ( $\mathcal{N} > 10N_0$ ), toute légère amélioration du rapport signal sur bruit devient très coûteuse en terme d'énergie et l'on s'approche essentiellement d'une zone d'insensibilité. Nous verrons plus loin qu'à l'approche d'une telle configuration, la cellule sera considérée en état de blocage.

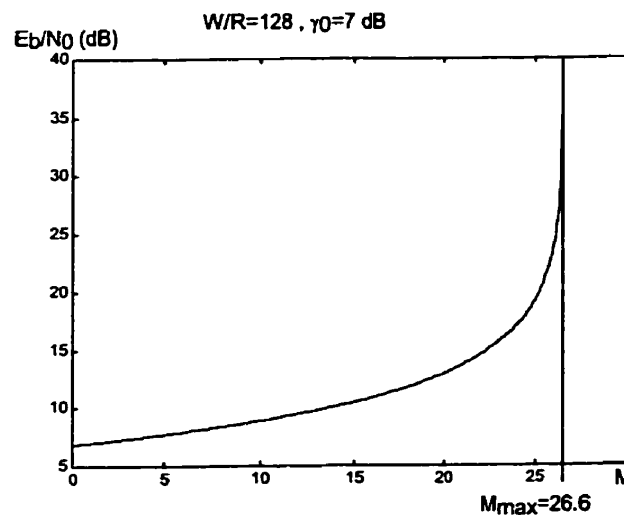


FIG. 2.2 -  $E_b/N_0$  exigé d'un mobile en fonction du nombre total d'utilisateurs

### 2.2.2 Condition de blocage

Afin d'éviter d'avoir un point de fonctionnement au voisinage de  $M_p$ , ce qui se traduirait par des variations brutales des demandes de puissance au mobile et l'épuisement prématuré de la réserve d'énergie de ce dernier ainsi qu'une génération superflue d'interférences, on fixe une condition à l'admission d'un nouveau mobile au sein de la cellule: l'interférence totale  $I$  perçue à la S.B. ne devra pas dépasser  $\eta^{-1} \approx 10$  fois la valeur du bruit thermique  $N_0$ . Cette condition s'appelle la condition de blocage. En effet si elle n'est pas respectée on refusera de prendre en charge le mobile. Il est donc requis que:

$$I \leq \eta^{-1} N_0 W \quad (2.12)$$

Nous pouvons exprimer cette inégalité en fonction de  $E_b/N_0$ :

$$(M - 1)RE_b + N_0W \leq \eta^{-1} N_0W \quad (2.13)$$

$$(M - 1)RE_b^{max} + N_0W = \eta^{-1} N_0W \quad (2.14)$$

$$\frac{E_b^{max}}{N_0} = (\eta^{-1} - 1) \frac{W}{R} \frac{1}{M - 1} \quad (2.15)$$

En substituant l'expression de  $\frac{E_b^{max}}{N_0}$  dans l'équation 2.11, nous trouvons le nombre maximum de mobiles  $M_{max}$  respectant la stabilité du contrôle de puissance:

$$(\eta^{-1} - 1) \frac{W}{R} \frac{1}{M_{max} - 1} = \frac{\gamma_0}{1 - (M_{max} - 1)\gamma_0 R/W} \quad (2.16)$$

$$M_{max} = \frac{1 - \eta}{\gamma_0} \frac{W}{R} + 1 \quad (2.17)$$

$$M_{max} \approx M_p(1 - \eta) \quad (2.18)$$

La figure 2.3 nous montre que la condition de blocage limite les variations trop grandes de puissance du mobile à un seuil acceptable ( $\frac{E_b^{max}}{N_0} = 50$  pour  $\eta^{-1} = 10$ ,  $W/R = 128$  et  $\gamma_0 = 7dB$ ). Il apparaît ici que le respect de la condition de blocage est une *condition suffisante* pour le respect de la valeur du SNR. Il faut

donc considérer l'équation 2.9 pondérée par les facteurs de voix et de sectorisation comme une *borne supérieure* de la capacité réelle de la cellule.

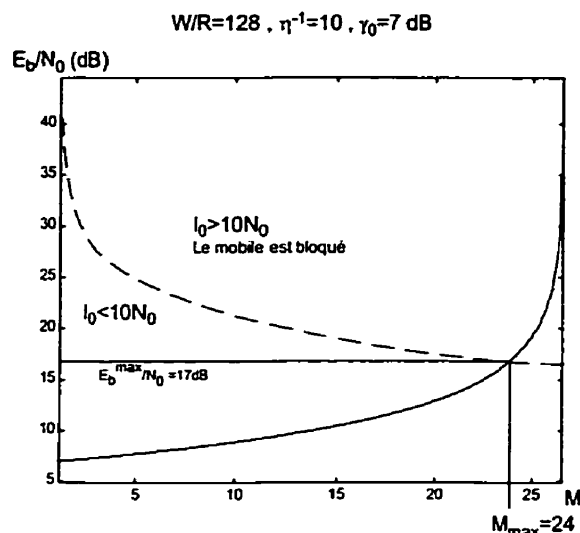


FIG. 2.3 – Condition de blocage assurant la stabilité du contrôle de puissance

### 2.3 Évaluation probabiliste de la condition de blocage

La nécessité d'imposer une limite à l'interférence totale a été démontrée et a conduit à introduire la notion de blocage. Un réseau CDMA n'alloue pas de ressources fixes à chaque usager (comme c'est le cas pour le FDMA ou le TDMA). La capacité d'un tel réseau ne dépend donc pas seulement du nombre d'utilisateurs mais aussi des interférences qu'ils génèrent. L'ensemble des grandeurs en jeu peut être modélisé par des variables aléatoires (dénotées V.A.), et la capacité en Erlangs d'un réseau CDMA peut être définie comme la *valeur moyenne de trafic tolérée pour une valeur donnée de la probabilité de blocage du réseau*.

#### 2.3.1 Contrôle de Puissance imparfait

Le mécanisme de contrôle de puissance en CDMA n'est pas à même d'effectuer une égalisation parfaite du SNR des mobiles qu'une cellule administre, principale-



ment à cause des phénomènes d'évanouissement dans le canal de propagation (voir section 1.3). Nous allons exprimer ces imperfections en modélisant la puissance d'un mobile par une V.A. Des mesures faites sur le terrain ont montré qu'en dépit du contrôle de puissance, celle d'un mobile reçue à la S.B. exprimée en dB suit approximativement une loi normale (voir l'article de Viterbi <sup>[22]</sup>) (c.f. section 1.6.2). On a donc:

$$S(dB) = 10 \log_{10} S = m_{S(dB)} + \sigma_{S(dB)} N(0,1) \quad (2.19)$$

Et  $S$  se modélise donc par une loi log-normale (voir Annexe I):

$$S = 10^{(m_{S(dB)} + \sigma_{S(dB)} N(0,1))/10} \quad (2.20)$$

$$= e^{\beta(m_{S(dB)} + \sigma_{S(dB)} N(0,1))} \quad (2.21)$$

avec  $\beta = e^{\ln(10)/10}$ .

### 2.3.2 Probabilité de blocage et capacité

Nous allons tenir compte ici de la modélisation probabiliste des différentes variables afin d'obtenir la probabilité de blocage dans une cellule CDMA. La puissance totale reçue à la S.B. peut s'écrire:

$$I = \sum_{i=1}^k \nu_i S_i + N_0 W \quad (2.22)$$

avec

- $k$  est le nombre d'utilisateurs présents dans la cellule. C'est un processus de naissance et de mort avec un taux  $\lambda$  de naissance et  $\frac{1}{\mu}$  est la durée moyenne des messages. Lorsque l'équilibre statistique est atteint  $k$  se comporte comme une V.A. de Poisson de paramètre  $\lambda/\mu$ , i.e.  $P[k = l] = e^{-\lambda/\mu} \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!}$ . De facto, on modélise donc le système comme une file d'attente  $M/M/\infty$
- $\nu_i$  représente l'activité de la voix de l'utilisateur  $i$  et est modélisée par une

V.A. de Bernoulli de paramètre  $\alpha$ , i.e.  $P[\nu_i = 1] = \alpha$  et  $P[\nu_i = 0] = 1 - \alpha$ .

- $S_i$  est la puissance de l'utilisateur  $i$  reçue à la S.B. et est modélisée par une V.A. log-normale (c.f. section 2.3.1).

La probabilité de blocage pour un éventuel  $(k+1)^{eme}$  utilisateur s'écrit donc, sachant que  $\mathcal{N}_i = \frac{I}{W}$  est la densité spectrale de l'interférence totale :

$$P_{bloc} = P[I > \eta^{-1} N_0 W] = P[\mathcal{N}_i > \eta^{-1} N_0] \quad (2.23)$$

En reprenant Viterbi<sup>[22]</sup>, nous manipulons l'inégalité ci-dessus en vue de retrouver les expressions des  $E_b^{(i)}/\mathcal{N}_i$  de chaque usager:

$$\frac{I}{R\mathcal{N}_i} = \sum_{i=1}^k \nu_i \frac{E_b^{(i)}}{\mathcal{N}_i} + \frac{N_0}{\mathcal{N}_i} W/R \quad (2.24)$$

$$\sum_{i=1}^k \nu_i \frac{E_b^{(i)}}{\mathcal{N}_i} = \frac{W}{R} \left(1 - \frac{N_0}{\mathcal{N}_i}\right) \quad (2.25)$$

Si on note  $\epsilon_i = \frac{E_b^{(i)}}{\mathcal{N}_i}$  les SNR de chaque usager,  $\eta' = \frac{N_0}{\mathcal{N}_i}$  le rapport entre le bruit thermique et l'interférence totale, on obtient pour  $P_{bloc}$ :

$$P_{bloc} = P[\eta^{-1'} > \eta^{-1}] = P\left[\frac{W}{R}(1 - \eta') > \frac{W}{R}(1 - \eta)\right] \quad (2.26)$$

$$P_{bloc} = P\left[\sum_{i=1}^k \nu_i \epsilon_i > \frac{W}{R}(1 - \eta)\right] \quad (2.27)$$

Viterbi<sup>[22]</sup> obtiennent pour  $P_{bloc}$  la formule compacte:

$$P_{bloc} = P\left[Z > \frac{W}{R}(1 - \eta)\right] \quad (2.28)$$

avec  $Z = \sum_{i=1}^k \nu_i \epsilon_i$  la somme pondérée des SNR. Nous pouvons donc définir la capacité d'une cellule comme suit:

**Definition 2.3.2.1** *La capacité en Erlangs d'une cellule d'un réseau CDMA est la valeur moyenne de trafic  $E[k] = \frac{\lambda}{\mu}$  au dessus de laquelle la probabilité de blocage maximale acceptée est dépassée.*

## 2.4 Outils mathématiques

Ici se pose le problème de la modélisation probabiliste des  $\epsilon_i$  et de  $Z$ . Nous utiliserons essentiellement deux résultats:

– **Le théorème de la limite centrale et son corollaire:**

**Théorème 2.4.0.2** *Soit  $Y$  la somme de  $n$  V.A.  $X$  indépendantes et identiquement distribuées. Alors si  $n$  tend vers l'infini,  $Y$  tend vers une V.A. gaussienne de moyenne  $m = n * E[X]$  et de variance  $\sigma^2 = nVar(X)$ .*

**Corollaire 2.4.0.3** *Si  $n$  est suffisamment grand on peut approcher la probabilité  $P[Y > y]$  par  $Q(\frac{y-E[Y]}{\sqrt{Var(Y)}}$*

– **L'approximation log-normale:**

**Proposition 2.4.0.4** *Si  $Z$  est la somme de  $n$  V.A. log-normales, alors  $Z$  est approximativement log-normale. (Voir Annexe II)*

### 2.4.1 Modélisation classique des $\epsilon_i$

Les résultats de l'Annexe I seront utilisés ici pour justifier la modélisation log-normale des  $\epsilon_i$  introduite par l'article de Viterbi<sup>[22]</sup>. Les  $\epsilon_i$  sont définis comme le rapport entre une puissance log-normale et une somme de puissances log-normales pondérées par un facteur égal à 0 ou 1. En utilisant la proposition 2.4.0.4, la somme peut être approchée par une V.A. log-normale. Les  $\epsilon_i$  sont donc un rapport entre deux log-normales que l'on considère comme indépendantes (on peut supposer que la somme inclut suffisamment de termes indépendants) et il est possible de démontrer que le rapport de deux log-normales indépendantes est une V.A. log-normale (voir

Annexe I). Comme  $\epsilon_i$  provient de la puissance d'un utilisateur  $S$  (c.f. équation 2.19), on le définit comme:

$$\epsilon_i(dB) = m_{dB} + \sigma_{dB}N(0,1) \quad (2.29)$$

$$\epsilon_i = e^{\beta m_{dB} + \beta \sigma_{dB}N(0,1)} \quad (2.30)$$

avec  $\beta = \ln(10)/10$ , et  $m_{dB}$  et  $\sigma_{dB}$  respectivement la moyenne et l'écart-type de la gaussienne  $\epsilon_i(dB)$ .

#### 2.4.2 Modélisation dépendante de la distance des $\epsilon_i$

Au meilleur de nos connaissances, la modélisation proposée dans cette section est nouvelle: nous supposons que les puissances reçues des mobiles dépendent statistiquement de leurs distances à la S.B. En effet la boucle de contrôle de puissance aura un retard proportionnel à cette distance et les échos du signal émis seront d'autant plus nombreux. Ainsi la boucle ouverte parviendra-t-elle à maintenir une puissance moyenne adéquate, mais les exigences sur la commande de puissance en boucle fermée deviennent beaucoup plus élevées. Viterbi dans son article sur les performances du CdP<sup>[23]</sup> estime que la variance du signal varie de 1 à 2 dB entre un mobile ne subissant pas d'évanouissement et un mobile sujet à ce phénomène. En présumant que les phénomènes d'évanouissements se font plus marqués et plus difficile à compenser avec l'éloignement, nous optons pour un modèle *faisant varier linéairement la variance de la puissance en dB ( $\sigma_i$ ) avec la distance ( $r_i$ )*. Le rapport de puissance du mobile  $i$ ,  $\epsilon_i$ , suit maintenant une loi log-normale modifiée:

$$\epsilon_i = e^{\beta(m_{dB} + \sigma_i N(0,1))} \quad (2.31)$$

$$\beta = \ln(10)/10 \quad (2.32)$$

$$\sigma_i = A + B r_i \quad (2.33)$$

$A$  et  $B$  sont des constantes,  $N(0,1)$  est la loi normale centrée réduite, et  $r_i$  est la distance entre le mobile  $i$  et la S.B. Nous considérerons trois hypothèses distinctes quant à la répartition spatiale des mobiles: tout d'abord on modélisera  $r_i$  comme une V.A. uniforme entre 0 et  $R$  le rayon de couverture de la cellule, cette hypothèse revient à supposer une répartition des mobiles centrée sur la B.S.; ensuite nous supposerons une répartition uniforme des mobiles sur la surface de couverture de la cellule, i.e.  $r_i$  aura comme densité de probabilité  $\frac{2r_i}{R^2}$  pour  $r_i \in [0,R]$ ; et finalement nous utiliserons le modèle gaussien tronqué de répartition des mobiles sur la surface de la cellule introduit dans l'article de Mandayam<sup>[26]</sup> pour l'évaluation numérique de la capacité:

$$\rho(r_i) = \omega \frac{e^{-\omega r_i^2}}{\pi(1 - e^{-\omega R^2})} \quad \forall r_i < R \quad (2.34)$$

$\omega$  est un indice qui traduit la répartition générale des mobiles:

- Si  $\omega < 0$  les mobiles seront concentrés vers la frontière de la cellule. Lorsque  $\omega$  tend vers  $+\infty$ ,  $E[r_i] = R$ ,  $Var(r_i) = 0$ .
- $\lim_{\omega \rightarrow 0} \rho(r_{k,l}^i) = \frac{1}{\pi R^2}$  les mobiles sont répartis uniformément
- Si  $\omega > 0$  les mobiles sont concentrés autour de la S.B. Lorsque  $\omega$  tend vers  $-\infty$ ,  $E[r_i] = 0$ ,  $Var(r_i) = 0$

### 2.4.3 Modélisation de $Z$

La V.A.  $Z$  apparaît dans l'équation 2.28 comme une somme de log-normales pondérées par des V.A. de Bernoulli. Les valeurs des V.A. de Bernoulli étant 0 ou 1, on peut simplement considérer que  $Z$  est une somme aléatoire de log-normales. Nous supposerons dans un premier temps que le nombre d'utilisateurs est suffisamment grand pour appliquer le théorème de la limite centrale, toutefois le nombre de termes de la somme pouvant varier et être suffisamment petit pour que l'approximation gaussienne soit hasardeuse, nous effectuerons dans un deuxième temps les calculs en

optant pour l'approximation log-normale de  $Z$ . Les deux approximations requièrent la connaissance de la moyenne et variance de la variable  $Z$ .

## 2.5 Modélisation classique: calcul des moments de $Z$ avec $\epsilon_i$

### 2.5.1 Calcul de $E[Z]$

Vu l'indépendance des V.A  $Z$ ,  $k$ ,  $\nu_i$  et  $\epsilon_i$ :

$$E[Z] = E[k]E[\nu_i]E[\epsilon_i] \quad (2.35)$$

$$E[\epsilon_i] = E[e^{\beta m_{dB} + \beta \sigma_{dB} N(0,1)}] \quad (2.36)$$

$$E[\epsilon_i] = e^{\beta m_{dB}} E[e^{\beta \sigma_{dB} N(0,1)}] \quad (2.37)$$

On reconnaît que  $e^{\beta m_{dB}}$  est la médiane de  $\epsilon_i$ , que l'on notera  $\epsilon_{med}$ . Les valeurs moyennes de  $k$  et  $\nu_i$  sont respectivement  $\frac{\lambda}{\mu}$  et  $\alpha$ , et il vient:

$$E[Z] = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med} E[e^{\beta \sigma_{dB} N(0,1)}] \quad (2.38)$$

Comme la fonction génératrice d'une gaussienne est  $E[e^{uN(0,1)}] = e^{\frac{u^2}{2}}$  nous obtenons finalement:

$$E[Z] = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med} e^{\frac{(\beta \sigma_{dB})^2}{2}} \quad (2.39)$$

Nous retrouvons bien l'expression utilisée par Viterbi dans l'article [22].

### 2.5.2 Calcul de $E[Z^2]$ et $Var(Z)$

Le calcul s'effectue en conditionnant sur  $k$ :

$$E[Z^2] = E_k[E[Z^2/k]] = E_k\left[\sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k E[\nu_i \nu_j \epsilon_i \epsilon_j]\right] \quad (2.40)$$

$$= E_k[kE[\nu_i^2 \epsilon_i^2] + k(k-1)E[\nu_i \epsilon_i]^2] \quad (2.41)$$

$$= E_k[k(E[\nu_i^2 \epsilon_i^2] - E[\nu_i \epsilon_i]^2) + k^2(E[\nu_i \epsilon_i]^2)] \quad (2.42)$$

$$= E[k]Var(\nu_i \epsilon_i) + E[k^2]E[\nu_i \epsilon_i]^2 \quad (2.43)$$

Comme  $k$  est une V.A. de Poisson  $Var(k) = E[k] = \lambda/\mu$ . Utilisons cette propriété pour calculer  $Var(Z)$ :

$$Var(Z) = E[Z^2] - E[Z]^2 = E[k]Var(\nu_i \epsilon_i) + (E[k^2] - E[k]^2)E[\nu_i \epsilon_i]^2 \quad (2.44)$$

$$= E[k]Var(\nu_i \epsilon_i) + Var(k)E[\nu_i \epsilon_i]^2 \quad (2.45)$$

$$= E[k](Var(\nu_i \epsilon_i) + E[\nu_i \epsilon_i]^2) \quad (2.46)$$

$$= E[k]E[\nu_i^2 \epsilon_i^2] \quad (2.47)$$

De plus on remarque la propriété suivante de la V.A. de Bernoulli:  $E[\nu_i] = E[\nu_i^2] = \alpha$ . Ajoutons que  $\nu_i^2$  est indépendant de  $\epsilon_i^2$  et l'on obtient une expression simple de  $Var(Z)$ :

$$Var(Z) = \alpha \frac{\lambda}{\mu} E[\epsilon_i^2] \quad (2.48)$$

$E[\epsilon_i^2]$  se calcule en invoquant les mêmes arguments que pour la moyenne:

$$E[\epsilon_i^2] = E[e^{2\beta(m_{dB} + \sigma_{dB}N(0,1))}] \quad (2.49)$$

$$= e^{2\beta m_{dB}} E[e^{2\beta \sigma_{dB}N(0,1)}] \quad (2.50)$$

$$= \epsilon_{med}^2 e^{2(\beta \sigma_{dB})^2} \quad (2.51)$$

L'expression de  $Var(Z)$  est donc:

$$Var(Z) = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med}^2 e^{2(\beta \sigma_{dB})^2} \quad (2.52)$$

### 2.5.3 Récapitulation

Nous avons retrouvé les résultats présentés dans l'article de Viterbi<sup>[22]</sup> pour la modélisation classique des  $\epsilon_i$ :

$$E[Z] = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med} e^{\frac{(\beta \sigma_{dB})^2}{2}} \quad (2.53)$$

$$Var(Z) = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med}^2 e^{2(\beta \sigma_{dB})^2} \quad (2.54)$$

Avec

- $\alpha$  le facteur de la voix
- $\frac{\lambda}{\mu}$  le trafic moyen dans la cellule
- $\epsilon_{med}$  la valeur médiane de  $\epsilon_i$
- $\sigma_{dB}$  l'écart-type moyen de  $\epsilon_{dB}$
- $\beta = \frac{\ln(10)}{10}$

## 2.6 Modélisation dépendante de la distance: calcul des moments de $Z$ avec $\epsilon_i$

$E[Z]$  et  $Var(Z)$  vont être calculés pour la modélisation de  $\epsilon_i$  dépendante de la distance dans les hypothèses de répartitions uniforme sur le rayon et uniforme sur la surface des mobiles décrites à la section 2.4.2, ainsi qu'une répartition gaussienne tronquée.

### 2.6.1 Calcul de $E[Z]$

Nous avons choisi de donner à  $r_i$  soit un caractère aléatoire entre 0 et  $R$  (où  $R$  est le rayon de couverture de la cellule) qui est soit uniforme sur le rayon, soit uniforme sur la surface de la cellule. En utilisant l'hypothèse d'indépendance de  $k$ ,



$\nu_i$  et  $\epsilon_i$  il vient:

$$E[Z] = E[k]E[\nu_i]E[\epsilon_i] \quad (2.55)$$

$$E[\epsilon_i] = E[e^{\beta m_{db} + \beta(A + Br_i)N(0,1)}] \quad (2.56)$$

$$E[\epsilon_i] = e^{\beta m_{db}} E[e^{\beta(A + Br_i)N(0,1)}] \quad (2.57)$$

Posons:

$$X = e^{\beta(A + Br_i)N(0,1)} \quad (2.58)$$

On obtient:

$$E[Z] = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med} E[X] \quad (2.59)$$

Pour effectuer le calcul, il faut conditionner la V.A  $X$  par  $r_i$ .

### 2.6.1.1 Conditionnement sur $r_i$

$$E[X] = E[e^{\beta(A + Br_i)N(0,1)}] \quad (2.60)$$

Or:

$$E[X] = E[E[X/r_i]] \quad (2.61)$$

$$E[X/r_i] = e^{\frac{\beta(A + Br_i)^2}{2}} \quad (2.62)$$

En effet, on sait que:

$$E[e^{uN(0,1)}] = e^{\frac{u^2}{2}} \quad (2.63)$$

D'où:

$$E[X] = E[e^{\frac{\beta^2(A + Br_i)^2}{2}}] \quad (2.64)$$

Sous l'hypothèse de répartition uniforme des mobiles sur le rayon de la cellule, l'espérance en 2.64 se calcule comme suit:

$$E[X] = \int_0^R \frac{1}{R} e^{\beta^2(A+Br_i)^2/2} dr_i \quad (2.65)$$

Si on pose  $u = \frac{\beta(A+Br_i)}{\sqrt{2}}$ , on peut réécrire l'intégrale comme:

$$E[X] = \frac{\sqrt{2}}{\beta BR} \int_{\frac{\beta A}{\sqrt{2}}}^{\frac{\beta(A+BR)}{\sqrt{2}}} e^{u^2} du \quad (2.66)$$

$$= C \int_{K_0}^{K_R} e^{u^2} du \quad (2.67)$$

$$(2.68)$$

Dans notre cas, les valeurs de  $K_0$  et  $K_R$  sont respectivement environ égale à 0.3 et 0.5. Il est possible d'obtenir un développement de  $\int_0^x e^{t^2} dt$  pour  $x \ll 1$ :

$$\int_0^x e^{t^2} dt = \int_0^x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^{2k}}{k!} dt \quad (2.69)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)} \quad (2.70)$$

Désignons la somme partielle  $\sum_{k=0}^n \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)}$  à l'ordre  $2n+1$  par  $I^{(n)}(x)$ . On obtient donc un approximation asymptotique pour  $E[X]$ :

$$E[X] \simeq CI^{(n)}(x)|_{K_0}^{K_R} \quad (2.71)$$

Et pour  $E[Z]$ :

$$E[Z] \simeq \alpha \epsilon_{med} \frac{\lambda}{\mu} CI^{(n)}(x)|_{K_0}^{K_R} \quad (2.72)$$

**Sous l'hypothèse de répartition uniforme des mobiles sur la surface de la cellule, l'espérance en 2.64 se calcule comme suit:**

$$E[X] = \int_0^R \frac{2r_i}{R^2} e^{\beta^2(A+Br_i)^2/2} dr_i \quad (2.73)$$

On obtient après calcul:

$$E[X] = [C^2 e^{x^2} - \frac{2CA}{BR} I^{(n)}(x)] \Big|_{K_0}^{K_R} \quad (2.74)$$

Et donc pour  $E[Z]$ :

$$E[Z] = \alpha \epsilon_{med} \frac{\lambda}{\mu} [C^2 e^{x^2} - \frac{2CA}{BR} I^{(n)}(x)] \Big|_{K_0}^{K_R} \quad (2.75)$$

Sous l'hypothèse de répartition gaussienne des mobiles sur la surface de la cellule, l'espérance en 2.64 s'exprime sous forme intégrale comme :

$$E[X] = \int_0^{2\pi} \int_0^R e^{\beta^2(A+Br_i)^2/2} \omega \frac{e^{-\omega r_i^2}}{\pi(1-e^{-\omega R^2})} r_i d\theta dr_i \quad (2.76)$$

On obtient après calcul:

$$E[X] = \frac{de^a}{2c} [e^{bx+cx^2} - \frac{be^{-\frac{b^2}{4c}}}{\sqrt{c}} I^{(n)}(\frac{b+2cx}{2\sqrt{c}})] \Big|_0^R \quad (2.77)$$

Avec

- $d = \frac{2\omega}{R^2(1-e^{-\omega})}$
- $a = \frac{(\beta A)^2}{2}$
- $b = \beta^2 AB$
- $c = \frac{(\beta B)^2}{2} - \frac{\omega}{R^2}$

### 2.6.2 Calcul de $Var(Z)$

Reprenons l'équation 2.48, qui ne fait pas de supposition sur la nature des  $\epsilon_i$ :

$$Var(Z) = \alpha \frac{\lambda}{\mu} E[\epsilon_i^2] \quad (2.78)$$

Il nous faut donc calculer le deuxième moment de la log-normale modifiée. Grâce à la forme exponentielle le calcul ne diffère pratiquement pas de celui de  $E[\epsilon_i]$ :

$$E[\epsilon_i^2] = E[e^{2\beta m_{db} + 2\beta(A+Br_i)N(0,1)}] \quad (2.79)$$

$$= \epsilon_{med}^2 E[X'] \quad (2.80)$$

Avec  $X' = e^{2(\beta(A+Br_i))^2}$ , les calculs sont à peu près les mêmes et on obtient respectivement pour  $E[X']$  et  $Var(Z)$ :

**Pour une répartition uniforme sur le rayon de la cellule**

$$E[X'] = \frac{C}{2} I^{(n)}(x) \Big|_{2K_0}^{2K_R} \quad (2.81)$$

$$Var(Z) = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med}^2 \frac{C}{2} I^{(n)}(x) \Big|_{2K_0}^{2K_R} \quad (2.82)$$

**Pour une répartition uniforme sur la surface de la cellule**

$$E[X'] = \left[ \frac{C^2}{4} e^{x^2} - \frac{CA\sqrt{\pi}}{2BR} I^{(n)}(x) \right] \Big|_{2K_0}^{2K_R} \quad (2.83)$$

$$Var(Z) = \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med}^2 \left[ \frac{C^2}{4} e^{x^2} - \frac{CA}{BR} I^{(n)}(x) \right] \Big|_{2K_0}^{2K_R} \quad (2.84)$$

**Pour une répartition gaussienne des mobiles sur la surface de la cellule**

$$E[X'] = \int_0^{2\pi} \int_0^R e^{2\beta^2(A+Br_i)^2} \omega \frac{e^{-\omega r_i^2}}{\pi(1 - e^{-\omega R^2})} r_i d\theta dr_i \quad (2.85)$$

On obtient par identification au calcul de  $E[X]$ :

$$E[X'] = \frac{de^{a'}}{2c'} \left[ e^{b'x+c'x^2} - \frac{b'e^{-\frac{b'^2}{4c'}}}{\sqrt{c'}} I^{(n)}\left(\frac{b'+2c'x}{2\sqrt{c'}}\right) \right] \Big|_0^R \quad (2.86)$$

Avec

$$- d = \frac{2\omega}{R^2(1-e^{-\omega})}$$

$$- a' = 2(\beta A)^2$$

$$- b' = 4\beta^2 AB$$

$$- c' = 2(\beta B)^2 - \frac{\omega}{R^2}$$

### 2.6.3 Récapitulation

- Avec une répartition des mobiles uniformes sur le rayon la moyenne et la variance de  $Z$  peuvent s'exprimer comme:

$$E[Z] = \frac{\lambda}{\mu} \alpha \epsilon_{med} C I^{(n)}(x) \Big|_{K_0}^{K_R} \quad (2.87)$$

$$Var(Z) = \frac{\lambda}{\mu} \frac{\alpha}{2} \epsilon_{med}^2 C I^{(n)}(x) \Big|_{2K_0}^{2K_R} \quad (2.88)$$

- Avec une répartition des mobiles uniforme sur la surface de la cellule, la moyenne et la variance de  $Z$  peuvent s'exprimer comme:

$$E[Z] = \frac{\lambda}{\mu} \alpha \epsilon_{med} \left[ C^2 e^{x^2} - \frac{2CA}{BR} I^{(n)}(x) \right] \Big|_{K_0}^{K_R} \quad (2.89)$$

$$Var(Z) = \frac{\lambda}{\mu} \alpha \epsilon_{med}^2 \left[ \frac{C^2}{4} e^{x^2} - \frac{CA}{BR} I^{(n)}(x) \right] \Big|_{2K_0}^{2K_R} \quad (2.90)$$

Avec

- $\epsilon_{med}$  la valeur médiane de  $\epsilon_i$
- $C = \frac{\sqrt{2}}{\beta BR}$ ,  $K_0 = \frac{\beta A}{\sqrt{2}}$ ,  $K_R = \frac{\beta(A+BR)}{\sqrt{2}}$
- $\alpha$  valeur moyenne du facteur de la voix
- $I^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k+1}}{k!(2k+1)}$
- $I^{(\infty)}(x) = \int_0^x e^{u^2} du$
- Avec une répartition gaussienne sur la surface de la cellule, la moyenne et la variance de  $Z$  peuvent s'exprimer comme:

$$E[Z] = \frac{\lambda}{\mu} \alpha \epsilon_{med} \frac{de^a}{2c} \left[ e^{bx+cx^2} - \frac{be^{-\frac{b^2}{4c}}}{\sqrt{c}} I^{(n)}\left(\frac{b+2cx}{2\sqrt{c}}\right) \right] \Big|_0^R \quad (2.91)$$

$$Var(Z) = \frac{\lambda}{\mu} \alpha \epsilon_{med}^2 \frac{de^{a'}}{2c'} \left[ e^{b'x+c'x^2} - \frac{b'e^{-\frac{b'^2}{4c'}}}{\sqrt{c'}} I^{(n)}\left(\frac{b'+2c'x}{2\sqrt{c'}}\right) \right] \Big|_0^R \quad (2.92)$$

Avec

$$\begin{aligned}
 - d &= \frac{2\omega}{R^2(1-e^{-\omega})} \\
 - a' &= 4a = (\beta A)^2 \\
 - b' &= 4b = 4\beta^2 AB \\
 - c &= \frac{(\beta B)^2}{2} - \frac{\omega}{R^2} \\
 - c' &= 2(\beta B)^2 - \frac{\omega}{R^2}
 \end{aligned}$$

## 2.7 Résultats

A partir des expressions des moments de  $Z$ , la valeur de la capacité est calculée en utilisant l'approximation gaussienne, puis l'approximation log-normale pour les deux modèles de CdP: le modèle classique, et le modèle dépendant de la distance. Une analyse comparative des résultats sera présentée à la fin de la section.

### 2.7.1 Modélisation classique: approximation normale en utilisant $\epsilon_i$

Si on suppose que  $Z$  est une V.A. Gaussienne, alors  $P_{bloc}$  peut se calculer grâce au Corollaire 2.4.0.3:

$$P_{bloc} = P[Z > \frac{W}{R}(1 - \eta)] = Q\left(\frac{\frac{W}{R}(1 - \eta) - E[Z]}{\sqrt{Var(Z)}}\right) \quad (2.93)$$

Où  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ . Si on remplace  $E[Z]$  et  $Var(Z)$  par les expressions 2.39 et 2.52 on trouve l'expression:

$$P_{bloc} = Q\left(\frac{\frac{W}{R}(1 - \eta) - \alpha \frac{\lambda}{\mu} \epsilon_{med} e^{\frac{(\beta\sigma_{dB})^2}{2}}}{\epsilon_{med} e^{(\beta\sigma_{dB})^2} \sqrt{\alpha \frac{\lambda}{\mu}}}\right) \quad (2.94)$$

Les graphes présentés en Annexe III.1 nous donnent  $P_{bloc}$  en fonction de  $\frac{\lambda}{\mu}$  avec  $W/R = 128$ ,  $\alpha = 0.4$ , et différentes valeurs de  $\eta$ ,  $m_{dB}$  et  $\sigma_{dB}$ . Si nous fixons la valeur de  $P_{bloc}$  à  $10^{-2}$ , nous obtenons le tableau 2.1.

Valeur nominale	$\eta = 0.1$	$m_{dB} = 7$	$\sigma_{dB} = 2.5$	$\frac{\Delta}{\mu} = 26.4$
Excursion	$\eta = 0.05$	Valeur de la capacité:	28.3	+7%
	$\eta = 0.2$		22.8	-14%
	$m_{dB} = 6$		35.5	+35%
	$m_{dB} = 8$		19.5	-26%
	$\sigma_{dB} = 1.5$		32.0	+21%
	$\sigma_{dB} = 3.5$		19.2	-27%

TAB. 2.1 – Variations de la capacité en Erlangs en fonction de  $\eta$ ,  $m$  et  $\sigma_{dB}$  (Approximation Normale)

Les variations de capacité selon  $\eta$ , pour  $P_{bloc} = 0.01$ , ne sont pas très grandes. Ainsi pour  $\eta = 0.05$ , i.e. lorsque l'interférence totale ne doit pas dépasser 20 fois la valeur du bruit thermique, l'augmentation de capacité résultante est 7%; et pour  $\eta = 0.2$ , i.e.  $I_0 < 5N_0W$ , la perte de capacité est de 14%.

Pour  $P_{bloc} = 0.01$ , nous observons que si la contrainte sur la valeur cible du contrôle de puissance est moins forte de 1dB, c'est à dire que l'on demande au SNR moyen reçu d'un mobile d'atteindre 8dB (on pourra alors utiliser un codage moins contraignant), la capacité chute de 26%; au contraire, si l'on pouvait utiliser des codes performants pour un SNR moyen de 6dB, nous aurions une augmentation de capacité de 34%. Dans le même ordre de grandeur, les variations de  $\sigma_{dB}$  influencent grandement la capacité de la cellule: *la valeur cible, et la précision du CdP apparaissent ici comme les facteurs prépondérants à la capacité de la cellule.*

### 2.7.2 Modélisation classique: approximation log-normale en utilisant $\epsilon_i$

On suppose ici que  $Z$  suit une loi log-normale, i.e:

$$Z = e^{m_{ln} + \sigma_{ln} N(0,1)} \quad (2.95)$$

La moyenne et la variance d'une V.A log-normale s'écrivent (c.f. Annexe I):

$$E[Z] = e^{m_{ln} + \sigma_{ln}^2/2} \quad (2.96)$$

$$\text{Var}(Z) = e^{2m_{ln} + \sigma_{ln}^2} [e^{\sigma_{ln}^2} - 1] \quad (2.97)$$

On trouve donc l'expression de  $m_{ln}$  et  $\sigma_{ln}^2$  en fonction de  $E[Z]$  et  $\text{Var}(Z)$ :

$$\sigma_{ln}^2 = \ln\left[\frac{\text{Var}(Z)}{E[Z]^2} + 1\right] \quad (2.98)$$

$$m_{ln} = \ln(E[Z]) - \sigma_{ln}^2 = \ln\left[\frac{E[Z]^3}{\text{Var}(Z) + E[Z]^2}\right] \quad (2.99)$$

La probabilité de blocage s'écrit:

$$P_{bloc} = P\left[e^{m_{ln} + \sigma_{ln} N(0,1)} > \frac{W}{R}(1 - \eta)\right] = Q\left(\frac{\ln\left(\frac{W}{R}(1 - \eta)\right) - m_{ln}}{\sigma_{ln}}\right) \quad (2.100)$$

Une simulation Matlab nous donne les graphes de l'Annexe III.2. Si nous fixons la valeur de  $P_{bloc}$  à 0.01, nous obtenons:

Valeur nominale	$\eta = 0.1$	$m_{dB} = 7$	$\sigma_{dB} = 2.5$	$\frac{\lambda}{\mu} = 21.2$
<b>Excursion</b>	$\eta = 0.05$	Valeur de la capacité:	23.0	+8%
	$\eta = 0.2$		17.6	-17%
	$m_{dB} = 6$		29.9	+41%
	$m_{dB} = 8$		14.7	-31%
	$\sigma_{dB} = 1.5$		27.5	+30%
	$\sigma_{dB} = 3.5$		13.4	-37%

TAB. 2.2 – Variations de la capacité en Erlangs en fonction de  $\eta$  et  $m$  (Approximation Log-normale)

L'ordre de grandeur des variations suivant les différents paramètres adoptés reste approximativement le même que dans l'hypothèse normale, bien que les valeurs de capacité soient plus faibles.



### 2.7.3 Modélisation dépendante de la distance: approximation gaussienne en utilisant $\varepsilon_i$

L'approximation gaussienne conduit à:

$$P_{\text{bloc}} = P[Z > Z_0] = Q\left(\frac{Z_0 - E[Z]}{\sqrt{\text{Var}(Z)}}\right) \quad (2.101)$$

On obtient ainsi le graphe III.3 donnant la valeur de la probabilité de blocage  $P_{\text{bloc}}$  en fonction du trafic  $\frac{\lambda}{\mu}$  pour la distribution uniforme sur le rayon et pour la distribution uniforme sur la surface. Pour les calculs nous avons utilisé  $I^{(6)}(x)$ . On voit que les performances du système sont moins bonnes lorsque l'écart type de la puissance reçue du mobile varie selon la distance et que la distribution centrée amène de meilleurs résultats que la distribution uniforme.

$BR$	0	1	2	3
$\frac{\lambda}{\mu}$ (Centrée)	26.4	26.1	25.3	23.6
Perte en capacité (%)	0	1%	4%	10%
$\frac{\lambda}{\mu}$ (Uniforme)	26.4	25.1	23.5	21.6
Perte en capacité (%)	0	5%	11%	18%
$\frac{\lambda}{\mu}$ ( $\omega = -\infty$ )	26.4	22.8	19.4	15.8
Perte en capacité (%)	0	14%	26%	40%
$\frac{\lambda}{\mu}$ ( $\omega = +\infty$ )	26.4	28.8	30.8	32.6
Gain en capacité (%)	0	9%	16%	23%

TAB. 2.3 – Variations de la capacité en Erlangs en fonction du produit  $BR$  (Approximation Normale) où la variance de la puissance en dB du mobile en fonction de la distance  $r_i$  est donnée par  $\sigma_i = A + Br_i$

Si on fixe  $P_{\text{bloc}}$  à 0.01, la répartition gaussienne sur la surface de la cellule fournit la capacité en fonction des valeurs de l'indice de répartition  $\omega$  pour les différentes valeurs de  $BR$  à la figure 2.4. Les valeurs de capacité de la répartition uniforme sur la surface concordent avec  $\omega = 0$ , comme prévu dans le modèle introduit dans la section 2.4.2. Les valeurs de la répartition uniforme sur le rayon correspondent approximativement  $\omega = 0.1$ . Dans les cas extrêmes où les mobiles sont rassemblés

sur la S.B. ( $\omega = +\infty$ ) et au contraire localisés à la frontière de la cellule ( $\omega = -\infty$ ) on trouve le tableau 2.3.

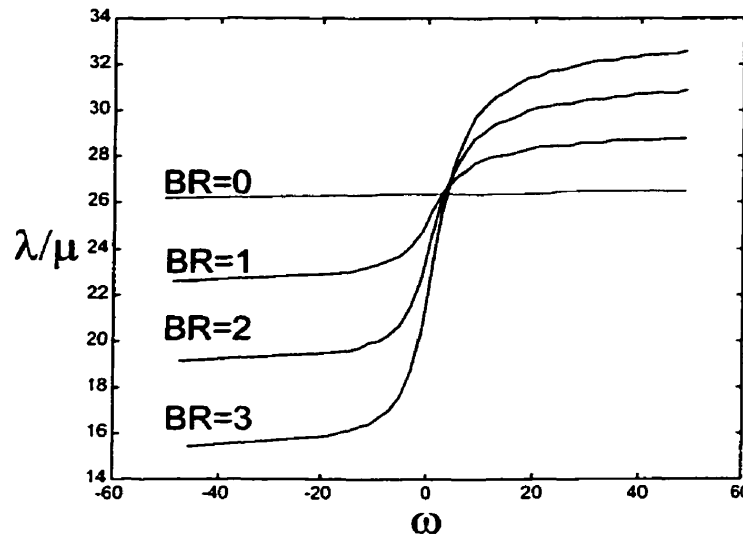


FIG. 2.4 – Approximation Normale: capacité de la cellule pour  $P_{bloc} = 0.01$  en fonction de  $\omega$  l'indice de répartition gaussienne

Il a été choisi de faire varier  $BR$  entre 0 et 3 dB. En effet:

- $BR = 0$  et  $A = 2.5$  correspond au modèle de CdP ne dépendant pas de la distance ( $\sigma_{dB} = 2.5dB$ ).
- $BR = 1$  et  $A = 2$  correspond à l'écart calculé dans l'article de Viterbi<sup>[23]</sup> sur les performances du CdP entre un chemin subissant des fadings ou non ( $Min[\sigma_{dB}] = 2dB$  et  $Max[\sigma_{dB}] = 3dB$ ), mais où le phénomène multichemin n'est pas excessif.
- $BR = 2$  et  $A = 1.5$  correspond à un phénomène multichemin excessif et entraîne une plus grande variation de l'écart-type ( $Min[\sigma_{dB}] = 1.5dB$  et  $Max[\sigma_{dB}] = 3.5dB$ ).
- $BR = 3$  et  $A = 1$  représente un pire cas peu probable, où le phénomène multichemin entraîne une variance importante du signal ( $Max[\sigma_{dB}] = 4dB$ ) et où les mobiles proches de la S.B. sont très bien contrôlés ( $Min[\sigma_{dB}] = 1dB$ ).

### 2.7.4 Modélisation dépendante de la distance: approximation log-normale en utilisant $\varepsilon_i$

D'après l'équation 2.100 la probabilité de blocage s'écrit:

$$P_{\text{bloc}} = P[e^{m_{\ln} + \sigma_{\ln} N(0,1)} > Z_0] = Q\left(\frac{\ln(Z_0) - m_{\ln}}{\sigma_{\ln}}\right) \quad (2.102)$$

Les calculs ont été effectués avec  $I^{(6)}(x)$  et les variations sont du même ordre qu'avec l'approximation normale. Les valeurs pour un faible nombre d'utilisateurs seront toutefois mieux approchées. Si on fixe  $P_{\text{bloc}}$  à 0.01, la répartition gaussienne sur la surface de la cellule fournit la capacité pour différentes valeurs de l'indice de répartition  $\omega$  à la figure 2.5. La valeur de la répartition uniforme sur la surface est vérifiée pour  $\omega = 0$ , et les valeurs de la répartition uniforme sur le rayon correspondent approximativement à un indice  $\omega = 0.1$ . Dans les cas extrêmes où les mobiles sont rassemblés sur la S.B. ( $\omega = +\infty$ ) et au contraire localisés à la frontière de la cellule ( $\omega = -\infty$ ) on trouve comme capacité le tableau 2.4.

$BR$	0	1	2	3
$\frac{\lambda}{\mu}$ (Centrée)	21.2	20.8	19.8	17.6
Perte en capacité (%)	0	2%	7%	17%
$\frac{\lambda}{\mu}$ (Uniforme)	21.2	19.8	18	15.7
Perte en capacité (%)	0	6%	15%	26%
$\frac{\lambda}{\mu}$ ( $\omega = -\infty$ )	21.2	17.6	13.8	10.4
Perte en capacité (%)	0	17%	35%	51%
$\frac{\lambda}{\mu}$ ( $\omega = +\infty$ )	21.2	23.9	26.2	28
Gain en capacité (%)	0	13%	23%	32%

TAB. 2.4 – Variations de la capacité en Erlangs en fonction de  $BR$  (Approximation Lognormale) où la variance de la puissance en dB du mobile en fonction de la distance  $r_i$  est donnée par  $\sigma_i = A + Br_i$

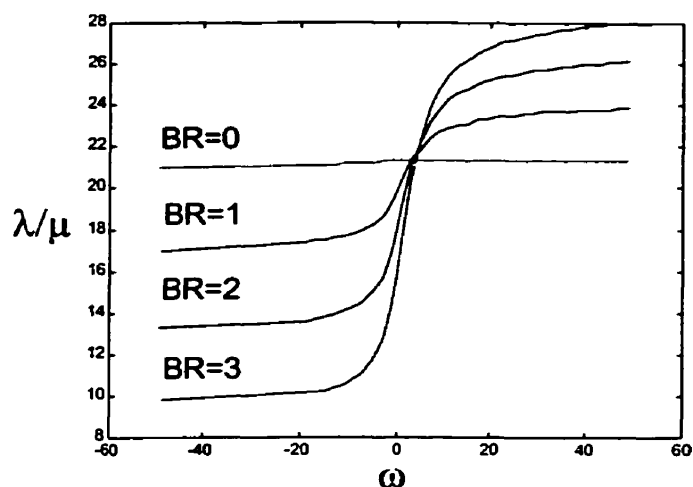


FIG. 2.5 – Approximation log-normale: capacité de la cellule pour  $P_{bloc} = 0.01$  en fonction de  $\omega$  l'indice de répartition gaussienne

## 2.7.5 Interprétation des résultats

### 2.7.5.1 Interprétation pour la modélisation classique des $\epsilon_i$

Nous avons trouvé les résultats concernant la capacité d'une cellule CDMA avec deux approximations différentes: l'approximation normale et log-normale. Les variations de capacité en fonction des valeurs de  $\eta$  nous amène à la même conclusion pour les deux approximations: le gain en capacité que l'on peut espérer lorsque nous relâchons la contrainte de blocage (i.e. nous permettons aux interférences d'avoir un plus forte valeur et nous courons le risque d'avoir des mobiles émettant à la puissance maximum) n'est pas très important.

Par contre, l'emploi d'un codage plus puissant, et qui permettrait donc de recevoir un SNR plus bas ( $m_{dB} = 6$  dB), amène un gain de capacité important (environ 40% dans l'hypothèse log-normale pour une réduction de 1dB). De même, si le contrôle de puissance arrive à limiter la variance des signaux, pour un  $\sigma_{dB} = 1.5$  nous avons un gain de 30% avec l'approximation log-normale. Nous pouvons donc conclure que pour augmenter significativement la capacité d'un système uni-cellulaire CDMA, il faut se concentrer sur l'aspect matériel, tel que le codage employé ou le mécanisme de contrôle de puissance, bien que des améliorations moins importantes puissent être

effectuées en choisissant convenablement  $\eta$ .

Nous observons aussi que l'approximation log-normale est meilleure pour les faibles valeurs de trafic ( $\frac{\lambda}{\mu} < 0.1$ ) et qu'elle rejoint l'approximation gaussienne pour les valeurs supérieures sur l'ensemble des courbes obtenues (par exemple la figure 2.6).

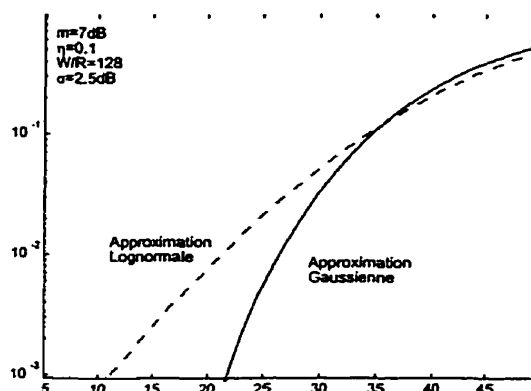


FIG. 2.6 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour les deux approximations (modélisation des  $\epsilon_i$  classique)

Nous choisirons d'utiliser l'approximation log-normale pour  $P_{bloc} < 0.1$  et l'approximation normale (plus simple à utiliser) sinon. Nous avons toutefois supposé ici que les  $\epsilon_i$  des mobiles étaient des V.A. i.i.d., le modèle suivant est plus général.

### 2.7.5.2 Interprétation pour la modélisation dépendante de la distance des $\epsilon_i$

Nous voyons ici que la capacité peut être affectée si la boucle de contrôle de puissance est dépendante de la distance de propagation. Nous retrouvons donc la conclusion précédente pour la modélisation classique indiquant que la précision du contrôle de puissance était une condition forte pour avoir une capacité satisfaisante dans un système CDMA. Dans ce cas nous avons considéré trois répartitions des mobiles: uniforme sur le rayon - en deux dimension il s'agit d'une répartition où les mobiles sont regroupés vers le centre de la cellule - , uniforme sur la surface et enfin la repartition gaussienne introduite dans l'article de Mandayam<sup>[26]</sup>. Si nous avons

choisi une répartition circulaire des mobiles nous aurions simplement retrouvés les courbes III.1 et III.2 de la modélisation classique avec différentes valeurs de  $\sigma_{dB}$ . La répartition uniforme sur la cellule nous donne des résultats plus pessimistes, puisque la densité de mobiles en périphérie de la cellule est plus grande (et par conséquent le nombre de mobiles mal contrôlés) que pour la répartition centrée. Pour une probabilité de blocage  $P_{bloc} = 0.01$  et une répartition uniforme des mobiles, l'approximation log-normale nous donne une perte de capacité de 6% pour  $BR = 1$  et de 15% pour  $BR = 2$  par rapport au modèle classique. La répartition gaussienne permet d'analyser les effets de la répartition des mobiles sur la capacité pour les différentes valeurs de  $BR$ . Dans les cas extrêmes il est immédiat que les pertes de capacité pour des mobiles à la frontière de la cellule sont supérieures aux gains correspondant au cas où les mobiles sont tous sur la S.B. Ces cas sont toutefois peu réalistes et les valeurs de  $\omega$  autour de 0 sont plus probables. La capacité de la cellule avec un modèle dépendant de la distance ( $BR \neq 0$ ) devient supérieure à celle du modèle classique ( $BR = 0$ ) pour  $3 < \omega < 4$ . Ceci signifie simplement que les pertes de capacité induites par les imperfections du CdP dépendant de la distance ne seront négligeables que pour une répartition suffisamment centrée (en effet, globalement la modélisation dépendante de la distance conduit à une plus faible variance de la puissance des mobiles en dB si les mobiles sont proches de la S.B.). La comparaison des approximations normale et lognormale amène la même conclusion que pour le modèle classique, nous choisirons donc l'approximation log-normale pour  $P_{bloc} < 0.1$ . En conclusion, nous retiendrons l'importance de la valeur cible du CdP et de la précision de ce dernier, ainsi que l'ordre de grandeur approximatif (de 5 à 15% respectivement pour une répartition uniforme sur le rayon et uniforme sur la surface) de la perte de capacité induite par la modélisation dépendante de la distance dépendamment de la répartition des mobiles; nous allons maintenant nous intéresser à l'influence des autres cellules du réseau.

## CHAPITRE 3

### INTERFÉRENCES EXTRA-CELLULAIRES

Les calculs précédents ont été réalisés dans un scénario unicellulaire, toutefois la présence des mobiles dans les cellules voisines contribue à l'interférence globale reçue à la S.B. considérée. Un modèle général va être introduit, et l'influence des interférences des autres cellules sur les valeurs de  $E[Z]$  et  $Var(Z)$  pour un réseau parfaitement symétrique (les cellules ont toutes la même taille, le même trafic, et la même répartition) va être étudiée. Comme dans le chapitre précédent, l'impact de la dépendance de la variance de la log-normale de puissance en fonction de la distance et l'influence de la répartition des mobiles vont être investigués.

#### 3.1 Modèle général

Si on considère un réseau multi-cellulaire CDMA, il se pose la question de l'attribution des mobiles aux S.B. En effet, un mobile dans un réseau CDMA est attribué à la S.B. avec laquelle le canal possède l'atténuation moyenne la plus faible et lorsque les conditions de propagation se détériorent durablement (i.e. le Pathloss et/ou le phénomène d'ombrage augmentent) le mobile effectue un *handoff* vers une autre S.B. afin d'obtenir un meilleur canal. Le modèle de cellules circulaires introduit dans la section 1.2.3 conduit à attribuer à un mobile la S.B. de la cellule où il se trouve (i.e. à la S.B. la plus proche). Ceci équivaut à supposer que les pertes combinées du *Pathloss* et du *phénomène d'ombrage* sont modélisées simplement par  $\frac{1}{r^\alpha}$  où  $r$  est la distance mobile-S.B. Cette hypothèse n'est pas réductrice dans le sens où, si la représentation géographique du système n'est pas réaliste, la valeur des puissances échangées et le fonctionnement du système le restent. En tenant compte de l'interférence due aux autres cellules, l'interférence totale  $I$  reçue à la S.B. considérée

(que nous noterons  $B_{0,0}$ ) peut maintenant s'écrire:

$$I_0 = I_c + I_{ac} + N_0W \quad (3.1)$$

où  $I_c$  est l'interférence due aux mobiles de la cellule considérée,  $I_{ac}$  l'interférence des mobiles appartenant aux autres cellules du réseau, et  $N_0W$  le bruit thermique.

### 3.1.1 Système de coordonnées

Le système de coordonnées présenté par Kim<sup>[31]</sup> va être utilisé pour désigner chaque cellule: il utilise la notion d'anneau de cellules, et indexe chaque cellule dans un secteur de 60 degrés avec les indices  $k$  (le numéro de l'anneau) et  $l$  (le numéro de la cellule dans l'anneau) comme le montre la figure 3.1.<sup>1</sup>

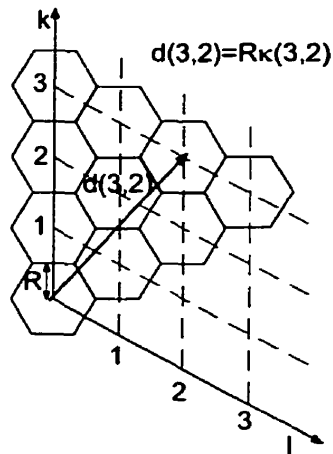


FIG. 3.1 - Coordonnées en  $(k,l)$  d'une cellule

On peut poser  $d(k,l) = \kappa_{k,l}R$  où  $\kappa_{k,l}$  représente la distance normalisée de la cellule produisant les interférences pour un secteur dans un système de coordonnées

<sup>1</sup>. Bien que ce modèle décrive des cellules hexagonales, nous pouvons utiliser l'indexation pour des cercles



$(k,l)$  non orthogonales et a comme expression:

$$\kappa_{k,l} = 2\sqrt{k^2 + l^2 - kl} \quad (3.2)$$

### 3.1.2 Expression mathématique générale

On suppose un réseau homogène possédant un nombre infini de cellules  $C_{k,l}$  de taille identique, et que chaque cellule possède  $M$  mobiles repartis avec une symétrie rotationnelle autour de leur S.B. On cherche à connaître l'interférence du mobile  $m_{k,l}^i$  ( $i \in (1, \dots, M)$   $k, l \in (0, \dots, \infty)$ ) reçue à la S.B.  $B_{0,0}$ . (voir figure 3.2). Soit  $d(k,l)$  la distance entre la S.B.  $B_{0,0}$  et la S.B.  $B_{k,l}$ ,  $r_{k,l}^i$  la distance entre le mobile  $m_{k,l}^i$  et la S.B.  $B_{k,l}$ ,  $\theta_{k,l}^i$  l'angle entre  $d(k,l)$  et  $r_{k,l}^i$ ,  $d_{k,l}^i$  la distance entre le mobile  $m_{k,l}^i$  et la S.B.  $B_{0,0}$ .

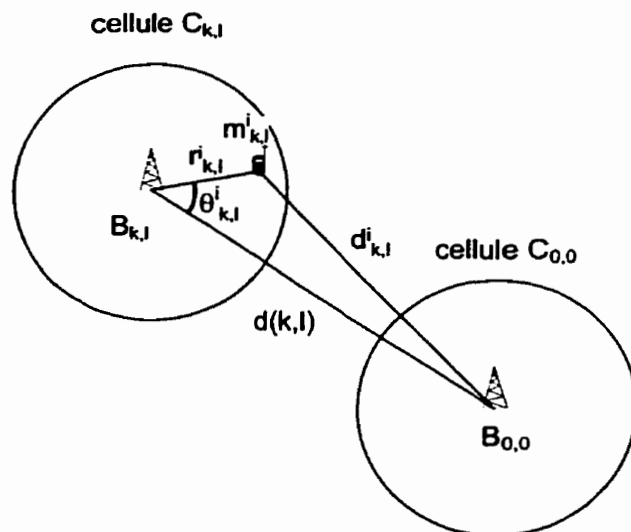


FIG. 3.2 – Interférence du mobile  $m_{i,j}$  à la S.B.  $B_{0,0}$

On note  $S_{k,l}^i$  la puissance du mobile  $m_{k,l}^i$  qui est reçue à la S.B.  $B_{k,l}$ . Si on suppose une perte de puissance en propagation<sup>2</sup> égale à  $k_p r^{-4}$ , la S.B.  $B_{0,0}$  reçoit le mobile  $m_{k,l}^i$  avec une puissance  $P_{k,l}^i$  égale à:

<sup>2</sup>. ce modèle communément admis n'est bien sur pas valable en 0

$$P_{k,l}^i = S_{k,l}^i \left( \frac{k_p r_{k,l}^i}{k_p d_{k,l}^i} \right)^4 = S_j \left( \frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i} \right)^4 \quad (3.3)$$

La relation d'Al Kashi permet de trouver son expression en fonction de  $r_{k,l}^i$  et  $\theta_{k,l}^i$ :

$$P_{k,l}^i = S_{k,l}^i \left( \frac{r_{k,l}^i}{\sqrt{(r_{k,l}^i)^2 + d(k,l)^2 - 2d(k,l)r_{k,l}^i \cos \theta_{k,l}^i}} \right)^4 \quad (3.4)$$

On peut donc écrire  $I_{ac}$  pour un secteur comme:

$$I_{ac} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} \sum_{i=1}^M \nu_{i,j} S_{k,l}^i \left( \frac{r_{k,l}^i}{\sqrt{(r_{k,l}^i)^2 + d(k,l)^2 - 2d(k,l)r_{k,l}^i \cos \theta_{k,l}^i}} \right)^4 \quad (3.5)$$

L'interférence des mobiles de la cellule  $C_0$  reste:

$$I_c = \sum_{i=1}^M \nu_{0,0}^i S_{0,0}^i \quad (3.6)$$

On trouve pour l'interférence totale:

$$I_0 = \sum_{i=1}^M \nu_{0,0}^i S_{0,0}^i + 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} \sum_{i=1}^M S_{k,l}^i \left( \frac{r_{k,l}^i}{\sqrt{(r_{k,l}^i)^2 + d(k,l)^2 - 2d(k,l)r_{k,l}^i \cos \theta_{k,l}^i}} \right)^4 + N_0 W \quad (3.7)$$

Nous pouvons relier cette dernière équation à celle de la probabilité de blocage d'une cellule supposée omnidirectionnelle (c.f. équation 2.27):

$$P_{bloc} = P \left[ \sum_{i=1}^M \nu_{k,l}^i \epsilon_{0,0}^i + 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} \sum_{i=1}^M \nu_{k,l}^i \epsilon_{k,l}^i \left( \frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i} \right)^4 > \frac{W}{R} (1 - \eta) \right] \quad (3.8)$$

Avec, comme précédemment:

- $M$  le trafic modélisé comme une V.A de Poisson de moyenne  $\frac{\lambda}{\mu}$
- $\nu_{k,l}^i$  le facteur de la voix du  $i^{eme}$  mobile de la cellule  $C_{k,l}$  modélisé comme une V.A. de Bernoulli de moyenne  $\alpha$
- $\epsilon_{0,0}^i$  le SNR de chaque usager à la S.B.  $B_{0,0}$

- $\epsilon_{k,l}^i$  le SNR de chaque usager à la S.B.  $B_{k,l}$
- $r_{k,l}^i$  la distance entre le mobile et la S.B. qui l'administre
- $d_{k,l}^i$  la distance entre le mobile et la S.B.  $B_{0,0}$

Si on définit  $Z' = Z + Z_{ac} = \sum_{i=1}^M \nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i + 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} \sum_{i=1}^M \nu_{k,l}^i \epsilon_{k,l}^i \left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4$  alors la formule donnant la probabilité de blocage devient simplement:

$$P_{bloc} = P\left[Z' > \frac{W}{R}(1 - \eta)\right] \quad (3.9)$$

Il nous faut maintenant trouver les deux premiers moments de  $Z'$  afin de faire les approximations normales et log-normales. Nous allons exprimer la contribution des interférences des autres cellules par deux facteurs  $\xi_1$  et  $\xi_2$  comme suit:

- $E[Z'] = E[Z](1 + \xi_1)$
- $Var(Z') = Var(Z)(1 + \xi_2)$

Comme les V.A.  $Z$  et  $Z_{ac}$  sont indépendantes (elles ne considèrent pas les mêmes mobiles) les expressions de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  sont pour la cellule entière:

$$\xi_1 = \frac{6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left(\epsilon_{k,l}^i \left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4\right)}{E(\epsilon_{0,0}^i)} \quad (3.10)$$

$$\xi_2 = \frac{6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left((\epsilon_{k,l}^i)^2 \left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^8\right)}{E((\epsilon_{0,0}^i)^2)} \quad (3.11)$$

Où le facteur 6 représente les 6 secteurs entourant la S.B.  $B_{0,0}$ .

### 3.2 Modélisation des $\epsilon_{k,l}^i$

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé les  $\epsilon_{0,0}^i$  (notés auparavant  $\epsilon_i$ ) comme de L.N. dont le paramètre  $\sigma_{dB}$  dépendait ou non de la distance. Dans le cas des interférences produites par les mobiles extra-cellulaires, il y a une différence conceptuelle importante: en effet le contrôle de puissance exercé sur ces mobiles tient

compte du canal radio-mobile représenté par le segment  $r_{k,l}^i$  mais *aucun contrôle n'est imposé pour le canal représenté par  $d_{k,l}^i$* . Nous considérons alors deux modélisations différentes:

- **Modélisation avec un canal radio intercellulaire déterministe:** le signal d'un mobile est modélisé par une L.N. dont les paramètres ne dépendent que du CdP de la cellule à laquelle il appartient. On considère alors que le canal  $d_{k,l}^i$  ne contribue à aucun effet d'évanouissement de type Rayleigh. On a simplement  $\epsilon_{k,l}^i = \epsilon_{0,0}^i = e^{m_{dB} + \sigma_{dB} N(0,1)}$  avec  $m_{dB} = 7dB$  et  $\sigma_{dB} = 2.5dB$ . Cette modélisation permettra de quantifier l'influence de la répartition des mobiles dans l'hypothèse où le CdP ne dépend pas de la distance et où le canal radio-mobile est déterministe.
- **Modélisation avec un canal imparfait et dépendant de la distance:** le canal  $d_{k,l}^i$  n'étant pas contrôlé on peut supposer une plus grande variation des signaux. Une première hypothèse serait de prendre  $\sigma' = 8 dB$ , qui est la valeur constatée pour la puissance d'un mobile non contrôlée (voir section 1.3.4). Toutefois cette valeur prend en compte les variations dues aux effets d'ombrage, et nous avons vu que cet effet déterminait l'attribution d'un mobile à une S.B., mais n'influçait pas le CdP. Finalement nous ne considérons que l'influence des évanouissements sur ce dernier. En particulier, la correction en boucle fermée du CdP pour le canal  $r_{k,l}^i$  pourrait à l'occasion se faire *au détriment* du canal  $d_{k,l}^i$ . Pour un mobile à une égale distance entre la S.B.  $B_{0,0}$  et une S.B. adjacente (i.e. à leurs frontières communes), en supposant l'indépendance des canaux  $d_{k,l}^i$  et  $r_{k,l}^i$  (justifiée dans l'article<sup>[24]</sup>) et en prenant le pas de variation de la boucle fermée du CdP égale à  $\Delta_P$  (comme expliqué dans la section 1.6.2), nous pouvons supposer, par l'application de la propriété sur la somme de 2 V.A gaussiennes, une variance totale du signal égale à:

$$\sigma'_i = \sigma_i + \Delta_P \quad (3.12)$$

En supposant que la variation instantanée du canal due aux évanouissements est de  $\Delta_P$  pour une cellule, et en étendant le raisonnement à des distances supérieures nous avons une augmentation de la variance du signal de  $\Delta_P$  pour chaque rayon de cellule  $R$  parcouru. Nous limiterons toutefois l'écart-type total du signal à  $8dB$  qui est la valeur constatée pour des mobiles non contrôlés et qui subissent donc la totalité des phénomènes de propagation. En incorporant le modèle de CdP dépendant de la distance introduit dans la section 2.4.2 nous obtenons le modèle général:

$$\sigma'_i = A + Br_{k,l}^i + \Delta_P \frac{d_{k,l}^i}{R} \quad \text{Si } \sigma'_i < 8dB \quad (3.13)$$

$$\sigma'_i = 8 dB \quad \text{Sinon} \quad (3.14)$$

Avec  $r_{k,l}^i \in [0, R]$  et  $d_{k,l}^i \in [R, +\infty]$ .

Cette dernière modélisation permettra de quantifier les effets conjoints de la répartition des mobiles, de la dépendance du canal et du CdP avec la distance.

### 3.3 Modélisation classique: calcul des interférences extra-cellulaires

Nous supposons ici que le contrôle de puissance est indépendant de la distance, et donc que les interférences ne dépendent que de la localisation des mobiles (i.e  $\sigma_{dB} = 2.5dB$ ). Avec cette hypothèse, les expressions de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  deviennent simplement:

$$\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4\right] \quad (3.15)$$

$$\xi_2 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^8\right] \quad (3.16)$$

Comme dans la section 2.4.2, les modèles de répartition des mobiles ont été pris dans l'article de Mandayam<sup>[26]</sup>, qui traite du même sujet mais ne considère pas le phénomène de blocage car il ne considère que la condition nécessaire de respect du SNR : les répartitions uniforme, circulaire et gaussienne sur la surface de la cellule.

### 3.3.1 Répartition uniforme des mobiles

On suppose que les mobiles sont repartis uniformément dans chaque cellule avec la densité  $\rho = \frac{1}{\pi R^2}$ . C'est l'hypothèse classique qui est faite dans la littérature concernant l'interférence multi-cellulaire. Les calculs ont été repris du livre de Lee et Miller<sup>[12]</sup>.

#### 3.3.1.1 Calcul de $\xi_1$

On cherche à trouver  $\xi_1$  tel que:

$$\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4\right] \quad (3.17)$$

avec

$$E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4\right] = \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho \left( \frac{r_{k,l}^i}{\sqrt{(r_{k,i}^i)^2 + d(k,l)^2 - 2d(k,l)r_{k,l}^i \cos \theta_{k,l}^i}} \right)^4 r_{k,l}^i dr_{k,l}^i d\theta_{k,l}^i \quad (3.18)$$

En posant  $d(k,l) = \kappa_{k,l}R$ , on trouve après calcul:

$$E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4\right] = 2\left[2\kappa_{k,l}^2 \ln \frac{\kappa_{k,l}^2}{\kappa_{k,l}^2 - 1} - \frac{4\kappa_{k,l}^4 - 6\kappa_{k,l}^2 + 1}{2(\kappa_{k,l}^2 - 1)^2}\right] \quad (3.19)$$

Avec  $\kappa_{k,l} = 2\sqrt{k^2 + l^2 - kl}$ ,  $l \leq k$  pour l'anneau  $k$  de cellules autour de celle considérée. Finalement on trouve pour  $\xi_1$ :

$$\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^k 2\left[2\kappa_{k,l}^2 \ln \frac{\kappa_{k,l}^2}{\kappa_{k,l}^2 - 1} - \frac{4\kappa_{k,l}^4 - 6\kappa_{k,l}^2 + 1}{2(\kappa_{k,l}^2 - 1)^2}\right] \quad (3.20)$$

Une évaluation numérique nous donne  $\xi_1 \simeq 0.33$  qui est la valeur trouvée dans le livre<sup>[12]</sup>. Le tableau 3.1 résume la contribution des différentes cellules, et on voit que l'on peut faire une approximation raisonnable en ne considérant que les trois premiers anneaux.

Anneau=k	l	$\xi_l$ cumulés
1	0	0.2844
2	0	0.2940
2	1	0.3120
3	0	0.3138
3	1	0.3168
3	2	0.3198
...		...
100	99	0.333

TAB. 3.1 – Contribution à la moyenne des interférences des différents anneaux  
3.3.1.2 Calcul de  $\xi_2$

On cherche  $\xi_2$  tel que:

$$\xi_2 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^8\right] \quad (3.21)$$

Avec

$$E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^8\right] = 2 \int_0^R \int_0^\pi \rho \frac{r^9}{(r^2 + d(k,l)^2 - 2rd(k,l)\cos\theta)^4} drd\theta \quad (3.22)$$

Cette intégrale se résout (voir le livre<sup>[12]</sup>) et si on utilise  $\kappa_{k,l} = \frac{d(k,l)}{R}$  on peut l'exprimer comme:

$$\begin{aligned} E\left[\left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^8\right] = & 2 \left( \frac{\kappa_{k,l}^6 + 9\kappa_{k,l}^4 + 9\kappa_{k,l}^2 + 1}{12(\kappa_{k,l}^2 - 1)^6} - \frac{4\kappa_{k,l}^6 + 45\kappa_{k,l}^4 + 54\kappa_{k,l}^2 + 7}{60(\kappa_{k,l}^2 - 1)^5} + \right. \\ & \frac{2\kappa_{k,l}^6 + 30\kappa_{k,l}^4 + 45\kappa_{k,l}^2 + 7}{40(\kappa_{k,l}^2 - 1)^5} - \frac{4\kappa_{k,l}^6 + 90\kappa_{k,l}^4 + 180\kappa_{k,l}^2 + 35}{120(\kappa_{k,l}^2 - 1)^3} + \\ & \frac{\kappa_{k,l}^6 + 45\kappa_{k,l}^4 + 135\kappa_{k,l}^2 + 35}{60(\kappa_{k,l}^2 - 1)^2} - \frac{3\kappa_{k,l}^4 + 18\kappa_{k,l}^2 + 7}{4(\kappa_{k,l}^2 - 1)} + \\ & \left. \frac{11\kappa_{k,l}^2}{15} - \frac{7}{2} + 8\kappa_{k,l}^2 \ln \frac{\kappa_{k,l}^2}{\kappa_{k,l}^2 - 1} \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

L'évaluation numérique de  $\xi_2$  nous donne pour les différents anneaux:

Anneau=k	l	$\xi_2$ cumulé
1	0	0.0858
2	0	0.0859
2	1	0.0860
3	0	0.0860
3	1	0.0860
3	2	0.0860
...		...
100	99	0.086

TAB. 3.2 – Contribution au deuxième moment des interférences des différents anneaux

On constate que la contribution des anneaux supérieurs à 2 est négligeable. La valeur plutôt faible de la contribution à la variance des interférences est prévisible dans la mesure où  $x^2 \ll x$  pour les petites valeurs.

### 3.3.2 Répartition circulaire des mobiles

Ici on suppose que les mobiles de la cellule  $C_{k,l}$  sont repartis sur un cercle de rayon  $r_{k,l}$  de centre  $B_{k,l}$ , avec  $r_{k,l} < R$ . La densité linéique des mobiles est donc  $\rho = \frac{1}{2\pi r_{k,l}}$ .

#### 3.3.2.1 Calcul de $\xi_1$

En reprenant l'équation 3.15 il vient:

$$\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left[\left(\frac{r_{k,l}}{d_{k,l}}\right)^4\right] \quad (3.24)$$

$$E\left[\left(\frac{r_{k,l}}{d_{k,l}}\right)^4\right] = \int_0^{2\pi} \rho \left( \frac{r_{k,l}}{\sqrt{r_{k,l}^2 + d(k,l)^2 - 2d(k,l)r_{k,l} \cos \theta}} \right)^4 r_{k,l} d\theta \quad (3.25)$$

Comme il a été supposé que le réseau était constitué de cellules identiques, on peut introduire les nouvelles variables  $f = r_{k,l}/R$  et  $\kappa_{k,l} = d_{0,j}/R$ . L'expression de



$E[(\frac{r_{i,j}^i}{r_{i,j}^0})^4]$  en fonction de ces dernières est:

$$E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4] = \frac{f^4}{2(\kappa_{k,l}^2 - f^2)} [\frac{1}{(\kappa_{k,l} + f)^2} + \frac{1}{(\kappa_{k,l} - f)^2}] \quad (3.26)$$

On trouve donc  $\xi_1$ :

$$\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^k \frac{f^4}{2(\kappa_{k,l}^2 - f^2)} [\frac{1}{(\kappa_{k,l} + f)^2} + \frac{1}{(\kappa_{k,l} - f)^2}] \quad (3.27)$$

La figure 3.3 nous donne les variations de  $\xi_1$  en fonction du rayon normalisé des mobiles  $f$ . Remarquons que pour  $f = 0.85$  nous retrouvons la valeur de la répartition uniforme  $\xi_1 = 0.33$  et que dans le cas extrême où les mobiles sont concentrés sur la S.B. nous avons  $\xi_1 = 0$ : les cellules avoisinantes n'interfèrent pas puisque le modèle utilisé dans la section 3.1.2 induit une puissance nulle pour un mobile situé sur la S.B. Par contre nous pouvons voir que dans le pire cas d'une répartition des mobiles aux frontières de la cellule, nous obtenons  $\xi_1 = 1.25$ , i.e. la moyenne des interférences des autres cellules est plus importante que celle générée par les mobiles intra-cellulaires.

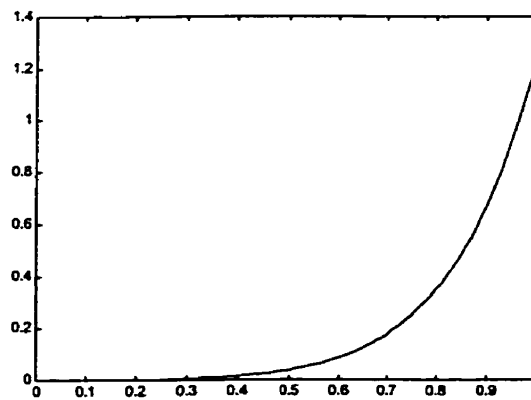


FIG. 3.3 - Variation de  $\xi_1$  en fonction de  $f$

### 3.3.2.2 Calcul de $\xi_2$

En reprenant l'équation 3.15 et en incluant l'expression de la densité circulaire, on trouve:

$$\xi_2 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E\left[\left(\frac{r_{k,l}}{d_{k,l}^i}\right)^8\right] \quad (3.28)$$

$$E\left[\left(\frac{r_{k,l}}{d_{k,l}^i}\right)^8\right] = \int_0^{2\pi} \rho \left( \frac{r_{k,l}}{\sqrt{r_{k,l}^2 + d(k,l)^2 - 2d(k,l)r_{k,l} \cos \theta}} \right)^8 r_{k,l} d\theta \quad (3.29)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{r_{k,l}^8}{(r_{k,l}^2 + d(k,l)^2 - r_{k,l}d(k,l) \cos \theta)^4} d\theta \quad (3.30)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{f^8}{(f^2 + \kappa_{k,l}^2 - 2f\kappa_{k,l} \cos \theta)^4} d\theta \quad (3.31)$$

$$= f^8 \left[ \frac{\kappa_{k,l}^6 + 9\kappa_{k,l}^4 f^2 + 9\kappa_{k,l}^2 f^4 + f^6}{(\kappa_{k,l}^2 - f^2)^7} \right] \quad (3.32)$$

Nous retrouvons  $\xi_2 = 0.086$  de la répartition uniforme pour  $f = 0.85$ , par contre dans le pire cas la valeur maximum de  $\xi_2$  est 0.70! Les valeurs importantes que prennent  $\xi_1$  et  $\xi_2$  pour  $f = 1$  s'expliquent simplement: les cellules du premier anneau posséderont des mobiles qui seront à la même distance de leurs S.B. que de  $B_{0,0}$ , et ceux-ci produiront donc énormément d'interférences.

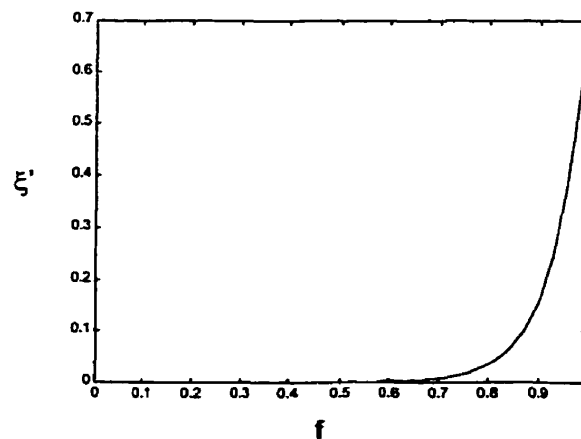


FIG. 3.4 – Variation de  $\xi_2$  en fonction de  $f$

### 3.3.3 Répartition gaussienne sur un support circulaire

Nous allons étudier ici les effets d'une distribution gaussienne généralisée des mobiles sur la cellule. La densité introduite dans la section 2.4.2 va donc être utilisée pour le calcul des interférences des autres cellules.

#### 3.3.3.1 Calcul de $\xi_1$

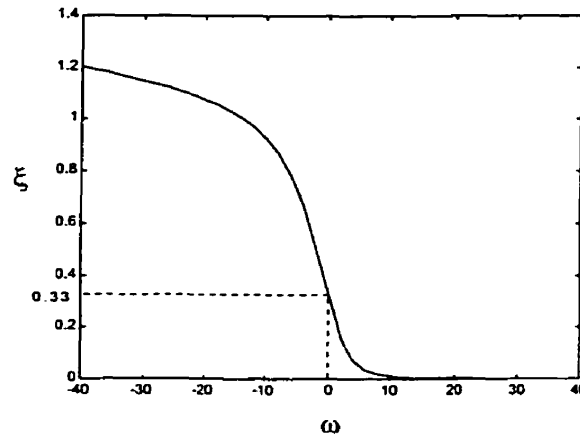


FIG. 3.5 – Variation de  $\xi_1$  pour différentes valeurs de  $\omega$  l'indice de répartition gaussienne.

Comme  $\omega$  est un réel, on peut définir  $\omega' = R^2\omega$  et introduire les variables  $f = r/R$  et  $\kappa_{k,l} = d_{0,j}/R$ . On obtient pour  $E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4]$  l'expression intégrale:

$$E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4] = 2 \int_0^1 \int_0^\pi \left( \frac{f}{\sqrt{f^2 + \kappa_{k,l}^2 - 2\kappa_{k,l}f \cos \theta}} \right)^4 \frac{\omega' e^{-\omega' f^2}}{\pi(1 - e^{-\omega'})} f df d\theta \quad (3.33)$$

Nous avons toujours  $\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^\infty \sum_{l \leq k} E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4]$  et une évaluation numérique donne la figure 3.5. On retrouve bien les valeurs limites: quand  $\beta$  devient négatif,  $\xi_1$  tend à atteindre la valeur limite 1.25 fournie par la répartition circulaire lorsque  $f = 1$ . Quand  $\omega$  tend vers l'infini,  $\xi_1$  approche évidemment 0. Et lorsque  $\omega = 0$  on retrouve bien la valeur trouvée pour la répartition uniforme  $\xi_1 = 0.33$ .

### 3.3.3.2 Calcul de $\xi_2$

On trouve pour  $E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^8]$ :

$$E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^8] = 2 \int_0^1 \int_0^\pi \left( \frac{f}{\sqrt{f^2 + \kappa_{k,l}^2 - 2\kappa_{k,l}f \cos \theta}} \right)^8 \frac{\omega' e^{-\omega' f^2}}{\pi(1 - e^{-\omega'})} f df d\theta \quad (3.34)$$

Nous vérifions que les résultats restent en accord avec les précédentes modélisation: on retrouve  $\xi_2 = 0.086$  pour  $\omega = 0$  et dans le pire cas,  $\xi = 0.7$  lorsque les mobiles tendent à se répartir le long des frontières des cellules.

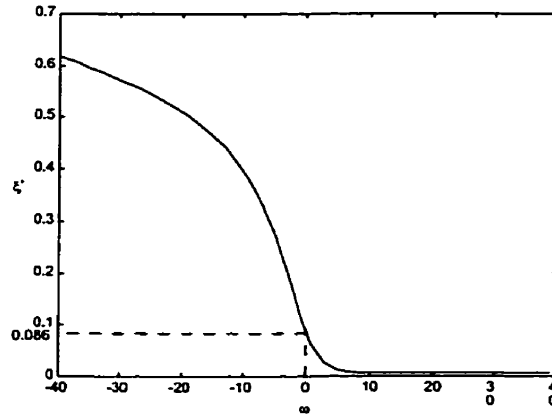


FIG. 3.6 – Variation de  $\xi_2$  pour différentes valeurs de  $\omega$  l'indice de répartition gaussienne.

## 3.4 Modélisation spatialement dépendante: calcul des interférences extracellulaires

La dépendance du CdP avec la distance, et la caractérisation aléatoire du canal  $d_{k,l}^i$  définie par l'équation 3.12 vont maintenant être pris en compte. Nous définissons donc une nouvelle V.A.  $\epsilon_{k,l}^i$  tel que:

$$\epsilon_{k,l}^i = e^{\beta m_{dB} + \beta \sigma_i' N(0,1)} \quad (3.35)$$

Le calcul de  $E[Z']$  et  $Var(Z')$  nous donne donc maintenant pour  $\xi_1$  et  $\xi_2$ :

$$\xi_1 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} \frac{E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4 \epsilon_{k,l}^i]}{E[\epsilon_{0,0}^i]} \quad (3.36)$$

$$\xi_2 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} \frac{E[(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^8 (\epsilon_{k,l}^i)^2]}{E[(\epsilon_{0,0}^i)^2]} \quad (3.37)$$

Les calculs avec les répartitions uniforme, circulaire et gaussienne n'ont pas d'expression analytique simple. Une expression intégrale sera donc donnée, et le calcul sera effectué à l'aide de Matlab. Les équations 3.10 permettant d'obtenir  $\xi_1$  et  $\xi_2$  deviennent:

$$\xi_1 = \frac{6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E[e^{\frac{\beta^2 (\sigma'_i)^2}{2}} (\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4]}{E[e^{\frac{\beta^2 \sigma_i^2}{2}}]} \quad (3.38)$$

$$\xi_2 = \frac{6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} E[e^{2\beta^2 (\sigma'_i)^2} (\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^8]}{E[e^{2\beta^2 \sigma_i^2}]} \quad (3.39)$$

$$(3.40)$$

Les valeurs numériques utilisées sont:  $m_{dB} = 7$ ,  $A = 2$ ,  $BR = 1$ ,  $\Delta_P = 0.5$ .

### 3.4.1 Répartition uniforme des mobiles

Si on suppose une densité de répartition des mobiles uniforme  $\rho = \frac{1}{\pi R^2}$ , on obtient les valeurs de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  avec le tableau 3.3. Les effets notables pour un contrôle de puissance dépendant de la distance, un canal imparfait et une distribution des mobiles uniformes, est une augmentation de 0.332 à 0.409 de la valeur de  $\xi_1$  et une augmentation de 0.086 à 0.149 de la valeur de  $\xi_2$ . L'augmentation dissymétrique des contributions en moyenne et en variance est due au facteur  $\frac{1}{2}$  multipliant  $\sigma'_i$  pour  $\xi_1$  et au facteur 2 correspondant pour  $\xi_2$  dans l'équation 3.38. Notons que si nous avons pris  $\Delta_P = 1$  qui est la valeur prise par la norme CDMA2000, nous aurions

trouvé:  $\xi_1 = 0.513$  et  $\xi_2 = 0.247$ . Les valeurs trouvées sont en accord avec les simulations et les mesures sur le terrain déjà faites puisque l'article de Ross<sup>[13]</sup> donne une valeur de  $\xi_1 \simeq 0.55$ .

Anneau=k	l	$\xi_1$ cumulés	$\xi_2$ cumulés
1	0	0.3304	0.1480
2	0	0.3554	0.1486
2	1	0.3695	0.1487
3	0	0.3746	0.1488
3	1	0.3797	0.1488
3	2	0.3831	0.1488
...			...
100	99	0.409	0.149

TAB. 3.3 – Contribution à la moyenne et à la variance des interférences des différents anneaux

### 3.4.2 Répartition circulaire des mobiles

Pour une répartition circulaire on obtient comme valeurs maximales  $\xi_1 = 1.474$  et  $\xi_2 = 0.984$  pour  $f = 1$  (voir les graphes 3.7).

### 3.4.3 Répartition gaussienne sur un support circulaire des mobiles

Nous obtenons les mêmes valeurs maximales que pour la répartition circulaire ainsi que celles de la répartition uniforme pour  $\beta = 0$  (voir les graphes 3.8)

## 3.5 Analyse des résultats

Le tableau 3.4 récapitule les différentes valeurs trouvées (les valeurs maximums de la répartition gaussienne et circulaire sont les mêmes):

### Répartition circulaire, modèle dépendant de la distance

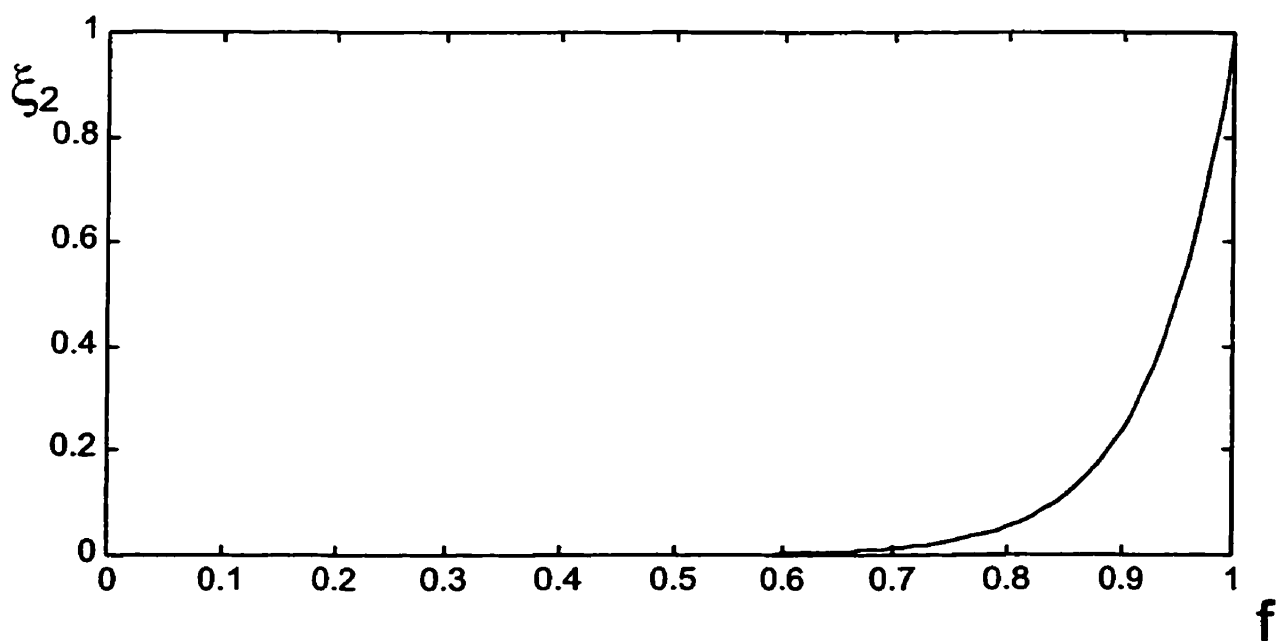
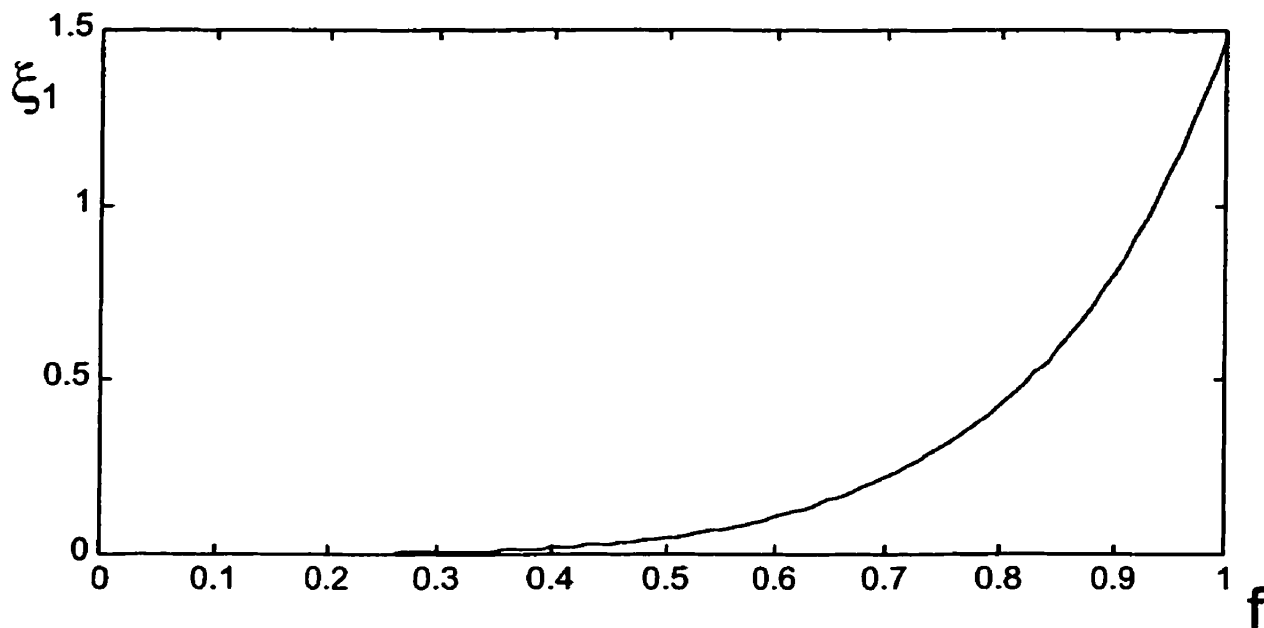


FIG. 3.7 – Variations de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  en fonction de  $f$  l'indice de répartition circulaire.

### Répartition gaussienne, modèle dépendant de la distance

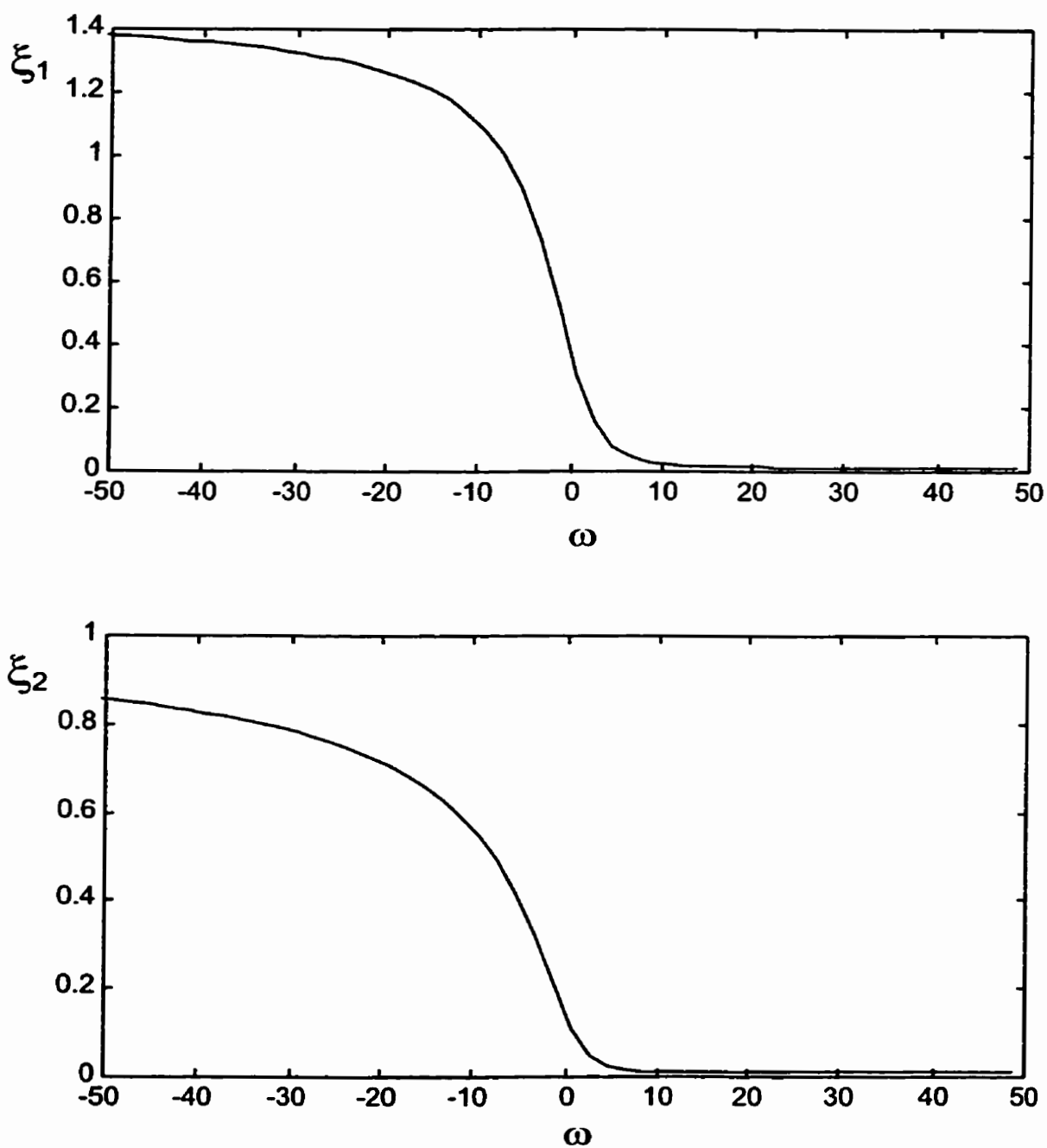


FIG. 3.8 – Variation de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  en fonction de  $\omega$  l'indice de répartition gaussienne



	Unif. (classique)	Circ. (classique $f = 1$ )	Unif. (imp.)	Circ. (imp. $f = 1$ )
$\xi_1$	0.33	1.25	0.41	1.47
$\xi_2$	0.08	0.70	0.15	0.98

TAB. 3.4 – Contribution à la moyenne et à la variance des interférences des différents anneaux sous les différentes modélisations

Les résultats précédents amènent deux conclusions majeures:

- Les valeurs trouvées pour  $\xi_1$  et  $\xi_2$  dans le cas uniforme pour un CdP dépendant de la distance et un canal imparfait sont plus proche des valeurs expérimentales que celles trouvées avec un canal déterministe qui a tendance à les sous-estimer. En effet on trouve une augmentation de  $\xi_1$  d'environ 1.2 et une augmentation de  $\xi_2$  d'environ 1.7 si on considère les imperfections du CdP et du canal.
- La répartition des mobiles influence énormément les valeurs de  $\xi_1$  et  $\xi_2$ , et nous évaluerons les répercussions que cela représente sur la capacité dans le prochain chapitre. En effet, on constate que sur les graphes des répartitions circulaires et gaussiennes que les valeurs des interférences augmentent très rapidement dès que la répartition des mobiles commence à être excentrée. Dans le même ordre d'idée, lorsque les mobiles ont une répartition centrée, les valeurs sont rapidement faibles. Intuitivement, nous pouvons donc conclure que le positionnement des S.B. par rapport au trafic présent sera un facteur déterminant quant à la capacité du réseau.

## CHAPITRE 4

### CAPACITÉ D'UN RÉSEAU CDMA

A la lumière des résultats obtenus dans les chapitres précédents, la capacité d'une cellule d'un réseau CDMA prenant en compte le trafic et la répartition des mobiles dans les différentes cellules va être étudiée. Nous essaierons de construire un modèle simple qui soit le plus réaliste possible, et nous analyserons différents scénarios.

#### 4.1 Capacité d'un réseau homogène

Si on reprend l'hypothèse faite dans le chapitre 3 d'un réseau constitué de cellules identiques, et possédant le même trafic et la même répartition des mobiles possédant une symétrie rotationnelle autour de leurs S.B., (*réseau homogène*) alors la capacité cellulaire trouvée grâce à  $P_{bloc}$  sera la même pour chaque cellule du réseau. En supposant que la probabilité de blocage voulue soit inférieure à  $10^{-1}$ , nous choisirons l'approximation log-normale, en accord avec le critère déterminé à la fin du chapitre 2.  $P_{bloc}$  s'exprime donc comme (c.f. section 2.7.2):

$$P_{bloc} = Q\left(\frac{\ln\left(\frac{W}{R}(1-\eta)\right) - m'_{ln}}{\sigma'_{ln}}\right) \quad (4.1)$$

Avec:

$$\sigma'^2_{ln} = \ln\left[\frac{Var(Z')}{E[Z']^2} + 1\right] \quad (4.2)$$

$$m'_{ln} = \ln(E[Z']) - \sigma'^2_{ln} \quad (4.3)$$

$E[Z']$  et  $Var(Z')$  s'expriment simplement comme:

$$E[Z'] = E[Z](1 + \xi_1) \quad (4.4)$$

$$\text{Var}(Z') = \text{Var}(Z)(1 + \xi_2) \quad (4.5)$$

En prenant les différentes valeurs de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  trouvées dans le tableau 3.4 on trouve les graphes de  $P_{\text{bloc}}$  de la figure 4.1.

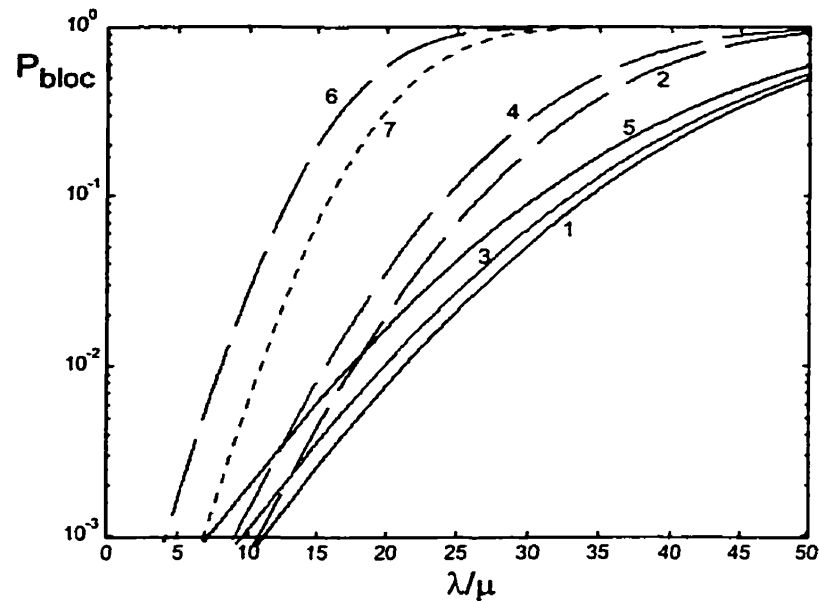


FIG. 4.1 – Graphes de  $P_{\text{bloc}}$  pour les différentes répartitions et les différents modèles

Les courbes de 1 à 7 représentent respectivement:

- 1: Cellule isolée avec la modélisation classique des  $\epsilon_i$  ( $\sigma_{dB} = 2.5$ ). La répartition des mobiles est donc indifférente.
- 2: Les interférences du réseau sont prises en compte, avec un canal déterministe et une répartition uniforme des mobiles dans tout le réseau.
- 3: Cellule isolée avec la modélisation dépendante de la distance des  $\epsilon_i$  ( $\sigma_i = A + B r_i$ ) et répartition uniforme des mobiles.
- 4: Les interférences du réseau sont prises en compte, avec un canal imparfait, un CdP dépendant de la distance, et une répartition uniforme des mobiles dans tout le réseau.
- 5: Cellule isolée avec la modélisation dépendante de la distance des  $\epsilon_i$  ( $\sigma_i =$

$A + Br_i$ ) et répartition circulaire maximum ( $f=1$ ) des mobiles.

- 6: Les interférences du réseau sont prises en compte, avec un canal imparfait, un CdP dépendant de la distance, et une répartition circulaire maximum ( $f=1$ ) des mobiles dans tout le réseau.
- 7: Les interférences du réseau sont prises en compte, avec un canal déterministe et une répartition circulaire maximum ( $f=1$ ) des mobiles dans tout le réseau.

Pour  $P_{bloc} = 0.01$ , nous trouvons les capacités:

No des courbes	1	2	3	4	5	6	7
Capacité pour $P_{bloc} = 0.01$	21.2	17.6	19.8	15.6	17.3	8.0	10.8

TAB. 4.1 - Capacité pour les différents modèles et répartition

Il apparaît clairement que les effets prépondérants sur l'allure de  $P_{bloc}$  sont par ordre décroissants d'importance: la prise en compte des interférences des autres cellules, la répartition des mobiles, et enfin la modélisation de CdP dépendant de la distance et de canal imparfait. Dans le pire des cas, avec une répartition circulaire, nous avons une capacité de seulement 8 Erlangs par cellule pour une probabilité de blocage égale à 0.01. Heureusement ce pire cas n'est pas réaliste car il suppose que tout les usagers du réseau soient aux frontières des cellules. Si nous fixons  $P_{bloc}$  à 0.01, nous pouvons trouver l'évolution de la capacité par cellule du réseau pour les différentes valeurs de  $f$ , l'indice de répartition circulaire avec la figure 4.2.

On s'aperçoit qu'autour de  $f = 0.7$ , la capacité chute plus rapidement, cette propriété s'explique simplement si on considère les graphes de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  trouvés à la figure 3.7: pour les valeurs de  $f$  inférieures à 0.7,  $\xi_2$  reste négligeable, mais pour les valeurs supérieures il augmente rapidement jusqu'à sa valeur maximale. Nous pouvons donc conclure que l'influence des interférences sur la variance de  $Z$  n'est négligeable que pour les valeurs de  $f$  inférieures à 0.7. On aura donc tout intérêt à conserver une répartition des mobiles associée à une valeur inférieure, afin de garantir au réseau une capacité acceptable. Le même raisonnement est possible pour une répartition gaussienne. On trouve donc la capacité cellulaire d'un réseau homogène

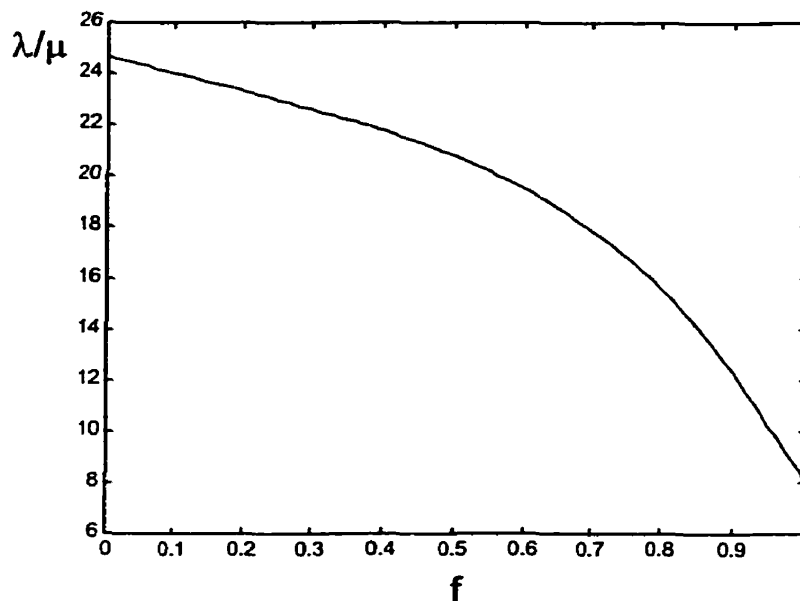


FIG. 4.2 - *Variation de la capacité cellulaire d'un réseau homogène en fonction de l'indice de la répartition circulaire*  
 avec une répartition gaussienne en fonction de  $\omega$  à la figure 4.3. Les valeurs extrêmes de capacité sont évidemment les mêmes que pour la répartition circulaire, toutefois l'indice  $\omega$  ne permet pas de distinguer les effets du premier et deuxième ordre comme dans la répartition circulaire. On remarque que la capacité de la répartition uniforme  $\omega = 0$  correspond environ à la moyenne des deux répartitions extrêmes  $\omega = -\infty$  et  $\omega = +\infty$  (respectivement 16, 8 et 24).

Ainsi, le calcul de la capacité cellulaire d'un réseau homogène avec une répartition circulaire nous a permis de trouver la valeur normalisée du rayon  $f = 0.7$  de répartition des mobiles pour lequel les effets du second ordre ne sont plus négligeables; et la répartition gaussienne a permis de vérifier que la répartition uniforme était bien le cas moyen entre les répartitions extrêmes.

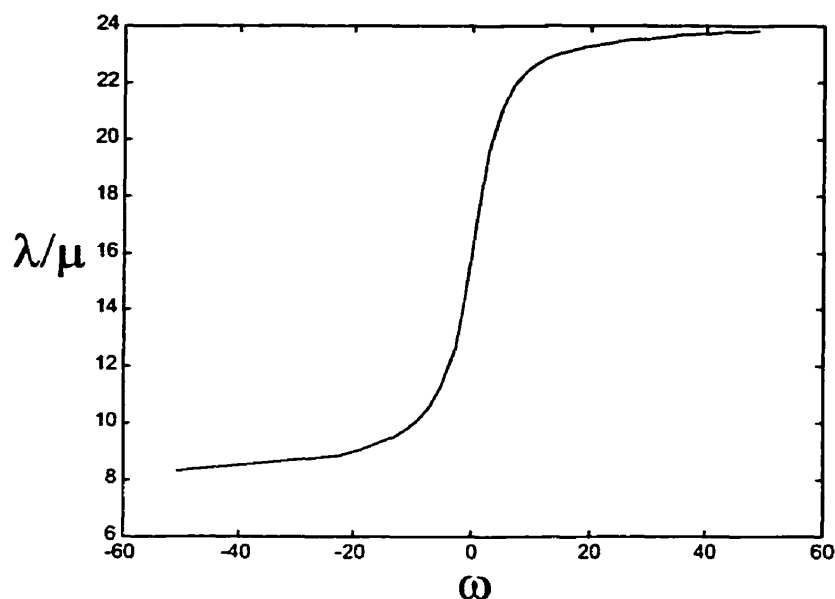


FIG. 4.3 – Variation de la capacité cellulaire d'un réseau homogène en fonction de l'indice de la répartition gaussienne

## 4.2 Capacité d'une cellule dans un réseau hétérogène

La capacité cellulaire d'un réseau homogène a été trouvée pour différentes répartitions, toutefois il peut être intéressant de déterminer la capacité pour un réseau hétérogène, i.e. dont les cellules ne possèdent pas le même trafic ni les mêmes répartitions.

### 4.2.1 Modèle utilisé

Afin de simplifier les calculs, les répartitions dans les différentes cellules sont supposées être circulaires, cette hypothèse n'est pas réductrice dans le sens où il est toujours possible de choisir une valeur de l'indice de répartition circulaire qui amène la même valeur d'interférence que pour une autre répartition. Deux coefficients vont être utilisés:  $f_{k,l} \in [0,1]$  est le coefficient de la répartition circulaire pour chaque cellule, et  $c_{k,l} \in [0, +\infty]$  est le coefficient représentant la valeur de trafic normalisé par rapport à la capacité moyenne désirée  $(\frac{\lambda}{\mu})_{ref}$  dans le réseau. Les valeurs moyennes

de trafic de chaque cellule sont donc:

$$E[M_{0,0}] = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.6)$$

$$E[M_{k,l}] = c_{k,l} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{ref} \quad (4.7)$$

Avec l'approximation log-normale, le modèle de CdP dépendant de la distance et un canal imparfait,  $P_{bloc}$  s'exprime comme:

$$P_{bloc} = Q\left(\frac{\ln\left(\frac{W}{R}(1-\eta)\right) - m'_{ln}}{\sigma'_{ln}}\right) \quad (4.8)$$

Avec:

$$\sigma_{ln}^{\prime 2} = \ln\left[\frac{Var(Z')}{E[Z']^2} + 1\right] \quad (4.9)$$

$$m'_{ln} = \ln(E[Z']) - \sigma_{ln}^{\prime 2} \quad (4.10)$$

Comme le trafic n'est plus le même dans toutes les cellules, nous définissons maintenant  $E[Z']$  et  $Var(Z')$  avec de nouvelles expressions de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  ( $\frac{\lambda}{\mu}$  est la capacité de la cellule considérée) :

$$E[Z'] = \left(\frac{\lambda}{\mu} + \xi_1 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{ref}\right) E[\nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i] \quad (4.11)$$

$$Var(Z') = \left(\frac{\lambda}{\mu} + \xi_2 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{ref}\right) E[(\nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i)^2] \quad (4.12)$$

Car l'indépendance de  $Z$  et  $Z_{ac}$  nous fournit:

$$E[Z'] = E[Z] + E[Z_{ac}] \quad (4.13)$$

$$= E[M_{0,0} \nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i] + 6 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{l \leq k} E[M_{k,l} \nu_{k,l}^i \epsilon_{k,l}^i \left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^4] \quad (4.14)$$

$$Var(Z') = Var(Z) + Var(Z_{ac}) \quad (4.15)$$

$$= E[M_{0,0} (\nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i)^2] + 6 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{l \leq k} E[M_{k,l} (\nu_{k,l}^i \epsilon_{k,l}^i)^2 \left(\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i}\right)^8] \quad (4.16)$$

On en déduit l'expression générale de  $\xi_1$  et  $\xi_2$ :

$$\xi_1 = \frac{6 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{l \leq k} c_{k,l} E[\nu_{k,l}^i \epsilon_{k,l}^i (\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^4]}{E[\nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i]} \quad (4.17)$$

$$\xi_2 = \frac{6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} c_{k,l} E[(\nu_{k,l}^i \epsilon_{k,l}^i)^2 (\frac{r_{k,l}^i}{d_{k,l}^i})^8]}{E[(\nu_{0,0}^i \epsilon_{0,0}^i)^2]} \quad (4.18)$$

Pratiquement, pour une répartition circulaire on trouve:

$$E[Z'] = \left(\frac{\lambda}{\mu} + \xi_1 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{ref}\right) \alpha \epsilon_{med} e^{\frac{\beta^2 (A+BRf_{0,0})^2}{2}} \quad (4.19)$$

$$Var(Z') = \left(\frac{\lambda}{\mu} + \xi_2 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{ref}\right) \alpha \epsilon_{med} e^{2\beta^2 (A+BRf_{0,0})^2} \quad (4.20)$$

Les deux coefficients  $c_{k,l}$  et  $f_{k,l}$  sont utilisés dans le calcul de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  comme suit:

$$\xi_1 = \frac{6 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{l \leq k} c_{k,l} E[e^{\frac{\beta^2 \sigma'^2}{2}} \left(\frac{f_{k,l}}{\sqrt{f_{k,l}^2 + \kappa_{k,l}^2 - 2f_{k,l} \kappa_{k,l} \cos \theta_{i,j}}}\right)^4]}{E[e^{\frac{\beta^2 (A+BRf_{0,0})^2}{2}}]} \quad (4.21)$$

$$\xi_2 = \frac{6 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l \leq k} c_{k,l} E[e^{2\beta^2 \sigma'^2} \left(\frac{f_{k,l}}{\sqrt{f_{k,l}^2 + \kappa_{k,l}^2 - 2f_{k,l} \kappa_{k,l} \cos \theta_{i,j}}}\right)^8]}{E[e^{2\beta^2 (A+BRf_{0,0})^2}]} \quad (4.22)$$

Avec:

$$\sigma' = A + BRf_{k,l} + \Delta_P \sqrt{f_{k,l}^2 + \kappa_{k,l}^2 - 2f_{k,l} \kappa_{k,l} \cos \theta_{i,j}} \quad (4.23)$$

Les valeurs numériques utilisées sont:  $A = 2$ ,  $BR = 1$ ,  $\Delta_P = 0.5$  et  $\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{ref} = 15.6$  qui la valeur pour un réseau homogène ayant une répartition uniforme.

#### 4.2.2 Capacité d'une cellule dans un réseau hétérogène

Plusieurs cas de figure peuvent être étudiés:

- Une ou plusieurs cellules sont mal positionnées par rapport au trafic (on prendra donc une valeur élevée de  $f_{k,l}$ ).
- Une ou plusieurs cellules sont congestionnées (on prendra donc une valeur



élevée de trafic).

Les effets du premier anneau de cellules entourant  $B_{0,0}$  comparés à tous les autres ont été mis en évidence de la manière suivante: dans un premier temps les valeurs de  $c_{k,l}$  ont été fixées à 1, donc toutes les cellules du réseau possèdent comme trafic moyen  $\frac{\lambda}{\mu}$ . Seule l'influence des répartitions dans les cellules ont été étudiée et les courbes  $a, a', \dots, e$  de la figure 4.4 correspondent à:

No des courbes	a	a'	b
Valeur des $f_{k,l}$	$f_{k,l} = 1$	$f_{1,1} = 1, f_{k>1,l} = 0$	$f_{1,1} = 0.9, f_{k>1,l} = 1$
No des courbes	b'	c	c'
Valeur des $f_{k,l}$	$f_{1,1} = 0.9, f_{k>1,l} = 0$	$f_{1,1} = 0.8, f_{k>1,l} = 1$	$f_{1,1} = 0.8, f_{k>1,l} = 0$
No des courbes	d	d'	e
Valeur des $f_{k,l}$	$f_{1,1} = 0.5, f_{k>1,l} = 1$	$f_{1,1} = 0.5, f_{k>1,l} = 0$	$f_{k,l} = 0$

TAB. 4.2 – Valeurs des  $f_{k,l}$  utilisés

Dans un deuxième temps, les valeurs de  $f_{k,l}$  ont été fixées à 0.8, ce qui équivaut à une répartition uniforme sur le réseau (pour le vérifier il suffit de lire l'abscisse de la figure 4.2 pour une capacité de 15.6 trouvée dans le tableau 4.1 pour la répartition uniforme). Les courbes  $m, m', \dots, o'$  correspondent au tableau 4.3.

### 4.2.3 Interprétation des résultats

#### 4.2.3.1 Influence des $f_{k,l}$

Les variations de  $P_{bloc}$  en fonction de  $f_{k,l}$  fournissent des résultats intéressants sur les contributions des différents anneaux. En effet avec l'indexation prise en 3.1.1, fixer la valeur de  $f_{1,1}$  revient à supposer que la cellule  $B_{0,0}$  est entourée de cellules ayant cet indice de répartition. La première constatation est que l'écart entre  $a$  et  $a'$  est le même que pour les autres lettres, et environ égal à 2.5. L'influence maximale cumulée des anneaux d'ordre supérieur à 1 est donc une variation de 2.5 de la capacité. Si nous nous attachons maintenant aux variations de la capacité due à l'influence du premier anneau, on trouve une perte de capacité importante pour

No des courbes	m	m'
Valeur des $c_{k,l}$	$c_{1,1} = 2, c_{k>1,l} = 2$	$c_{1,1} = 2, c_{k>1,l} = 0$
No des courbes	n'	n
Valeur des $c_{k,l}$	$c_{1,1} = 1, c_{k>1,l} = 2$	$c_{1,1} = 1, c_{k>1,l} = 0$
No des courbes	o	o'
Valeur des $c_{k,l}$	$c_{1,1} = 0, c_{k>1,l} = 2$	$c_{1,1} = 0, c_{k>1,l} = 0$

TAB. 4.3 - Valeurs des  $c_{k,l}$  utilisés

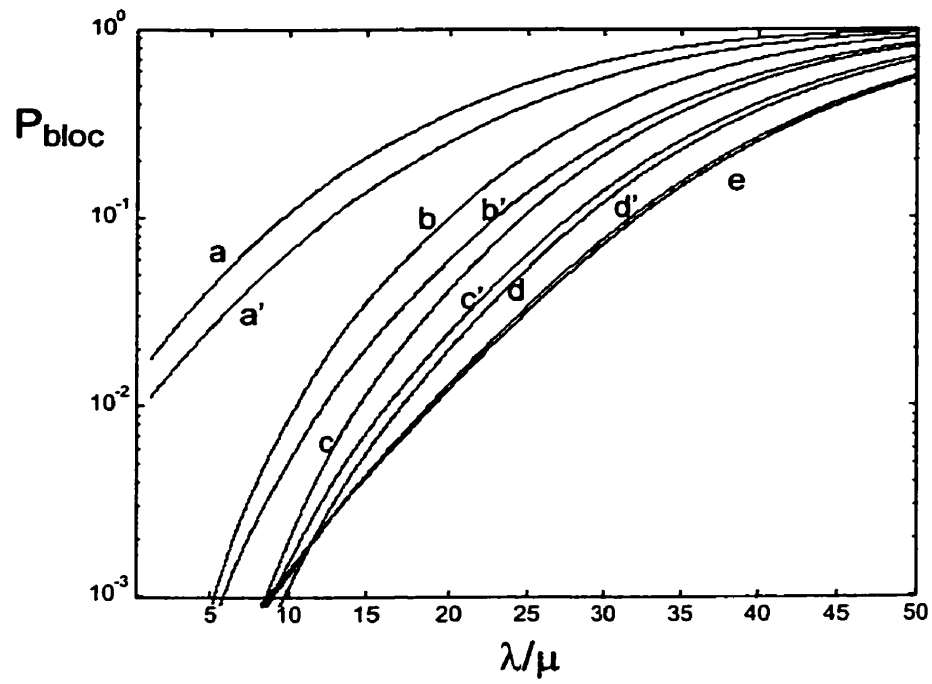
les valeurs de  $f_{1,1} > 0.7$  et au contraire un gain de capacité plus faible pour  $f_{1,1}$  diminuant de 0.7 à 0.5 et finalement des variations négligeables pour  $f_{1,1} < 0.5$  (on peut assimiler la courbe  $d'$  à  $e$ ). On retrouve donc l'allure générale de la figure 4.2, et en pratique, pour garantir une capacité acceptable, il faudra surtout limiter la valeur de  $f_{1,1}$  à 0.8, la valeur des contributions des autres anneaux n'influençant que peu la capacité.

#### 4.2.3.2 Influence des $c_{k,l}$

Les courbes de la figure 4.4 en fonction de  $c_{k,l}$  peuvent être considérées comme parallèles dans la région d'intérêt de  $P_{bloc}$  ( $10^{-2}$  à  $10^{-1}$ ) et leurs écarts sont approximativement égaux ( $\simeq 0.75$ ). Nous pouvons conclure que la perte de capacité de la cellule considérée par l'ajout d'un trafic supplémentaire  $(\frac{\lambda}{\mu})_{ref}$  dans les cellules adjacentes, est environ la double que celle produite par tous les autres anneaux avec un trafic égal à  $2(\frac{\lambda}{\mu})_{ref}$ . Ce résultat n'est bien sûr valable que s'il est considéré comme un ordre de grandeur. L'influence du premier anneau est donc déterminante pour la capacité aussi bien du point de vue de la répartition que du trafic. La valeur de capacité dans le cas hétérogène n'est malheureusement pas garante du fonctionnement du réseau: on peut en effet trouver la capacité d'une cellule étant donné le reste du réseau, mais rien ne permet d'affirmer que des probabilités de blocage trop hautes puissent se produire dans les autres cellules. Pour s'en assurer, il faudrait appliquer le calcul à chaque cellule, et ainsi déterminer leur probabilité de blocage respective. Cette méthode peut être intéressante lors du dimensionnement d'un réseau CDMA, puisqu'il permettrait de prévoir a priori les probabilités de blocage de chaque cellule.

L'hypothèse d'une répartition circulaire nous a permis d'analyser les influences des différents anneaux de cellules en fonction du trafic et de la répartition des mobiles, toutefois cette modélisation est peu réaliste en pratique. Si on désire avoir une évaluation plus précise de la capacité cellulaire d'un réseau hétérogène connaissant la répartition du trafic dans les cellules, on peut effectuer le même raisonnement avec une répartition gaussienne en utilisant les équations générales 4.13 à 4.18, et en affectant un indice de répartition  $\omega_{k,l}$  à chaque cellule. Cette modélisation n'a pas été traitée plus en avant dans ce mémoire d'une part en raison du temps de calcul demandé et d'autre part parce que les conclusions qualitatives sur les influences des cellules sont inchangées.

## Répartition variable, trafic fixé



## Trafic variable, repartition fixée

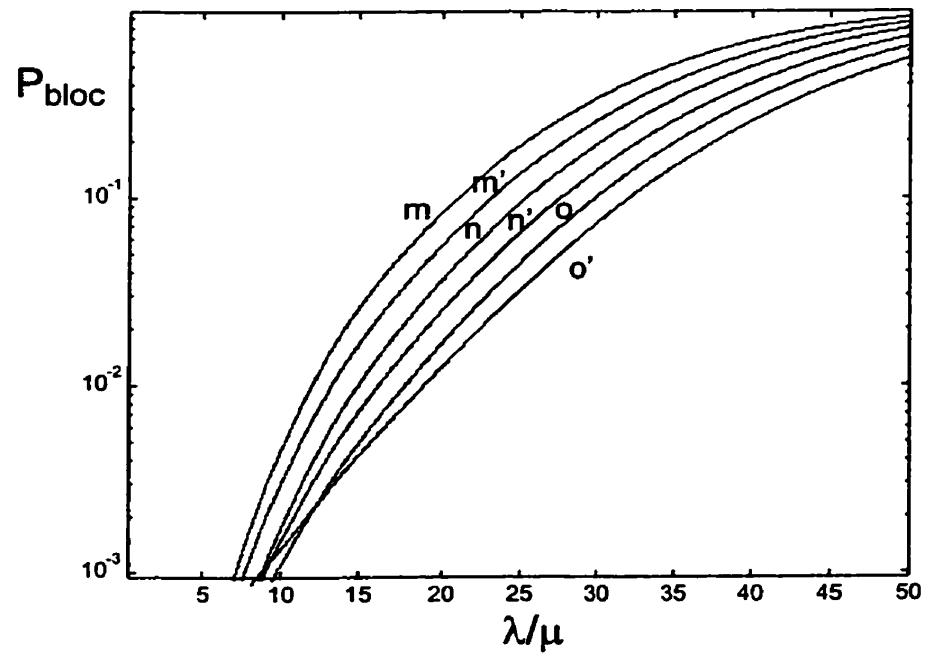


FIG. 4.4 – Graphes de  $P_{\text{bloc}}$  pour différentes valeurs des  $f_{k,l}$  et des  $c_{k,l}$

## CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons étudié la capacité en Erlangs d'un réseau cellulaire CDMA, qui peut se trouver en calculant la probabilité de blocage du réseau. Nous avons toutefois pris plusieurs hypothèses afin de modéliser ce réseau: la première fut de considérer que le réseau était constitué d'un pavage d'hexagones identiques que nous avons assimilé à des cercles par la suite. La deuxième fut de faire l'analyse de la capacité à travers une modélisation probabiliste mettant en jeu la variable aléatoire  $Z$ , dont nous avons étudié les deux premiers moments. Cette étude a pris en compte les deux hypothèses déjà formulées dans la littérature (voir le livre de Lee et Miller<sup>[12]</sup>, l'article de Viterbi<sup>[22]</sup> et l'article de Beaulieu<sup>[27]</sup>): l'hypothèse normale et log-normale. La démarche suivie fut la suivante:

- Considérant tout d'abord une cellule isolée d'un réseau CDMA, l'importance relative des différents paramètres de la capacité a été mise en évidence: la moyenne  $m_{dB}$ , la variance  $\sigma_{dB}$  de la puissance du mobile et le critère de blocage  $\eta$ . Nous avons comparé les approximations normale et log-normale et nous avons trouvé un critère sur la probabilité de blocage favorisant l'une ou l'autre. Enfin un modèle permettant de prendre en compte la dépendance du CdP avec la distance et la répartition géographique des mobiles a été introduit, et une évaluation de la perte de la capacité en fonction de la répartition a été faite.
- L'interférence des mobiles appartenant aux autres cellules a été prise en compte à travers deux facteurs affectant la capacité:  $\xi_1$  et  $\xi_2$ . Ces facteurs ont été définis de manière à tenir compte de la répartition des mobiles sur l'ensemble du réseau. L'hypothèse classique d'un contrôle de puissance parfait, déjà faite dans <sup>[12]</sup>, a permis d'évaluer l'influence des interférences pour différentes répartitions des mobiles sur le réseau. L'hypothèse d'un contrôle de puissance dépendant

de la distance et d'un canal radio-mobile imparfait a produit des résultats plus pessimistes, et en accord avec des simulations déjà faites [22].

- La capacité cellulaire pour un réseau homogène en a été déduit dans le cas d'une répartition circulaire, cette méthode de calcul permet d'assurer une capacité constante dans tout le réseau, mais reste assez peu réaliste puisqu'elle suppose les mêmes valeurs de trafic et les mêmes répartitions dans chaque cellules. En introduisant les facteurs  $c_{kl}$  et  $f_{k,l}$ , nous avons pu calculer la capacité cellulaire pour un réseau hétérogène.

Les résultats obtenus nous permettent plusieurs conclusions:

- Si la probabilité de blocage désirée est inférieure a  $10^{-1}$ , il vaut mieux utiliser l'approximation log-normale. En effet, pour ces valeurs, l'approximation gaussienne surestime la capacité réelle de la cellule considérée.
- L'influence de la précision du contrôle de puissance est déterminante. Nous avons vu que la capacité était bien plus dépendante de la variance de la puissance que de sa valeur moyenne. De plus la marge de manoeuvre que possède le système pour ajuster les performances des cellules hétérogènes avec le seuil de blocage reste limitée.
- La localisation des mobiles (dans la cellule considérée et dans le réseau en général) influence fortement la valeur de la capacité. Il a été montré que pour éviter une trop grande dégradation de la capacité, les cellules adjacentes ne devaient pas avoir un indice de répartition circulaire supérieur à 0.8 qui correspond approximativement a une distribution uniforme.

Toute modélisation a ses limites, et celle qui a été adoptée ici pour décrire le fonctionnement d'un réseau CDMA et trouver sa capacité a bien sur les siennes:

- Les répartitions considérées doivent avoir une symétrie rotationnelle autour de la S.B. et nous n'avons considéré que le cas non-sectorisé. Un modèle plus complet pourrait prendre en compte ces éléments.

- Nous avons considéré un réseau statique, i.e. les mobiles sont attribués aux S.B. avec lesquelles l'atténuation est minimum. En pratique le réseau n'a pas toujours le temps d'atteindre un état d'équilibre car l'état des mobiles varie trop rapidement et il est possible que les attributions des mobiles ne soient pas optimales.
- Les résultats trouvés dans cette étude ne considèrent que le lien montant. Il faudrait inclure ceux sur le lien descendant <sup>[30]</sup>, et réaliser un simulateur permettant d'appliquer les résultats à des cas hétérogènes. Cette intégration pourrait permettre d'analyser plus précisément les problèmes de couvertures et d'allocation de ressources. L'utilisation des formules permettant de calculer la probabilité de blocage (et donc la capacité) d'une cellule pour un réseau hétérogène permettrait une meilleure prédiction de ses performances.
- Ce mémoire s'est servi de la norme IS-95 <sup>[4]</sup> comme support. Il serait intéressant de faire une modélisation complémentaire dans le cas de transmissions de données, comme c'est le cas dans la norme CDMA 2000 <sup>[5]</sup>.

**RÉFÉRENCES**

- [1] "Dual-Mode Subscriber Equipment-Network Equipment Compatibility Specifications", *TIA/EIA Interim Standard 54 (IS-54)*, Washington, DC: Telecommunications Industry Association, 1989
- [2] Lee, J.S., "Overview of the Technical Basis of Qualcomm's CDMA Cellular Telephone System Design- A view of North American TIA/EIA IS-95", *Proc. 1994 IEEE International Conference on Communication Systems (ICCS'94)*, pp 353-358, Nov. 14-18, 1994, Singapore
- [3] Lee, W.Y.C., "Mobile cellular telecommunication", *MC Graw Hill*, New York, 1989
- [4] "Mobile Station-Base Station Compatibility Standard for Dual-Mode Wideband Spread Spectrum Cellular System", *TIA/EIA Interim Standard 95 (IS-95)*, Washington, DC: Telecommunications Industry Association, Juillet 1993
- [5] Vijay K. Garg, *IS-95 and CDMA 2000*, Communication engineering and emerging technology, NJ: Prentice Hall, 1999
- [6] Jordan, E.C., et K.G. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentive-Hall, 1968 (2nd ed.)
- [7] Hata, M., "Empirical Formula for Propagation Loss in Land Mobile Radio Services", *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, Vol VT-29, pp. 317-325, Aug. 1980
- [8] Boucher, N., *Cellular Radio Handbook (2nd ed.)*, Mill Valley, CA:Quantum Publishing, 1992
- [9] Stuber, M., et al., *Principles of Mobile Communication*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996
- [10] Longley, A. G., and P.L. Rice, "Prediction of Tropospheric Radio Transmission Loss Over Irregular Terrain: A Computer Method-1968", U.S. Dept. of Com-



- merce, *Environmental Science Services Admin. (ESSA) technical report ERL 79-ITS 67*, July 1968 (DTIC accession number AD-676874)
- [11] Wozencraft, J.M., et I.M. Jacobs, *Principles of Communications Engineering*, New-York: Wiley, 1965
- [12] Lee, J.S., et L.E. Miller, *CDMA Sytems Engineering Handbook*, Boston: Artech House, 1998
- [13] Ross, A.H.M., et K.S. Gilhousen, "CDMA Technology and the IS-95 North American Standard", *The Mobile Communications Handbook*, CRC Press/IEEE Press, 1996
- [14] Golomb, "New Concepts in Multi-user Communications", *Proceedings from HThe Advanced Study Institute Conference on Concept in Multi-user Communication*, Ed. J.K. Skwirzynski. NATO, UK, August 4-16, 1980
- [15] Shannon, C.E., "A Mathematical Theory of Communication", *Bell System Technical Journal*, Vol. 27, pp 379-433 (Partie 1) et pp. 623-656 (Partie 2)
- [16] Proakis, J.C. , *Digital Communications*, New-York: Mc Graw-Hill, 1983
- [17] Stuber, G.L., *Principles of Mobile Communication*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996
- [18] Torrieri, D.J. ,"Frequency Hopping with Multiple Frequency-Shift Keying and Hard Decisions", *IEEE Trans. on Commun.*, Vol. COM-32, pp. 574-582, Mai 1984
- [19] Padovani, R., "Reverse Link Performance of IS-95 Based Cellular Systems", *IEEE Personal Communications Magazine*, pp. 28-34, 3eme quart 1994
- [20] Simon, M.K. ,J.k. Omura, R.A. Scholtz, et B.k. Levitt, *Spread Spectrum Communications Handbook*, New York: McGraw-Hill, 1994
- [21] Cooper, G.R., et C.D. McGillem, *Modern Communications and Spread Spectrum* , McGraw-Hill, New-York, 1986

- [22] Gilhousen, K.S., I.M. Jacobs, R.Padovani, A.J. Viterbi, L.A. Weaver, Jr et C.E. Wheatley 3, "On the Capacity of a Cellular CDMA System", *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, Vol. 40, pp. 303-312, Mai 1991
- [23] Viterbi, A.J., A.M. Viterbi, E. Zehavi, "Performance of a Power-Controlled Wideband Terrestrial Digital Communication", *IEEE Trans. on Commun.*, Vol 41, pp 559-569, Avril 1993
- [24] Viterbi, A.J., A.M. Viterbi, E. Zehavi, "Other cell Interference in Cellular Power Controlled CDMA", *IEEE Trans. Commun.*, Avril 1994
- [25] A.J. Viterbi, *CDMA Principles of spread spectrum communication*, Addison Wesley Wireless Communications Series, Massachusetts, Juillet 1998
- [26] Lei, Z., D.J. Goodman, N.B. Mandayam, "Location Dependent Other Cell Interference and Its Effect on the Uplink Capacity of a Cellular CDMA", *IEEE Veh. Tech.*, Mai 1999
- [27] Beaulieu, N.C., A.A. Abu-Dayya, et P.J. McLane, "Estimating the Distribution of a Sum of Independent Lognormal Random Variables", *IEEE Trans. on Commun.*, Vol 43, pp 2869-2873, Decembre 1995
- [28] Fenton, L., "The Sum of Lognormal Probability Distributions in Scatter Transmission System", *IEEE Trans. on Commun. Syst.*, Vol. CS-8, pp 57-67, Mars 1960
- [29] Schwartz, S.C., et Y.S. Yeh, "On the distribution Function and Moments of Power Sums with Lognormal Components", *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 61, pp 1441-1462, Septembre 1982
- [30] Tsang-Kwong-U, Steve, *Évaluation du problème de déficit de puissance à la station de base dans des réseaux cellulaires CDMA*, Memoire de maitrise, Polytechnique, Novembre 2000
- [31] Kim, K.I., "CDMA Cellular Engineering Issues", *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, Vol. 42, pp 345-350, Fevrier 1995

## Annexe I

### Propriétés de la V.A. Log-Normale

Le modèle de Longley-Rice présenté dans la section 1.3.4 décrit l'atténuation d'un signal comme:

$$L(dB) = A_{ref}(dB) + L_{fs}(dB) + \sigma_c(dB) * N(0,1) \quad (I.1)$$

La V.A. peut donc exprimer  $L$  comme:

$$L = 10^{\frac{L(dB)}{10}} = 10^{\frac{A_{ref}(dB) + L_{fs}(dB) + \sigma_c(dB) * N(0,1)}{10}} \quad (I.2)$$

$$L = 10^{\frac{N(m, \sigma_c^2)}{10}} = e^{\frac{\ln(10)}{10} N(m, \sigma_c^2)} = e^{\beta N(m, \sigma_c^2)} \quad (I.3)$$

Avec  $\beta = \frac{\ln(10)}{10}$ . On reconnaît une V.A. log-normale, dont les principales caractéristiques sont (tirées du livre "CDMA System Engineering Handbook"<sup>[12]</sup>):

Soit  $X$  une V.A. log-normale de paramètres  $m$  et  $\sigma$ , alors on peut calculer:

- Son expression en fonction de la loi  $N(0,1)$ :  $X = e^{m + \sigma N(0,1)}$
- Sa médiane:  $P[X \leq X_{med}] = 0.5$

$$X_{med} = e^m \quad (I.4)$$

Notons que la valeur médiane ne dépend pas de  $\sigma$ .

- Les moments d'ordre  $k$  sont donnés par:

$$E[X^k] = e^{km + \frac{1}{2}k^2\sigma^2} \quad (I.5)$$

Nous pouvons aussi prouver les propriétés suivantes:

- Soit  $a, b, d$  des constantes telles que  $b = e^d$ , alors la V.A.  $Y = bX^a$  est

log-normale de paramètres  $(d + am)$  et  $a\sigma$

- Soit  $X_1$  et  $X_2$  deux V.A. log-normales indépendantes de paramètres respectifs  $(m_1, \sigma_1)$  et  $(m_2, \sigma_2)$ , alors la V.A.  $Y = X_1 X_2$  est log-normale de paramètres  $(m_1 + m_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$

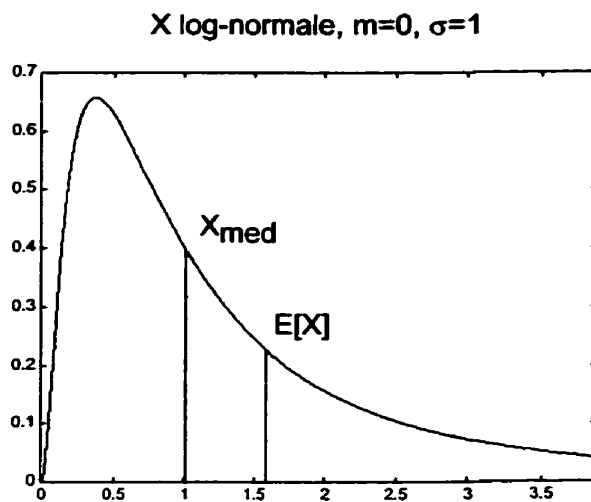


FIG. I.1 - Densité d'une log-normale centrée réduite

## Annexe II

### Propriétés d'une somme de Log-Normales

Les calculs présentés dans la section 2.3 font appel à la modélisation d'une somme de V.A. log-normales. Nous pouvons bien-sur appliquer le Théorème de la Limite Centrale (CLT), mais nous risquons de commettre certaines approximations dans la mesure où la somme n'est pas infinie. La solution exacte d'une telle somme est inconnue, toutefois l'article de Fenton<sup>[28]</sup> montre qu'elle peut être approchée par une log-normale. Tout le problème est d'avoir la meilleure estimation possible de la Fonction de Répartition Complémentaire de la somme (FRC). Plusieurs méthodes existent pour calculer cette fonction, et nous nous référons à l'article de Beaulieu<sup>[27]</sup> qui en a fait la comparaison:

- La méthode de correspondance des moments (ou méthode de Wilkinson<sup>[28]</sup>) qui calcule les moments de la somme et les fait correspondre aux moments de la log-normale représentant la somme.
- La méthode récursive, basée sur le calcul exact des moments de la somme de 2 log-normales de Schwartz et Yeh <sup>[29]</sup>.
- L'approximation de Farley <sup>[29]</sup> pour les grandes variances.

**Principe des méthodes:** Soit  $X_i$  avec  $i = 1, 2, \dots, N$  une suite de V.A. gaussiennes i.i.d. de moyenne et d'écart-type  $m_X$  et  $\sigma_X$  On pose  $Y_i = \frac{\ln(10)}{10} X_i$ . Si on suppose que la somme de log-normales est log-normale, alors:

$$\sum_{i=1}^N e^{Y_i} \simeq e^Y \quad (\text{II.1})$$

Où  $Y$  est une V.A. gaussienne.

### Méthode de Wilkinson

On fait correspondre les deux premiers moments de  $e^Y$  et de  $\sum_{i=1}^N e^{Y_i}$  afin d'obtenir  $m_Y$  et  $\sigma_Y$ . La fonction de répartition complémentaire peut donc s'écrire:

$$P[e^Y > \gamma] = P[Y > \ln(\gamma)] = Q\left(\frac{\ln(\gamma) - m_Y}{\sigma_Y}\right) \quad (\text{II.2})$$

Avec  $Q$  la fonction de répartition complémentaire de la loi normale centrée réduite. Beaulieu<sup>[27]</sup> conclue que cette méthode donne des résultats valables en ce qui concerne les deux premiers moments pour des valeurs de  $\sigma_{X_i}$  ne dépassant pas  $4dB$ , et donne une bonne estimation de la FRC pour des valeurs de l'argument  $\leq 10^{-1}$  pour n'importe quelle valeur de  $\sigma_{X_i}$ .

### Méthode de Schwartz et Yeh

En supposant que la somme de deux log-normale est une log-normale on calcule  $m'_Y$  et  $\sigma'_Y$  en définissant:

$$e^{Y'} = e^{Y_1} + e^{Y_2} \quad (\text{II.3})$$

Et on procède itérativement en définissant  $e^{Y''} = e^{Y_3} + e^{Y'}$  jusqu'à  $e^Y$ . Cette méthode donne effectivement de meilleurs résultats dans le calcul des moments pour les valeurs de  $\sigma_X$  comprises entre 4 et  $12dB$ , mais sous-évalue la FRC pour les valeurs de l'argument  $\leq 10^{-1}$ .

### Approximation de Farley

Cette approche est valable pour les valeurs de  $\sigma_X \geq 12dB$ :

$$P[e^Y > \gamma] \simeq 1 - \left(1 - Q\left(\frac{\ln(\gamma) - m_Y}{\sigma_Y}\right)\right)^N \quad (\text{II.4})$$

En fait cette expression est une borne inférieure de la FRC pour n'importe quelle valeur de  $\sigma_X$ .

Les log-normales que nous considérons ont des  $\sigma \approx 2.5dB$  pour les mobiles appartenant à la cellule considérée <sup>[12]</sup> et des  $\sigma \leq 8dB$  pour les mobiles des autres cellules. Pour les premiers nous utiliserons naturellement la méthode de Wilkinson qui est la plus approprié, ainsi que dans le cas des mobiles des autres cellules car on fixe la valeur de  $P_{bloc}$  généralement inférieure à  $10^{-1}$  (nous avons pris  $P_{bloc} = 10^{-2}$ ).

## Annexe III

Graphes de  $P_{bloc}$  pour un scénario unicellulaire

## III.1 Approximation Normale

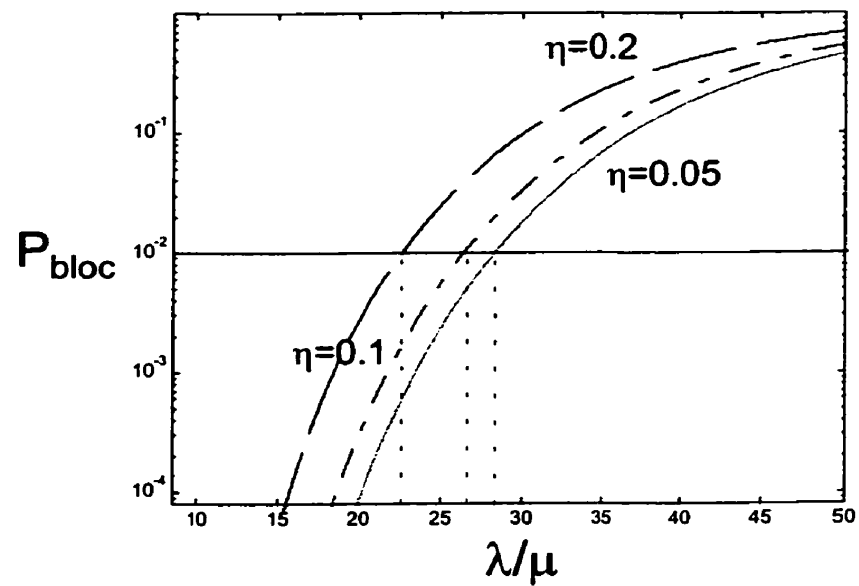


FIG. III.1 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de  $\eta$  (Approximation Normale)



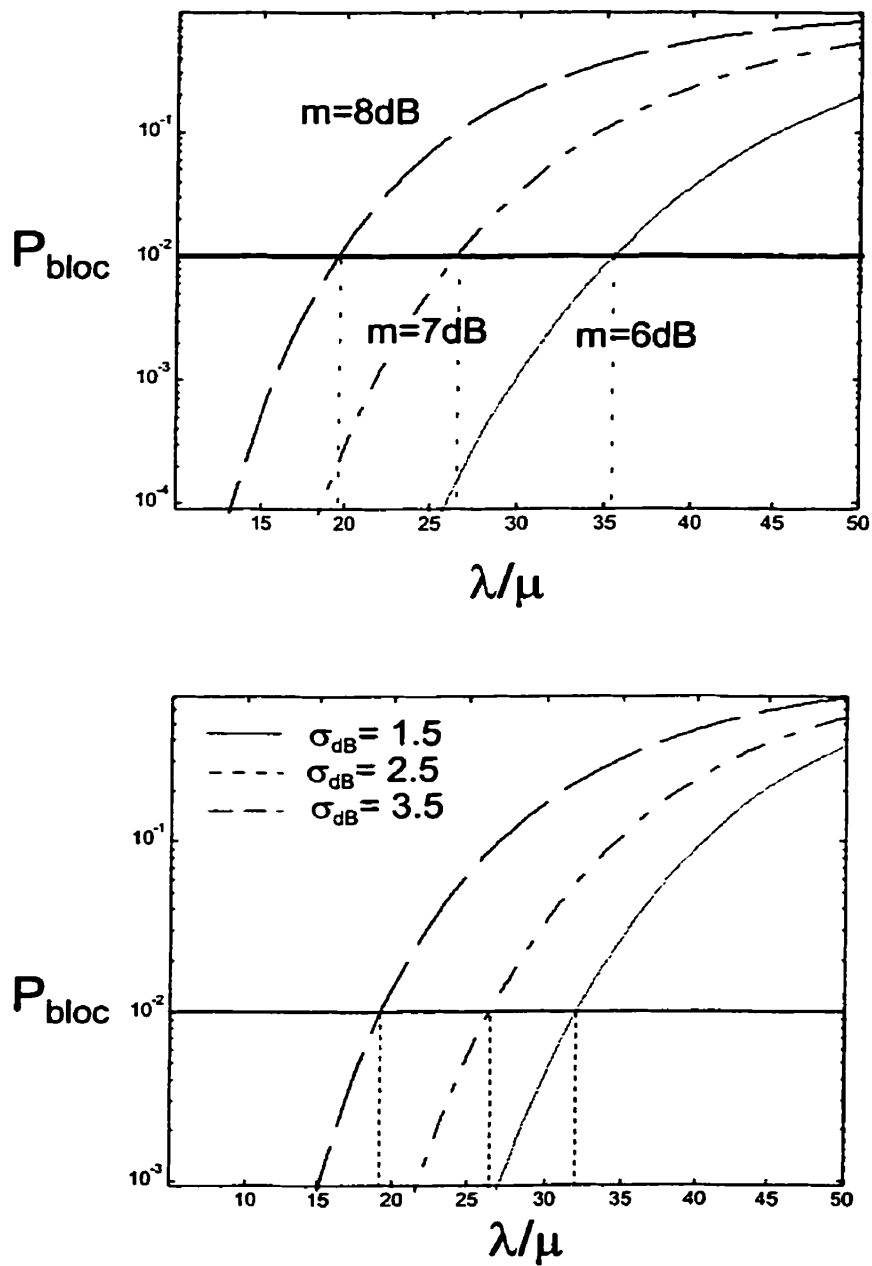


FIG. III.2 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de  $m$  et de  $\sigma_{\text{dB}}$  (Approximation Normale)

## III.2 Approximation log-normale

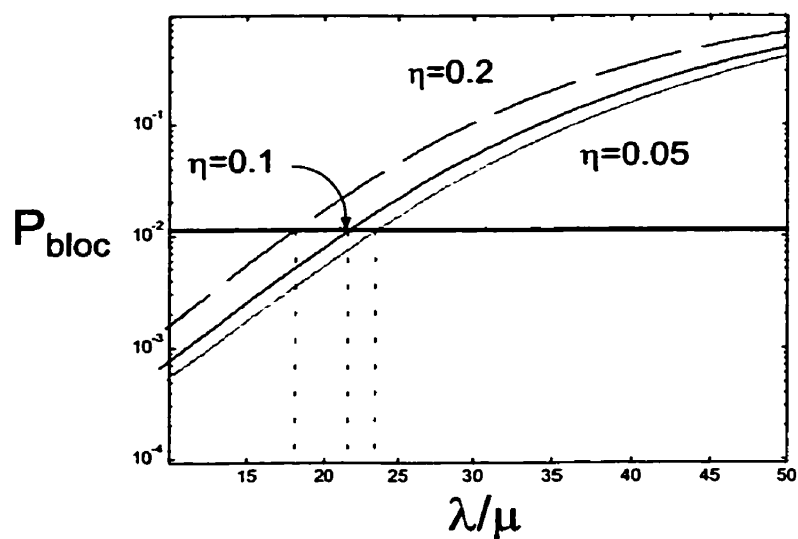


FIG. III.3 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de  $\eta$  (Approximation Log-normale)

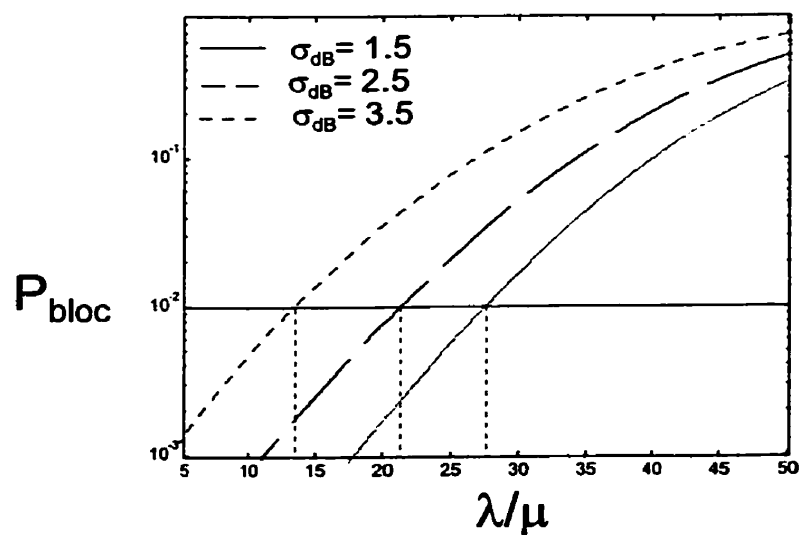
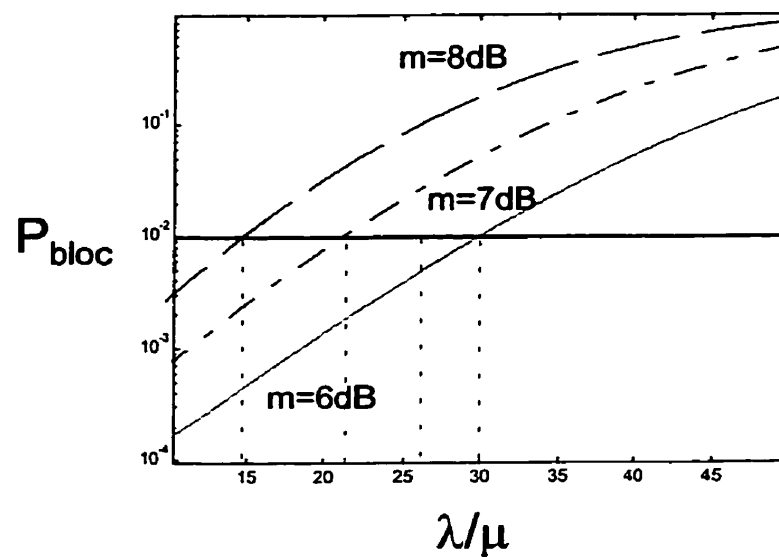


FIG. III.4 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour différentes valeurs de  $m$  et de  $\sigma_{\text{dB}}$  (Approximation Log-normale)

### III.3 Dépendance linéaire de $\sigma$ avec la distance

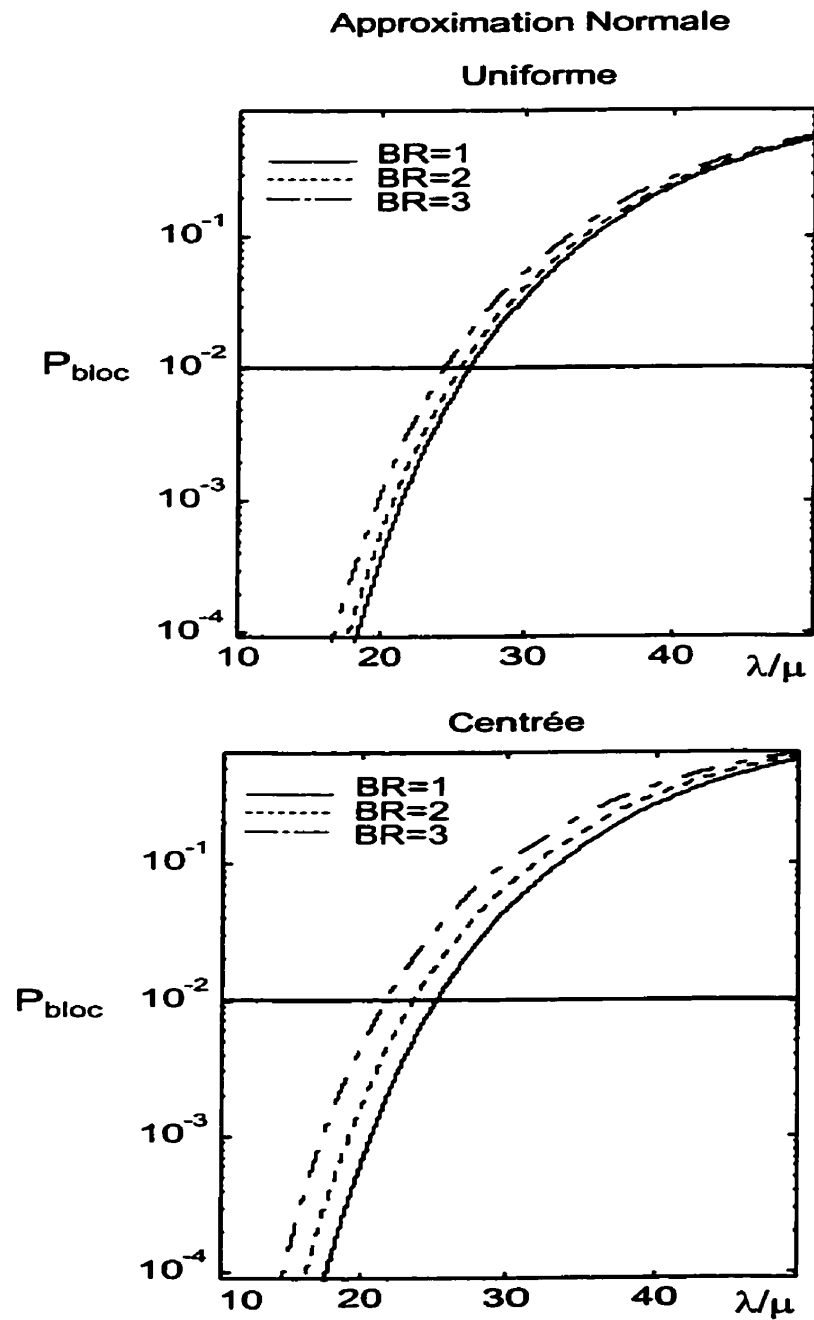


FIG. III.5 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour une distribution centrée et une distribution uniforme (Approximation Normale)

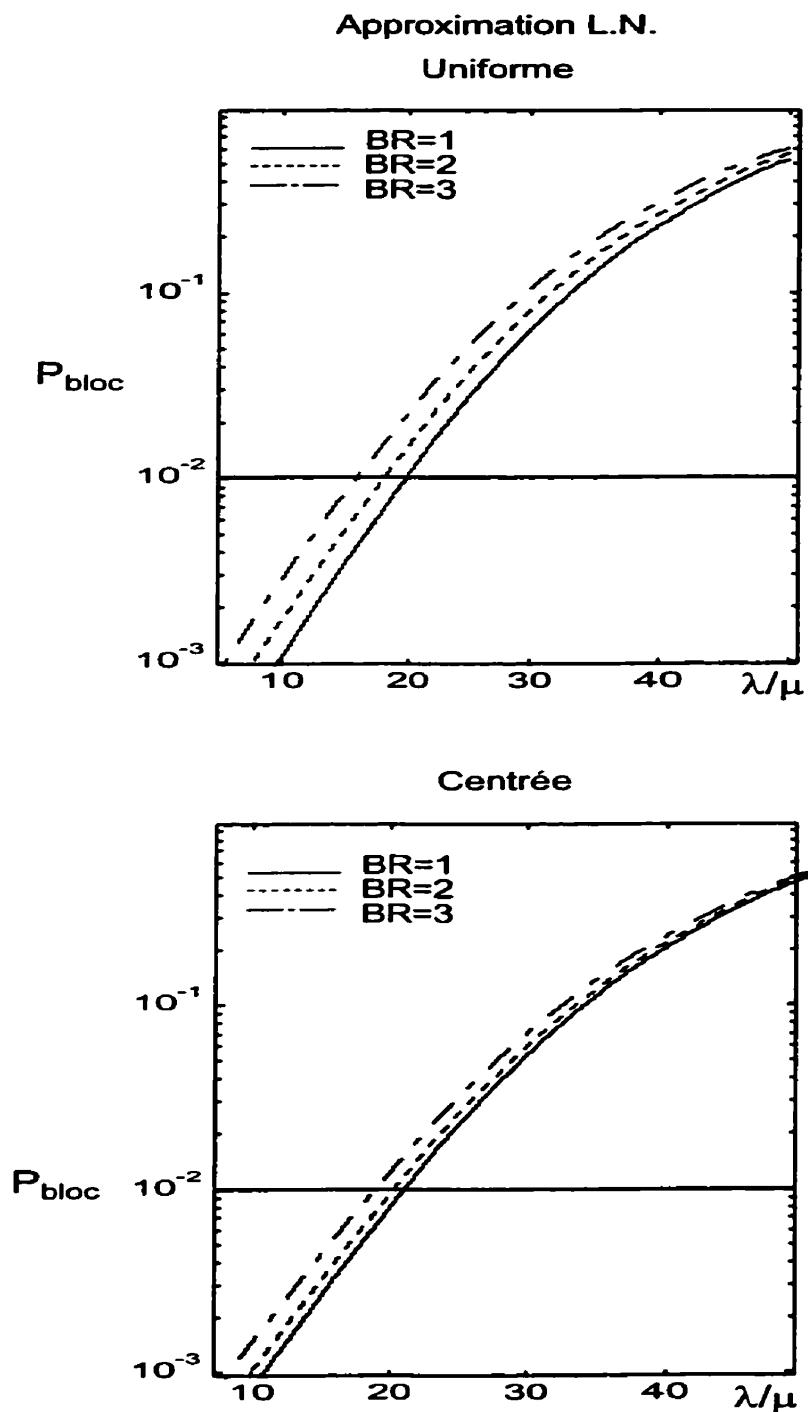


FIG. III.6 – Probabilité de blocage en fonction du trafic pour une distribution centrée et une distribution uniforme (Approximation Log-normale)