

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**MODÉLISATION STOCHASTIQUE DES DÉBITS JOURNALIERS:  
UNE NOUVELLE APPROCHE ADAPTÉE  
AUX ÉCOULEMENTS SAHÉLIENS**

**NOËL DACRUZ ÉVORA  
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)  
(GÉNIE CIVIL)  
JUN 1997**

**© Noël Dacruz Évora, 1997**



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-32999-2

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION STOCHASTIQUE DES DÉBITS JOURNALIERS:  
UNE NOUVELLE APPROCHE ADAPTÉE  
AUX ÉCOULEMENTS SAHÉLIENS

présentée par: ÉVORA Noël Dacruz

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. KAHAWITA René, Ph.D., président

M. ROUSSELLE Jean, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. RIBEIRO Joseph, Ph.D., membre

M. DELLEUR Jacques, Ph.D., examinateur externe.

**DÉDICACE**

À mon père, Manuel Dacruz Évora

À ma mère, Maria Dacruz Évora

À mes frères, Louis, David et Daniel

À mon frère Frédéric, si tôt arraché à notre affection

À mon épouse, Iolanda Rocha Barros

À mes filles, Arielle et Nadine



## **REMERCIEMENTS**

Je tiens, tout d'abord, à remercier vivement le Professeur Jean Rousselle ing., Ph.D., qui m'a accepté dans son équipe de recherche et qui m'a placé dans d'excellentes conditions de travail me permettant de mener à bien mes travaux de recherche. Son soutien indéfectible à bien des égards et ses précieux conseils ne m'ont jamais fait défaut tout au long de mes études doctorales.

Je témoigne également de ma gratitude à l'École Polytechnique de Montréal et au département des génies civil, géologique et des mines qui m'ont accueilli dans leurs rangs. Je remercie aussi la société d'Électrolyse et de Chimie Alcan pour l'aide financière qui m'a été accordée au cours de ma formation. Je témoigne de ma reconnaissance aux membres du jury qui ont accepté de juger cette thèse. Je sais gré au ministère de l'hydraulique de la république du Sénégal qui nous a fourni les données nécessaires à notre étude.

Je remercie tous mes collègues de travail avec qui j'ai partagé les bons et les mauvais moments qui ont jalonné ma formation doctorale. J'ai une pensée spéciale pour le Docteur Joseph Ribeiro. Les suggestions et commentaires pertinents qu'il m'a prodigués, m'ont été fort utiles. Je n'oublie pas aussi Ayman Georges Awadallah, étudiant au doctorat, pour ses bons conseils dans l'étape ultime de préparation de la soutenance ainsi que le Docteur Épiphané Tonalémi Wankpo qui m'a soutenu moralement durant les périodes difficiles alors que nous étions tous les deux étudiants au doctorat.

Je ne saurais terminer sans exprimer ma sincère gratitude à ma famille. Mes parents et mes frères m'ont toujours encouragé à aller plus loin et ont été, pour moi, une source de motivation constante. Je remercie également mon épouse et mes deux filles qui ont fait preuve de compréhension à bien des égards malgré tous les sacrifices et les privations qu'elles ont endurés au cours de ma formation.

## RÉSUMÉ

Cette thèse de doctorat traite de la modélisation stochastique des débits journaliers. L'objectif principal, poursuivi tout au long de nos travaux, est de mettre au point un modèle de simulation des débits journaliers capable de représenter le fonctionnement hydrologique particulier des réseaux hydrographiques sahéliens. En effet, l'hydrogramme annuel des cours d'eau de cette région se caractérise par une seule crue annuelle de juin à septembre, et par une décrue rapide en septembre et octobre. À partir du mois de novembre, le tarissement débute et se poursuit jusqu'à l'arrivée de la crue suivante. Avant l'arrivée de cette dernière, une phase dite d'épuisement peut être atteinte au cours de laquelle certains cours d'eau peuvent s'assécher.

De façon générale, la modélisation stochastique des écoulements à un pas de temps journalier est fort complexe. Le nouveau modèle proposé se décompose en deux sous-modèles distincts, l'un pour reproduire le processus alterné de montée et de baisse des eaux (crue et décrue) et l'autre pour modéliser les débits durant la décrue. Un processus intermittent formé par des impulsions permet de définir ces deux parties de l'hydrogramme. En effet, une impulsion se produit au jour  $t$  lorsque le débit augmente entre le jour  $t-1$  et le jour  $t$ . L'impulsion équivaut à l'accroissement de débit entre deux jours successifs. La décrue se produit lorsque le débit baisse, et dans ce cas, il n'y a pas d'impulsion. L'intermittence du processus d'impulsions est modélisée par un modèle binaire DAR (*Discrete AutoRegressive*) d'ordre 1 alors que l'intensité des impulsions est générée par un modèle ARMA (*AutoRegressive Moving Average*) ou par un modèle GAR (*Gamma AutoRegressive*) de distribution marginale gamma.

La décrue est régie par un coefficient de tarissement qui n'est pas constant, et qui évolue en fonction du temps. Nous déterminons ce dernier en considérant le bassin versant comme un réservoir et en résolvant simultanément les équations dynamique et de

continuité de l'écoulement en l'absence d'apport par les précipitations. À ce niveau, notre modèle est très innovateur puisqu'il est d'usage courant de considérer un coefficient de tarissement constant. Le profil des courbes donnant le coefficient de tarissement en fonction du temps est spécifique au bassin versant étudié, puisque le tarissement est un processus qui est propre au contexte géomorphologique. Cependant, le modèle s'applique dans un quelconque contexte climatique.

L'application du modèle à la simulation des débits journaliers à la station de Bakel sur le fleuve Sénégal (Sénégal, Afrique de l'Ouest) révèle des potentialités très intéressantes tant au niveau des statistiques journalières et mensuelles que des statistiques d'agrégation (statistiques des débits mensuels et annuels). Les statistiques journalières sont excellentes dans l'ensemble. Les statistiques mensuelles sont bien reproduites en ce qui concerne la moyenne, la variance et le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. Le profil de l'asymétrie mensuelle est bien préservé sauf en février et en juin.

Le modèle reproduit très bien les débits mensuels et pour ce qui est des débits annuels, il parvient à préserver leurs moyenne et variance ce qui est très intéressant. Cependant, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie ne sont pas du tout préservés. Les événements secs déterminés à partir des séries de débits journaliers synthétiques ont également des statistiques intéressantes qui peuvent être améliorées, si on n'admet pas que la phase de tarissement est la seule à se produire de janvier à avril conduisant à une sous-estimation des débits mensuels au cours de cette période. Enfin, le modèle génère une faible proportion de crues maximales annuelles supérieures au maximum de la crue maximale annuelle historique. Ces crues maximales se produisent également à des moments qui sont en accord avec les observations historiques.

## **ABSTRACT**

The subject of this Ph.D. dissertation is the stochastic modeling of daily flows. The principal objective, which we have pursued throughout our work, is to perfect a daily flow simulation model capable of representing the way in which sahelian hydrographic networks function hydrologically. The annual river flow hydrograph in this area is characterized by a single annual flood period lasting from June to September, and by a rapid flow reduction in September and October. Starting in November, the recession begins and continues until the arrival of the next flood. Prior to the arrival of this flood, a depletion phase may occur during which some rivers may dry up altogether.

In general, the stochastic modeling of flows on a daily basis is a highly complex process. The new model proposed here is composed of two distinct sub-models: one to reproduce the alternating rise and fall of water levels, and the other to model the flows occurring during the period of flow reduction. An intermittent process, formed by impulses, makes it possible to define these two parts of the hydrograph. This is because one impulse occurs on day  $t$  as a result of the increase in flow between day  $t-1$  and day  $t$ . The impulse is thus equivalent to the increase in flow from a given day to the next. The intermittent nature of the impulse process is modeled by a first order binary DAR (Discrete AutoRegressive) model, while the intensity of the impulse is generated by an ARMA (AutoRegressive Moving Average) model or by a GAR (Gamma Autoregressive) model with a gamma marginal distribution.

The reduction in flow is regulated by a recession coefficient that is not constant, and which evolves as a function of time. We determine this coefficient by considering the catchment area as a reservoir and by the simultaneous resolution of the dynamic and continuity flow equations in the absence of additional water flowing in as a result of precipitation. In this respect, our model is a very innovative one since the current

practice is to consider a constant recession coefficient. The curve profile giving the recession coefficient as a function of time is specific to the catchment area under study, as recession is a process that is peculiar to a particular geomorphological context.

The application of the model to the simulation of daily flows at the Bakel station on the Senegal River (Senegal, West Africa) shows very interesting potential, both in terms of daily and monthly statistics and of aggregation statistics (monthly and annual flows statistics). The daily statistics are excellent on the whole. The monthly statistics are reproduced well as far as the mean, the variance and the first order autocorrelation coefficient are concerned. The skewness profile holds up well, except in February and June.

The monthly flows are very well reproduced and, as far as annual flows are concerned, the model manages to preserve their mean and variance, which is of great interest. However, the first order autocorrelation and skewness coefficients are not preserved at all. The droughts determined based on the synthetic daily flow series have also interesting statistics, and these can be improved if one does not assume that the only recession phase occurs during the January to April period. Such an assumption would lead to an underestimation of the monthly flows during this period. The model in fact generates a small proportion of maximal annual floods that is greater than the maximum of the maximal annual historic flood. These maximal floods also occur at times that agree with the historical observations.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE .....	iv
REMERCIEMENTS .....	v
RÉSUMÉ .....	vi
ABSTRACT .....	viii
TABLE DES MATIÈRES .....	x
LISTE DES TABLEAUX .....	xv
LISTE DES FIGURES .....	xix
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	xxi
<b><u>CHAPITRE 1: INTRODUCTION</u> .....</b>	<b>1</b>
1.1 Problématique générale .....	1
1.2 Objectifs et démarche de nos travaux .....	2
<b><u>CHAPITRE 2: REVUE DE LITTÉRATURE ET</u></b>	
<b>CONTRIBUTIONS DE LA THÈSE .....</b>	<b>5</b>
2.1 Sécheresses, sécheresses hydrologiques et étiages .....	6
2.1.1 Sécheresses .....	6
2.1.2 Sécheresses hydrologiques .....	7
2.1.3 Étiages .....	9

2.2 Études des sécheresses en zone ouest-africaine.....	11
2.3 Les processus intermittents .....	15
2.3.1 Définition .....	15
2.3.2 Modélisation .....	16
2.3.2.1 Modélisation statistique.....	16
2.3.2.2 Modélisation stochastique.....	17
2.4 Modélisation des débits journaliers.....	20
2.4.1 Le modèle de Poisson filtré.....	21
2.4.2 Le modèle T-DARMA.....	22
2.4.3 Le modèle de Kelman (1980).....	24
2.5 Contributions de la thèse.....	29
<b><u>CHAPITRE 3</u>    MÉTHODOLOGIE DE MODÉLISATION DES</b>	
<b>                  DÉBITS JOURNALIERS .....</b>	<b>32</b>
3.1 Modélisation des impulsions.....	32
3.1.1 Caractéristiques statistiques de $\{Y_t\}$ .....	35
3.1.1.1 Moyenne.....	35
3.1.1.2 Variance .....	35
3.1.1.3 Coefficient d'autocorrélation .....	36
3.1.2 Le modèle DAR pour le processus binaire discret $\{X_t\}$ .....	37

3.1.2.1	Fonction d'autocovariance du processus $\{X_t\}$ .....	38
3.1.2.2	Estimation des paramètres du modèle DAR(1).....	40
3.1.2.3	Processus particuliers pour $\{X_t\}$ .....	41
3.1.3	Les modèles pour le processus continu $\{Z_t\}$ .....	43
3.1.3.1	Cas de la distribution marginale lognormale.....	43
3.1.3.2	Cas de la distribution marginale gamma.....	54
3.2	Modélisation des décrues.....	61
3.3	Procédure de simulation des débits journaliers.....	67
<b>CHAPITRE 4:</b>	<b>PRÉSENTATION DU SITE D'ÉTUDE ET</b>	
	<b>ANALYSE EXPLORATOIRE DES DONNÉES</b> .....	<b>70</b>
4.1	Le fleuve Sénégal et son bassin versant.....	70
4.2	Les données de l'étude.....	74
4.3	Analyse exploratoire des données de l'étude.....	75
4.3.1	Détermination des statistiques de la série de données historiques.....	78
4.3.1.1	Statistiques des débits journaliers.....	79
4.3.1.2	Statistiques annuelles.....	82
4.3.1.3	Statistiques mensuelles.....	85
4.3.1.4	Débits maximums annuels.....	92
4.4	Détermination des événements secs.....	94



<b>CHAPITRE 5: APPLICATION DU MODÈLE ET RÉSULTATS</b> .....	99
5.1 Détermination des courbes donnant le coefficient de tarissement en fonction du temps.....	99
5.2 Simulation des débits journaliers .....	106
5.2.1 Simulation des impulsions.....	106
5.2.2 Discussions sur les résultats de la simulation des impulsions.....	123
5.2.2.1 Modèle pour le processus binaire $X_t$ .....	123
5.2.2.2 Modèle pour le processus continu $Z_t$ .....	124
5.2.2.3 Modèle pour le processus intermittent $Y_t$ .....	124
5.2.3 Génération des séries de débits journaliers .....	125
5.2.4 Discussions sur la performance du modèle .....	128
5.2.4.1 Statistiques des débits journaliers simulés.....	128
5.2.4.2 Statistiques mensuelles des débits journaliers simulés.....	128
5.2.4.3 Statistiques des débits annuels.....	129
5.2.5 Raffinement des périodes de juin à septembre .....	129
5.2.6 Commentaires sur les résultats de la simulation des impulsions pour les nouvelles périodes issues du raffinement.....	130
5.2.6.1 Modèle pour le processus binaire $X_t$ .....	130
5.2.6.2 Modèle pour le processus continu $Z_t$ .....	131
5.2.6.3 Modèle pour le processus intermittent $Y_t$ .....	131

5.2.7	Nouvelle génération de séries de débits journaliers.....	131
5.2.8	Discussions finales sur la performance du modèle .....	135
5.2.8.1	Statistiques des débits journaliers simulés de la deuxième vague.....	135
5.2.8.2	Statistiques mensuelles des débits journaliers simulés de la deuxième vague.....	135
5.2.8.3	Statistiques des débits mensuels de la deuxième vague.....	139
5.2.8.4	Statistiques des débits annuels de la deuxième vague.....	139
5.2.8.5	Statistiques des débits maximums annuels de la deuxième vague.....	139
5.2.8.6	Événements secs de la deuxième vague .....	142
5.2.8.7	Reproduction de la forme de l'hydrogramme annuel.....	143
5.3	Conclusions .....	143
<b>CHAPITRE 6</b>	<b>CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE.....</b>	<b>146</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>		<b>150</b>
<b>ANNEXE:</b>	<b>Simulation des impulsions pour les périodes 2A à 5C .....</b>	<b>162</b>

## LISTE DES TABLEAUX

<u>Tableau 3.1</u>	Estimateurs des paramètres du modèle DAR(1) par la méthode des probabilités de transition .....	42
<u>Tableau 3.2</u>	Estimateurs des paramètres du modèle $Z_t^* = AR(1)$ en fonction du modèle utilisé pour $\{X_t\}$ .....	49
<u>Tableau 3.3</u>	Estimateurs des paramètres du modèle $Z_t^* = MA(1)$ en fonction du modèle utilisé pour $\{X_t\}$ .....	55
<u>Tableau 3.4</u>	Estimateurs des paramètres du modèle $Z_t = GAR(1)$ en fonction du modèle utilisé pour $\{X_t\}$ .....	62
<u>Tableau 4.1</u>	Les critères de différenciation climatiques du bassin versant du Sénégal .....	72
<u>Tableau 4.2</u>	Caractéristiques hydrologiques du haut bassin du Sénégal pour la période 1951-1989 (Albergel et al., 1993) .....	74
<u>Tableau 4.3</u>	Périodes de données manquantes à la station de Bakel (années 1953/1954-1983/1984) .....	75
<u>Tableau 4.4</u>	Statistiques historiques de la série des débits journaliers à la station de Bakel .....	80
<u>Tableau 4.5</u>	Statistiques historiques de la série des débits annuels à la station de Bakel .....	84
<u>Tableau 4.6</u>	Débits, variances, coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie moyens mensuels à la station de Bakel .....	88
<u>Tableau 4.7</u>	Débits, variances et coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 moyens par décades à la station de Bakel .....	90
<u>Tableau 4.8</u>	Statistiques historiques de la série des débits mensuels à la station de Bakel .....	91
<u>Tableau 4.9</u>	Période où se produit le débit maximum à la station de Bakel .....	92
<u>Tableau 4.10</u>	Statistiques sur les débits maximums à la station de Bakel .....	93
<u>Tableau 4.11</u>	Paramètres des événements secs pour différents seuils à Bakel .....	96
<u>Tableau 5.1</u>	Données historiques des courbes de décrue ayant un débit de pointe supérieur à 7 000 m <sup>3</sup> /s .....	100

<b><u>Tableau 5.2</u></b>	Conditions posées sur le débit de pointe pour la détermination des courbes $b_t$ pour la période allant du mois d'août à avril.....	105
<b><u>Tableau 5.3</u></b>	Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 estimés de $Z_t$ et moyennes historiques de $Y_t$ pour les mois de mai à avril .....	107
<b><u>Tableau 5.4</u></b>	Choix des périodes de simulation des impulsions .....	109
<b><u>Tableau 5.5</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 1 .....	111
<b><u>Tableau 5.6</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 1 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	111
<b><u>Tableau 5.7</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 1 ( $Z=GAR(1)$ ).....	112
<b><u>Tableau 5.8</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 2.....	112
<b><u>Tableau 5.9</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 2 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	113
<b><u>Tableau 5.10</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 2 ( $Z=GAR(1)$ ).....	113
<b><u>Tableau 5.11</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 3 .....	114
<b><u>Tableau 5.12</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	114
<b><u>Tableau 5.13</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3 ( $Z=GAR(1)$ ).....	115
<b><u>Tableau 5.14</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 4.....	115
<b><u>Tableau 5.15</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	116
<b><u>Tableau 5.16</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4 ( $Z=GAR(1)$ ).....	116
<b><u>Tableau 5.17</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 5 .....	117
<b><u>Tableau 5.18</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	117
<b><u>Tableau 5.19</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5 ( $Z=GAR(1)$ ).....	118
<b><u>Tableau 5.20</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 6.....	118
<b><u>Tableau 5.21</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 6 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	119
<b><u>Tableau 5.22</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 6 ( $Z=GAR(1)$ ).....	119
<b><u>Tableau 5.23</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 7.....	120
<b><u>Tableau 5.24</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 7 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	120
<b><u>Tableau 5.25</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 7 ( $Z=GAR(1)$ ).....	121
<b><u>Tableau 5.26</u></b>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 8.....	121
<b><u>Tableau 5.27</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 8 ( $Z=LAR(1)$ ) .....	122
<b><u>Tableau 5.28</u></b>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 8 ( $Z=GAR(1)$ ).....	122
<b><u>Tableau 5.29</u></b>	Paramètres du modèle AR(1) du processus continu $\{Z_t^*\}$ .....	123
<b><u>Tableau 5.30</u></b>	Paramètres du modèle GAR(1) du processus continu $\{Z_t\}$ .....	123

<b><u>Tableau 5.31</u></b>	<b>Statistiques des séries de débits journaliers simulés.....</b>	<b>125</b>
<b><u>Tableau 5.32</u></b>	<b>Moyennes mensuelles des séries de débits journaliers simulés.....</b>	<b>126</b>
<b><u>Tableau 5.33</u></b>	<b>Variances mensuelles des séries de débits journaliers simulés.....</b>	<b>126</b>
<b><u>Tableau 5.34</u></b>	<b>Coefficients d'autocorrélation mensuels d'ordre 1 des séries de débits journaliers simulés .....</b>	<b>127</b>
<b><u>Tableau 5.35</u></b>	<b>Coefficients d'asymétrie mensuels des séries de débits journaliers simulés .....</b>	<b>127</b>
<b><u>Tableau 5.36</u></b>	<b>Statistiques des séries de débits annuels simulés par agrégation.....</b>	<b>128</b>
<b><u>Tableau 5.37</u></b>	<b>Nouvelles périodes de simulation des impulsions .....</b>	<b>130</b>
<b><u>Tableau 5.38</u></b>	<b>Statistiques des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague .....</b>	<b>132</b>
<b><u>Tableau 5.39</u></b>	<b>Moyennes mensuelles des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague .....</b>	<b>132</b>
<b><u>Tableau 5.40</u></b>	<b>Variances mensuelles des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague .....</b>	<b>133</b>
<b><u>Tableau 5.41</u></b>	<b>Coefficients d'autocorrélation mensuels d'ordre 1 des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.....</b>	<b>133</b>
<b><u>Tableau 5.42</u></b>	<b>Coefficients d'asymétrie mensuels des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.....</b>	<b>134</b>
<b><u>Tableau 5.43</u></b>	<b>Statistiques des séries de débits mensuels de la deuxième vague .....</b>	<b>134</b>
<b><u>Tableau 5.44</u></b>	<b>Statistiques des séries de débits annuels de la deuxième vague .....</b>	<b>135</b>
<b><u>Tableau 5.45</u></b>	<b>Statistiques sur les périodes où se produit le débit maximum simulé.....</b>	<b>140</b>
<b><u>Tableau 5.46</u></b>	<b>Comparaison des statistiques des événements secs historiques et simulés .....</b>	<b>142</b>
<b><u>Tableau A.1</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>X_t</math> à la période 2A.....</b>	<b>163</b>
<b><u>Tableau A.2</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>Z_t</math> et <math>Y_t</math> à la période 2A (<math>Z=LAR(1)</math>) .....</b>	<b>163</b>
<b><u>Tableau A.3</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>Z_t</math> et <math>Y_t</math> à la période 2A (<math>Z=GAR(1)</math>).....</b>	<b>164</b>
<b><u>Tableau A.4</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>X_t</math> à la période 2B .....</b>	<b>164</b>
<b><u>Tableau A.5</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>Z_t</math> et <math>Y_t</math> à la période 2B (<math>Z=LAR(1)</math>).....</b>	<b>165</b>
<b><u>Tableau A.6</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>Z_t</math> et <math>Y_t</math> à la période 2B (<math>Z=GAR(1)</math>) .....</b>	<b>165</b>
<b><u>Tableau A.7</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>X_t</math> à la période 3A.....</b>	<b>166</b>
<b><u>Tableau A.8</u></b>	<b>Statistiques des séries simulées <math>Z_t</math> et <math>Y_t</math> à la période 3A (<math>Z=LAR(1)</math>) .....</b>	<b>166</b>

<u>Tableau A.9</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3A ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	167
<u>Tableau A.10</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 3B .....	167
<u>Tableau A.11</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3B ( $Z=\text{LAR}(1)$ ).....	168
<u>Tableau A.12</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3B ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	168
<u>Tableau A.13</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 3C .....	169
<u>Tableau A.14</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3C ( $Z=\text{LAR}(1)$ ).....	169
<u>Tableau A.15</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 3C ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	170
<u>Tableau A.16</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 4A .....	170
<u>Tableau A.17</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4A ( $Z=\text{LAR}(1)$ ) .....	171
<u>Tableau A.18</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4A ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	171
<u>Tableau A.19</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 4B .....	172
<u>Tableau A.20</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4B ( $Z=\text{LAR}(1)$ ).....	172
<u>Tableau A.21</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4B ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	173
<u>Tableau A.22</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 4C .....	173
<u>Tableau A.23</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4C ( $Z=\text{LAR}(1)$ ).....	174
<u>Tableau A.24</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 4C ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	174
<u>Tableau A.25</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 5A .....	175
<u>Tableau A.26</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5A ( $Z=\text{LAR}(1)$ ) .....	175
<u>Tableau A.27</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5A ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).....	176
<u>Tableau A.28</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 5B .....	176
<u>Tableau A.29</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5B ( $Z=\text{LAR}(1)$ ).....	177
<u>Tableau A.30</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5B ( $Z=\text{GAR}(1)$ ) .....	177
<u>Tableau A.31</u>	Statistiques des séries simulées $X_t$ à la période 5C .....	178
<u>Tableau A.32</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5C ( $Z=\text{LAR}(1)$ ).....	178
<u>Tableau A.33</u>	Statistiques des séries simulées $Z_t$ et $Y_t$ à la période 5C ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).....	179
<u>Tableau A.34</u>	Paramètres du modèle $\text{AR}(1)$ pour le processus continu $\{Z_t^*\}$ .....	179
<u>Tableau A.35</u>	Paramètres du modèle $\text{GAR}(1)$ pour le processus continu $\{Z_t\}$ .....	180

## LISTE DES FIGURES

<u>Figure 2.1</u>	Détermination des événements secs et de leurs paramètres associés.....	8
<u>Figure 2.2</u>	Exemple de processus intermittent: la précipitation.....	16
<u>Figure 2.3</u>	Représentation schématique d'un modèle DARMA(p,q). (Delleur et al., 1989) .....	20
<u>Figure 2.4</u>	Représentation schématique du modèle intermittent de Kelman (Kelman, 1980) .....	25
<u>Figure 2.5</u>	Procédure de génération d'échantillons équiprobables de débits journaliers utilisée par Kelman (1980) .....	28
<u>Figure 3.1</u>	Procédure de simulation du processus $\{Y_t\}$ pour une période donnée .....	68
<u>Figure 3.2</u>	Procédure de calcul des débits journaliers à partir du processus simulé $\{Y_t\}$ .....	69
<u>Figure 4.1</u>	Le bassin versant du fleuve Sénégal (Albergel et al., 1993) .....	71
<u>Figure 4.2</u>	Débits journaliers à la station de Bakel de mai 1953 à avril 1984 .....	76
<u>Figure 4.3</u>	Singularités dans la forme de l'hydrogramme annuel à la station de Bakel .....	77
<u>Figure 4.4</u>	Autocorrélogramme de la série des débits journaliers à la station de Bakel .....	81
<u>Figure 4.5</u>	Autocorrélogramme de la série des débits journaliers différenciée à l'ordre 1 à la station de Bakel .....	81
<u>Figure 4.6</u>	Débits moyens annuels à la station de Bakel.....	82
<u>Figure 4.7</u>	Écarts type annuels à la station de Bakel.....	83
<u>Figure 4.8</u>	Coefficients de variation annuels à la station de Bakel .....	83
<u>Figure 4.9</u>	Coefficients d'asymétrie annuels à la station de Bakel .....	84
<u>Figure 4.10</u>	Débits moyens mensuels à la station de Bakel .....	85
<u>Figure 4.11</u>	Variances moyennes mensuelles à la station de Bakel .....	86
<u>Figure 4.12</u>	Coefficients d'autocorrélation moyens mensuels à la station de Bakel.....	87
<u>Figure 4.13</u>	Coefficients d'asymétrie moyens mensuels à la station de Bakel .....	87
<u>Figure 4.14</u>	Autocorrélogrammes des débits moyens journaliers pour les mois de mai, octobre et avril à la station de Bakel.....	89

<b><u>Figure 4.15</u></b>	Série des débits mensuels à la station de Bakel.....	91
<b><u>Figure 4.16</u></b>	Série des crues maximales annuelles à la station de Bakel.....	93
<b><u>Figure 4.17</u></b>	Box-plot des crues maximales annuelles à la station de Bakel.....	94
<b><u>Figure 4.18</u></b>	Relation Volume déficitaire-Durée pour le seuil de 75 m <sup>3</sup> /s.....	97
<b><u>Figure 4.19</u></b>	Relation Volume déficitaire-Durée pour le seuil de 50 m <sup>3</sup> /s.....	97
<b><u>Figure 4.20</u></b>	Relation Volume déficitaire-Durée pour le seuil de 25 m <sup>3</sup> /s.....	98
<b><u>Figure 5.1</u></b>	Les courbes $b_t$ des segments de décrue à la station de Bakel lorsque le débit de pointe est supérieur à 7 000 m <sup>3</sup> /s.....	101
<b><u>Figure 5.2</u></b>	Profil moyen de la courbe $b_t$ à la station de Bakel lorsque le débit de pointe est supérieur à 7 000 m <sup>3</sup> /s.....	101
<b><u>Figure 5.3</u></b>	Profil moyen de la courbe $b_t$ à la station de Bakel au mois de mai.....	103
<b><u>Figure 5.4</u></b>	Profil moyen de la courbe $b_t$ à la station de Bakel au mois de juin.....	103
<b><u>Figure 5.5</u></b>	Profil moyen de la courbe $b_t$ à la station de Bakel au mois de juillet.....	103
<b><u>Figure 5.6</u></b>	Profil moyen des courbes $b_t$ à la station de Bakel pour la période allant du mois d'août à avril.....	104
<b><u>Figure 5.7</u></b>	Comparaison des moyennes mensuelles historiques et simulées à la station de Bakel.....	136
<b><u>Figure 5.8</u></b>	Box-plot des moyennes mensuelles historiques à la station de Bakel.....	136
<b><u>Figure 5.9</u></b>	Box-plot des moyennes mensuelles simulées à la station de Bakel.....	137
<b><u>Figure 5.10</u></b>	Comparaison des variances mensuelles historiques et simulées à la station de Bakel.....	138
<b><u>Figure 5.11</u></b>	Comparaison des coefficients d'autocorrélation mensuels d'ordre 1 historiques et simulés à la station de Bakel.....	138
<b><u>Figure 5.12</u></b>	Comparaison des coefficients d'asymétrie mensuels historiques et simulés à la station de Bakel.....	139
<b><u>Figure 5.13</u></b>	Box-plot des débits maximums annuels historiques et simulés.....	141
<b><u>Figure 5.14</u></b>	Hydrogrammes annuels simulés.....	144



## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Chapitre 1

ARMA	AutoRegressive Moving Average.
DAR	Discrete AutoRegressive.
GAR	Gamma AutoRegressive.

### Chapitre 2

$A_n$	Composante autorégressive du processus DARMA.
AR	AutoRegressive.
b	Coefficient de décroissance constant.
c	Nombre de termes de pertes du modèle T-DARMA.
d	Délai entre l'entrée et la sortie du modèle T-DARMA.
D	Durée d'un événement sec.
DARMA	Discrete AutoRegressive Moving Average.
$I_{(0,\infty)}(\cdot)$	Fonction indicatrice.
k	Nombre de sous-séries résultant de la segmentation d'une série.
$K_i$	Coefficient de décroissance.
$L_j$	Pertes journalières moyennes à la saison j tenant compte de l'évapotranspiration, de l'infiltration et de la percolation vers la nappe souterraine.
M	Magnitude d'un événement sec.
m	Moyenne avant le changement de moyenne.
m	Ordre de la composante autorégressive du processus de transfert.
m	Valeur de N(t).
$m_1$	Délai de la composante moyenne mobile du processus DARMA.
$m_2$	Délai de la composante autorégressive du processus DARMA.

<b>MA</b>	<b>Moving Average.</b>
$m_i$	Moyenne de la sous-série $i$ .
$n$	Ordre de la composante moyenne mobile du processus de transfert.
$N(t)$	Processus de Poisson décrivant l'occurrence des impulsions.
<b>OMM</b>	<b>Organisation Météorologique Mondiale.</b>
$p$	Ordre de la composante autorégressive du modèle DARMA.
$q$	Ordre de la composante moyenne mobile du modèle DARMA.
$q(t)$	Débit au temps $t$ à l'exutoire d'un bassin versant.
$q_1(t)$	Débit sortant du réservoir 1, au temps $t$ .
$q_2(t)$	Débit sortant du réservoir 2, au temps $t$ .
$q_3(t)$	Débit de ruissellement direct, au temps $t$ .
$Q_k$	Débit journalier au jour $k$ .
$R_{k-d}$	Précipitation au jour $k-d$ générée par un modèle DARMA.
<b>S</b>	<b>Sévérité d'un événement sec.</b>
<b>T</b>	<b>Date de changement de moyenne.</b>
$t$	Temps.
<b>T-DARMA</b>	<b>Transfert Discrete AutoRegressive Moving Average.</b>
$T_i$	Date de changement de moyenne associée à la moyenne $m_i$ .
$U_n, V_n$	Variables de Bernoulli.
<b>UNESCO</b>	<b>Organisation des Nations Unies pour l'Éducation, la Science et la Culture.</b>
$W, Z$	Variables aléatoires.
$X(t)$	Variable suivant un processus de Poisson filtré.
$X_n$	Variable suivant un processus DARMA.
$X_t, Y_t$	Processus intermittents du modèle de Kelman.
$Y$	Variable aléatoire déterminant l'amplitude des impulsions.
$Y_n$	Variable indépendante.
$Z_t$	Processus stochastique résultant de la transformation du bruit blanc par un filtre.
$\alpha$	Coefficient du modèle de Kelman.
$\alpha_i$	Probabilité associée au choix de la valeur de $m_2$ (égale à une des valeurs entières 1, 2, ..., $p$ ).

$\beta$	Probabilité que la variable $U_n$ soit égale à 1.
$\gamma_i$	Coefficient lié à $K_i$ par la relation $\exp(-K_i)$ .
$\delta$	Saut de moyenne.
$\delta_i$	Probabilité associée au choix de la valeur de $m_i$ (égale à une des valeurs entières 0,1,2, ..., q-1).
$\varepsilon_t$	Bruit blanc de moyenne nulle et de variance égale à l'unité.
$\Theta(B)$	Polynôme en B de degré n.
$\theta$	Amplitude moyenne des impulsions.
$\mu, \sigma, \rho$	Moyenne, écart type et coefficient d'autocorrélation de $Z_t$ (modèle de Kelman).
$\nu$	Taux d'arrivée des impulsions.
$\pi_i$	Probabilité que $Y_n$ soit égal à i.
$\rho$	Probabilité que la variable $V_n$ soit égale à 1.
$\rho$	Coefficient.
$\tau$	Instant où se produit une impulsion.
$\Phi(B)$	Polynôme en B de degré m.
$\psi$	Coefficient.

### Chapitres 3 et 5

$A$	Constante.
$\hat{A}$	Estimateur de la constante A.
AGAR	Additive Gamma AutoRegressive.
$b$	Coefficient d'emmagasinement d'un bassin.
$b(t)$	Coefficient d'emmagasinement ou de tarissement instantané.
$b(t_0+J; t_0, y(t_0))$	Coefficient d'emmagasinement au temps $t_0+J$ pour $t_0$ et $y(t_0)$ fixés.
$b_1, b_2$	Coefficients d'emmagasinement respectivement pour le ruissellement de surface et le débit de base.
Biais	Biais
$b_t$	Coefficient de tarissement discret évolutif.

<b>C</b>	Constante d'intégration.
<b><math>CV_T</math></b>	Coefficient de variation de $Y_t$ .
<b>cov(·,·)</b>	Fonction de covariance ou d'autocovariance.
<b>DSN</b>	Double Shot Noise.
<b><math>E[\cdot]</math></b>	Espérance mathématique.
<b>EcT</b>	Écart type.
<b><math>f_Z(z)</math></b>	Fonction de densité de probabilité de $Z_t$ pour une distribution gamma à deux paramètres.
<b>i</b>	Période de l'année.
<b>i, j</b>	État dans lequel se trouve la variable $X$ .
<b>J</b>	Durée de la décrue à partir du temps d'occurrence du débit de pointe.
<b>K</b>	Coefficient d'emmagasinement.
<b>k</b>	Coefficient de tarissement.
<b>k</b>	Indice pour la période.
<b>k'</b>	Coefficient d'épuisement.
<b>l, j</b>	Indices pour l'année.
<b><math>L_0</math></b>	Durée des séquences formées de 0 pour le processus $\{X_t\}$ .
<b><math>L_1</math></b>	Durée des séquences formées de 1 pour le processus $\{X_t\}$ .
<b><math>\bar{L}_0</math></b>	Moyenne des $L_0$ .
<b><math>\bar{L}_1</math></b>	Moyenne des $L_1$ .
<b>LAR</b>	Log-normal AutoRegressive.
<b>LMA</b>	Log-normal Moving Average.
<b>m</b>	Nombre de jours de la période i ou k.
<b>M</b>	Nombre aléatoire tiré d'une distribution de Poisson de paramètre $-\beta \ln[\phi_1(Z)]$ .
<b><math>\max(L_0)</math></b>	Valeur maximale des $L_0$ .
<b><math>\max(L_1)</math></b>	Valeur maximale des $L_1$ .
<b>MGAR</b>	Multiplicative Gamma AutoRegressive.
<b><math>\min(L_0)</math></b>	Valeur minimale des $L_0$ .
<b><math>\min(L_1)</math></b>	Valeur minimale des $L_1$ .
<b>N</b>	Nombre d'années.

$n_i$	Nombre de fois que la variable $X$ est dans l'état $i$ à l'instant $t-1$ .
$n_i(k)$	$n_i$ pour la période $k$ .
$n_{ij}$	Nombre de transitions qu'effectue la variable $X$ entre l'état $i$ à l'instant $t-1$ et l'état $j$ à l'instant $t$ .
$n_{ij}(k)$	$n_{ij}$ pour la période $k$ .
$(n_i)_{lk}$	$n_i$ pour la période $k$ et l'année $l$ .
$(n_{ij})_{lk}$	$n_{ij}$ pour la période $k$ et l'année $l$ .
$p$	Nombre de périodes de l'année.
$P(\cdot, \cdot)$	Matrice des probabilités de transition.
$P_r$	Nombre aléatoire de distribution exponentielle de paramètre $\alpha$ .
$\hat{P}(\cdot, \cdot)$	Matrice estimée des probabilités de transition.
$Q_0$	Débit de pointe.
$Q_t$	Débit au jour $t$ .
$\bar{Q}$	Moyenne de la série des débits journaliers.
$r_1(Q)$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de la série des débits journaliers.
$r_1(X)$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de $X_t$ .
$r_1(X)_k$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de $X_t$ pour la période $k$ .
$r_1(Y)$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de $Y_t$ .
$r_1(Z)$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de $Z_t$ .
RAM	Random Access Memory.
REQM	Racine carrée de l'erreur quadratique moyenne.
$s$	Nombre de simulations.
$s(t)$	Volume instantané du réservoir ou du bassin d'emménagement.
$s_{L_0}^2$	Variance des $L_0$ .
$s_{L_1}^2$	Variance des $L_1$ .
$s_Z^2$	Variance échantillonnale de $Z_t^*$ .
$s_Q^2$	Variance échantillonnale de la série des débits journaliers.

$s_x^2, s_y^2, s_z^2$	Variances échantillonnales de $X_t$ , $Y_t$ et $Z_t$ .
$s_\varepsilon^2$	Variance échantillonnale du bruit blanc lorsque le processus $\{Z_t^*\}$ suit un modèle AR(1) ou MA(1).
SDAR	Seasonal binary Discrete AutoRegressive.
SDARMA	Seasonal binary Discrete AutoRegressive Moving Average.
SDMA	Seasonal binary Discrete Moving Average.
$t_0$	Instant où se produit le débit de pointe.
$U_t, V_t$	Valeurs respectives des processus $\{U_t\}$ et $\{V_t\}$ au jour $t$ .
$\{U_t\}, \{V_t\}$	Processus binaires dont la distribution marginale est de Bernoulli.
$W$	Statistique quelconque.
$W_{hist}$	Valeur historique de $W$ .
$W_r$	Nombre aléatoire uniformément distribué dans $(0,1)$ .
$\bar{W}_{sim}$	Moyenne des $W$ simulés.
$W_{sim}(i)$	$i^{ème}$ valeur des $W$ simulés.
$X(i,j)$	Valeur de $X$ au jour $i$ de la période $k$ et de l'année $j$ .
$x(t)$	Débit instantané dû à la précipitation.
$X_{i,t}$	Valeur de $\{X_{i,t}\}$ au jour $t$ de la période $i$ .
$X_t$	Valeur de $\{X_t\}$ au jour $t$ .
$\{X_{i,t}\}$	Processus binaire $\{X_t\}$ pour la période $i$ .
$\{X_t\}$	Processus binaire.
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	Moyennes échantillonnales de $X_t$ ou de tous les $x_{ij}$ , de $Y_t$ et de $Z_t$ .
$y(t)$	Débit à l'instant $t$ durant la décrue.
$y(t)$	Débit de ruissellement instantané.
$y(t_0)$	Débit de pointe à l'instant $t_0$ .
$y_i$	Débit au pas de temps $i$ .
$Y_{i,t}$	Valeur de $\{Y_{i,t}\}$ au jour $t$ de la période $i$ .
$y_{i,t}^n$	Valeur de $\{Y_{i,t}\}$ au jour $t$ de la période $i$ et de l'année $n$ .
$Y_t$	Valeur de $\{Y_t\}$ au jour $t$ .
$\{Y_{i,t}\}$	Processus intermittent $\{Y_t\}$ pour la période $i$ .

$\{Y_t\}$	Processus intermittent formé par des impulsions.
$\bar{Z}^*$	Moyenne échantillonnale de $Z_t^*$ .
$Z_{i,t}$	Valeur de $\{Z_{i,t}\}$ au jour $t$ de la période $i$ .
$Z_t$	Valeur de $\{Z_t\}$ au jour $t$ .
$Z_t^*$	Valeur de $\{Z_t^*\}$ au jour $t$ .
$\{Z_{i,t}\}$	Processus continu $\{Z_t\}$ pour la période $i$ .
$\{Z_t\}$	Processus continu.
$\{Z_t^*\}$	Processus continu obtenu par transformation logarithmique du processus $\{Z_t\}$ .
$\alpha$	Paramètre du modèle GAR(1) pour le processus $\{Z_t\}$ (paramètre d'échelle de $f_Z(z)$ ).
$\hat{\alpha}$	Paramètre d'échelle estimé (processus $\{Z_t\}$ ).
$\beta$	Paramètre du modèle GAR(1) pour le processus $\{Z_t\}$ (paramètre de forme de $f_Z(z)$ ).
$\hat{\beta}$	Paramètre de forme estimé (processus $\{Z_t\}$ ).
$\Gamma(\cdot)$	Fonction gamma incomplète.
$\Delta Q_t$	Incrément de débit au jour $t$ .
$\Delta T$	Durée de l'intervalle élémentaire $[i, i-1]$ .
$\delta$	Paramètre du modèle de $\{X_t\}$ lorsque c'est un processus de Bernoulli.
$\hat{\delta}$	Paramètre estimé du modèle de $\{X_t\}$ lorsque c'est un processus de Bernoulli.
$\delta, \gamma$	Paramètres du modèle DAR(1).
$\hat{\delta}, \hat{\gamma}$	Paramètres estimés du modèle DAR(1).
$\varepsilon_t$	Bruit blanc de distribution normale de moyenne nulle et de variance $\sigma_\varepsilon^2$ lorsque le processus $\{Z_t^*\}$ suit un modèle AR(1) ou MA(1).
$\varepsilon_t$	Bruit blanc lorsque le processus $\{Z_t\}$ suit un modèle GAR(1).
$\theta_1(Z^*)$	Paramètre du modèle MA(1) pour le processus $\{Z_t^*\}$ .
$\hat{\theta}_1(Z^*)$	Paramètre estimé du modèle MA(1) pour le processus $\{Z_t^*\}$ .
$\mu_X$	Moyenne de $\{X_t\}$ .

$\hat{\mu}_X$	Moyenne estimée de $\{X_t\}$ .
$\mu_Y$	Moyenne de $\{Y_t\}$ .
$\mu_Z$	Moyenne de $\{Z_t\}$ .
$\mu_{Z^*}$	Moyenne du processus $\{Z_t^*\}$ .
$\hat{\mu}_{Z^*}$	Moyenne estimée du processus $\{Z_t^*\}$ .
$\rho_1(\cdot)$	Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1.
$\rho_k(\cdot)$	Fonction d'autocorrélation.
$\sigma_X^2$	Variance de $\{X_t\}$ .
$\sigma_Y^2$	Variance de $\{Y_t\}$ .
$\sigma_Z^2$	Variance de $\{Z_t\}$ .
$\sigma_{Z^*}^2$	Variance du processus $\{Z_t^*\}$ .
$\hat{\sigma}_{Z^*}^2$	Variance estimée du processus $\{Z_t^*\}$ .
$\sigma_\varepsilon^2$	Variance du bruit blanc.
$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$	Estimateur de la variance du bruit blanc lorsque le processus $\{Z_t^*\}$ suit un modèle AR(1) ou MA(1).
$\phi_1(Z^*)$	Paramètre du modèle AR(1) pour le processus $\{Z_t^*\}$ .
$\hat{\phi}_1(Z^*)$	Paramètre estimé du modèle AR(1) pour le processus $\{Z_t^*\}$ .
$\phi_1(Z)$	Paramètre du modèle GAR(1) pour le processus $\{Z_t\}$ .
$\hat{\phi}_1(Z)$	Paramètre estimé du modèle GAR(1) pour le processus $\{Z_t\}$ .

#### Chapitre 4

A, B, L	Constantes utilisées pour le calcul de $\hat{\gamma}_0$ .
ARIMA	AutoRegressive Integrated Moving Average.
D	Durée d'un événement sec.
g	Coefficient d'asymétrie.



H	Humidité relative.
K	Constante utilisée pour le calcul de l'estimateur non biaisé de la variance de $y_t$ .
k	Délai.
N	Longueur de la série $Q_t$ .
OMVS	Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal.
ORSTOM	Institut de recherche scientifique pour le développement en coopération.
P	Précipitation moyenne annuelle.
$Q_t$	Série de débits journaliers.
$r_1$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale de $y_t$ .
$R^2$	Coefficient de détermination.
$r_k$	Autocorrélogramme.
$s^2$	Variance de $y_t$ .
T	Température moyenne annuelle.
V	Volume déficitaire cumulé au cours d'un événement sec.
$y_t$	Série journalière quelconque.
$\bar{y}$	Moyenne de $y_t$ .
ZITC	Zone InterTropicale de Convergence.
$\hat{\gamma}_0$	Estimateur non biaisé du coefficient d'asymétrie de $y_t$ .
$\hat{\rho}_1$	Coefficient d'autocorrélation échantillonnale corrigée de $y_t$ pour une série de petite taille.
$\hat{\sigma}^2$	Estimateur non biaisé de la variance de $y_t$ .

## **CHAPITRE 1**

### **INTRODUCTION**

#### **1.1 Problématique générale**

Dans toute l'histoire de l'humanité, l'importance des grands réseaux hydrographiques ne s'est jamais démentie. Ils ont toujours constitué des pôles d'attraction en suscitant la sédentarisation des populations sur les terres avoisinantes. En effet, l'accès immédiat et sans restriction à l'eau potable et la disponibilité de terres fertiles permettaient de répondre aux besoins élémentaires et vitaux des populations riveraines. Au fil des siècles, l'industrialisation aidant, des activités de tous ordres ont engendré des besoins en eau de plus en plus croissants (alimentation en eau potable, irrigation, navigation, etc.). C'est ainsi qu'on en est venu à régulariser les écoulements dans les cours d'eau par la construction de barrages qui ont aussi pour buts de créer des réserves en eau suffisantes pouvant être utilisées ensuite, produire si possible de l'électricité pour permettre la croissance des industries manufacturières et autres, et enfin pour assurer la protection des populations riveraines contre les inondations. La gestion optimale des ressources en eau est devenue alors de plus en plus incontournable. Pour gérer, à très court terme, les ressources en eau de façon optimale, il était nécessaire de modéliser les écoulements au pas de temps journalier.

C'est ainsi qu'à la fin des années soixante et au début des années soixante-dix, ont débuté les premiers essais de mise au point de modèles stochastiques de débits journaliers (Bernier, 1970; Fiering, 1967; Payne et al., 1969; Quimpo, 1967). Les modèles sont de deux types principalement. Le premier type de modèles ne travaille qu'avec la série de débits historiques, et le deuxième utilise le concept de la transformation pluie-débit. Ces

derniers modèles emploient une fonction de transfert qui est modélisée de façon déterministe ou stochastique. Il devient nécessaire alors de simuler les séquences de précipitations journalières. Ce genre de modèles tente de reproduire le mécanisme physique donnant naissance à l'écoulement (Chang et al., 1987). Ils ont une connotation physique contrairement à une variante du premier type de modèles qui a une connotation statistique puisque les précipitations sont idéalisées sous forme d'impulsions qui ont une signification purement statistique (Weiss, 1974, 1977).

Le processus d'écoulement au pas de temps journalier est fort complexe. Le cycle annuel de rotation de la terre autour du soleil s'y reflète au vu de la périodicité quasi annuelle de ces écoulements. À cela s'ajoute la complexité de la structure de la fonction d'autocorrélation. Il est donc difficile de mettre au point un modèle de simulation des débits journaliers capable de reproduire correctement de telles caractéristiques. En général, la prise en compte de la périodicité se fait en divisant l'année en plusieurs périodes (saisons, mois, etc.). Cependant, l'écoulement journalier peut être un processus non stationnaire au sein de ces périodes.

## **1.2 Objectifs et démarche de nos travaux**

Nos travaux de recherche ont pour objectif principal, le développement d'un modèle stochastique capable de reproduire les écoulements journaliers d'un réseau hydrographique situé en zone sahélienne. Le Sahel est une région située sur la bordure méridionale du désert du Sahara qui réalise la transition entre ce dernier et les régions tropicales humides. Le Sahara est le plus grand désert du monde. Il s'étend sur une superficie de huit millions de km<sup>2</sup> entre l'Afrique du Nord méditerranéenne et l'Afrique noire et entre l'océan Atlantique à l'ouest et la mer Rouge à l'est. Nous avons choisi de travailler avec les données du fleuve Sénégal à la station de Bakel. Les débits journaliers en zone sahélienne reflètent fidèlement le cycle annuel des précipitations. Ils se

caractérisent par une crue annuelle de juin à septembre et ensuite par une décrue progressive qui dure environ huit mois. Rochette (1974) décompose cette phase de décrue en trois périodes successives: la décrue rapide, le tarissement et l'épuisement.

Notre modèle doit être capable de reproduire les statistiques journalières mais aussi les statistiques d'agrégation (statistiques mensuelles et annuelles). En outre, durant toute la phase de décrue, le modèle doit préserver aussi les caractéristiques des événements secs qui sont déterminés en suivant la procédure de Zelenhasic et Salvai (1987). Les caractéristiques principales de ces événements sont le déficit en volume et la durée.

Notre démarche a consisté à décomposer l'hydrogramme en deux phases qui se succèdent par alternance, celle de la montée des eaux et celle de la décrue. Nous modélisons les débits journaliers de façon spécifique pour chaque phase. Pendant la montée des eaux, le débit augmente et nous définissons une impulsion correspondant à l'accroissement de débit. Lorsque le débit baisse, il n'y a pas d'impulsion. Nous sommes donc en présence d'un processus intermittent. L'occurrence ou non des impulsions peut être modélisée par un modèle DAR (*Discrete AutoRegressive*) d'ordre 1 ou par un processus de Bernoulli alors que l'intensité est simulée par un modèle de la famille des modèles ARMA (*AutoRegressive Moving Average*) ou par un modèle GAR (*Gamma AutoRegressive*) qui est un modèle autorégressif dont la distribution marginale est une distribution gamma à deux paramètres. Durant la phase de décrue, la décroissance de l'écoulement est gouvernée par un coefficient de tarissement évoluant en fonction du temps.

En considérant le processus des impulsions, notre modèle est défini comme un modèle hybride. En effet, à ce niveau, il n'y a pas de connotation physique, à proprement parler, telle que nous l'avons spécifiée précédemment. Étant donné que nous déterminons des impulsions historiques à partir des valeurs de débits, notre modèle n'a pas une connotation purement statistique.

Cette thèse est organisée autour de six chapitres. Le chapitre 2 présente une brève revue de littérature et décrit les différentes contributions de nos travaux. La revue de littérature aborde la question de la définition de la sécheresse, de la sécheresse hydrologique et de l'étiage. Nous présentons aussi une revue des travaux sur l'étude des sécheresses qui ont touché l'Afrique de l'Ouest. Nous décrivons ensuite les processus intermittents et les modèles qui ont été utilisés pour les représenter. La revue de littérature se termine avec une présentation des modèles de débits journaliers que nous jugeons les plus pertinents dans le cadre de nos travaux. La formulation de notre modèle se trouve au chapitre 3 ainsi que la procédure de génération des séries de débits journaliers. Le modèle comprend deux sous-modèles. Le premier simule le processus intermittent des impulsions à l'aide d'un modèle multiplicatif. Le deuxième génère les débits lors de la décrue en considérant le bassin versant comme un réservoir et en considérant un coefficient de tarissement qui varie en fonction du temps. Pendant la montée des eaux, la connaissance des impulsions permet de générer directement les débits. Le chapitre 4 décrit le site ayant servi à l'application de notre modèle et fournit une analyse des données utilisées. Cette analyse est faite en fonction des objectifs poursuivis par notre modèle. L'application de notre modèle fait l'objet du chapitre 5 et les résultats découlant de celle-ci y sont présentés et commentés. Enfin, la conclusion générale au chapitre 6 dégage les principaux éléments qui caractérisent notre modèle et propose les perspectives de recherche possibles suite à ce travail de recherche.

## **CHAPITRE 2**

### **REVUE DE LITTÉRATURE ET CONTRIBUTIONS DE LA THÈSE**

L'objectif principal attribué à notre modèle est de simuler les débits journaliers dans un contexte climatique particulier qui est celui du Sahel dans la zone ouest-africaine marquée par la sécheresse. Nous avons donc examiné les travaux sur les sécheresses dans cette sous-région de l'Afrique occidentale. Les études sur les sécheresses s'intéressent généralement à des processus dont le pas de temps est annuel ou mensuel (Dracup et al., 1980b). Avec un pas de temps journalier, c'est la période d'étiage qui est intéressante pour le gestionnaire des ressources en eau en zone sahélienne en raison de sa durée, du déficit en volume qu'il engendre par rapport à un niveau de référence et de la possibilité que le cours d'eau s'assèche au bout d'un certain temps. Nous avons donc au préalable examiné la relation qu'on pouvait faire entre sécheresse et étiage.

Dans notre modèle, le signal ou l'impulsion qui génère la montée des eaux est en fait un processus intermittent. Nous passons aussi en revue la littérature sur les modèles qui traitent le cas spécifique des processus intermittents. Les techniques de modélisation stochastique des débits journaliers sont aussi prises en compte en considérant les modèles les plus pertinents. En effet, dans le cadre de ce chapitre, il était illusoire de vouloir présenter tous les modèles mis au point à ce jour.

Enfin, nous terminons en décrivant les contributions originales faites dans le cadre de nos travaux de recherche par rapport aux travaux cités dans la revue de littérature.

## **2.1 Sécheresses, sécheresses hydrologiques et étiages**

### **2.1.1 Sécheresses**

Trouver une définition de la sécheresse pouvant convenir à l'ensemble de la communauté scientifique représente un défi de taille. En effet, il n'existe pas à l'heure actuelle de définition unique de la sécheresse. Elle varie en fonction de l'utilisateur de la ressource en eau et des conditions d'opération fixées par celui-ci (Dracup et al., 1980b; Yevjevich, 1967). Pour l'agriculteur, toute période pendant laquelle l'humidité du sol est insuffisante pour assurer la croissance des plantes est critique. Le météorologue quant à lui, est plus intéressé par les périodes sans précipitation sous forme de pluie ou de neige. Les périodes où les débits à une station ou arrivant à un réservoir sont inférieurs à la normale, celles où la consommation dépasse les capacités de production en eau potable sont le lot de l'hydrologue.

Trois composantes hydrologiques majeures ont été énoncées soient les précipitations, l'écoulement de surface et l'humidité du sol. Au niveau du bassin versant, l'absence de précipitation est une cause de sécheresse et la faiblesse de l'écoulement de surface peut être considérée comme un effet (Dracup et al., 1980b). Cependant, sur le plan météorologique, les causes de la sécheresse peuvent être situées au niveau de la circulation atmosphérique (dynamique des masses d'air) et des relations atmosphère-océan. Les activités humaines seraient source de modifications climatiques (effets anthropogéniques) conduisant à une occurrence plus marquée des sécheresses (UNESCO/OMM, 1987).

Il existe pourtant entre les différentes définitions de la sécheresse des points de conformité. Roots (1988) et UNESCO/OMM (1987) en décrivent quelques-uns:

- Une période sèche est marquée par un déficit des disponibilités naturelles en eau (précipitations, eau de surface, humidité du sol, eau souterraine) par rapport à une valeur

de référence (souvent la moyenne) qui caractérise la situation normale (Dracup et al., 1980b).

- Quand on évoque une sécheresse, on y associe une dimension temporelle à laquelle peut s'ajouter une dimension spatiale. On parle bien souvent de période sèche touchant une région géographique donnée (Dracup et al., 1980b; Yevjevich, 1967). C'est un phénomène transitoire. On distinguera donc la sécheresse, de l'aridité qui a la seule dimension spatiale. Les zones arides sont caractérisées par une sécheresse permanente.
- La sécheresse affecte les activités humaines et les conséquences sont plus ou moins dévastatrices sur l'environnement (phénomène de désertification), sur la survie de millions d'êtres humains (famines) et sur l'économie en hypothéquant les productions de l'agriculture, de l'énergie hydroélectrique et de l'élevage. Il faut aussi noter toutes les nuisances causées par les pénuries d'eau potable pour l'usage domestique ou industriel.

La notion de sécheresse varie d'une zone climatique à une autre. A Bali (île d'Indonésie), toute période de six jours ou plus sans pluie est considérée comme sèche alors qu'en Libye, il faut plus de deux années sans pluie pour constater une sécheresse (Hudson et Hazen, 1964).

### **2.1.2 Sécheresses hydrologiques**

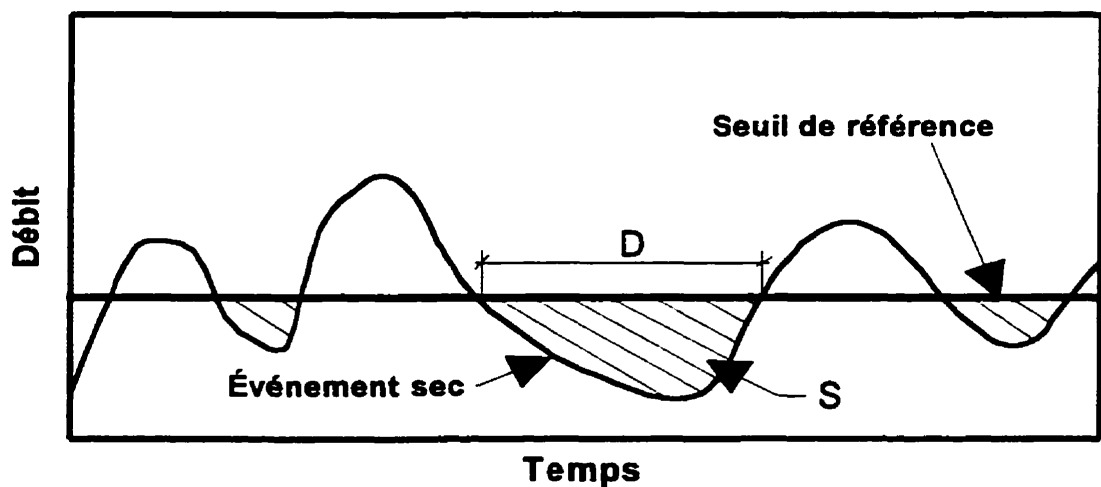
Pour définir la sécheresse hydrologique, plusieurs auteurs ont proposé des méthodologies systématiques constituées chacune d'étapes essentielles (Bonacci, 1993; Dracup et al., 1980b; Mohan et Rangacharya, 1991; Yevjevich, 1967). Celles-ci permettent à l'investigateur de prendre des décisions quant à la nature du déficit en eau, la variable indicatrice, le pas de temps et le seuil de référence en y greffant ou non l'aspect régional qui intègre l'extension spatiale des sécheresses. La définition de la sécheresse hydrologique sera basée sur ces étapes. Nous insisterons principalement sur le pas de temps et le seuil de référence.



Dracup et al. (1980a) ne considèrent dans l'étude des sécheresses que les pas de temps annuel et mensuel pour faire la différence avec l'étiage. Le pas de temps annuel est le plus utilisé (Dracup et al., 1980a; Jackson, 1975; Sen, 1976, 1980a). À un degré moindre, on a le pas de temps mensuel (Mohan et Rangacharya, 1991; Sen, 1980b). Le pas de temps affecte la taille de l'échantillon, la dépendance séquentielle au sein de la série des événements secs, la saisonnalité ou non de ces événements ce qui conditionne le type de modèle utilisé pour simuler le mécanisme générateur de ces événements.

Le seuil de référence caractérise la situation dite normale. C'est lui qui permet de distinguer les périodes de sécheresse des périodes humides (figure 2.1). Chaque événement sec comporte trois paramètres principaux: une durée  $D$  (*run length*), une sévérité  $S$  (*run sum*) et une magnitude  $M$  (*run intensity*). La sévérité  $S$  représente le volume du déficit cumulé au cours de l'événement sec de durée  $D$ . L'équation (2.1) donne la magnitude  $M$  de l'événement qui est la déviation moyenne par rapport au seuil de référence:

$$M = \frac{S}{D} \quad (2.1)$$



**Figure 2.1** Détermination des événements secs et de leurs paramètres associés.

Théoriquement, le seuil de référence peut être une constante, une variable stochastique, une fonction déterministe ou une quelconque combinaison de ces dernières (Dracup et al., 1980b; Yevjevich, 1967). Un niveau de coupure constant est adopté majoritairement par l'ensemble des analystes. Le seuil de référence le plus utilisé est la moyenne ou la médiane. En fonction des objectifs de l'étude, plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de sélection du seuil de référence (Chang, 1987, 1990; Dracup et al., 1980b; Ozga-Zielinska, 1989; Yevjevich, 1967; Zelenhasic et Salvai, 1987).

### 2.1.3 Étiages

Le terme étiage a un sens assez large. Habituellement, il désigne le niveau annuel le plus bas atteint par un cours d'eau en un point donné. En faisant référence à l'écoulement, on parle très souvent de débit d'étiage qui représente le débit le plus faible de l'année (Roche, 1986). Selon cette définition, on a donc un seul étiage chaque année. Seulement, de façon abusive, le mot étiage est employé dans le sens de basses eaux. On peut observer plusieurs périodes de basses eaux ou de tarissement par année. Pendant la période de tarissement, seul l'écoulement souterrain se prolonge puisque le ruissellement de surface (précipitations et/ou fonte des neiges) et l'écoulement hypodermique ont pris fin. L'expression période d'étiage est aussi usitée.

Dans certains endroits, la période de basses eaux peut durer de neuf mois à plus d'un an (Woo et Tarhule, 1994). Cette période d'étiage est considérée comme une période critique déficitaire en eau et on peut alors faire un lien avec la sécheresse. La méthodologie d'identification des sécheresses hydrologiques s'applique bien souvent aux étiages. La différence majeure réside dans l'incrément de temps utilisé, car l'étiage s'observe avec un hydrogramme réel, donc avec un incrément de temps journalier.

L'étude des étiages est très utile pour la conception et la gestion préventive (règles d'exploitation) des systèmes de ressource en eau (Beard et Kubik, 1972; Stall et Neill, 1961)

ainsi que pour les structures hydrauliques utilisées dans l'industrie nucléaire (Prakash, 1981). Elle est nécessaire également lors de certaines études d'impact des pollutions de diverses origines. En effet, au cours des périodes de basses eaux, il se produit un accroissement des niveaux de concentration des polluants, car l'effet de dilution est moins important.

La modélisation stochastique des étiages est peu développée. Deux modèles ont été inventoriés qui abordent le sujet de façon bien spécifique. Le premier modèle est celui de Loganathan et al. (1986) qui repose sur une modélisation stochastique du processus de génération des bas débits. En effet, les débits successifs au début du phénomène de tarissement sont modélisés par un processus markovien à coefficient aléatoire (*random coefficient Markov model*) dans la formulation duquel la loi de décroissance exponentielle des débits est introduite pour aboutir au débit d'étiage. Ce modèle permet de justifier l'hypothèse de dépendance en chaîne des débits d'étiages successifs faite par Bernier (1964).

Le modèle de Zelenhasic et Salvai (1987) est en réalité une adaptation du modèle de renouvellement (ou modèle des excédances) pour l'étude des étiages. Le modèle de renouvellement a beaucoup été utilisé en hydrologie pour la détermination des quantiles de crues (Bernier, 1967; Miquel, 1984). En général, dans l'analyse fréquentielle des crues, on ne considère que la crue maximale observée au cours du pas de temps choisi par l'analyste (un an habituellement). En choisissant un seuil de référence, appelé débit ou seuil de base, on change la procédure d'échantillonnage de la série des débits. On tient alors compte de toutes les crues qui sont au-dessus de ce seuil. Cette méthode d'échantillonnage aboutit à la constitution d'une série de durée partielle (*partial duration series*).

La contribution de Todorovic (1970) dans le développement de la théorie des extrêmes, a été utilisée dans la mise au point d'un modèle stochastique plus général pour l'analyse des crues. Rousselle et Hindié (1974), Todorovic (1978), Todorovic et Rousselle (1971), Todorovic et Zelenhasic (1970) et Zelenhasic (1970) ont aussi proposé certains développements et

applications. Il faut signaler également les contributions au préalable de Borgman (1963), Kirby (1969) et Shane et Lynn (1964).

Le modèle de Zelenhasic et Salvai (1987) accorde beaucoup d'importance à la sévérité et à la durée des étiages. Ce sont les caractéristiques essentielles de ces événements. Le nombre d'étiages se produisant dans un intervalle  $(0, t]$  suit un processus de Poisson non homogène. Les distributions de probabilité du temps d'occurrence du  $k^{\text{ième}}$  étiage et du plus grand déficit dans  $(0, t]$  sont décrites de façon analytique. En appliquant le modèle à deux fleuves en Yougoslavie, Zelenhasic et Salvai (1987) ont trouvé que la distribution exponentielle était adéquate pour les déficits et les durées des étiages dans un intervalle d'un an. Pour ce même intervalle, le plus grand déficit et la plus grande durée suivent une distribution de Gumbel.

Woo et Tarhule (1994) se sont inspirés du modèle de Zelenhasic et Salvai (1987) pour étudier les étiages sur quatre rivières du nord du Nigéria. Ils ont trouvé des distributions de probabilités mieux adaptées au contexte climatique en question. Ils ont distingué des étiages de courte et de longue durées. La durée des étiages de courte durée est distribuée suivant une loi de Weibull et celle des étiages de longue durée suit une loi normale. Étant donné que la longueur des étiages et l'ampleur des déficits correspondants sont fortement corrélés, des distributions identiques ont été ajustées aux déficits. La date d'occurrence des étiages (courte ou longue durée) qui est définie comme la date de début de la période déficitaire suit une loi normale. L'utilisation de cette loi peut se comprendre par le fait que les variations climatiques saisonnières font que les étiages se produisent en moyenne autour d'une date donnée. Il en est de même de la durée des longs étiages.

## **2.2 Études des sécheresses en zone ouest-africaine**

Sircoulon (1976) a dénombré, durant le XX<sup>e</sup> siècle en Afrique occidentale, trois grandes sécheresses météorologiques dites sécheresses de «1913», de «1940» et de «1968». Si

ces sécheresses ont des caractéristiques d'intensité et d'extension spatiale différentes, elles sont toutes marquées par d'importants déficits en précipitation. Depuis la fin des années soixante, la sécheresse a connu deux points culminants: le premier en 1972-1973 et le second en 1982-1984 (Sircoulon, 1984-1985). On note également, à ce niveau, un important déficit pluviométrique annuel pour une grande partie des stations de la région ouest-africaine. À ces déficits pluviométriques, sont évidemment associés d'importants déficits d'écoulements pour les grands fleuves de l'ouest africain, le Sénégal et le Niger.

Plusieurs auteurs ont établi la non stationnarité des séries pluviométriques et hydrométéorologiques du Sahel. Hubert et Carbonnel (1987) ont réalisé une étude statistique de 42 séries pluviométriques entre le Niger et le Sénégal. Ils ont montré le caractère non stationnaire de ces chroniques en utilisant une méthode bayésienne décrite par Lee et Heghinian (1977). Ces dernières sont constituées par deux sous-séries homogènes. La rupture se situe à la fin des années soixante et particulièrement entre 1969 et 1970. Cette rupture est caractérisée principalement par un changement de moyenne.

Hubert et al. (1989) ont généralisé cette investigation en utilisant des séries hydrométéorologiques (précipitations et débits moyens annuels) recueillis en Afrique de l'Ouest. Ils ont présenté une procédure originale de segmentation de ces séries. Elle consiste à subdiviser la série en  $k$  sous-séries par une technique d'optimisation qui maximise la somme, pour tous les  $k$ , de la distance au carré entre les moyennes des segments et la moyenne globale de la série initiale. Le test de Scheffé (1959) au niveau de signification  $\alpha$  permet de tester si la différence entre les moyennes est significative. Il vérifie donc la validité de la segmentation. Si on diminue le niveau de signification  $\alpha$ , la procédure introduit moins de bruit lors de la détermination des segments.

Dans leurs conclusions générales, Hubert et al. (1989) proposent, à partir des séries étudiées (période allant de la décennie 1910-1920 à 1989) une segmentation en cinq

séquences: avant 1922, de 1923 à 1935, de 1936 à 1950, de 1951 à 1970, après 1970. Contrairement aux seconde et quatrième séquences qui sont relativement humides, les autres séquences sont relativement sèches. Cependant, si on consulte les résultats de la segmentation des débits du fleuve Sénégal à Bakel, une seule rupture, avec un niveau de signification de 0.01 pour le test de Scheffé, est mise en lumière. Elle se situe entre 1967 et 1968. Cette rupture ne contredit pas les résultats de Hubert et Carbonnel (1987). Par contre, au niveau de signification de 0.05, quatre ruptures sont répertoriées.

Vannitsem et Demarée (1991) ont proposé également une nouvelle méthodologie permettant de différencier les trois grandes sécheresses du XX<sup>e</sup> siècle en Afrique occidentale en démontrant la non stationnarité des séries de données employées. Cette méthodologie se base sur trois tests non paramétriques: les tests de Mann-Kendall (Sneyers, 1975), de Lombard (1988) et de Pettitt (1979). Les données utilisées sont dix séries de hauteurs de précipitations annuelles de la Gambie, du Mali, de la Mauritanie et du Sénégal. De façon générale, ces auteurs concluent que les résultats tirés de l'application de cette procédure concordent avec ceux obtenus par Hubert et Carbonnel (1987). La méthodologie développée par Vannitsem et Demarée (1991) confirment la différence entre les sécheresses évoquée par Sircoulon (1976). Ils notent que l'extension spatiale des sécheresses, selon la terminologie de Sircoulon (1976), est très variable. Si les sécheresses de «1913» et de «1968» semblent avoir touchées l'ensemble de la région étudiée, celle de «1940» n'a pas atteint une large bande côtière de cette région. La sécheresse de «1940» serait due à une perturbation climatique locale qui n'a affecté que certaines zones de l'Afrique occidentale. Un autre constat concerne la variabilité de la durée de ces sécheresses.

Bernier (1994) utilise une méthode bayésienne pour détecter des changements abrupts dans la moyenne d'une série au lieu de considérer des tendances progressives (tendance polynomiale ajustée par la méthode des moindres carrés). L'auteur propose trois types de modèles de changement de moyenne.

Le modèle I se présente sous la forme suivante:

$$\begin{cases} m_t = m & \text{si } t \leq T \\ m_t = m + \delta & \text{si } t > T \end{cases} \quad (2.2)$$

Quant au modèle II, il s'écrit comme suit:

$$\begin{cases} m_t = m & \text{si } t \leq T \\ m_t = m + \rho(T-t) & \text{si } t > T \end{cases} \quad (2.3)$$

Enfin, le troisième modèle proposé (modèle III) est libellé ainsi:

$$\begin{cases} m_t = m_1 & \text{si } t \leq T_1 \\ m_t = m_2 & \text{si } T_1 < t \leq T_2 \\ m_t = m_3 & \text{si } t > T_2 \end{cases} \quad (2.4)$$

- où  $m$  : moyenne avant le changement de moyenne,  
 $m_i$  : moyenne de la sous-série  $i$ ,  
 $T$  : date de changement de moyenne,  
 $T_i$  : date de changement de moyenne associée à la moyenne  $m_i$ ,  
 $\delta$  : saut de moyenne,  
 $\rho$  : coefficient.

Contrairement aux modèles I et III (équations 2.2 et 2.4) qui admettent des sauts dans la moyenne, le modèle II (équation 2.3) considère, à partir de la date  $T$ , une variation monotone de la moyenne. La méthodologie proposée par Bernier (1994) est de type paramétrique. L'hypothèse de normalité de la variable est admise, avec au besoin une

transformation de la variable originale, de type logarithmique par exemple. Les méthodes statistiques classiques sont passées en revue. Ces dernières sont jugées moins objectives que les méthodes bayésiennes. Du point de vue de l'auteur, lors de l'utilisation des méthodes statistiques usuelles, il est extrêmement difficile d'empêcher, en interprétant les résultats, l'intervention des idées que l'on a *a priori* sur le mécanisme générateur de la série étudiée. Vu la nature de la théorie bayésienne, cette affirmation est discutable.

La méthode bayésienne développée par Bernier (1994) a permis la détermination *a posteriori* de la date la plus probable de changement de moyenne dans le cas des débits moyens annuels du fleuve Sénégal (1903-1986). Il s'agit respectivement pour les modèles I et II des années 1971 et 1953. Une légère préférence est accordée au modèle II eu égard à la variance des résidus  $e_t$  ( $X_t = m_t + e_t$ ). Ainsi, on peut admettre l'existence d'une tendance à la baisse des modules annuels du fleuve Sénégal débutant en 1953 ou envisager un changement de moyenne par saut à partir de 1971.

## 2.3 Les processus intermittents

### 2.3.1 Définition

Un processus intermittent est un processus discontinu que l'on observe de façon irrégulière puisqu'il n'est actif que durant certains intervalles de temps (figure 2.2). Un processus peut être intermittent de nature ou par défaut. Dans ce dernier cas, le processus intermittent l'est accidentellement ou intentionnellement à cause d'une censure. La censure est un acte intentionnel qui restreint l'observation d'une variable à un certain intervalle (Loaiciga et al., 1992). La précipitation est un processus intermittent de nature. Par contre, le débit d'un cours d'eau mesuré à un exutoire peut être un processus intermittent en raison d'un assèchement total du cours d'eau. Dans ce dernier cas, le débit est nul. C'est le cas typique de processus intermittent en hydrologie.



### 2.3.2 Modélisation

À ce niveau, on distinguera la modélisation statistique de celle stochastique. Dans le cadre de la modélisation statistique, nous ne nous attarderons pas à la description des différentes lois de probabilités utilisées mais plutôt à la façon dont on prend en compte l'existence de valeurs nulles dans un échantillon de données.

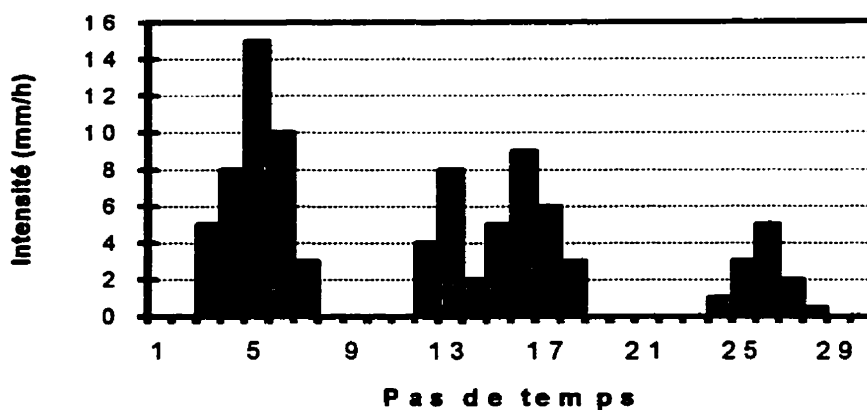


Figure 2.2 Exemple de processus intermittent: la précipitation.

#### 2.3.2.1 Modélisation statistique

Le cas des cours d'eau intermittents est important à considérer pour les deux raisons suivantes:

- 1) la transformation logarithmique n'est pas applicable en raison de la présence de valeurs de débits nulles dans l'échantillon.
- 2) les distributions de probabilité continues admettent une probabilité nulle d'occurrence d'un débit quelconque. Or, pour les cours d'eau intermittents la probabilité que le cours d'eau soit sec est non nulle.

Des solutions ont été proposées pour le traitement des débits nuls (Haan, 1977; Kite, 1977).

On peut ajouter une constante aux données de l'échantillon original. Cette constante sera

soustraite des quantiles après avoir ajusté une distribution aux nouvelles données. L'inconvénient de cette solution réside dans le fait que l'ajout d'une constante affecte les paramètres de la distribution. En outre, la distribution étant continue, la probabilité d'occurrence d'un débit égal à la constante (débit nul de l'échantillon original) reste toujours nulle.

Une alternative reposant sur le théorème des probabilités totales offre une solution plus solide sur le plan théorique. On obtient alors une distribution mixte comportant une probabilité de masse à l'origine ( $Q = 0$ ). Lorsque la distribution des valeurs non nulles de l'échantillon n'a pas une forme analytique connue (lois log-Pearson et normale par exemple), l'application de cette méthode est rendue difficile. Ces distributions mixtes ont été beaucoup employées en analyse fréquentielle des bas débits (Joseph, 1970; Kumaraswamy, 1980; Loganathan et al., 1985, 1986; Nathan et McMahon, 1990).

### 2.3.2.2 Modélisation stochastique

La modélisation stochastique d'un processus intermittent peut se faire en deux étapes. La variable intermittente étudiée est alors le produit de deux variables, l'une décrivant l'intermittence et l'autre l'intensité. Cette approche est dénommée *non zero/zero approach* dans la littérature anglaise (Yevjevich, 1972, 1984). Le modèle global est appelé modèle produit (*product model*).

Pour modéliser le processus d'intermittence, les travaux récents ont utilisé le modèle binaire DARMA (*Discrete AutoRegressive-Moving Average*) qui est un cas particulier du modèle général DARMA mis au point par Jacobs et Lewis (1978a, 1978b). Le modèle DARMA permet de modéliser des séquences stationnaires de variables aléatoires discrètes dont la structure est généralement non markovienne. Cependant, un cas particulier de ce modèle peut décrire une séquence dont la structure de corrélation est markovienne. Un processus DARMA est formé par une combinaison linéaire probabiliste de variables aléatoires discrètes indépendantes et identiquement distribuées. Une

caractéristique fondamentale du processus DARMA est que sa structure de corrélation est indépendante de sa distribution marginale qui est aussi la distribution des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées qui sont utilisées pour réaliser la combinaison linéaire évoquée ci-dessus.

En hydrologie, l'intermittence est souvent caractérisée par un processus binaire d'où l'utilisation du modèle binaire DARMA(p,q). Ce modèle se compose de deux termes et est formulé comme suit:

$$X_n = U_n Y_{n-m1} + (1 - U_n) A_{n-q} \quad (2.5)$$

où  $A_{n-q}$ ,  $q \geq 1$ , est la composante autorégressive d'ordre p défini par:

$$A_n = V_n A_{n-m2} + (1 - V_n) Y_n \quad (2.6)$$

Cette composante est constituée par deux termes qui sont sélectionnés de façon aléatoire.  $Y_n$  est choisi avec une probabilité  $1-\rho$ . Par contre, avec une probabilité  $\rho$ , la composante autorégressive est  $A_{n-m2}$ . Le paramètre  $m1$  permet de choisir le délai de la composante moyenne mobile d'ordre q. Il peut être égal à l'une des valeurs entières 0, 1, 2, ..., q-1 avec les probabilités respectives  $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{q-1}$  dont la somme donne 1. Le paramètre  $m2$  est utilisé pour choisir aléatoirement le délai de la composante autorégressive d'ordre p parmi les valeurs 1, 2, ..., p auxquelles on associe respectivement les probabilités  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  telles que leur somme est égale à 1.  $\{U_n\}$  et  $\{V_n\}$  sont des processus indépendants dont les distributions respectives sont telles que:

$$\begin{aligned} P(U_n = 1) &= \beta & 0 \leq \beta \leq 1 \\ P(V_n = 1) &= \rho & 0 \leq \rho < 1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

$\{Y_n\}$  est aussi un processus indépendant dont la distribution est:

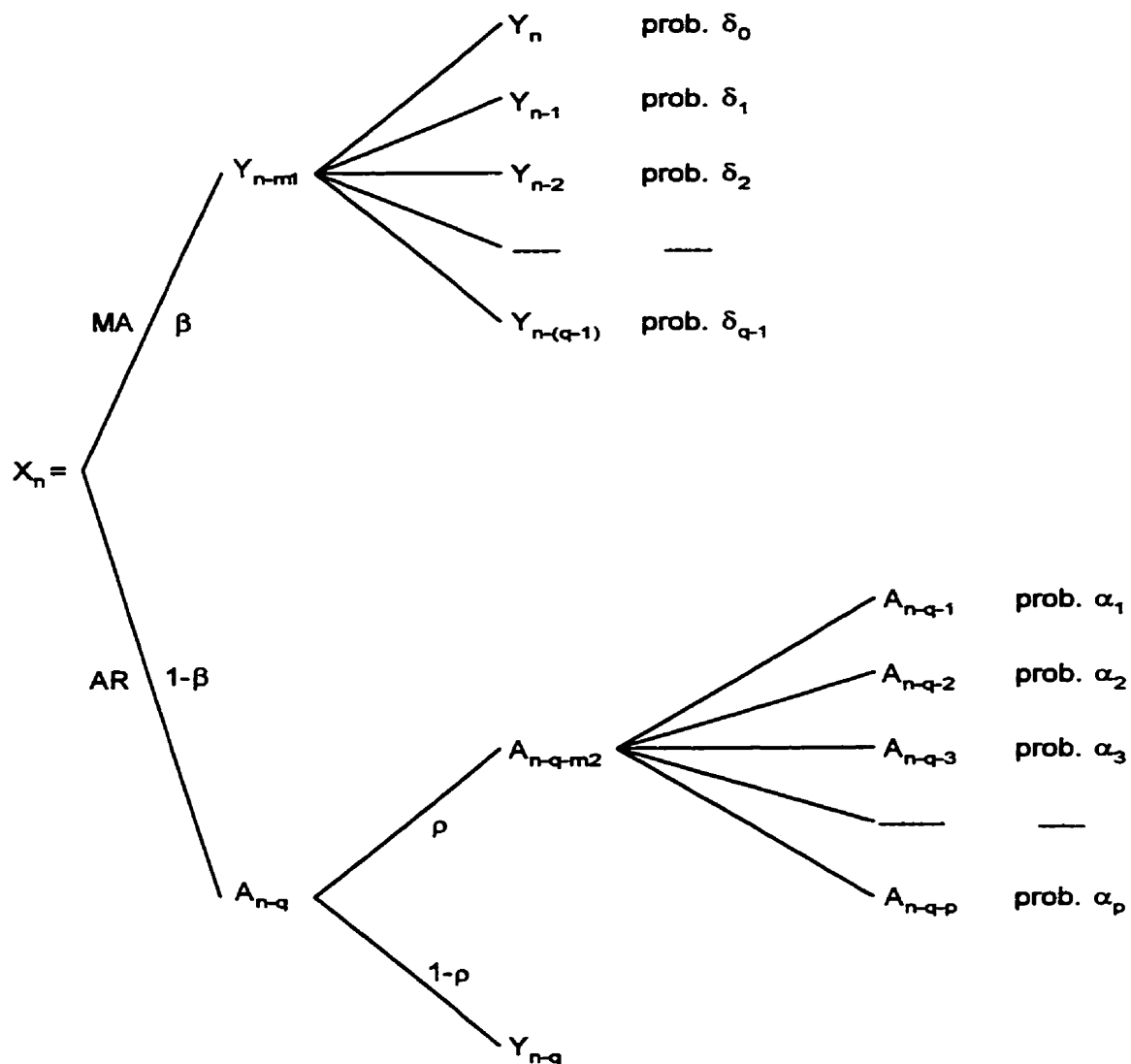
$$P(Y_n = i) = \pi_i, \quad i = 0, 1 \quad (2.8)$$

Delleur et al. (1989) ont donné une interprétation intéressante au processus DARMA(p,q) qui consiste en l'utilisation de cinq urnes à partir desquelles on compose une séquence décrivant un tel processus. La figure 2.3 donne une représentation schématique d'un modèle DARMA(p,q). Nous ne donnons ci-dessous que la formulation du modèle DAR(1) puisque c'est ce dernier que nous avons utilisé dans le cadre de nos travaux de recherche. Pour avoir un tel modèle, il faut que  $\beta=0$ . Alors,  $X_n = A_n$  et

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1} & \text{avec une probabilité } \rho \quad (0 < \rho < 1) \\ Y_n & \text{avec une probabilité } 1 - \rho \end{cases} \quad (2.9)$$

$X_n$  est une chaîne de Markov du premier ordre.

Le modèle DARMA a été appliqué en hydrologie pour modéliser les séquences de précipitation au pas de temps journalier (Buishand, 1978; Chang et al., 1984; Delleur et al., 1989). Chebaane et al. (1992, 1995) ont pris en compte la périodicité dans la formulation du modèle DARMA pour modéliser des séries de débits mensuels intermittents typiques des régions arides et semi-arides. Chang et al. (1987) ont aussi utilisé le processus stationnaire DARMA pour modéliser la précipitation. En utilisant ensuite une fonction de transfert, ces auteurs proposent un modèle de simulation des débits journaliers. Nous reviendrons sur ce modèle dans la section suivante.



**Figure 2.3** Représentation schématique d'un modèle DARMA(p,q).

(Delleur et al., 1989)

## 2.4 Modélisation des débits journaliers

Rappelons que dans cette section, nous ne présentons que les modèles de simulation de débits journaliers qui sont les plus pertinents et reliés à nos travaux de recherche.

### 2.4.1 Le modèle de Poisson filtré

Ce modèle a été proposé par Bernier (1970) et développé par Weiss (1974, 1977). Le processus de Poisson filtré (*shot noise process*) se compose d'une série d'événements dont l'arrivée est décrite par une loi de Poisson. Chaque événement produit une impulsion dont l'amplitude aléatoire est distribuée de façon exponentielle. Une fois produite, cette impulsion a une décroissance exponentielle à coefficient constant. Le processus de Poisson filtré est un processus autorégressif d'ordre 1, stationnaire, continu dans le temps, et dont la distribution marginale est une gamma à deux paramètres. Le modèle se formule ainsi:

$$X(t) = \sum_{m=N(-\infty)}^{N(t)} y_m \exp[-b(t - \tau_m)] \quad (2.10)$$

- où Y : variable aléatoire déterminant l'amplitude des impulsions, de distribution exponentielle de moyenne  $\theta$ ,
- N(t) : processus de Poisson de taux  $\nu$ ,
- b : coefficient de décroissance constant,
- $\tau$  : instant où se produit une impulsion.

Le modèle est entièrement défini par trois paramètres qui sont le taux d'arrivée des impulsions  $\nu$ , l'amplitude moyenne des impulsions  $\theta$  et le coefficient de décroissance  $b$ . Ces paramètres sont estimés à l'aide de la moyenne, de la variance et du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 des débits historiques. Pour arriver à préserver les statistiques mensuelles, Weiss (1974, 1977) a proposé un modèle formé de deux processus de Poisson filtré (*double shot noise process*) représentant respectivement le ruissellement de surface et le débit de base. Cependant, en appliquant ce nouveau modèle, les résultats

tirés de la simulation de séries de débits journaliers synthétiques ne permettent pas de juger de la préservation des statistiques mensuelles de façon satisfaisante.

Plusieurs travaux ont été réalisés pour généraliser le modèle shot noise. Au lieu d'un processus de Poisson gouvernant l'occurrence des impulsions, certains auteurs (Konecny, 1992; Todorovic et Woolhiser, 1987) ont proposé d'autres processus (*point process*) plus susceptibles de reproduire les regroupements des impulsions (*clusters*) et la variabilité de leur occurrence (*overdispersion*). Murrone et al. (1992) ont tenté d'incorporer une conceptualisation du processus de ruissellement dans le modèle shot noise en considérant le bassin versant comme un système linéaire composé de trois réservoirs.

Treiber et Plate (1977) ont utilisé un modèle non linéaire où le ruissellement est la réponse d'un système à une excitation composée d'impulsions dont l'arrivée est représentée par une chaîne de Markov. Une fonction de transfert déterministe  $h(\cdot)$  réalise les transformations opérées par le système. Cette fonction de transfert est déterminée en faisant l'hypothèse que les impulsions sont un bruit blanc. Les auteurs jugent satisfaisants les résultats issus de la génération de séries synthétiques. Mais, comme le souligne Kavvas et Delleur (1984), la fonction d'autocorrélation de la série de débits historiques sera différente de celle des séries de débits synthétiques puisque les impulsions générées ont une structure de corrélation markovienne et ne sont pas un bruit blanc. En fait, les résultats de la simulation réalisée par Treiber et Plate (1977) ne font pas mention de la préservation de la fonction d'autocorrélation ou du moins des premiers délais de celle-ci. Rappelons que leur modèle nécessite la détermination de 67 paramètres.

#### **2.4.2 Le modèle T-DARMA**

Les travaux de Chang et al. (1984) ont montré que les séquences de précipitation journalière pouvaient être modélisées avec succès à l'aide de modèles issus de la famille des modèles DARMA. Ainsi, le modèle de débits journaliers proposé par

Chang et al. (1987) utilise un modèle de type DARMA pour simuler les séquences de précipitation, un modèle pour simuler les quantités de précipitation qui est couplé au premier modèle et une fonction de transfert linéaire (processus stochastique). C'est un modèle qui utilise l'idée de la transformation pluie-débit. Le modèle est dénommé T-DARMA (Transfert Discrete AutoRegressive Moving Average) et sa formulation est la suivante:

$$\Phi(B)Q_k = \Theta(B)R_{k-d} - L_j$$

avec

(2. 11)

$$\begin{aligned}\Phi(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_m B^m \\ \Theta(B) &= 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_n B^n\end{aligned}$$

- où  $Q_k$  : débit journalier au jour k,  
 $R_{k-d}$  : précipitation au jour k-d générée par un modèle DARMA(p,q),  
 $L_j$  : pertes journalières moyennes à la saison j tenant compte de l'évapotranspiration, de l'infiltration et de la percolation vers la nappe souterraine,  
p : ordre de la composante autorégressive du modèle DARMA,  
q : ordre de la composante moyenne mobile du modèle DARMA,  
m : ordre de la composante autorégressive du processus de transfert,  
n : ordre de la composante moyenne mobile du processus de transfert,  
d : délai entre l'entrée et la sortie.

Le modèle de l'équation (2.11) est un T-DARMA(p,q,m,n,c,d) où c désigne le nombre de termes pour les pertes. Toutes les pertes sont regroupées dans le terme  $L_j$ , c est donc égal à 1. L'application du modèle révèle des résultats très satisfaisants en ce qui concerne les statistiques de premier et de second ordres. Cependant, il n'est pas fait mention des statistiques de troisième ordre (asymétrie).



### 2.4.3 Le modèle de Kelman (1980)

Nous développons beaucoup plus ce modèle puisque notre méthodologie s'appuie aussi, au départ, sur une décomposition de l'hydrogramme en deux phases distinctes soient une phase de montée des eaux et une phase de décrue.

Kelman (1980) a proposé une nouvelle approche pour modéliser les séries de débits journaliers. Il a proposé de modéliser séparément les débits en période de crue et en période de décrue. Le bassin versant est représenté par deux réservoirs linéaires. Le réservoir 1 est affecté à l'emmagasinement de l'eau souterraine. Le réservoir 2 englobe la rétention de l'eau en surface, l'emmagasinement dans les berges et celui dans le canal d'écoulement. Le débit  $q(t)$  à l'exutoire du bassin versant équivaut à la somme de trois composantes:

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) + q_3(t) \quad (2.12)$$

où  $q_1(t)$  : débit sortant du réservoir 1,  
 $q_2(t)$  : débit sortant du réservoir 2,  
 $q_3(t)$  : débit de ruissellement direct.

Étant donné que seul le débit total  $q(t)$  est mesuré, Kelman (1980), en s'appuyant sur les considérations hydrologiques inhérentes au modèle de décomposition de  $q(t)$ , fait l'hypothèse suivante qui permet d'évaluer  $q_3(t)$ :

$$q_3(t) = \max [0, q(t) - q(t - 1)] \quad (2.13)$$

On constate que le ruissellement direct admet deux valeurs possibles: zéro ou l'incrément positif de débit total entre le jour  $t$  et le jour  $t-1$ . La série  $q_3(t)$  représente un processus

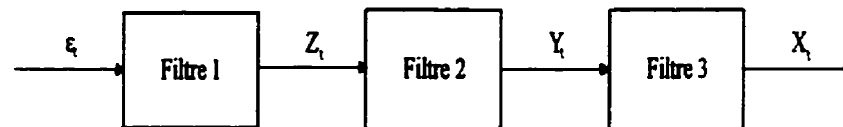
intermittent qui est conçu comme étant la réponse du bassin versant aux précipitations et modélisé comme la précipitation. En effet, Kelman (1977) a modélisé les précipitations  $X_t$  grâce au modèle représenté à la figure 2.4. La formulation mathématique du modèle est la suivante:

$$Z_t = \mu + \rho(Z_{t-1} - \mu) + \sigma\sqrt{1 - \rho^2}\varepsilon_t \quad (2.14)$$

$$Y_t = Z_t I_{(0,\infty)}[Z_t] \quad (2.15)$$

$$X_t = Y_t^{1/\alpha} \quad (2.16)$$

$\varepsilon_t$  et  $Z_t$  sont des variables aléatoires de distribution normale  $N(0,1)$  et  $N(\mu,\sigma^2)$  respectivement et  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  et  $\alpha$  sont les paramètres du modèle.  $I_{(0,\infty)}(\cdot)$  est la fonction indicatrice.



**Figure 2.4** Représentation schématique du modèle intermittent de Kelman (Kelman, 1980).

Pour tenir compte de la périodicité du processus, l'année est subdivisée en 26 saisons de 14 jours chacune. Pour chaque saison, les paramètres  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  et  $\alpha$  sont estimés ce qui permet de simuler le ruissellement direct. Une fois cette étape franchie, il s'agit de

modéliser la phase de décrue représentée comme étant le résultat de la vidange des réservoirs 1 et 2. Le débit sortant du réservoir  $i$  au cours de cette phase est décrit par la loi de décroissance exponentielle des débits:

$$q_i(t) = q_i(0) \exp(-K_i t) \quad (2.17)$$

Ainsi en période de décrue, le débit total  $q(t)$  s'écrit:

$$q(t) = q(0)[W\gamma_1' + (1 - W)\gamma_2'] \quad (2.18)$$

avec 
$$W = q_1(0) / q(0) \quad (2.19)$$

$$\gamma_i = \exp(-K_i) \quad (2.20)$$

$K_1$  et  $K_2$  sont des constantes à déterminer mais comme  $q(0)$  est variable,  $W$  est considéré comme une variable aléatoire dont il faut connaître la distribution conditionnelle à  $q(0)$ . La détermination de  $K_1$  et  $K_2$  fait appel à la résolution d'un problème d'optimisation en ce sens que l'on minimise la différence entre les courbes de décrue théorique et observée. La formulation de ce problème d'optimisation fait en sorte qu'à chaque paire  $(K_1, K_2)$ , on doit associer une valeur de  $W$ . Pour décrire statistiquement la variable aléatoire  $W$ , Kelman (1980) considère que l'espérance mathématique  $E[W|q(0)]$  doit être petite si  $q(0)$  est élevé. La grande capacité d'emmagasinement du réservoir 1 assure une stabilité de  $q_1(t)$ . Ainsi, si  $q(0)$  est élevé, la contribution du réservoir 2,  $q_2(t)$  est importante et donc  $E[W|q(0)]$  est petite. Par contre, lorsque  $q(0)$  est faible, Kelman (1980) postule que:

$$\lim_{q(0) \rightarrow 0} E[W|q(0)] = 1 \quad (2.21)$$

L'expression mathématique de l'espérance de  $W$  si  $q(0)$  qui respecterait la condition admise à l'équation (2. 21) est donnée par:

$$E[W|q(0)] = \exp[-\Psi q(0)] \quad \Psi > 0 \quad (2. 22)$$

Le coefficient  $\psi$  est estimé par la méthode des moindres carrés puisque pour chaque décrue observée, on peut y associer la paire de données  $(q(0), w)$ . De façon générale, la variable aléatoire  $W$  est exprimée par la relation suivante:

$$W = \exp[-\Psi q(0)] + Z \quad (2. 23)$$

où  $Z$  est une autre variable aléatoire. Cette équation permet de déterminer la distribution de  $Z$  étant donné que pour chaque décrue observée, la paire  $(q(0), w)$  permet de déterminer  $z$ .

Kelman (1980) a appliqué ce modèle à une série de débits journaliers de la rivière Powell près de Arthur, Tennessee, USA. Cette série couvre une période de 40 ans. La procédure de simulation des débits journaliers comporte essentiellement trois étapes. Elle est illustrée à la figure 2.5. À partir de la simulation d'un seul échantillon de 40 ans, Kelman (1980) conclut que le modèle proposé simule bien le comportement de la série historique. Cependant, en général, les valeurs de  $K_1$  et  $K_2$  ne permettent pas toujours un bon ajustement entre les décrues théoriques et observées.

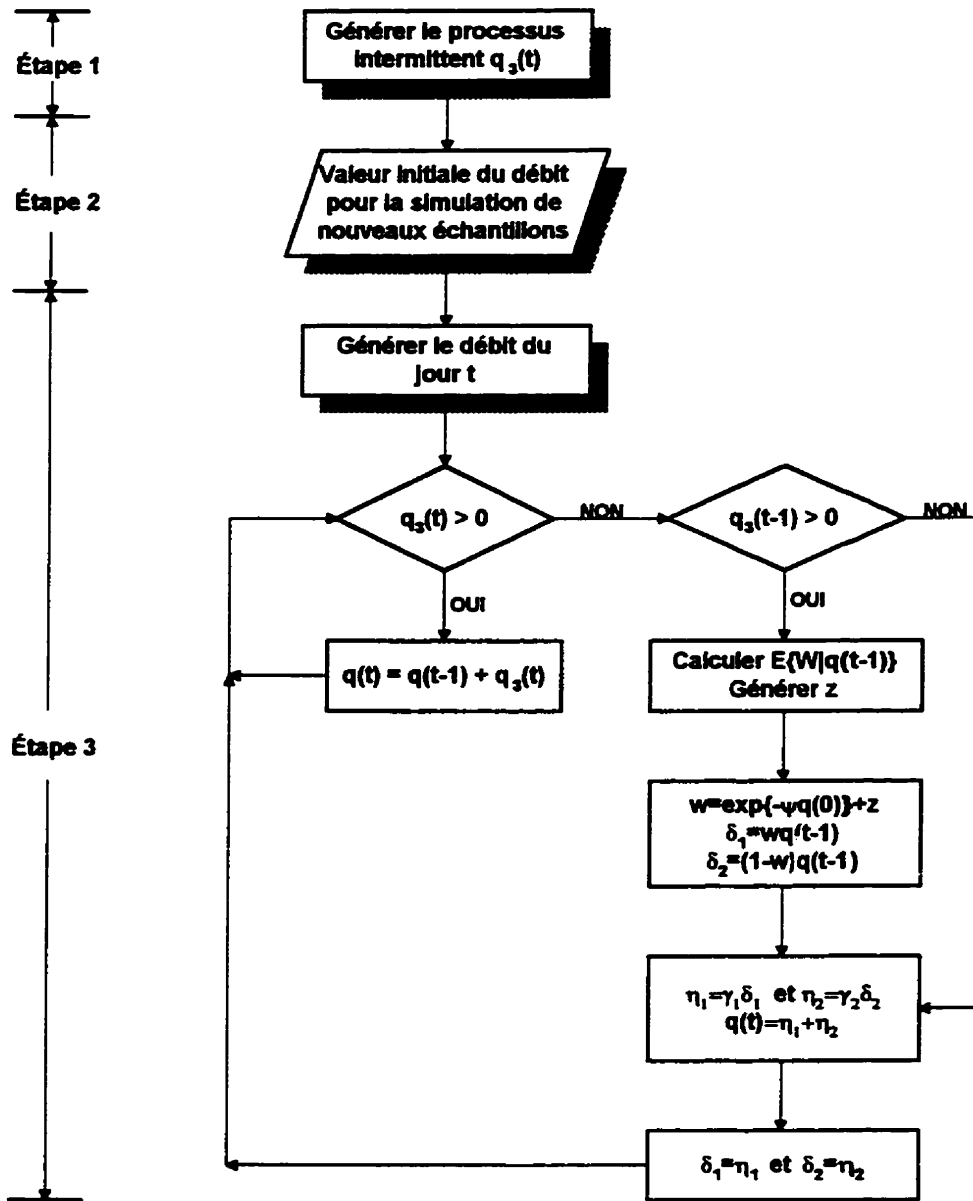


Figure 2.5 Procédure de génération d'échantillons équiprobables de débits journaliers utilisée par Kelman (1980).

## **2.5 Contributions de la thèse**

Rappelons tout d'abord que nos travaux de recherche s'inscrivent dans la perspective de mettre au point un modèle stochastique pour la simulation des débits journaliers capable de reproduire l'effet du mécanisme générateur des débits dans un contexte climatique quelconque et particulièrement dans les zones climatiques qualifiées abusivement de zones arides ou semi-arides. À partir de notre revue de littérature sur la modélisation stochastique des débits journaliers, nous pouvons conclure que ce sujet est toujours d'actualité. Nous avons privilégié la méthode qui consiste à travailler directement avec la série de débit en considérant cette dernière comme la réponse intégrale du système à l'ensemble et à la configuration particulière des excitations (précipitations). De ce fait, nous ne considérons pas la transformation pluie-débit prise en compte dans certains modèles.

Les contributions de nos travaux de recherche se situent à plusieurs niveaux. Comme Kelman (1980), nous avons décomposé l'hydrogramme en deux phases qui se succèdent par alternance et qui sont les phases de montée des eaux et de décrue. Ce processus alterné est transformé en un processus intermittent constitué par l'occurrence ou non d'impulsions définies simplement comme les accroissements de débits. Pour la première fois, le modèle multiplicatif est employé, dans ce contexte, pour d'une part, simuler l'occurrence des impulsions et d'autre part, générer l'amplitude de l'impulsion grâce à un modèle continu. Ce type de modélisation a été utilisé par Chebaane et al. (1992, 1995) pour simuler des séries intermittentes de débits mensuels qui sont des processus périodiques.

En ce qui nous concerne, nous avons développé le modèle de Chebaane et al. (1992, 1995) en donnant de façon explicite sa formulation dans le cas de processus stationnaires. C'est ainsi que nous considérons un couplage entre un modèle binaire DAR(1) pour simuler l'occurrence des impulsions et un modèle continu qui peut être l'un des modèles

suivants: AR(1) [*AutoRegressive*], MA(1) [*Moving Average*] ou GAR(1) [*Gamma AutoRegressive*]. Le modèle MA(1) est considéré pour la première fois dans le cadre de cette thèse. Lors de la simulation de l'occurrence des impulsions, nous tenons compte également de certains cas particuliers de processus spécifiques à notre étude (processus indépendant ou déterministe). Notre modèle est plus général que celui de Kelman (1980) et s'applique à un quelconque bassin versant, quel que soit son contexte climatique.

Pour tenir compte de la périodicité des séries hydrologiques lorsque le pas de temps est inférieur à une année (mois, semaine, jour), il est d'usage courant de diviser l'année en plusieurs périodes pour lesquelles le processus en question est considéré comme stationnaire. Nous considérons qu'il est plus avantageux de modéliser l'occurrence des impulsions autrement que par un modèle de Poisson, comme le fait Weiss (1974, 1977), pour deux raisons essentiellement. Dans un premier temps, il est plus aisé d'admettre la stationnarité des impulsions au cours d'une période que d'admettre celle des débits surtout en zone semi-aride où les débits ont l'une des tendances générales suivantes, à la montée ou à la baisse. Ainsi, au lieu de déterminer les paramètres régissant l'occurrence des impulsions à partir des statistiques des débits (modèle de Poisson filtré), nous les déterminons directement à partir des impulsions historiques. Dans le cas du modèle de Poisson filtré, les impulsions ont une signification essentiellement statistique.

Dans un deuxième temps, le processus de Poisson qui est un processus continu a révélé ses limites pour reproduire le regroupement des impulsions (*clusters*). Le modèle de Poisson peut avoir, entre autres, une tendance à simuler moins d'impulsions avec des intensités associées très importantes ce qui aboutit à une mauvaise reproduction de l'allure générale de l'hydrogramme. Les modèles de type DARMA ayant simulé de façon satisfaisante les séquences de précipitation journalière, nous avons pensé qu'ils seraient en mesure de bien reproduire l'occurrence des impulsions en préservant la tendance pour des regroupements d'impulsions.

Quant à la phase de décrue, nous avons pensé qu'il était plus avantageux de considérer un coefficient de tarissement non constant puisque l'usage d'un coefficient constant a montré ses limites (Kavvas et Delleur, 1984; Kelman, 1980; Weiss, 1974, 1977). Nous proposons donc une méthode originale permettant la détermination d'un coefficient de tarissement qui évolue en fonction du temps. Pour ce faire, nous avons idéalisé le bassin versant comme un réservoir. Cette technique a l'avantage de bien reproduire l'allure des décrues.

Étant donné la structure de notre modèle, la génération des séries de débits journaliers se fait suivant une procédure originale puisque nous utilisons les séries simulées d'impulsions et les courbes donnant le coefficient de tarissement non constant (fonction du délai par rapport au jour où se produit une impulsion) pour simuler des séries de débits synthétiques. Cette façon de procéder minimise les erreurs dues au passage d'une période à l'autre.



## **CHAPITRE 3**

### **MÉTHODOLOGIE DE MODÉLISATION DES DÉBITS JOURNALIERS**

Nous abordons dans ce chapitre, la présentation théorique de la méthodologie que nous préconisons pour la modélisation des débits journaliers. Pour y arriver, nous décomposons le processus stochastique des débits journaliers de manière à avoir des périodes de montée (crues) et de baisse des eaux (décrues et tarissements). Le processus alterné de montée et de baisse des eaux est sous-tendu par un processus intermittent composé d'impulsions. Les impulsions produisent la montée des eaux. La baisse des eaux survient à cause de l'absence d'impulsions.

En premier lieu, la modélisation du processus intermittent formé par les impulsions est introduite. À cet effet, nous utilisons le modèle binaire DAR combiné à des modèles de séries chronologiques basés sur des distributions marginales lognormale et gamma. La connaissance des impulsions permet de générer directement la montée des eaux.

Par la suite, durant la baisse des eaux, le bassin est considéré comme un réservoir dont le coefficient de tarissement est fonction du temps. Les débits en période de baisse des eaux sont modélisés de manière à représenter la vidange du réservoir. Enfin, la procédure de simulation des débits journaliers est présentée de façon succincte.

#### **3.1 Modélisation des impulsions**

Soit  $Q_t$ ,  $t \geq 1$ , une série de débits journaliers mesurés à une station donnée. À chaque instant  $t$ ,  $Q_t$  est considéré comme étant la somme de deux composantes:

$$Q_t = Q_{t-1} + \Delta Q_t \quad (3.1)$$

où  $\Delta Q_t$  représente l'incrément de débit à l'instant  $t$ .

Durant la phase de montée des eaux, les incréments de débit sont positifs. Par contre, lorsque ces incréments sont négatifs, la décrue se produit. Pour modéliser le processus alterné de montée et de baisse des eaux, nous utiliserons la série censurée des incréments de débits (Kelman, 1980). En effet, à tous les incréments négatifs seront affectées des valeurs nulles. Les incréments positifs demeurent en l'état et représentent les impulsions. La série  $Y_t$  qui sera utilisée pour la modélisation des impulsions s'écrira comme suit:

$$Y_t = \max (0, Q_t - Q_{t-1}) \quad (3.2)$$

En fait,  $Y_t$  est obtenu à partir de la censure effectuée sur la série des différences premières. La technique de la différentiation est utilisée par Box et Jenkins (1976) pour la modélisation de processus non stationnaires. Le processus  $\{Y_t\}$  est un processus intermittent périodique de période quasi annuelle. À chaque instant  $t$ , il se produit ou non une impulsion dont l'amplitude est une variable aléatoire. C'est ce type de signal qui gouverne le modèle shot noise de Weiss (1977). Pour tenir compte de la périodicité, nous allons modéliser le processus  $\{Y_t\}$  par saison ou période de l'année.

Considérons une période  $i$  quelconque de l'année. Pour chaque année  $n$ , on constitue la série  $y_{i,t}^n$  avec  $t=1, \dots, m$  et  $m$  est le nombre de jours de la période  $i$ . On peut former ensuite la série  $Y_{i,t}$  en juxtaposant dans l'ordre chronologique les séries  $y_{i,t}^n$ . On admettra que  $\{Y_{i,t}\}$  est un processus stationnaire qui est le produit des processus  $\{X_{i,t}\}$  et  $\{Z_{i,t}\}$  qui sont également stationnaires.  $\{X_{i,t}\}$  est un processus discret binaire (1,0) dont la distribution marginale est de Bernoulli, et reproduit le phénomène d'occurrence ou non des impulsions ou des incréments de débits positifs. De son côté,  $\{Z_{i,t}\}$  est un processus

continu qui permet de déterminer l'amplitude de ces impulsions. De plus,  $\{X_{i,t}\}$  et  $\{Z_{i,t}\}$  sont des processus mutuellement indépendants. Pour la distribution marginale du processus continu, on utilisera les distributions lognormale et gamma pour tenir compte de l'asymétrie de la distribution de  $Z_{i,t}$ . L'autocorrélation présente dans  $\{Z_{i,t}\}$  sera reproduite par l'utilisation d'une modélisation de type ARMA (*AutoRegressive Moving Average*) de Box et Jenkins (1976) ou par un modèle autorégressif utilisant une distribution marginale qui tienne compte de l'asymétrie présente dans les séries hydrologiques, comme la distribution gamma (Fernandez et Salas, 1990). L'hypothèse de stationnarité que nous posons ici signifie que pour chaque période  $i$ , le fait de passer d'une année à l'autre ne modifie pas la structure de dépendance séquentielle des processus  $\{X_{i,t}\}$  et  $\{Z_{i,t}\}$ .

Ainsi, le processus  $\{Y_{i,t}\}$  sera écrit de la façon suivante:

$$Y_{i,t} = X_{i,t} \cdot Z_{i,t} \quad i = 1, \dots, p \quad t = 1, \dots, Nm \quad (3.3)$$

où  $p$  désigne le nombre de périodes de l'année,  $N$ , le nombre total d'années et  $m$ , le nombre de jours de la période  $i$ . Pour ne pas alourdir le texte, on désignera  $Y_{i,t}$ ,  $X_{i,t}$  et  $Z_{i,t}$  par  $Y_t$ ,  $X_t$  et  $Z_t$  respectivement. L'équation (3.3) s'écrira donc:

$$Y_t = X_t \cdot Z_t \quad t = 1, \dots, Nm \quad (3.4)$$

Pour simuler  $\{Y_t\}$ , nous utilisons la technique de modélisation de Chebaane et al. (1992, 1995). Cependant, étant donné l'hypothèse de stationnarité que nous avons posée, nous reformulons de façon explicite tout le modèle en tenant compte de certains cas particuliers spécifiques à notre étude. Nous définissons d'abord les principales statistiques du processus  $\{Y_t\}$  Ensuite, nous décrivons le modèle binaire discret et stationnaire DAR qui simule l'intermittence des impulsions. Sous certaines conditions

particulières, l'intermittence des impulsions est modélisée par des processus plus simples. Enfin, pour chaque modèle décrivant le processus binaire  $\{X_t\}$ , nous définissons le modèle du processus continu  $\{Z_t\}$ .

### 3.1.1 Caractéristiques statistiques de $\{Y_t\}$

Pour déterminer certaines caractéristiques statistiques de  $\{Y_t\}$ , on utilisera l'équation (3.4) et l'indépendance entre  $\{X_t\}$  et  $\{Z_t\}$ .

#### 3.1.1.1 Moyenne

L'espérance mathématique de  $\{Y_t\}$  donne:

$$E\{Y_t\} = E\{X_t Z_t\} = E\{X_t\} E\{Z_t\} \quad (3.5)$$

L'équation (3.5) peut être réécrite de la façon suivante:

$$\mu_Y = \mu_X \mu_Z \quad (3.6)$$

#### 3.1.1.2 Variance

La variance de  $\{Y_t\}$  vaut:

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &= E\{Y_t^2\} - E^2\{Y_t\} = E\{X_t^2 Z_t^2\} - E^2\{X_t Z_t\} \\ &= E\{X_t^2\} E\{Z_t^2\} - E^2\{X_t\} E^2\{Z_t\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$X_t$  est une variable aléatoire de Bernoulli dont la propriété est telle que  $E\{X^2\} = E\{X\}$ .

L'équation (3.7) devient donc:

$$\begin{aligned}
\sigma_Y^2 &= E[X_t] E[Z_t^2] - E^2[X_t] E^2[Z_t] \\
&= \mu_X (\sigma_Z^2 + \mu_Z^2) - \mu_X^2 \mu_Z^2 \\
&= \mu_X \sigma_Z^2 + \mu_Z^2 \mu_X (1 - \mu_X) \\
&= \mu_X \sigma_Z^2 + \mu_Z^2 \sigma_X^2
\end{aligned} \tag{3.8}$$

### 3.1.1.3 Coefficient d'autocorrélation

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$  pour le processus  $\{Y_t\}$  est défini par:

$$\rho_k(Y) = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_{t-k})}{\sigma_{Y_t} \sigma_{Y_{t-k}}} \quad k \geq 0 \tag{3.9}$$

Pour calculer le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$ , il faut déterminer, au préalable, la fonction d'autocovariance du processus  $\{Y_t\}$ :

$$\begin{aligned}
\text{cov}(Y_t, Y_{t-k}) &= E[Y_t Y_{t-k}] - E[Y_t] E[Y_{t-k}] \\
&= E[X_t Z_t X_{t-k} Z_{t-k}] - E[X_t Z_t] E[X_{t-k} Z_{t-k}] \\
&= E[X_t X_{t-k}] E[Z_t Z_{t-k}] - E[X_t] E[X_{t-k}] E[Z_t] E[Z_{t-k}] \\
&= \{\text{cov}(X_t, X_{t-k}) + E[X_t] E[X_{t-k}]\} \{\text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) \\
&\quad + E[Z_t] E[Z_{t-k}]\} - E[X_t] E[X_{t-k}] E[Z_t] E[Z_{t-k}] \\
&= \text{cov}(X_t, X_{t-k}) \{\text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) + E[Z_t] E[Z_{t-k}]\} \\
&\quad + \text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) E[X_t] E[X_{t-k}]
\end{aligned} \tag{3.10}$$

L'hypothèse de stationnarité des processus  $\{X_t\}$  et  $\{Z_t\}$  nous permet de réécrire l'équation (3.10):

$$\text{cov}(Y_t, Y_{t-k}) = \text{cov}(X_t, X_{t-k}) \{ \text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) + \mu_Z^2 \} + \mu_X^2 \text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) \quad (3.11)$$

En substituant l'équation (3.11) dans l'équation (3.9) et en considérant l'hypothèse de stationnarité de  $\{Y_t\}$ , le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$  devient:

$$\rho_k(Y) = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t-k}) \{ \text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) + \mu_Z^2 \} + \mu_X^2 \text{cov}(Z_t, Z_{t-k})}{\sigma_Y^2} \quad k \geq 0 \quad (3.12)$$

Or, puisque  $\{Z_t\}$  est stationnaire:

$$\text{cov}(Z_t, Z_{t-k}) = \rho_k(Z) \sigma_Z \sigma_{Z_{t-k}} = \rho_k(Z) \sigma_Z^2 \quad (3.13)$$

L'équation (3.12) devient donc:

$$\rho_k(Y) = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t-k}) \{ \rho_k(Z) \sigma_Z^2 + \mu_Z^2 \} + \rho_k(Z) \mu_X^2 \sigma_Z^2}{\sigma_Y^2} \quad k \geq 0 \quad (3.14)$$

### 3.1.2 Le modèle DAR pour le processus binaire discret $\{X_t\}$

Chebaane et al. (1992) ont utilisé les modèles saisonniers SDMA(1) (*Seasonal binary Discrete first order Moving Average*) et SDARMA(1,1) (*Seasonal binary Discrete AutoRegressive Moving Average*) pour modéliser le processus binaire discret. Les restrictions posées sur les paramètres de ces modèles les rendent moins souples que le modèle saisonnier SDAR(1) (*Seasonal binary Discrete first order AutoRegressive*). C'est cette raison qui nous a amené à considérer, dans une démarche exploratoire,

uniquement le modèle DAR(1) (*Discrete first order AutoRegressive*) pour simuler le processus binaire discret  $\{X_t\}$ . Dans ce cas,  $X_t$  s'écrit:

$$X_t = V_t X_{t-1} + (1 - V_t) U_t \quad (3.15)$$

$\{U_t\}$  et  $\{V_t\}$  sont des processus binaires dont la distribution marginale est de Bernoulli:

$$\begin{aligned} P\{U_t = 1\} &= \delta & 0 < \delta < 1 \\ P\{V_t = 1\} &= \gamma & 0 < \gamma < 1 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Les paramètres du modèle DAR(1) sont  $\delta$  et  $\gamma$ . En combinant les équations (3.15) et (3.16), on remarquera que (Chang et al., 1987; Delleur et al., 1989):

$$X_t = \begin{cases} X_{t-1} & \text{avec une probabilité } \gamma \\ U_t & \text{avec une probabilité } 1 - \gamma \end{cases} \quad (3.17)$$

$\{X_t\}$  est une chaîne de Markov d'ordre un et sa matrice des probabilités de transition,  $P$ , s'écrit (Jacobs et Lewis, 1978a):

$$P(i, j) = \begin{bmatrix} \gamma + (1 - \gamma)(1 - \delta) & (1 - \gamma)\delta \\ (1 - \gamma)(1 - \delta) & \gamma + (1 - \gamma)\delta \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

où  $i=0$  ou  $1$  et  $j=0$  ou  $1$ .

### 3.1.2.1 Fonction d'autocovariance du processus $\{X_t\}$

La fonction d'autocovariance du processus  $\{X_t\}$  se calcule ainsi:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(X_t, X_{t-k}) &= \text{cov}\{[V_t X_{t-1} + (1 - V_t)U_t], X_{t-k}\} \\
&= \text{E}[V_t X_{t-1} X_{t-k} + (1 - V_t)U_t X_{t-k}] \\
&\quad - \text{E}[V_t X_{t-1} + (1 - V_t)U_t] \text{E}[X_{t-k}] \\
&= \text{E}[V_t X_{t-1} X_{t-k}] + \text{E}[(1 - V_t)U_t X_{t-k}] \\
&\quad - \text{E}[V_t X_{t-1}] \text{E}[X_{t-k}] - \text{E}[(1 - V_t)U_t] \text{E}[X_{t-k}] \\
&= \gamma \text{E}[X_{t-1} X_{t-k}] + \{(1 - \gamma)\delta\} \text{E}[X_{t-k}] - \gamma \text{E}[X_{t-1}] \text{E}[X_{t-k}] \\
&\quad - \{(1 - \gamma)\delta\} \text{E}[X_{t-k}] \\
&= \gamma \{ \text{E}[X_{t-1} X_{t-k}] - \text{E}[X_{t-1}] \text{E}[X_{t-k}] \} \\
&= \gamma \text{cov}(X_{t-1}, X_{t-k}) \tag{3.19}
\end{aligned}$$

Par itérations successives, l'équation (3.19) devient:

$$\text{cov}(X_t, X_{t-k}) = \gamma^k \text{cov}(X_{t-k}, X_{t-k}) = \gamma^k \sigma_{X_{t-k}}^2 \tag{3.20}$$

La stationnarité du processus  $\{X_t\}$  nous permet d'écrire sa fonction d'autocovariance sous la forme suivante:

$$\text{cov}(X_t, X_{t-k}) = \gamma^k \text{cov}(X_{t-k}, X_{t-k}) = \gamma^k \sigma_X^2 \tag{3.21}$$

On retrouve, à partir de l'équation (3.21), l'expression de la fonction d'autocorrélation d'un processus DAR(1) proposée par Jacobs et Lewis (1978a):

$$\rho_k(X) = \gamma^k \quad 0 < \gamma < 1 \tag{3.22}$$



On remarque que la fonction d'autocorrélation du processus DAR(1) est toujours strictement positive pour n'importe quel délai  $k$ . En employant les équations (3.14) et (3.22), on peut maintenant écrire l'expression générale de la fonction d'autocorrélation du processus  $\{Y_t\}$  lorsque  $\{X_t\}$  est un processus DAR(1):

$$\rho_k(Y) = \frac{\rho_k(Z) \sigma_z^2 (\gamma^k \sigma_x^2 + \mu_x^2) + \gamma^k \sigma_x^2 \mu_z^2}{\sigma_Y^2} \quad k \geq 0 \quad (3.23)$$

### 3.1.2.2 Estimation des paramètres du modèle DAR(1)

Les paramètres du modèle DAR(1) peuvent être estimés par la méthode dite des probabilités de transition (*transition probability method*) qui est équivalente à la méthode du maximum de vraisemblance (Chebaane et al., 1992, 1995).

Soit le système d'équations suivant, tiré de la matrice des probabilités de transition:

$$\begin{cases} \gamma + (1 - \gamma)(1 - \delta) = P(0,0) \\ \gamma + (1 - \gamma)\delta = P(1,1) \end{cases} \quad (3.24)$$

La résolution de ce système d'équations donne la valeur des paramètres  $\gamma$  et  $\delta$ :

$$\begin{aligned} \gamma &= P(0,0) + P(1,1) - 1 \\ \delta &= \frac{1 - P(0,0)}{2 - [P(0,0) + P(1,1)]} \end{aligned} \quad (3.25)$$

On peut estimer  $P(0,0)$  et  $P(1,1)$  de la façon suivante:

$$\hat{P}(0,0) = \frac{n_{00}}{n_0} \quad \text{et} \quad \hat{P}(1,1) = \frac{n_{11}}{n_1} \quad (3.26)$$

où  $n_{ij}$  : nombre de transitions qu'effectue la variable  $X$  entre l'état  $i$  à l'instant  $t-1$  et l'état  $j$  à l'instant  $t$ ,  
 $n_i$  : nombre de fois que la variable  $X$  est dans l'état  $i$  à l'instant  $t-1$ .

Alors, les valeurs estimées de  $\gamma$  et  $\delta$  sont:

$$\hat{\gamma} = \frac{n_0 n_{11} - n_1 n_{01}}{n_0 n_1} \quad (3.27)$$

$$\hat{\delta} = \frac{n_1 n_{01}}{n_1 n_{01} + n_0 n_{10}} \quad (3.28)$$

Les valeurs estimées  $\hat{\gamma}$  et  $\hat{\delta}$  sont soumises aux contraintes qui figurent à l'équation (3.16). En outre, en examinant les équations (3.27) et (3.28), on évite l'indétermination si  $n_0 n_1 \neq 0$  et  $n_1 n_{01} + n_0 n_{10} \neq 0$ . Donc, on estimera les paramètres  $\gamma$  et  $\delta$  avec ces équations à condition que  $n_0 n_1 \neq 0$ ,  $n_1 n_{01} + n_0 n_{10} \neq 0$  et  $n_0 n_{11} > n_1 n_{01}$ . Ces conditions doivent être respectées pour être en mesure de modéliser le processus  $\{X_t\}$  par un modèle DAR(1). On retrouve au tableau 3.1, les estimateurs des paramètres  $\gamma$  et  $\delta$  du processus DAR(1).

### 3.1.2.3 Processus particuliers pour $\{X_t\}$

L'équation (3.16) nous indique que le paramètre  $\gamma$  est strictement compris entre 0 et 1 pour que  $\{X_t\}$  soit un processus DAR(1). Si  $\gamma$  était égal à zéro, alors  $\{X_t\}$  serait un processus indépendant formé par  $U_t$  et aurait une distribution de Bernoulli. L'équation (3.17) s'écrirait:

$$X_t = U_t \text{ avec } P\{U_t = 1\} = \delta \quad (3.29)$$

**Tableau 3.1** Estimateurs des paramètres du modèle DAR(1) par la méthode des probabilités de transition.

Estimateurs des paramètres	Conditions d'utilisation
$\hat{\gamma} = \frac{n_0 n_{11} - n_1 n_{01}}{n_0 n_1}$ $\hat{\delta} = \frac{n_1 n_{01}}{n_1 n_{01} + n_0 n_{10}}$	$n_0 n_1 \neq 0$ $n_1 n_{01} + n_0 n_{10} \neq 0$ $n_0 n_{11} > n_1 n_{01}$

$\{X_t\}$  défini à l'équation (3.29) n'est pas un processus DAR(1). Donc, le paramètre  $\delta$  n'est plus à proprement parler celui du processus DAR(1) et l'équation (3.28) ne peut pas être utilisée.  $\delta$  est alors estimé de la façon suivante:

$$\hat{\delta} = \hat{\mu}_X \quad \text{si} \quad n_0 n_{11} = n_1 n_{01} \quad (3.30)$$

Dans certains cas, le processus  $\{X_t\}$  peut contenir uniquement des valeurs 0 ou des valeurs 1. Le processus  $\{X_t\}$  est donc entièrement déterministe. Si  $\{X_t\}$  contient seulement des 0, alors  $n_{01}=0$ ,  $n_{00} \neq 0$  et  $n_1=0$ .  $\{Y_t\}$  ne comporte aussi que des valeurs 0 et est aussi un processus déterministe. Cette configuration du processus  $\{Y_t\}$  fera l'objet de la modélisation des débits en phase de tarissement. Par contre, si  $\{X_t\}$  est formé uniquement par des valeurs 1,  $Y_t$  est différent de zéro, quelque soit  $t$ . L'équation (3.4) s'écrit alors:

$$Y_t = Z_t \quad t = 1, \dots, Nm \quad (3.31)$$

### 3.1.3 Les modèles pour le processus continu $\{Z_t\}$

Rappelons que nous avons admis la stationnarité du processus  $\{Z_t\}$ . Ainsi, nous considérons que la structure de dépendance séquentielle de ce processus est préservée d'une année à l'autre pour une période de l'année quelconque. Étant donné l'asymétrie de la variable  $Z_t$ , nous avons utilisé les distributions marginales lognormale et gamma. Lorsque la distribution marginale de  $Z_t$  est lognormale, nous employons les modèles AR(1) et MA(1). Dans le cas d'une distribution marginale gamma, nous utilisons le modèle gamma autorégressif, GAR(1). Les distributions marginales lognormale et gamma ont deux paramètres.

Pour le cas de la distribution marginale lognormale, les paramètres sont estimés dans le domaine transformé. Il s'agit essentiellement de la moyenne, de la variance et du coefficient autorégressif ou moyenne mobile selon que l'on utilise le modèle AR(1) ou le modèle MA(1). Pour le cas de la distribution marginale gamma, il n'est pas nécessaire de procéder à une quelconque transformation. Les paramètres du modèle sont donnés dans le domaine non transformé et correspondent aux deux paramètres de la distribution gamma et au coefficient autorégressif.

#### 3.1.3.1 Cas de la distribution marginale lognormale

Si la distribution de  $Z_t$  est lognormale, alors la variable  $Z_t^*$ , telle que définie ci-dessous, a une distribution normale:

$$Z_t^* = \log(Z_t) \quad (3.32)$$

#### Le modèle AR(1) pour le processus $\{Z_t^*\}$

Si  $\{Z_t^*\}$  est un processus autorégressif d'ordre 1, le modèle s'écrit (Salas et al., 1980; Salas, 1993):

$$Z_t^* = \mu_{Z^*} + \phi_1(Z^*)(Z_{t-1}^* - \mu_{Z^*}) + \varepsilon_t \quad (3.33)$$

où  $\mu_{Z^*}$  est la moyenne du processus  $\{Z_t^*\}$  et  $\phi_1(Z^*)$  est le paramètre du modèle;  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc de distribution normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma_\varepsilon^2$ . La variance du bruit blanc s'écrit:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{Z^*}^2(1 - \phi_1^2(Z^*)) \quad (3.34)$$

Les paramètres à estimer pour le modèle AR(1) représenté à l'équation (3.33) sont donc  $\mu_{Z^*}$ ,  $\sigma_{Z^*}^2$  et  $\phi_1(Z^*)$ . Du fait de la relation entre les variables  $Z_t$  et  $Z_t^*$  et que  $\{Z_t^*\}$  est un processus AR(1), les relations suivantes existent entre les statistiques de  $Z_t$  et celles de  $Z_t^*$  et évitent l'introduction d'un biais lors de l'estimation de ces statistiques (Burges, 1972; Matalas, 1967):

$$\mu_Z = \exp\left[\frac{1}{2}\sigma_{Z^*}^2 + \mu_{Z^*}\right] \quad (3.35)$$

$$\sigma_Z^2 = \exp\left[2(\sigma_{Z^*}^2 + \mu_{Z^*})\right] - \exp\left[\sigma_{Z^*}^2 + 2\mu_{Z^*}\right] \quad (3.36)$$

$$\rho_1(Z) = \frac{\exp[\rho_1(Z^*)\sigma_{Z^*}^2] - 1}{\exp(\sigma_{Z^*}^2) - 1} = \frac{\exp[\phi_1(Z^*)\sigma_{Z^*}^2] - 1}{\exp(\sigma_{Z^*}^2) - 1} \quad (3.37)$$

Si on combine les équations (3.6), (3.8), (3.35) et (3.36), on retrouve l'expression de la variance du processus  $\{Z_t^*\}$ :

$$\sigma_{Z^*}^2 = \ln\left\{\frac{\mu_X(\sigma_T^2 + \mu_T^2)}{\mu_T^2}\right\} \quad (3.38)$$

Cette équation est soumise à la contrainte  $\mu_Y \neq 0$  qui est équivalente à  $\mu_X \neq 0$ . Cette dernière contrainte est toujours vérifiée puisque  $n_0 n_1 \neq 0$ .

En associant les équations (3.6), (3.35) et (3.38), la moyenne du processus  $\{Z_t^*\}$  est:

$$\mu_{Z^*} = \ln \left\{ \frac{\mu_Y^2}{[\mu_X^3 (\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)]^{1/2}} \right\} \quad (3.39)$$

De façon identique à l'équation (3.38), il n'y a pas de contrainte à l'existence de l'équation (3.39). La résolution de l'équation (3.37), en utilisant les équations (3.6), (3.35), (3.36) et l'équation (3.23) pour  $k=1$ , donne le paramètre autorégressif  $\phi_1(Z^*)$ :

$$\phi_1(Z^*) = \frac{\ln \left\{ \frac{\mu_X [\rho_1(Y) \sigma_Y^2 + \mu_Y^2]}{\mu_Y^2 [\mu_X + (1 - \mu_X) \gamma]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\mu_X (\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)}{\mu_Y^2} \right\}} \quad (3.40)$$

Pour que le modèle soit stationnaire, il faut que  $|\phi_1(Z^*)| < 1$ . En outre, l'équation (3.40) est soumise à la contrainte  $\rho_1(Y) \sigma_Y^2 + \mu_Y^2 > 0$  qui est toujours vérifiée si  $\rho_1(Y) > 0$ . Par contre, si  $\rho_1(Y) < 0$ , il faut que

$$|\rho_1(Y)| < \mu_Y^2 / \sigma_Y^2 \quad (3.41)$$

À partir des statistiques des données de  $Y_t$  et  $X_t$ , on estime les paramètres du modèle AR(1) pour le processus  $\{Z_t^*\}$  de la façon suivante:

$$\hat{\mu}_{Z^*} = \ln \left\{ \frac{\bar{Y}^2}{[\bar{X}^3(s_r^2 + \bar{Y}^2)]^{1/2}} \right\} \quad (3.42)$$

$$\hat{\sigma}_{Z^*}^2 = \ln \left\{ \frac{\bar{X}(s_r^2 + \bar{Y}^2)}{\bar{Y}^2} \right\} \quad (3.43)$$

$$\hat{\phi}_1(Z^*) = \frac{\ln \left\{ \frac{\bar{X}[r_1(Y)s_r^2 + \bar{Y}^2]}{\bar{Y}^2[\bar{X} + (1 - \bar{X})\hat{\gamma}]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\bar{X}(s_r^2 + \bar{Y}^2)}{\bar{Y}^2} \right\}}$$

avec comme conditions: (3.44)

$$|\hat{\phi}_1(Z^*)| < 1 \text{ et } |r_1(Y)| < \bar{Y}^2/s_r^2 \text{ si } r_1(Y) < 0$$

- où  $\bar{X}, \bar{Y}$  : moyennes échantillonales de  $X_t$  et  $Y_t$ ,  
 $s_r^2$  : variance échantillonnale de  $Y_t$ ,  
 $r_1(Y)$  : coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de  $Y_t$ ,  
 $\hat{\gamma}$  : paramètre du modèle DAR(1) estimé à l'aide de l'équation (3.27).

Si  $\{X_t\}$  est un processus indépendant de Bernoulli, alors les relations (3.39) et (3.38) donnant la moyenne  $\mu_{Z^*}$  et la variance  $\sigma_{Z^*}^2$  du processus  $\{Z_t^*\}$  restent inchangées. Par contre, l'expression du paramètre autorégressif est modifiée et devient:

$$\phi_1(Z^*) = \frac{\ln\left\{\frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\}}{\ln\left\{\frac{\mu_X(\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)}{\mu_Y^2}\right\}} \quad (3.45)$$

avec:  $|\phi_1(Z^*)| < 1$  et  $|\rho_1(Y)| < \mu_Y^2/\sigma_Y^2$  si  $\rho_1(Y) < 0$

Dans le cas où les processus  $\{Y_t\}$  et  $\{Z_t\}$  sont identiques [voir équation (3.31)], la moyenne, la variance et le coefficient autorégressif du processus  $\{Z_t^*\}$  sont exprimés par les relations suivantes:

$$\mu_{Z^*} = \ln\left\{\frac{\mu_Y^2}{(\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)^{1/2}}\right\} \quad (3.46)$$

$$\sigma_{Z^*}^2 = \ln\left\{\frac{\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\} \quad (3.47)$$

$$\phi_1(Z^*) = \frac{\ln\left\{\frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\}}{\ln\left\{\frac{\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\}} \quad (3.48)$$

avec:  $|\phi_1(Z^*)| < 1$  et  $|\rho_1(Y)| < \mu_Y^2/\sigma_Y^2$  si  $\rho_1(Y) < 0$

Dans les deux cas particuliers de processus évoqués ci-dessus pour  $\{X_t\}$  (processus indépendant et identique), on estime aussi les paramètres du modèle AR(1) pour le processus  $\{Z_t^*\}$  à partir des statistiques des données de  $Y_t$  et  $X_t$ . En résumé, le



tableau 3.2 nous donne les estimateurs des paramètres du modèle AR(1) pour  $\{Z_t^*\}$  en fonction du modèle utilisé pour  $\{X_t\}$ . Quelque soit le modèle du processus  $\{X_t\}$ , un estimateur non biaisé de la variance du bruit blanc est (Salas et al., 1980):

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{Nm}{Nm-1} \hat{\sigma}_{Z^*}^2 (1 - \hat{\phi}_1^2(Z^*)) \quad (3.49)$$

où N est le nombre total d'années d'observation et m, le nombre de jours d'une période quelconque de l'année.

### **Le modèle MA(1) pour le processus $\{Z_t^*\}$**

Si  $\{Z_t^*\}$  est un processus moyenne mobile d'ordre 1, le modèle s'écrit (Bras et Rodriguez-Iturbe, 1993; Salas et al., 1980):

$$Z_t^* = \mu_{Z^*} + \varepsilon_t - \theta_1(Z^*)\varepsilon_{t-1} \quad (3.50)$$

où  $\mu_{Z^*}$  est la moyenne du processus  $\{Z_t^*\}$  et  $\theta_1(Z^*)$  est le paramètre du modèle;  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc de distribution normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma_\varepsilon^2$ . La variance du bruit blanc s'écrit:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_{Z^*}^2}{1 + \theta_1^2(Z^*)} \quad (3.51)$$

Les paramètres à estimer pour le modèle MA(1) représenté à l'équation (3.50) sont donc  $\mu_{Z^*}$ ,  $\sigma_{Z^*}^2$  et  $\theta_1(Z^*)$ .

Tableau 3.2 Estimateurs des paramètres du modèle  $Z_i^* = AR(1)$  en fonction du modèle utilisé pour  $\{X_i\}$ .

Paramètres du modèle $Z_i^* = AR(1)$	Estimateurs		
	$\{X_i\} = DAR(1)$	$\{X_i\} = \{U_i\}$	$\{Y_i\} = \{Z_i\}$
$\hat{\mu}_{Z^*}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{y}^2}{[\bar{x}^3 (s_y^2 + \bar{y}^2)]^{1/2}} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{y}^2}{[\bar{x}^3 (s_y^2 + \bar{y}^2)]^{1/2}} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{y}^2}{(s_y^2 + \bar{y}^2)^{1/2}} \right\}$
$\hat{\sigma}_{Z^*}^2$	$\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}$
$\hat{\phi}_1(Z^*)$	$\frac{\ln \left\{ \frac{\bar{x} [\eta_1(Y) s_y^2 + \bar{y}^2]}{\bar{y}^2 [\bar{x} + (1 - \bar{x}) \bar{y}]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}}$	$\frac{\ln \left\{ \frac{\eta_1(Y) s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}}$	$\frac{\ln \left\{ \frac{\eta_1(Y) s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}}{\ln \left\{ \frac{s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}}$
	$ \hat{\phi}_1(Z^*)  < 1$	$ \hat{\phi}_1(Z^*)  < 1$	$ \hat{\phi}_1(Z^*)  < 1$
	$ \eta_1(Y)  < \bar{y}^2 / s_y^2 \text{ si } \eta_1(Y) < 0$	$ \eta_1(Y)  < \bar{y}^2 / s_y^2 \text{ si } \eta_1(Y) < 0$	$ \eta_1(Y)  < \bar{y}^2 / s_y^2 \text{ si } \eta_1(Y) < 0$
$\hat{\sigma}_\epsilon^2$	$\frac{Nm}{Nm - 1} \hat{\sigma}_{Z^*}^2 (1 - \hat{\phi}_1^2(Z^*))$		

Si  $Z_t$  et  $Z_t^*$  sont liés par la relation définie à l'équation (3.32), Mejía et Rodríguez-Iturbe (1974) ont établi la relation entre le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 du processus  $\{Z_t\}$  et celui de  $\{Z_t^*\}$ , quelque soit le mécanisme générateur du processus  $\{Z_t^*\}$ :

$$\rho_1(Z) = \frac{\exp\{\sigma_{z^*}^2 \cdot \rho_1(Z^*)\} - 1}{\exp(\sigma_{z^*}^2) - 1} \quad (3.52)$$

Si  $\{Z_t^*\}$  est un processus MA(1), alors son coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 est tel que (Bras et Rodríguez-Iturbe, 1993; Salas et al., 1980):

$$\rho_1(Z^*) = \frac{-\theta_1(Z^*)}{1 + \theta_1^2(Z^*)} \quad (3.53)$$

L'équation (3.52) devient alors:

$$\rho_1(Z) = \frac{\exp\left\{\sigma_{z^*}^2 \left[ \frac{-\theta_1(Z^*)}{1 + \theta_1^2(Z^*)} \right]\right\} - 1}{\exp(\sigma_{z^*}^2) - 1} \quad (3.54)$$

La moyenne  $\mu_{z^*}$  et la variance  $\sigma_{z^*}^2$  du processus  $\{Z_t^*\}$  sont encore définies par les équations (3.39) et (3.38). Pour déterminer le paramètre  $\theta_1(Z^*)$ , on utilise la relation suivante déterminée à partir des équations (3.23) pour  $k=1$  et (3.54):

$$\frac{\exp\left\{\sigma_{z^*}^2 \left[ \frac{-\theta_1(Z^*)}{1 + \theta_1^2(Z^*)} \right]\right\} - 1}{\exp(\sigma_{z^*}^2) - 1} = \frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2 - \gamma\sigma_X^2\mu_Z^2}{\sigma_Z^2(\gamma\sigma_X^2 + \mu_X^2)} \quad (3.55)$$

On trouve à partir de l'équation (3.55) que

$$\frac{-\theta_1(Z^*)}{1 + \theta_1^2(Z^*)} = \frac{\ln \left\{ \frac{\mu_x [\rho_1(Y) \sigma_Y^2 + \mu_Y^2]}{\mu_Y^2 [\mu_x + (1 - \mu_x) \gamma]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\mu_x (\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)}{\mu_Y^2} \right\}} \quad (3.56)$$

Soit la constante A définie par

$$A = \frac{\ln \left\{ \frac{\mu_x [\rho_1(Y) \sigma_Y^2 + \mu_Y^2]}{\mu_Y^2 [\mu_x + (1 - \mu_x) \gamma]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\mu_x (\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)}{\mu_Y^2} \right\}} \quad (3.57)$$

avec  $|\rho_1(Y)| < \mu_Y^2 / \sigma_Y^2$  si  $\rho_1(Y) < 0$

alors, l'équation (3.56) s'exprime ainsi

$$A\theta_1^2(Z^*) + \theta_1(Z^*) + A = 0 \quad (3.58)$$

Les racines de cette équation nous permettent d'estimer le paramètre  $\theta_1(Z^*)$  si  $1 - 4A^2 \geq 0$ :

$$\theta_1(Z^*) = \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{1 - 4A^2}}{2A} \\ \text{ou} \\ \frac{-1 - \sqrt{1 - 4A^2}}{2A} \end{cases} \quad (3.59)$$

Le modèle est inversible si le paramètre  $\theta_1(Z^*)$  est tel que  $|\theta_1(Z^*)| < 1$ . À partir des statistiques des données de  $Y_t$  et  $X_t$ , on estime les paramètres du modèle MA(1) pour le processus  $\{Z_t^*\}$  de la façon suivante:

$$\hat{\mu}_{Z^*} = \ln \left\{ \frac{\bar{Y}^2}{[\bar{X}^3(s_Y^2 + \bar{Y}^2)]^{1/2}} \right\} \quad (3.60)$$

$$\hat{\sigma}_{Z^*}^2 = \ln \left\{ \frac{\bar{X}(s_Y^2 + \bar{Y}^2)}{\bar{Y}^2} \right\} \quad (3.61)$$

$$\hat{\theta}_1(Z^*) = \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{1 - 4\hat{A}^2}}{2\hat{A}} \\ \text{ou} \\ \frac{-1 - \sqrt{1 - 4\hat{A}^2}}{2\hat{A}} \end{cases} \quad \text{si } 1 - 4\hat{A}^2 \geq 0 \quad (3.62)$$

avec

$$\hat{A} = \frac{\ln \left\{ \frac{\bar{X}[r_1(Y)s_Y^2 + \bar{Y}^2]}{\bar{Y}^2[\bar{X} + (1 - \bar{X})\hat{\gamma}]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\bar{X}(s_Y^2 + \bar{Y}^2)}{\bar{Y}^2} \right\}} \quad (3.63)$$

avec  $|r_1(Y)| < \bar{Y}^2/s_Y^2$  si  $r_1(Y) < 0$

où  $\bar{X}, \bar{Y}$  : moyennes échantillonales de  $X_t$  et  $Y_t$ ,  
 $s_Y^2$  : variance échantillonnale de  $Y_t$ ,

- $r_1(Y)$  : coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de  $Y_t$   
 $\hat{\gamma}$  : paramètre du modèle DAR(1) estimé à l'équation (3.27).

Lorsque  $\{X_t\}$  est un processus indépendant, alors les relations donnant la moyenne  $\mu_z$  et la variance  $\sigma_z^2$  du processus  $\{Z_t^*\}$  restent inchangées. Le paramètre  $\theta_1(Z^*)$  est la solution de l'équation (3.58) où la constante A vaut cette fois

$$\frac{\ln\left\{\frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\}}{\ln\left\{\frac{\mu_X(\sigma_Y^2 + \mu_Y^2)}{\mu_Y^2}\right\}} \quad (3.64)$$

avec  $|\rho_1(Y)| < \mu_Y^2 / \sigma_Y^2$  si  $\rho_1(Y) < 0$

Le paramètre  $\theta_1(Z^*)$ , racine de l'équation (3.58), a la même expression que l'équation (3.59) si  $1 - 4A^2 \geq 0$ .

Considérons maintenant le cas où les processus  $\{Y_t\}$  et  $\{Z_t\}$  sont identiques [voir équation (3.31)], la moyenne et la variance du processus  $\{Z_t^*\}$  sont exprimés par les équations (3.46) et (3.47). Le paramètre  $\theta_1(Z^*)$  a la même expression que l'équation (3.59) si  $1 - 4A^2 \geq 0$  avec A défini maintenant comme suit:

$$A = \frac{\ln\left\{\frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\}}{\ln\left\{\frac{\sigma_Y^2 + \mu_Y^2}{\mu_Y^2}\right\}} \quad (3.65)$$

avec  $|\rho_1(Y)| < \mu_Y^2 / \sigma_Y^2$  si  $\rho_1(Y) < 0$

En résumé, le tableau 3.3 nous donne les estimateurs des paramètres du modèle MA(1) pour  $\{Z_t^*\}$  en fonction du modèle utilisé pour  $\{X_t\}$ . Quelque soit le modèle du processus  $\{X_t\}$ , la variance estimée du bruit blanc est:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\hat{\sigma}_{Z_t^*}^2}{1 + \hat{\theta}_1^2(Z^*)} \quad (3.66)$$

### 3.1.3.2 Cas de la distribution marginale gamma

#### Le modèle GAR(1) pour le processus $\{Z_t\}$

Le modèle stationnaire GAR(1) a été mis au point par Gaver et Lewis (1980). Le fait que la distribution marginale des séries de données hydrologiques soit généralement asymétrique a amené les hydrologues à employer le modèle GAR(1) pour reproduire la structure de dépendance séquentielle de ces séries. Ainsi, Fernandez et Salas (1986, 1990) ont modélisé respectivement des débits moyens hebdomadaires et annuels avec ce type de modèle. Fernandez et Salas (1986), pour le cas périodique, ont désigné le modèle GAR par le modèle AGAR (*Additive Gamma AutoRegressive*) pour le différencier du modèle GAR de type multiplicatif (MGAR) et du modèle GAR de type mixte qui lui prend le sigle GAR.

Si  $\{Z_t\}$  est un processus autorégressif d'ordre 1 de distribution marginale gamma, le modèle s'écrit (Fernandez et Salas, 1990; Salas, 1993):

$$Z_t = \phi_1(Z)Z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.67)$$

où  $\varepsilon_t$  est le bruit blanc et  $\phi_1(Z)$  est le paramètre autorégressif tel que  $0 < \phi_1(Z) < 1$ .

**Tableau 3.3** Estimateurs des paramètres du modèle  $Z_i^* = MA(1)$  en fonction du modèle utilisé pour  $\{X_i\}$ .

Paramètres du modèle $Z_i^* = MA(1)$	Estimateurs		
	$\{X_i\} = DAR(1)$	$\{X_i\} = \{U_i\}$	$\{Y_i\} = \{Z_i\}$
$\hat{\mu}_{Z^*}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{y}^2}{\bar{x}^3 (s_y^2 + \bar{y}^2)^{1/2}} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{y}^2}{\bar{x}^3 (s_y^2 + \bar{y}^2)^{1/2}} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{y}^2}{(s_y^2 + \bar{y}^2)^{1/2}} \right\}$
$\hat{\sigma}_{Z^*}^2$	$\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}$	$\ln \left\{ \frac{s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}$
$\hat{A}$	$\frac{\ln \left\{ \frac{\bar{x} [\eta(Y) s_y^2 + \bar{y}^2]}{\bar{y}^2 [\bar{x} + (1 - \bar{x}) \bar{y}]} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}}$	$\frac{\ln \left\{ \frac{\eta(Y) s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}}{\ln \left\{ \frac{\bar{x} (s_y^2 + \bar{y}^2)}{\bar{y}^2} \right\}}$	$\frac{\ln \left\{ \frac{\eta(Y) s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}}{\ln \left\{ \frac{s_y^2 + \bar{y}^2}{\bar{y}^2} \right\}}$
$\hat{\theta}_1(Z^*)$	$ \eta_1(Y)  < \bar{y}^2 / s_y^2 \text{ si } \eta_1(Y) < 0$	$ \eta_1(Y)  < \bar{y}^2 / s_y^2 \text{ si } \eta_1(Y) < 0$	$ \eta_1(Y)  < \bar{y}^2 / s_y^2 \text{ si } \eta_1(Y) < 0$
$ \hat{\theta}_1(Z^*)  < 1$	$\frac{-1 + \sqrt{1 - 4\hat{A}^2}}{2\hat{A}} \quad \text{ou} \quad \frac{-1 - \sqrt{1 - 4\hat{A}^2}}{2\hat{A}}$ <p style="text-align: center;">si <math>1 - 4\hat{A}^2 \geq 0</math></p>		
$\hat{\sigma}_\epsilon^2$	$\hat{\sigma}_{Z^*}^2 [1 + \hat{\theta}_1^*(Z^*)]^{-1}$		



$Z_t$  a une distribution gamma à deux paramètres dont la fonction de densité de probabilité est:

$$\begin{cases} f_z(z) = \frac{1}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} z^{\beta-1} \exp\left(-\frac{z}{\alpha}\right) & \text{si } z \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0 \\ f_z(z) = 0 & \text{si } z < 0 \end{cases} \quad (3.68)$$

où  $\alpha$  : paramètre d'échelle,  
 $\beta$  : paramètre de forme,  
 $\Gamma(\cdot)$  : fonction gamma incomplète.

Les paramètres du modèle GAR(1) sont donc  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\phi_1(Z)$ . En utilisant la méthode des moments, on peut écrire les relations suivantes entre les paramètres du modèle GAR(1) et les moments de  $\{Z_t\}$ :

$$\mu_z = \alpha\beta \quad (3.69)$$

$$\sigma_z^2 = \alpha^2 \beta \quad (3.70)$$

En utilisant les équations (3.6) et (3.8), on trouve l'expression de  $\sigma_z^2$ :

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma_r^2 \mu_x - \mu_r^2 (1 - \mu_x)}{\mu_x} \quad (3.71)$$

En combinant les équations (3.69) et (3.70),  $\sigma_z^2$  s'écrit aussi:

$$\sigma_z^2 = \frac{\alpha \mu_r}{\mu_x} \quad (3.72)$$

Les équations (3.71) et (3.72) nous permettent de trouver le paramètre d'échelle  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{\sigma_Y^2 \mu_X - \mu_Y^2 (1 - \mu_X)}{\mu_X \mu_Y} \quad (3.73)$$

Pour que  $\alpha$  soit fini, il faut que  $\mu_X \mu_Y \neq 0$  ce qui est vérifié puisque  $n_0 n_1 \neq 0$ . En outre,  $\alpha$  est un paramètre positif, ce qui implique que

$$\sigma_Y^2 \mu_X - \mu_Y^2 (1 - \mu_X) > 0 \quad (3.74)$$

L'équation (3.74) équivaut à une contrainte sur le coefficient de variation de  $Y_t$  telle que

$$CV_Y > \left( \frac{1 - \mu_X}{\mu_X} \right)^{1/2} \quad (3.75)$$

À partir de l'expression de  $\alpha$ , le paramètre de forme  $\beta$  vaut:

$$\beta = \frac{\mu_Y^2}{\sigma_Y^2 \mu_X - \mu_Y^2 (1 - \mu_X)} \quad (3.76)$$

Pour que  $\beta$  soit fini, il faut que  $\sigma_Y^2 \mu_X - \mu_Y^2 (1 - \mu_X) \neq 0$ . Cette condition est toujours vérifiée, car en utilisant les équations (3.6) et (3.8), on démontre que

$$\sigma_Y^2 \mu_X - \mu_Y^2 (1 - \mu_X) = \mu_X^2 \sigma_Z^2 > 0 \quad (3.77)$$

Le membre de gauche de l'équation (3.77) étant toujours positif, alors la contrainte définie à l'équation (3.75) est toujours vérifiée. On peut alors dire que les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  seront toujours strictement positifs et qu'il n'y a aucune contrainte rattachée à ces paramètres.

Les fonctions d'autocorrélation des modèles GAR(1) et AR(1) sont identiques (Fernandez et Salas, 1986, 1990). On peut donc écrire que:

$$\phi_1(Z) = \rho_1(Z) \quad (3.78)$$

Or, à partir de l'équation (3.23) pour  $k=1$ , on peut écrire que:

$$\rho_1(Z) = \frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2 - \gamma\sigma_X^2\mu_Z^2}{\sigma_Z^2(\gamma\sigma_X^2 + \mu_X^2)} \quad (3.79)$$

Si on développe l'équation (3.79) en utilisant les équations (3.6) et (3.71), on obtient

$$\rho_1(Z) = \frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2\mu_X - \gamma(1-\mu_X)\mu_Y^2}{[\sigma_Y^2\mu_X - \mu_Y^2(1-\mu_X)][\mu_X + (1-\mu_X)\gamma]} \quad (3.80)$$

Si on combine les équations (3.78) et (3.80), le paramètre autorégressif  $\phi_1(Z)$  vaut:

$$\phi_1(Z) = \frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2\mu_X - \gamma(1-\mu_X)\mu_Y^2}{[\sigma_Y^2\mu_X - \mu_Y^2(1-\mu_X)][\mu_X + (1-\mu_X)\gamma]} \quad (3.81)$$

Il n'y a aucune contrainte particulière rattachée au paramètre autorégressif  $\phi_1(Z)$  sauf celle stipulant que  $0 < \phi_1(Z) < 1$ .

À partir des statistiques des données de  $Y_t$  et  $X_t$ , on peut estimer les paramètres du modèle GAR(1) pour le processus  $\{Z_t\}$  de la façon suivante:

$$\hat{\alpha} = \frac{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})}{\bar{X} \cdot \bar{Y}} \quad (3.82)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\bar{Y}^2}{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})} \quad (3.83)$$

$$\hat{\phi}_1(Z) = \frac{r_1(Y) s_Y^2 \bar{X} - \hat{\gamma} (1 - \bar{X}) \bar{Y}^2}{[s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})] [\bar{X} + (1 - \bar{X}) \hat{\gamma}]} \quad (3.84)$$

- où  $\bar{X}, \bar{Y}$  : moyennes échantillonales de  $X_t$  et  $Y_t$ ,  
 $s_Y^2$  : variance échantillonnale de  $Y_t$ ,  
 $r_1(Y)$  : coefficient d'autocorrélation échantillonnale d'ordre 1 de  $Y_t$ ,  
 $\hat{\gamma}$  : paramètre du modèle DAR(1) estimé à l'équation (3.27).

Considérons maintenant le cas où  $\{X_t\}$  est un processus indépendant. L'expression des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  reste identique à celle des équations (3.73) et (3.76). Par contre, le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 du processus  $\{Z_t\}$  devient

$$\rho_1(Z) = \frac{\rho_1(Y) \sigma_Y^2}{\sigma_Z^2 \mu_X^2} \quad (3.85)$$

En tenant compte des équations (3.71) et (3.78), le paramètre autorégressif  $\phi_1(Z)$  vaut maintenant:

$$\phi_1(Z) = \frac{\rho_1(Y)\sigma_Y^2}{\sigma_Y^2\mu_X - \mu_Y^2(1 - \mu_X)} \quad (3.86)$$

Lorsque les processus  $\{Y_t\}$  et  $\{Z_t\}$  sont identiques [voir équation (3.31)], les paramètres d'échelle  $\alpha$  et de forme  $\beta$  sont obtenus par les relations suivantes:

$$\alpha = \frac{\sigma_Y^2}{\mu_Y} \quad (3.87)$$

$$\beta = \frac{\mu_Y^2}{\sigma_Y^2} \quad (3.88)$$

Quant au paramètre  $\phi_1(Z)$ , il correspond au coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 du processus  $\{Y_t\}$ :

$$\phi_1(Z) = \rho_1(Y) \quad (3.89)$$

En résumé, le tableau 3.4 nous donne les estimateurs des paramètres du modèle GAR(1) pour  $\{Z_t\}$  en fonction du modèle utilisé pour  $\{X_t\}$ . Quant au bruit blanc  $\varepsilon_t$ , Lawrance (1982) a montré que sa distribution était celle d'un processus de Poisson composé en faisant une analogie avec le modèle shot noise de Weiss (1977). Alors, le bruit blanc  $\varepsilon_t$  s'écrit:

$$\varepsilon_t = \begin{cases} 0 & \text{si } M = 0 \\ \sum_{r=1}^M [\phi_1(Z)]^{P_r} P_r & \text{si } M > 0 \end{cases} \quad (3.90)$$

- où  $M$  : nombre aléatoire tiré d'une distribution de Poisson de paramètre  $-\beta \ln[\phi_1(Z)]$ ,
- $W_r$  : nombre aléatoire uniformément distribué dans  $(0, 1)$ ,
- $P_r$  : nombre aléatoire de distribution exponentielle de paramètre  $\alpha$ .

### 3.2 Modélisation des décrues

De façon conceptuelle, le ruissellement est assimilé comme provenant de la vidange de réservoirs placés en série. Nash (1957) a considéré le cas général avec  $n$  réservoirs identiques dont le coefficient d'emmagasinement est  $K$ , alors que deux réservoirs ont été pris en compte par Kelman (1980). Dans le cas où le bassin est représenté par un seul réservoir, la vidange à l'instant  $t$  durant la phase de décrue s'écrit (Kavvas et Delleur, 1984):

$$y(t) = y(t_0) \exp[-b(t - t_0)] \quad (3.91)$$

où  $y(t_0)$  est le débit de pointe à l'instant  $t_0$  à partir duquel commence la décrue et  $b$ , le coefficient d'emmagasinement du bassin. L'équation (3.91) est bien connue comme la loi de tarissement exponentiel des débits ou loi de Maillet (Bernier, 1964). En hydrologie, on suppose généralement que le coefficient  $b$  est constant. Cependant, la modélisation des débits en phase de décrue avec un coefficient de tarissement constant a donné des résultats peu satisfaisants (Kelman, 1980). Weiss (1977) a abouti au même constat et a tenté d'y remédier avec le modèle DSN (*Double Shot Noise*). Deux coefficients constants  $b_1$  et  $b_2$  sont considérés respectivement pour le ruissellement de surface et le débit de base. Kavvas et Delleur (1984) ont proposé que le coefficient d'emmagasinement  $b$  soit fonction du temps et de l'instant d'occurrence du débit de pointe  $t_0$  qui dépend de la valeur de ce débit de pointe (état du système à l'instant  $t_0$ ).

**Tableau 3.4** Estimateurs des paramètres du modèle  $Z_t = \text{GAR}(1)$  en fonction du modèle utilisé pour  $\{X_t\}$ .

Paramètres du modèle $Z_t = \text{GAR}(1)$	Estimateurs		
	$\{X_t\} = \text{DAR}(1)$	$\{X_t\} = \{U_t\}$	$\{Y_t\} = \{Z_t\}$
$\hat{\alpha}$	$\frac{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})}{\bar{X} \bar{Y}}$	$\frac{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})}{\bar{X} \bar{Y}}$	$\frac{s_Y^2}{\bar{Y}}$
$\hat{\beta}$	$\frac{\bar{Y}^2}{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})}$	$\frac{\bar{Y}^2}{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})}$	$\frac{\bar{Y}^2}{s_Y^2}$
$\hat{\phi}_1(Z)$ $0 < \hat{\phi}_1(Z) < 1$	$\frac{\eta(Y) s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y} (1 - \bar{X}) \bar{Y}^2}{[s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})] [\bar{X} + (1 - \bar{X}) \bar{Y}]}$	$\frac{\eta(Y) s_Y^2}{s_Y^2 \bar{X} - \bar{Y}^2 (1 - \bar{X})}$	$\eta(Y)$

L'équation (3.91) s'écrit alors:

$$y(t) = y(t_0) \exp \left[ - \int_{t_0}^t b(\tau; t_0, y(t_0)) d\tau \right] \quad (3.92)$$

Le paramètre  $b(\tau; t_0, y(t_0))$  est estimé à partir des données de débits journaliers de la façon suivante:

$$b(t_0 + J; t_0, y(t_0)) \approx \ln[y(t_0 + J - 1)] - \ln[y(t_0 + J)] \quad (3.93)$$

$J = 1, 2, \dots$  (jours)

avec  $J$  représentant la durée de la décrue à partir du temps d'occurrence du débit de pointe de l'hydrogramme.

En ce qui nous concerne, nous considérons aussi, qu'en phase de décrue, le débit provient de la vidange d'un seul réservoir et que le coefficient d'emménagement dépend uniquement du temps pour  $t_0$  et  $y(t_0)$  fixés. Si on prend en compte l'équation de continuité et l'équation dynamique, on obtient les équations du réservoir linéaire (Kavvas et Delleur, 1984):

$$x(t) - y(t) = \frac{ds(t)}{dt} \quad (3.94)$$

$$y(t) = b(t)s(t) \quad (3.95)$$

- où
- $x(t)$  : débit instantané dû à la précipitation,
  - $y(t)$  : débit de ruissellement instantané,
  - $s(t)$  : volume instantané du réservoir ou du bassin d'emménagement,
  - $b(t)$  : coefficient d'emménagement instantané.



La phase de décrue étant caractérisée par la portion de l'hydrogramme où le débit est un processus monotone décroissant, on fera l'hypothèse que le débit instantané dû à la précipitation  $x(t)$  est nul. Alors, l'équation (3.94) devient:

$$-y(t) = \frac{ds(t)}{dt} \quad (3.96)$$

Durant le tarissement, la variation de volume du réservoir est négative étant donné que le réservoir se vide sans qu'il ait apport par la précipitation puisque  $x(t)=0$ . À partir de l'équation (3.96), on peut écrire que

$$ds(t) = -y(t)dt \quad (3.97)$$

Alors,

$$s(t) = -\int y(t)dt \quad (3.98)$$

Si on substitue l'équation (3.98) dans l'équation (3.95), on obtient l'expression suivante:

$$y(t) = -b(t) \int y(t) dt \quad (3.99)$$

En considérant que la décrue débute à l'instant  $t_0$  et finit à l'instant  $t$ , on obtient

$$y(t) = -b(t) \int_{t_0}^t y(\tau) d\tau + C \quad (3.100)$$

où  $C$  est la constante d'intégration.

Si  $t=t_0$ , on a

$$y(t_0) = -b(t_0) \int_{t_0}^{t_0} y(\tau) d\tau + C = C \quad (3.101)$$

Donc, l'équation (3.100) devient

$$y(t) = y(t_0) - b(t) \int_{t_0}^t y(\tau) d\tau \quad (3.102)$$

On peut maintenant écrire que le coefficient de tarissement  $b(t)$  est égal à:

$$b(t) = \frac{y(t_0) - y(t)}{\int_{t_0}^t y(\tau) d\tau} \quad t > t_0 \quad (3.103)$$

Les séries de débits journaliers sont des séries discrètes. Donc, on peut estimer le dénominateur du membre de droite de l'équation (3.103) de la façon suivante:

$$\int_{t_0}^t y(\tau) d\tau = \Delta T \sum_{i=t_0}^t y_i \quad (3.104)$$

où  $\Delta T$  représente la durée de l'intervalle élémentaire  $[i, i-1]$  et  $y_i$  est le débit au pas de temps  $i$ .

Considérant l'équation (3.104), le coefficient de tarissement au pas de temps  $t$  s'écrira:

$$b_t = \frac{y_{t_0} - y_t}{\Delta T \sum_{i=t_0}^t y_i} \quad t > t_0 \quad (3.105)$$

L'équation (3.105) nous permet de déterminer l'évolution temporelle du coefficient de tarissement  $b_t$  lorsque l'on connaît la courbe de décrue débutant à  $t_0$  c'est-à-dire si  $t_0$  et  $y(t_0)$  sont connus. Par contre, connaissant  $b_t$ , on peut déterminer la courbe de décrue à partir du débit de pointe  $y(t_0)$  par la relation suivante:

$$y_t = \frac{y_{t_0} - \Delta T b_t \sum_{i=t_0}^{t-1} y_i}{1 + \Delta T b_t} \quad t > t_0 \quad (3.106)$$

Les données de débits journaliers sont en  $m^3/s$ , donc on utilisera la relation suivante pour calculer  $b_t$  en  $(\text{jour})^{-1}$ ,  $\Delta T$  étant égal à 1 jour dans l'équation (3.105)

$$b_t = \frac{y_{t_0} - y_t}{\sum_{i=t_0}^t y_i} \quad t > t_0 \quad (3.107)$$

Alors, le débit au pas de temps  $t$  en  $m^3/s$  sera

$$y_t = \frac{y_{t_0} - b_t \sum_{i=t_0}^{t-1} y_i}{1 + b_t} \quad t > t_0 \quad (3.108)$$

À partir des données de débits journaliers, on pourra calculer les fonctions discrètes  $b_t$  avec l'équation (3.107). La procédure de sélection de ces fonctions sera évoquée au

chapitre 5. Celles-ci nous serviront à la simulation des débits en phase de décrue par l'entremise de l'équation (3.108).

### **3.3 Procédure de simulation des débits journaliers**

Pour simuler des séries de débits journaliers, il y a essentiellement deux étapes principales à suivre. Dans un premier temps, il faut simuler les incréments positifs de débit que nous avons appelés aussi impulsions pour chaque période de l'année. Cette étape fait l'objet de la figure 3.1. Ensuite, à partir de la connaissance de la série des impulsions pour tout l'horizon de simulation des débits journaliers, on générera ces derniers de la façon illustrée à la figure 3.2. Nous avons supposé que les fonctions discrètes  $b_t$  sont connues pour le moment.

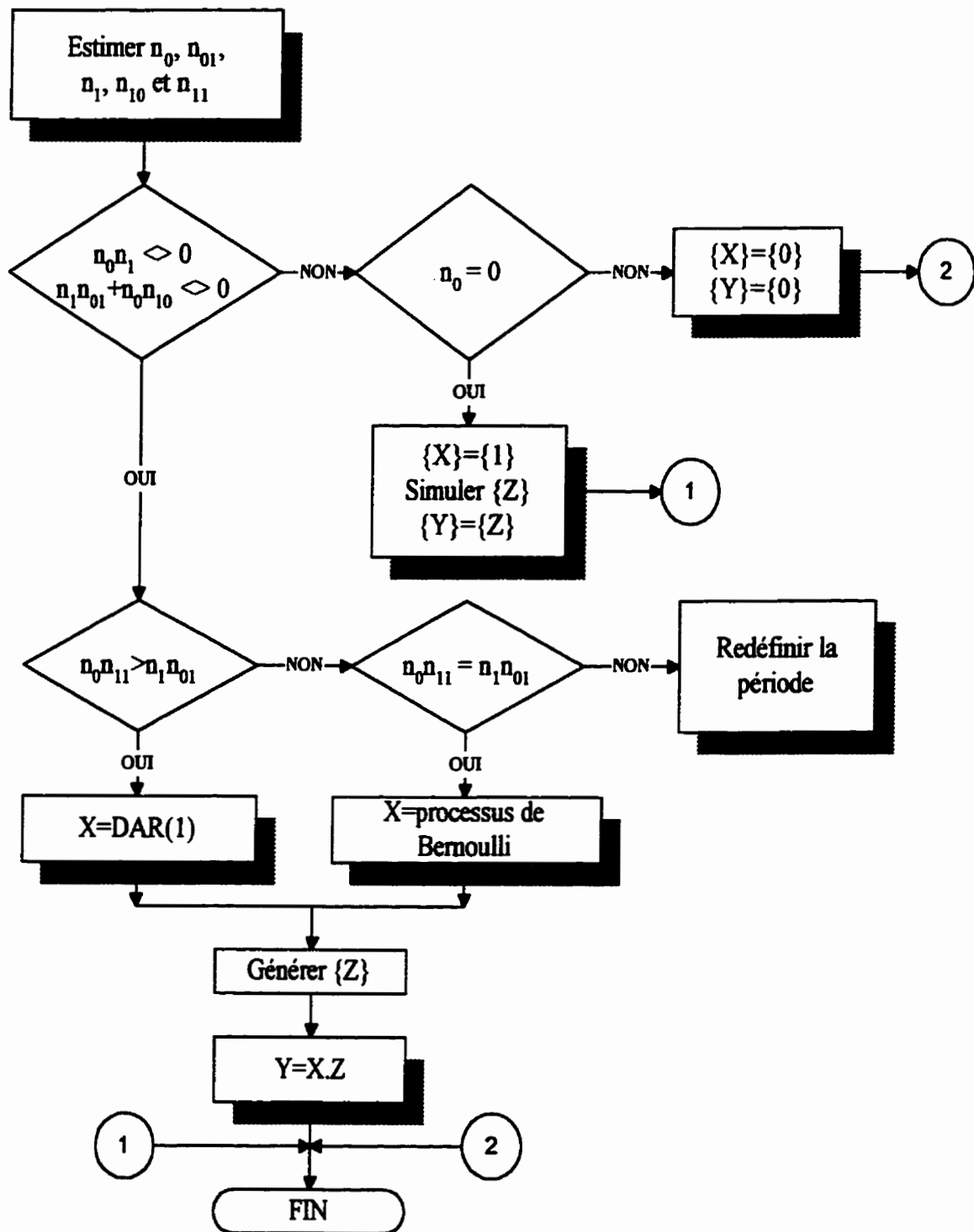
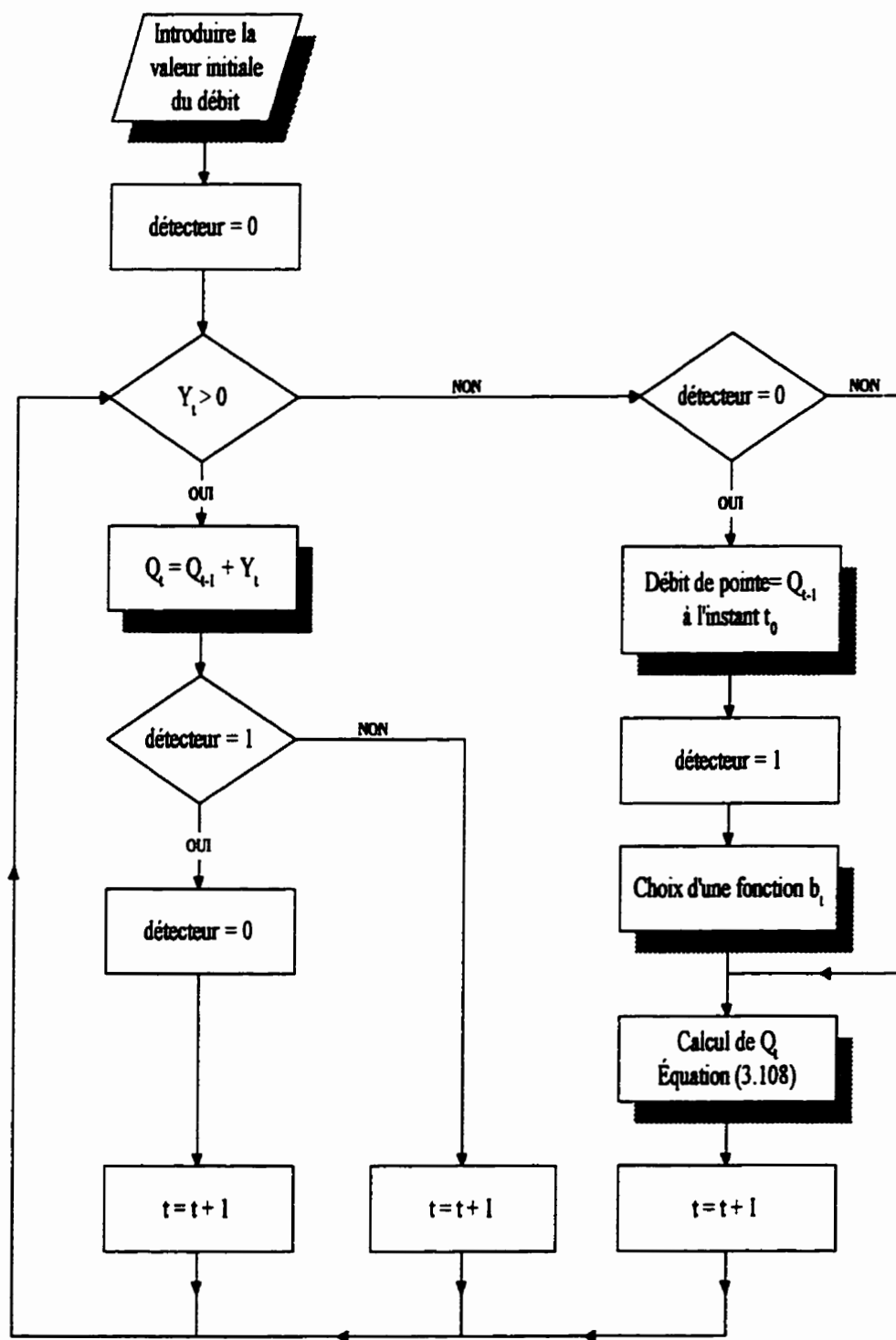


Figure 3.1 Procédure de simulation du processus  $\{Y_t\}$  pour une période donnée.



**Figure 3.2** Procédure de calcul des débits journaliers à partir du processus simulé  $\{Y_t\}$ .

## **CHAPITRE 4**

### **PRÉSENTATION DU SITE D'ÉTUDE ET ANALYSE EXPLORATOIRE DES DONNÉES**

Dans ce chapitre, nous présentons, dans ses grandes lignes, le bassin versant du fleuve Sénégal sur lequel est situé la station de Bakel d'où proviennent les données qui nous ont permis d'appliquer la nouvelle méthodologie de modélisation développée au chapitre précédent. Ces données sont analysées pour découvrir toutes les composantes statistiques importantes et utiles, tant pour la modélisation que pour l'évaluation de la performance de notre modèle.

#### **4.1 Le fleuve Sénégal et son bassin versant**

Le fleuve Sénégal, qui est long de 1800 km, est le second fleuve en importance de l'Afrique occidentale après le fleuve Niger (4200 km). Le Bafing qui est la branche mère du Sénégal, prend sa source dans le massif du Fouta Djallon. À 250 km en amont de Bakel, la confluence du Bafing et du Bakoye - dont la source est dans le plateau Mandingue, en Guinée - donne naissance au fleuve Sénégal. Tout le long de son cours à partir de Bakel, il constitue la frontière entre la Mauritanie et le Sénégal et se jette ensuite dans l'océan Atlantique, au droit de la ville de Saint-Louis au Sénégal. En rive droite, les affluents du fleuve Sénégal sont la Kolombine (près de Kayes) et le Karakoro à 70 km en amont de Bakel. En rive gauche, la confluence avec la Falémé se réalise à 50 km en amont de Bakel (figure 4.1).

Le bassin versant du Sénégal occupe une superficie dont l'évaluation n'est pas précise. Elle est comprise entre 289 000 km<sup>2</sup> et 334 000 km<sup>2</sup> selon les auteurs et la date de publication de leurs travaux (Godana, 1985). Le bassin s'étend sur les territoires de la Guinée, du Mali, de la Mauritanie et du Sénégal (figure 4.1).

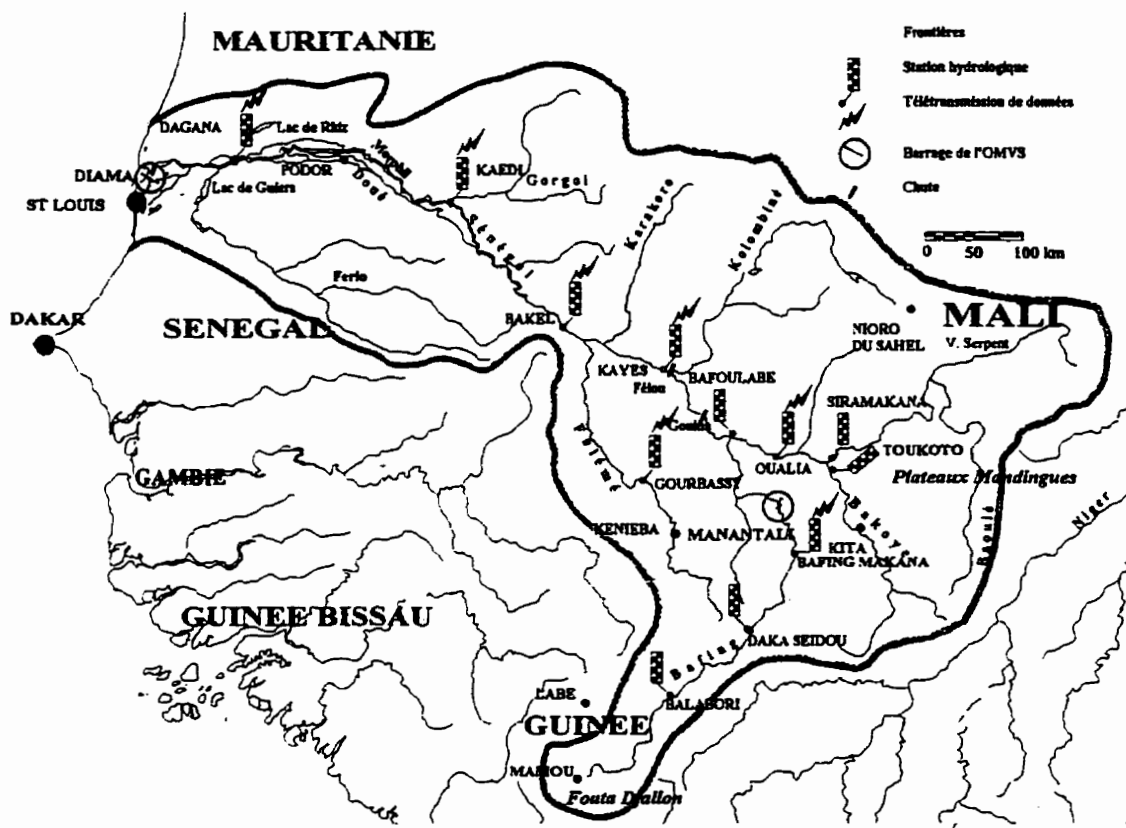


Figure 4.1 Le bassin versant du fleuve Sénégal (Albergel et al., 1993).

Du point de vue climatique, le bassin traverse, du nord au sud, quatre zones climatiques, passant du domaine sahélien au domaine guinéen. Cette diversité climatique s'appuie sur des critères de différenciation qui sont la précipitation moyenne annuelle  $P$ , la température



moyenne annuelle T, l'humidité relative H et la durée de la saison des pluies (Gac, 1993). Le tableau 4.1 donne les critères de différenciation pour chacune des zones climatiques.

**Tableau 4.1** Les critères de différenciation climatiques du bassin versant du Sénégal.

<b>Domaine climatique</b>	<b>Précipitation P (mm)</b>	<b>Température T (°C)</b>	<b>Humidité H (%)</b>	<b>Durée de la saison des pluies</b>
<b>guinéen</b>	$P > 1500$	$22 < T < 24$	$H > 50$	8 mois
<b>sud-soudanien</b>	$1000 < P < 1500$	$T > 27$	$H > 50$	6 à 8 mois
<b>nord-soudanien</b>	$500 < P < 1000$	$T > 27$	$H < 50$	4 à 6 mois
<b>sahélien</b>	$P < 500$	$T > 30$	$H < 40$	2 à 3 mois

Le bassin du Sénégal voit l'alternance de deux grandes saisons: la saison des pluies et la saison sèche. La saison des pluies peut durer de deux à huit mois dans la période allant du mois d'avril au mois de novembre. Le reste de l'année, c'est la saison sèche qui s'installe, caractérisée par l'absence de pluies. Cependant, on peut avoir, au cours de la saison sèche, quelques précipitations, de faible intensité, appelées communément "pluies des mangues". Ces pluies surviennent entre décembre et février et sont dues à la confrontation en altitude, de l'air froid polaire et de l'air humide provenant du courant-jet, de direction sud-ouest.

C'est le déplacement dans le sens nord-sud de la zone intertropicale de convergence (ZITC) qui règle la succession des saisons. La ZITC est constituée par l'interface entre deux masses d'air des basses couches de l'atmosphère et sa trace au sol représente l'Équateur météorologique. Ces deux masses d'air sont l'Harmattan et la Mousson. L'Harmattan est un vent chaud et sec de secteur nord-est. La Mousson provient des alizés de l'Atlantique sud. Après la traversée de l'Équateur, les vents prennent la direction

sud-ouest en apportant une masse d'air chaud et humide (Gac, 1993). On peut considérer qu'au nord de la ZITC, il n'y a pas de précipitation.

La pluviométrie moyenne annuelle est très inégale à l'intérieur du bassin. Sur sa lisière méridionale au Fouta Djallon, la précipitation annuelle moyenne est de 2 000 mm alors que sur son extrémité septentrionale, elle est d'environ 200 à 250 mm (Rochette, 1974).

Le bassin a été durement affecté à tous les niveaux par plusieurs périodes de sécheresse qui ont occasionné d'importants déficits d'écoulement du fleuve Sénégal mais aussi des crises vivrières dans l'ensemble du bassin (Olivry, 1983 et 1987; Sircoulon, 1976). Cette situation a eu comme conséquence de ralentir considérablement la croissance économique des États riverains. Ces derniers regroupés au sein de l'OMVS (Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal) ont donc mis en place un programme d'aménagement du fleuve Sénégal. C'est ainsi que les barrages de Diama (1985) et de Manantali (1988) ont été construits. Le barrage de Diama est essentiellement un barrage anti-sel limitant la remontée de la langue salée alors que celui de Manantali permet la production d'énergie hydroélectrique. Ces deux barrages permettent également de régulariser l'écoulement du Sénégal, de développer l'irrigation et rendent possible la navigation fluviale jusqu'à Kayes. Cependant, l'impact de ces aménagements, vu les problèmes engendrés, n'est pas toujours bénéfique (Évora et al., 1996).

Le régime hydrologique du fleuve Sénégal est de type tropical assez pur. Il est marqué grossièrement par une saison de hautes eaux de juin-juillet à octobre-novembre et par une saison de basses eaux de novembre-décembre à mai-juin. Durant la période de basses eaux, le tarissement a une allure régulière aboutissant à de faibles écoulements en mai et juin (Albergel et al. 1993; Rochette, 1974). L'année hydrologique commence le 1<sup>er</sup> mai et se termine le 30 avril. Le tableau 4.2 fournit les traits caractéristiques de l'écoulement du fleuve Sénégal. Rappelons que les débits caractéristiques d'étiage et de crue représentent le débit moyen respectivement non dépassé et dépassé pendant 10 jours de l'année.

**Tableau 4.2** Caractéristiques hydrologiques du haut bassin du Sénégal pour la période 1951-1989 (Albergel et al., 1993).

<b>Bassin</b>	<b>Bafing</b>	<b>Bakoye</b>	<b>Haut Sénégal</b>
<b>Station de contrôle</b>	<b>Bafing Makana</b>	<b>Toukoto</b>	<b>Bakel</b>
<b>Superficie du bassin versant (km<sup>2</sup>)</b>	22 000	16 500	218 000
<b>Précipitation annuelle moyenne (mm)</b>	1 600	1 200	820
<b>Débit moyen annuel (m<sup>3</sup>/s)</b>	271.0	58.4	648.0
<b>Volume moyen annuel (10<sup>9</sup> m<sup>3</sup>)</b>	8.55	1.84	20.40
<b>Débit caractéristique d'étiage (m<sup>3</sup>/s)</b>	6.37	0.11	4.11
<b>Débit caractéristique de crue (m<sup>3</sup>/s)</b>	1 213	336	3 515

#### 4.2 Les données de l'étude

Les données utilisées au cours de notre étude proviennent de la station de Bakel. Recueillies par l'ORSTOM (Institut de recherche scientifique pour le développement en coopération), elles ont été obtenues grâce à la bienveillance du ministère de l'Hydraulique de la République du Sénégal qui travaille en collaboration avec cet organisme de recherche.

La station de Bakel (figure 4.1) dispose de la plus longue chronique de débits débutant en 1903. C'est la seule station, située à la frontière entre le haut bassin et la vallée, qui peut être choisie pour représenter la variation de l'écoulement du fleuve Sénégal. Plusieurs raisons étayent ce constat. En premier lieu, elle a une position géographique qui lui permet de contrôler tous les apports provenant du haut bassin (figure 4.1). L'aire du bassin versant du Sénégal à Bakel est de 218 000 km<sup>2</sup>. Ensuite, la qualité de sa section en travers, la qualité et la continuité de ses observations sont des facteurs non négligeables. Jusqu'en 1950, les relevés limnimétriques étaient effectués chaque année en période de moyennes et hautes eaux, de juillet à novembre. C'est à partir de 1951 qu'ils

l'ont été toute l'année (Rochette, 1974). Cependant, les données de débits journaliers que nous avons utilisées couvrent la période commençant avec l'année hydrologique 1953/1954 et se terminant avec celle de 1983/1984, soient 31 années hydrologiques représentant 11 323 valeurs de débits journaliers.

### 4.3 Analyse exploratoire des données de l'étude

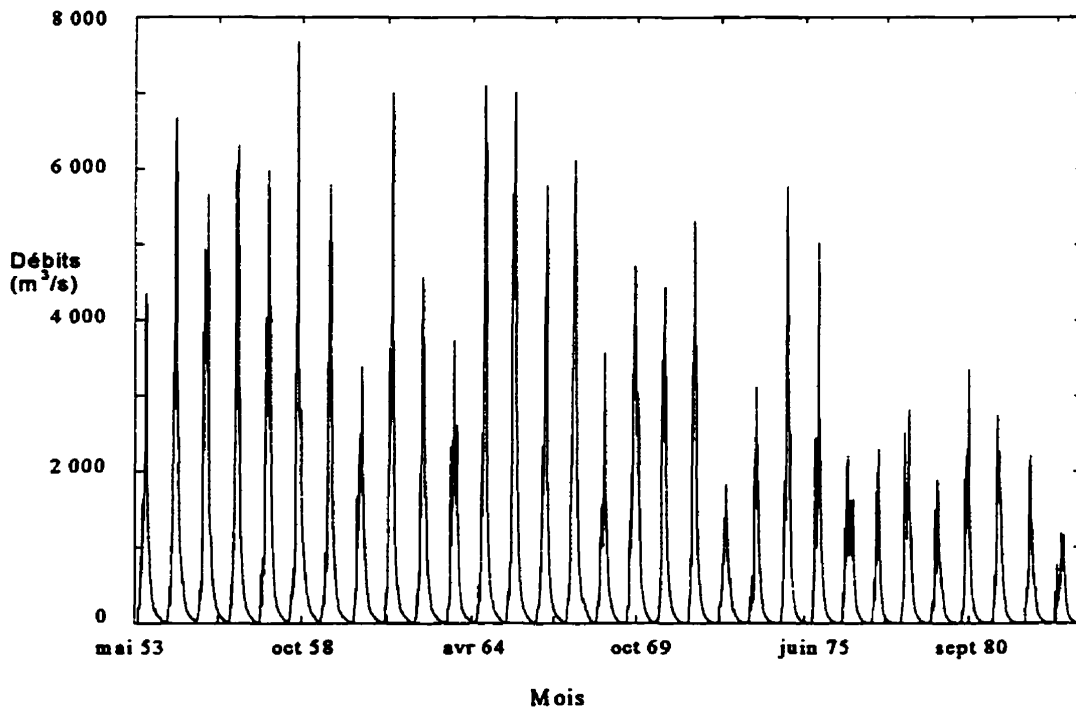
Une consultation rapide de notre série de données de débits journaliers a révélé la présence de six périodes d'observations manquantes. L'existence de ces lacunes est principalement due à des cotes hors barème. Le tableau 4.3 répertorie les périodes de données manquantes de notre série d'observations. Ces lacunes ont été comblées par les deux techniques suivantes: les modèles ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*) de Box et Jenkins (1976) et la loi de décroissance exponentielle des débits en phase de tarissement. L'utilisation de l'une de ces techniques dépend du contexte particulier de l'évolution des débits de part et d'autre de la période de données manquantes.

**Tableau 4.3** Périodes de données manquantes à la station de Bakel  
(années 1953/1954-1983/1984).

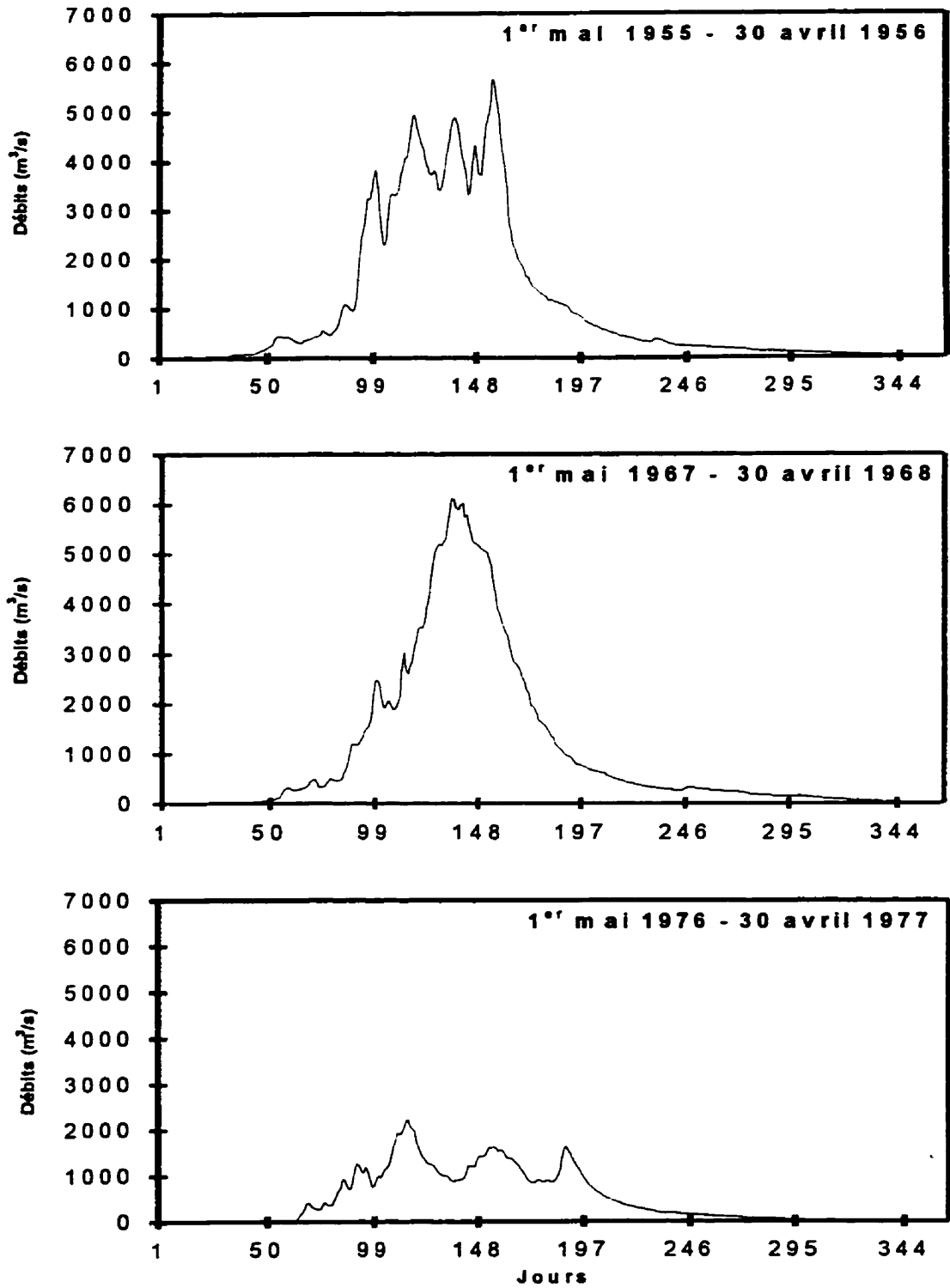
Périodes	Durées (jours)
28 octobre - 3 novembre 1956	7
25 mai - 2 juin 1957	9
17 au 23 juin 1960	7
28 avril - 3 juin 1964	37
31 décembre 1967	1
23 août - 3 septembre 1974	12

Lors de l'utilisation des modèles ARIMA, la portion de l'hydrogramme à gauche de la lacune est modélisée dans le sens chronologique (processus avant) et la portion située à droite l'est dans le sens contraire (processus arrière). La valeur adoptée pour la donnée manquante est obtenue par une somme pondérée des prévisions obtenues par les processus avant et arrière. Le facteur de pondération de l'une des prévisions est proportionnel à la variance de prévision de l'autre valeur prévue, et inversement proportionnel à la somme des variances de prévision.

Ainsi, l'hydrogramme des débits journaliers pour les 31 années hydrologiques se présente sous la forme que décrit la figure 4.2. Les conséquences de la sécheresse des années 70 et 80 se ressentent au niveau de l'écoulement transitant à Bakel au cours des huit dernières années de notre série de données. Les débits de pointe sont très inférieurs à ceux notés dans les 23 premières années. Quant à la figure 4.3, elle illustre quelques singularités dans la forme de l'hydrogramme annuel.



**Figure 4.2** Débits journaliers à la station de Bakel de mai 1953 à avril 1984.



**Figure 4.3** Singularités dans la forme de l'hydrogramme annuel à la station de Bakel.

### 4.3.1 Détermination des statistiques de la série de données historiques

Soit une série de débits journaliers désignée par  $Q_t$  de longueur  $N$ . Le calcul de la moyenne  $\bar{y}$ , de la variance  $s^2$  et du coefficient d'asymétrie  $g$  de cette série se fait grâce aux relations suivantes:

$$\bar{y} = \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{t=1}^N y_t \quad (4.1)$$

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2 \quad (4.2)$$

$$g = \frac{N \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^3}{(N-1)(N-2)s^3} \quad (4.3)$$

La série  $Q_t$  étant autocorrélée, un estimateur non biaisé de la variance est (Salas, 1993):

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(N-1)s^2}{N-K} \quad (4.4)$$

avec

$$K = \frac{N(1 - \hat{\rho}_1^2) - 2\hat{\rho}_1(1 - \hat{\rho}_1^N)}{N(1 - \hat{\rho}_1)^2} \quad (4.5)$$

Pour des échantillons de petite taille, par exemple lors du calcul des statistiques des débits mensuels, on corrige le coefficient d'autocorrélation échantillonnale  $r_1$  (Salas, 1993):

$$\hat{\rho}_1 = \frac{r_1 N + 1}{N - 4} \quad (4.6)$$

Il arrive que la valeur corrigée du coefficient d'autocorrélation échantillonnale, en valeur absolue, soit supérieure à 1. Donc, la correction sera faite sous la condition suivante, comme le recommande Wallis et O'Connell (1972):

$$\frac{3 - N}{N} < r_1 < \frac{N - 5}{N} \quad (4.7)$$

Les séries de débits ont une distribution marginale non gaussienne. Alors, l'estimateur non biaisé de l'asymétrie est (Bobée et Robitaille, 1975):

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{L g[A + B g^2(L^2 / N)]}{\sqrt{N}} \quad (4.8)$$

avec

$$\begin{aligned} A &= 1 + 6.5N^{-1} - 20.2N^{-2} \\ B &= 1.48N^{-1} + 6.67N^{-2} \\ L &= \frac{N - 2}{\sqrt{(N - 1)}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

et g donné par l'équation (4.3).

#### 4.3.1.1 Statistiques des débits journaliers

Le tableau 4.4 donne les statistiques de la série des débits journaliers à la station de Bakel. À la lumière de ces statistiques, on constate que la variabilité des débits journaliers sur l'ensemble d'une année est très élevée. L'asymétrie positive très élevée

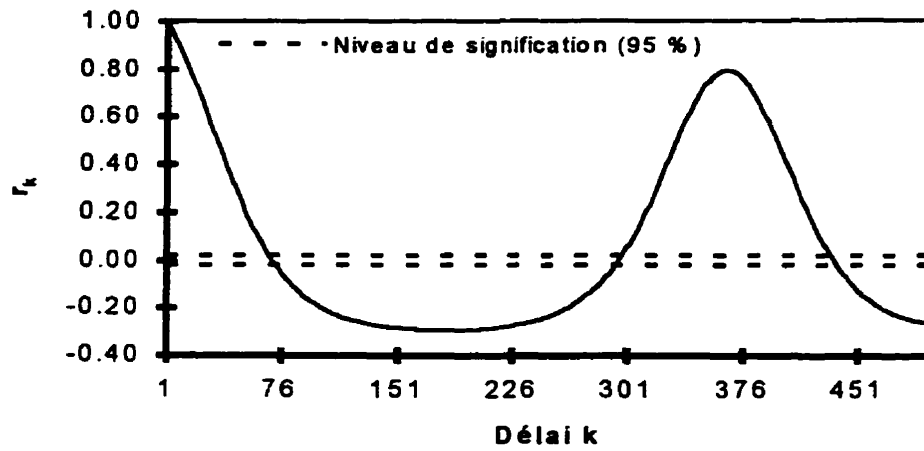


révèle que, pendant une bonne partie de l'année, les débits sont relativement faibles, confirmant ainsi la longue durée de la période d'étiage.

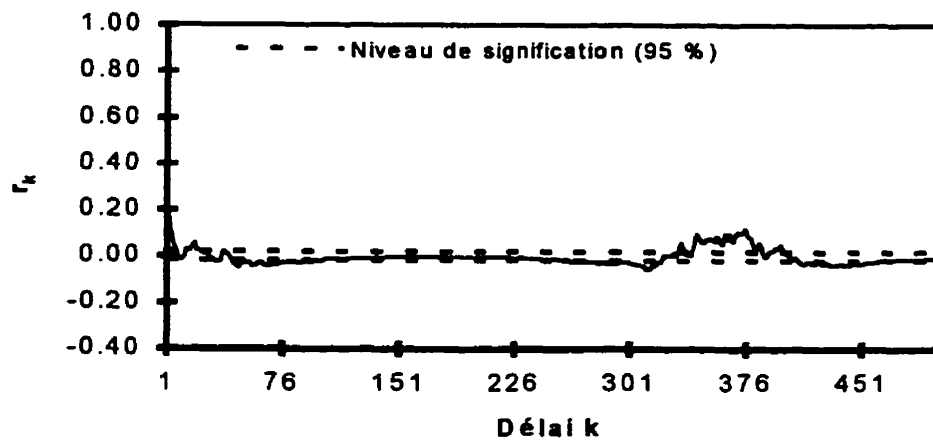
Nous complétons cette section avec l'autocorrélogrammes des débits journaliers originaux et différenciés à l'ordre 1 qui sont illustrés respectivement aux figures 4.4 et 4.5. La figure 4.4 montre que la série des débits journaliers est non stationnaire et confirme le caractère périodique du processus. La différenciation d'ordre 1 permet de débarrasser la série originale de son caractère non stationnaire. Par contre, il reste quelques traces de périodicité (figure 4.5).

**Tableau 4.4** Statistiques historiques de la série des débits journaliers à la station de Bakel.

Statistiques	Valeurs
Moyenne (m <sup>3</sup> /s)	691.6
Variance (m <sup>3</sup> /s) <sup>2</sup>	1.450×10 <sup>6</sup>
Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1	0.996
Coefficient de variation	1.74
Asymétrie	2.60
Débit minimum (m <sup>3</sup> /s)	0.040
Débit maximum (m <sup>3</sup> /s)	7 680
Débit caractéristique d'étiage (m <sup>3</sup> /s)	4.06
Débit caractéristique de crue (m <sup>3</sup> /s)	3 714



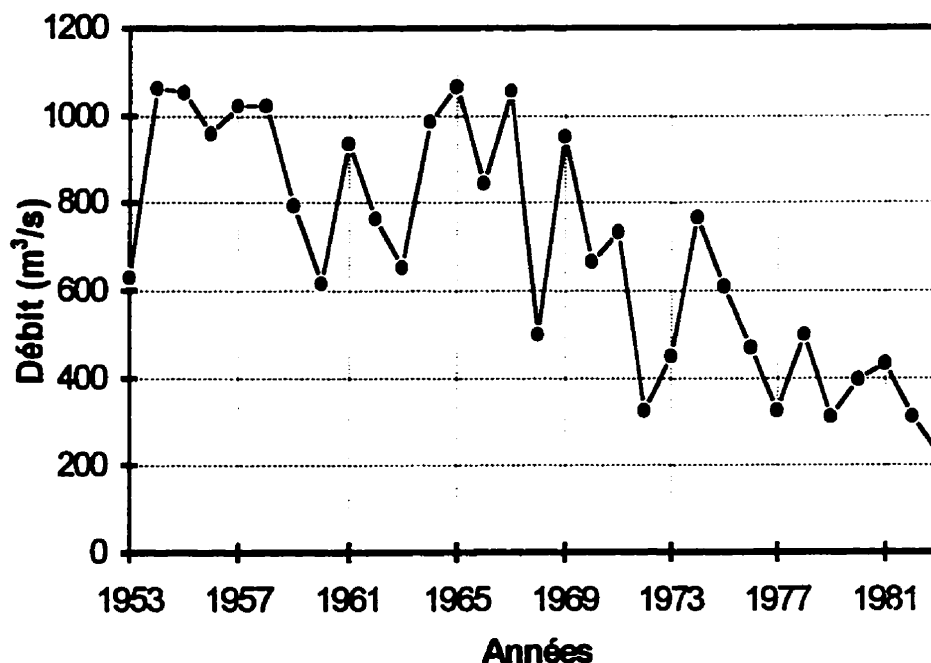
**Figure 4.4** Autocorrélogramme de la série des débits journaliers à la station de Bakel.



**Figure 4.5** Autocorrélogramme de la série des débits journaliers différenciée à l'ordre 1 à la station de Bakel.

### 4.3.1.2 Statistiques annuelles

Les figures 4.6 à 4.9 fournissent quelques statistiques annuelles issues de la série des débits journaliers à la station de Bakel. Ce sont les débits moyens, l'écart type et les coefficients de variation et d'asymétrie annuels. À partir de 1970, le débit moyen baisse considérablement en raison principalement de la chute des débits maximums annuels suite aux déficits pluviométriques dans la région. Ceci conduit à un accroissement de la durée de la période des moyennes et basses eaux. L'écart type annuel suit la même tendance que le débit moyen annuel. L'année du changement de tendance (1970) correspond à une année près à celle issue de la segmentation proposée par Bernier (1994). Par contre, étant donné que le profil des courbes du débit moyen et de l'écart type annuels est quasi identique, il est normal d'avoir une stabilité des coefficients de variation annuels (figure 4.8). Le profil des coefficients d'asymétrie annuels est aussi stable puisque la forme de l'hydrogramme annuel reste identique malgré la baisse des débits maximums annuels (figure 4.9).



**Figure 4.6** Débits moyens annuels à la station de Bakel.

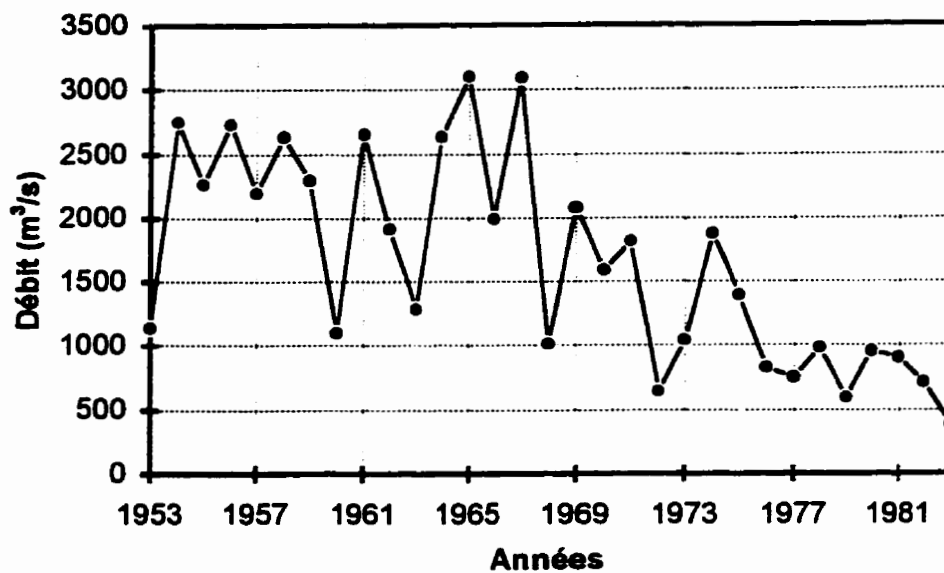


Figure 4.7 Écarts type annuels à la station de Bakel.

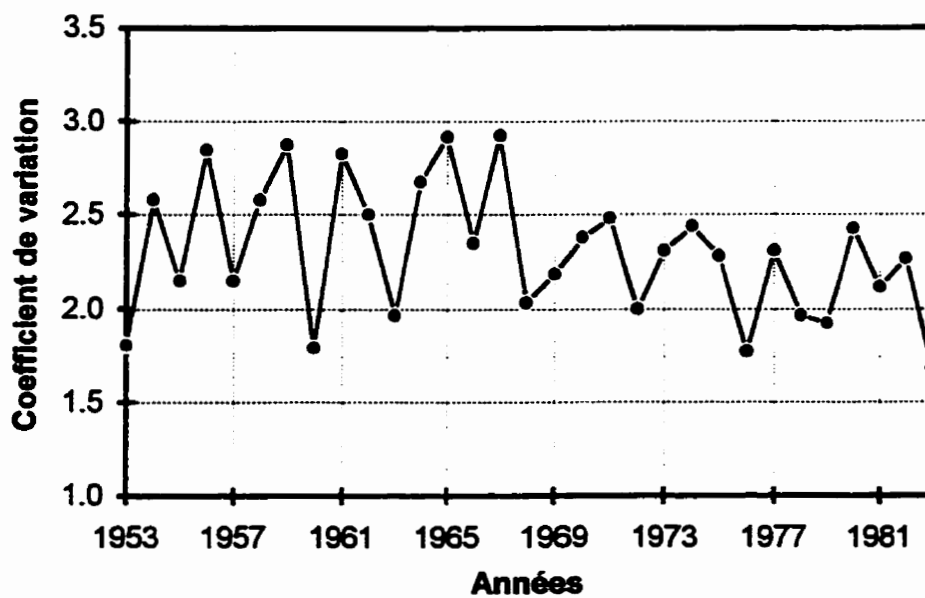
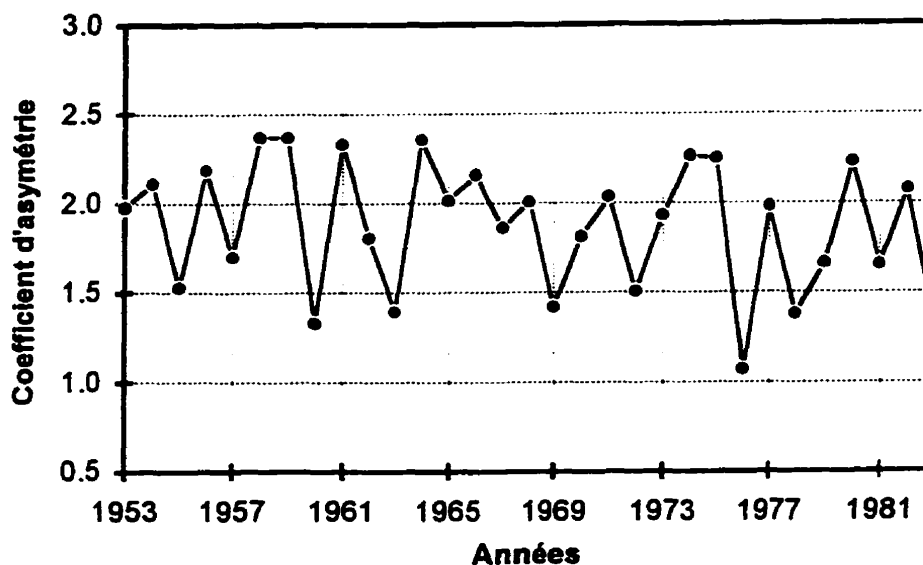


Figure 4.8 Coefficients de variation annuels à la station de Bakel.



**Figure 4.9** Coefficients d'asymétrie annuels à la station de Bakel.

Nous avons étudié particulièrement la série des débits annuels illustrée à la figure 4.6. La moyenne, la variance, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie de la série des débits annuels sont donnés au tableau 4.5.

**Tableau 4.5** Statistiques historiques de la série des débits annuels à la station de Bakel.

Statistiques	Valeurs
Moyenne	691.6
Variance	85 637
Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1	0.693
Coefficient d'asymétrie	-0.08

### 4.3.1.3 Statistiques mensuelles

Les figures 4.10 à 4.12 donnent le profil des courbes de débits, variances et coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 moyens mensuels à la station de Bakel. Sur la figure 4.10, on distingue aisément les caractéristiques du régime hydrologique du fleuve Sénégal. La phase de montée des eaux se déroule de juin à septembre. Dès octobre, s'amorce la période des moyennes eaux caractérisée par une baisse rapide des débits. À partir de décembre, débute la phase de tarissement qui se prolonge jusqu'en mai.

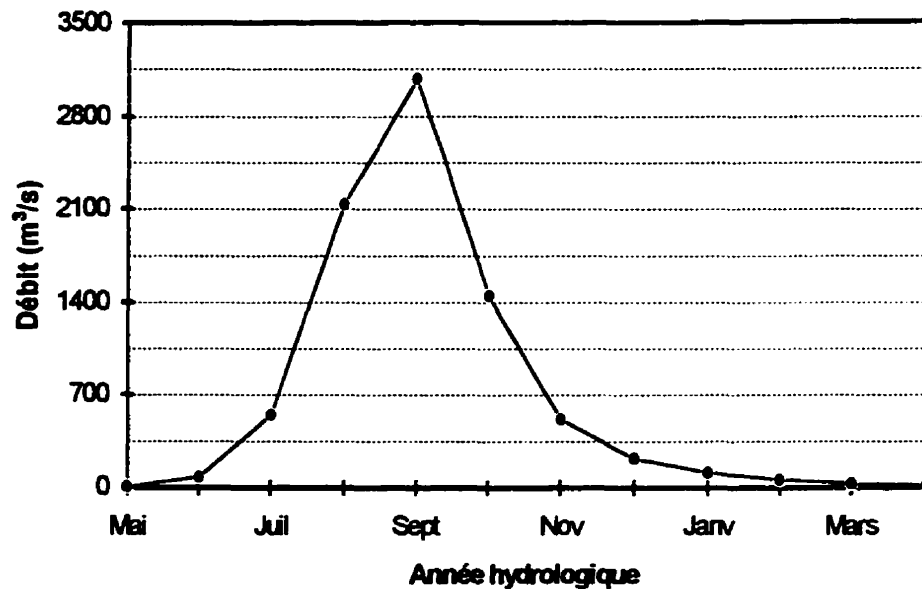
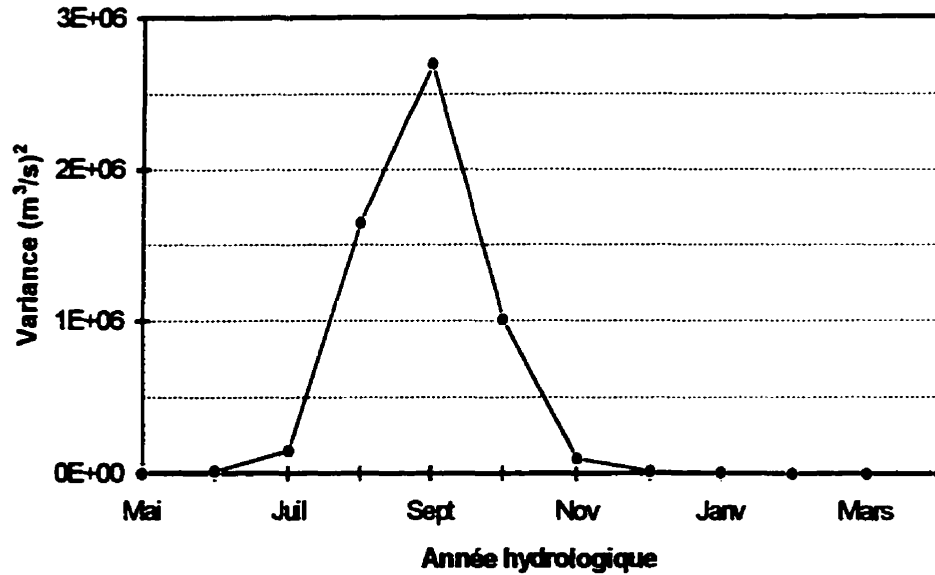


Figure 4.10 Débits moyens mensuels à la station de Bakel.

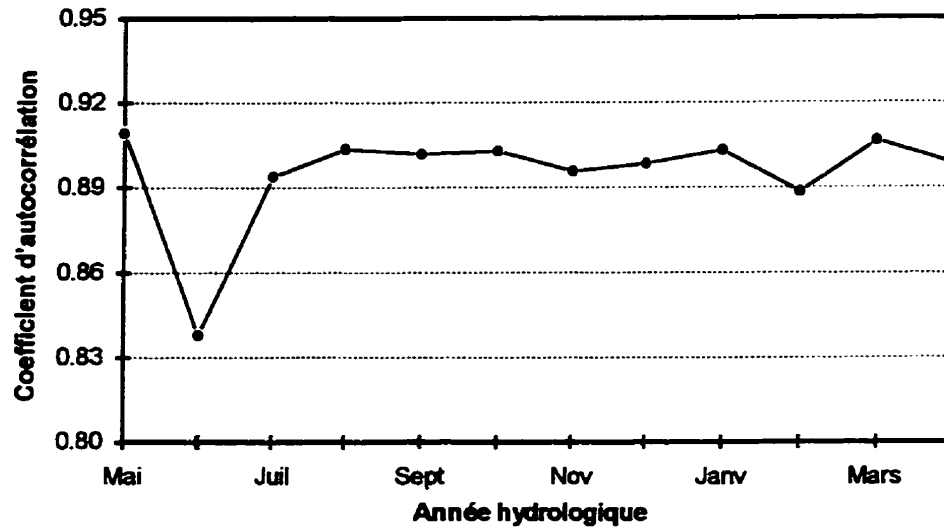
La courbe des variances moyennes mensuelles (figure 4.11) a le même profil que celle des débits mensuels. En effet, les débits sont les réponses du système aux impulsions (précipitations) qu'il reçoit. Au cours de la période où les impulsions se produisent (période de montée des eaux), la variabilité des débits est importante.



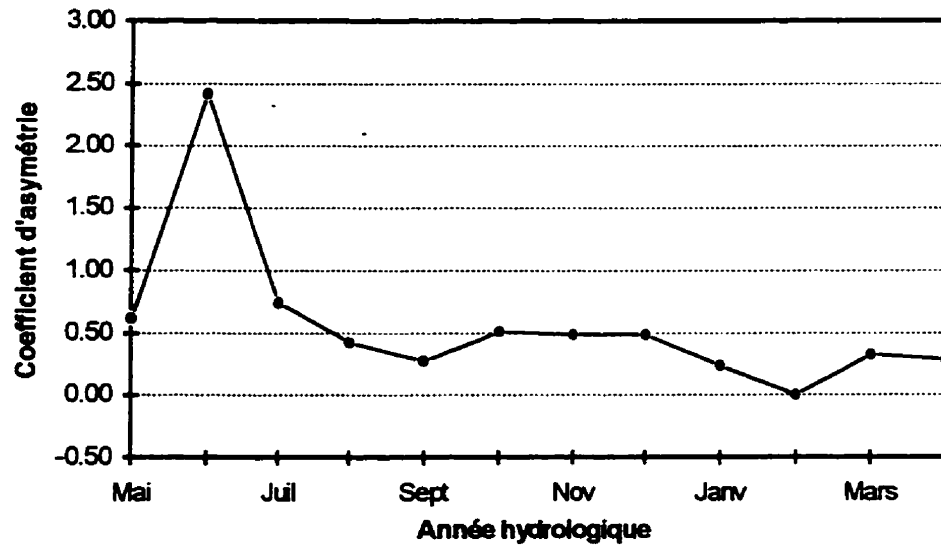
**Figure 4.11** Variances moyennes mensuelles à la station de Bakel.

Quant au coefficient d'autocorrélation moyen mensuel, il est assez stable, sauf en juin (figure 4.12). La baisse du coefficient d'autocorrélation moyen mensuel en juin s'explique par le début de la montée des eaux au cours de cette période. Le profil du coefficient d'asymétrie moyen mensuel est stable dans l'ensemble, sauf pour le mois de juin où il y a une hausse de l'asymétrie (figure 4.13). Le mois de février est particulier avec un coefficient d'asymétrie moyen mensuel qui est pratiquement nul.

Les données sur les moyennes mensuelles des débits, variances et coefficients de corrélation d'ordre 1 et d'asymétrie qui ont servi à l'élaboration des figures 4.10 à 4.13 sont présentées au tableau 4.6.



**Figure 4.12** Coefficients d'autocorrélation moyens mensuels à la station de Bakel.



**Figure 4.13** Coefficients d'asymétrie moyens mensuels à la station de Bakel.



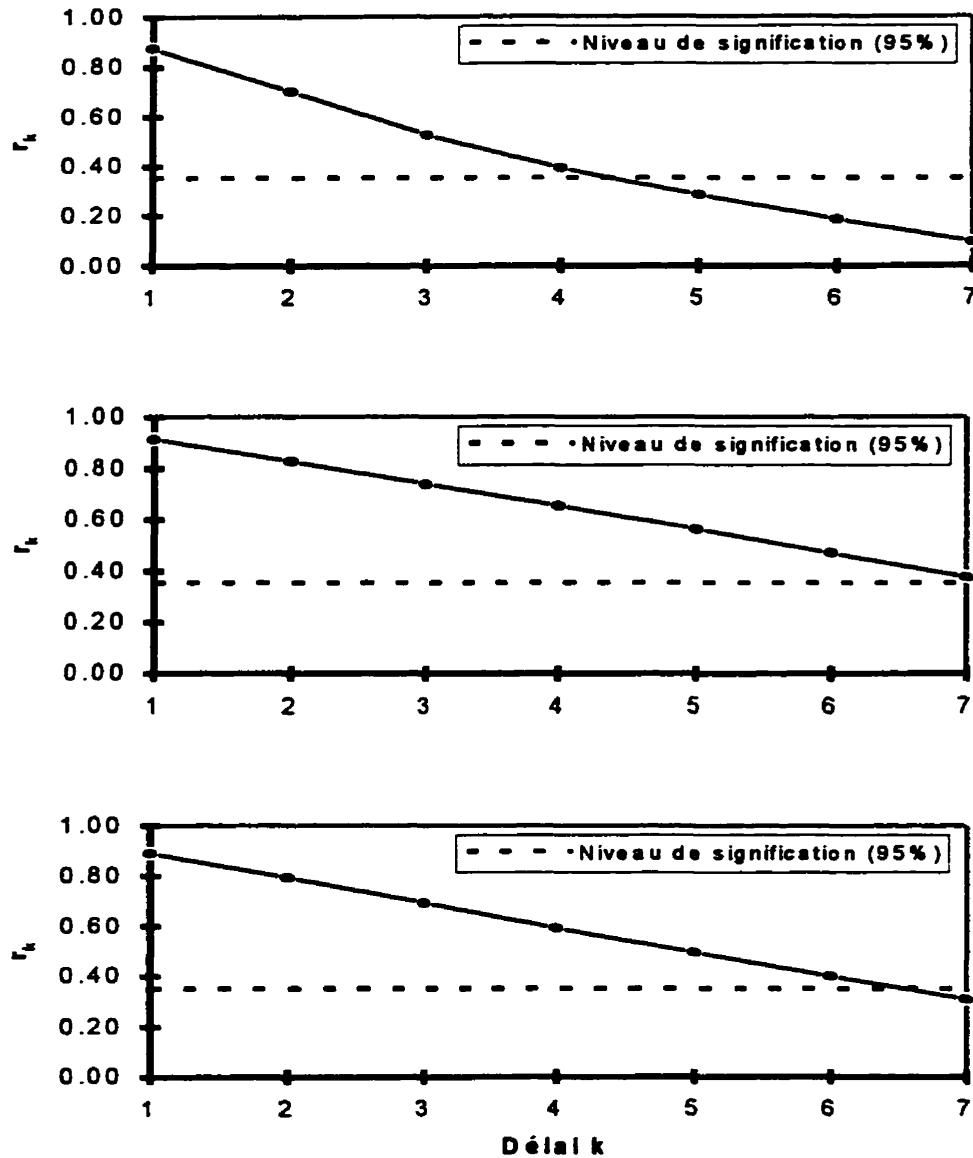
**Tableau 4.6** Débits, variances, coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie moyens mensuels à la station de Bakel.

Mois	Moyennes m <sup>3</sup> /s	Variances (m <sup>3</sup> /s) <sup>2</sup>	Coefficient d'autocorrélation	Coefficient d'asymétrie
Mai	6.5	62	0.910	0.62
Juin	79.1	14 684	0.838	2.42
Juillet	551.8	148 968	0.894	0.74
Août	2 138.0	1 650 968	0.904	0.42
Septembre	3 083.4	2 698 567	0.902	0.28
Octobre	1 447.3	1 006 774	0.903	0.51
Novembre	516.6	97 189	0.896	0.49
Décembre	219.6	13 171	0.898	0.49
Janvier	118.6	4 627	0.903	0.24
Février	65.8	1 894	0.889	6×10 <sup>-4</sup>
Mars	33.2	729	0.907	0.33
Avril	13.9	173	0.899	0.29

L'hypothèse de stationnarité des débits journaliers au sein d'une période mensuelle est fautive en ce qui concerne la station de Bakel. Pour justifier cette affirmation, nous avons déterminé l'hydrogramme moyen annuel des débits journaliers pour les 31 années et calculé l'autocorrélogramme des débits pour chaque mois. La figure 4.14 présente les autocorrélogrammes des mois de mai, octobre et avril qui sont représentatifs de l'ensemble des autocorrélogrammes mensuels. La lenteur de la décroissance de l'autocorrélation échantillonnale témoigne de la non stationnarité des débits à l'échelle mensuelle. En outre, il est nécessaire de procéder à une différentiation d'ordre 1 pour pouvoir utiliser une modélisation de type ARMA.

Les débits moyens journaliers à la station de Bakel s'inscrivent donc généralement dans une certaine tendance: à la hausse, en période de crue ou à la baisse en période de décrue. Nous avons alors considéré des périodes constituées par des décades et calculé le débit moyen pour chaque décade. La première décade représente les dix premiers jours du mois, la deuxième, les dix prochains et la troisième, les dix ou onze derniers jours du mois

selon que le mois compte 30 ou 31 jours. On constate encore l'existence d'une tendance monotone, à la hausse ou à la baisse (tableau 4.7).



**Figure 4.14** Autocorrélogrammes des débits moyens journaliers pour les mois de mai, octobre et avril à la station de Bakel.

**Tableau 4.7** Débits, variances et coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 moyens par décades à la station de Bakel.

Mois	Décades	Moyennes $m^3/s$	Variances $(m^3/s)^2$	$\rho_1$
Mai	1 <sup>ère</sup> décade	7.6	53	0.692
	2 <sup>ème</sup> décade	6.0	50	0.688
	3 <sup>ème</sup> décade	5.9	77	0.700
Juin	1 <sup>ère</sup> décade	13.2	621	0.619
	2 <sup>ème</sup> décade	61.0	8 930	0.640
	3 <sup>ème</sup> décade	163.1	22 709	0.636
Juillet	1 <sup>ère</sup> décade	275.3	23 824	0.697
	2 <sup>ème</sup> décade	505.8	71 534	0.729
	3 <sup>ème</sup> décade	844.9	172 620	0.701
Août	1 <sup>ère</sup> décade	1 559.7	583 011	0.699
	2 <sup>ème</sup> décade	1 973.7	825 503	0.673
	3 <sup>ème</sup> décade	2 812.9	2 562 582	0.727
Septembre	1 <sup>ère</sup> décade	3 394.3	3 239 762	0.692
	2 <sup>ème</sup> décade	3 252.9	2 772 522	0.640
	3 <sup>ème</sup> décade	2 662.1	1 825 069	0.709
Octobre	1 <sup>ère</sup> décade	1 908.9	1 201 104	0.763
	2 <sup>ème</sup> décade	1 410.3	1 007 725	0.593
	3 <sup>ème</sup> décade	970.7	318 904	0.702
Novembre	1 <sup>ère</sup> décade	701.5	145 065	0.703
	2 <sup>ème</sup> décade	491.2	57 664	0.692
	3 <sup>ème</sup> décade	357.2	27 060	0.680
Décembre	1 <sup>ère</sup> décade	276.2	17 170	0.678
	2 <sup>ème</sup> décade	214.6	10 206	0.684
	3 <sup>ème</sup> décade	172.6	6 913	0.722
Janvier	1 <sup>ère</sup> décade	143.4	5 467	0.696
	2 <sup>ème</sup> décade	117.9	4 084	0.691
	3 <sup>ème</sup> décade	96.6	3 258	0.710
Février	1 <sup>ère</sup> décade	77.4	2 180	0.680
	2 <sup>ème</sup> décade	64.4	1 694	0.678
	3 <sup>ème</sup> décade	53.2	1 447	0.662
Mars	1 <sup>ère</sup> décade	42.8	993	0.694
	2 <sup>ème</sup> décade	32.9	643	0.689
	3 <sup>ème</sup> décade	24.6	399	0.710
Avril	1 <sup>ère</sup> décade	18.1	230	0.661
	2 <sup>ème</sup> décade	13.5	144	0.678
	3 <sup>ème</sup> décade	10.1	108	0.652

Pour terminer cette section, nous avons étudié la série des débits mensuels qui est illustrée à la figure 4.15. Cette série est périodique de période égale à 12 mois. Les principales statistiques des débits mensuels sont données au tableau 4.8.

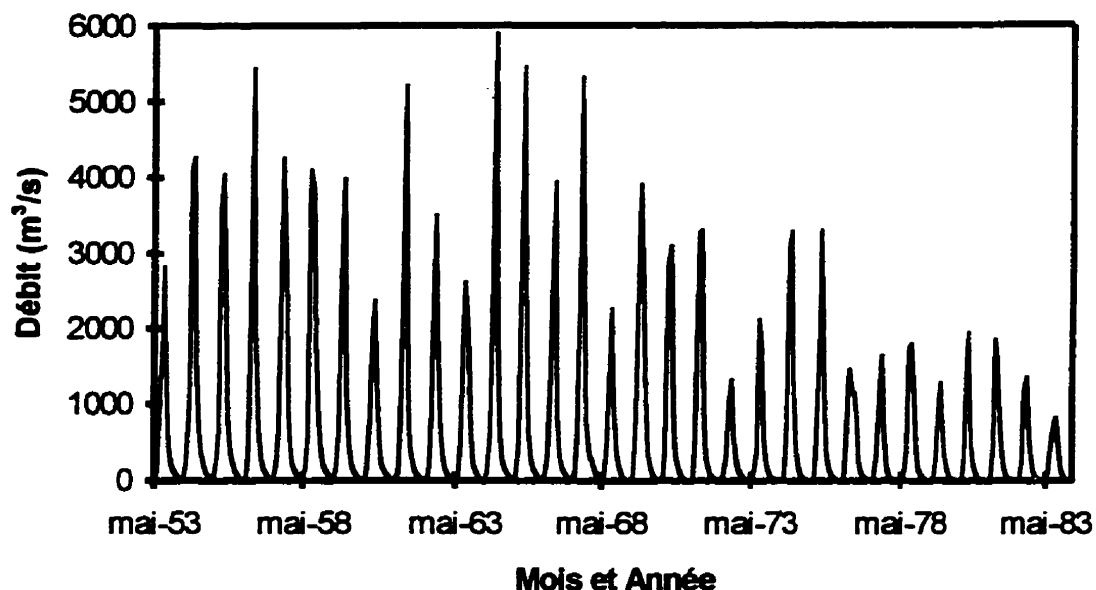


Figure 4.15 Série des débits mensuels à la station de Bakel.

Tableau 4.8 Statistiques historiques de la série des débits mensuels à la station de Bakel.

Statistiques	Valeurs
Moyenne	689.5
Variance	1 243 305
Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1	0.641
Coefficient d'asymétrie	2.35

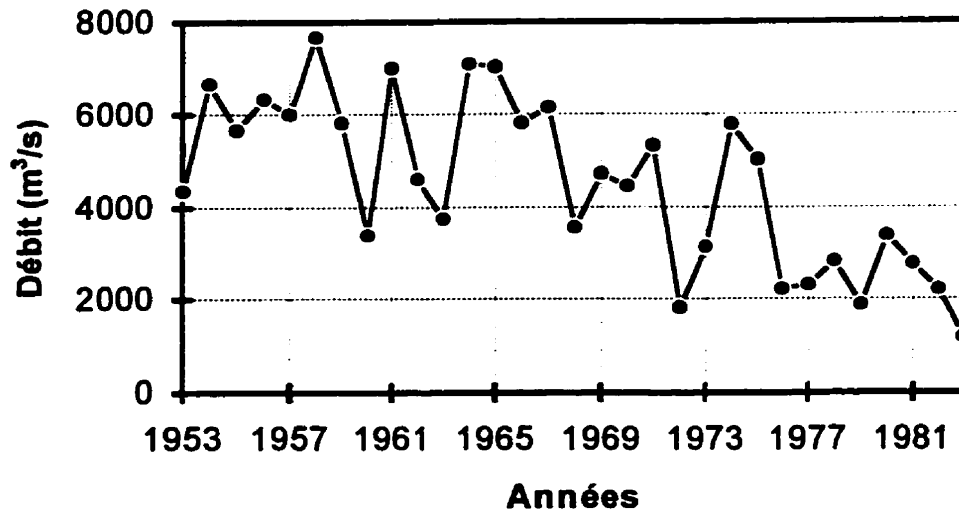
#### 4.3.1.4 Débits maximums annuels

Nous donnons d'abord, les statistiques sur le moment où survient le débit maximum au cours d'une année hydrologique à la station de Bakel (tableau 4.9). En 31 années, le débit maximum se produit environ deux fois sur trois, au mois de septembre (67.8 %) et principalement, une fois sur deux, durant la première quinzaine de ce mois (48.4 %). En août, la crue maximale a lieu environ une fois sur quatre (25.8 %) et majoritairement pendant la deuxième quinzaine (22.6 %). Une fraction minime des débits maximums se produit en octobre (6.4 %).

**Tableau 4.9** Période où se produit le débit maximum à la station de Bakel.

Mois	Périodes	Nombre	Pourcentage (%)	
			Individuel	Total
Août	1 <sup>ère</sup> quinzaine	1	3.2	25.8
	2 <sup>ème</sup> quinzaine	7	22.6	
Septembre	1 <sup>ère</sup> quinzaine	15	48.4	67.8
	2 <sup>ème</sup> quinzaine	6	19.4	
Octobre	1 <sup>ère</sup> quinzaine	2	6.4	6.4
	2 <sup>ème</sup> quinzaine	0	0	

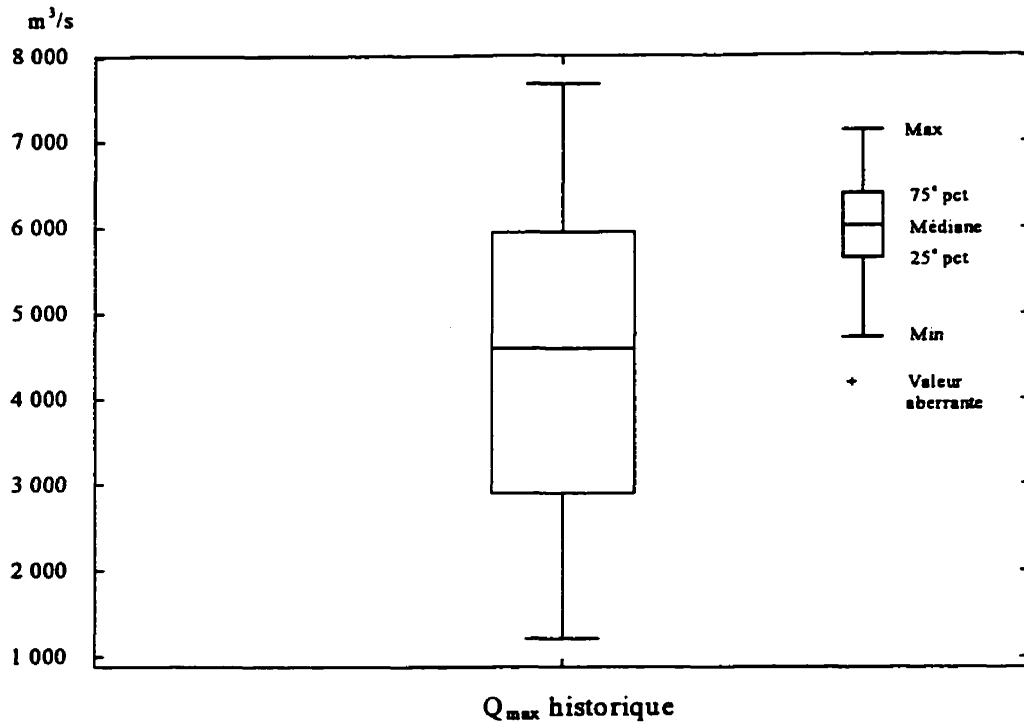
Pour ce qui est de l'intensité des débits maximums, nous donnons leurs principales statistiques au tableau 4.10. L'allure de la série des débits maximums montre une baisse importante des crues maximales annuelles à partir de 1976 mais aussi, une décroissance progressive de celles-ci à partir de 1953 (figure 4.16). La figure 4.17 renseigne sur la variabilité des débits maximums historiques. La distribution des débits maximums est normale ce qui a été confirmé par un test de normalité. L'asymétrie quasi nulle de la série et le caractère symétrique de la figure 4.17 suggèrent une telle distribution.



**Figure 4.16** Série des crues maximales annuelles à la station de Bakel.

**Tableau 4.10** Statistiques sur les débits maximums à la station de Bakel.

Statistiques	Valeurs
Moyenne	4 512.3
Variance	$3.713 \times 10^6$
Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1	0.587
Coefficient d'asymétrie	-0.084



**Figure 4.17** Box-plot des crues maximales annuelles à la station de Bakel.

#### 4.4 Détermination des événements secs

En adoptant la méthodologie de détermination des sécheresses hydrologiques décrite au chapitre 2, nous avons déterminé les événements secs pour différents seuils situés dans la région des bas débits. Zelenhasic et Salvai (1987) ont adopté la même procédure lors de leur étude des débits minimums par la méthode du renouvellement (méthode des "excédances") adapté à l'étude des bas débits.

À l'image de ces derniers, nous avons adopté des hypothèses permettant la détermination des événements secs. On peut comparer ces hypothèses à un filtre. D'abord, le choix d'un seuil de débit permet de déterminer grossièrement les événements secs. Ensuite,

l'usage du filtre détermine la sélection finale des événements secs pour le seuil en question. En ce qui nous concerne, les paramètres principaux caractérisant un événement sec sont sa durée en jours et le volume déficitaire cumulé durant cette période.

Le filtre utilisé réalise deux opérations principales. La première opération consiste à regrouper deux événements secs successifs si la durée qui les sépare est inférieure ou égale à six jours. On compose alors un nouvel événement dont le volume déficitaire et la durée sont égaux à la somme des déficits et des durées des deux événements qui ont servi à le constituer. Cette opération est répétée aussi longtemps que l'on détecte deux événements secs successifs dont la durée qui les sépare ne respecte pas la condition spécifiée précédemment. La deuxième opération permettra de négliger tous les événements à faible déficit, c'est-à-dire dont le déficit est inférieur à 5 % du déficit maximal.

Les paramètres des événements secs déterminés par ordre chronologique, pour les seuils de 75, 50 et 25 m<sup>3</sup>/s, sont donnés au tableau 4.11. Les derniers événements ont des durées et des volumes déficitaires plus importants. C'est une conséquence de la sécheresse des années 70 et 80. À partir des données du tableau 4.11, nous avons constaté qu'il existe une relation linéaire entre le déficit en volume et la durée pour un seuil de débit donné. Pour chacun des seuils de 75, 50 et 25 m<sup>3</sup>/s, la relation linéaire est illustrée aux figures 4.18, 4.19 et 4.20 respectivement. Nous avons effectué des tests de normalité sur les variables durée et volume déficitaire des événements secs à différents seuils. La distribution normale s'ajuste aussi bien à la durée qu'au volume déficitaire de ces événements pour les seuils de 25, 50 et 75 m<sup>3</sup>/s.



**Tableau 4.11** Paramètres des événements secs pour différents seuils à Bakel.

Événements	Seuil = 75 m <sup>3</sup> /s		Seuil = 50 m <sup>3</sup> /s		Seuil = 25 m <sup>3</sup> /s	
	Durée (jours)	Volume (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Durée (jours)	Volume (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Durée (jours)	Volume (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )
1	104	434.08	85	225.67	60	66.38
2	88	235.85	64	71.78	....	.....
3	100	402.06	83	203.10	52	53.94
4	106	426.26	83	224.93	60	70.61
5	90	310.89	68	137.35	37	19.18
6	83	258.72	53	111.56	29	21.85
7	120	512.37	101	275.93	66	90.51
8	129	556.00	103	304.23	74	106.93
9	129	554.51	99	306.82	80	109.87
10	131	591.50	113	327.99	85	110.09
11	124	517.69	99	277.71	68	88.87
12	111	478.19	94	259.58	67	83.65
13	110	412.20	84	200.06	50	46.85
14	108	421.93	84	212.09	56	57.84
15	93	406.97	79	220.73	61	67.43
16	144	739.72	130	445.78	112	184.99
17	130	575.93	104	319.58	86	115.41
18	159	801.49	139	478.40	121	198.72
19	159	795.69	140	473.57	119	193.62
20	152	769.46	138	454.22	114	183.57
21	187	969.89	169	586.19	149	241.01
22	168	858.15	151	509.76	128	209.24
23	165	833.66	148	495.39	128	198.22
24	157	789.49	141	468.74	122	186.96
25	193	1 017.48	175	618.33	156	264.58
26	155	783.83	138	467.47	121	189.75
27	178	944.49	165	570.66	144	237.74
28	188	966.90	172	577.51	150	228.42
29	196	1 038.22	178	634.08	160	270.48
30	176	910.26	155	551.42	141	232.01
<b>Moyenne</b>	137.8	643.80	117.8	367.02	96.4	142.37
<b>Écart type</b>	34.4	240.76	36.8	164.19	39.5	77.96

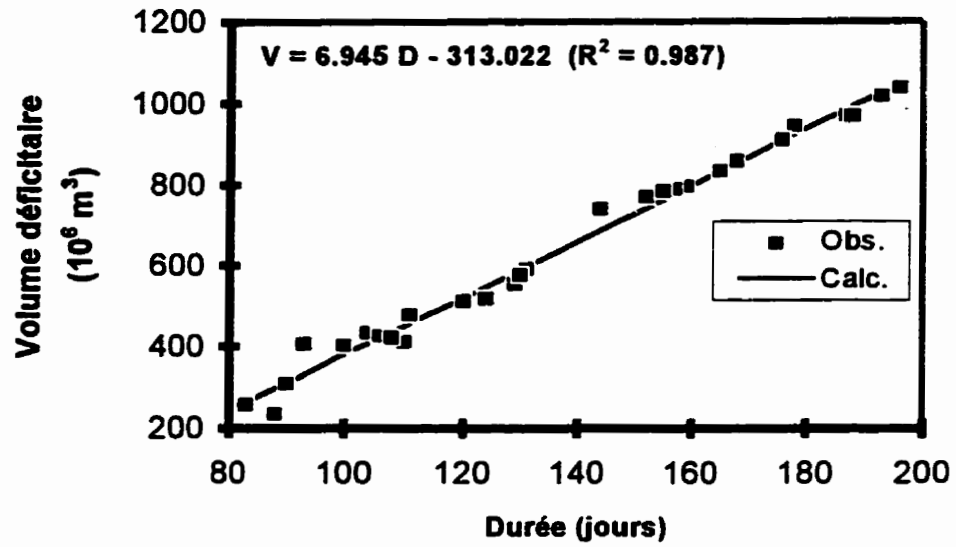


Figure 4.18 Relation Volume déficitaire-Durée pour le seuil de 75 m<sup>3</sup>/s.

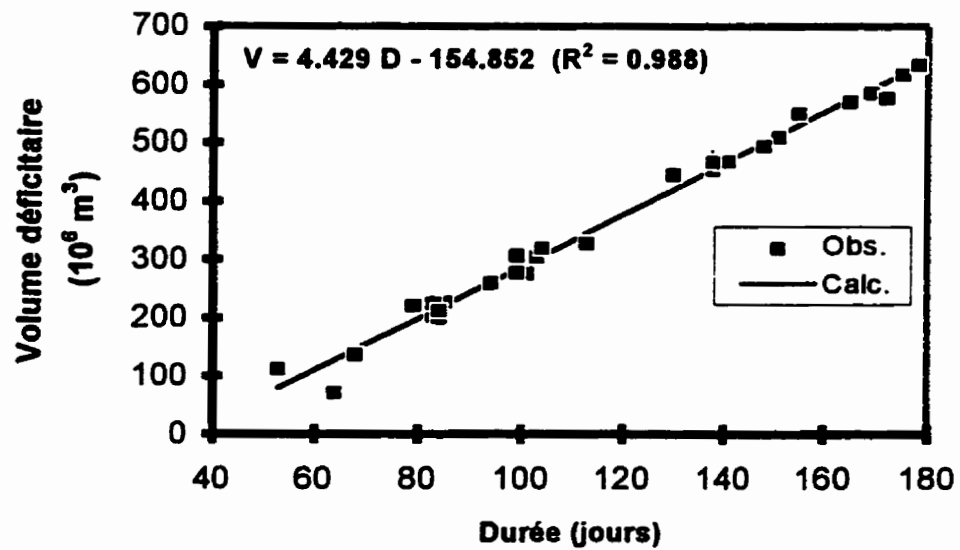
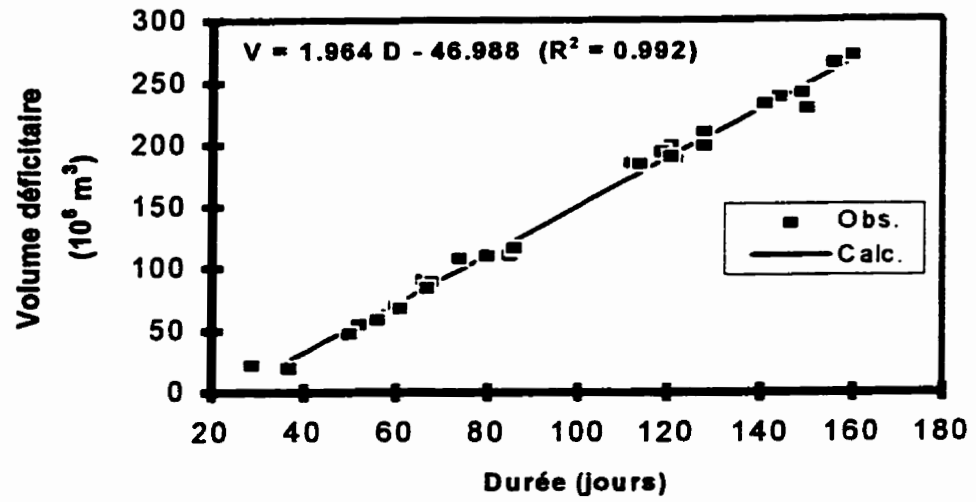


Figure 4.19 Relation Volume déficitaire-Durée pour le seuil de 50 m<sup>3</sup>/s.



**Figure 4.20** Relation Volume déficitaire-Durée pour le seuil de 25 m<sup>3</sup>/s.

## CHAPITRE 5

### **APPLICATION DU MODÈLE ET RÉSULTATS**

Au chapitre 3, nous avons présenté notre modèle de simulation des débits journaliers. Il s'agit maintenant de l'appliquer en simulant des séries de débits journaliers pour la station de Bakel située sur le fleuve Sénégal. Les données historiques provenant de cette station ont déjà été analysées au chapitre 4 afin de nous permettre de juger de la qualité des résultats issus de la simulation. Nous allons d'abord exposer la méthode de détermination des fonctions discrètes  $b_t$  qui sont utilisées lors de la simulation des courbes de décrue. Ensuite, il s'agira de simuler les impulsions  $Y_t$  pour chaque période de l'année que nous aurons choisie. Enfin, en suivant la procédure décrite à la figure 3.2, les séries de débits journaliers seront générées. Après chaque étape de simulation décrite ci-dessus, les résultats sont analysés et critiqués afin d'évaluer la méthodologie de simulation des débits journaliers que nous avons présentée. Signalons que tous les programmes informatiques ont été écrits avec le langage de programmation de Matlab pour Windows version 4.2c.1. Toutes les simulations ont été faites avec ce logiciel sur un ordinateur muni d'un microprocesseur Pentium 100 Mhz et de 16 M de RAM.

#### **5.1 Détermination des courbes donnant le coefficient de tarissement en fonction du temps**

Étant donné la forme de l'hydrogramme à la station de Bakel, il y a une forte corrélation entre le débit de pointe et la période de l'année où il survient. Nous avons donc décidé de déterminer les fonctions discrètes  $b_t$  en fonction d'un intervalle où se situe le débit de pointe. Pour illustrer la méthode de détermination de  $b_t$ , nous avons choisi de le faire

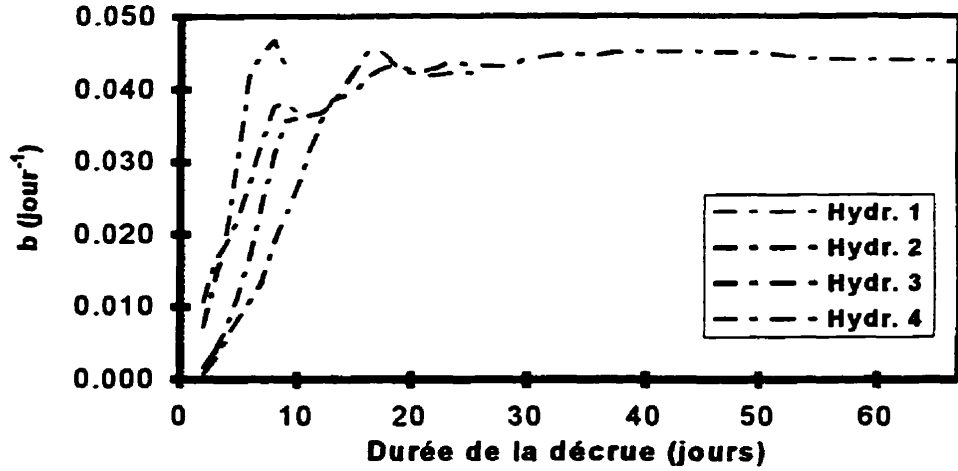
dans le cas où les débits de pointe sont supérieurs à 7 000 m<sup>3</sup>/s. Le tableau 5.1 donne les principales informations sur les quatre courbes de décrue historiques pour lesquelles le débit de pointe est supérieur à 7 000 m<sup>3</sup>/s. Nous précisons ici que nous ne considérons que les courbes de décrue qui durent au moins cinq jours après la date d'occurrence du débit de pointe.

**Tableau 5.1** Données historiques des courbes de décrue ayant un débit de pointe supérieur à 7 000 m<sup>3</sup>/s.

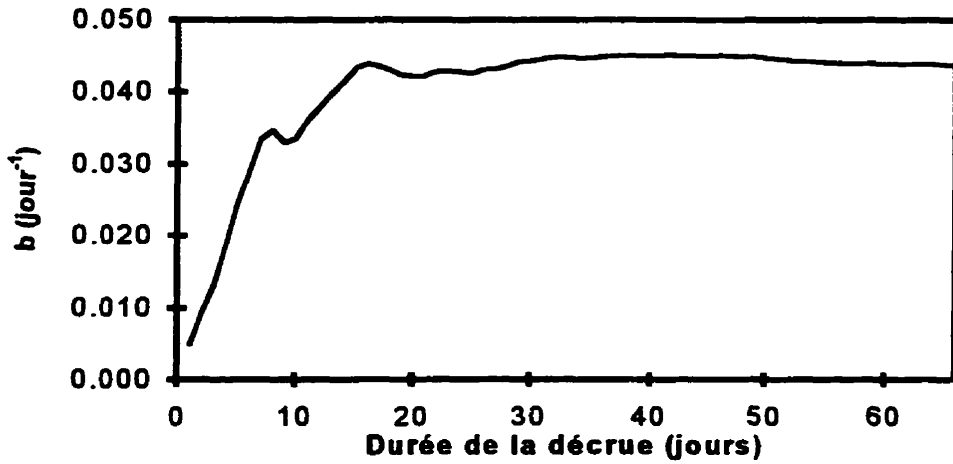
<b>Courbes de décrue</b>	<b>Date d'occurrence</b>	<b>Débit de pointe (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Durée de la décrue (jours)</b>
1	28 août 1958	7680	25
2	10 septembre 1961	7010	66
3	7 septembre 1964	7100	8
4	10 septembre 1965	7020	9

En utilisant l'équation (3.107), nous déterminons pour chaque courbe de décrue l'évolution de  $b_t$  au fur et à mesure que la décrue se poursuit. Les courbes  $b_t$  obtenues sont illustrées à la figure 5.1. À partir de ces courbes, nous avons déterminé le profil moyen de  $b_t$  à la figure 5.2, lorsque le débit de pointe est supérieur à 7 000 m<sup>3</sup>/s. Cette fonction discrète  $b_t$  nous servira à générer la courbe de décrue pour tous les cas où le débit de pointe sera plus grand que 7 000 m<sup>3</sup>/s. Nous avons procédé de la même façon

pour plusieurs gammes de débits sauf pour les mois de mai, juin et juillet. Ces mois sont traités de façon particulière puisque les premiers soubresauts de la crue se font sentir durant ces mois.



**Figure 5.1** Les courbes  $b_t$  des segments de décrue à la station de Bakel lorsque le débit de pointe est supérieur à 7 000 m<sup>3</sup>/s.



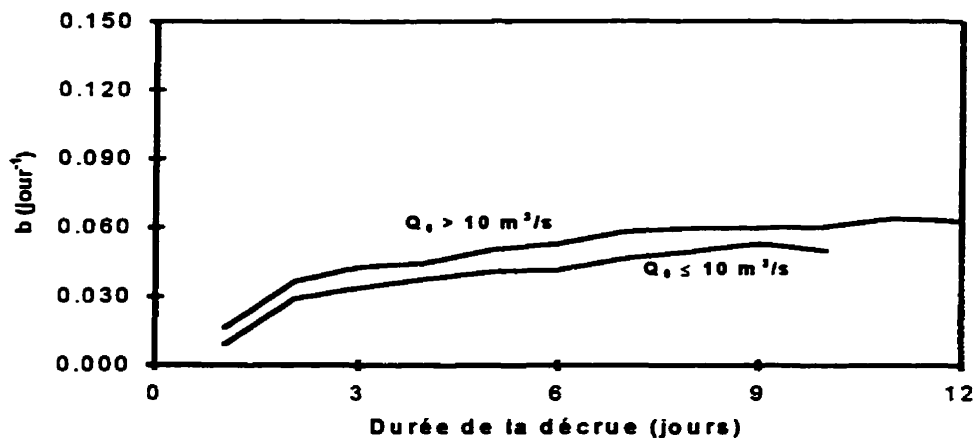
**Figure 5.2** Profil moyen de la courbe  $b_t$  à la station de Bakel lorsque le débit de pointe est supérieur à 7 000 m<sup>3</sup>/s.

Nous procédons toujours par gamme de débits en ajoutant l'information supplémentaire sur le mois en question (mai, juin ou juillet). Les figures 5.3, 5.4 et 5.5 donnent le profil moyen de  $b_t$  pour les mois de mai, juin et juillet en fonction du débit de pointe appelé  $Q_0$ . En juillet, les valeurs de  $b_t$  sont plus élevées lorsque le débit de pointe est inférieur ou égal à  $700 \text{ m}^3/\text{s}$  parce que les décrues proviennent d'hydrogrammes de crue individualisés par le fait d'événements pluvieux ponctuels et espacés suffisamment pour provoquer des décrues plus rapides, à ce moment de l'année.

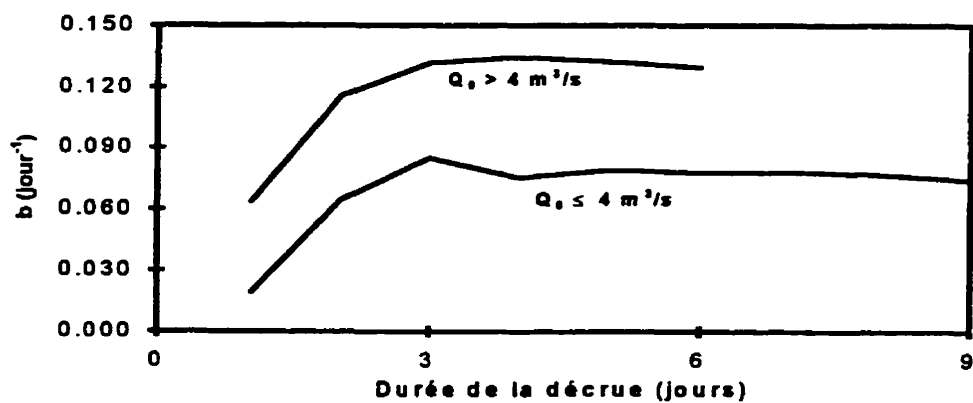
L'ensemble des courbes  $b_t$  pour la période allant des mois d'août à avril est présenté à la figure 5.6. Elles sont au nombre de 24. Outre la dimension temporelle, ces courbes ne sont données qu'en fonction des débits de pointe. Les différentes gammes de débits de pointe définies lors de l'élaboration des courbes  $b_t$ , pour la période mentionnée précédemment, sont fournies au tableau 5.2.

Nous avons vérifié la vraisemblance des valeurs trouvées lors de la détermination des courbes  $b_t$  en consultant les études du tarissement réalisées sur le fleuve Sénégal. Rochette (1974) a étudié, entre autres, le tarissement à la station de Bakel au moyen de la loi de décroissance exponentielle des débits avec un coefficient de tarissement constant. Pour la station de Bakel, il note tout d'abord une phase de décrue rapide (septembre et octobre) à laquelle succèdent une phase de tarissement (novembre à janvier) puis une autre dite d'épuisement qui prend fin avec le début de la crue. Ces deux dernières phases sont caractérisées par une décroissance exponentielle des débits. Les coefficients de décroissance sont  $k$  et  $k'$  respectivement pour le tarissement et l'épuisement. Le coefficient  $k'$  est supérieur à  $k$ .

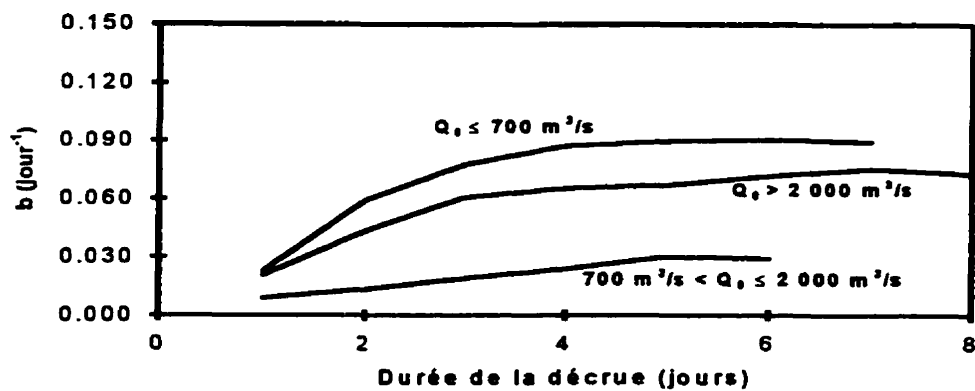
Durant la phase de tarissement, les débits proviennent exclusivement des écoulements de la nappe souterraine. Quant à l'épuisement, il s'explique par l'importance que prennent les pertes par évaporation quand les débits fluviaux deviennent faibles.



**Figure 5.3** Profil moyen de la courbe  $b_t$  à la station de Bakel au mois de mai.



**Figure 5.4** Profil moyen de la courbe  $b_t$  à la station de Bakel au mois de juin.



**Figure 5.5** Profil moyen de la courbe  $b_t$  à la station de Bakel au mois de juillet.



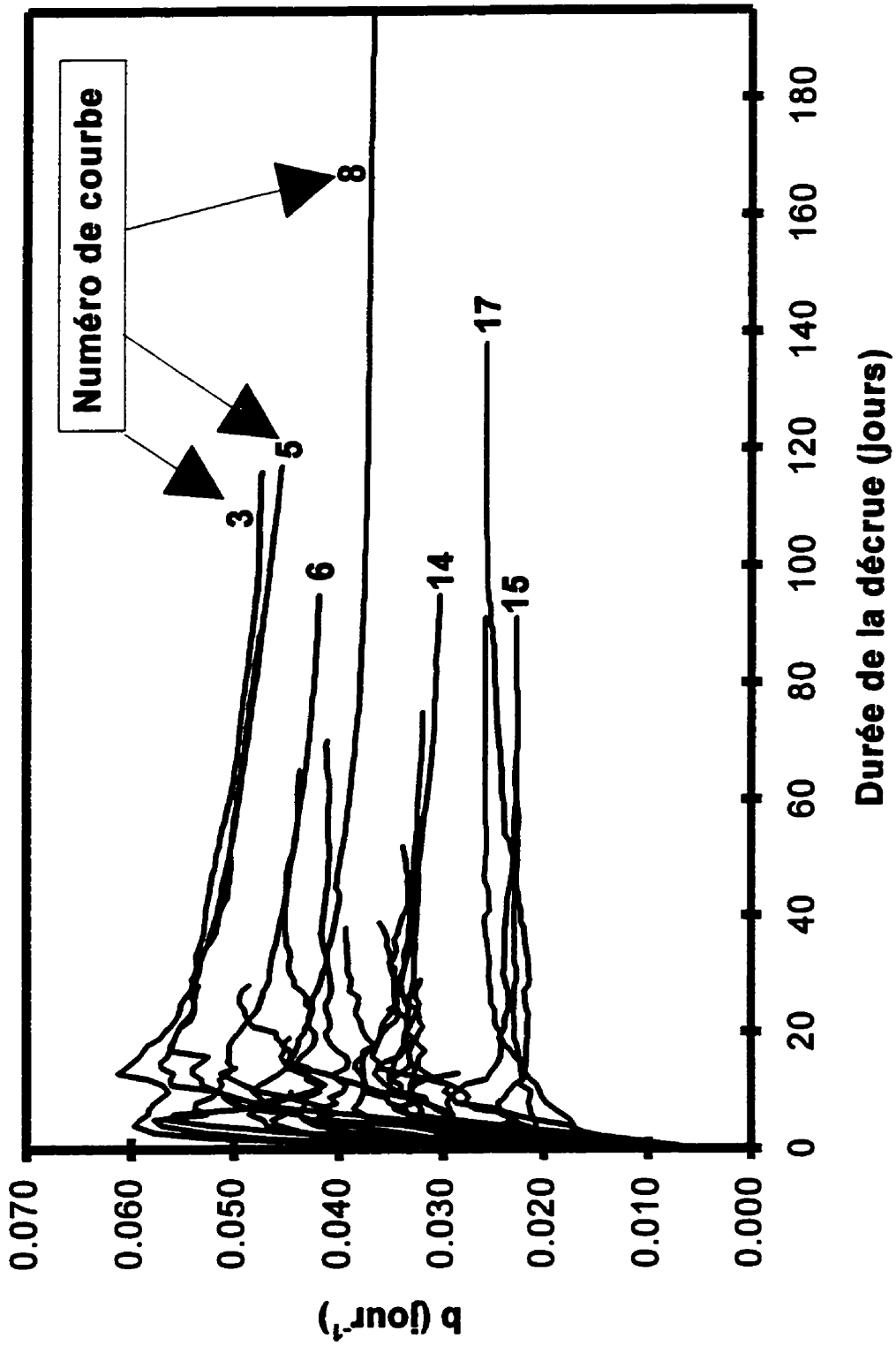


Figure 5.6 Profil moyen des courbes  $b_i$  à la station de Bakel pour la période allant du mois d'août à avril.

**Tableau 5.2** Conditions posées sur le débit de pointe pour la détermination des courbes  $b_t$  pour la période allant du mois d'août à avril.

Courbes $b_t$	Débit de pointe $Q_0$ ( $m^3/s$ )	Courbes $b_t$	Débit de pointe $Q_0$ ( $m^3/s$ )
1	$Q_0 > 7\ 000$	13	$500 < Q_0 \leq 600$
2	$6\ 000 < Q_0 \leq 7\ 000$	14	$400 < Q_0 \leq 500$
3	$5\ 000 < Q_0 \leq 6\ 000$	15	$300 < Q_0 \leq 400$
4	$4\ 000 < Q_0 \leq 5\ 000$	16	$200 < Q_0 \leq 300$
5	$3\ 000 < Q_0 \leq 4\ 000$	17	$100 < Q_0 \leq 200$
6	$2\ 500 < Q_0 \leq 3\ 000$	18	$50 < Q_0 \leq 100$
7	$2\ 000 < Q_0 \leq 2\ 500$	19	$40 < Q_0 \leq 50$
8	$1\ 000 < Q_0 \leq 2\ 000$	20	$30 < Q_0 \leq 40$
9	$900 < Q_0 \leq 1\ 000$	21	$20 < Q_0 \leq 30$
10	$800 < Q_0 \leq 900$	22	$10 < Q_0 \leq 20$
11	$700 < Q_0 \leq 800$	23	$5 < Q_0 \leq 10$
12	$600 < Q_0 \leq 700$	24	$2.5 < Q_0 \leq 5$

Lorsque le lit du cours d'eau est formé de bancs de sable, ces pertes par évaporation augmentent au moment où ces bancs sont à découvert. Le cas échéant, l'évaporation se produit non seulement au niveau de la surface d'écoulement mais aussi au droit de la surface de sable mouillée par la frange capillaire de la nappe alluviale. C'est au cours de la phase d'épuisement que le cours d'eau peut s'assécher.

Des seuils de débits caractéristiques indiquent le début des périodes de tarissement et d'épuisement. Pour la station de Bakel, le tarissement débute au seuil de débit  $325\ m^3/s$  et l'épuisement au seuil de  $40\ m^3/s$ . Les coefficients de décroissance  $k$  et  $k'$  sont respectivement égaux à  $0.0185\ jour^{-1}$  et  $0.048\ jour^{-1}$  respectivement. Toutes ces valeurs sont des valeurs médianes pour une période de 15 années d'observation, soit de 1951 à

1965 (Rochette, 1974). Les études du tarissement sur le fleuve Sénégal, à la station de Bakel, ont été actualisées par Olivry en 1987. Il constate une augmentation du coefficient de tarissement qui est un des effets de la sécheresse. Le coefficient de tarissement moyen pour les années hydrologiques 1903-1904 à 1986-1987 (84 ans) est de  $0.0202 \text{ jour}^{-1}$ . Pour la période 1973-1987, la valeur moyenne est de  $0.0278 \text{ jour}^{-1}$ .

Les courbes  $b_t$  que nous avons déterminées pour la station de Bakel prennent en compte la décrue rapide, le tarissement et éventuellement l'épuisement à partir du débit de pointe occasionnée par une crue. Pour les mois de mai, juin et juillet, c'est la phase de décrue rapide qui se produit principalement. En effet, avec le début des pluies dans le haut bassin, il est peu probable d'entrer dans la phase de tarissement et encore moins dans celle d'épuisement au cours de ces mois. Quand les trois phases se produisent, l'évolution de  $b_t$  est caractérisée par une tendance à la hausse de ce dernier avec un plafonnement en période d'épuisement (figure 5.6). Cette tendance n'est pas contredite par les valeurs de  $k$  que donnent Rochette (1974) et Olivry (1987) et les valeurs de  $k'$  de Rochette (1974). En outre, les valeurs numériques trouvées sont raisonnables.

## 5.2 Simulation des débits journaliers

### 5.2.1 Simulation des impulsions

Comme nous l'avons dit au chapitre 3, nous simulerons les impulsions qui provoquent la montée des eaux pour chaque période de l'année. Il s'agit donc de décomposer l'année en périodes pour lesquelles les processus à simuler sont considérés comme stationnaires. Le choix le plus immédiat est de considérer des périodes constituées par les mois du calendrier. Le choix définitif des périodes s'appuie sur le calcul du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1,  $r_1(Z)$ , du processus  $\{Z_t\}$ . Le tableau 5.3 donne les valeurs mensuelles de  $r_1(Z)$  et de  $\bar{Y}$ . Au mois d'octobre et de novembre, le processus  $\{Z_t\}$  n'est

pas stationnaire avec des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 estimés valant respectivement 0.995 et 1.384.

**Tableau 5.3** Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 estimés de  $Z_t$  et moyennes historiques de  $Y_t$  pour les mois de mai à avril.

<b>Mois</b>	<b>Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 estimé de <math>Z_t</math></b>	<b>Moyenne de <math>Y_t</math></b>
<b>Mai</b>	0.895	0.183
<b>Juin</b>	0.533	8.843
<b>Juillet</b>	0.561	43.941
<b>Août</b>	0.760	107.386
<b>Septembre</b>	0.613	64.457
<b>Octobre</b>	0.995	12.427
<b>Novembre</b>	1.384	1.166
<b>Décembre</b>	0.424	0.358
<b>Janvier</b>	- 0.440	0.071
<b>Février</b>	0.436	0.009
<b>Mars</b>	-0.609	0.008
<b>Avril</b>	0.426	0.019

Des calculs préliminaires nous ont conduit aussi à la décision de simuler les impulsions uniquement de mai à décembre. La raison principale réside dans le fait que le modèle DAR(1) ne simule pas bien le processus binaire (0,1) pour les mois de janvier à mars. En effet, pour ces mois, les impulsions sont rares et très espacées ce qui crée une instabilité lors de l'estimation des paramètres du modèle DAR(1) conduisant à des valeurs élevées

du biais. L'autre raison réside dans la rareté et dans la faiblesse des impulsions pour les mois de janvier à avril. Les petites valeurs des moyennes de  $\bar{Y}$  durant ces mois en sont la preuve (tableau 5.3). On choisit alors de n'avoir que du tarissement de janvier à avril. Pour corroborer cette hypothèse et en faisant une relation de cause à effet entre les précipitations et les impulsions, signalons que Rochette (1974, page 262) indique que:

"... Le véritable tarissement, qui correspond à un écoulement d'origine presque uniquement souterraine, ne commence pratiquement qu'en décembre. On dispose pour son étude des données relatives à la période 1951-1965.  
... On relève en 15 ans, 4 cas de précipitations survenant au cours du tarissement, 3 correspondant à des précipitations se produisant en décembre, et 1 à des précipitations se produisant en avril."

Ainsi le choix final des périodes de simulation des impulsions ainsi que leurs durées respectives sont indiqués au tableau 5.4. Les limites des périodes 5 à 7 ont été fixées après plusieurs essais au cours desquels la valeur du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 de  $Z_t$  était un indice de la non stationnarité de ce processus.

Étant donné la composition des séries des impulsions historiques pour chaque période, il est nécessaire d'indiquer la façon de calculer certains paramètres comme  $n_i$  et  $n_{ij}$  introduits à l'équation (3.26):

$$n_i(k) = \sum_{l=1}^N (n_i)_{lk} \quad (5.1)$$

$$n_{ij}(k) = \sum_{l=1}^N (n_{ij})_{lk} \quad (5.2)$$

- où  $n_{ij}$  : nombre de transitions qu'effectue la variable X entre l'état i à l'instant t-1 et l'état j à l'instant t,  
 $n_i$  : nombre de fois que la variable X est dans l'état i à l'instant t-1,  
k : indice pour la période,  
N : nombre d'années.

**Tableau 5.4** Choix des périodes de simulation des impulsions.

<b>Périodes</b>	<b>Références au calendrier</b>	<b>Durées (jours)</b>
1	mai	31
2	juin	30
3	juillet	31
4	août	31
5	1 <sup>er</sup> septembre au 4 octobre	34
6	5 octobre au 4 novembre	31
7	5 au 30 novembre	26
8	décembre	31

En outre, le coefficient d'autocorrélation échantillonnale  $r_1(X)$ , pour chaque période de simulation  $k$ , est calculé de la façon suivante:

$$r_1(X)_k = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{m-1} [X(i, j) - \bar{X}] [X(i+1, j) - \bar{X}]}{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^m [X(i, j) - \bar{X}]^2} \quad (5.3)$$

- où  $m$  : nombre de jours de la période  $k$ ,  
 $X(i, j)$  : valeur de  $X$  au jour  $i$  de la période  $k$  de l'année  $j$ ,  
 $\bar{X}$  : moyenne de tous les  $x_{ij}$ .

On s'appuiera sur le format de l'équation (5.3) pour calculer le coefficient de corrélation  $r_1$  pour les séries  $Y_t$  et  $Z_t$ .

Pour chaque période  $k$ , nous avons simulé 500 séries comportant chacune  $32 \times m$  données où  $m$  est le nombre de jours de la période  $k$ . Dans les pages qui suivent, les tableaux 5.5 à 5.28 présentent les résultats issus de la simulation des 500 séries pour chacune des huit périodes de simulation mentionnées au tableau 5.4. Pour chacune des périodes, trois tableaux présentent les statistiques des séries simulées  $X_t$ ,  $Z_t$  et  $Y_t$ . La série  $X_t$  est modélisée par un DAR(1) alors que  $Z_t$  est modélisé par un LAR(1) ou un LMA(1) lorsque la transformation logarithmique est nécessaire ou par un GAR(1) lorsque sa distribution marginale est une distribution gamma. Les séries simulées  $Y_t$  sont déterminées, quel que soit le modèle utilisé pour  $Z_t$ , à partir des mêmes séries simulées pour  $X_t$ . Finalement, les tableaux 5.29 et 5.30 présentent les paramètres des modèles de  $Z_t^*$  ou de  $Z_t$  selon le modèle utilisé pour le processus continu.

Pour les séries  $Z_t$  et  $Y_t$ , la moyenne, la variance et le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 sont présentées comme statistiques. Pour les séries  $X_t$ , en plus des statistiques citées précédemment, on trouve les paramètres estimés du modèle DAR(1),  $\hat{\gamma}$  et  $\hat{\delta}$ , ainsi que les statistiques des variables  $L_0$  et  $L_1$  qui représentent la durée des séquences formées de 0 et de 1 respectivement. Les statistiques des variables  $L_0$  et  $L_1$  sont la moyenne, la variance et les maximum et minimum.

Nous évaluons la performance de la simulation au moyen du biais qui est donné en valeur absolue et en pourcentage, et au moyen de la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (REQM). Pour une statistique quelconque  $W$ , et pour  $s$  simulations,  $EcT$  désigne l'écart type des valeurs simulées. Quant au biais exprimé en valeur absolue et à la REQM, ils sont calculés de la façon suivante pour  $s$  simulations réalisées:

$$\text{Biais} = \overline{W}_{sim} - W_{hist} \quad (5.4)$$

$$\text{REQM} = \left[ \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [W_{\text{sim}}(i) - W_{\text{hist}}]^2 \right]^{1/2} \quad (5.5)$$

Tableau 5.5 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 1.

Séries simulées $X_t$ (500 × 992 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.119	0.145	0.027	0.026	22.1	0.037
$s_X^2$	0.105	0.123	0.019	0.019	17.7	0.027
$r_1(X)$	0.677	0.696	0.038	0.019	2.8	0.043
$\hat{\gamma}$	0.724	0.696	0.039	-0.028	-3.8	0.047
$\hat{\delta}$	0.145	0.145	0.027	$-3 \times 10^{-4}$	-0.2	0.027
$\bar{L}_0$	15.1	14.2	1.4	-0.9	-6.2	1.7
$s_{L_0}^2$	126.1	101.4	13.3	-24.6	-19.6	28.0
$\max(L_0)$	31	31	0	0	0	0
$\min(L_0)$	1	1.0	0.2	0.0	2.8	0.2
$\bar{L}_1$	3.5	3.8	0.5	0.4	11.4	0.7
$s_{L_1}^2$	4.3	10.8	4.8	6.6	154.5	8.2
$\max(L_1)$	8.0	14.2	3.9	6.2	78.0	7.4
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau 5.6 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 1 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	1.540	1.562	0.357	0.022	1.4	0.357
$s_Z^2$	8.158	9.009	12.643	0.851	10.4	12.659
$r_1(Z)$	0.895	0.857	0.036	-0.038	-4.3	0.053
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	0.183	0.228	0.112	0.045	24.6	0.120
$s_Y^2$	1.216	1.951	7.045	0.735	60.5	7.076
$r_1(Y)$	0.687	0.632	0.127	-0.055	-8.0	0.138



Tableau 5.7 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 1 ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	1.540	1.531	0.323	-0.009	-0.6	0.322
$s_z^2$	8.158	7.968	3.321	-0.190	-2.3	3.323
$r_1(Z)$	0.895	0.861	0.028	-0.035	-3.9	0.044
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	0.183	0.223	0.091	0.040	21.9	0.099
$s_y^2$	1.216	1.459	1.130	0.244	20.0	1.155
$r_1(Y)$	0.687	0.648	0.126	-0.040	-5.8	0.132

Tableau 5.8 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 2.

Séries simulées $X_t$ (500 × 960 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.526	0.546	0.037	0.021	3.9	0.042
$s_x^2$	0.250	0.247	0.004	-0.003	-1.1	0.005
$r_1(X)$	0.679	0.678	0.023	-0.001	-0.1	0.023
$\hat{\gamma}$	0.703	0.679	0.024	-0.024	-3.4	0.034
$\hat{\delta}$	0.546	0.546	0.037	$4 \times 10^{-4}$	0.1	0.037
$\bar{L}_0$	5.2	5.3	0.5	0.1	1.9	0.5
$s_{L_0}^2$	25.2	21.0	5.3	-4.3	-17.0	6.8
$\max(L_0)$	30	22.4	4.1	-7.6	-25.2	8.6
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	6.2	6.1	0.6	0.0	-0.7	0.6
$s_{L_1}^2$	26.0	28.4	7.0	2.5	9.6	7.4
$\max(L_1)$	21.0	25.3	3.7	4.3	20.5	5.7
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau 5.9 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 2 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 960 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	16.818	16.657	1.951	-0.161	-1.0	1.955
$s_z^2$	991.894	979.203	651.593	-12.691	-1.3	651.064
$r_1(Z)$	0.533	0.518	0.078	-0.015	-2.8	0.079
Séries simulées $Y_t$ (500 × 960 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	8.843	9.009	1.435	0.166	1.9	1.443
$s_y^2$	592.067	591.707	511.840	-0.360	-0.1	511.328
$r_1(Y)$	0.487	0.475	0.089	-0.012	-2.4	0.090

Tableau 5.10 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 2 ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 960 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	16.818	16.824	1.675	0.006	0.03	1.674
$s_z^2$	991.894	989.936	200.543	-1.957	-0.20	200.352
$r_1(Z)$	0.533	0.513	0.032	-0.020	-3.80	0.038
Séries simulées $Y_t$ (500 × 960 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	8.843	9.223	1.384	0.380	4.3	1.433
$s_y^2$	592.067	612.589	166.134	20.522	3.5	167.232
$r_1(Y)$	0.487	0.471	0.051	-0.016	-3.4	0.053

Tableau 5.11 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 3.

Séries simulées $X_t$ (500 × 992 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.629	0.638	0.025	0.009	1.5	0.026
$s_x^2$	0.234	0.231	0.007	-0.003	-1.3	0.008
$r_1(X)$	0.418	0.414	0.030	-0.004	-1.0	0.030
$\hat{\gamma}$	0.431	0.414	0.030	-0.017	-4.0	0.035
$\hat{\delta}$	0.638	0.638	0.025	$-4 \times 10^{-4}$	-0.1	0.025
$\bar{L}_0$	2.63	2.60	0.18	-0.02	-0.8	0.18
$s_{L_0}^2$	2.9	4.1	1.0	1.2	43.2	1.6
$\max(L_0)$	10	11.8	2.5	1.8	18.0	3.1
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	4.3	4.3	0.3	0.03	0.8	0.3
$s_{L_1}^2$	7.9	13.8	2.9	5.9	75.0	6.6
$\max(L_1)$	15.0	20.5	3.7	5.5	36.9	6.7
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau 5.12 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	69.912	70.124	5.876	0.212	0.3	5.874
$s_z^2$	8 467.6	8 415.5	3 189.5	-52.0	-0.6	3 186.8
$r_1(Z)$	0.561	0.543	0.059	-0.018	-3.1	0.061
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	43.941	44.747	4.441	0.806	1.8	4.510
$s_y^2$	6 463.2	6 525.2	2 618.1	62.1	1.0	2 616.2
$r_1(Y)$	0.440	0.427	0.070	-0.013	-2.9	0.071

**Tableau 5.13** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3 ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	69.912	69.791	5.463	-0.121	-0.2	5.458
$s_z^2$	8 467.5	8 476.4	1 297.5	8.9	0.1	1 296.3
$r_1(Z)$	0.561	0.539	0.028	-0.021	-3.8	0.035
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	43.941	44.553	4.124	0.613	1.4	4.165
$s_y^2$	6 463.2	6 518.1	1 135.4	54.9	0.8	1 135.6
$r_1(Y)$	0.440	0.425	0.045	-0.015	-3.4	0.048

**Tableau 5.14** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 4.

Séries simulées $X_t$ (500 × 992 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.558	0.551	0.028	-0.006	-1.1	0.028
$s_x^2$	0.247	0.247	0.003	$-7 \times 10^{-5}$	-0.03	0.003
$r_1(X)$	0.490	0.489	0.028	$-2 \times 10^{-4}$	-0.05	0.028
$\hat{\gamma}$	0.506	0.490	0.028	-0.016	-3.2	0.032
$\hat{\delta}$	0.552	0.551	0.028	$-2 \times 10^{-4}$	-0.04	0.028
$\bar{L}_0$	3.37	3.39	0.25	0.02	0.6	0.25
$s_{L_0}^2$	5.9	7.9	1.9	2.1	35.0	2.8
$\max(L_0)$	11	15.7	3.5	4.7	43.1	5.9
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	4.1	4.1	0.3	0.02	0.4	0.3
$s_{L_1}^2$	7.1	12.1	2.9	5.0	71.0	5.8
$\max(L_1)$	13.0	19.1	4.1	6.1	46.9	7.3
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

**Tableau 5.15** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	192.534	193.244	16.935	0.711	0.4	16.933
$s_z^2$	37 216.0	37 436.2	12 868.3	220.2	0.6	12 857.3
$r_1(Z)$	0.760	0.731	0.038	-0.028	-3.7	0.048
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	107.386	106.513	11.504	-0.873	-0.8	11.526
$s_y^2$	29 901.0	29 975.9	9 368.3	75.0	0.3	9 359.2
$r_1(Y)$	0.567	0.539	0.064	-0.028	-5.0	0.070

**Tableau 5.16** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4 ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	192.534	192.989	14.763	0.455	0.2	14.755
$s_z^2$	37 216.0	37 033.9	5 811.2	-182.1	-0.5	5 808.2
$r_1(Z)$	0.760	0.733	0.021	-0.027	-3.6	0.034
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	107.386	106.236	10.154	-1.150	-1.1	10.209
$s_y^2$	29 901.0	29 558.4	5 017.6	-342.5	-1.1	5 024.3
$r_1(Y)$	0.567	0.544	0.048	-0.023	-4.1	0.053

Tableau 5.17 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 5.

Séries simulées $X_t$ (500 × 1 088 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.348	0.329	0.027	-0.019	-5.4	0.033
$s_x^2$	0.227	0.220	0.009	-0.007	-3.0	0.011
$r_1(X)$	0.580	0.574	0.027	-0.006	-1.0	0.028
$\hat{\gamma}$	0.592	0.575	0.028	-0.017	-2.9	0.033
$\hat{\delta}$	0.327	0.329	0.027	0.002	0.7	0.027
$\bar{L}_0$	5.9	6.3	0.5	0.4	6.4	0.6
$s_{L_0}^2$	29.2	30.7	6.5	1.5	5.1	6.6
$\max(L_0)$	24	28.4	4.2	4.4	18.1	6.0
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.6	3.4	0.3	-0.16	-4.4	0.3
$s_{L_1}^2$	4.7	7.9	2.1	3.3	70.1	3.9
$\max(L_1)$	11.0	15.0	3.1	4.0	36.1	5.1
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau 5.18 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 1 088 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	171.065	171.082	12.843	0.016	0.01	12.830
$s_z^2$	36 805.4	37 032.2	12 499.4	226.8	0.62	12 489.0
$r_1(Z)$	0.623	0.604	0.044	-0.019	-2.97	0.048
Séries simulées $Y_t$ (500 × 1 088 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	59.565	56.210	7.162	-3.355	-5.6	7.903
$s_y^2$	19 457.0	18 166.9	6 244.7	-1 290.1	-6.6	6 370.4
$r_1(Y)$	0.503	0.483	0.064	-0.020	-4.0	0.067

**Tableau 5.19** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5 ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 1 088 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	171.065	170.571	11.819	-0.494	-0.3	11.818
$s_z^2$	36 805.4	36 500.6	4 964.9	-304.8	-0.8	4 969.3
$r_1(Z)$	0.623	0.601	0.025	-0.022	-3.5	0.033
Séries simulées $Y_t$ (500 × 1 088 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	59.565	56.339	7.564	-3.225	-5.4	8.216
$s_y^2$	19 457.0	18 538.5	4 166.3	-918.5	-4.7	4 262.3
$r_1(Y)$	0.503	0.484	0.054	-0.019	-3.8	0.057

**Tableau 5.20** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 6.

Séries simulées $X_t$ (500 × 992 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.124	0.111	0.022	-0.013	-10.5	0.025
$s_x^2$	0.109	0.098	0.017	-0.010	-9.7	0.020
$r_1(X)$	0.668	0.651	0.046	-0.017	-2.5	0.049
$\hat{\gamma}$	0.676	0.652	0.047	-0.024	-3.6	0.053
$\hat{\delta}$	0.110	0.111	0.022	0.001	0.5	0.022
$\bar{L}_0$	14.3	15.1	1.5	0.8	5.7	1.7
$s_{L_0}^2$	114.3	105.6	12.9	-8.7	-7.6	15.5
$\max(L_0)$	31	31	0	0	0	0
$\min(L_0)$	1	1.1	0.3	0.1	5.8	0.3
$\bar{L}_1$	3.4	3.2	0.5	-0.2	-4.4	0.5
$s_{L_1}^2$	6.3	7.1	3.3	0.7	11.8	3.4
$\max(L_1)$	11.0	11.5	3.3	0.5	4.1	3.4
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau 5.21 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 6 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	82.387	82.101	11.696	-0.285	-0.3	11.688
$s_z^2$	13 093.8	12 910.7	9 816.7	-183.0	-1.4	9 808.6
$r_1(Z)$	0.834	0.796	0.039	-0.038	-4.6	0.054
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	10.202	9.110	3.010	-1.092	-10.7	3.199
$s_y^2$	2 357.8	2 073.6	1 925.9	-284.2	-12.1	1 944.9
$r_1(Y)$	0.622	0.572	0.123	-0.050	-8.0	0.133

Tableau 5.22 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 6 ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	82.387	82.938	11.909	0.551	0.7	11.909
$s_z^2$	13 093.8	13 293.1	3 796.2	199.3	1.5	3 797.7
$r_1(Z)$	0.834	0.805	0.023	-0.030	-3.6	0.038
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	10.202	9.304	3.141	-0.897	-8.8	3.264
$s_y^2$	2 357.8	2 234.9	1 333.8	-123.0	-5.2	1 338.1
$r_1(Y)$	0.622	0.582	0.124	-0.040	-6.5	0.130



Tableau 5.23 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 7.

Séries simulées $X_t$ (500 × 832 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.037	0.033	0.011	-0.005	-12.2	0.012
$s_x^2$	0.036	0.032	0.010	-0.004	-12.1	0.011
$r_1(X)$	0.551	0.512	0.097	-0.039	-7.0	0.104
$\hat{\gamma}$	0.552	0.513	0.097	-0.039	-7.1	0.105
$\hat{\delta}$	0.033	0.033	0.011	$-3 \times 10^{-4}$	-0.9	0.011
$\bar{L}_0$	18.5	19.1	1.5	0.6	3.4	1.6
$s_{L_0}^2$	91.2	73.9	10.5	-17.3	-19.0	20.2
$\max(L_0)$	26	26	0	0	0	0
$\min(L_0)$	1	1.6	0.9	0.6	60.8	1.1
$\bar{L}_1$	2.3	2.2	0.5	-0.1	-4.6	0.5
$s_{L_1}^2$	1.7	2.5	1.9	0.8	43.7	2.0
$\max(L_1)$	5.0	5.5	1.9	0.5	10.1	2.0
$\min(L_1)$	1	1.0	0.04	0.002	0.2	0.04

Tableau 5.24 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 7 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 832 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	12.867	12.944	0.953	0.077	0.6	0.955
$s_z^2$	206.2	210.5	68.4	4.3	2.1	68.5
$r_1(Z)$	0.581	0.556	0.051	-0.025	-4.3	0.056
Séries simulées $Y_t$ (500 × 832 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	0.479	0.421	0.186	-0.057	-12.0	0.195
$s_y^2$	13.61	12.05	12.42	-1.56	-11.5	12.50
$r_1(Y)$	0.427	0.388	0.149	-0.039	-9.2	0.154

Tableau 5.25 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 7 ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 832 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	12.867	12.870	0.965	0.004	$3 \times 10^{-2}$	0.964
$s_z^2$	206.2	206.2	30.6	$4 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-4}$	30.5
$r_1(Z)$	0.581	0.556	0.031	-0.025	-4.2	0.039
Séries simulées $Y_t$ (500 × 832 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	0.479	0.416	0.186	-0.063	-13.1	0.196
$s_y^2$	13.61	11.58	7.71	-2.02	-14.9	7.96
$r_1(Y)$	0.427	0.380	0.149	-0.047	-11.0	0.156

Tableau 5.26 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 8.

Séries simulées $X_t$ (500 × 992 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.031	0.029	0.011	-0.003	-8.0	0.011
$s_x^2$	0.030	0.028	0.010	-0.002	-8.2	0.010
$r_1(X)$	0.589	0.563	0.112	-0.026	-4.5	0.115
$\hat{\gamma}$	0.610	0.563	0.112	-0.046	-7.6	0.121
$\hat{\delta}$	0.028	0.029	0.011	$2 \times 10^{-4}$	0.7	0.011
$\bar{L}_0$	23.3	23.3	1.8	0.04	0.2	1.8
$s_{L_0}^2$	106.5	102.4	16.1	-4.1	-3.9	16.6
$\max(L_0)$	31	31	0	0	0	0
$\min(L_0)$	1	1.8	1.3	0.8	83.2	1.5
$\bar{L}_1$	2.5	2.5	0.6	0.004	0.1	0.6
$s_{L_1}^2$	3.4	3.8	3.3	0.4	12.8	3.4
$\max(L_1)$	7.0	6.4	2.4	-0.6	-8.7	2.5
$\min(L_1)$	1	1.0	0.08	0.006	0.6	0.08

**Tableau 5.27** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 8 ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	11.470	11.488	0.657	0.018	0.2	0.657
$s_z^2$	156.60	155.97	42.88	-0.63	-0.4	42.85
$r_1(Z)$	0.424	0.411	0.052	-0.013	-3.0	0.054
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	0.358	0.332	0.154	-0.026	-7.3	0.156
$s_y^2$	8.868	8.203	7.965	-0.664	-7.5	7.985
$r_1(Y)$	0.419	0.399	0.142	-0.020	-4.7	0.143

**Tableau 5.28** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 8 ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	11.470	11.540	0.600	0.070	0.6	0.604
$s_z^2$	156.60	158.37	17.57	1.77	1.1	17.64
$r_1(Z)$	0.424	0.408	0.030	-0.016	-3.8	0.034
Séries simulées $Y_t$ (500 × 992 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	0.358	0.326	0.152	-0.032	-8.9	0.155
$s_y^2$	8.868	8.043	5.828	-0.825	-9.3	5.881
$r_1(Y)$	0.419	0.379	0.139	-0.040	-9.6	0.145

**Tableau 5.29** Paramètres du modèle AR(1) du processus continu  $\{Z_t^*\}$ .

Périodes	$\bar{Z}^*$	$s_{Z^*}^2$	$\phi_1(Z^*)$	$s_{\varepsilon}^2$
1	-0.314	1.491	0.943	0.165
2	2.070	1.506	0.700	0.769
3	3.745	1.005	0.675	0.548
4	4.913	0.695	0.816	0.233
5	4.735	0.814	0.710	0.404
6	3.874	1.075	0.892	0.219
7	2.150	0.809	0.673	0.443
8	2.048	0.784	0.521	0.572

**Tableau 5.30** Paramètres du modèle GAR(1) du processus continu  $\{Z_t\}$ .

Périodes	$\phi_1(Z)$	$\alpha$	$\beta$
1	0.895	5.298	0.291
2	0.533	58.978	0.285
3	0.561	121.117	0.577
4	0.760	193.296	0.996
5	0.623	215.154	0.795
6	0.834	158.931	0.518
7	0.581	16.024	0.803
8	0.424	13.653	0.840

## 5.2.2 Discussions sur les résultats de la simulation des impulsions

### 5.2.2.1 Modèle pour le processus binaire $X_t$

C'est le modèle DAR(1) qui a été utilisé pour toutes les périodes. De façon générale, le modèle DAR(1) donne de bons résultats. Cependant, pour les périodes 1, 6 et 7, les performances sont moins nettes. Pour la période 1, les biais en valeur relative pour la moyenne et la variance atteignent leurs valeurs maximales avec respectivement 22.1 % et

17.7 %. Cela conduit à une mauvaise préservation des statistiques des durées  $L_0$  et  $L_1$  pour cette période. Pour les autres périodes, la moyenne de  $L_0$  et  $L_1$  est bien reproduite alors que leurs variances respectives obtenues par simulation est plus importante que la variance historique. Les valeurs minimales de  $L_0$  et  $L_1$  sont bien reproduites par simulation sauf pour les périodes 7 et 8. Par contre, il y a une tendance à la surestimation des valeurs maximales de  $L_0$  et  $L_1$ , sauf pour les périodes 6 à 8. Les paramètres du modèles DAR(1) sont bien préservés dans l'ensemble. Enfin, signalons qu'à la période 8, sur les 500 séries simulées, une seule ne remplit pas les conditions d'un DAR(1) et cette dernière est un processus de Bernoulli.

#### **5.2.2.2 Modèle pour le processus continu $Z_t$**

Le modèle MA(1) n'a pu être appliqué à aucune période puisque les conditions de son application n'ont jamais été respectées. Le modèle GAR(1) a toujours de meilleures performances au niveau de la REQM, par contre, en ce qui concerne le biais, il est supérieur au modèle LAR(1) sauf pour les périodes 5, 6 et 8. Quelque soit le modèle utilisé, les performances en terme de biais sont excellentes. Le biais en valeur relative est toujours plus important pour le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1.

#### **5.2.2.3 Modèle pour le processus intermittent $Y_t$**

Les performances au niveau de la REQM sont meilleures lorsque le processus continu  $Z$  a été modélisé par un GAR(1). Le cas échéant, les performances en terme de biais, sont meilleures pour les périodes 1, 3, 5 et 6. De façon générale, on constate que les performances au niveau du biais se détériorent quand on passe du processus continu au processus intermittent, si le modèle DAR(1) modélise moins bien le processus binaire. À la période 1, le modèle surestime la moyenne des impulsions (biais supérieur à 20 %). On observe la tendance contraire à partir de la période 5 avec, cependant, de meilleures performances en valeur absolue. Aux périodes 6 et 7, le biais moyen sur la moyenne des impulsions est de l'ordre de 11 %.

### 5.2.3 Génération des séries de débits journaliers

En suivant la procédure décrite à la figure 3.2, nous avons simulé 450 séries synthétiques comprenant 31 années chacune. À la fin de la simulation de chaque série, celle-ci comporte 32 années. La première année est simulée en adoptant pour la décrue, la valeur  $k'=0.048$  de Rochette (1974) et la loi de décroissance exponentielle des débits, jusqu'à ce qu'il se produise une crue dont le débit de pointe permettra de sélectionner une courbe  $b_t$ . En définitive, chaque série synthétique comportera uniquement les 31 dernières années. Signalons que ce sont les débits journaliers qui ont été simulés. Cependant, les débits mensuels et annuels issus des débits journaliers seront qualifiés de séries simulées par agrégation pour les distinguer de leurs équivalents historiques. Nous présentons dans les tableaux 5.31 à 5.36, les statistiques des débits journaliers, les statistiques mensuelles de ces débits et celles des débits annuels simulés par agrégation ainsi qu'une évaluation de la performance de la simulation. Ces statistiques comprennent, en général, la moyenne, la variance, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie. Pour les séries de débits journaliers, il y a aussi le coefficient de variation et les débits caractéristiques de crue et d'étiage.

**Tableau 5.31** Statistiques des séries de débits journaliers simulés.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Q}$ (m <sup>3</sup> /s)	691.6	676.0	58.9	-15.5	-2.2	60.8
$s_Q^2$	1 450 084	1 531 561	436 018	81 477	5.6	443 089
$r_1(Q)$	0.996	0.997	$5.0 \times 10^{-4}$	$4.0 \times 10^{-4}$	$4.0 \times 10^{-2}$	$6.4 \times 10^{-4}$
Asymétrie	2.60	3.15	0.62	0.55	21.3	0.83
Coefficient de variation	1.74	1.81	0.12	0.07	3.8	0.14
Débit caractéristique d'étiage (m <sup>3</sup> /s)	4.1	2.7	0.5	-1.3	-32.6	1.4
Débit caractéristique de crue (m <sup>3</sup> /s)	3 713.5	3 482.0	351.2	-231.5	-6.2	420.3

**Tableau 5.32** Moyennes mensuelles des séries de débits journaliers simulés.

<b>Séries de débits journaliers simulés (450 × 11323 données)</b>						
<b>Mois</b>	<b>Historique</b>	<b>Simulé</b>	<b>EcT</b>	<b>Biais</b>	<b>Biais (%)</b>	<b>REQM</b>
<b>Mai</b>	6.5	6.4	1.2	-0.1	-1.3	1.2
<b>Juin</b>	79.1	98.3	18.9	19.2	24.3	26.9
<b>Juillet</b>	551.8	709.0	78.2	157.2	28.5	175.5
<b>Août</b>	2138.0	2262.9	214.2	125.0	5.8	247.8
<b>Septembre</b>	3083.4	2607.1	304.5	-476.3	-15.4	565.1
<b>Octobre</b>	1447.3	1484.9	196.1	37.6	2.6	199.5
<b>Novembre</b>	516.6	537.7	63.2	21.1	4.1	66.6
<b>Décembre</b>	219.6	205.2	17.9	-14.3	-6.5	22.9
<b>Janvier</b>	118.6	92.7	8.1	-25.9	-21.8	27.1
<b>Février</b>	65.8	42.3	4.3	-23.4	-35.6	23.8
<b>Mars</b>	33.2	18.8	2.2	-14.3	-43.2	14.5
<b>Avril</b>	13.9	8.6	1.2	-5.3	-38.3	5.4

**Tableau 5.33** Variances mensuelles des séries de débits journaliers simulés.

<b>Séries de débits journaliers simulés (450 × 11323 données)</b>						
<b>Mois</b>	<b>Historique</b>	<b>Simulé</b>	<b>EcT</b>	<b>Biais</b>	<b>Biais (%)</b>	<b>REQM</b>
<b>Mai</b>	62	84	87	23	36.7	90
<b>Juin</b>	14 684	20 277	18 367	5 593	38.1	19 180
<b>Juillet</b>	148 968	366 690	90 444	217 722	146.2	235 722
<b>Août</b>	1 650 968	2 414 455	1 046 602	763 487	46.2	1 294 548
<b>Septembre</b>	2 698 567	3 294 930	1 626 776	596 363	22.1	1 730 945
<b>Octobre</b>	1 006 774	1 537 336	863 947	530 562	52.7	1 013 036
<b>Novembre</b>	97 189	183 022	126 307	85 833	88.3	152 596
<b>Décembre</b>	13 171	14 379	6 906	1 208	9.2	7 003
<b>Janvier</b>	4 627	2 548	834	-2 079	-44.9	2 239
<b>Février</b>	1 894	661	202	-1 233	-65.1	1 250
<b>Mars</b>	729	172	57	-557	-76.4	560
<b>Avril</b>	173	43	13	-130	-75.3	131

**Tableau 5.34** Coefficients d'autocorrélation mensuels d'ordre 1 des séries de débits journaliers simulés.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11323 données)						
Mois	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
<b>Mai</b>	0.910	0.903	0.011	-0.007	-0.7	0.013
<b>Juin</b>	0.838	0.898	0.012	0.061	7.2	0.062
<b>Juillet</b>	0.894	0.902	0.010	0.008	0.9	0.013
<b>Août</b>	0.904	0.907	0.009	0.004	0.4	0.010
<b>Septembre</b>	0.902	0.904	0.008	0.002	0.2	0.009
<b>Octobre</b>	0.903	0.905	0.005	0.002	0.3	0.006
<b>Novembre</b>	0.896	0.895	0.003	-0.001	-0.1	0.004
<b>Décembre</b>	0.898	0.898	0.003	0.000	0.0	0.003
<b>Janvier</b>	0.903	0.900	0.001	-0.004	-0.4	0.004
<b>Février</b>	0.889	0.891	0.001	0.003	0.3	0.003
<b>Mars</b>	0.907	0.899	0.001	-0.007	-0.8	0.008
<b>Avril</b>	0.899	0.894	0.002	-0.004	-0.5	0.005

**Tableau 5.35** Coefficients d'asymétrie mensuels des séries de débits journaliers simulés.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11323 données)						
Mois	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
<b>Mai</b>	0.62	0.49	1.12	-0.13	-21.1	1.13
<b>Juin</b>	2.42	0.72	1.03	-1.70	-70.1	1.98
<b>Juillet</b>	0.74	0.08	1.24	-0.67	-89.4	1.40
<b>Août</b>	0.42	0.24	0.81	-0.19	-44.0	0.83
<b>Septembre</b>	0.28	0.46	0.68	0.18	65.4	0.71
<b>Octobre</b>	0.51	0.53	0.43	0.02	4.0	0.43
<b>Novembre</b>	0.49	0.53	0.22	0.04	9.0	0.23
<b>Décembre</b>	0.49	0.42	0.23	-0.06	-12.7	0.24
<b>Janvier</b>	0.24	0.32	0.23	0.07	29.6	0.24
<b>Février</b>	$5.5 \times 10^{-4}$	0.32	0.19	0.32	58 147.3	0.37
<b>Mars</b>	0.33	0.43	0.17	0.10	30.1	0.20
<b>Avril</b>	0.29	0.37	0.27	0.08	29.4	0.29



**Tableau 5.36** Statistiques des séries de débits annuels simulés par agrégation.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Q}$ (m <sup>3</sup> /s)	691.6	676.0	58.9	-15.6	-2.2	60.8
$s_Q^2$	85 637	102 934	57 924	17 297	20.2	60 390
$r_1(Q)$	0.693	-0.006	0.178	-0.699	-100.8	0.721
Asymétrie	-0.08	1.95	1.19	2.03	-2 472.8	2.36

#### 5.2.4 Discussions sur la performance du modèle

Suite à la génération des séries synthétiques, nous procédons, dans ce qui suit, à une interprétation des résultats pour juger de la performance de notre modèle en ce qui concerne les débits journaliers, mensuels et annuels.

##### 5.2.4.1 Statistiques des débits journaliers simulés

En termes de biais, on constate que la moyenne, le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 et le coefficient de variation sont très bien préservés. Pour la variance et le débit caractéristique de crue, les valeurs simulées sont bonnes et voisines des valeurs historiques. Par contre, l'asymétrie a tendance à être surestimée alors que le contraire se produit pour le débit caractéristique d'étiage.

##### 5.2.4.2 Statistiques mensuelles des débits journaliers simulés

Les moyennes mensuelles sont bien préservées en mai, août, octobre, novembre et décembre. En juin et juillet, la moyenne est largement surestimée alors que c'est le contraire en septembre. À partir de janvier et jusqu'en avril, le modèle sous-estime la moyenne mensuelle. Cela explique le résultat constaté précédemment pour le débit caractéristique d'étiage. De façon générale, les variances mensuelles sont mal préservées.

On observe aussi la même tendance à sous-estimer la variance mensuelle à partir de janvier. Mis à part les mois d'octobre et de novembre, le coefficient d'asymétrie mensuel n'est pas bien reproduit et en février, celui-ci est très largement surestimé.

Si les résultats pour la moyenne, la variance et le coefficient d'asymétrie mensuels sont mitigés, le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 mensuel est très bien préservé sauf en juin où il y a un léger décrochage.

#### **5.2.4.3 Statistiques des débits annuels**

Le tableau 5.36 nous révèle que la variance et surtout la moyenne des débits annuels sont bien préservées. Par contre, le modèle ne reproduit pas l'autocorrélation d'ordre 1 des débits annuels historiques et l'asymétrie est très largement surestimée.

#### **5.2.5 Raffinement des périodes de juin à septembre**

Au paragraphe 5.2.4, nous avons discuté des résultats obtenus après la simulation des séries de débits synthétiques basée sur une partition de l'année en huit périodes dont la description figure au tableau 5.4. Nous proposons ici une nouvelle partition de l'année qui touchera principalement les mois de juin à septembre (périodes 2 à 5). En effet, cette nouvelle partition est faite dans le but d'améliorer les statistiques mensuelles des séries de débits journaliers et par la même occasion, une amélioration des statistiques des débits journaliers peut en découler. Nous avons procédé à plusieurs essais de partition à partir desquels le découpage final qui figure au tableau 5.37 a été choisi. Pour le mois de juin, nous avons considéré deux périodes en prenant en compte le temps moyen d'arrivée de la crue comme charnière. Pour les mois de juillet à septembre, nous avons débuté avec des quinzaines pour finalement adopter des décades. Pour chacune des nouvelles périodes déterminées, nous simulons les impulsions et procédons ensuite à la génération d'une deuxième vague de 450 séries de débits synthétiques. Les résultats issus de la simulation des impulsions pour les périodes 2A à 5C figurent en annexe et sont présentés aux

tableaux A.1 à A.33. Comme précédemment, il y a trois tableaux pour chaque période. Les tableaux A.34 et A.35 montrent les paramètres des modèles LAR(1) et GAR(1) pour les processus continus  $\{Z_t^*\}$  et  $\{Z_t\}$ .

Tableau 5.37 Nouvelles périodes de simulation des impulsions.

Périodes	Références au calendrier	Durées (jours)
1	mai	31
2A	1 <sup>er</sup> au 14 juin	14
2B	15 au 30 juin	16
3A	1 <sup>er</sup> au 10 juillet	10
3B	11 au 20 juillet	10
3C	21 au 31 juillet	11
4A	1 <sup>er</sup> au 10 août	10
4B	11 au 20 août	10
4C	21 au 31 août	11
5A	1 <sup>er</sup> au 11 septembre	11
5B	12 au 22 septembre	11
5C	23 septembre au 4 octobre	12
6	5 octobre au 4 novembre	31
7	5 au 30 novembre	26
8	décembre	31

## 5.2.6 Commentaires sur les résultats de la simulation des impulsions pour les nouvelles périodes issues du raffinement

### 5.2.6.1 Modèle pour le processus binaire $X_t$

Ici aussi, le modèle DAR(1) a été utilisé pour toutes les périodes. Les biais en valeur relative sur la moyenne, la variance et le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 révèlent une bonne préservation de ces statistiques. Le paramètre  $\gamma$  est sous-estimé de façon

générale alors que  $\delta$  est bien reproduit par le modèle. Sauf pour les périodes 2A et 2B, on note certaines améliorations au niveau des statistiques de  $L_0$  et  $L_1$ .

#### **5.2.6.2 Modèle pour le processus continu $Z_t$**

Les conditions d'application du modèle MA(1) n'ont jamais été respectées. Le modèle GAR(1) a également toujours de meilleures performances au niveau de la REQM. Pour le biais, le modèle GAR(1) est généralement supérieur au modèle LAR(1). Les performances en terme de biais sont excellentes pour les deux modèles. Cependant, on constate une sous-estimation, beaucoup plus importante, du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. Il est possible que ce soit un effet de taille puisque la durée des périodes est plus courte.

#### **5.2.6.3 Modèle pour le processus intermittent $Y_t$**

On arrive au même constat que précédemment. Les performances au niveau de la REQM sont meilleures lorsque le processus continu  $Z$  a été modélisé par un GAR(1). Les performances en terme de biais sont moins bonnes pour le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 ce qui était prévisible puisque le même phénomène a été remarqué pour le processus continu.

### **5.2.7 Nouvelle génération de séries de débits journaliers**

Avec les impulsions simulées pour les périodes 2A à 5C et celles précédemment simulées pour les périodes 1 ainsi que celles de 6 à 8, donc pour 15 périodes, nous avons généré 450 nouvelles séries synthétiques comprenant 31 années chacune. Nous les désignons communément sous le vocable de deuxième vague de simulation. Les statistiques des débits journaliers, les statistiques mensuelles de ces débits et celles des débits mensuels et annuels simulés par agrégation sont présentées dans les tableaux 5.38 à 5.44.

**Tableau 5.38** Statistiques des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Q}$ (m <sup>3</sup> /s)	691.6	695.0	48.2	3.4	0.49	48.3
$s_Q^2$	1 450 084	1 589 210	298 241	139 126	9.59	328 795
$r_1(Q)$	0.996	0.997	$3.7 \times 10^{-4}$	$5.0 \times 10^{-4}$	0.05	$6.2 \times 10^{-4}$
Asymétrie	2.60	2.81	0.32	0.21	8.21	0.38
Coefficient de variation	1.74	1.80	0.07	0.06	3.59	0.09
Débit caractéristique d'étiage (m <sup>3</sup> /s)	4.1	2.6	0.5	-1.5	-36.59	1.6
Débit caractéristique de crue (m <sup>3</sup> /s)	3 713.5	3 765.1	295.1	51.6	1.39	299.2

**Tableau 5.39** Moyennes mensuelles des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Mois	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
Mai	6.5	6.2	1.2	-0.2	-3.3	1.2
Juin	79.1	82.2	14.8	3.1	3.9	15.1
Juillet	551.8	619.1	57.8	67.3	12.2	88.7
Août	2 138.0	2 317.0	163.9	179.0	8.4	242.6
Septembre	3 083.4	3 100.5	277.9	17.1	0.6	278.1
Octobre	1 447.3	1 332.1	152.9	-115.2	-8.0	191.3
Novembre	516.6	501.5	57.4	-15.1	-2.9	59.3
Décembre	219.6	196.0	16.8	-23.5	-10.7	28.9
Janvier	118.6	89.5	7.8	-29.0	-24.5	30.0
Février	65.8	40.9	4.1	-24.8	-37.8	25.2
Mars	33.2	18.2	2.1	-14.9	-45.0	15.1
Avril	13.9	8.3	1.1	-5.6	-40.3	5.7

**Tableau 5.40** Variances mensuelles des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Mois	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
<b>Mai</b>	62	82	87	20	32.8	89
<b>Juin</b>	14 684	16 877	11 118	2 192	14.9	11 320
<b>Juillet</b>	148 968	279 818	58 582	130 849	87.8	143 338
<b>Août</b>	1 650 968	1 715 329	482 209	64 361	3.9	485 954
<b>Septembre</b>	2 698 567	3 263 537	999 469	564 970	20.9	1 147 131
<b>Octobre</b>	1 006 774	980 705	502 951	-26 070	-2.6	503 068
<b>Novembre</b>	97 189	137 043	109 887	39 854	41.0	116 776
<b>Décembre</b>	13 171	11 422	5 601	-1 748	-13.3	5 862
<b>Janvier</b>	4 627	2 183	713	-2 444	-52.8	2 545
<b>Février</b>	1 894	593	182	-1 302	-68.7	1 314
<b>Mars</b>	729	157	52	-572	-78.5	574
<b>Avril</b>	173	39	12	-133	-77.1	134

**Tableau 5.41** Coefficients d'autocorrélation mensuels d'ordre 1 des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Mois	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
<b>Mai</b>	0.910	0.903	0.011	-0.007	-0.8	0.013
<b>Juin</b>	0.838	0.890	0.016	0.052	6.2	0.055
<b>Juillet</b>	0.894	0.901	0.010	0.007	0.8	0.012
<b>Août</b>	0.904	0.904	0.009	0.001	0.1	0.009
<b>Septembre</b>	0.902	0.904	0.007	0.002	0.2	0.007
<b>Octobre</b>	0.903	0.899	0.005	-0.004	-0.4	0.006
<b>Novembre</b>	0.896	0.895	0.003	-0.001	-0.1	0.004
<b>Décembre</b>	0.898	0.898	0.003	0.000	0.0	0.003
<b>Janvier</b>	0.903	0.900	0.001	-0.004	-0.4	0.004
<b>Février</b>	0.889	0.891	0.001	0.003	0.3	0.003
<b>Mars</b>	0.907	0.899	0.001	-0.008	-0.8	0.008
<b>Avril</b>	0.899	0.894	0.002	-0.005	-0.5	0.005

**Tableau 5.42** Coefficients d'asymétrie mensuels des séries de débits journaliers simulés de la deuxième vague.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Mois	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
<b>Mai</b>	0.62	0.46	0.92	-0.15	-24.9	0.93
<b>Juin</b>	2.42	1.13	1.23	-1.28	-53.1	1.78
<b>Juillet</b>	0.74	0.62	1.16	-0.12	-16.3	1.17
<b>Août</b>	0.42	0.18	0.86	-0.25	-58.0	0.90
<b>Septembre</b>	0.28	0.06	0.59	-0.22	-79.8	0.63
<b>Octobre</b>	0.51	0.58	0.42	0.07	13.7	0.43
<b>Novembre</b>	0.49	0.53	0.23	0.05	9.7	0.24
<b>Décembre</b>	0.49	0.42	0.24	-0.06	-12.4	0.24
<b>Janvier</b>	0.24	0.32	0.18	0.08	31.4	0.20
<b>Février</b>	$5.5 \times 10^{-4}$	0.33	0.15	0.33	60 297.0	0.37
<b>Mars</b>	0.33	0.41	0.17	0.08	25.7	0.19
<b>Avril</b>	0.29	0.37	0.26	0.08	26.9	0.27

**Tableau 5.43** Statistiques des séries de débits mensuels de la deuxième vague.

Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Q}$ (m <sup>3</sup> /s)	689.5	692.6	48.2	3.2	0.5	48.2
$s_Q^2$	1 243 305	1 362 792	253 974	119 487	9.6	280 422
$r_1(Q)$	0.641	0.636	0.019	-0.005	-0.7	0.019
Asymétrie	2.35	2.70	0.37	0.35	15.0	0.51

**Tableau 5.44** Statistiques des séries de débits annuels de la deuxième vague.

<b>Séries de débits journaliers simulés (450 × 11 323 données)</b>						
<b>Statistiques</b>	<b>Historique</b>	<b>Simulé</b>	<b>EcT</b>	<b>Biais</b>	<b>Biais (%)</b>	<b>REQM</b>
<b>Q (m<sup>3</sup>/s)</b>	691.6	695.0	48.2	3.4	0.5	48.3
<b>s<sub>Q</sub><sup>2</sup></b>	85 637	77 175	30 956	-8 462	-9.9	32 058
<b>r<sub>1</sub>(Q)</b>	0.693	-0.004	0.192	-0.697	-100.6	0.723
<b>Asymétrie</b>	-0.08	1.47	0.88	1.55	-1 888.3	1.79

### 5.2.8 Discussions finales sur la performance du modèle

Dans cette section, nous commentons les résultats issus de la deuxième vague de simulation des débits journaliers. Pour mieux visualiser les performances du modèle, certains graphiques pertinents sont présentés.

#### 5.2.8.1 Statistiques des débits journaliers simulés de la deuxième vague

Mis à part le débit caractéristique d'étiage, on a une nette amélioration en ce qui concerne le biais en valeur relative et le REQM. Si le biais en pourcentage de la variance est plus élevé (5.6 % à 9.6 %), l'écart type (Ect) de la variance des séries simulées a diminué de 30 %.

#### 5.2.8.2 Statistiques mensuelles des débits journaliers simulés de la deuxième vague

Pour la moyenne, il y a une nette amélioration en termes de biais et de REQM. Seuls les mois de juillet et de décembre ont une valeur absolue du biais supérieure à 10 % (12.2 % et 10.7 % respectivement). On constate toujours une sous-estimation de la moyenne mensuelle à partir de janvier. La figure 5.7 compare les moyennes mensuelles historiques et simulées. Les figures 5.8 et 5.9 indiquent que la variabilité des moyennes mensuelles simulées est presque identique à celle des moyennes mensuelles historiques si on ne tient pas compte des valeurs aberrantes produites chaque mois.



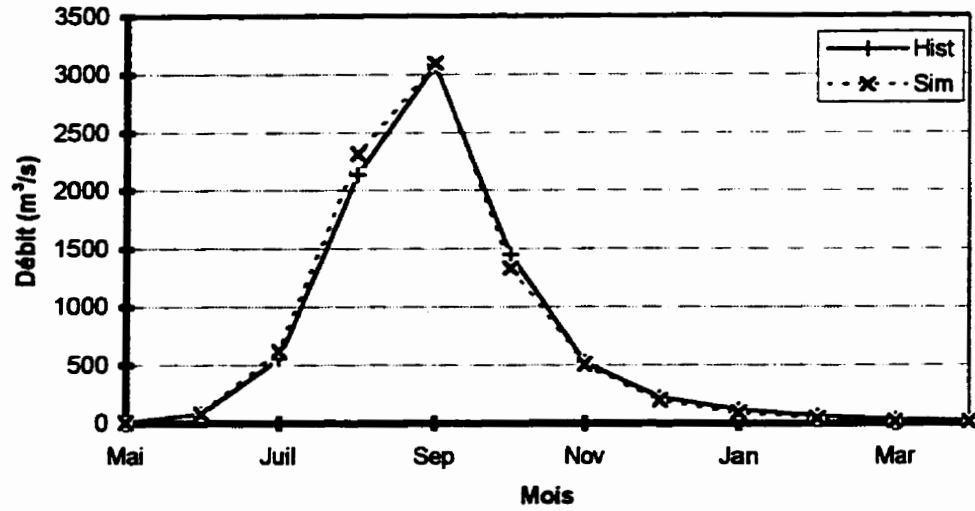


Figure 5.7 Comparaison des moyennes mensuelles historiques et simulées à la station de Bakel.

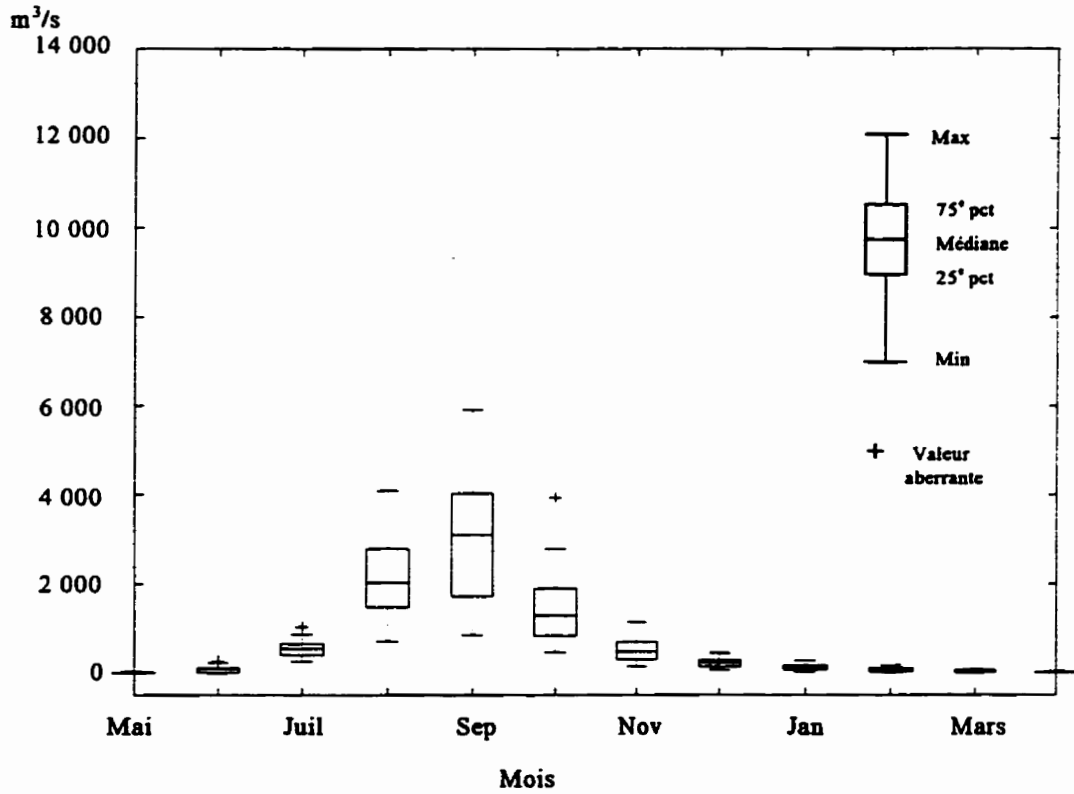
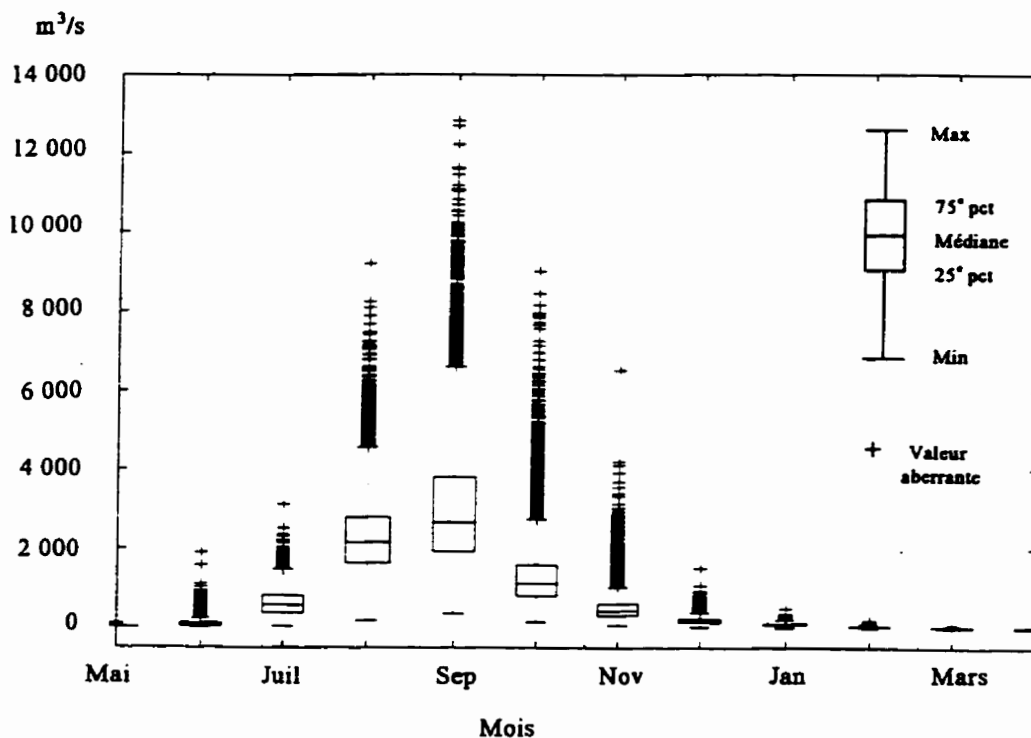


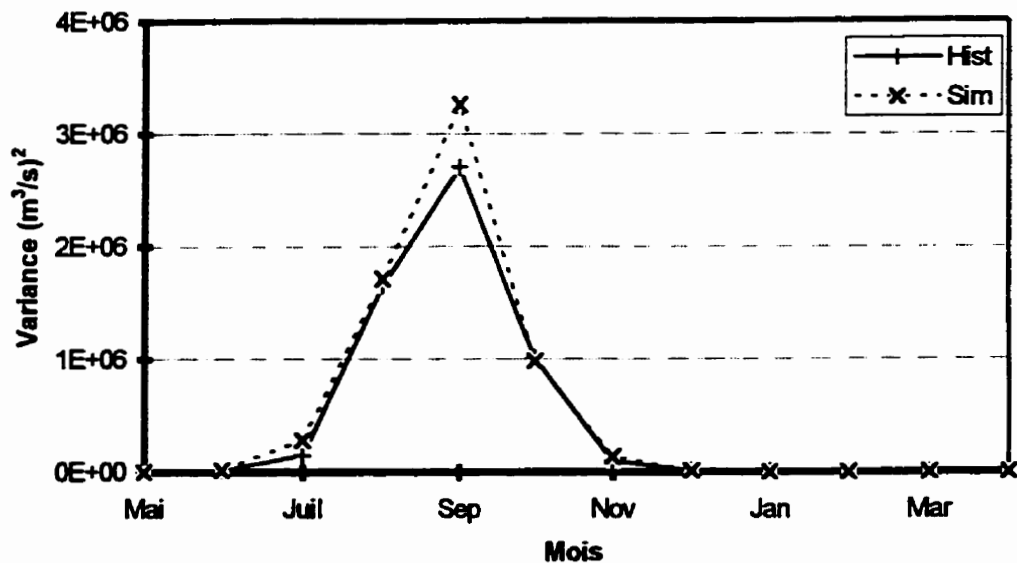
Figure 5.8 Box-plot des moyennes mensuelles historiques à la station de Bakel.



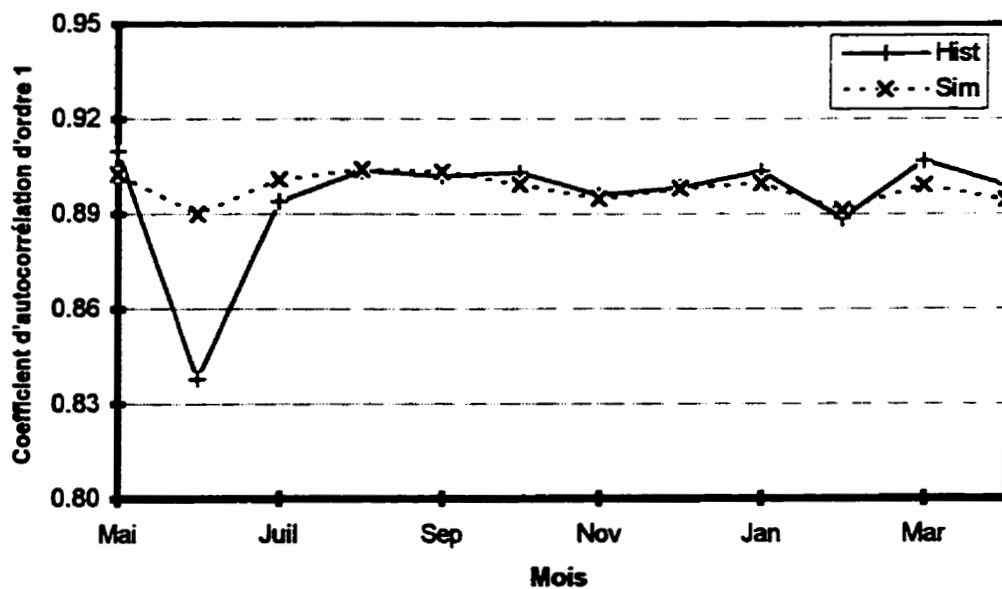
**Figure 5.9** Box-plot des moyennes mensuelles simulées à la station de Bakel.

En ce qui concerne la variance mensuelle, il y a une nette amélioration en termes de biais et de REQM. Le modèle a tendance à surestimer la variance de mai à décembre. À partir de janvier, c'est le contraire qui se produit (figure 5.10).

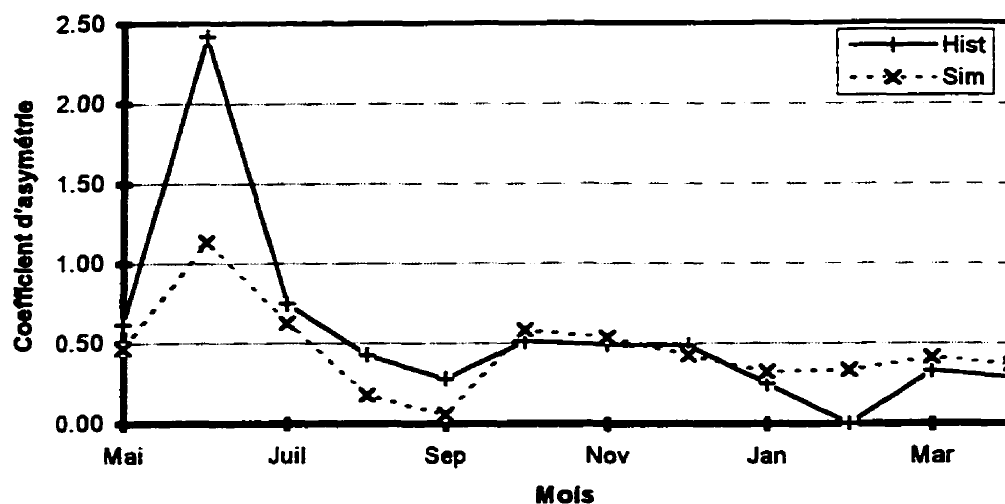
Le coefficient d'autocorrélation mensuel d'ordre 1 est stable et bien reproduit sauf en juin où il est légèrement supérieur au coefficient historique (figure 5.11). Le profil de l'asymétrie mensuel est bien reproduit avec, cependant, des décrochages au niveau des extremums de juin et février. L'asymétrie mensuelle est bien préservée d'octobre à janvier, mais elle est sous-estimée de mai à septembre et surestimée de février à avril (figure 5.12).



**Figure 5.10** Comparaison des variances mensuelles historiques et simulées à la station de Bakel.



**Figure 5.11** Comparaison des coefficients d'autocorrélation mensuels d'ordre 1 historiques et simulés à la station de Bakel.



**Figure 5.12** Comparaison des coefficients d'asymétrie mensuels historiques et simulés à la station de Bakel.

### 5.2.8.3 Statistiques des débits mensuels de la deuxième vague

Les statistiques des débits mensuels sont bien reproduites pour la moyenne, la variance et le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. Malgré un biais en pourcentage de 15 %, le coefficient d'asymétrie est assez bien préservé.

### 5.2.8.4 Statistiques des débits annuels de la deuxième vague

On constate une nette amélioration en termes de biais et de REQM au niveau de la moyenne et de la variance. Toutefois, le profil des débits annuels n'est pas bien reproduit généralement en raison du coefficient de corrélation d'ordre 1 moyen qui est presque nul. L'asymétrie est toujours largement positive mais sa valeur est moindre que précédemment. La mauvaise préservation de ces deux statistiques est due principalement à la simulation de débits annuels supérieurs à 1 400 m<sup>3</sup>/s (en général, au nombre de 1 à 3).

### 5.2.8.5 Statistiques des débits maximums annuels de la deuxième vague

Nous avons déterminé au tableau 5.45, le moment de l'année où se produit le débit maximum pour les 450 séries simulées. Le modèle génère les débits de pointe à des

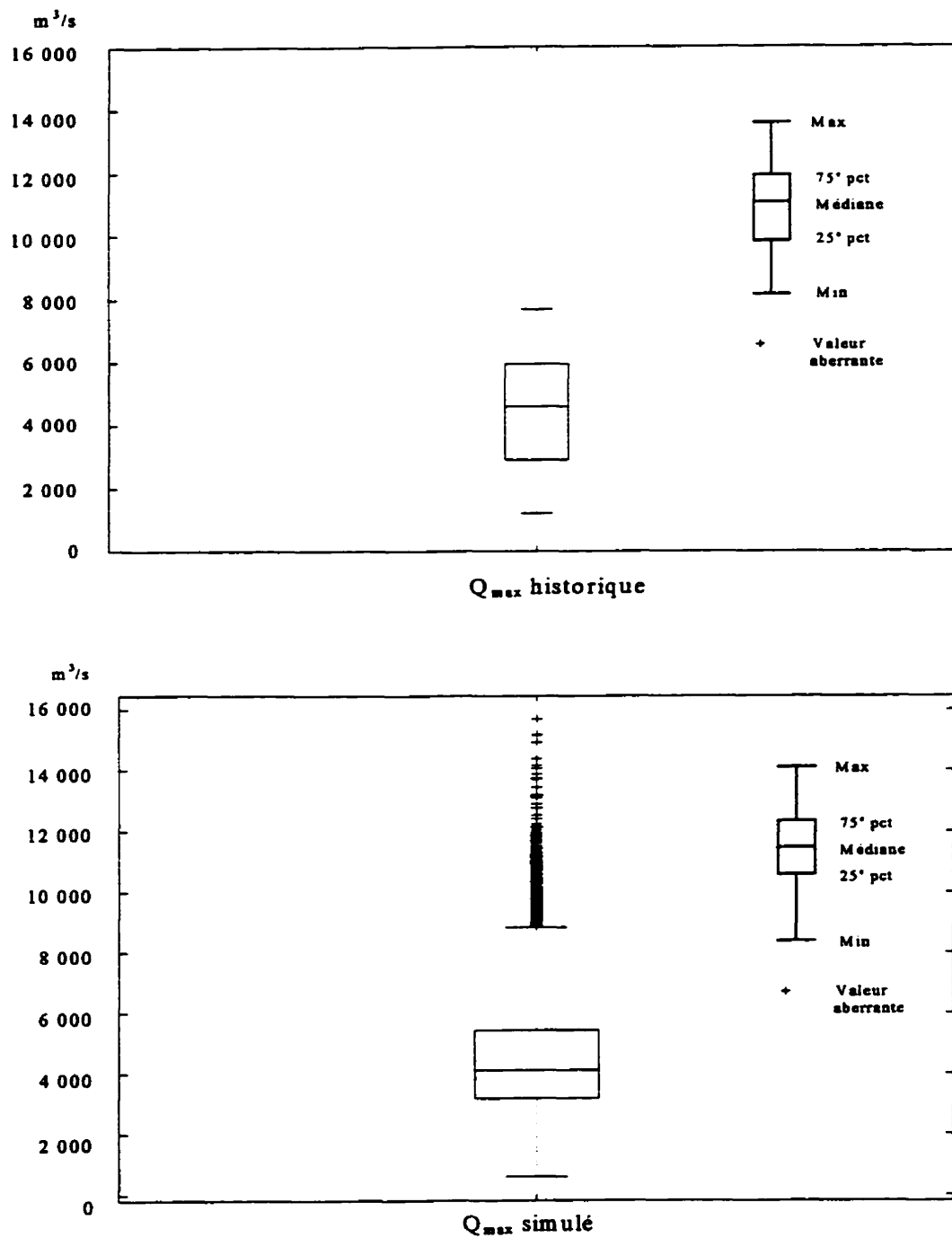
moments qui sont, généralement, en conformité avec les données historiques présentées au tableau 4.7. La crue maximale annuelle arrive un peu moins de 2 fois sur 3 en septembre et toujours majoritairement durant la première quinzaine (près de une fois sur deux). Le débit maximum simulé se produit beaucoup plus en août que le débit maximum observé. En effet, historiquement, la fréquence moyenne d'apparition est de une fois sur quatre contre à peu près une fois sur 3 par simulation. En octobre, la fréquence d'apparition de la crue maximale simulée est plus faible que celle observée. Cela est dû au biais relativement plus important (sous-estimation) concernant la moyenne des impulsions simulées en octobre. En fait, ce biais au niveau des impulsions provient du biais introduit au niveau de la moyenne du processus binaire.

**Tableau 5.45** Statistiques sur les périodes où se produit le débit maximum simulé.

Mois	Quinzaine	Nombre	Pourcentage (%)		
			Individuel	Total (Sim.)	Total (Hist.)
Juillet	1 <sup>ère</sup>	0	0	0.5	0
	2 <sup>ème</sup>	66	0.5		
Août	1 <sup>ère</sup>	1 013	7.3	35.2	25.8
	2 <sup>ème</sup>	3 896	27.9		
Septembre	1 <sup>ère</sup>	6 545	46.9	61.8	67.8
	2 <sup>ème</sup>	2 083	14.9		
Octobre	1 <sup>ère</sup>	219	1.6	2.3	6.4
	2 <sup>ème</sup>	98	0.7		
Novembre	1 <sup>ère</sup>	30	0.2	0.2	0
	2 <sup>ème</sup>	0	0		

En ce qui concerne l'intensité du débit maximum simulé, on constate à la lumière de la figure 5.13, que la variabilité des crues maximales simulées est presque identique à celle

des crues maximales historiques si on exclut les valeurs jugées aberrantes. La proportion des débits maximums simulés supérieurs à 8 000 m<sup>3</sup>/s est de 5.3 % (733 sur 13 950 cas).



**Figure 5.13** Box-plot des débits maximums annuels historiques et simulés.

### 5.2.8.6 Événements secs de la deuxième vague

Comme nous l'avons fait au chapitre 4, nous avons déterminé les statistiques des événements secs pour les 450 séries de débits journaliers synthétiques. Le tableau 5.46 permet de comparer les statistiques historiques et simulées de ces événements pour les seuils de 75 m<sup>3</sup>/s, 50 m<sup>3</sup>/s et 25 m<sup>3</sup>/s.

**Tableau 5.46** Comparaison des statistiques des événements secs historiques et simulés.

Seuils	Statistiques	Durée (jours)		Volume (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	
		Historique	Simulée	Historique	Simulé
75 m <sup>3</sup> /s	Moyenne	137.8	151.7	643.80	717.57
	Écart type	34.4	25.8	240.76	163.83
50 m <sup>3</sup> /s	Moyenne	117.8	133.1	367.02	404.85
	Écart type	36.8	26.5	164.19	113.64
25 m <sup>3</sup> /s	Moyenne	96.4	102.2	142.37	142.15
	Écart type	39.5	28.8	77.96	60.11

Les statistiques au seuil de 25 m<sup>3</sup>/s sont excellentes par contre, pour les seuils de 75 m<sup>3</sup>/s et 50 m<sup>3</sup>/s, la moyenne des durées et des volumes est surestimée en moyenne de 11 %. Ce résultat était attendu en raison de la sous-estimation des débits mensuels à partir de janvier que nous avons constatée lors de l'examen des débits mensuels simulés. On note également que l'écart type des durées simulées est stable comme celui des durées historiques. Nous donnons ci-dessous la relation entre le volume déficitaire V et la durée D pour les seuils de 75 m<sup>3</sup>/s, 50 m<sup>3</sup>/s et 25 m<sup>3</sup>/s respectivement ainsi que le coefficient de détermination R<sup>2</sup>:

$$V = 5.979D - 189.424 \quad (R^2 = 0.884) \quad (5.6)$$

$$V = 4.036D - 132.294 \quad (R^2 = 0.888) \quad (5.7)$$

$$V = 1.976D - 59.799 \quad (R^2 = 0.896) \quad (5.8)$$

où  $V$  : volume déficitaire d'un événement sec pour un seuil donné en millions de  $m^3$ ,  
 $D$  : durée en jours de l'événement sec.

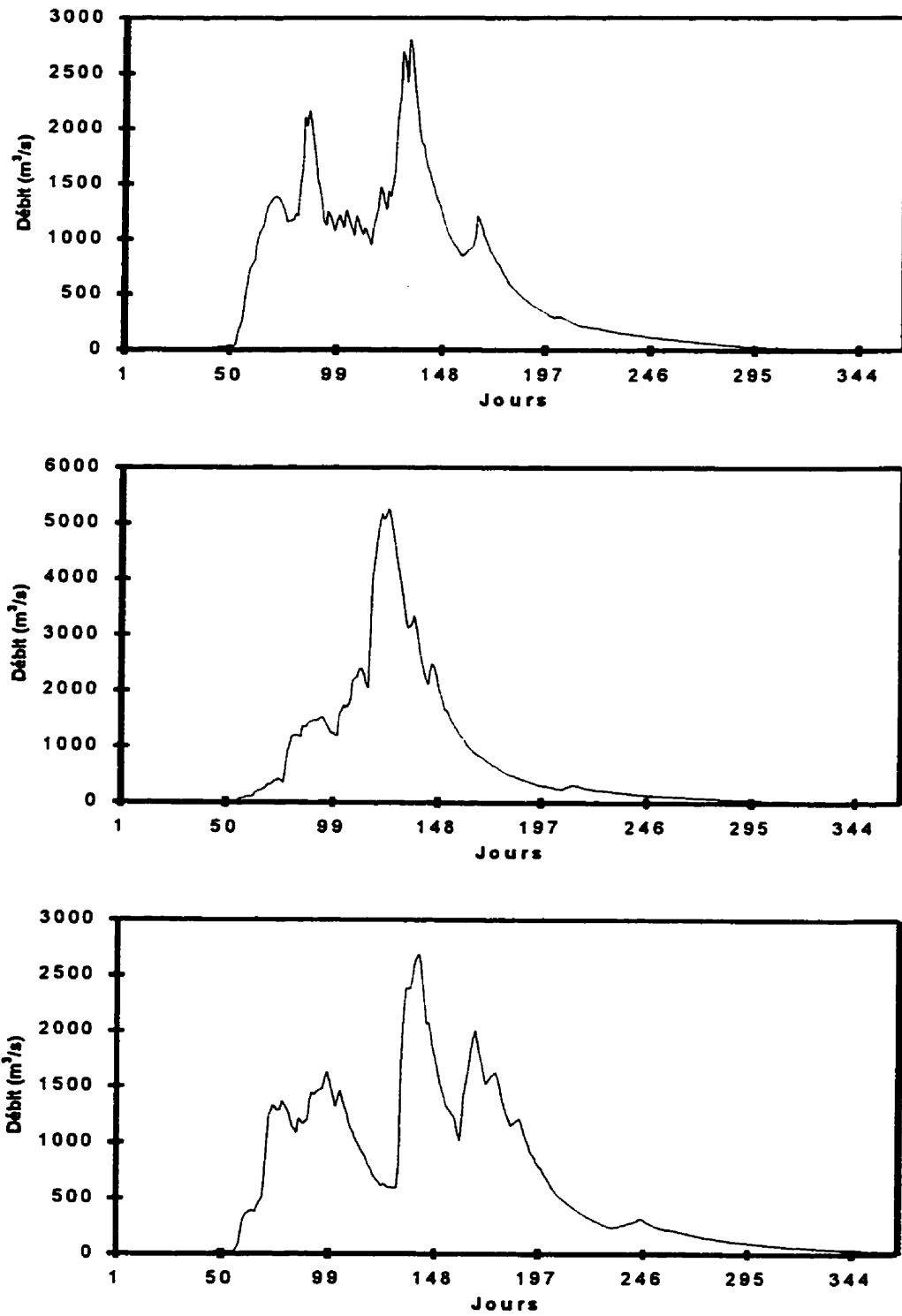
#### 5.2.8.7 Reproduction de la forme de l'hydrogramme annuel

Notre modèle simule bien le profil de l'hydrogramme annuel. Nous l'avons illustré à la figure 5.14 qui montre que les singularités dans la forme de l'hydrogramme, évoquées au chapitre 4 (figure 4.3), sont bien reproduites.

### 5.3 Conclusions

L'application du modèle que nous avons mis au point, à la simulation des débits journaliers à la station de Bakel, a donné dans l'ensemble des résultats très satisfaisants. Le modèle reproduit correctement l'allure de l'hydrogramme journalier à Bakel. Mis à part le débit caractéristique d'étiage, les statistiques des débits journaliers sont bien préservées. La sous-estimation, en moyenne, du débit caractéristique d'étiage est due au fait que les débits mensuels simulés par agrégation sont inférieurs à leurs équivalents historiques à partir de janvier. Cependant, de mai à décembre, les débits mensuels simulés par agrégation sont bien reproduits avec une légère détérioration en décembre. Les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 mensuels simulés suivent bien le profil historique de ces coefficients avec un décrochage en juin.





**Figure 5.14** Hydrogrammes annuels simulés.

La partition que nous avons utilisée étant fixe et le début de la montée brutale des eaux en juin étant variable, le modèle a des difficultés à reproduire convenablement le fonctionnement hydrologique durant ce mois. Pour cette période de l'année, le même problème survient au niveau du coefficient d'asymétrie. Même si le profil de ce dernier est relativement bien respecté, on distingue aussi un décrochage en février. En ce qui concerne la variance mensuelle, les résultats sont jugés satisfaisants même si les biais en valeur relative sont relativement élevés.

Les débits mensuels sont bien préservés pour la moyenne, la variance et les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie. Pour chaque mois de l'année, la variabilité des débits mensuels est en conformité avec la variabilité historique si les valeurs de débits mensuels jugées aberrantes ne sont pas considérées. La moyenne et la variance des débits annuels sont bien reproduites. La bonne préservation des débits mensuels et des débits annuels, à un degré moindre, est un fait important à signaler. Habituellement, les modèles de simulation préservent les statistiques journalières mais éprouvent des difficultés à reproduire les statistiques de niveau supérieur (mensuel et/ou annuel), d'où le recours aux modèles de désagrégation. Cependant, le modèle génère quelques débits annuels relativement élevés qui provoquent une hausse de l'asymétrie. Ceci est confirmé par le fait qu'une proportion de 5 % des crues maximales annuelles ont des débits supérieurs à 8 000 m<sup>3</sup>/s. Si on ne tient pas compte de ces derniers, la variabilité des débits maximums annuels est bien respectée. En outre, le moment où se produisent les crues maximales simulées est en adéquation avec les observations.

Enfin, les événements secs déterminés à partir des séries synthétiques ont des statistiques, bonnes dans l'ensemble et qui confirment la sous-estimation des débits mensuels simulés à partir de janvier. Par contre, cette influence s'estompe pour le seuil de 25 m<sup>3</sup>/s.

## **CHAPITRE 6**

### **CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE**

Nous avons, au cours de notre travail de recherche, mis au point une nouvelle méthodologie de modélisation des débits journaliers qui donne lieu à une procédure originale de simulation de ce genre de processus. Comparé au modèle de Kelman (1980), le nôtre est plus général et sa structure est plus flexible. La montée des eaux et la décrue sont gouvernées par des impulsions dont le processus est intermittent. L'intermittence est simulée par un modèle DAR(1) qui est un modèle de la famille DARMA (*Discrete AutoRegressive Moving Average*). Quant à l'intensité des impulsions, elle est générée suite à l'application d'un modèle de type ARMA (*AutoRegressive Moving Average*) ou d'un modèle GAR (*Gamma AutoRegressive*) qui est autorégressif et à distribution marginale gamma à deux paramètres.

Notre modèle, simple dans sa structure, s'applique à un quelconque bassin versant quel que soit son contexte climatique. La technique de modélisation des débits en phase de décrue tente d'approcher le mécanisme physique sous-jacent en considérant le bassin versant comme un réservoir. Nous avons considéré un coefficient de tarissement qui évolue en fonction du temps. De ce fait, notre modèle est innovateur puisque les modèles développés à ce jour ont toujours fait usage d'un ou de deux coefficients de tarissement constants. Nous avons défini un ensemble de courbes donnant le coefficient de tarissement en fonction du temps et en fonction également du débit de pointe atteint au début de la décrue. La flexibilité que nous avons introduite à ce niveau est difficilement prise en compte par la considération d'un ou de deux coefficients de tarissement

constants. Cependant, pour chaque bassin versant, il est nécessaire de déterminer les courbes donnant le coefficient de tarissement en fonction du temps pour considérer la spécificité du processus de décrue correspondant à chaque milieu physique.

Les résultats tirés de l'application de notre modèle révèlent des potentialités intéressantes. Le modèle DAR(1) a dans l'ensemble bien modélisé l'intermittence des impulsions. En ce qui concerne l'intensité des impulsions, le modèle GAR a généralement de meilleures performances que le modèle AR. Quant au modèle MA, les conditions de son application n'ont jamais été respectées. Ainsi, le modèle MA n'a pas pu être appliqué, donc les modèles AR et GAR ont été employés exclusivement. Rappelons que les modèles AR, MA et GAR sont tous d'ordre 1.

Les séries journalières synthétiques ont des statistiques journalières très intéressantes en ce qui concerne la moyenne, la variance, le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1, les coefficients de variation et d'asymétrie et le débit caractéristique de crue. En ce qui concerne les statistiques mensuelles, la moyenne est bonne de mai à décembre. Par contre, la variance est moins bien reproduite. Le coefficient d'autocorrélation mensuel d'ordre 1 est bien reproduit pour tous les mois sauf en juin. Il en est de même pour le coefficient d'asymétrie qui est assez bien reproduit même si le biais est important en juin et février. La moyenne et la variance pour les mois de janvier à avril sont beaucoup sous-estimées. Ce n'est pas en soi une faiblesse du modèle. En réalité, on en déduit que le fait de ne considérer que du tarissement pour ces mois est insuffisant pour représenter correctement les écoulements durant cette période. Certaines suggestions faites au niveau des perspectives de recherche envisagées pourraient permettre de mieux reproduire les statistiques mensuelles à partir du mois de janvier. Au niveau des statistiques d'agrégation (statistiques des débits mensuels et annuels), nous avons constaté les faits suivants:

- les statistiques des débits mensuels sont très bonnes. Il s'agit de la moyenne, de la variance et des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie.
- les statistiques annuelles révèlent des résultats fort intéressants en ce qui concerne la moyenne et la variance. Par contre, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 et d'asymétrie des débits annuels ne sont pas bien reproduits.
- Notre modèle, contrairement à d'autres modèles de débits journaliers, parvient à préserver les statistiques courantes des débits mensuels ainsi que la moyenne et la variance des débits annuels. De ce point de vue, c'est un atout important pour notre modèle. Il tente de reproduire, de façon très limitée, les propriétés des modèles de désagrégation mais dans le sens de l'agrégation.

Au-delà des statistiques journalières, mensuelles et des statistiques d'agrégation, notre modèle devait être en mesure de simuler les débits maximums annuels tant pour ce qui est de leurs amplitudes que de leurs temps d'arrivée. En ce qui concerne les crues maximales annuelles, le modèle les génère en adéquation avec les données historiques avec une faible proportion des pointes (environ 5 %) supérieures au maximum des crues maximales historiques. Les crues maximales issues des séries journalières synthétiques se produisent aussi généralement aux mêmes moments que leurs équivalents historiques.

Dans la zone sahélienne, l'étude de la période d'étiage est très importante, car elle dure environ huit à neuf mois. C'est pourquoi, nous avons déterminé les événements secs et analysé leurs caractéristiques principales qui sont le volume déficitaire et la durée. Malgré la sous-estimation des statistiques mensuelles de janvier à avril (moyenne et variance), les statistiques des événements secs sont très satisfaisantes. Enfin, nous avons constaté que notre modèle reproduit correctement l'allure de l'hydrogramme annuel à la station de Bakel.

Suite à ce travail de recherche exploratoire, les perspectives de recherche se situent à plusieurs niveaux. Nous avons proposé de modéliser le processus d'intermittence avec un modèle DAR(1) ou avec un processus de Bernoulli comme cas particulier de modèle. Tout en travaillant avec ce genre de modèles, on pourrait apporter des améliorations dans la façon de modéliser l'intermittence. Par exemple, en disposant de N années de données de débits journaliers, on pourrait réaliser, au besoin, une compartimentation des périodes pour laquelle chaque groupe de périodes verrait son processus d'intermittence être simulée avec un modèle particulier (DAR, Bernoulli ou déterministe). Cependant, il peut se poser, pour certains cas particuliers de compartimentation, un problème de stabilité au niveau de l'estimation des paramètres pour les modèles DAR ou Bernoulli. Nous proposons aussi comme alternative, de considérer d'autres modèles de la famille DARMA pour apporter plus de flexibilité lors de la modélisation de l'intermittence.

En ce qui concerne la modélisation de l'intensité des impulsions, nous proposons de considérer d'autres modèles de la famille des modèles ARMA ainsi que des modèles dont la distribution marginale est une distribution exponentielle.

Enfin, des améliorations peuvent être apportées à la méthode de détermination du coefficient de tarissement non constant pour mieux se rapprocher du mécanisme physique du tarissement.

## **BIBLIOGRAPHIE**

ALBERGEL, J, BADER, J.C., LAMAGAT, J.P. et SEGUIS, L. (1993). Crues et sécheresses sur un grand fleuve tropical de l'Ouest Africain: application à la gestion de la crue du fleuve Sénégal. *Sécheresse*, 4, 143-152.

BEARD, L.R. et KUBIK, H.E. (1972). Drought severity and water supply dependability. *Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE*, 98, 433-442.

BERNIER, J. (1964). La prévision statistique des bas débits. *IAHS Publications*, n° 63, 340-351.

BERNIER, J. (1967). *Sur la théorie du renouvellement et son application en hydrologie*. Rapport E.D.F. (Électricité de France) HYD 67, n° 10. 22 pages.

BERNIER, J. (1970). Inventaire des modèles de processus stochastiques applicables à la description des débits journaliers des rivières. *Revue de l'institut international de statistique*, 38, 49-61.

BERNIER, J. (1994). Statistical detection of changes in geophysical series. *Engineering Risk in Natural Resources Management with Special References to Hydrosystems under Changes of Physical or Climatic Environment*, 275, NATO ASI Series, Series E: Applied Sciences, L. Duckstein and E. Parent (eds.), 159-176.

BOBÉE, B. et ROBITAILLE, R. (1975). Correction of bias in the estimation of the coefficient of skewness. *Water Resources Research*, 11, 851-854.

BONACCI, O., (1993). Hydrological identification of drought. *Hydrological Processes*, 7, 249-262.

BORGMAN, L.E. (1963). Risk criteria. *Journal of the Waterways and Harbors Division*, ASCE, 89, 1-35.

BOX, G.E.P. et JENKINS, G.M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*. 2<sup>e</sup> édition, Holden-Day, San Francisco. 575 pages.

BRAS, R.L. et RODRÍGUEZ-ITURBE, I. (1993). *Random functions and hydrology*. Dover Publications, Inc., New York. 559 pages.

BUISSHAND, T.A. (1978). *The binary DARMA(1,1) process as a model for wet-dry sequences*. Tech. Note 78-01, Dep. of Mathematics, Agric. University of Wageningen, Wageningen, Netherlands.

BURGES, S.J. (1972). Some problems with log-normal markov runoff models. *Journal of the Hydraulics Division*, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 98, 1487-1496.

CHANG, T.J. (1987). Drought analysis in the Ohio river bassin. *Engineering Hydrology*, ASCE, Hydraulics Division, Éd. Arlen Feldman, 601-609.

CHANG, T.J. (1990). Effects of drought on streamflow characteristics. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 116, 332-341.

CHANG, T.J., DELLEUR, J.W. et KAVVAS, M.L. (1987). Application of discrete autoregressive moving average models for estimation of daily runoff. *Journal of Hydrology*, 91, 119-135.



CHANG, T.J., KAVVAS, M.L., et DELLEUR, J.W. (1984). Daily precipitation modeling by discrete autoregressive moving average processes. *Water Resources Research*, 20, 565-580.

CHEBAANE, M., SALAS, J.D. et BOES, D.C. (1992). *Modeling of monthly intermittent streamflow processes*. Water Resources Papers, n° 105, Colorado State University, Fort Collins, Colorado. 153 pages

CHEBAANE, M., SALAS, J.D. et BOES, D.C. (1995). Product periodic autoregressive processes for modeling intermittent monthly streamflows. *Water Resources Research*, 31, 1513-1518.

DELLEUR, J.W., CHANG, T.J. et KAVVAS, M.L. (1989). Simulation models of sequences of dry and wet days. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, 115, 344-357.

DRACUP, J.A., LEE, K.S. et E.G. PAULSON Jr. (1980a). On the statistical characteristics of drought events. *Water Resources Research*, 16, 289-296.

DRACUP, J.A., LEE, K.S. et E.G. PAULSON Jr. (1980b). On the definition of droughts. *Water Resources Research*, 16, 297-302.

ÉVORA, N.D., RIBEIRO, J. et ROUSSELLE, J. (1996). La problématique de l'aménagement du bassin du fleuve Sénégal après la construction des barrages de Diama et de Manantali. *Compte rendu de la 49<sup>ième</sup> Conférence annuelle de l'ACRH*, Québec, 26-28 juin 1996, Collection Environnement de l'Université de Montréal, 1, 191-200.

FERNANDEZ, B. et SALAS, J.D. (1986). Periodic gamma autoregressive processes for operational hydrology. *Water Resources Research*, 22, 1385-1396.

FERNANDEZ, B. et SALAS, J.D. (1990). Gamma-autoregressive models for stream-flow simulation. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 116, 1403-1414.

FIERING, M.B. (1967). *Streamflow synthesis*. Harvard University Press, Cambridge. 139 pages.

GAC, J.Y. (1993). Les apports exogènes au bassin versant du Sénégal. Trois signaux d'entrée (les pluies, les poussières, la remontée saline). *Projet EQUÉSEN - Rapport de synthèse*, 2, Chapitre III. 64 pages.

GAVER, D.P. et LEWIS, P.A.W. (1980). First order autoregressive gamma sequences and point processes. *Advances in Applied Probability*, 12, 727-745.

GODANA, B.A. (1985). *Africa's shared water resources. Legal and institutional aspects of the Nile, Niger and Senegal River systems*. Lynne Rienner Publishers, Inc., Boulder, Colorado. 370 pages.

HAAN, C.T. (1977). *Statistical methods in hydrology*. Iowa State University Press, Ames, Iowa. 378 pages.

HUBERT, P. et CARBONNEL, J-P (1987). Approche statistique de l'aridification de l'Afrique de l'Ouest. *Journal of Hydrology*, 95, 165-183.

HUBERT, P., CARBONNEL, J-P et CHAUCHE, A. (1989). Segmentation des séries hydrométéorologiques - Application à des séries de précipitations et de débits de l'Afrique de l'Ouest. *Journal of Hydrology*, 110, 349-367.

- HUDSON, H.E. et HAZEN, R. (1964). Droughts and low streamflow. *Handbook of Applied Hydrology*, chapitre 18, Éditeur en chef V.T. Chow, McGraw-Hill, New York. 26 pages.
- JACKSON, B.B. (1975). Markov mixture models for drought lengths. *Water Resources Research*, 11, 64-74.
- JACOBS, P.A. et LEWIS, P.A.W. (1978a). Discrete time series generated by mixtures. I: correlational and runs properties. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 40, 94-105.
- JACOBS, P.A. et LEWIS, P.A.W. (1978b). Discrete time series generated by mixtures. II: asymptotic properties. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 40, 222-228.
- JOSEPH, E.S. (1970). Frequency of design drought. *Water Resources Research*, 6, 1199-1201.
- KAVVAS, M.L. et DELLEUR, J.W. (1984). A statistical analysis of the daily streamflow hydrograph. *Journal of Hydrology*, 71, 253-275.
- KELMAN, J. (1977). *Stochastic modeling of hydrologic, intermittent daily processes*. Hydrology Papers, n° 89, Colorado State University, Fort Collins, Colorado. 56 pages.
- KELMAN, J. (1980). A stochastic model for daily streamflow. *Journal of Hydrology*, 47, 235-249.
- KIRBY, W. (1969). On the random occurrence of major floods. *Water Resources Research*, 5, 778-784.

KITE, G.W. (1977). *Frequency and risk analyses in hydrology*. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado. 224 pages.

KONECNY, F. (1992). On the shot-noise streamflow model and its applications. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 6, 289-303.

KUMARASWAMY, P. (1980). A generalized probability density function for double-bounded random processes. *Journal of Hydrology*, 46, 79-88.

LAWRANCE, A.J. (1982). The innovation distribution of a gamma distributed autoregressive process. *Scandinavian Journal of Statistics*, 9, 234-236.

LEE, A.F.S. et HEGHINIAN, S.M. (1977). A shift of the mean level in a sequence of independent normal random variables - a Bayesian approach. *Technometrics*, 19, 503-506.

LOAICIGA, H.A., MICHAELSEN, J. et HUDAK, P.F. (1992). Truncated distributions in hydrologic analysis. *Water Resources Bulletin*, 28, 853-863.

LOGANATHAN, G.V., KUO, C.Y. et McCORMICK, T.C. (1985). Frequency analysis of low flows. *Nordic Hydrology*, 16, 105-128.

LOGANATHAN, G.V., MATTEJAT, P., KUO, C.Y. et DISKIN, M.H. (1986). Frequency analysis of low flows: hypothetical distribution methods and a physically based approach. *Nordic Hydrology*, 17, 129-150.

LOMBARD, F. (1988). Detecting change points by Fourier analysis. *Technometrics*, 30, 305-310.

MATALAS, N.C. (1967). Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Water Resources Research*, 3, 937-945.

MEJÍA, J.M. et RODRÍGUEZ-ITURBE, I. (1974). Correlation links between normal and log normal processes. *Water Resources Research*, 10, 689-690.

MIQUEL, J. (1984). *Guide pratique d'estimation des probabilités de crues*. Collection de la Direction des Études et Recherche d'Électricité de France, Éditions Eyrolles, Paris, 160 pages.

MOHAN, S. et RANGACHARYA, N.C.V. (1991). A modified method for drought identification. *Hydrological Sciences Journal*, 36, 11-21.

MURRONE, F., ROSSI, F. et CLAPS, P. (1992). A conceptually-based multiple shot noise model for daily streamflows. *Proceedings of the sixth IAHR International Symposium on stochastic hydraulics*, Taipei, Taiwan, 857-864.

NASH, J.E. (1957). The form of the instantaneous unit hydrograph. *IAHS Publications* n° 45, 114-119.

NATHAN, R.J. et McMAHON, T.A. (1990). Practical aspects of low-flow frequency analysis. *Water Resources Research*, 26, 2135-2141.

OLIVRY, J.C. (1983). Le point en 1982 sur l'évolution de la sécheresse en Sénégambie et aux Iles du Cap-Vert. Examen de quelques séries de longue durée (débits et précipitations). *Cahiers ORSTOM, série Hydrologie*, XX, 47-69.

OLIVRY, J.C. (1987). Les conséquences durables de la sécheresse actuelle sur l'écoulement du fleuve Sénégal et l'hypersalinisation de la Basse-Casamance. *Veille climatique satellitaire*, 17, Orstom CMS, Lannion, 31-39.

OZGA-ZIELINSKA, M. (1989). Droughts and floods. Their definition and modelling. *IAHS Publications*, n° 181, 313-322.

PAYNE, K.W., NEWMAN, R. et KERRI, D. (1969). Daily streamflow simulation. *Journal of the Hydraulics Division*, 95, 1163-1180.

PETTITT, A.N. (1979). A non-parametric approach to the change-point problem. *Applied Statistics*, 28, 126-135.

PRAKASH, A. (1981). Statistical determination of design low flows. *Journal of Hydrology*, 51, 109-118.

QUIMPO, R.G. (1967). *Stochastic model of daily river flow sequences*. Hydrology Papers, n° 18, Colorado State University, Fort Collins, Colorado. 30 pages.

ROCHE, M.F. (1986). *Dictionnaire français d'hydrologie de surface, avec équivalents en anglais-espagnol-allemand*, Éd. Masson, Paris. 288 pages.

ROCHETTE, C. (1974). *Le bassin du fleuve Sénégal*. Monographies hydrologiques ORSTOM, No.1. Éditions de l'ORSTOM, Paris. 325 pages plus annexes (données numériques).

ROOTS, E.F. (1988). The study of drought: scientific approaches to a human problem. *Comptes rendus de l'atelier sur la sécheresse*, Saskatoon, 11-13 octobre 1988, Environnement Canada, 3-10.

ROUSSELLE, J. et HINDIÉ, F. (1974). Évaluation des débits de crue, partie 1: présentation du modèle. *Revue "Eau du Québec"*, 1, 27-29.

SALAS, J.D. (1993). Analysis and modeling of hydrologic time series. *Handbook of Hydrology*, chapitre 19. D. R. Maidment Ed.. 72 pages.

SALAS, J.D., DELLEUR, J.W., YEVJEVICH, V. et LANE, W.L. (1980). *Applied modeling of hydrologic time series*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado. 484 pages.

SCHEFFÉ, H. (1959). *The analysis of variance*. Wiley, New York. 477 pages.

SEN, Z. (1976). Wet and dry periods of annual flow series. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 102, 1503-1514.

SEN, Z. (1980a). Statistical analysis of hydrologic critical droughts. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 106, 99-115.

SEN, Z. (1980b). Critical drought analysis of periodic-stochastic processes. *Journal of Hydrology*, 46, 251-263.

SHANE, R.M. et LYNN, W.R. (1964). Mathematical model for flood risk evaluation. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 90, 1-20.

SIRCOULON, J. (1976). Les données hydropluviométriques de la sécheresse récente en Afrique intertropicale. Comparaison avec les sécheresses «1913» et «1940». *Cahiers ORSTOM, série Hydrologie*, XIII, 75-174.

SIRCOULON, J. (1984-1985). La sécheresse en Afrique de l'Ouest. Comparaison des années 1982-1984 avec les années 1972-1973. *Cahiers ORSTOM, série Hydrologie*, XXI, 75-86.

SNEYERS, R. (1975). *Sur l'analyse statistique des séries d'observations*. Note technique, OMM, Genève. 192 pages.

STALL, J.B. et NEILL, J.C. (1961). A partial duration series for low-flow analyses. *Journal of Geophysical Research*, 66, 4219-4225.

TODOROVIC, P. (1970). On some problems involving random number of random variables. *The Annals of Mathematical Statistics*, 41, 1059-1063.

TODOROVIC, P. (1978). Stochastic models of floods. *Water Resources Research*, 14, 345-356.

TODOROVIC, P. et ROUSSELLE, J. (1971). Some problems of flood analysis. *Water Resources Research*, 7, 1144-1150.

TODOROVIC, P. et WOOLHISER, D.A. (1987). A shot-noise model of streamflow. *Flood Hydrology*, Éditeur V. P. Singh, D. Reidel Publishing Company, 143-163.

TODOROVIC, P. et ZELENHASIC, E. (1970). A stochastic model for flood analysis. *Water Resources Research*, 6, 1641-1648.

TREIBER, B. et PLATE, E.J. (1977). A stochastic model for the simulation of daily flows. *Hydrological Sciences Bulletin*, 22, 175-192.

UNESCO/OMM (1987). *Aspects hydrologiques des sécheresses*. Collection Études et rapports d'hydrologie, no. 39. 172 pages.



VANNITSEM, S. et DEMARÉE, G. (1991). Détection et modélisation des sécheresses au Sahel. Proposition d'une nouvelle méthodologie. *Hydrologie Continentale*, 6, 155-171.

WALLIS, J.R. et O'CONNELL, P.E. (1972). Small sample estimation of  $\rho_1$ . *Water Resources Research*, 8, 707-712.

WEISS, G. (1974). Shot noise models for synthetic generation of multisite daily streamflow data. *Design of water resources projects with inadequate data*. Proceedings of the Madrid symposium, juin 1973, 1, Unesco-OMM-IAHS, 457-467.

WEISS, G. (1977). Shot noise models for the generation of synthetic steamflow data. *Water Resources Research*, 13, 101-108.

WOO, M-K. et TARHULE, A. (1994). Streamflow droughts of northern nigerian rivers. *Hydrological Sciences Journal*, 39, 19-34.

YEVJEVICH, V. (1967). *An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts*. Hydrology Papers, n° 23, Colorado State University, Fort Collins, Colorado. 18 pages.

YEVJEVICH, V. (1972). *Stochastic processes in hydrology*. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado. 276 pages.

YEVJEVICH, V. (1984). *Structure of daily hydrologic series*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado. 252 pages.

ZELENHASIC, E. (1970). *Theoretical probability distributions for flood peaks*. Hydrology Papers, n° 42, Colorado State University, Fort Collins, Colorado. 35 pages.

ZELENHASIC, E. et SALVAL, A. (1987). A method of streamflow drought analysis. *Water Resources Research*, 23, 156-168.

**ANNEXE**

**Simulation des impulsions pour les périodes 2A à 5C.**

Tableau A.1 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 2A.

Séries simulées $X_t$ (500 × 448 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.470	0.530	0.053	0.060	12.7	0.080
$s_x^2$	0.250	0.247	0.005	-0.003	-1.1	0.006
$r_1(X)$	0.684	0.683	0.031	-0.001	-0.1	0.031
$\hat{\gamma}$	0.738	0.684	0.033	-0.054	-7.3	0.064
$\hat{\delta}$	0.530	0.530	0.053	$-8 \times 10^{-4}$	-0.2	0.053
$\bar{L}_0$	5.2	5.0	0.6	-0.2	-3.5	0.6
$s_{L_0}^2$	17.7	14.2	3.1	-3.5	-19.7	4.7
$\max(L_0)$	14	13.8	0.6	-0.2	-1.1	0.6
$\min(L_0)$	1	1.002	0.045	0.002	0.2	0.045
$\bar{L}_1$	5.1	5.4	0.6	0.3	6.1	0.7
$s_{L_1}^2$	10.0	15.6	3.2	5.6	56.4	6.4
$\max(L_1)$	13.0	14.0	0.3	1.0	7.3	1.0
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau A.2 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 2A ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 448 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	8.501	8.579	2.033	0.078	0.9	2.032
$s_z^2$	794.087	763.731	1718.6	-30.355	-3.8	1717.2
$r_1(Z)$	0.389	0.388	0.114	$-3 \times 10^{-4}$	-0.1	0.113
Séries simulées $Y_t$ (500 × 448 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	3.996	4.586	1.488	0.590	14.8	1.599
$s_y^2$	391.260	422.680	907.507	31.420	8.0	907.144
$r_1(Y)$	0.353	0.362	0.121	0.009	2.6	0.122

**Tableau A.3** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 2A ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 448 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	8.501	8.531	1.840	0.030	0.3	1.839
$s_z^2$	794.087	791.549	358.952	-2.537	-0.3	358.602
$r_1(Z)$	0.389	0.357	0.047	-0.032	-8.1	0.057
Séries simulées $Y_t$ (500 × 448 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	3.996	4.552	1.420	0.556	13.9	1.523
$s_y^2$	391.260	448.387	273.980	57.126	14.6	279.604
$r_1(Y)$	0.353	0.327	0.079	-0.026	-7.4	0.083

**Tableau A.4** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 2B.

Séries simulées $X_t$ (500 × 512 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.575	0.562	0.046	-0.013	-2.2	0.047
$s_x^2$	0.245	0.245	0.006	0.000	-0.2	0.006
$r_1(X)$	0.635	0.637	0.033	0.002	0.3	0.033
$\hat{\gamma}$	0.680	0.637	0.035	-0.042	-6.2	0.055
$\hat{\delta}$	0.560	0.562	0.046	0.001	0.3	0.046
$\bar{L}_0$	4.1	4.4	0.5	0.2	5.7	0.6
$s_{L_0}^2$	9.4	12.2	3.3	2.8	30.1	4.4
$\max(L_0)$	16	14.8	1.7	-1.2	-7.5	2.1
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	5.4	5.2	0.6	-0.2	-3.0	0.6
$s_{L_1}^2$	13.3	16.4	3.7	3.1	23.1	4.8
$\max(L_1)$	13.0	15.7	0.8	2.7	20.9	2.8
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

**Tableau A.5** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 2B ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 512 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	22.771	22.434	2.650	-0.337	-1.5	2.669
$s_z^2$	1 050.4	1 041.3	817.4	-9.0	-0.9	816.7
$r_1(Z)$	0.566	0.526	0.075	-0.040	-7.1	0.085
Séries simulées $Y_t$ (500 × 512 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	13.084	12.658	2.073	-0.427	-3.3	2.114
$s_y^2$	730.30	721.94	538.12	-8.35	-1.1	537.65
$r_1(Y)$	0.522	0.487	0.086	-0.035	-6.7	0.093

**Tableau A.6** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 2B ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 512 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	22.771	22.818	2.577	0.046	0.2	2.575
$s_z^2$	1 050.4	1 059.4	234.2	9.0	0.9	234.1
$r_1(Z)$	0.566	0.527	0.040	-0.039	-6.9	0.056
Séries simulées $Y_t$ (500 × 512 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	13.084	12.816	2.090	-0.269	-2.1	2.105
$s_y^2$	730.30	727.30	210.63	-3.00	-0.4	210.45
$r_1(Y)$	0.522	0.487	0.062	-0.035	-6.7	0.071

**Tableau A.7** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 3A.

Séries simulées $X_t$ (500 × 320 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.619	0.666	0.044	0.046	7.5	0.064
$s_x^2$	0.237	0.221	0.015	-0.015	-6.4	0.021
$r_1(X)$	0.461	0.447	0.052	-0.014	-3.1	0.054
$\hat{\gamma}$	0.507	0.449	0.055	-0.058	-11.4	0.080
$\hat{\delta}$	0.664	0.666	0.044	$2 \times 10^{-3}$	0.3	0.044
$\bar{L}_0$	2.7	2.5	0.3	-0.2	-6.1	0.3
$s_{L_0}^2$	3.1	3.4	1.2	0.3	10.0	1.2
$\max(L_0)$	8	8.1	1.5	0.1	1.5	1.5
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.8	4.0	0.4	0.3	7.3	0.5
$s_{L_1}^2$	5.4	8.0	1.4	2.6	47.9	2.9
$\max(L_1)$	10.0	9.99	0.1	-0.01	-0.1	0.1
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

**Tableau A.8** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3A ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	43.370	43.382	4.692	0.012	0.03	4.687
$s_z^2$	2 538.9	2 512.1	1 294.1	-26.8	-1.1	1 293.1
$r_1(Z)$	0.520	0.463	0.075	-0.057	-11.0	0.095
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	26.861	29.036	4.067	2.175	8.1	4.609
$s_y^2$	2 015.9	2 112.4	1 060.2	96.5	4.8	1 063.5
$r_1(Y)$	0.441	0.396	0.088	-0.045	-10.1	0.099

**Tableau A.9** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3A ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	43.370	43.485	4.594	0.116	0.3	4.591
$s_z^2$	2 538.9	2 532.5	570.8	-6.4	-0.3	570.2
$r_1(Z)$	0.520	0.460	0.049	-0.060	-11.5	0.077
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	26.861	29.032	4.086	2.171	8.1	4.624
$s_y^2$	2 015.9	2 129.6	557.7	113.7	5.6	568.6
$r_1(Y)$	0.441	0.394	0.066	-0.047	-10.6	0.081

**Tableau A.10** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 3B.

Séries simulées $X_t$ (500 × 320 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.594	0.580	0.040	-0.013	-2.3	0.042
$s_x^2$	0.242	0.243	0.007	0.001	0.3	0.007
$r_1(X)$	0.404	0.401	0.047	-0.003	-0.8	0.047
$\hat{\gamma}$	0.447	0.403	0.051	-0.044	-9.8	0.067
$\hat{\delta}$	0.581	0.580	0.040	$-1 \times 10^{-3}$	-0.2	0.040
$\bar{L}_0$	2.63	2.59	0.2	-0.04	-1.4	0.2
$s_{L_0}^2$	2.1	3.6	1.0	1.5	70.4	1.8
$\max(L_0)$	8	8.7	1.3	0.7	8.6	1.4
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.2	3.3	0.3	0.1	2.7	0.3
$s_{L_1}^2$	4.2	5.7	1.3	1.5	35.1	2.0
$\max(L_1)$	10	9.8	0.6	-0.2	-2.5	0.7
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0



**Tableau A.11** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3B ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	63.397	63.664	6.942	0.267	0.4	6.940
$s_z^2$	5 542.7	5 794.9	3 308.1	252.1	4.5	3 314.4
$r_1(Z)$	0.500	0.437	0.076	-0.063	-12.6	0.099
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	37.629	36.848	5.440	-0.781	-2.1	5.490
$s_Y^2$	4 259.5	4 305.4	2 387.0	45.9	1.1	2 385.0
$r_1(Y)$	0.401	0.355	0.091	-0.047	-11.6	0.102

**Tableau A.12** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3B ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	63.397	63.484	6.184	0.087	0.1	6.179
$s_z^2$	5 542.7	5 566.4	1 147.6	23.7	0.4	1 146.7
$r_1(Z)$	0.500	0.447	0.052	-0.053	-10.7	0.074
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	37.629	36.897	5.034	-0.733	-1.9	5.082
$s_Y^2$	4 259.5	4 238.3	1 072.3	-21.2	-0.5	1 071.5
$r_1(Y)$	0.401	0.359	0.074	-0.042	-10.4	0.085

Tableau A.13 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 3C.

Séries simulées $X_t$ (500 × 352 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.669	0.680	0.033	0.012	1.7	0.035
$s_x^2$	0.222	0.217	0.012	-0.005	-2.3	0.013
$r_1(X)$	0.297	0.290	0.052	-0.007	-2.3	0.052
$\hat{\gamma}$	0.326	0.291	0.055	-0.035	-10.8	0.066
$\hat{\delta}$	0.677	0.680	0.033	$3 \times 10^{-3}$	0.4	0.033
$\bar{L}_0$	1.98	1.97	0.2	-0.01	-0.7	0.2
$s_{L_0}^2$	1.3	1.8	0.6	0.5	35.1	0.8
$\max(L_0)$	6	6.7	1.6	0.7	12.4	1.7
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.5	3.5	0.3	0.0	1.1	0.3
$s_{L_1}^2$	5.3	6.8	1.5	1.6	29.5	2.1
$\max(L_1)$	11	10.8	0.5	-0.2	-1.7	0.5
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau A.14 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3C ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	97.522	97.222	11.884	-0.299	-0.3	11.876
$s_z^2$	14 481.5	14 161.0	8 018.8	-320.6	-2.2	8 017.2
$r_1(Z)$	0.552	0.485	0.078	-0.067	-12.2	0.103
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	65.205	66.221	9.456	1.016	1.6	9.501
$s_y^2$	11 789.9	11 855.3	7 231.4	65.4	0.6	7 224.5
$r_1(Y)$	0.410	0.360	0.092	-0.051	-12.3	0.105

**Tableau A.15** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 3C ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	97.522	97.389	11.301	-0.133	-0.1	11.290
$s_z^2$	14 481.5	14 248.0	3 229.0	-233.5	-1.6	3 234.2
$r_1(Z)$	0.552	0.497	0.045	-0.055	-10.0	0.072
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	65.205	66.059	8.760	0.854	1.3	8.793
$s_y^2$	11 789.9	11 700.3	2 995.9	-89.6	-0.8	2 994.3
$r_1(Y)$	0.410	0.366	0.070	-0.045	-10.9	0.083

**Tableau A.16** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 4A.

Séries simulées $X_t$ (500 × 320 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.577	0.562	0.043	-0.015	-2.7	0.046
$s_x^2$	0.245	0.245	0.006	0.000	0.1	0.006
$r_1(X)$	0.419	0.411	0.048	-0.007	-1.8	0.048
$\hat{\gamma}$	0.466	0.414	0.051	-0.052	-11.2	0.073
$\hat{\delta}$	0.560	0.562	0.043	$1 \times 10^{-3}$	0.2	0.043
$\bar{L}_0$	2.67	2.69	0.3	0.02	0.7	0.3
$s_{L_0}^2$	3.7	3.9	1.1	0.2	5.8	1.1
$\max(L_0)$	9	8.96	1.1	-0.04	-0.5	1.1
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.3	3.2	0.3	-0.03	-1.0	0.3
$s_{L_1}^2$	4.5	5.5	1.3	1.0	21.4	1.6
$\max(L_1)$	10	9.7	0.6	-0.3	-2.9	0.7
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau A.17 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4A ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	181.581	181.770	16.999	0.189	0.1	16.983
$s_Z^2$	28 411.7	27 764.7	10 821.0	-647.0	-2.3	10 829.5
$r_1(Z)$	0.612	0.541	0.066	-0.071	-11.5	0.097
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	104.848	102.093	13.483	-2.755	-2.6	13.749
$s_Y^2$	24 450.7	23 752.7	9 012.3	-698.0	-2.9	9 030.3
$r_1(Y)$	0.472	0.407	0.084	-0.064	-13.7	0.106

Tableau A.18 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4A ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	181.581	183.080	17.249	1.499	0.8	17.297
$s_Z^2$	28 411.7	28 667.4	6 564.0	255.8	0.9	6 562.5
$r_1(Z)$	0.612	0.545	0.052	-0.067	-11.0	0.085
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	104.848	103.567	13.292	-1.281	-1.2	13.340
$s_Y^2$	24 450.7	24 730.9	6 121.7	280.1	1.1	6 122.0
$r_1(Y)$	0.472	0.411	0.073	-0.060	-12.8	0.095

Tableau A.19 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 4B.

Séries simulées $X_t$ (500 × 320 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.539	0.580	0.044	0.042	7.7	0.060
$s_x^2$	0.249	0.242	0.007	-0.007	-2.8	0.010
$r_1(X)$	0.459	0.454	0.047	-0.005	-1.0	0.047
$\hat{\gamma}$	0.509	0.455	0.050	-0.054	-10.6	0.074
$\hat{\delta}$	0.582	0.580	0.044	$-1 \times 10^{-3}$	-0.3	0.044
$\bar{L}_0$	3.0	2.8	0.3	-0.2	-5.4	0.3
$s_{L_0}^2$	4.0	4.3	1.2	0.2	5.9	1.2
$\max(L_0)$	8	9.0	1.1	1.0	12.4	1.5
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.3	3.5	0.4	0.24	7.5	0.4
$s_{L_1}^2$	2.9	6.4	1.4	3.4	117.6	3.7
$\max(L_1)$	8	9.9	0.4	1.9	23.6	1.9
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau A.20 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4B ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	182.862	182.785	17.717	-0.078	-0.04	17.700
$s_z^2$	41 968.1	40 862.4	18 102.9	-1 105.7	-2.6	18 118.6
$r_1(Z)$	0.482	0.428	0.076	-0.055	-11.4	0.094
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	98.510	106.123	14.960	7.613	7.7	16.772
$s_y^2$	30 918.2	31 338.4	14 392.6	420.2	1.4	14 384.3
$r_1(Y)$	0.410	0.370	0.087	-0.040	-9.7	0.095

**Tableau A.21** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4B ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	182.862	182.705	17.982	-0.157	-0.1	17.964
$s_z^2$	41 968.1	41 680.0	8 907.6	-288.0	-0.7	8 903.3
$r_1(Z)$	0.482	0.426	0.054	-0.057	-11.8	0.078
Séries simulées $Y_t$ (500 × 320 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	98.510	106.566	15.609	8.057	8.2	17.552
$s_y^2$	30 918.2	32 327.8	8 137.6	1 409.7	4.6	8 250.8
$r_1(Y)$	0.410	0.366	0.071	-0.044	-10.7	0.083

**Tableau A.22** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 4C.

Séries simulées $X_t$ (500 × 352 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.557	0.552	0.046	-0.006	-1.0	0.046
$s_x^2$	0.247	0.246	0.006	-0.001	-0.6	0.006
$r_1(X)$	0.487	0.485	0.043	-0.002	-0.5	0.043
$\hat{\gamma}$	0.536	0.487	0.046	-0.050	-9.2	0.068
$\hat{\delta}$	0.551	0.552	0.046	$5 \times 10^{-4}$	0.1	0.046
$\bar{L}_0$	3.08	3.11	0.33	0.03	1.0	0.33
$s_{L_0}^2$	5.0	5.5	1.5	0.5	9.8	1.6
$\max(L_0)$	9	10.2	1.1	1.2	12.8	1.6
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.58	3.60	0.37	0.02	0.4	0.37
$s_{L_1}^2$	5.6	7.1	1.5	1.5	26.4	2.1
$\max(L_1)$	9	10.8	0.6	1.8	19.7	1.9
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau A.23 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4C ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	211.353	210.053	21.375	-1.300	-0.6	21.393
$s_z^2$	41 097.1	40 784.1	19 416.9	-312.9	-0.8	19 400.0
$r_1(Z)$	0.625	0.562	0.068	-0.063	-10.0	0.092
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	117.762	115.099	16.964	-2.663	-2.3	17.155
$s_Y^2$	33 920.1	32 654.1	15 204.7	-1 265.9	-3.7	15 242.2
$r_1(Y)$	0.510	0.448	0.080	-0.062	-12.1	0.101

Tableau A.24 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 4C ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	211.353	211.164	19.294	-0.188	-0.1	19.275
$s_z^2$	41 097.1	40 478.3	8 607.5	-618.8	-1.5	8 621.2
$r_1(Z)$	0.625	0.561	0.049	-0.064	-10.2	0.081
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	117.762	116.385	15.999	-1.378	-1.2	16.043
$s_Y^2$	33 920.1	33 234.2	7 794.6	-685.8	-2.0	7 816.9
$r_1(Y)$	0.510	0.456	0.072	-0.054	-10.5	0.089

**Tableau A.25** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 5A.

Séries simulées $X_t$ (500 × 352 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.528	0.526	0.045	-0.001	-0.3	0.045
$s_x^2$	0.250	0.248	0.004	-0.002	-0.8	0.004
$r_1(X)$	0.490	0.488	0.044	-0.002	-0.4	0.044
$\hat{\gamma}$	0.540	0.488	0.046	-0.052	-9.6	0.070
$\hat{\delta}$	0.528	0.526	0.046	-0.002	-0.4	0.046
$\bar{L}_0$	3.1	3.2	0.4	0.2	4.9	0.4
$s_{L_0}^2$	5.3	5.9	1.5	0.6	11.1	1.7
$\max(L_0)$	11	10.3	1.0	-0.7	-6.0	1.2
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	3.6	3.5	0.4	-0.1	-3.6	0.4
$s_{L_1}^2$	4.9	6.8	1.6	1.9	37.7	2.4
$\max(L_1)$	11	10.7	0.7	-0.3	-2.9	0.7
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

**Tableau A.26** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5A ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	208.917	209.775	19.035	0.858	0.4	19.035
$s_Z^2$	44 028.9	45 066.3	20 158.8	1 037.3	2.4	20 165.3
$r_1(Z)$	0.525	0.464	0.069	-0.061	-11.6	0.092
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	110.279	110.302	15.898	0.023	0.02	15.882
$s_Y^2$	34 118.7	34 447.7	15 131.6	329.0	1.0	15 120.0
$r_1(Y)$	0.452	0.400	0.083	-0.052	-11.5	0.098



**Tableau A.27** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5A ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	208.917	207.521	18.471	-1.395	-0.7	18.505
$s_z^2$	44 028.9	43 712.2	8 326.3	-316.7	-0.7	8 324.0
$r_1(Z)$	0.525	0.471	0.048	-0.054	-10.3	0.072
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	110.279	109.589	15.526	-0.690	-0.6	15.526
$s_y^2$	34 118.7	34 035.3	8 347.9	-83.4	-0.2	8 340.0
$r_1(Y)$	0.452	0.408	0.067	-0.044	-9.7	0.080

**Tableau A.28** Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 5B.

Séries simulées $X_t$ (500 × 352 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.358	0.334	0.042	-0.024	-6.7	0.048
$s_x^2$	0.230	0.221	0.014	-0.009	-4.0	0.017
$r_1(X)$	0.500	0.486	0.044	-0.014	-2.8	0.046
$\hat{\gamma}$	0.542	0.486	0.046	-0.055	-10.2	0.072
$\hat{\delta}$	0.336	0.334	0.042	-0.002	-0.6	0.042
$\bar{L}_0$	4.1	4.4	0.4	0.3	7.7	0.5
$s_{L_0}^2$	10.4	9.6	1.6	-0.8	-7.4	1.8
$\max(L_0)$	11	10.99	0.13	-0.01	-0.1	0.13
$\min(L_0)$	1	1	0	0	0	0
$\bar{L}_1$	2.9	2.7	0.3	-0.2	-6.8	0.3
$s_{L_1}^2$	3.9	4.0	1.3	0.1	3.3	1.3
$\max(L_1)$	8	8.9	1.6	0.9	11.0	1.8
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

**Tableau A.29** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5B ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	133.041	132.854	16.742	-0.187	-0.1	16.726
$s_z^2$	31 413.7	33 447.9	34 052.6	2 034.3	6.5	34 079.3
$r_1(Z)$	0.541	0.482	0.082	-0.059	-10.9	0.101
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	47.598	44.223	10.268	-3.376	-7.1	10.798
$s_y^2$	15 305.8	15 183.7	24 267.7	-122.1	-0.8	24 243.7
$r_1(Y)$	0.424	0.375	0.106	-0.050	-11.7	0.117

**Tableau A.30** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5B ( $Z=GAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	133.041	133.784	15.153	0.743	0.6	15.156
$s_z^2$	31 413.7	31 374.1	7 747.4	-39.6	-0.1	7 739.7
$r_1(Z)$	0.541	0.484	0.047	-0.057	-10.6	0.074
Séries simulées $Y_t$ (500 × 352 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	47.598	44.354	9.573	-3.245	-6.8	10.099
$s_y^2$	15 305.8	14 133.2	5 166.7	-1 172.6	-7.7	5 293.1
$r_1(Y)$	0.424	0.375	0.085	-0.050	-11.7	0.099

Tableau A.31 Statistiques des séries simulées  $X_t$  à la période 5C.

Séries simulées $X_t$ (500 × 384 données) - Modèle DAR(1)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{X}$	0.175	0.157	0.032	-0.017	-9.9	0.037
$s_x^2$	0.145	0.132	0.022	-0.013	-8.7	0.025
$r_1(X)$	0.512	0.486	0.063	-0.026	-5.0	0.067
$\hat{\gamma}$	0.541	0.487	0.065	-0.054	-10.0	0.085
$\hat{\delta}$	0.156	0.157	0.032	0.001	0.8	0.032
$\bar{L}_0$	6.4	6.7	0.6	0.3	4.7	0.7
$s_{L_0}^2$	20.7	16.1	1.6	-4.6	-22.3	4.9
$\max(L_0)$	12	12	0	0	0	0
$\min(L_0)$	1	1.01	0.1	0.01	1.4	0.1
$\bar{L}_1$	2.4	2.3	0.3	-0.1	-5.2	0.3
$s_{L_1}^2$	1.9	2.7	1.3	0.8	41.2	1.6
$\max(L_1)$	5	7.0	1.9	2.0	39.7	2.7
$\min(L_1)$	1	1	0	0	0	0

Tableau A.32 Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5C ( $Z=LAR(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 384 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	137.615	135.917	16.072	-1.699	-1.2	16.146
$s_z^2$	19 677.4	18 764.2	8 962.1	-913.2	-4.6	8 999.6
$r_1(Z)$	0.758	0.679	0.055	-0.080	-10.5	0.097
Séries simulées $Y_t$ (500 × 384 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	24.046	21.270	6.253	-2.776	-11.5	6.835
$s_y^2$	6 169.1	5 253.9	3 477.7	-915.2	-14.8	3 592.7
$r_1(Y)$	0.502	0.428	0.123	-0.074	-14.7	0.143

**Tableau A.33** Statistiques des séries simulées  $Z_t$  et  $Y_t$  à la période 5C ( $Z=\text{GAR}(1)$ ).

Séries simulées $Z_t$ (500 × 384 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Z}$	137.615	138.065	16.376	0.450	0.3	16.366
$s_z^2$	19 677.4	19 564.6	5 164.2	-112.8	-0.6	5 160.2
$r_1(Z)$	0.758	0.685	0.041	-0.073	-9.7	0.084
Séries simulées $Y_t$ (500 × 384 données)						
Statistiques	Historique	Simulé	EcT	Biais	Biais (%)	REQM
$\bar{Y}$	24.046	21.876	6.591	-2.170	-9.0	6.932
$s_y^2$	6 169.1	5 711.0	2 801.6	-458.1	-7.4	2 836.0
$r_1(Y)$	0.502	0.426	0.123	-0.076	-15.1	0.144

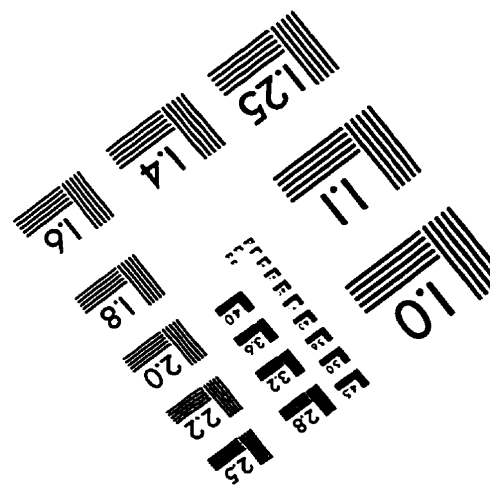
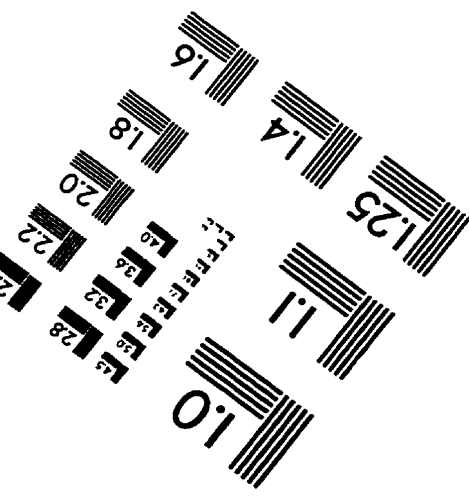
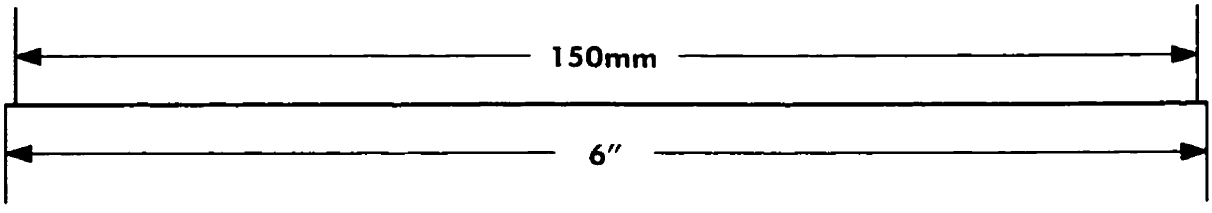
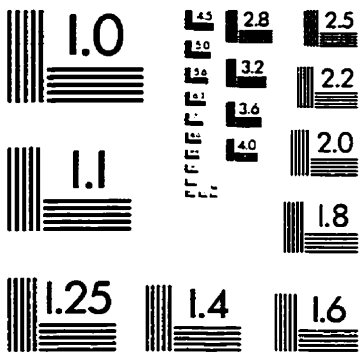
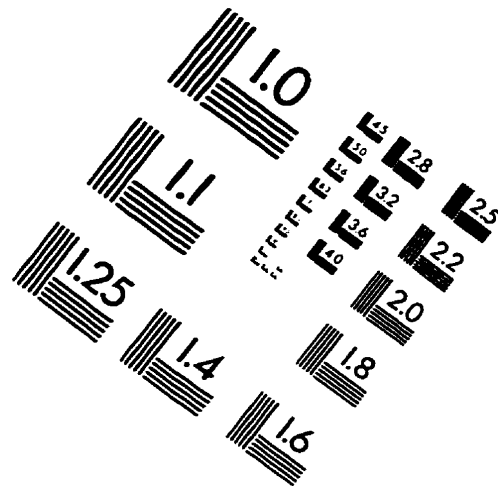
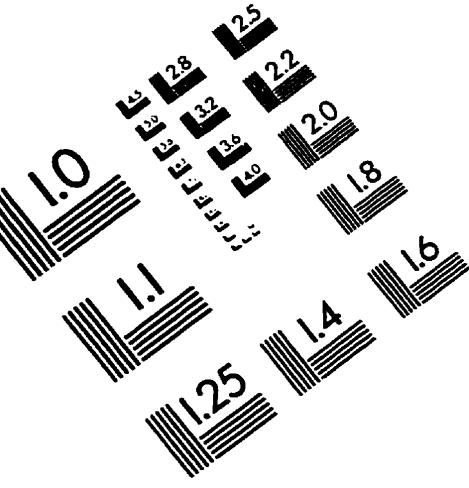
**Tableau A.34** Paramètres du modèle AR(1) pour le processus continu  $\{Z_t^*\}$ .

Périodes	$\bar{Z}^*$	$s_z^{*2}$	$\phi(Z^*)$	$s_z^2$
2A	0.898	2.484	0.669	1.375
2B	2.572	1.107	0.690	0.581
3A	3.343	0.854	0.622	0.525
3B	3.716	0.867	0.605	0.551
3C	4.117	0.925	0.659	0.525
4A	4.891	0.621	0.682	0.334
4B	4.802	0.813	0.582	0.539
4C	5.027	0.652	0.697	0.337
5A	4.993	0.698	0.610	0.440
5B	4.380	1.021	0.660	0.578
5C	4.568	0.712	0.815	0.239

**Tableau A.35** Paramètres du modèle GAR(1) pour le processus continu  $\{Z_t\}$ .

<b>Périodes</b>	<b><math>\phi_1(Z)</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>2A</b>	0.389	93.408	0.091
<b>2B</b>	0.566	46.128	0.494
<b>3A</b>	0.520	58.540	0.741
<b>3B</b>	0.500	87.429	0.725
<b>3C</b>	0.552	148.495	0.657
<b>4A</b>	0.612	156.468	1.160
<b>4B</b>	0.482	229.507	0.797
<b>4C</b>	0.625	194.448	1.087
<b>5A</b>	0.525	210.749	0.991
<b>5B</b>	0.541	236.120	0.563
<b>5C</b>	0.758	142.988	0.962

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc  
 1653 East Main Street  
 Rochester, NY 14609 USA  
 Phone: 716/482-0300  
 Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved