

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Étude de l'interaction entre un manipulateur et son  
environnement: identification des paramètres et réglage du  
contrôleur

STÉPHANE BLOUIN

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

juin 1998

© Stéphane Blouin, 1998.



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37432-7

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

Étude de l'interaction entre un manipulateur et son  
environnement: identification des paramètres et  
réglage du contrôleur

présenté par: BLOUIN Stéphane

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. GOURDEAU Richard, Ph.D., président

M. HURTEAU Richard, Ph.D. , membre et directeur de recherche

M. HEMAMI Ahmad, Ph.D. , membre et codirecteur de recherche

M. PIEDBOEUF Jean-Claude, Ph.D., membre

## Résumé

Un nombre croissant d'applications robotiques nécessitent qu'un manipulateur soit autonome dans l'accomplissement de ses tâches. Cette autonomie repose principalement sur la capacité à accomplir des manoeuvres de nature complexe et variée. Une telle flexibilité d'exécution est d'autant plus complète si la continuité d'opération lors d'une interaction avec un environnement inconnu ne requiert aucune intervention humaine. Toutefois, ces changements de configuration ont une conséquence sur la précision et même la stabilité du système. Cela implique que le manipulateur doive rectifier ses fonctions lors d'un processus en présence d'un environnement inconnu.

La présente recherche a comme objectif d'étudier la nature et les conséquences de l'interaction entre un manipulateur et un environnement dont les caractéristiques sont incertaines. L'idée principale est d'identifier les paramètres environnementaux. Ce processus d'estimation repose sur la réponse de l'environnement à une excitation produite par le manipulateur. Pour réaliser un tel exercice, les étapes de modélisation du système global (manipulateur-environnement) ainsi que l'étude et l'application de certaines méthodes d'identification sont exécutées.

Le premier chapitre décrit le contexte d'interaction industrielle qui a motivé cette recherche. Il s'agit de l'automatisation des équipements miniers pour l'étape de chargement de minerai. Dans un premier temps, le procédé et ses objectifs sont exposés. Par la suite, la modélisation des forces en présence conduit à la principale in-

connue du procédé. L'amplitude de celle-ci dépend des composantes de l'interaction, soit: l'outil, le mouvement et l'environnement. Afin de mieux percevoir l'effet de ces composantes, une revue de littérature portant sur les modèles mathématiques de procédés analogues à celui du chargement est complétée. Parmi ceux-ci, on retrouve les procédés de coupe de pénétration et d'excavation. Pour diverses raisons, les modèles existants ne peuvent être utilisés à des fins de loi de commande. Cependant, l'analyse des modèles et de leurs hypothèses d'homogénéité, de continuité et d'isotropie conduit à certaines simplifications applicables à l'étude d'une interaction.

Au cours du second chapitre, la modélisation d'une interaction générale entre un manipulateur et un environnement est couverte. Comme suggéré par les modèles montrés au premier chapitre, la phase de modélisation est décomposée en trois étapes relatives au manipulateur, à l'organe de liaison ainsi qu'à l'environnement. Les avantages du passage d'un équipement industriel vers un manipulateur robotique sont soulignés par l'application des formalismes de modélisation propres à ce champ d'expertise. De plus, les différentes formes de modèles environnementaux sont revues pour finalement définir un modèle rhéologique général. Les caractéristiques d'homogénéité et d'isotropie de l'environnement sont étudiées afin d'en déduire les conséquences sur la forme et la nature du modèle global. Le banc d'essais utilisé pour cette recherche correspond à un cas particulier d'interaction où l'environnement est réduit à un seul degré de liberté. Son modèle global est également formulé selon les domaines articulaires et cartésiens. Pour sa part, le domaine cartésien requiert l'ajout de capteurs fournissant la position et la force appliquée à l'extrémité.

Le troisième chapitre aborde l'identification de l'environnement par le biais des modèles développés au second chapitre. En premier lieu, les particularités de la tâche d'identification du montage expérimental sont relevées. Par ailleurs, une courte revue des techniques d'identification les plus courantes permet d'en retenir deux qui servi-

ront à poursuivre l'analyse. Ainsi, les notions fondamentales des moindres carrés et du filtre de Kalman étendu sont transposées au banc d'essais. Ces deux techniques démontrent la nécessité de l'ajout de capteurs additionnels. Ainsi, un capteur de force et un capteur de position sont juxtaposés au montage. Même en présence de ces capteurs supplémentaires, l'application des techniques d'identification sur le système réel est limitée. Cet état de fait est exposé par l'entremise de développements analytiques, et appuyé par des résultats de simulations et d'expérimentations.

Le quatrième et dernier chapitre couvre l'implantation des techniques d'identification en présence d'un contrôleur et lors de la réalisation d'une tâche du manipulateur. La description du manipulateur ainsi que la validation du modèle dynamique y figurent. Ensuite, la formulation du contrôleur à couples pré-calculés ainsi que sa dynamique d'erreur résultante sont exposées. Certains essais expérimentaux de suivi de trajectoire (sans environnement) permettent de mieux cerner les caractéristiques du contrôleur. Compte tenu de sa structure et de l'unique disponibilité d'un signal de position, les performances du contrôleur sont insatisfaisantes. Pour cette raison, un observateur d'état y est greffé. Ce dernier permet de contourner la problématique de saturation des gains dérivées. Des essais additionnels sont effectués afin de mieux jauger les apports de l'observateur sur l'exécution d'un suivi de trajectoire. Pour la dernière étape, le contrôleur et le module d'identification sont implantés sur le manipulateur en contact avec un environnement non-modélisé et aux paramètres incertains. Encore une fois, la technique des moindres carrés et celle du filtre de Kalman sont testées.

L'information relevant des procédures de calibration du manipulateur ainsi que du système représentant l'environnement figurent en annexe A. Pour sa part, l'annexe B contient les configurations des divers essais expérimentaux réalisés au cours des chapitres 3 et 4. Les dessins techniques du système masse-ressort-amortisseur ainsi

que ceux du capteur de force sont contenus à l'annexe C.

Ce travail s'inscrit parmi les recherches impliquant un manipulateur qui doit identifier les caractéristiques d'un environnement avec lequel il interagit. Étant donné qu'il n'existe aucun modèle analytique et valide de l'environnement, une approximation par un système linéaire et du second ordre est effectuée. La condition de contact permanent entre le manipulateur et l'environnement isole la problématique de l'effet des impacts sur le système. Une modélisation globale de l'interaction est rapidement rejetée de par les inconvénients qu'elle apporte. Ainsi, seul le modèle cartésien de l'environnement est sollicité. À plus d'un égard, le filtre de Kalman étendu semble plus approprié relativement aux moindres carrés pour compléter la tâche d'identification. Entre autres choses, il gère les bruits sur le procédé (ne requérant aucun pré-filtrage) et il peut identifier un paramètre variant dans le temps. Même en présence de contacts, le filtre de Kalman présente de meilleurs résultats que les moindres carrés dans le cadre d'un processus d'identification des paramètres du système de second ordre.

# Abstract

An ever increasing number of robotic applications require that a manipulator achieves its tasks with a high autonomy level. Such a requirement involves the capability to complete complex and diversified operations. The capacity of such a system to fulfil an interaction with an unknown environment is emphasised if no human intervention is needed. However, a major change of configuration leads to the degradation of the precision of the system and it may even cause instability. To prevent such undesirable scenarios, the manipulator must somehow correct its functions during the process.

The present thesis mainly focuses on the study of an interaction between a manipulator and an environment with undetermined characteristics. The natures as well as the consequences of an interaction are also investigated. The main purpose of this study is to provide a method to identify the environmental parameters. This estimation process is based on the environment response to an excitation produced by the manipulator. To perform such an exercise, the modeling of the global system (manipulator-environment) as well as the study and the application of certain identification techniques are sequentially realised.

The first chapter describes the industrial interaction, which motivated this research. It concerns the automation of the mining equipment for the ore loading process. First, the process and its objectives are exposed. Thereafter, the modeling of the resultant forces leads to the principal force component, herein named cutting force,



which governs the process. The amplitude of this component relies on the interaction characteristics being the tool, the movement and the environment. The dependency state of these components upon the cutting force is highlighted through a literature review bearing on the mathematical models of similar processes. Among those, there are the cutting, the penetration and the excavation motions all of them representing earthmoving actions. For various reasons, the existing models are useless for a purpose of a command law to automate the loading. However, the analysis of the models and their respective assumptions of homogeneity, continuity and isotropy induce certain simplifications applicable to the study of an interaction.

In the second chapter, the modeling of a general interaction occurring between a manipulator and an environment is covered. As suggested by the models shown in the first chapter, the modeling step is divided into three stages: the manipulator, the connecting device as well as the environment. The gains originating from the passage of an industrial equipment to a robotic manipulator are underlined by the availability of specific formalisms that belong to robotics. Moreover, the various forms of environmental models are reviewed to finally define a general and suitable rheological model. The homogeneity and isotropy characteristics of the environment are considered for their effects on the resulting model form. The bench test corresponds to the particular case of interaction where the environment is reduced to only one degree of freedom. Its final model is also formulated according to joint and cartesian spaces. The latter requires the addition of sensors to provide the position and the force applied at the tool tip.

The third chapter covers the identification of the environment by the means of the models developed within the second chapter. Initially, the characteristics of the bench test identification task are risen. In addition, a short review of the most current identification techniques allows to select only two of them, which are further used to

pursue the analysis. Thus, the basic concepts of the Least Squares and the Extended Kalman Filter are transposed to the application. These two techniques reveal the necessity of additional sensors. Then, a force sensor as well as a position captor are juxtaposed with the apparatus. Even with this additional information on the system states, the applicability of the identification techniques on the concrete system is restrained. This fact is supported through analytical developments, and reinforced by simulation results and experiments.

The fourth and last chapter clarifies the implementation of the identification techniques in presence of a controller, which enables the completion of the manipulator task. The manipulator description and its dynamic model validation are first presented. Then, the theory of the controller and its resulting error dynamics are exposed. Few trajectory-tracking tests (without environment) are performed to have a better understanding of the controller characteristics. Considering its structure and the availability of only joint position signals, the performances of the controller are unsatisfactory. For this reason, a state observer is added. This addition circumvents the problems of derivative gain saturation. Additional tests are carried out to analyse the contributions of the observer. For the last step, the controller and the identification module are implemented on the manipulator in contact with an environment having uncertain parameters. Once again, the Least Squares and the Extended Kalman Filter techniques are tested.

Information related to the calibration procedures of the manipulator and the system representing the environment appears in Appendix A. The appendix B contains the configurations of the various experimental tests carried out throughout Chapter 3 and Chapter 4. The technical drawings of the spring-mass-damper system as well as those of the force sensor are contained in Appendix C.

This work belongs to the researches involving a manipulator that identifies the characteristics of an environment it is connected to. Since neither analytical nor valid model of the environment exists, an approximation by a linear system is performed. The condition of permanent contact between the manipulator and the environment avoids considering the impact problem. A global model of the interaction is quickly rejected due to its drawbacks. Thus, only the cartesian model of the environment is requested to complete the identification. On few points, the Extended Kalman Filter outstands the Least Squares for the task of identification. It manages the process noise (not requiring any pre-filtering) and it can also identify a variable parameter. Even in the presence of contacts, the Extended Kalman Filter presents better results than Least Squares for the purpose of identifying the parameters of a second order system.

# Table des matières

Résumé . . . . .	iv
Abstract . . . . .	viii
Table des matières . . . . .	xii
Liste des tableaux . . . . .	xv
Liste des figures . . . . .	xvii
Liste des sigles et abréviations . . . . .	xx
Liste des annexes . . . . .	xxii
<b>1 Introduction . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Exploitation des mines souterraines . . . . .	1
1.2 Description de la tâche de chargement . . . . .	3
1.2.1 Caractérisation . . . . .	3
1.2.2 Modélisation des forces de chargement . . . . .	6
1.3 Modélisation de la force de coupe . . . . .	8
1.3.1 Propriétés concernées . . . . .	8
1.3.2 Hypothèses sur les matériaux . . . . .	9
1.3.3 Hypothèses sur la nature du phénomène . . . . .	10

1.3.4	Modélisation	10
1.3.5	Résumé	16
1.4	Simplification de certains aspects	20
<b>2</b>	<b>Modélisation d'une interaction</b>	<b>25</b>
2.1	Objectifs de recherche	25
2.2	Description d'une interaction	26
2.2.1	Nature du manipulateur	27
2.2.2	Nature de l'organe de liaison	33
2.2.3	Nature de l'environnement	33
2.3	Modélisation du système étudié	39
2.3.1	Contraintes holônômes	43
<b>3</b>	<b>Identification</b>	<b>44</b>
3.1	Nature de l'identification	44
3.1.1	Formulation du problème	44
3.1.2	Remarques	46
3.2	Choix de la technique	47
3.2.1	Notions fondamentales	48
3.2.2	Applicabilité	55
3.3	Application au système à l'étude	60
3.3.1	Paramétrisation	61
3.3.2	Modèle d'état	65
3.4	Expérimentations sur le système réel	67
3.4.1	Description du montage	67
3.4.2	Identification hors-ligne	69
3.4.3	Remarques	75

<b>4</b>	<b>Contrôle et identification</b>	<b>76</b>
4.1	Manipulateur	76
4.1.1	Description	76
4.1.2	Friction	77
4.1.3	Validation du modèle	78
4.2	Contrôleur	80
4.2.1	Structure	80
4.2.2	Résultats expérimentaux	83
4.2.3	Ajout d'un observateur	87
4.3	Contrôle et identification	95
4.3.1	Méthodologie des essais	95
4.3.2	Résultats expérimentaux	96
	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>108</b>
	<b>Annexes</b>	<b>117</b>

## Liste des tableaux

1.1	Paramètres utilisés dans les modèles . . . . .	17
1.2	Paramètres influents de la force de coupe . . . . .	22
1.3	Paramètres communs des autres forces . . . . .	23
3.1	Ajustement des moindres carrés . . . . .	52
3.2	Ajustement du filtre de Kalman étendu . . . . .	56
3.3	Plage de valeurs des paramètres du montage . . . . .	68
3.4	Erreurs moyennes d'estimation en fonction du bruit . . . . .	70
4.1	Dépassement articulaire et écart de distance cartésien . . . . .	84
4.2	Gains du contrôleur avec vitesse provenant de la dérivée de la position	86
4.3	Erreurs d'estimation par les moindres carrés . . . . .	97
4.4	Erreurs d'estimation du filtre de Kalman étendu . . . . .	99
A.1	Valeurs moyennes des paramètres de friction . . . . .	121
A.2	Données techniques sur les actionneurs . . . . .	130
A.3	Valeurs des paramètres du montage . . . . .	130
A.4	Valeurs des constantes de conversion et du facteur de correction . . .	132
B.1	Réglage du filtre de Kalman étendu . . . . .	134
B.2	Angles de départ et d'arrivée du test en chute libre . . . . .	135

B.3 Gains du contrôleur pour un suivi de trajectoire . . . . .	136
B.4 Gains du contrôleur et de l'observateur pour un suivi de trajectoire .	136
B.5 Gains du contrôleur et de l'observateur . . . . .	137
B.6 Gains du contrôleur pour un scénario de contact . . . . .	137
B.7 Vitesses et accélérations nominales pour un scénario de contact . . . .	137
B.8 Ajustement du filtre de Kalman étendu . . . . .	138



## Liste des figures

1.1	Représentation d'un chargeur-transporteur-déchargeur (LHD) . . . . .	2
1.2	Nature de l'interaction lors d'excavation . . . . .	3
1.3	Différence entre les mouvements . . . . .	5
1.4	Forces en présence lors de l'excavation . . . . .	6
1.5	Systèmes d'axes de l'excavateur . . . . .	20
1.6	Influence des paramètres sur le procédé . . . . .	21
2.1	Représentation générale d'une interaction . . . . .	26
2.2	Manipulateur aux articulations rotoïdes et aux axes parallèles . . . . .	28
2.3	Représentation de l'interaction étudiée . . . . .	35
2.4	Particularités de l'interaction étudiée . . . . .	39
2.5	Système global à l'étude . . . . .	40
3.1	Identification par erreur de prédiction . . . . .	48
3.2	Photo du montage et des composantes . . . . .	68
3.3	Signaux de forces réel et reconstruit . . . . .	69
3.4	Moindres carrés en l'absence de bruit . . . . .	70
3.5	Moindres carrés en présence d'un bruit sur la position . . . . .	71
3.6	Moindres carrés en présence d'un bruit sur la force . . . . .	72
3.7	Estimation d'un seul paramètre . . . . .	72

3.8	Estimation des paramètres du système par FKE . . . . .	73
3.9	Estimé des états par le FKE . . . . .	73
3.10	Estimation par FKE avec variation d'un paramètre . . . . .	74
3.11	Validation de l'estimé du coefficient d'amortissement . . . . .	75
4.1	Angles du manipulateur en chute libre . . . . .	79
4.2	Contrôleur par régulation d'accélération . . . . .	81
4.3	Contrôleur à couple pré-calculé . . . . .	82
4.4	Suivi de trajectoire (traj. #1) . . . . .	83
4.5	Suivi de trajectoire (traj. #2) . . . . .	84
4.6	Valeur d'angle pour le suivi de trajectoire . . . . .	85
4.7	Pôles du contrôleur . . . . .	86
4.8	Localisation des pôles du contrôleur et de l'observateur . . . . .	90
4.9	Jumelage du contrôleur et de l'observateur . . . . .	91
4.10	Erreurs avec et sans observateur (série de gains #1 et #5) . . . . .	91
4.11	Position et vitesse angulaire avec observateur (série de gains #1 et #4) . . . . .	92
4.12	Vitesses dérivées, désirées et observées (série de gains #1) . . . . .	93
4.13	Vitesses dérivées, désirées et observées (série de gains #4) . . . . .	93
4.14	Effet du gain dérivé sur la commande de la seconde articulation (série de gains #5 et #6) . . . . .	94
4.15	Identification par les moindres carrés . . . . .	96
4.16	Identification par le filtre de Kalman . . . . .	97
4.17	Erreur d'observation de la position en $\mathbf{X}$ . . . . .	98
4.18	Vitesses observées et réelles en $\mathbf{X}$ . . . . .	99
4.19	Forces reconstruite et réelle . . . . .	101
A.1	Friction en fonction de la vitesse angulaire (signal rampe) . . . . .	120
A.2	Évolution de la friction selon la vitesse angulaire . . . . .	122

A.3	Écart-type de la friction totale en fonction de la vitesse angulaire . .	123
A.4	Vitesse angulaire résultant du signal AFM appliqué au RH8 . . . . .	123
A.5	Procédure de calibration du manipulateur . . . . .	127
A.6	Montage pour la détermination de l'amortissement . . . . .	128
A.7	Dynamique du système sans amortisseur . . . . .	129
A.8	Dynamique du système avec amortisseur . . . . .	131
A.9	Correction du signal de force . . . . .	132
C.1	MRA: Dessin du chariot . . . . .	140
C.2	MRA: Dessin du support global . . . . .	141
C.3	MRA: Dessin du support latéral . . . . .	142
C.4	Capteur de force: Dessin de l'étrier . . . . .	143
C.5	Capteur de force: Dessin des autres pièces . . . . .	144

## Liste des sigles et abréviations

AFM amplitude et fréquence modulées  
 FKE filtre de kalman étendu  
 LHD chargeur-transporteur-déchargeur  
 MRA système masse-ressort-amortisseur

$A$	matrice du modèle état	$G$	gain de Kalman
$B$	matrice du modèle état	$g$	gravité
$b$	amortissement	$H$	force de trainée horizontale
$C_c$	cohésion	$J$	matrice jacobienne
$C_a$	adhésion	$k$	constante de rappel
$C$	matrices du modèle état	$k_z$	type de coupe
$D$	matrices du modèle état	$K$	gain du contrôleur
$E$	moyenne	$l_i$	longueur de la membrure $i$
$f$	composante de force	$L$	vecteur des forces de gravité
$f$	vecteur de force	$m$	masse
$F$	force totale d'excavation	$M$	matrice d'inertie

$N_o$	charge nominale sur l'outil	$T$	force totale de coupe
$N$	matrice de Coriolis et centripète	$u$	vecteur des entrées
$n$	couple à l'articulation	$v$	bruits sur les mesures
$p$	position et orientation du godet	$w$	bruit sur le procédé
$P$	matrice de covariances	$w_t$	largeur de l'outil
$q$	coordonnées généralisées	$x$	vecteur des états
$Q$	bruit moyen sur le procédé	$x_c, y_c$	coordonnées cartésiennes
$R$	bruit moyen sur les mesures	<b>XYZ</b>	axes des référentiels
$S$	matrice de variances	$y$	vecteur des sorties
$t$	indice du temps	$z$	vecteur d'état augmenté
$t_t$	épaisseur de la tranche		
$\alpha_c$	angle d'affutage	$\sigma$	profondeur d'opération
$\beta$	angle d'attaque	$\tau$	vecteur des couples-actionneurs
$\delta$	friction interne	$\omega$	fréquence
$\epsilon$	vecteur d'erreur	$\xi$	coefficient d'amortissement
$\phi$	friction externe	$\psi$	vecteur de paramètres
$\gamma$	facteur d'oubli	$\zeta$	vecteur de bruit sur les param.
$\eta$	vecteur de forces-couples	$\lambda$	facteur d'oubli
$\mu$	vitesse d'opération	$\rho$	angle de cisaillement
$\pi$	surcharge	$\kappa$	résistance de coupe pure
$\nu$	vecteur de vitesses lin.-ang.	$\theta$	angle d'une articulation

# Liste des annexes

<b>A</b>	<b>Calibrations et réglages</b>	<b>117</b>
A.1	Calibration du manipulateur	117
A.1.1	Calibration des amplificateurs PWM	117
A.1.2	Détermination des coefficients de friction	119
A.1.3	Détermination des moments d'inertie	122
A.1.4	Détermination des gains couple/courant	125
A.1.5	Séquence des procédures de calibration	126
A.2	Calibration du système MRA	127
A.2.1	Détermination du coefficient d'amortissement	128
A.2.2	Calibration du capteur de force	131
<b>B</b>	<b>Conditions expérimentales</b>	<b>133</b>
B.1	Test du module d'identification	133
B.2	Test en chute libre	134
B.3	Test du couple pré-calculé sans contact	135
B.4	Test avec l'observateur	136
B.5	Tests d'identification en présence contact	136
<b>C</b>	<b>Dessins techniques</b>	<b>139</b>

# Chapitre 1

## Introduction

Le présent chapitre est consacré à l'étude des méthodes de modélisation des forces rencontrées lors d'un chargement de minerai. La matière couvre dans l'ordre, une mise en contexte, une description de la tâche de chargement, une revue de la modélisation de la force de coupe et finalement quelques simplifications.

### 1.1 Exploitation des mines souterraines

L'extraction de minerai des mines souterraines demeure encore aujourd'hui une opération coûteuse et dangereuse. Ce fait est attribuable aux conditions d'exploitation sévères qui nécessitent de nombreuses mesures de sécurité. Par ailleurs, l'automatisation d'un tel procédé est attrayante à plus d'un égard. Elle offre une continuité d'opération qui minimise le temps alloué au changement de personnel, en plus d'offrir un éventuel gain sur la vitesse d'exécution. Dans une publication récente, Baiden et al. (1997) décrivent l'état actuel de l'automatisation de l'exploitation des mines. On y souligne, entre autres choses, les progrès des dernières années en matière de communication et de téléopération des véhicules miniers. Parmi les sujets non-traités mais nécessaires afin de garantir une certaine autonomie au procédé de chargement,

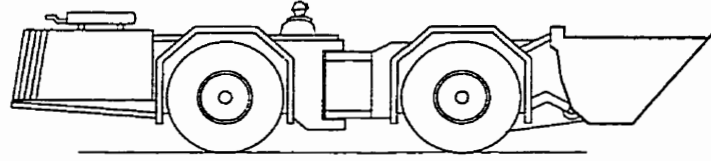


Figure 1.1: Représentation d'un chargeur-transporteur-déchargeur (LHD)

figure l'interaction entre le minerai et l'excavateur.

Une des particularités de ce procédé réside dans l'amplitude de la force de résistance du minerai qui peut excéder celle de l'excavateur. Comme celui-ci doit déplacer le minerai chargé dans son godet d'un point de soutirage vers un lieu de concassage et que les tunnels d'accès sont de dimensions finies, l'équipement utilisé possède des composantes de dimensions et de puissance limitées. Un exemple de cet équipement est un chargeur-transporteur-déchargeur (LHD) dont on trouve une représentation à la figure 1.1. La complexité de l'interaction entre le godet et le minerai constitue le principal obstacle à l'automatisation de la machinerie. La connaissance ou le développement d'une relation procurant la force nécessaire pour charger un godet est donc d'un grand intérêt.

Deux principaux axes de recherche se distinguent dans les ouvrages abordant l'automatisation du procédé de chargement. Certains auteurs portent leur attention sur la modélisation du phénomène (Korzen, 1985; Hemami, 1992) tandis que d'autres préconisent une étude plus assidue de la nature et de l'algorithmie du contrôle (Seward et al., 1992; Dasys et al., 1994; Lever et Wang, 1995). Plus précisément, la phase de modélisation a pour but de rechercher une formulation générale de la force de résistance qu'offre un matériau à une tâche de chargement. Une expression mathématique de la force peut ainsi être établie en terme des paramètres influents du procédé. Ce premier chapitre expose les difficultés majeures liées à l'étape de modélisation.



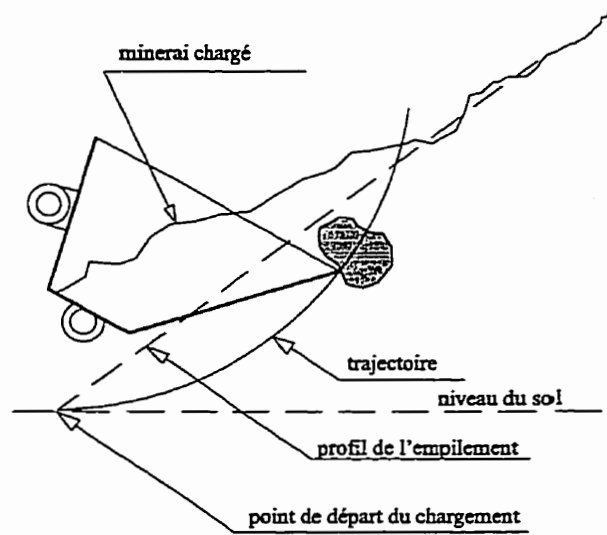


Figure 1.2: Nature de l'interaction lors d'excavation

## 1.2 Description de la tâche de chargement

Au cours de cette section, le chargement est défini dans son ensemble et ses composantes. On y retrouve également une formulation de la force totale.

La figure 1.2 représente de façon générale le procédé exécuté à l'aide d'un LHD. Ce type d'interaction est principalement gouverné par trois éléments: le matériau, l'outil et le mouvement. Dans le texte qui suit, on procède à la caractérisation de chacun de ces éléments.

### 1.2.1 Caractérisation

En ce qui concerne les matériaux, ils sont normalement regroupés selon leurs caractéristiques physiques. L'ouvrage de McCarthy (1993) expose les principales différences entre les systèmes de classification déjà instaurés. Un rappel des propriétés et des hypothèses reliées aux matériaux est reporté aux sections 1.3.1 et 1.3.2.

L'outil est défini ici comme l'élément en contact avec le matériau. L'outil de base du

contact est la lame. Ses propriétés mécaniques en terme de résistance à la déformation sont supérieures à celles du matériau afin que seul celui-ci se déforme plastiquement sous l'effort. Généralement, la surface de la lame est plane et sa tranche effilée. Une lame est considérée large si son ratio (profondeur d'opération)/(largeur) est supérieur à deux (Gill and Berg, 1968), et devient infiniment large si il excède six (Osman, 1964). Le godet est l'outil le plus commun pour l'excavation et le chargement. Il peut être considéré comme une lame à laquelle des plaques de côtés et de fond sont ajoutées. La présence de ces plaques latérales et de fond fait en sorte que des forces additionnelles doivent être considérées.

La nature du déplacement d'un outil influence aussi fortement le procédé que les propriétés du matériau. Trois natures de mouvement sont relevées dans la littérature:

- La pénétration correspond à l'action d'insérer un outil dans un matériau tout en maintenant une orientation constante. La profondeur d'opération demeure le seul paramètre variable. Comme l'outil s'éloigne continuellement de la surface libre, le matériau se trouvant dans la direction du déplacement de l'outil est considéré infini. Bien que le matériau ne subisse aucun déplacement, il expérimente toutefois un certain compactage. L'enfoncement de pieux représente un exemple de pénétration pure (Fowkes et al., 1973);
- La coupe se caractérise par le déplacement horizontal d'un outil dont l'inclinaison ainsi que la profondeur d'opération demeurent constantes. Contrairement à la pénétration, le matériau ici offre une résistance au déplacement. D'ailleurs, il est considéré semi-infini car la direction du déplacement de l'outil est parallèle à la surface libre. Le labourage représente l'application la plus étudiée du phénomène de coupe (Gill and Berg, 1968);
- La tâche d'excavation regroupe une séquence de mouvements de pénétration et

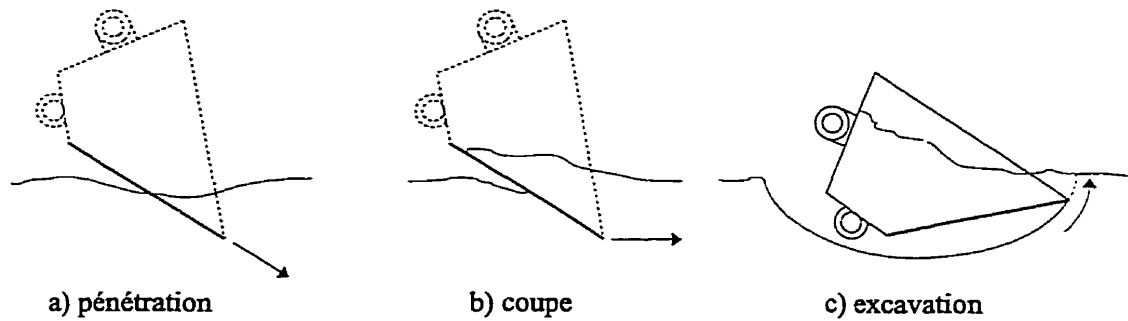


Figure 1.3: Différence entre les mouvements

de coupe. Chacun des éléments de cette séquence comporte un angle d'inclinaison et une profondeur d'opération propres. Les auteurs Labutin et al. (1993) abordent l'excavation en la décomposant en ses mouvements simples dont la pénétration pure d'un godet dans un amoncellement de minerai.

Respectivement, la lame sert à la coupe et à la pénétration tandis que le godet est utilisé pour l'excavation. Le godet étant un contenant, sa trajectoire doit en assurer le remplissage (figure 1.3). D'ailleurs, le procédé de la coupe effectuée avec une lame qui soit large peut être associée à celui de l'excavation et du chargement (McKyes, 1985).

Le chargement s'apparente à l'excavation en ce qui concerne l'outil et la nature du mouvement tandis que leur principale différence réside dans la nature de l'environnement. Pour le chargement, l'environnement se simplifie à un amoncellement de minerai préalablement fragmenté contrairement à l'excavation où tous les types de sols sont possibles. À ce titre, le chargement peut être considéré comme un cas particulier d'excavation.

Avec la connaissance des éléments du chargement, les forces en présence peuvent maintenant être modélisées.

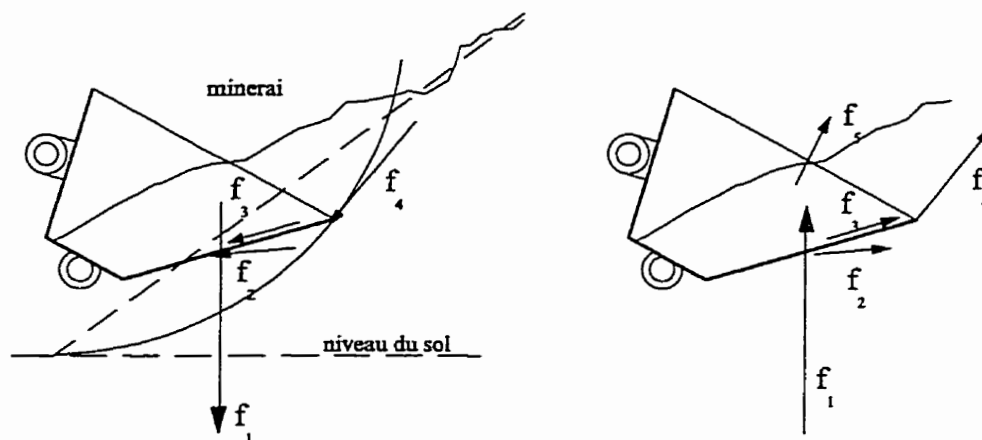


Figure 1.4: Forces en présence lors de l'excavation

### 1.2.2 Modélisation des forces de chargement

La force requise pour réaliser une tâche de coupe avec une lame qui soit large ou une tâche de chargement avec un godet dépend de deux phénomènes: le besoin d'accélérer continuellement de nouvelles masses associées au déplacement de l'outil, et l'altération de la structure et de la résistance du matériau (McKyes, 1985). Pour une tâche de chargement, la variation de la quantité de matière à l'intérieur du godet ainsi que son effet de compactage doivent être considérés dans la dynamique globale. Parmi les formulations existantes des forces de chargement, Hemami (1992b) décrit ce procédé par l'introduction des composantes de force suivantes:

- $f_1$  = la force de compensation de la masse du matériau chargé;
- $f_2$  = la résistance au compactage du matériau non-chargé;
- $f_3$  = la force de friction;
- $f_4$  = la force de résistance à la pénétration et à la coupe;
- $f_5$  = la force nécessaire pour assurer le mouvement du matériau chargé;
- $f_6$  = la force nécessaire au déplacement du godet vide.

dont on obtient la force totale par la relation,

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_4 + \mathbf{f}_5 + \mathbf{f}_6 \quad (1.1)$$

Toutes les composantes de la force  $\mathbf{F}$  sont des vecteurs (caractère gras et italique) dont l'amplitude et la direction varient durant le procédé. Cette formulation du problème ne constitue peut-être pas une liste exhaustive des forces en présence mais toutefois, elle possède l'avantage d'inclure suffisamment de composantes pour effectuer le lien avec les développements existants. Parmi ceux-ci, Zelenin et al.(1985) suggère l'expression suivante,

$$\mathbf{F} = \mathbf{P} + \mathbf{R}_Z + \mathbf{P}_Z \quad (1.2)$$

où  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{P}_Z$  et  $\mathbf{R}_Z$  représentent la force de pénétration et de coupe, la force nécessaire au mouvement du godet chargé (incluant son propre poids) et finalement, la somme des forces de friction, des forces de résistances du prisme et des forces de compactage du matériau chargé. D'autre part, Alekseeva et al.(1985) propose une relation à l'intérieur de laquelle les forces sont regroupées comme suit,

$$\mathbf{F} = \mathbf{P} + \mathbf{R}_A + \mathbf{P}_A \quad (1.3)$$

où  $\mathbf{R}_A$  représente les forces de friction tandis que  $\mathbf{P}_A$  inclu  $\mathbf{P}_Z$  ainsi que les résistances du prisme et les forces de compactage. Le grand nombre de composantes suggérées par Hemami mènent aux équivalences,

$$\mathbf{P} = \mathbf{f}_4, \mathbf{P}_Z = \mathbf{f}_5 + \mathbf{f}_6, \mathbf{P}_A = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \mathbf{P}_Z, \mathbf{R}_A = \mathbf{f}_3, \mathbf{R}_Z = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \mathbf{R}_A$$

Pour le chargement, la composante  $\mathbf{f}_4$  est la plus significative en amplitude (Hemami et al., 1994). D'autres travaux de Hemami (1994) apportent des précisions quant à la détermination des forces  $\mathbf{f}_1$ ,  $\mathbf{f}_2$ ,  $\mathbf{f}_3$ ,  $\mathbf{f}_5$  et  $\mathbf{f}_6$  de l'équation 1.1. Pour le présent travail, une attention particulière est portée sur la détermination de la force  $\mathbf{f}_4$  qui pour le besoin est renommée *force de coupe*.

## 1.3 Modélisation de la force de coupe

La détermination et la modélisation des forces de pénétration, de coupe et de chargement ont été abordées dans plusieurs ouvrages. Toutefois, leurs conclusions sont difficilement comparables. L'approche choisie, les propriétés du matériau, les hypothèses de base ainsi que le nombre de paramètres considérés figurent parmi les différences qui existent entre ces études. C'est cela même qui rend impossible l'établissement de toute échelle comparative. Les sections 1.3.1 à 1.3.5 permettent de cerner la difficulté de cet exercice en procédant à une revue de littérature.

### 1.3.1 Propriétés concernées

Les paragraphes qui suivent effectuent un rapide survol des plus communes propriétés décrivant les matériaux. Ces propriétés se divisent en deux catégories, dont l'une est propre au matériau et l'autre à l'interface outil-environnement.

De toutes les propriétés, la *friction* demeure la plus importante. Une publication de Leonhard (1993) révèle que lors d'essais expérimentaux d'excavation, la force de friction constitue près de la moitié de la force de résistance totale dans la direction du mouvement. Dans toute interaction où le matériau est meuble, on retrouve la friction interne  $\phi$  et la friction externe  $\delta$ . La première consiste en un frottement interne auquel le minerai est assujéti tandis que la seconde relève du frottement entre le minerai et l'outil. De ce fait, la friction externe qualifie l'interface outil-environnement alors que la friction interne demeure une propriété inhérente au matériau.

Les autres propriétés importantes du matériau sont la *densité* et la *cohésion*. Selon McCarhty (1993), la densité  $\gamma$  représente la mémoire du matériau aux contraintes subites. La cohésion  $C_c$ , également affectée par l'historique des contraintes, varie selon le taux d'humidité.

L'adhésion  $C_a$ , autre propriété qualifiant l'interface outil-environnement, est également considérée pour la compréhension du texte qui suit.

Toutes ces propriétés possèdent des variations naturelles importantes à l'intérieur d'un même échantillon. Un exemple de ces variations concerne l'adhésion qui expérimente une augmentation logarithmique de sa valeur en fonction de la vitesse d'opération si le taux d'humidité est incrémenté (McKyes, 1985).

### 1.3.2 Hypothèses sur les matériaux

Dans le cas des actions de coupe, de pénétration, d'excavation ou de chargement, on dénombre dans la littérature trois hypothèses propres au matériau.

- La première et la plus importante des hypothèses suppose l'*homogénéité* du matériau. Cependant, dans la réalité les caractéristiques d'un matériau peuvent varier de façon significative à l'intérieur d'une couche d'un mètre (Leonhard, 1993);
- La seconde hypothèse stipule que le matériau demeure *continu* tout au long du procédé. Toutefois, des actions telles que la coupe et le labourage s'accompagnent de discontinuités, d'une restructuration ainsi que d'une altération de la densité du matériau;
- La troisième et dernière hypothèse attribue un comportement *isotrope* au matériau. Par ailleurs, elle est soutenue par un nombre restreint de chercheurs (Korzen, 1985; Thakur et Godwin, 1990). Cette hypothèse exige l'homogénéité du matériau comme prérequis. De plus, elle implique une réaction identique d'un élément de matériau à une contrainte externe indépendamment de sa direction d'application.

Malgré le manque de réalisme se dégageant des hypothèses antérieures, un nombre important d'auteurs les acceptent comme les fondements de leur modèle. De tous les matériaux traités dans la littérature, seuls ceux sans cohésion et sans argile, sous forme granulée et secs, s'approchent sensiblement du comportement associé à ces hypothèses.

### **1.3.3 Hypothèses sur la nature du phénomène**

Il y a divergence d'opinion parmi les auteurs sur la formulation qui prédit le plus exactement les forces de coupe ou d'excavation. L'élément principal de cet argument repose sur l'importance accordée à la dynamique du procédé. Pour de nombreux cas, aucune expression analytique n'existe si les aspects dynamiques du phénomène sont considérés. Le fait de négliger ces aspects réduit l'étude du procédé au scénario statique et garanti de ce fait l'existence d'une relation analytique.

Les analyses des procédés de coupe et d'excavation sont majoritairement basées sur la pression passive d'un mur de soutènement, sur l'équilibre limite et finalement sur les équations de manutention des sols et matériaux meubles. Tous ces développements originent de la théorie des fondations dont la forme originale décrit un procédé avec une vitesse d'opération nulle. Ainsi, des phénomènes aussi cinétiques que la coupe effectuée à l'aide d'une lame (Osman, 1964) ou l'enfoncement de pieux (McCarthy, 1993) sont abordés selon une vision statique des choses.

### **1.3.4 Modélisation**

Le but premier de la modélisation de l'interaction outil-environnement est d'obtenir une formulation générale et applicable à toutes les situations concevables. Le développement d'une expression mathématique sous la forme d'une équation peut être réalisé par une approche soit analytique ou soit empirique.



En ce qui a trait à l'approche empirique, un modèle est établi pour toutes les situations comportant des résultats expérimentaux. Cette condition requiert beaucoup d'efforts, de temps, d'argent ainsi qu'un nombre considérable d'expérimentations. Malgré cela, le modèle obtenu n'est valide que pour les conditions expérimentales sélectionnées. De plus, il ne sera pas en mesure de refléter avec exactitude les phénomènes réels de coupe et d'excavation pour lesquels les variations des paramètres sont significatives (Leonhard, 1993). D'autre part, l'approche analytique conduit à un modèle qui respecte plus fidèlement ces variations de propriétés. Toutefois, elle explique exclusivement des cas de coupes simples et éloignés de l'excavation ou du chargement.

Relativement aux procédés de coupe, de pénétration et d'excavation, un certain nombre de modèles ont été construits à partir de l'une des deux approches mentionnées. À titre d'exemple, on dénombre maintenant plus de cinquante (50) modèles empiriques pour la pénétration. La validation de ces modèles consiste en soi en un sujet de recherche (Fowkes et al., 1973). Concernant la coupe, les relations analytiques corroborent les résultats expérimentaux. Cela peut expliquer l'absence de modèle empirique pour ce procédé. À propos de l'excavation, quelques auteurs (Zelenin et al., 1985; Leonhard, 1993) réfutent la validité d'un modèle analytique. Leur position est fondée sur la difficulté d'établir la prédominance des modes élastiques et/ou plastiques ainsi que sur le manque de fondements théoriques fiables et éprouvés. Du point de vue des modèles empiriques pour l'excavation, seule une méthodologie de modélisation a été formulée par Korzen (1985).

Afin de mieux saisir la complexité de l'étape de modélisation, quelques modèles décrivant la coupe sont présentés pour ensuite enchaîner avec ceux propres à l'excavation.

### Modèles de coupe

Gill et Berg (1968) ont développé une expression analytique concernant une tâche de coupe réalisée à l'aide d'une lame. Ils en ont déduit une expression générale pour  $H$ , la force de traînée horizontale,

$$H = N_o \sin \beta + \delta N_o \cos \beta + \kappa w_t \quad (1.4)$$

où  $N_o$ ,  $\kappa$ ,  $w_t$  et  $\beta$  représentent la charge normale sur l'outil incliné, la résistance de coupe pure du matériau, la largeur de l'outil et l'angle d'attaque. Comme  $\kappa$  est considéré important si et seulement si un obstacle ou une usure significative de la tranche survient, la coupe d'un matériau homogène s'exprime par,

$$H^* = H - \kappa w_t = N_o \sin \beta + \delta N_o \cos \beta \quad (1.5)$$

ou,

$$H^* = \left[ \gamma \frac{\sin(\beta + \rho)}{\sin \rho} \left( l_t + \frac{\sigma \cos(\beta + \rho)}{2 \sin \rho} + \frac{\sigma \sin(\beta + \rho) \tan \beta}{2 \sin \rho} \right) + \frac{C_c}{\sin \rho (\sin \rho + \phi \cos \rho)} \right. \\ \left. \dots + \frac{\gamma \mu^2 \sin \beta}{g \sin(\beta + \rho) (\sin \rho + \phi \cos \rho)} \right] \frac{w_t \sigma (\sin \beta + \delta \cos \beta) (\sin \rho + \phi \cos \rho)}{\sin(\rho + \beta) (1 - \phi \delta) + \cos(\rho + \beta) (\phi - \delta)} \quad (1.6)$$

où  $\sigma$ ,  $\rho$  et  $l_t$  représentent la profondeur d'opération, l'angle du plan de cisaillement et la longueur de l'outil. Les expressions amenées par Gill et Berg contiennent des termes traduisant les effets de la gravité  $g$ , de la cohésion  $C_c$  et de l'inertie  $\gamma w_t \sigma$ . Des recherches menées par Swick et Perumpral (1988) et portant sur l'analyse bidimensionnelle d'une lame de coupe ont conduit à une équation exprimant la force résultante totale  $\mathbf{T}$  rencontrée par un outil,

$$\mathbf{T} = \frac{w_t \sigma}{\sin(\beta + \phi + \rho + \delta)} \left[ \frac{-C_a \cos(\beta + \phi + \delta)}{\sin \beta} + \frac{\gamma \sigma^2}{4} (\cot \beta + \cot \delta) \sin(\phi + \rho) \right]$$

$$\dots + \frac{\varpi\sigma}{2}(\cot\beta + \cot\rho)\sin(\phi + \rho) + \frac{C_c \cos\phi}{\sin\rho} + \frac{\gamma\mu^2 \sin\beta \cos\phi}{g \sin(\beta + \rho)} \quad (1.7)$$

à partir de laquelle la force de traînée horizontale peut être obtenue à l'aide de,

$$H = T \sin(\beta + \delta) \quad (1.8)$$

Contrairement à l'équation 1.4, l'expression précédente donne un portrait plus complet du phénomène car elle englobe également les effets de l'adhésion  $C_a$  et de la surcharge  $\varpi$ . Son extension à une application tridimensionnelle prédit de manière satisfaisante les forces expérimentées pour un outil plat et étroit (Swick et Perumpral, 1988).

Le dernier modèle de coupe présenté fait appel aux équations de manutention des sols et matériaux meubles décrites par McKyes (1985). La forme la plus complète de ces équations contient des termes représentant les effets de la gravité  $N_g$ , de la cohésion  $N_c$ , de l'adhésion  $N_{ca}$ , de la surcharge  $N_q$  et de l'inertie  $N_a$  tel que,

$$\mathbf{T}' = w_t \sigma (\gamma g \sigma N_g + C_c N_c + C_a N_{ca} + \varpi N_q + \gamma \mu^2 N_a) \quad (1.9)$$

ou autrement formulé,

$$\mathbf{T}' = \frac{w_t \sigma}{\cos(\beta + \delta) + \sin(\beta + \delta) \cot(\rho + \phi)} \left[ \frac{\gamma g \sigma}{2} (\cot\beta + \cot\rho) + C_c (1 + \cot\rho \cos(\rho + \phi)) \right. \\ \left. \dots + C_a (1 - \cot\beta \cot(\rho + \phi)) + \varpi (\cot\beta + \cot\rho) + \frac{\gamma \mu^2 (\tan\rho + \cot(\rho + \phi))}{1 + \tan\rho \cot\beta} \right] \quad (1.10)$$

dont la force de traînée s'obtient comme suit,

$$H = \mathbf{T}' \sin(\beta + \phi) - C_c \sigma \cot\beta \quad (1.11)$$

La correspondance entre les deux derniers modèles (1.8 et 1.11) pour une application tridimensionnelle fait l'objet d'une recherche (Boccafogli et al., 1992).

Un attrait intéressant des équations de manutention des sols et matériaux meubles consiste en leur possibilité d'utilisation. Elles peuvent décrire des applications aussi diverses que la coupe complétée au moyen d'une lame (McKyes, 1985), d'un câble (Thakur et Godwin, 1990) ou d'une lame en V de type chasse-neige (Fielke et Riley, 1991) ainsi que l'enfoncement d'un pieu (Vesić, 1977; McCarthy, 1993).

### Modèles d'excavation

Tel que mentionné à la fin de la section 1.2.2, l'attention est portée sur l'étude de la composante  $P$  au sein des équations 1.2 et 1.3 ou de son équivalent  $f_4$  de l'équation 1.1. Ainsi, seuls les modèles décrivant l'amplitude de cette composante sont exposés ici.

D'une façon similaire à la modélisation de la coupe effectuée avec une lame, il existe des expressions analytiques et empiriques pour l'excavation qui permettent de déterminer l'amplitude de  $P$ . Pour obtenir un modèle empirique, Zelenin et al. (1985) ont procédé systématiquement par une variation individuelle des paramètres pour préciser leurs influences respectives. L'expression résultante pour la force de coupe expérimentée par un godet (sans dents) s'écrit,

$$P = 10 C_o \sigma^{1.35} (1 + 2.6 w_t)(1 + 0.0075 \alpha_c)(1 + 0.03 t_t) \beta k_z \quad (1.12)$$

où  $\alpha_c$ ,  $t_t$  et  $k_z$  représentent l'angle d'affutage, l'épaisseur de la tranche et le type de coupe. Il s'agit de l'une des rares formulations connues de la force de coupe lors d'un procédé d'excavation. Aucun autre chercheur ne l'a confirmée ou infirmée.

Par ailleurs, Balovnev (1983) applique la théorie de la pression passive sur les murs de soutènement au godet afin d'obtenir un modèle analytique. Plus précisément, il

considère individuellement les composantes du godet pour ensuite additionner leurs effets respectifs. Le résultat prend la forme,

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \quad (1.13)$$

où les forces de résistance  $P_1$  à  $P_4$  sont associées à la coupe d'une lame plate avec une tranche effilée, à l'usure de la tranche, à l'insertion des deux panneaux latéraux dans le matériau et finalement à la friction générée par ces mêmes panneaux. À cet effet, une comparaison ainsi qu'un détail des formulations proposées par Zelenin et al. (1.12) et par Balovnev (1.13) fait l'état d'une recherche réalisée par Hemami et al. (1994).

Considérant la difficulté de la tâche, certains auteurs ont emprunté une autre avenue de modélisation des procédés d'excavation et de chargement. Ceux-ci observent davantage le procédé global d'un point de vue macroscopique, et proposent une analogie entre la résistance totale offerte par le média,  $F$ , et un système composé de masses, de ressorts et d'amortisseurs (MRA) (Vesić, 1977; Leonhard, 1993; Hemami, 1995). En fait, l'utilisation d'un modèle théorique composé d'éléments élastiques (ressorts), plastiques (amortisseurs) et inertiels (masses) génère une prédiction approximative de la force de coupe au même titre que l'ensemble des hypothèses décrites aux sections 1.3.2 et 1.3.3. Cependant, la présence des éléments inertiels et des amortisseurs accentue la considération de la dynamique. Le jumelage des ressorts et des amortisseurs résulte en un comportement élastico-plastique semblable au cas réel où le minerai demeure partiellement déformé suite à une altération de sa structure. Toutefois, la difficulté d'utilisation d'un système MRA afin de modéliser la résistance totale à l'excavation ou au chargement, réside dans la détermination des coefficients d'élasticité, d'amortissement et d'inertie.

Tout au long de la revue de littérature, plusieurs points liés à la modélisation et

ayant des répercussions sur l'automatisation du procédé sont répertoriés à la section qui suit.

### 1.3.5 Résumé

Toute tâche d'automatisation requiert un modèle du procédé, une validation de ce dernier ainsi que l'élaboration d'une loi de commande. Quoiqu'une analyse complète de l'automatisation du chargement doit couvrir ces phases, il appert qu'aucune recherche connue ne les contient toutes. La section ultérieure explique ce fait en fournissant des observations relatives aux trois aspects mentionnées préalablement.

#### Modèle du procédé

La modélisation de l'interaction outil-environnement vise à obtenir une formulation générale qui s'applique à toutes les situations concevables. En réalité, les modèles présentés aux sections antérieures échouent à cet égard car ils sont limités soit par leurs conditions d'application ou par la théorie servant à leur formulation. D'une part ou de l'autre, cela conduit à un modèle dont l'usage est restreint.

La coupe effectuée par une large lame s'apparente au chargement. Une comparaison du nombre de paramètres utilisés par les modèles de ces deux procédés est donc possible. Cet exercice procure une indication sur les paramètres dominants du procédé. Tel que montré au tableau 1.1, les paramètres des modèles 1.6, 1.8, 1.11 et 1.12 varient en nombre ainsi qu'en nature. Selon le nombre d'apparitions de chacun des paramètres à l'intérieur des modèles, il est possible d'en extraire un noyau réduit totalisant un ensemble de huit paramètres : la largeur de l'outil  $w_t$ , l'angle d'attaque  $\beta$ , la profondeur d'opération  $\sigma$ , la cohésion  $C_c$ , la friction interne  $\phi$ , la densité  $\gamma$ , la friction externe  $\delta$  ainsi que la vitesse d'opération  $\mu$ .

$$f_4 = h(w_t, \beta, \sigma, C_c, \phi, \gamma, \delta, \mu) \quad (1.14)$$

Tableau 1.1: Paramètres utilisés dans les modèles

Paramètres		Modèles					Apparitions
		Gill et Berg	Swick et Per.	Mckyes	Zelenin	Balovnev	
<i>Outil:</i>	$w_t$	x	x	x	x	x	5
	$l_t$	x				x	2
	$t_t$				x	x	2
	$\alpha_o, \alpha_c$				x		1
	$\alpha_b, e_b$					x	1
<i>Matériau:</i>	$C_c$	x	x	x		x	4
	$\phi$	x	x	x		x	4
	$\gamma$	x	x	x		x	4
<i>Outil-matériau:</i>	$C_a$		x	x			1
	$\delta$	x	x	x		x	4
<i>Opération:</i>	$\mu$	x	x	x			3
	$\beta$	x	x	x	x	x	5
	$\sigma$	x	x	x	x	x	5
	$\varpi$		x	x		x	3
	$l_o$					x	1
	$k_z, C_o$				x		1
<i>Nombre de paramètres</i>		9	10	10	8	12	

Un modèle adéquat du procédé doit donc minimalement contenir l'ensemble des paramètres apparaissant à la relation 1.14.

### **Validation du modèle**

La validation d'un modèle est cruciale pour son utilisation ultérieure avec une loi de commande. Parmi les recherches existantes sur l'excavation et le chargement, on dénote entre autres choses les observations suivantes :

- Il y a absence d'une procédure reconnue de validation qui repose sur la sélection du matériau, la confirmation des hypothèses et le protocole expérimental;
- Bien qu'une validation à l'échelle réduite demeure valide (Fabrichnyi et al., 1975), elle nécessite un manipulateur capable de porter une charge importante à son extrémité. Ne respectant pas les standards des manipulateurs robotiques commerciaux, cette spécification mène souvent à la fabrication d'un manipulateur approprié (Leonhard, 1991; Seward et al., 1996). À ce titre, des travaux portant sur la conception d'un manipulateur ont été réalisés par l'auteur (Blouin, 1997).
- Il n'existe aucun capteur ou groupe de capteurs pouvant fournir une information sur les variations des paramètres de l'équation 1.14 en cours de procédé (Leonhard, 1993). Cela réduit du fait même la portée d'une formulation de la force de coupe.

Les conséquences des contraintes relevées ci-haut sont majeures pour l'avancement de la recherche dans ce domaine. Premièrement, les conclusions des différents travaux de recherche manquent d'uniformité et vont même jusqu'à se contredire. Le meilleur exemple demeure les conclusions relatives à l'effet de la vitesse d'opération sur la validité du modèle. Deuxièmement, il est complexe et voire même impossible de



conclure sur des essais infructueux. Cet élément est davantage perceptible à la lecture d'une publication de Willman et Boles (1996) qui tente en vain de vérifier les modèles mentionnés à la section 1.3.4. Tout comme la conclusion de ce chapitre, l'article abonde dans le sens que les modèles étudiés ne sont pas aptes à représenter les procédés de chargement et de coupe. Cependant, comme ce verdict est issu d'essais expérimentaux influencés par au moins l'une des contraintes mentionnées, autant les résultats que les théories peuvent être remis en cause.

### **Élaboration d'une loi de commande**

Malgré l'incertitude qui entoure le modèle et sa validation, deux principaux scénarios d'établissement d'une loi de commande ont vu le jour. Le premier concerne les recherches qui ont recours aux modèles existants pour générer une loi de commande. Les auteurs qui optent pour le second scénario, tels que Seward et al. (1992) ainsi que Bullock et al. (1990), développent une loi de commande qui tient compte de la nature du phénomène sans l'utilisation des modèles.

Parmi la première catégorie, Leonhard (1991 et 1993) effectue tout d'abord certaines validations expérimentales du modèle utilisé pour ensuite y appliquer des stratégies de contrôle. Cependant, d'autres auteurs (Vähä et al., 1991a et b; Bodur et al., 1994) vérifient strictement leur loi de commande à l'aide de simulations. Considérant le manque de données expérimentales sur le sujet, cette voie de recherche fait peu progresser la compréhension du contrôle d'un tel procédé.

L'absence d'un montage pour compléter des essais expérimentaux ainsi que la présence des contraintes de validation d'un modèle ont conduit la présente recherche à l'élaboration d'une loi de commande relevant de la relation 1.14 ainsi que des hypothèses mentionnées antérieurement. Ce faisant, de nouvelles simplifications sont apportées.

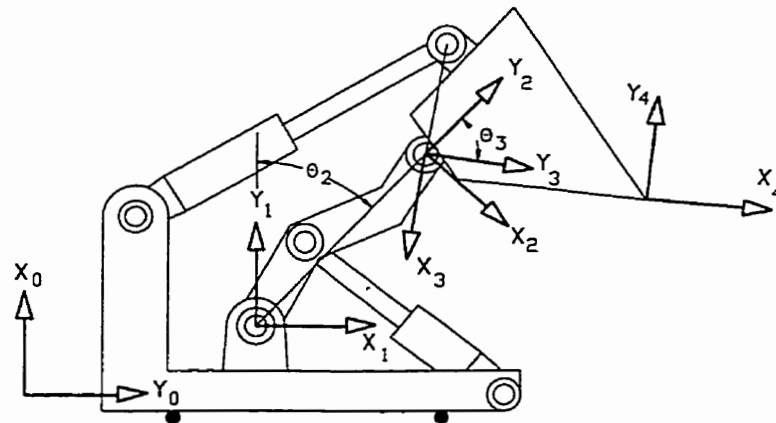


Figure 1.5: Systèmes d'axes de l'excavateur

## 1.4 Simplification de certains aspects

Afin de mieux asservir les tâches d'excavation et de chargement, les auteurs Vähä et al. (1991b) ainsi que Hemami (1992b) proposent une analogie entre l'excavateur et un robot manipulateur. Cette analogie favorise l'utilisation des principes de la robotique. Telles que montrées à la figure 1.5, la position et l'orientation de la tranche du godet peuvent s'exprimer à l'aide de systèmes d'axes localisés à la tranche ainsi qu'aux points de pivots. Un des avantages du passage d'un LHD vers un manipulateur robotique est l'étape de modélisation à laquelle les formalismes connus s'appliquent. De plus, il permet l'usage des plus récents développements en matière de contrôle des robots manipulateurs.

En regard à la section 1.3.2, une sélection de matériaux qui respectent le plus précisément les hypothèses de base des modèles semble être une décision judicieuse. Le sable et le gravier secs sont des matériaux de choix car ils respectent l'équation 1.14 par l'absence d'adhésion. À cet égard, Willman et Boles (1996) ont analysé l'ensemble des paramètres de cette équation afin de mieux visualiser leur influence dans le procédé global. À la différence des éléments considérés par Willman et Boles (figure 1.6), le choix du sable ou du gravier écarte seulement l'incidence de l'adhésion

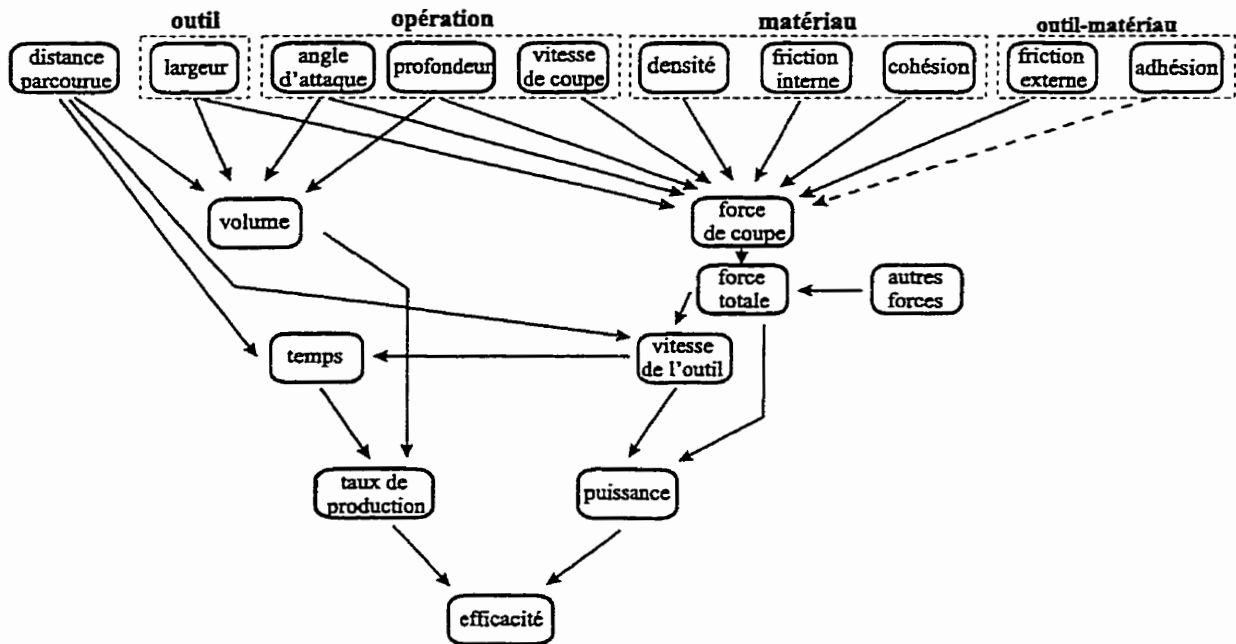


Figure 1.6: Influence des paramètres sur le procédé

sur le procédé.

En référant encore une fois aux paramètres de l'expression,

$$f_4 = h(w_t, \beta, \sigma, C_c, \phi, \gamma, \delta, \mu)$$

il est possible de classifier ceux-ci selon leur nature. Ce classement (tableau 1.2) procure trois groupes distincts de paramètres. Le premier groupe inclu les frictions interne et externe ainsi que la largeur de l'outil. La valeur de ces paramètres est facilement déterminée pour le cas d'un amoncellement naturel de minerai granulé (sable ou gravier). Le second groupe, principalement composé des paramètres d'opération, englobe la densité, la profondeur, la vitesse et l'angle d'attaque. Les éléments de ce groupe varient au cours du procédé selon la position ou la vitesse de l'outil. Le troisième et dernier groupe est uniquement composé de la cohésion. Ce paramètre peut, dans le cas d'une faible teneur en humidité, se retrouver au sein du premier groupe, ou dans le cas contraire s'exprimer comme une fonction de la vitesse d'opération pour ainsi appartenir au second groupe. De cette analyse, l'amplitude

Tableau 1.2: Paramètres influents de la force de coupe

#	Paramètres	Particularités
1	friction interne $\phi$	quantifiable
2	friction externe $\delta$	quantifiable
3	largeur de l'outil $w_t$	quantifiable
4	densité $\gamma$	variable selon la position
5	profondeur $\sigma$	variable selon la position
6	vitesse $\mu$	variable
7	angle d'attaque $\beta$	variable selon l'orientation
8	cohésion $C_c$	variable (ou constante) selon la vitesse

de la force de coupe  $f_4$  est dictée par deux groupes de paramètres dont l'un est à valeurs fixes et mesurables alors que l'autre contient des éléments dont les amplitudes dépendent de la position et de la vitesse de l'outil.

Une représentation de la force de coupe en fonction de la position, de l'orientation et de la vitesse de la tranche peut donc être complétée par un système du premier ordre (ressort-amortisseur). Pour un tel cas, l'environnement est modélisé par les paramètres,

$$\begin{aligned}
 M_k(\mathbf{p}) &\leftrightarrow \gamma, \beta, \sigma \\
 M_b(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}) &\leftrightarrow \mu, C_c
 \end{aligned}
 \tag{1.15}$$

où  $\mathbf{p}$  représente la position et l'orientation du godet dans l'espace. Ainsi, les termes  $\gamma$ ,  $\beta$  et  $\sigma$  sont reliés aux ressorts en ce sens que leur effet est tributaire de la position. Il en est de même avec  $\mu$  et  $C_c$  relativement aux amortisseurs. Les termes  $M_k(\mathbf{p})$  et  $M_b(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}})$  varient donc dans l'espace au même titre que le second groupe du tableau 1.2. Considérant une configuration donnée du godet, une relation existe

Tableau 1.3: Paramètres communs des autres forces

Forces	$\phi$	$\delta$	$w_t$	$\gamma$	$\sigma$	$\mu$	$\beta$	$C_c$
$f_1$			X	X	X		X	
$f_2$				X				X
$f_3$	X	X	X		X		X	X
$f_5$			X	X	X	X	X	
$f_6$		X						

avec la configuration correspondante de la tranche,

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &\leftrightarrow \sigma, \beta \\ \dot{\mathbf{p}} &\leftrightarrow \mu, \dot{\beta} \end{aligned} \quad (1.16)$$

D'autre part, la friction découlant de la coupe et qui est représentée par les paramètres  $\phi$  et  $\delta$ , n'intervient qu'en présence de mouvements. Son amplitude est strictement dictée par le positionnement du godet à l'intérieur du minerai.

$$f_4 \equiv h'(M_b, M_k) \quad (1.17)$$

Pour l'automatisation globale du procédé de chargement, l'approximation de la dynamique de la force coupe ( $f_4$ ) par un système de premier ordre n'est qu'un bénéfice partiel si des relations complexes sont utilisées pour déterminer les autres forces en présence dans le procédé ( $f_1, f_2, f_3, f_5$  et  $f_6$ ). Un exemple de cela est la masse de minerai chargée dans le godet dont une relation permet d'en déterminer l'amplitude (Hemami, 1994). Le tableau 1.3 montre la dépendance de ces forces relativement aux paramètres dominants du procédé. Outre les paramètres du tableau 1.3, les forces  $f_1, f_2, f_5$  et  $f_6$  sont également affectées par l'accélération  $\ddot{\mathbf{p}}$  (en position et en orientation) du godet. Afin de mieux refléter cet aspect, un système du second ordre doit être considéré pour fin de modélisation de l'environnement. Cette simplification de l'environnement en un système du deuxième ordre composé d'un ensemble de masses

(matrice  $M_m$ ), de ressorts (matrice  $M_k$ ) et d'amortisseurs (matrice  $M_b$ ) possède deux avantages majeurs. Ce modèle est une représentation simple du phénomène et de plus, il offre des possibilités de construction et d'étude en laboratoire.

À ce stade, l'intérêt n'est donc plus porté sur l'ensemble des paramètres de l'équation 1.14 mais plutôt sur la détermination des masses, des coefficients d'amortissement et des constantes de rappel qui composent la relation,

$$F \equiv h''(M_m, M_b, M_k) \quad (1.18)$$

caractérisant l'environnement.

## Chapitre 2

# Modélisation d'une interaction

### 2.1 Objectifs de recherche

Au cours du chapitre précédent, une analogie a été effectuée entre l'interaction d'un LHD avec du minerai et celle d'un robot manipulateur avec un système MRA. L'utilisation d'un modèle théorique du second ordre pour représenter l'environnement palie à l'absence d'une modélisation appropriée des forces de coupes lors de l'excavation. Les similarités entre l'ancien et le nouveau scénarios demeurent l'interaction entre un outil et un environnement à paramètres indéterminés. Le nombre de paramètres en cause constitue la principale différence (équations 1.14 et 1.17). À titre d'information, d'autres applications de la robotique telles que le meulage, le soudage et le machinage comportent une problématique de nature comparable.

L'étude de l'interaction entre un manipulateur et un environnement forme l'objectif principal de cette recherche. Comme l'environnement possède la particularité de pouvoir générer une force de résistance supérieure à la puissance du manipulateur, on ne peut associer son effet à une simple perturbation. Le réglage du contrôleur dans un scénario de contact permanent représente le second objectif de cette recherche. Il

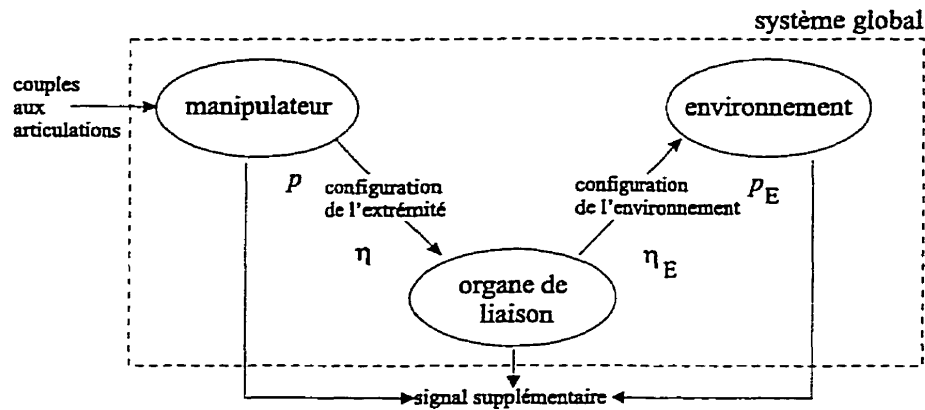


Figure 2.1: Représentation générale d'une interaction

est également prévu d'implanter le tout sur un système réel.

## 2.2 Description d'une interaction

L'interaction est représentée par un système global qui comporte le manipulateur, l'organe de liaison ainsi que l'environnement (figure 2.1). Cette décomposition du système offre un cadre général dans lequel l'un ou l'ensemble des sous-systèmes peuvent être modifiés tout en conservant le même traitement théorique qui demeure valide selon le respect de certaines conditions. À la figure 2.1, le vecteur  $p$  contient la configuration (position et orientation) alors que le vecteur  $\eta$  symbolise l'état des forces et des couples à l'outil. Un signal supplémentaire procurant de l'information sur l'état de l'interaction peut provenir de l'un des éléments du système global. Le détail et l'usage de ce signal est davantage couvert au troisième chapitre.

Jusqu'à ce jour, l'interaction accomplie à l'aide d'un manipulateur a davantage été abordée en considérant des modèles simples de l'environnement. Parmi ceux-ci, on retrouve les modèles inertiels (Atkeson et al., 1986) et les modèles élastiques (de Hooke) (Lin et Yae, 1992; Love et Book, 1995). Le premier modèle est uniquement composé d'une masse tandis que le second comporte seulement un ressort.



La problématique des modèles inertiels est étroitement associée à la calibration des robots manipulateurs avec ou sans saisie d'objets. Ce domaine de la robotique est d'ailleurs amplement documenté (Raucent et Samin, 1993). D'autre part, les modèles élastiques ont l'inconvénient de ne pas être dynamiques, soit de n'offrir aucune résistance additionnelle lors d'accélération ou de décélération. Les contrôleurs par impédance utilisent majoritairement cette représentation de l'environnement. Tel que stipulé par De Luca et Manes (1994), bien des situations réelles ne concordent avec aucune de ces deux représentations. À titre d'exemple, on retrouve tous les cas pour lesquels l'extrémité du manipulateur est dynamiquement couplée avec l'environnement.

Dans le but d'obtenir un modèle dynamique du système global, l'approche choisie consiste à couvrir la modélisation du manipulateur, celle de l'organe de liaison et par la suite la modélisation de l'environnement.

### **2.2.1 Nature du manipulateur**

Au cours de cette section, seulement certains rudiments de modélisation sont traités. La séquence de modélisation ainsi que la terminologie empruntée s'inspirent des travaux de Angeles et Sangkoo (1989) et de DeSantis (1996).

Tel que cité auparavant, l'excavateur est remplacé par un robot manipulateur qui possède  $n$  degrés de liberté. Il s'agit d'une série de corps rigides et disposés en chaîne ouverte. Ces corps sont uniquement munis d'articulations rotoïdes avec actionneur (supposé pour le moment sans friction) et dont les axes de rotation sont parallèles. À chaque corps rigide est associé un référentiel solide. Pour l'espace tridimensionnel, ce référentiel comporte trois (3) axes orthogonaux ( $X, Y, Z$ ). Toutes les translations et les rotations de ce corps peuvent être exprimées selon le référentiel associé mais en

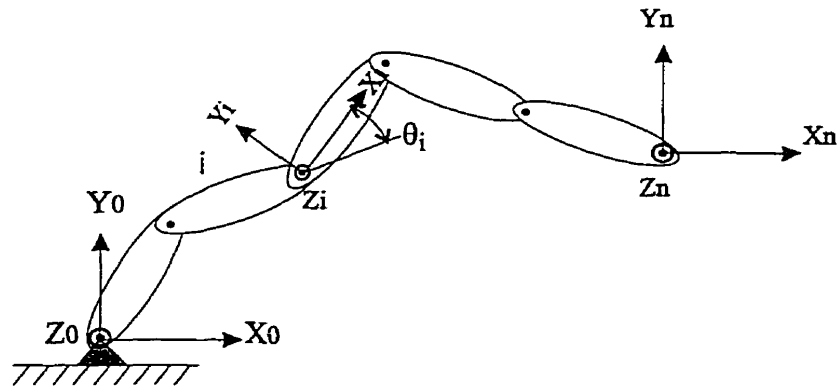


Figure 2.2: Manipulateur aux articulations rotoïdes et aux axes parallèles

général, elles le sont relativement à une référence fixe et universelle  $X_0 Y_0 Z_0$ . Ainsi, la position et l'orientation de la membrure  $i$  est fonction de la variable angulaire  $\theta_i$ . Pour l'ensemble des corps du manipulateur, le vecteur des coordonnées généralisées  $q \in \mathbb{R}^n$  est composé des éléments suivants:

$$q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n]^T = \theta \quad (2.1)$$

Ce vecteur reflète les contraintes holonômes propres aux articulations rotoïdes. Il contient le nombre minimum de variables  $\theta_i$  nécessaires à la définition de la position et de l'orientation d'une membrure du manipulateur dans l'espace. Telle que montrée à la figure 2.2, l'étude de ce type de manipulateur se réduit au domaine planaire  $XY$ .

### Relations statiques, cinématiques et dynamiques

Le formalisme de Denavit-Hartenberg (1964) permet de développer les relations statiques (position et orientation) entre chacun des référentiels des corps rigides. La translation entre les référentiels  $y$  est représentée par un vecteur tandis que l'orientation peut prendre la forme d'une matrice de rotation.

En ce qui concerne les relations cinématiques (mouvement des corps en l'absence de

forces) entre les membrures, les auteurs Lu, Walker et Paul (Craig, 1989) proposent un algorithme qui propage les équations de vitesses angulaires et linéaires afin d'en conclure une cinématique globale.

Contrairement à l'étude de la cinématique, la dynamique introduit les forces qui génèrent le déplacement d'un corps rigide en l'accélérant ou le décélérant. Les forces requises pour ce déplacement relèvent de l'accélération désirée et de la distribution de la masse du corps. Étant donné que les accélérations découlent de la présence de forces  $\mathbf{f}_i$  ou de couples  $\mathbf{n}_i$  appliqués sur le  $i^{\text{ème}}$  corps, les équations de Newton et d'Euler transposées au trièdre de ce corps sont introduites. La relation de Newton utilisée s'écrit,

$$\mathbf{f}_i = m_i \mathbf{a}_i = m_i \dot{\mathbf{v}}_i + S(\boldsymbol{\omega}_i) m_i \mathbf{v}_i \quad (2.2)$$

tandis que la relation d'Euler sur la quantité de mouvement est,

$$\mathbf{n}_i = \frac{d(I_i \boldsymbol{\omega}_i)}{dt} = I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + S(\boldsymbol{\omega}_i) I_i \boldsymbol{\omega}_i \quad (2.3)$$

avec les relations suivantes propres au  $i^{\text{ème}}$  corps,

$$m_i = \text{masse}$$

$$\mathbf{v}_i, \boldsymbol{\omega}_i = \text{vecteur de vitesses linéaires et angulaires}$$

$$I_i = \text{matrice d'inertie}$$

$$S(\boldsymbol{\omega}_i) = \text{matrice des vitesses angulaires}$$

### Expressions relevant de la cinématique

À ce stade-ci, certaines notions qui découlent de la cinématique sont présentées. Parmi celles-ci, on retrouve les cinématiques directe et inverse ainsi que la matrice jacobienne. Par cinématique directe, on signifie le passage des valeurs des angles aux

articulations  $\theta_i$  vers la position cartésienne de l'organe terminal. Pour un manipulateur avec des articulations rotoïdes et des membrures de longueur  $l_i$ , ce passage s'exprime par,

$$\begin{aligned} x_c &= l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \dots + l_n \cos(\theta_1 + \dots + \theta_n) \\ y_c &= l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + \dots + l_n \sin(\theta_1 + \dots + \theta_n) \end{aligned} \quad (2.4)$$

et peut se récrire sous la forme proposée par Schilling (1990),

$$x_c = \sum_{i=1}^n l_i \cos\left(\sum_{j=1}^i \theta_j\right) \quad \text{et} \quad y_c = \sum_{i=1}^n l_i \sin\left(\sum_{j=1}^i \theta_j\right) \quad (2.5)$$

Contrairement à la cinématique directe, la cinématique inverse procure les angles aux articulations à partir de la position cartésienne de l'outil. Pour sa part, la matrice jacobienne du manipulateur  $J$  représente la transformation du vecteur des vitesses cartésiennes (linéaires et angulaires) et exprimées selon le repère fixe, vers le vecteur des vitesses articulaires telle que,

$$\nu = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = J \dot{q} \quad (2.6)$$

À l'aide de la théorie du travail virtuel, la matrice jacobienne  $J$  relie également les forces et les couples actifs qui sont appliqués au corps du manipulateur  $\eta_i = [f_i \ n_i]^T$  au couple de l'articulation  $\tau_i$  (Craig, 1989). Sont actifs les forces et les couples qui effectuent un travail. Par la même relation, il est possible d'obtenir les couples de réaction  $\tau_E$  produits par l'application de forces et de couples actifs à l'extrémité du manipulateur  $\eta_E = [f_E \ n_E]^T$ . Ainsi, pour un manipulateur en contact avec un environnement, les couples que doivent générer les actionneurs équivalent à,

$$\tau_T = (\tau + \tau_E) = J^T(\eta + \eta_E) \quad (2.7)$$

Selon l'équation 2.6, on note que le jacobien du manipulateur  $J$  contient deux sous-matrices de transformation qui multiplient les vitesses articulaires. Plus précisément,

la matrice  $V$  procure les vitesses linéaires  $\mathbf{v}$  tandis que la matrice  $U$  génère les vitesses angulaires  $\mathbf{w}$  telle que,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ U \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.8)$$

La matrice  $V$  réfère à la matrice jacobienne de l'outil (Schilling, 1990) qui découle de la dérivation de l'équation 2.5 alors que la matrice  $U$  correspond à la matrice utilisée par De Lucas et Manes (1994) pour mener à la matrice jacobienne du manipulateur. Si seulement les vitesses linéaires ou les forces à l'outil sont requises, alors la matrice jacobienne du manipulateur se réduit au jacobien de l'outil  $J \rightarrow V$  (Craig, 1989).

### Construction du modèle dynamique

En intégrant le système d'équations 2.2 et 2.3, le modèle d'état pour un corps rigide est formulé par

$$K_i \dot{\boldsymbol{\nu}}_i + W_i K_i \boldsymbol{\nu}_i = \boldsymbol{\eta}_i \quad (2.9)$$

où,

$$K_i = \begin{bmatrix} m_i I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & I_{i(3 \times 3)} \end{bmatrix} = \text{matrice des masses étendues}$$

$$W_i = \begin{bmatrix} S(\boldsymbol{\omega}_i) & 0 \\ 0 & S(\boldsymbol{\omega}_i) \end{bmatrix} = \text{matrice des vitesses étendues}$$

$$\boldsymbol{\eta}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{n}_i \end{bmatrix} = \text{vecteur forces-couples}$$

$$\boldsymbol{\nu}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \text{vecteur des vitesses}$$

avec  $I_{3 \times 3}$  représentant la matrice identité et  $I_{i(3 \times 3)}$  la matrice d'inertie du corps  $i$ . Les matrices du modèle dynamique global sont extraites par l'application des équations

d'Euler et de Newton sur un ensemble de  $n$  corps rigides tel que l'équation 2.9 devient,

$$K \dot{\nu} + W K \nu = \eta \quad (2.10)$$

avec,

$$K = \text{diag} (K_i), W = \text{diag} (W_i), \nu = [\nu_1, \dots, \nu_n]^T, \eta = [\eta_1, \dots, \eta_n]^T$$

Le terme  $\dot{\nu}$  s'obtient en dérivant l'équation 2.6. De plus, le vecteur de forces et de couples est divisible en deux composantes,

$$\eta = \eta_g + \eta_a \quad (2.11)$$

où  $\eta_g$  et  $\eta_a$  représentent les forces et les couples associés à la gravité ainsi qu'aux actionneurs. Le jumelage des équations 2.10 et 2.11 procure la relation,

$$K(\dot{J} \dot{q} + J \ddot{q}) + W K \nu - \eta_g = \eta_a \quad (2.12)$$

$$\underbrace{J^T K J}_{M(q)} \ddot{q} + \underbrace{J^T (W K J + K \dot{J})}_{N(q, \dot{q})} \dot{q} + \underbrace{J^T (-\eta_g)}_{L(q)} = \underbrace{J^T \eta_a}_{\tau}$$

Alors, pour l'ensemble des  $n$  corps on retrouve,

$$M(q) = \text{matrice d'inertie}$$

$$N(q, \dot{q}) = \text{matrice des forces de Coriolis et centripètes}$$

$$L(q) = \text{vecteur des forces de gravité}$$

$$\tau = \text{vecteur des couples aux actionneurs}$$

pour finalement obtenir le modèle dynamique suivant,

$$M(q) \ddot{q} + N(q, \dot{q}) \dot{q} + L(q) = \tau \quad (2.13)$$

En multipliant l'équation précédente par  $J_n^{-T}$ , la transposée inverse du jacobien du corps  $n$ , tout en utilisant la dérivée de la relation 2.6 pour le corps  $n$ , on obtient,

$$\underbrace{J_n^{-T} M(q) J_n^{-1}}_{T_1} \dot{\nu}_n + \underbrace{J_n^{-T} \{-M(q) J_n^{-1} \dot{J}_n + N(q, \dot{q})\} J_n^{-1}}_{T_2} \nu_n + \underbrace{J_n^{-T} L(q)}_{T_3} = \underbrace{J_n^{-T} \tau}_{f}$$

ce qui mène au modèle cartésien du manipulateur exprimé selon le repère du corps  $n$ .

$$T_1 \dot{\nu}_n + T_2 \nu_n + T_3 = f \quad (2.14)$$

Contrairement à l'approche de Newton-Euler qui repose sur l'équilibre des forces et de la quantité de mouvement, l'approche proposée par Lagrange est basée sur l'énergie. À ce sujet, William (1982) élabore sur l'équivalence de ces deux méthodes.

### 2.2.2 Nature de l'organe de liaison

En référence à la figure 2.1, il peut découler du choix de l'organe de liaison un contact ferme ou partiel. Pour le présent travail, un contact ferme et permanent est assumé. Cela évite ainsi de considérer l'impact des sous-systèmes qui constitue à lui seul un domaine de recherche. Comme l'organe de liaison n'engendre aucune différence entre les états de l'environnement et ceux du manipulateur, ils peuvent être directement reliés par les relations,

$$\begin{aligned} p &= p_E \\ \eta &= \eta_E \end{aligned} \quad (2.15)$$

En ce qui concerne le traitement du contact partiel, le lecteur peut se reporter à De Lucas et Manes (1994).

### 2.2.3 Nature de l'environnement

Parmi les environnements sans dynamique, on retrouve couramment le cas du modèle élastique dont la constante de rappel est importante. Cette spécificité conduit à un environnement peu déformable pour lequel on établit l'hypothèse des directions admissibles et distinctes entre le vecteur de force et celui du déplacement de l'extrémité

(De Lucas et Manes, 1994). De plus, dans le cadre de tâches spécifiques, certains auteurs (Blauer et Bélanger, 1987) introduisent la forme de l'environnement comme élément à considérer. Pour la présente recherche, l'environnement est strictement qualifié par sa dynamique du second ordre sans précision quant à l'amplitude de ses composantes. De plus, la résistance qu'offre l'environnement à tout déplacement n'est fonction que de la position de l'organe terminal et ne se manifeste qu'en terme de forces et non de couples.

### Étapes de modélisation

L'environnement retenu comporte un ensemble de masses, de ressorts et d'amortisseurs décrits par des matrices d'inertie  $M_m$ , de rappel  $M_k$  et d'amortissement  $M_b$  ayant la forme suivante,

$$M_m = \begin{bmatrix} m_X & m_{XY} & m_{XZ} \\ m_{YX} & m_Y & m_{YZ} \\ m_{ZX} & m_{ZY} & m_Z \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Les paramètres dont les indices sont simples relèvent de caractéristiques axiales tandis que ceux comportant des indices doubles signifient des caractéristiques planaires. Comme le manipulateur n'évolue pas en regard de l'axe **Z**, l'environnement est également réduit au scénario bidimensionnel (**XY**). De cette manière, les matrices empruntant la forme de l'expression 2.16, se simplifient à deux dimensions telles que suggérées par Love et Book (1995). Le résultat de cette simplification est schématisé à la figure 2.3. Les systèmes MRA des axes principaux sont disposés sur des glissières afin que leur contribution demeure uniaxiale. Pour sa part, le système MRA qui génère des forces planaires est monté sur pivot afin que l'amplitude de sa contribution planaire ne soit pas altérée par son angle d'inclinaison. Le modèle dynamique



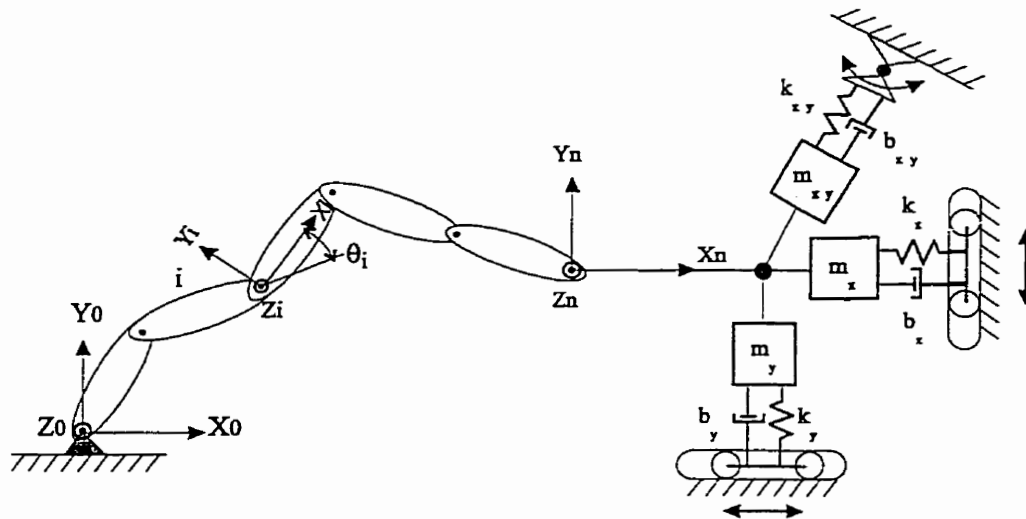


Figure 2.3: Représentation de l'interaction étudiée

de ce montage équivaut à,

$$M_m \begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \end{bmatrix} + M_b \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} + M_k \left( \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{c0} \\ y_{c0} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} f_X \\ f_Y \end{bmatrix} = \mathbf{f}_E \quad (2.17)$$

où les coordonnées  $[x_{c0} \ y_{c0}]^T$  représentent la position d'équilibre des ressorts que l'on pose à l'origine  $[0 \ 0]^T$ .

La résistance qu'offre l'environnement au manipulateur se manifeste par un couplage aux articulations. Afin d'étudier la nature de ce couplage, il est nécessaire de transformer le modèle cartésien 2.17 en terme de couples de réaction aux articulations. Pour réaliser cette tâche, les étapes suivantes s'imposent:

- passage des variables cartésiennes  $x_c, \dot{x}_c, \dots$  aux variables articulaires  $\theta$ ;
- obtention du modèle articulaire à partir du modèle cartésien;
- relation entre les forces  $\mathbf{f}_E$  et les couples aux articulations  $\boldsymbol{\tau}_E$ .

Afin d'alléger les expressions, le changement de variable suivant est proposé,

$$\begin{aligned} \theta_{ij} &= \sum_{k=i}^j \theta_k & \text{et} & & \dot{\theta}_{ij} &= \sum_{k=i}^j \dot{\theta}_k \\ \sin(\theta_{ij}) &= \begin{cases} s_{ij} & \text{si } i \neq j \\ s_i & \text{si } i = j \end{cases} & \text{et} & & \cos(\theta_{ij}) &= \begin{cases} c_{ij} & \text{si } i \neq j \\ c_i & \text{si } i = j \end{cases} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Le passage des variables cartésiennes aux variables articulaires se concrétise par la dérivation des équations de la cinématique directe 2.5,

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n l_i s_{1i} & \dots & \sum_{i=n}^n l_i s_{1i} \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^n l_i s_{ni} & \dots & \sum_{i=n}^n l_i s_{ni} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} = LS \dot{\theta} \\ \dot{y}_c &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n l_i c_{1i} & \dots & \sum_{i=n}^n l_i c_{1i} \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^n l_i c_{ni} & \dots & \sum_{i=n}^n l_i c_{ni} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} = LC \dot{\theta} \end{aligned} \quad (2.19)$$

dont les vecteurs  $LS$ ,  $LC$  et  $\dot{\theta}$  sont de dimension  $n \times 1$ ,  $n \times 1$  et  $1 \times n$ . De la combinaison des équations précédentes, on retrouve la matrice jacobienne de l'outil,

$$V = \begin{bmatrix} LS \\ LC \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

qui est également utilisée pour le calcul des accélérations,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \end{bmatrix} = \dot{V} \dot{\theta}^2 + V \ddot{\theta} \quad (2.21)$$

Afin d'en arriver au modèle articulaire de l'environnement, les relations 2.5, 2.19 et 2.21 sont incluses aux équations 2.7 et 2.17 pour conduire à,

$$\tau_E = V^T \left\{ M_m \dot{V} \dot{\theta}^2 + M_m V \ddot{\theta} + M_b V \dot{\theta} + M_k \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n l_i \cos(\theta_{1i} - \theta_{1i0}) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n l_i \sin(\theta_{1i} - \theta_{1i0}) \end{bmatrix} \right\} \quad (2.22)$$

Le vecteur  $\tau_E$  représente les couples de réaction aux articulations du manipulateur qui proviennent des forces de l'environnement. Les angles portant l'indice  $1i0$  reflètent la position d'équilibre des ressorts vue du domaine articulaire. L'équation 2.22 procure donc le modèle articulaire et général d'un environnement représenté par un ensemble de systèmes du second ordre. Il est à noter que la transformation vers le domaine des coordonnées généralisées attribue un caractère non-linéaire au modèle de l'environnement.

### Environnement général vs particulier

La composition des matrices de l'environnement  $M_m$ ,  $M_b$  et  $M_k$  a une incidence sur la forme finale du modèle dynamique de l'équation 2.22. C'est pourquoi, certains cas spécifiques et déjà rencontrés dans la littérature sont revus. Dans sa globalité, un environnement quelconque peut posséder un comportement anisotrope ainsi que des contraintes planaires. Cela revient à dire que,

$$T_X \neq T_Y \quad \text{et} \quad T_{XY} \neq T_{YX} \neq 0 \quad \text{avec} \quad T = m \text{ ou } b \text{ ou } k \quad (2.23)$$

De ce cas général, il se dégage au moins deux cas particuliers d'environnement étant:

- Anisotrope et avec dominance des contraintes axiales:  $T_X, T_Y \gg T_{XY}, T_{YX}$ ;
- Isotrope et avec dominance des contraintes axiales:  $T_X \simeq T_Y, T_X, T_Y \gg T_{XY}, T_{YX}$ .

Des liens existent entre ces cas particuliers et les hypothèses du premier chapitre. L'isotropie apparaît directement dans l'un des deux cas particuliers. Pour sa part, la continuité est garantie par le choix d'un modèle du deuxième ordre. La dominance des contraintes axiales équivaut à omettre le système MRA planaire. Comme la résistance de celui-ci est projetée sur les axes principaux, sa présence a un effet similaire à une variation dans l'espace des contraintes axiales. Ainsi, la dominance

des contraintes axiales est un prérequis à l'hypothèse d'homogénéité. Pour la suite du développement du modèle environnemental, le second cas particulier est donc conservé et à l'aide de la relation,

$$U' = V^T V$$

l'équation 2.22 devient,

$$\tau_E = m_E U' \ddot{\theta} + \left( m_E V^T \dot{V} \dot{\theta} + b_E U' \right) \dot{\theta} + k_E V^T \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n l_i \cos(\theta_{1i} - \theta_{1i0}) \\ \sum_{i=1}^n l_i \sin(\theta_{1i} - \theta_{1i0}) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

car,

$$M_m = I_{2 \times 2} m_E \quad M_b = I_{2 \times 2} b_E \quad M_k = I_{2 \times 2} k_E \quad (2.25)$$

où les termes  $m_E$ ,  $b_E$  et  $k_E$  sont les caractéristiques isotropes et uniaxiales de l'environnement. À l'aide des équations 2.1 et 2.24, le modèle dynamique articulaire résultant est,

$$M_E(\mathbf{q}, m_E) \ddot{\mathbf{q}} + N_E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) \dot{\mathbf{q}} + L_E(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) = \tau_E \quad (2.26)$$

Le choix de la nomenclature des matrices  $M_E(\mathbf{q})$ ,  $N_E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  et  $L_E(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E)$  est fondé sur la similarité avec les matrices du manipulateur quant au fait qu'elles multiplient les mêmes variables articulaires.

En résumé, pour modéliser une interaction telle que décrite à la figure 2.3, deux domaines de modélisation sont possibles. Le modèle dynamique final peut être soit constitué par les équations cartésiennes (2.14 et 2.17) ou soit par celles du domaine articulaire (2.13 et 2.26). L'avantage du modèle cartésien réside dans le fait que seul le manipulateur possède un modèle de nature non-linéaire. Cependant, il est peu utilisable sous cette forme en l'absence de capteurs lui procurant les variables  $\nu$  et  $F$ .

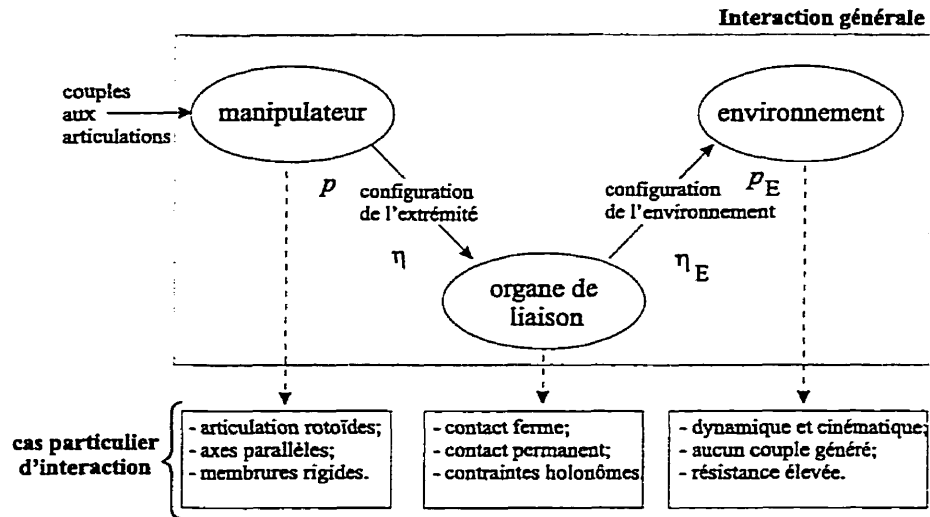


Figure 2.4: Particularités de l'interaction étudiée

Pour terminer cette section, les spécificités du manipulateur, de l'organe de liaison ainsi que de l'environnement, en référence à une interaction générale (figure 2.1), sont présentées à la figure 2.4.

## 2.3 Modélisation du système étudié

L'objectif de cette section est d'établir la dynamique globale du système à l'étude en fonction des caractéristiques de ses composantes et de la nature de ses déplacements. Pour ce faire, la méthodologie décrite aux sections précédentes est empruntée.

Le manipulateur de la figure 2.5 est constitué de deux membrures de longueurs  $l_1$  et  $l_2$  dont les masses  $m_1$  et  $m_2$  sont concentrées aux extrémités. L'organe de liaison qui assure un contact ferme et permanent, induit des contraintes telles que,

- l'extrémité de la seconde membrure doit suivre une direction rectiligne et parallèle à l'axe  $X_o$ ;
- aucun déplacement n'est effectué selon la direction  $Y_o$ ;

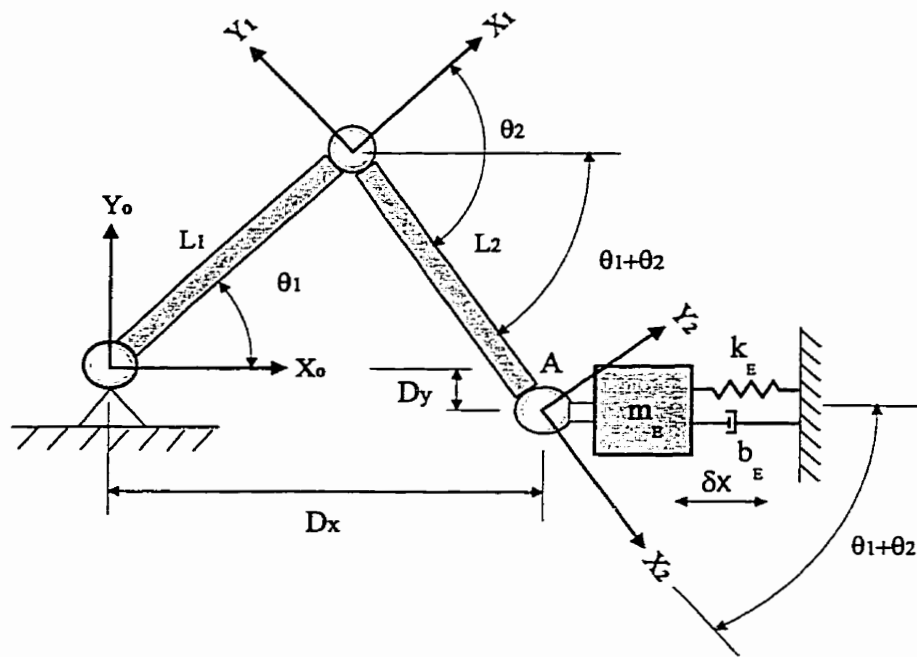


Figure 2.5: Système global à l'étude

- le système MRA ne subit aucune rotation relativement au repère global.

D'autre part, l'environnement est caractérisé par une masse  $m_E$ , une constante de rappel  $k_E$  ainsi qu'un coefficient d'amortissement  $b_E$ .

### Modèle du manipulateur

La figure 2.5 fait également état de la disposition des référentiels qui expriment l'évolution de l'ensemble des corps. Deux angles  $y$  sont nécessaires pour décrire l'orientation et la position des systèmes d'axes. L'interdépendance entre les angles s'exprime par,

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ (\theta_1, \text{trajectoire}) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Bien que le nombre de degrés de liberté du manipulateur est diminué par la présence de l'équation de contrainte, celle-ci n'est considérée qu'ultérieurement dans le dévelop-

pement. La cinématique des membrures du manipulateur est décrite par la relation,

$$\boldsymbol{\nu} = \left( \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & l_1 & 1 & l_1 s_2 & l_2 + l_1 c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_2 & 1 \end{bmatrix} \right)^T = J \dot{\mathbf{q}} \quad (2.28)$$

Parmi les forces et couples agissant sur le système, on retrouve les effets de la gravité et des couples aux actionneurs, qui exprimés selon le repère local  $(x_i, y_i)$ , donne,

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ n_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_1 g s_1 \\ -m_1 g c_1 \\ \Gamma_1 - \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} f_{x2} \\ f_{y2} \\ n_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_2 g s_{12} \\ -m_2 g c_{12} \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

La matrice d'inertie, la matrice des forces de Coriolis et centripètes ainsi que le vecteur des forces de gravité du modèle dynamique de l'équation 2.13 s'écrivent,

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 l_1^2 + m_2 l_1^2 s_2^2 + m_2 (l_2 + l_1 c_2)^2 & m_2 l_2 (l_2 + l_1 c_2) \\ m_2 l_2 (l_2 + l_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2 & -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_{12} \\ m_2 l_2 l_1 s_2 \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$L(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (m_2 + m_1) g l_1 c_1 + m_2 g l_2 c_{12} \\ m_2 g l_2 c_{12} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

### Modèle de l'environnement

Compte tenu du choix de l'environnement, les paramètres  $m_E$ ,  $b_E$  et  $k_E$  apparaissent de manière isolée. De cette façon, l'équation 2.26 possède les matrices,

$$M_E(\mathbf{q}, m_E) = m_E \begin{bmatrix} (-l_1 s_1 - l_2 s_{12})^2 & l_2 s_{12} (l_1 s_1 + l_2 s_{12}) \\ l_2 s_{12} (l_1 s_1 + l_2 s_{12}) & l_2^2 s_{12}^2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$N_E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) = m_E \begin{bmatrix} (-l_1 c_1 \dot{\theta}_1 - l_2 c_{12} \dot{\theta}_{12})(-l_1 s_1 - l_2 s_{12}) & l_2 c_{12} \dot{\theta}_{12}(-l_1 s_1 - l_2 s_{12}) \\ l_2 s_{12}(l_1 c_1 \dot{\theta}_1 + l_2 c_{12} \dot{\theta}_{12}) & l_2^2 s_{12} c_{12} \dot{\theta}_{12} \end{bmatrix} \\ \dots + b_E \begin{bmatrix} (-l_1 s_1 - l_2 s_{12})^2 & -l_2 s_{12}(-l_1 s_1 - l_2 s_{12}) \\ -l_2 s_{12}(-l_1 s_1 - l_2 s_{12}) & (-l_2 s_{12})^2 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$L_E(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) = k_E \begin{bmatrix} (-l_1 s_1 - l_2 s_{12})(l_1(c_1 - c_{10}) + l_2(c_{12} - c_{120})) \\ -l_2 s_{12}(l_1(c_1 - c_{10}) + l_2(c_{12} - c_{120})) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

La dynamique de l'environnement dans le domaine cartésien est donnée par,

$$m_E \ddot{x}_c + b_E \dot{x}_c + k_E (x_c - x_{c0}) = f_X \quad (2.36)$$

tandis que dans le domaine articulaire la dynamique s'exprime par,

$$M_E(\mathbf{q}, m_E) \ddot{\mathbf{q}} + N_E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) \dot{\mathbf{q}} + L_E(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) = \boldsymbol{\tau}_E \quad (2.37)$$

et dont la structure concorde avec celle d'un environnement isotrope avec dominance des contraintes axiales.

### Modèle global

Les termes appartenant à l'environnement (équation 2.37) ainsi qu'au manipulateur (équation 2.13) se regroupent comme suit,

$$M_T(\mathbf{q}, m_E) = M(\mathbf{q}) + M_E(\mathbf{q}, m_E) \\ N_T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) = N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + N_E(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) \\ L_T(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) = L(\mathbf{q}) + L_E(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) \quad (2.38)$$

afin d'en arriver à une forme unifiée du modèle dynamique global,

$$M_T(\mathbf{q}, m_E) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + N_T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + L_T(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}_T \quad (2.39)$$



Contrairement au modèle cartésien, le modèle articulaire global est totalement non-linéaire. Par sa structure, la matrice  $M(\mathbf{q})$  du manipulateur est symétrique et définie positive. La matrice équivalente de l'environnement  $M_E(\mathbf{q}, m_E)$  est quant à elle symétrique et semi-définie positive. Par conséquent, la matrice  $M_T(\mathbf{q}, m_E)$  issue de la somme des deux matrices précédentes, est définie positive et de ce fait, son inverse est toujours réalisable (Strang, 1986).

### 2.3.1 Contraintes holônômes

La trajectoire suivie par le système masse-ressort-amortisseur décrit une droite horizontale dans l'espace cartésien. Les coordonnées de départ sont  $(D_x, D_y)$  alors que celles de l'extrémité du manipulateur s'obtiennent par la relation,

$$\begin{aligned} x_{cE} &= l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ y_{cE} &= l_1 s_1 + l_2 s_{12} = D_y \end{aligned} \quad (2.40)$$

De cela, la valeur d'angle de la seconde membrure en découle,

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{D_y - l_1 s_1}{l_2}\right) - \theta_1 \quad (2.41)$$

avec le respect de la condition,

$$-1 < \frac{D_y - l_1 s_1}{l_2} < 1$$

De plus, les vitesses et accélérations angulaires s'obtiennent à partir des dérivés de la relation 2.41,

$$\dot{\theta}_2 = b_1(\theta_1) \dot{\theta}_1 \quad \text{et} \quad \ddot{\theta}_2 = b_2(\theta_1) \dot{\theta}_1^2 + b_1(\theta_1) \ddot{\theta}_1 \quad (2.42)$$

où,

$$b_1 = \frac{-l_1 l_2 c_1}{[l_2^2 - (D_y - l_1 s_1)^2]^{0.5}} \quad \text{et} \quad b_2 = \frac{\partial b_1}{\partial \theta_1} \quad (2.43)$$

# Chapitre 3

## Identification

Au cours de ce chapitre, les connaissances acquises sur le modèle global du système servent à la formulation de la tâche d'identification. Le détail et l'applicabilité des techniques retenues sont également discutés. Une validation par simulations et par essais expérimentaux clos ce chapitre.

### 3.1 Nature de l'identification

L'identification, au sens général (Ljung, 1987), se compose de trois éléments: l'ensemble des modèles, le signal d'excitation et le critère. Le texte qui suit présente les particularités de ces éléments lorsque l'identification est exécutée par un manipulateur.

#### 3.1.1 Formulation du problème

Compte tenu du grand nombre de problématiques d'identification, le modèle dynamique du manipulateur est utilisé afin de mettre en perspective l'emploi de certaines méthodes.

Les techniques de modélisation exposées au second chapitre (Newton-Euler et Lagrange) relèvent des lois physiques. Le modèle résultant est donc caractérisé par une structure bien définie, un ordre constant, une nature non-linéaire et continue ainsi que des paramètres non-distribués. Par conséquent, une validation exhaustive de la structure du modèle est inutile. Ainsi, l'exercice d'identification en est réduit à l'estimation des paramètres du modèle.

La structure du modèle dynamique des manipulateurs munis d'articulations rotoïdes à déjà suscité certains avancements dans le domaine de l'identification. Des auteurs tels que, Atkeson et al. (1986) ainsi que Blauer et Bélanger (1987), ont mis à profit la relation linéaire qui existe entre les déplacements du manipulateur et certains paramètres du robot et/ou d'une charge localisée à son extrémité. Cette même particularité a conduit au développement d'algorithmes de contrôle adaptatif (Craig et al, 1987) et (Slotine et Li, 1987).

Le modèle dynamique de l'équation 2.39 peut se récrire sous la forme,

$$M_T(\mathbf{q}, \boldsymbol{\psi}) \ddot{\mathbf{q}} + N_T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\psi}) \dot{\mathbf{q}} + L_T(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, \boldsymbol{\psi}) = \mathbf{u}(t) \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{q}$  est le vecteur des coordonnées généralisées,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  sont les entrées du système et  $\boldsymbol{\psi}$  représente le vecteur de paramètre à identifier. En posant l'hypothèse que la solution de l'équation 3.1 existe et est unique en regard de  $\mathbf{q}_0$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_0$ ,  $\boldsymbol{\psi}$  et  $\mathbf{u}(t)$  sur  $t \in [t_0, t_f]$ , elle peut se formuler par,

$$\mathbf{q}(t, \boldsymbol{\psi}) = \varphi(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0, \mathbf{u}(t), t, \boldsymbol{\psi}) \quad (3.2)$$

Selon l'expression 3.1, Ljung (1987) et Wang (1991) donnent les deux définitions suivantes:

- **Définition 1:** Soit  $\mathbf{P}$  qui représente l'ensemble des valeurs possibles que peut prendre le vecteur de paramètres  $\boldsymbol{\psi}$ . La paire de vecteur  $(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\psi}^*)$  avec

$\psi \in \mathbf{P}$ ,  $\psi^* \in \mathbf{P}$  et  $\mathbf{P} \subset \mathbb{R}^l$  est non-distincte si  $q(t, \psi) = q(t, \psi^*)$  pour tout  $(q_0, \dot{q}_0, u(t))$ ,  $t_o \leq t \leq t_f$ . Autrement, elle est distincte et  $\psi \neq \psi^*$ ;

- **Définition 2:** L'ensemble des paramètres  $\mathbf{P}$  est identifiable à  $\psi^*$  si la paire  $(\psi, \psi^*)$  est distincte pour tout  $\psi \in \mathbf{P}$ ,  $\psi \neq \psi^*$ . De plus, l'ensemble des paramètres  $\mathbf{P}$  est localement identifiable si il existe un  $\epsilon > 0$  tel que la paire  $(\psi, \psi^*)$  est distincte pour tout  $\psi \in \mathbf{N}(\psi^*, \epsilon)$  où  $\mathbf{N}(\psi^*, \epsilon)$  est à un voisinage  $\epsilon$  près de  $\psi^*$ .

La première définition assure que deux vecteurs de paramètres inégaux génèrent deux sorties différentes. Quant à la seconde définition, la structure du modèle n'y figure pas car elle est considérée valide. Ainsi, seul le vecteur de paramètres  $\psi$  est qualifié d'identifiable et ce, localement.

Malgré son développement, Wang (1991) n'a pu déterminer de conditions sur le signal d'excitation qui garantissent l'identification des paramètres. De ce fait, la règle générale qui stipule que le signal doit être suffisamment riche afin d'exciter tous les modes d'intérêt du système, prône toujours. Toutefois, il faut souligner que Swevers et al. (1997) présente l'une des premières interprétations de la richesse du signal d'excitation pour un manipulateur robotique.

### 3.1.2 Remarques

Lors de la modélisation du manipulateur, certaines dynamiques internes ont été omises volontairement. Parmi celles-ci figurent la dynamique des actionneurs, les frictions (sèche et visqueuse) ainsi que l'élasticité du système de réduction. Les erreurs de modélisation qui en découlent sont de nature déterministe. Sur ce point, Van de Molengraft (1990) se distingue de l'ensemble des auteurs en privilégiant pour l'identification, un traitement déterministe plutôt qu'un traitement stochastique.

Bien que l'identification puisse être réalisée hors-ligne ou en-ligne, la seconde approche est préconisée pour deux principales raisons. L'identification en-ligne peut améliorer les performances du contrôleur en lui procurant une modélisation plus juste de l'environnement et de ses forces de résistance. Ensuite, les applications potentielles d'un calcul en ligne sont plus attrayantes pour un contexte industriel d'interaction. À ce sujet, une formulation récursive de l'algorithme d'identification est attrayante pour l'implantation car elle en diminue la lourdeur du calcul.

En référence à la figure 2.4, l'existence d'un signal supplémentaire provenant d'un capteur de force localisé à l'extrémité du manipulateur ou d'un système de vision qui procure l'emplacement de l'environnement, altère la tâche d'identification. Parmi les ouvrages de Blauer et Bélanger (1987), Raucet et Samin (1993) ainsi que Van de Molengraft et al. (1994), on dénote l'utilisation de cette alternative.

## 3.2 Choix de la technique

Les techniques d'identification se divisent en deux grandes familles: les méthodes basées sur l'erreur de prédiction ( figure 3.1) ainsi que celles découlant de l'approche de corrélation. Le premier groupe contient des procédures bien établies telles que les moindres carrés, le maximum de vraisemblance et le filtre de Kalman.

Les études portant sur l'identification des systèmes non-linéaires ont principalement recours aux techniques relevant de l'erreur de prédiction. Ainsi, parmi les auteurs qui procèdent à l'identification des paramètres environnementaux à l'aide d'un manipulateur robotique, Hacksel et Salcudean (1994), Love et Book (1995), ainsi que Tafazoli et al. (1996), appliquent la méthode des moindres carrés tandis que Blauer et Bélanger (1987) ainsi que Lin et Yae (1992) utilisent le filtre de Kalman étendu.

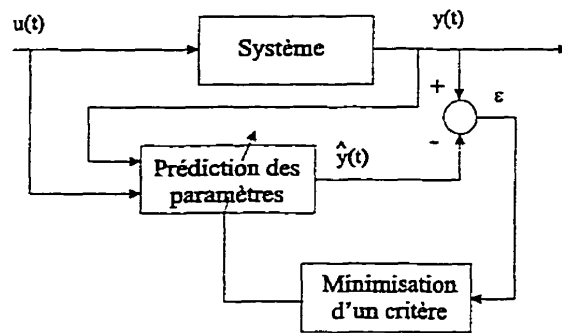


Figure 3.1: Identification par erreur de prédiction

L'implantation des moindres carrés et du filtre de Kalman sur des scénarios analogues à celui étudié procure des résultats concluants. Pour cette raison, la présente étude revisite ces méthodes afin d'en dégager des notions d'applicabilité pour le cas de l'interaction d'un manipulateur avec un environnement représenté par un modèle du second ordre.

### 3.2.1 Notions fondamentales

Soit un système non-linéaire et non-bruité dont le modèle général se présente sous la forme du système d'équations,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\psi}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\psi}(t), t)\end{aligned}\tag{3.3}$$

Les variables  $\mathbf{y}(t)$ ,  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{u}(t)$  et  $\boldsymbol{\psi}(t)$  représentent le vecteur de sortie, le vecteur des états, le vecteur des entrées et celui de paramètres du système. Ces derniers sont caractérisés par les dimensions,

$$\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p \quad \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n \quad \mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m \quad \boldsymbol{\psi}(t) \in \mathbb{R}^l$$

Les fonctions non-linéaires  $\mathbf{g}$  et  $\mathbf{h}$  possèdent des dérivées partielles continues d'ordre un relativement à  $\mathbf{x}(t)$  et  $\boldsymbol{\psi}(t)$ . La première équation du système 3.3 représente l'évolution des états du système tandis que la seconde correspond à l'équation de mesure.

### Les moindres carrés

Pour le développement ultérieur, les paramètres du système sont supposés constants (i.e.  $\psi(t) = \psi$ ). De plus, il est établi qu'il existe une relation algébrique et connue telle que les mesures  $\mathbf{y}(t)$  sont linéairement reliées aux paramètres constants  $\boldsymbol{\psi}^T = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_l)$ . L'équation de différence qui en résulte s'écrit,

$$\mathbf{y}(t) = \psi_1 \mathbf{v}_1(t) + \psi_2 \mathbf{v}_2(t) + \dots + \psi_l \mathbf{v}_l(t) \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{v}^T(t) = (\mathbf{v}_1(t), \mathbf{v}_2(t), \dots, \mathbf{v}_l(t))$  est un ensemble de fonctions déterminées. En assumant les paramètres  $\boldsymbol{\psi}$  inconnus, on désire estimer leur valeur par l'observation des variables  $\mathbf{y}(t)$  à différents moments. Une séquence de  $d$  observations réalisées à des temps  $t_1, t_2, \dots, t_d$  procure les mesures  $\mathbf{y}(i)$  ainsi que  $\mathbf{v}(i) = (\mathbf{v}_1(i), \mathbf{v}_2(i), \dots, \mathbf{v}_l(i))$  pour les instants  $i = 1, 2, \dots, d$ . L'ensemble des  $d$  équations linéaires se réécrit comme,

$$\mathbf{y}(i) = \psi_1 \mathbf{v}_1(i) + \psi_2 \mathbf{v}_2(i) + \dots + \psi_l \mathbf{v}_l(i) \quad (3.5)$$

pour en arriver à la forme,

$$\mathbf{Y} = \Upsilon \boldsymbol{\psi} \quad (3.6)$$

avec,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(d) \end{bmatrix} \quad \Upsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1(1) & \dots & \mathbf{v}_l(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{v}_1(d) & \dots & \mathbf{v}_l(d) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_l \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Afin d'estimer les  $l$  paramètres  $\psi_i$ , il faut solutionner l'expression de régression 3.6. Si  $d = l$ , la solution est exacte. Si  $d > l$  ou si un bruit  $\mathbf{v}$  (de mesure ou de modélisation) est présent sur l'équation de mesures,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\psi}(t), t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.8)$$

ou autrement,

$$\mathbf{y}(i) = \psi_1 \mathbf{v}_1(i) + \psi_2 \mathbf{v}_2(i) + \cdots + \psi_l \mathbf{v}_l(i) + \mathbf{v}(i) \quad (3.9)$$

tout en respectant les hypothèses,

- d'un processus stationnaire qui génère un signal aléatoire;
- d'une moyenne nulle:  $E[\mathbf{v}(t)] = 0$ ;
- d'une non-corrélation avec  $\mathbf{Y}$  et  $\Upsilon$ :  $E[\mathbf{v}(t) \mathbf{Y}^T(t)] = 0$ ,  $E[\mathbf{v}(t) \Upsilon(t)] = 0$ .

alors l'équation de régression ne possède aucune solution au sens général. Cependant, un estimé  $\hat{\psi}$  du vecteur de paramètres  $\psi$  existe. Le meilleur choix pour  $\hat{\psi}$  demeure celui pour lequel le vecteur d'erreur  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_d)^T$ ,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \Upsilon \hat{\psi} \quad (3.10)$$

est décroissant avec  $d \rightarrow \infty$ . L'estimé le plus juste est choisi de telle sorte que le critère,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \Lambda \mathbf{W}' \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.11)$$

soit minimisé. La matrice  $\mathbf{W}'$  est symétrique et définie positive tandis que la matrice  $\Lambda$  possède la forme diagonale,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda^{m-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda^0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

avec  $\lambda$  représentant un facteur d'oubli dont l'ensemble des valeurs possibles est  $\lambda \in ]0, 1]$ . Pour le développement qui suit, on considère  $\lambda$  unitaire. Compte tenu que la relation 3.11 consiste en une fonction quadratique de l'erreur  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , son minimum est



global et déduit analytiquement. La valeur de l'estimé  $\hat{\psi}$  qui conduit à ce minimum est,

$$\hat{\psi} = (\Upsilon^T \Upsilon)^{-1} \Upsilon^T \mathbf{Y} \quad (3.13)$$

Si la matrice  $W'$  équivaut à la matrice identité, on obtient les moindres carrés ordinaires tandis que les moindres carrés pondérés surviennent si la matrice  $W'$  comporte des éléments diagonaux de valeurs différentes. En présence d'un bruit blanc, l'estimation est sans biais tandis qu'en présence d'un bruit Gaussien, les moindres carrés équivalent au maximum de vraisemblance. Pour les propriétés statistiques des moindres carrés, Hsia (1977) procure le complément d'information.

La condition d'indépendance entre les lectures de  $\mathbf{y}(i)$  et les valeurs de  $\mathbf{v}(i)$  garantit une convergence telle que  $\hat{\psi} = \psi$  lorsque  $d \rightarrow \infty$ . Cette même condition favorise une formulation récursive des moindres carrés (Strang, 1986). Afin d'alléger la formulation, l'indicatif de temps  $i$  est placé en indice. Pour  $i \geq d$ , les moindres carrés ordinaires récursifs sont donc donnés par l'ensemble des équations,

$$\varrho_{i+1} = \left( 1 + \Upsilon_{i+1}^T P_i \Upsilon_{i+1} \right)^{-1} \quad (3.14)$$

$$\hat{\psi}_{i+1} = \hat{\psi}_i + \varrho_{i+1} P_i \Upsilon_{i+1} \left( \mathbf{y}_{i+1} - \Upsilon_{i+1}^T \hat{\psi}_i \right) \quad (3.15)$$

$$P_{i+1} = \frac{(P_i - \varrho_i P_i \Upsilon_{i+1} \Upsilon_{i+1}^T P_i)}{\lambda} \quad (3.16)$$

où la matrice  $P_i$  est une mesure directe de la covariance de l'erreur car  $P_d = 0$  avec  $d \rightarrow \infty$ . Dans un scénario de corrélation du bruit, des méthodes alternatives s'appliquent. Parmi elles, il y a les moindres carrés généralisés ainsi que ceux à étapes multiples. Un résumé des variables par lesquelles la convergence des moindres carrés ordinaires est influencée, figure au tableau 3.1.

Tableau 3.1: Ajustement des moindres carrés

Variables		Valeur	Équation
Variance initiale	$P_0$	selon la confiance dans les estimés initiaux	3.14, 3.15, 3.16
Facteur d'oubli	$\lambda$	selon la fiabilité des anciennes lectures	3.16

### Le filtre de Kalman étendu

Dans les paragraphes qui suivent, seules les notions requises pour la compréhension du travail sont véhiculées. Pour de plus amples détails, le lecteur peut consulter l'ouvrage de Sorenson (1985) ainsi que celui de Chui et Chen (1990).

Le filtre de Kalman a été conçu pour estimer le vecteur d'états de systèmes linéaires. Il demeure pour ces systèmes un filtre optimal. La particularité de la version étendue relève de son application aux systèmes non-linéaires. L'étape d'observation du filtre de Kalman exige une linéarisation du modèle. De ce fait, le filtre de Kalman étendu est sous-optimal car soumis à la concordance entre l'observation linéaire et le système réel.

Le filtre de Kalman procède en deux étapes successives. Tout d'abord, un processus au cours duquel une prédiction du vecteur d'états de l'instant  $k$ , soit  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ , est effectuée avec les informations de l'instant précédent  $k$ . Par la suite, avec l'arrivée d'une nouvelle information propre à l'instant  $k+1$ , soit la lecture  $\mathbf{y}_{k+1}$ , une correction est apportée afin d'effectuer l'estimation des états  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1}$ .

Contrairement aux moindres carrés, on considère maintenant un modèle qui possède une incertitude ou une erreur de modélisation sur l'équation d'état. De plus, la forme discrète de l'équation 3.3 est utilisée.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{g}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \psi_k, \Delta t) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \psi_k, \Delta t) + \mathbf{v}_k\end{aligned}\tag{3.17}$$

Les fonctions non-linéaires  $g_k$  et  $h_k$  possèdent des caractéristiques analogues aux fonctions  $g$  et  $h$  de l'équation 3.3. Les bruits  $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^n$  et  $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^p$  sont indépendants du procédé et des mesures en plus de posséder les propriétés statistiques suivantes:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}_k] &= E[\mathbf{w}_k] = 0, \quad E[\mathbf{w}_i \mathbf{v}_j^T] = 0 \\ E[\mathbf{v}_i \mathbf{v}_j^T] &= E[\mathbf{w}_i \mathbf{w}_j^T] = 0 \text{ si } i \neq j \\ E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] &= R_k \delta_k, \quad E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] = Q_k \delta_k \end{aligned}$$

où  $\delta_k$  est le delta de Kronecker tandis que  $R_k$  et  $Q_k$  représentent les bruits moyens sur les mesures ainsi que sur le procédé.

Les états initiaux d'estimation et de prédiction sont également indépendants des bruits de mesure et de procédé de sorte que,

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = E[\mathbf{x}_{0|0}] \quad \hat{\mathbf{x}}_{1|0} = g_0(\hat{\mathbf{x}}_0, \mathbf{u}_0, \hat{\boldsymbol{\psi}}_0)$$

Outre l'estimation des états, le filtre de Kalman peut identifier les paramètres du système. Pour cela, le vecteur d'états doit être augmenté du vecteur de paramètres  $\boldsymbol{\psi}$ . Même si ce dernier est invariant, il doit être traité comme un vecteur de variables aléatoires tel que,

$$\boldsymbol{\psi}_{k+1} = \boldsymbol{\psi}_k + \boldsymbol{\zeta}_k \quad (3.18)$$

où  $\boldsymbol{\zeta}_k \in \mathbb{R}^l$  est un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle, non-corrélé avec le bruit de mesure  $\mathbf{v}_k$ , et possédant une matrice de variances définie positive,

$$\text{Var}(\boldsymbol{\zeta}_k) = S_k > 0 \quad \forall k$$

Ainsi, en combinant les équations 3.17 et 3.18, on obtient,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \boldsymbol{\psi}_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \boldsymbol{\psi}_k, \Delta t) \\ \boldsymbol{\psi}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \boldsymbol{\zeta}_k \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_k &= h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \boldsymbol{\psi}_k, \Delta t) + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (3.19)$$

Avec le changement de variable,

$$\mathbf{z}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}_{k+1} \in \mathfrak{R}^r \text{ avec } r = l + n$$

il est possible de linéariser le système 3.19 selon le vecteur d'état  $\mathbf{z}_{k+1}$ ,

$$A_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1k}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_{1k}}{\partial x_n} & \frac{\partial g_{1k}}{\partial \psi_1} & \cdots & \frac{\partial g_{1k}}{\partial \psi_l} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_{nk}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_{nk}}{\partial x_n} & \frac{\partial g_{nk}}{\partial \psi_1} & \cdots & \frac{\partial g_{nk}}{\partial \psi_l} \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad B_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1k}}{\partial u} \\ \vdots \\ \frac{\partial g_{nk}}{\partial u} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_k^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{1k}}{\partial z_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_{nk}}{\partial z_r} \end{bmatrix} \quad D_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{1k}}{\partial u} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_{nk}}{\partial u} \end{bmatrix}$$

où la matrice  $A_k$  et le vecteur  $C_k$  contiennent respectivement les états estimés  $\hat{\mathbf{z}}_{k|k}$  et prédits  $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$ . Le modèle linéarisé devient alors,

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= A_k \mathbf{z}_k + B_k \mathbf{u}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \zeta_k \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_k &= C_k \mathbf{z}_k + D_k \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (3.20)$$

Tout comme les états, la valeur initiale pour les paramètres est posée comme étant  $\hat{\psi}_{0|0}$  de sorte que pour l'ensemble on ait,

$$\hat{\mathbf{z}}_0 = \begin{bmatrix} E[\mathbf{x}_0] \\ \hat{\psi}_{0|0} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad P_{0|0} = \begin{bmatrix} V_{cr}(\mathbf{x}_0) & 0 \\ 0 & S_0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Le modèle non-linéaire de l'équation 3.19 lorsque considéré sans bruit et auquel on injecte les valeurs des estimés des états et des paramètres,

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \\ \hat{\boldsymbol{\psi}}_{k+1|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{u}_{k+1}, \hat{\boldsymbol{\psi}}_{k|k}, \Delta t) \\ \hat{\boldsymbol{\psi}}_{k|k} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

constitue la meilleure prédiction du vecteur d'état. Par la suite, le calcul de la covariance de prédiction est effectué par,

$$P_{k+1|k} = A_k(\hat{\mathbf{z}}_{k|k}) P_{k|k} A_{k-1}^T(\hat{\mathbf{z}}_{k|k}) + \begin{bmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & S_k \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Cette même covariance se propage à travers le gain de Kalman comme suit,

$$G_{k+1} = P_{k+1|k} C_{k+1}^T(\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) [C_{k+1}(\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) P_{k+1|k} C_{k+1}^T(\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) + R_{k+1}]^{-1} \quad (3.24)$$

ainsi que dans le calcul de la covariance de l'estimation,

$$P_{k+1|k+1} = [I - G_{k+1} C_{k+1}(\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k})] P_{k+1|k} \quad (3.25)$$

pour finalement obtenir la valeur de l'estimé du vecteur d'état,

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k+1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} \\ \hat{\boldsymbol{\psi}}_{k+1|k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \\ \hat{\boldsymbol{\psi}}_{k+1|k} \end{bmatrix} + G_{k+1} (\mathbf{y}_{k+1} - C_{k+1}(\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \quad (3.26)$$

Le premier terme de l'équation 3.26 représente la prédiction tandis que le second terme est la correction apportée par l'arrivée d'une nouvelle variable. On remarque également que ce terme correspond à l'erreur de correction (ou l'innovation) multipliée par un gain. En guise de synthèse, les variables sur lesquelles il est possible d'intervenir pour améliorer les performances du filtre de Kalman étendu sont montrées au tableau 3.2.

### 3.2.2 Applicabilité

De par leur composition, les moindres carrés ne s'appliquent pas aux systèmes non-forcés tandis que le filtre de Kalman étendu opère en mode forcé et non-forcé.

Tableau 3.2: Ajustement du filtre de Kalman étendu

Variables		Valeur	Équation
Bruit moyen sur la lecture	$R$	selon la résolution des capteurs	3.24
Bruit moyen sur le modèle	$Q$	selon la confiance au modèle	3.23
Variances initiales	$S_0$	selon la confiance aux estimés initiaux	3.21
Variances de procédé	$S_k$	selon la confiance aux estimés initiaux selon la sensibilité souhaitée du filtre selon les variations des paramètres	3.23
Estimés initiaux	$\hat{z}_0$	selon la connaissance de la conf. initiale	3.21

Pour les deux sections qui suivent, les conséquences de la structure du modèle dynamique articulaire et des bruits sur les états sont étudiées. L'objectif est de déterminer les possibilités d'identification d'un environnement par l'utilisation des variables articulaires.

### Structure du modèle

Selon l'équation générale 2.22 décrivant la dynamique de l'environnement,

$$\tau_E = V^T \left\{ M_m \dot{V} \dot{\theta}^2 + M_m V \ddot{\theta} + M_b V \dot{\theta} + M_k \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n l_i \cos(\theta_{1i} - \theta_{1i0}) \\ \sum_{i=1}^n l_i \sin(\theta_{1i} - \theta_{1i0}) \end{bmatrix} \right\} \quad (3.27)$$

des conclusions peuvent être tirées quant aux limites d'application des techniques des moindres carrés et du filtre de Kalman. En manipulant l'équation 3.27, une forme de régression linéaire est toujours atteignable pour un environnement général et modélisé par un système d'ordre deux (également effectif pour un modèle du

premier ordre). Ainsi, l'expression de régression obtenue est,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix}_E &= V^T \begin{bmatrix} \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times \end{bmatrix} \psi \\ \psi^T &= \begin{bmatrix} m_x & m_{xy} & m_{yx} & m_y & b_x & b_{yx} & b_{xy} & b_y & k_x & k_{xy} & k_{yx} & k_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

où  $\times$  signifie la présence d'un terme non-nul.

En ce qui concerne le filtre de Kalman étendu, l'extraction des paramètres de l'environnement s'effectue avec l'expression complète (après multiplication par  $V^T$ ) de l'équation 3.27. Pour augmenter le vecteur des états avec les paramètres de l'environnement, ceux-ci doivent apparaître dans le modèle linéarisé d'une manière isolée. Pour être mis sous une forme compatible au filtre de Kalman, l'équation précédente doit satisfaire trois conditions:

- **Condition C.1:** L'inverse de  $M_T$  doit exister;
- **Condition C.2:** À l'intérieur de l'équation différentielle,

$$\ddot{\mathbf{q}} = M_T^{-1} [-N_T \dot{\mathbf{q}} - L_T + \boldsymbol{\tau}_T] \quad (3.29)$$

les paramètres environnementaux inclus dans l'inverse de  $M_T$  doivent être isolés;

- **Condition C.3:** Le système global doit être observable.

Tel que montré au second chapitre, la matrice  $M_T$  étant définie positive, son inverse est toujours réalisable. Le respect de la seconde condition est facilité pour un environnement isotrope et ayant une dominance des contraintes axiales,

$$M_T(\mathbf{q}, m_E) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + N_T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, m_E, b_E) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + L_T(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, k_E) = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}_T \quad (3.30)$$

pour lequel la masse de l'environnement correspond à l'une des situations suivantes:

- **Condition C.2.1:** La masse de l'environnement est nulle,  $m_E = 0$ ;
- **Condition C.2.2:** La masse de l'environnement excède de beaucoup celle du manipulateur,  $m_E \gg m$ .

La condition C.2.1 débouche sur un environnement du premier ordre alors que la condition C.2.2 est trop restrictive en plus de n'offrir qu'une approximation de l'inverse. Aucun de ces scénarios n'est souhaitable relativement aux objectifs d'identification d'un environnement ayant une dynamique du deuxième ordre. La condition C.3 est également complexe à respecter compte tenu de la déformation élastique que le réducteur peut subir. De cette manière, la correspondance entre les angles aux articulation et la position de l'extrémité est perdue.

### Signaux bruités

L'influence des signaux bruités sur les techniques d'identification est maintenant analysée. En comparant les tableaux 3.1 et 3.2, on remarque que le filtre de Kalman, contrairement aux moindres carrés, inclut dans son formalisme des informations relatives aux bruits sur la dynamique et sur les mesures. Les répercussions des signaux bruités lors de l'utilisation des moindres carrés sont donc étudiées.

Un manipulateur robotique à articulations rotoïdes comporte des lectures de positions bruitées  $\mathbf{q}$  telles que,

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{nb} + \Delta\mathbf{q} \quad (3.31)$$

où l'indice  $nb$  représente le signal non-bruité et  $\Delta\mathbf{q}$  le vecteur de bruits de mesure angulaires. Le vecteur  $\mathbf{q}$  fait partie intégrante des matrices  $M_T$ ,  $N_T$  et  $L_T$  sous la forme de fonctions trigonométriques du type,

$$\sin(q_i), \sin(q_i + q_j), \sin(q_i) \cos(q_j), \cos(q_i) \dot{q}_i \quad (3.32)$$



En considérant un bruit  $\Delta q_i$  de faible amplitude,

$$\sin(\Delta q_i) \approx 0 \text{ et } \cos(\Delta q_i) \approx 1$$

les trois premières relations de l'équation 3.32 s'écrivent alors,

$$\begin{aligned} \sin(q_{i_{nb}} + \Delta q_i) &\approx \sin(q_{i_{nb}}) \\ \sin((q_{i_{nb}} + \Delta q_i) + (q_{j_{nb}} + \Delta q_j)) &\approx \sin(q_{i_{nb}} + q_{j_{nb}}) \\ \sin(q_{i_{nb}} + \Delta q_i) \cos(q_{j_{nb}} + \Delta q_j) &\approx \sin(q_{i_{nb}}) \cos(q_{j_{nb}}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Ces approximations sont d'autant plus exactes que le bruit est faible. À la différence des autres termes,  $\cos(q_i)\dot{q}_i$  comporte une multiplication d'une fonction trigonométrique par la dérivée du signal de position. En décomposant le signal bruité on obtient,

$$\cos(q_{i_{nb}} + \Delta q_i) (\dot{q}_{i_{nb}} + \dot{\Delta q}_i) \approx \cos(q_{i_{nb}}) \dot{q}_{i_{nb}} + \cos(q_{i_{nb}}) \dot{\Delta q}_i \neq \cos(q_{i_{nb}}) \dot{q}_{i_{nb}} \quad (3.34)$$

La dérivée du bruit  $\dot{\Delta q}_i$  ne peut être négligée car elle est d'un facteur  $\Delta t$  supérieure à la valeur de  $\Delta q_i$ . Afin de ne pas causer de biais sur l'estimation des paramètres, le terme  $\cos(q_{i_{nb}}) \dot{\Delta q}_i$  doit être de moyenne nulle.

$$E \left[ \cos(q_{i_{nb}}) \dot{\Delta q}_i \right] = 0$$

Cela ne survient que si,

$$E \left[ \cos(q_{i_{nb}}) \dot{\Delta q}_i \right] = E \left[ \cos(q_{i_{nb}}) \right] E \left[ \dot{\Delta q}_i \right]$$

car,

$$E \left[ \dot{\Delta q}_i \right] = 0$$

La relation antérieure est inapplicable dû à la dépendance entre le terme  $\cos(q_{i_{nb}})$  et la dérivée du bruit  $\dot{\Delta q}_i$  qui provient des équations d'approximation 3.33 et dont l'exactitude repose sur l'amplitude de  $\Delta q_i$ . Alors, la présence du terme  $\cos(q_i) \dot{q}_i$  dans un vecteur de régression génère un biais qui origine d'un terme de moyenne non nulle et proportionnel à  $\Delta q_i$  et  $\Delta t$ .

## Conclusion

Des deux sujets traités antérieurement, des faits sont à retenir relativement au modèle dynamique articulaire,

- les moindres carrés s'appliquent à un environnement de nature générale tandis que le filtre de Kalman peut potentiellement opérer en présence d'un environnement isotrope et avec dominance des contraintes axiales;
- l'application du filtre de Kalman avec le modèle articulaire est assujetti à des conditions (C.1, C.2 et C.3) difficiles à rencontrer;
- la présence de signaux de position bruités lors de l'utilisation des moindres carrés génère des estimés de paramètres biaisés.

Ces observations portent à croire que *l'identification par les moindres carrés ou le filtre de Kalman d'un environnement du deuxième ordre modélisé dans le domaine articulaire en présence d'un bruit de lecture sur la position angulaire et sans aucun autre signal supplémentaire, est fastidieux voire même irréalisable*. Considérant cela, la prochaine section étudie les conséquences de l'ajout d'un signal supplémentaire. Pour cela, le modèle dynamique du manipulateur est assumé comme étant disponible.

## 3.3 Application au système à l'étude

Au cours de cette section, la problématique d'identification des paramètres environnementaux est transposée au système à l'étude par l'utilisation des deux techniques couvertes précédemment. Les schèmes d'identification ainsi élaborés sont validés par simulations ainsi que par expérimentations.

### 3.3.1 Paramétrisation

Tel que suggéré par Ljung (1987), même les systèmes non-linéaires peuvent se mettre sous une forme de régression linéaire au détriment de la perte de la signification physique des éléments qui composent le vecteur de régression. L'objectif de la paramétrisation est de faire en sorte que le vecteur de paramètres inconnus,

$$\psi^T = \begin{bmatrix} m_E & b_E & k_E \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

soit isolé au sein de l'équation dynamique globale. Afin de simplifier la lecture des formulations, l'indice de temps du vecteur  $q$  et des matrices des modèles dynamiques sont abandonnés.

#### Domaine continu

À partir de la relation continue de la dynamique globale (équation 2.39), des composantes de couples caractérisant le manipulateur et l'environnement peuvent être extraites. Ainsi, les couples générés aux articulations pour l'ensemble du système sont,

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}_T = \underbrace{M \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + N \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + L}_{\tau} + \underbrace{M_E \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + N_E \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + L_E}_{\tau_E} \quad (3.36)$$

et en considérant,

$$\begin{aligned} M_E &= m_E M_{E'} \\ N_E &= m_E N_{E'} + b_E N_{E''} \\ L_E &= k_E L_{E'} \end{aligned}$$

le modèle dynamique devient alors,

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}_T = (M + m_E M_{E'}) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + (N + m_E N_{E'} + b_E N_{E''}) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + (L + k_E L_{E'})$$

En générant un vecteur avec les paramètres de l'environnement, on retrouve,

$$\begin{bmatrix} I_2 & m_E I_2 & b_E I_2 & k_E I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ M_{E'} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N \\ N_{E'} \\ N_{E''} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \\ L_{E'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}_T$$

où  $I_2$  représente une matrice identité de dimension 2. Après manipulation, il en découle,

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_E \\ b_E \\ k_E \end{bmatrix} = E_4 \quad (3.37)$$

avec les termes,

$$E_1 = (M'_{E_{11}} + M_{E_{21}'}) \ddot{q}_1 + (M_{E_{12}'} + M_{E_{22}'}) \ddot{q}_2 + (N_{E_{11}'} + N_{E_{21}'}) \dot{q}_1 + (N_{E_{12}'} + N_{E_{22}'}) \dot{q}_2$$

$$E_2 = (N_{E_{11}''} + N_{E_{21}''}) \dot{q}_1 + (N_{E_{12}''} + N_{E_{22}''}) \dot{q}_2$$

$$E_3 = (L_{E_1'} + L_{E_2'})$$

$$E_4 = (\tau_{T_1} + \tau_{T_2}) - [(M_{11} \ddot{q}_1 + M_{12} \ddot{q}_2) + (M_{21} \ddot{q}_1 + M_{22} \ddot{q}_2) + (N_{11} \dot{q}_1 + \dots \\ N_{12} \dot{q}_2) + (N_{21} \dot{q}_1 + N_{22} \dot{q}_2) + (L_{11} + L_{21})]$$

Le terme  $E_4$  de l'équation 3.37 correspond à la différence entre les couples totaux et ceux du manipulateur. Cela équivaut aux couples associés à l'environnement,

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_E \\ b_E \\ k_E \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^2 (\tau_{T_i} - \tau_i) = \sum_{i=1}^2 \tau_{E_i} = \sum_{i=1}^2 (V^T f_E)_i$$

Ainsi, un capteur de force disposé à la jonction des deux systèmes permet de faire abstraction de la dynamique du manipulateur pour la tâche d'identification. En

exprimant l'équation 3.37 selon le domaine cartésien, on obtient,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_c & \dot{x}_c & x_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_E \\ b_E \\ k_E \end{bmatrix} = f_E = f \quad (3.38)$$

Le vecteur de régression est alors composé du signal de position  $x_c$  et de ses dérivées  $\dot{x}_c$  et  $\ddot{x}_c$ . Afin de rendre l'identification opérationnelle à partir de l'équation 3.38, l'ajout d'un capteur procurant la position de l'environnement est essentiel.

### Domaine discret

Préalablement à l'implantation sur un système réel, il faut obtenir une version discrète du modèle. La discrétisation d'un système linéaire étant plus aisée que celle d'un système non-linéaire, la formulation cartésienne est encore une fois favorisée. Pour ces raisons ainsi que celles invoquées à la section 3.2.2, le modèle articulaire ne sera plus considéré pour la paramétrisation.

À partir de la fonction de transfert du système du second ordre,

$$T(s) = \frac{X_c(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{m_E}}{\left( s^2 + \frac{b_E}{m_E}s + \frac{k_E}{m_E} \right)} = \frac{p_3}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (3.39)$$

et en utilisant la transformée en  $Z$  telle que,

$$T(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{T(s)}{s} \right\} \quad (3.40)$$

un modèle discret est obtenu. Ce dernier peut prendre la forme d'une régression linéaire composée de la position (ici  $x$  au lieu de  $x_c$  pour alléger le texte),

$$\begin{bmatrix} -x_{k+1} & -x_k & f_{k+1} & f_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{bmatrix} = x_{k+2} \quad (3.41)$$

avec,

$$\begin{aligned} g_1 &= -e^{-T p_1} - e^{-T p_2} \\ g_2 &= e^{-T(p_1+p_2)} \\ g_3 &= \frac{p_3 (-p_2 e^{-T p_1} + p_1 e^{-T p_2} + (p_2 - p_1))}{p_1 p_2 (p_2 - p_1)} \\ g_4 &= \frac{p_3 e^{-T p_1} e^{-T p_2} (p_2 - p_1) + (p_2 + p_1)}{p_1 p_2 (p_2 - p_1)} \end{aligned} \quad (3.42)$$

pour ensuite extraire les valeurs de  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$  qui conduisent à  $m_E$ ,  $b_E$  et  $k_E$  par le biais de l'équation 3.39. Une équivalence du modèle discret en procédant par intégration numérique (Franklin et al.,1990) est rendue possible par l'expression,

$$T(z) = T(s) \Big|_{s = \frac{2(z-1)}{\Delta t(z+1)}} \quad (3.43)$$

qui finalement équivaut à,

$$\begin{bmatrix} \frac{4(x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k)}{(\Delta t)^2} & \frac{2(x_{k+2} - x_k)}{(\Delta t)} & (x_{k+2} + 2x_{k+1} + x_k) \\ & & f_{k+2} + 2f_{k+1} + f_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_E \\ b_E \\ k_E \end{bmatrix} = \dots \quad (3.44)$$

De cette manière, les moindres carrés peuvent s'appliquer aux modèles discrets 3.41 ou 3.44.

### 3.3.2 Modèle d'état

Cette section a comme objectif de mettre sous la forme d'un modèle d'état le modèle dynamique global.

#### Domaine continu

À partir de l'équation 3.1, l'accélération du manipulateur s'exprime par,

$$\ddot{\mathbf{q}} = M_T^{-1}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\psi}) [\mathbf{u} - N_T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\psi}) - L_T(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, \boldsymbol{\psi})] \quad (3.45)$$

Si l'on choisi le vecteur d'état  $\mathbf{x}^T = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\psi})$  tel que,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ M_T^{-1}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\psi}) [\mathbf{u} - N_T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\psi}) - L_T(\mathbf{q}, \mathbf{q}_0, \boldsymbol{\psi})] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

il s'en suit un modèle d'état non-linéaire et d'une forme similaire à celle que Gourdeau et Schwartz (1993) ont obtenu pour l'identification des paramètres d'un manipulateur. Tel que mentionné à la section 3.2.2, le modèle d'état d'un ensemble manipulateur et environnement est obtenu si la condition C.1 est satisfaite. Le système à l'étude obéit à cette condition. Pour satisfaire à la condition C.2, on doit extraire le paramètre non-nul  $m_E$  de la relation,

$$M_T^{-1} = (M + m_E M_E')^{-1} \quad (3.47)$$

ce qui conduit à la condition C.2.2. Comme cette condition n'est pas respectée, la mise en forme du filtre de Kalman par la représentation articulaire ne peut être complétée. Toutefois, en présence d'un capteur de force, il est possible de faire abstraction de la dynamique du manipulateur pour ne considérer que la dynamique de l'environnement. De cette manière, le filtre de Kalman peut être reformulé à l'aide

du vecteur d'état  $\mathbf{x}^T(t) = [x_c(t) \dot{x}_c(t)]$  qui conduit au modèle d'état,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_E}{m_E} & -\frac{b_E}{m_E} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_E} \end{bmatrix} u(t) \quad (3.48)$$

et par l'intermédiaire du changement de variables,

$$a(t) = -\frac{k_E}{m_E}, \quad b(t) = -\frac{b_E}{m_E}, \quad c(t) = \frac{1}{m_E} \quad (3.49)$$

le modèle devient,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a(t) & b(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c(t) \end{bmatrix} u(t) \quad (3.50)$$

où  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  représentent les états  $x_c(t)$  et  $\dot{x}_c(t)$ . En augmentant le vecteur tel qu'il devienne,

$$\mathbf{z}^T(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad a(t) \quad b(t) \quad c(t)]$$

de sorte que le nouveau modèle d'état soit,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{a}(t) \\ \dot{b}(t) \\ \dot{c}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a(t) & b(t) & 0 & 0 & u(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ a(t) \\ b(t) \\ c(t) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$



### Domaine discret

En utilisant la série de Taylor tronquée au terme d'ordre un et suite à la linéarisation, le modèle continu 3.51 devient alors,

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ a(k)\Delta t & (b(k)\Delta t + 1) & x_1(k)\Delta t & x_2(k)\Delta t & u(k)\Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix}_k \quad (3.52)$$

C'est à partir de ce modèle discret que les essais expérimentaux sont menés.

## 3.4 Expérimentations sur le système réel

Cette section procure les résultats de simulation et d'implantation des moindres carrés et du filtre de Kalman étendu sur un système réel. Pour cette première phase de validation, seul le système représentant l'environnement est sollicité.

### 3.4.1 Description du montage

Le montage consiste en un système du second ordre muni d'une masse, de ressorts, et d'un amortisseur. Le tout est installé sur des rails avec des roulements à billes à faibles coefficients de frottement tel que montré à la figure 3.2. On distingue sur cette première photo un capteur de force dont la résolution est de 0,0052 Newton. Le système est libre de se déplacer selon l'axe des  $X$  d'une distance maximale de 0,05 mètre. L'ordre de variation de l'ensemble des trois (3) paramètres est répertorié au tableau 3.3. La constante de rappel ne possède que trois valeurs finies car elle découle d'un nombre pair et limité de ressorts. Contrairement à la masse qui est

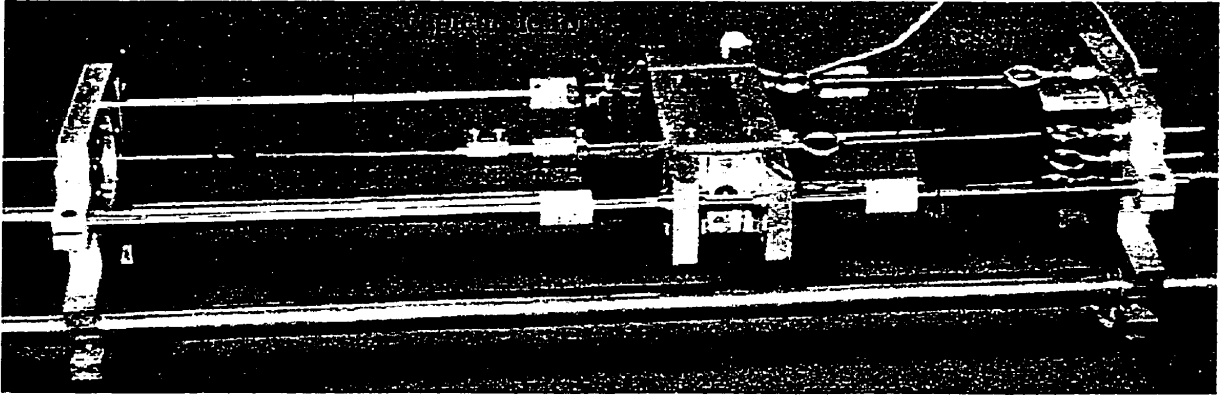


Figure 3.2: Photo du montage et des composantes

Tableau 3.3: Plage de valeurs des paramètres du montage

Paramètres	Plage de valeurs	Unités
masse ( $m_E$ )	$\geq 1,087$	kg
constante de rappel ( $k_E$ )	42,4 - 84,8 - 127,2	N/m
amortissement ( $\xi$ )	0,8 à 2,1	N/(m/s)

pesée ou aux ressorts dont la constante de rappel est fixe et quantifiable, le coefficient d'amortissement doit être identifié préalablement aux essais.

L'amplitude de la force appliquée à l'environnement peut s'obtenir soit par le capteur de force ou soit par l'injection des valeurs réelles des paramètres ainsi que du signal  $x_c$  dans le modèle 3.48. Pour le second scénario, la relation procurant la force est,

$$m_E \frac{d^2 x_c}{dt^2} + b_E \frac{dx_c}{dt} + k_E x_c = f_c \quad (3.53)$$

Une comparaison entre la reconstitution filtrée du signal de force  $f_c$  et celui provenant du capteur de force est réalisée à la figure 3.3. Sans contredit, le signal réel est davantage utilisable pour une tâche d'identification ou de contrôle.

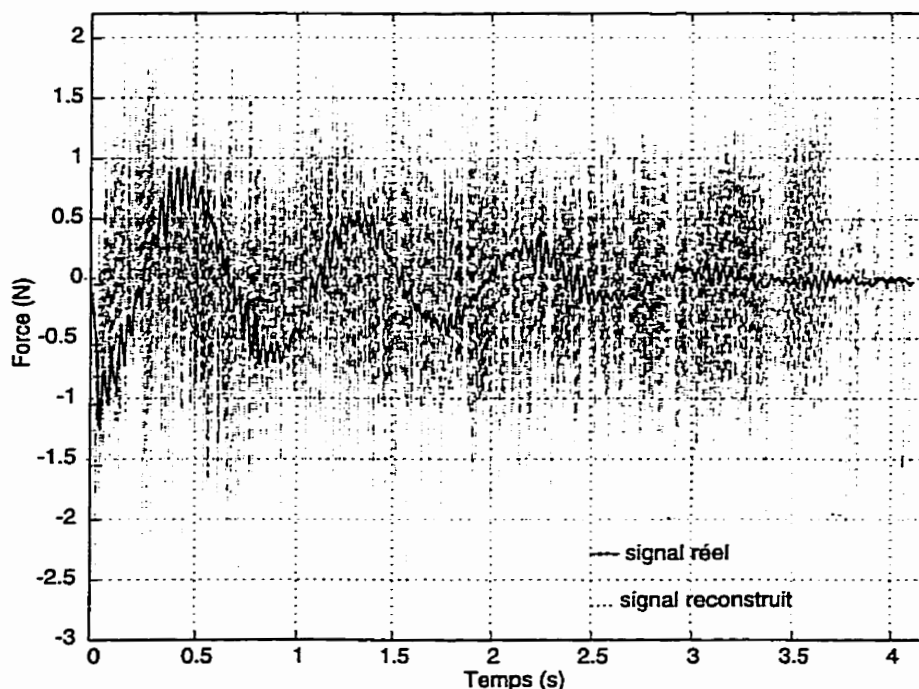


Figure 3.3: Signaux de forces réel et reconstruit

### 3.4.2 Identification hors-ligne

L'ensemble des essais et des simulations qui suivent sert à une première validation des techniques d'identification sans toutefois en viser une performance accrue.

Concernant les moindres carrés, seules quelques simulations sont montrées. L'équation 3.44 est utilisée pour réaliser les simulations tandis que leurs détails sont contenus à l'annexe B. Le tableau 3.4 contient le niveau des bruits injectés soit au signal de position  $x_c$ , soit au signal de force  $f$ . Afin de mieux visualiser la convergence des estimés de chacun des paramètres, les figures d'estimation des paramètres montrent plutôt l'évolution du ratio,

$$\frac{|\text{valeur estimée}|}{|\text{valeur réelle}|}$$

Pour des fins de comparaison, une simulation sans bruits apparaît à la figure 3.4. Ce scénario représente l'application la plus performante de cette technique. Autrement,

Tableau 3.4: Erreurs moyennes d'estimation en fonction du bruit

	Bruit sur		Erreur moyenne (%)		
	$x$ (m)	$f$ (N)	$m_E$	$b_E$	$k_E$
1	0,0	0,0	0,25	2,99	0,01
2	$1 \times 10^{-9}$	0,0	4,4	17,0	0,1
3	0,0	0,05	0,4	21,8	0,05

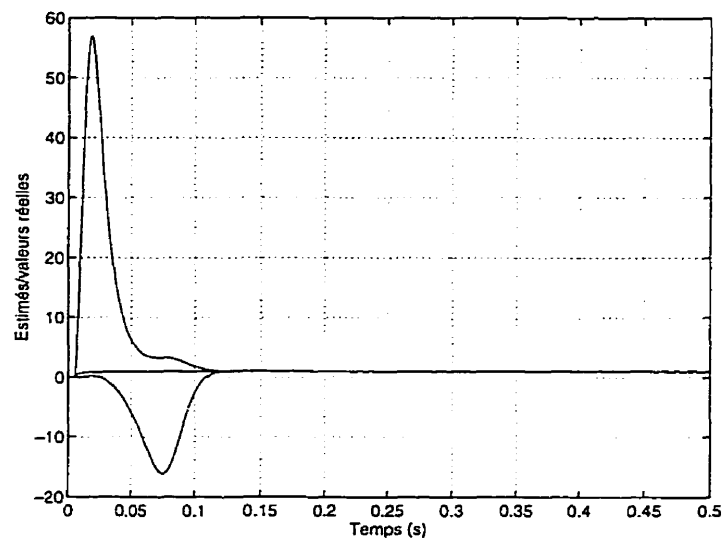


Figure 3.4: Moindres carrés en l'absence de bruit

la présence de bruits nécessite des filtres additionnels. Pour leur part, les figures 3.5 et 3.6 montrent la dégradation de l'estimé des paramètres pour des bruits inférieurs à 1% des valeurs moyennes de position ou de force. D'autre part, la validation de l'identification par le filtre de Kalman étendu est réalisée en trois étapes. En premier lieu, connaissant deux des trois paramètres du système, seul celui restant est à identifier. Ensuite, la tâche d'identification est élargie pour s'appliquer au scénario où la totalité des paramètres du système MRA sont indéterminés. Pour le dernier essai, l'un des paramètres est altéré en cours du processus d'identification. Pour les deux premiers essais, les mêmes données expérimentales sont utilisées.

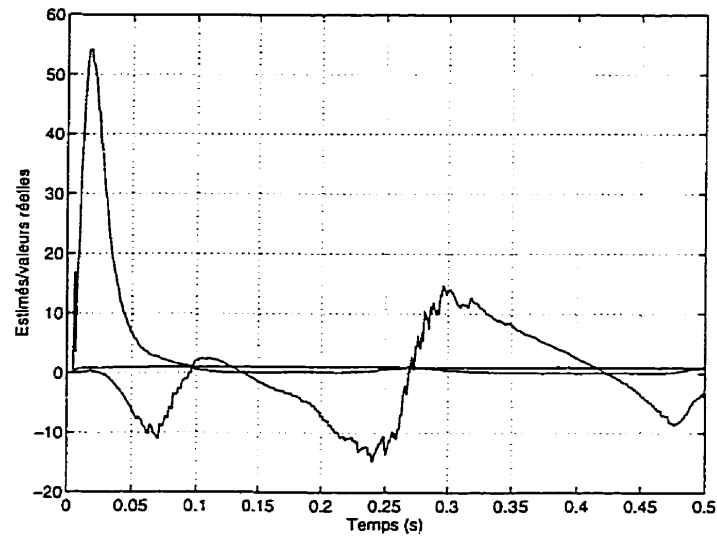


Figure 3.5: Moindres carrés en présence d'un bruit sur la position

### ESSAI 1: FKE - Un (1) seul paramètre constant et inconnu

Pour cet essai, seul le paramètre  $m_E$  doit être identifié. On injecte les valeurs réelles des paramètres  $b_E$  et  $k_E$  dans le modèle de l'équation 3.52. En ce qui concerne le cas en présence de l'amortisseur (tableau A.3), la valeur vers laquelle doit tendre l'estimé du paramètre  $c$  est 0,6213. Comme le montre la figure 3.7, la convergence de l'estimé de  $c$  est rapide et précise.

### ESSAI 2: FKE - Plusieurs paramètres constants et inconnus

Tous les paramètres étant maintenant inconnus, les équations utilisées correspondent au système 3.52. Comme l'écart entre les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  du tableau A.3 est de l'ordre de la centaine, une bonne convergence des paramètres vers leur valeur réelle se traduit par une convergence du ratio vers la valeur unitaire. De plus, les erreurs sur les estimés des états  $\hat{x}_c$  et  $\dot{\hat{x}}_c$  ont l'allure montrée à la figure 3.9.

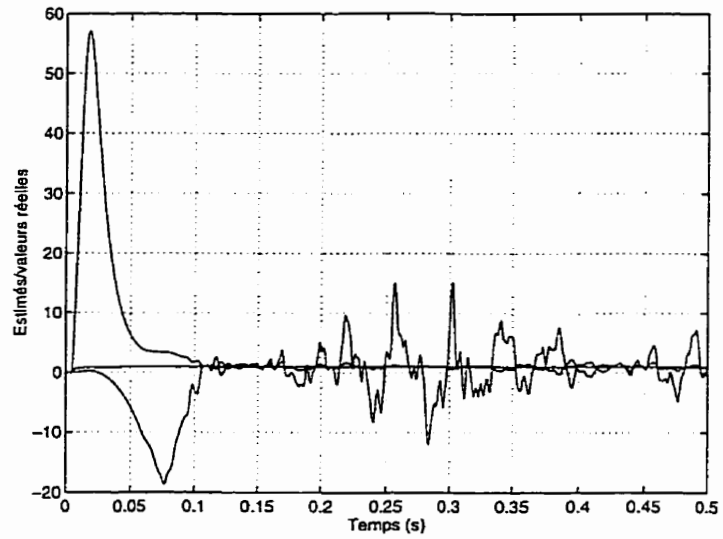


Figure 3.6: Moindres carrés en présence d'un bruit sur la force

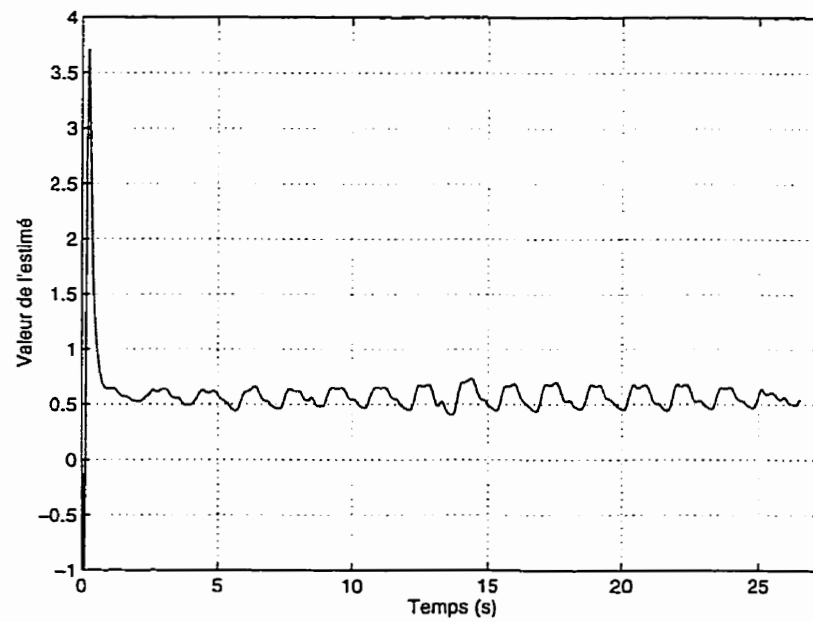


Figure 3.7: Estimation d'un seul paramètre

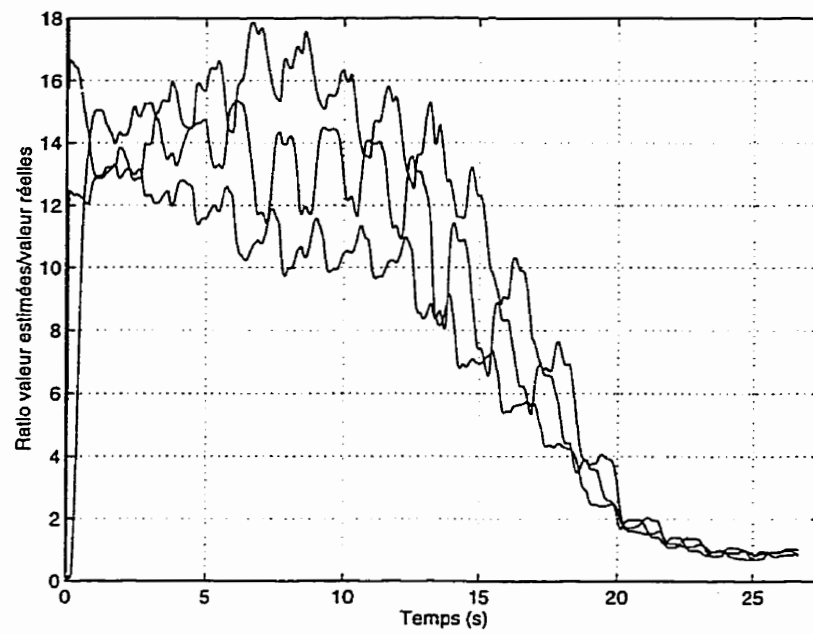


Figure 3.8: Estimation des paramètres du système par FKE

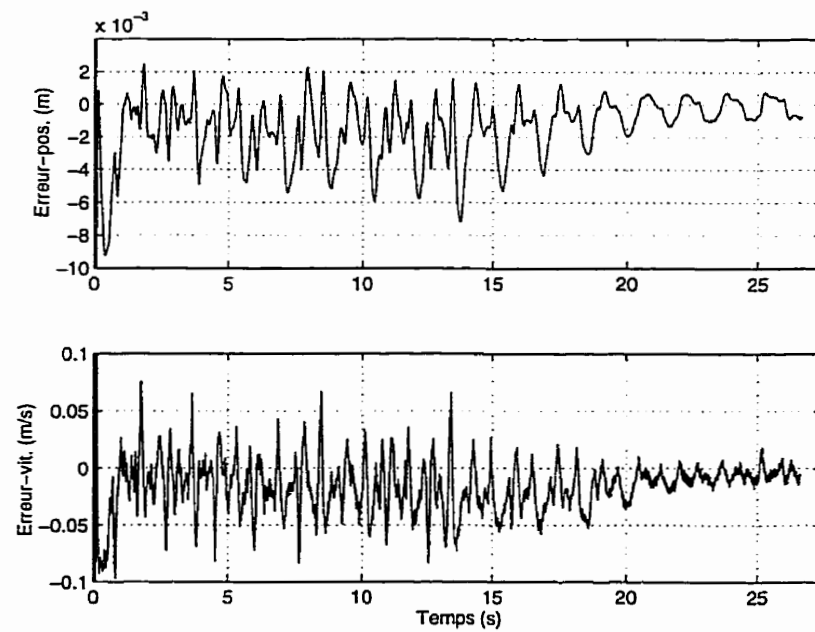


Figure 3.9: Estimé des états par le FKE

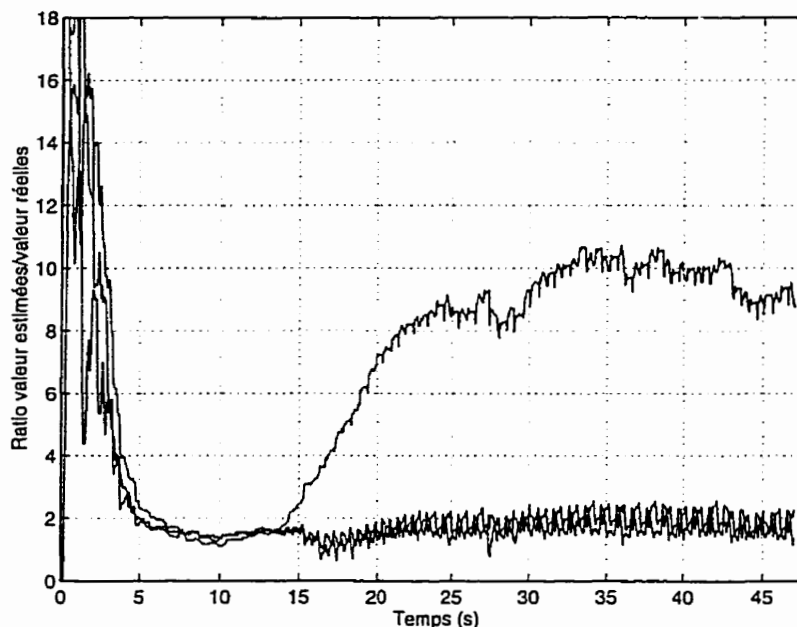


Figure 3.10: Estimation par FKE avec variation d'un paramètre

### ESSAI 3: FKE - Un (1) seul paramètre variable

Pour terminer, la sensibilité du filtre de Kalman à la variation d'un des paramètre est étudiée. Tel que le second essai, les trois paramètres sont inconnus à la différence qu'en plus le coefficient d'amortissement  $b_E$  est altéré manuellement en cours de procédé. Le résultat de ce test est montré à la figure 3.10. Le temps de montée de l'estimé du paramètre  $b$  (entre la 15<sup>e</sup> et 30<sup>e</sup> secondes) inclu également le temps nécessaire à la modification du coefficient d'amortissement. La nouvelle valeur de convergence de l'estimé du paramètre  $b$  est aux environs de dix (10). Ceci équivaut à une valeur de  $b_E = -16,095$ . Cette valeur a été validée par un essai non-forcé avec le nouvel ajustement de l'amortisseur. Ainsi, la valeur d'amortissement trouvée par la méthode du premier dépassement donne  $b_E = -16,12$ , ce qui confirme la valeur déduite par le filtre de Kalman. La dynamique réelle du système avec la nouvelle valeur du coefficient d'amortissement ainsi que la dynamique simulée sont présentées à la figure 3.11. Pour ce dernier essai avec le filtre de Kalman, la variance



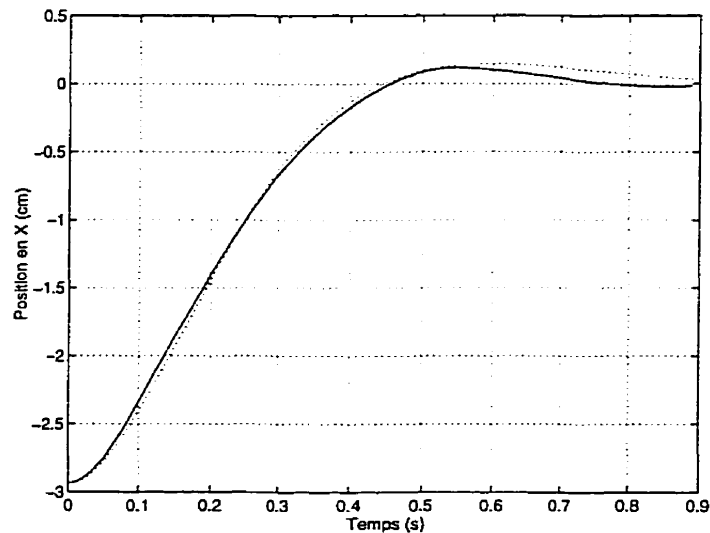


Figure 3.11: Validation de l'estimé du coefficient d'amortissement

des paramètres  $S$  est conservée à sa valeur initiale  $S_0$  afin que le filtre soit prompt aux changements de dynamique. Pour l'ensemble des essais, les valeurs d'ajustements du filtre sont contenues dans le tableau B.1.

### 3.4.3 Remarques

Certains faits importants concernent le déroulement des expérimentations. Il est jugé opportun de les mentionner ici. Ainsi,

- Le signal d'excitation du système MRA étant généré manuellement, sa nature (en amplitude et en fréquence) n'est pas homogène et sa répétabilité est impossible. Cela explique pourquoi la validation des techniques d'identification repose sur peu d'expérimentations;
- L'identification à l'aide des tests non-forcés génère un décrochage des estimés attribuable à la plus forte présence de la friction non-modélisée;
- Sans être expliqué, le paramètre  $k_E$  demeure celui pour lequel l'estimé est le moins précis.

## Chapitre 4

# Contrôle et identification

Ce chapitre présente la formulation et l'application du contrôleur et du module d'identification sur le banc d'essai. Premièrement, un complément d'information sur le manipulateur est fourni. Par la suite, la tâche et les particularités du contrôleur en l'absence d'un contact avec l'environnement sont discutées. Pour terminer, l'implantation du contrôleur et du module d'identification est exécutée pour le scénario de contact.

### 4.1 Manipulateur

La présente section met en perspective certaines particularités du montage expérimental que représente le manipulateur. Une brève description des caractéristiques du montage, l'influence de la friction aux actionneurs ainsi que la validation du modèle numérique sont les principaux éléments abordés.

#### 4.1.1 Description

Le manipulateur est constitué de deux articulations qui sont actionnées par des moteurs à courant continu munis de réducteurs harmoniques. La présence de ces

réducteurs fait en sorte qu'aucune zone morte attribuable au jeu d'engrenage n'est présente. Toutefois, la friction et l'élasticité engendrées par ces réducteurs sont considérables. Des encodeurs optiques, juxtaposés aux moteurs, procurent une résolution de lecture d'angle de l'ordre de 0,09 et 0,18 degré à la sortie du moteur.

Les membrures du manipulateur sont constituées d'acier et sont positionnées en le mode d'opération rigide. Pour leur part, les articulations sont en aluminium. Une plate-forme verticale sert de support au manipulateur ainsi qu'au système MRA.

Un ordinateur agit à titre d'unité de contrôle du montage. Une interface graphique ROVASIMEX ainsi qu'un module de calcul symbolique SYMOFROS sont utilisés pour la génération de modèles numériques, de trajectoires et de commandes. De plus, l'interface gère les diverses entités du montage telles que les amplificateurs de courant et les cartes d'acquisition. Le mémoire de maîtrise de F.Germain (1996), principal concepteur de l'interface graphique et du manipulateur, procure l'information nécessaire à la compréhension et à l'utilisation de l'interface.

### 4.1.2 Friction

Compte tenu de l'importance de la friction pour ce montage, le modèle dynamique du système global peut être revisité afin d'y ajouter une composante de couple associée à la friction  $\tau_{fr}$  telle que,

$$\tau_{tot} = \tau_m + \tau_E + \tau_{fr} \quad (4.1)$$

où l'on assigne à  $\tau_{fr}$  la dynamique suivante,

$$\tau_{fr} = \text{sign}(\dot{q})(c|\dot{q}|^2 + b|\dot{q}| + a)g_{cc} \quad (4.2)$$

avec  $g_{cc}$  représentant le gain couple-courant et  $a$ ,  $b$  et  $c$ , les coefficients de friction statique et dynamique. L'amplitude de la friction aux actionneurs est suffisamment

significative pour avoir conduit à des recherches antérieures (Piedboeuf et al.,1997). Pour de plus amples détails, une procédure d'identification de la friction ainsi que des résultats expérimentaux figurent à l'annexe A.

Il est important de signifier qu'un modèle précis de la friction peut être utilisé à des fins de compensation par le biais de la commande. Considérant le niveau de bruit du signal de vitesse (voir section 4.2.2) dans le modèle de friction, une compensation exacte de la friction s'avère impraticable compte tenu des vibrations causées par une commande trop bruitée (Saint-Pierre, 1996).

### 4.1.3 Validation du modèle

Afin de valider le modèle du manipulateur, un test en chute libre est effectué. Pour réaliser ce test, le manipulateur possède une configuration de départ différente de la position d'équilibre ( $\mathbf{q}_o \neq 0$ ). En l'occurrence les angles moyens de départ pour le RH8 et le RH14 sont d'une valeur de  $-67,97^\circ$  et  $77,23^\circ$ . Ces valeurs d'angles sont utilisées afin d'effectuer la simulation. Pour éviter que la force contre-électromotrice ne freine le mouvement du manipulateur, il faut également prendre soin de couper l'alimentation aux actionneurs.

La figure 4.1 montre la moyenne des valeurs d'angle expérimentales ainsi que les valeurs d'angle obtenues par simulation. Le tableau B.2 contient les conditions initiales et finales des essais expérimentaux (au nombre de sept (7)). La simulation en présence de la friction a été réalisée à l'aide de ROVASIMEX. Quoique dans son ensemble la simulation concorde relativement bien avec les résultats expérimentaux obtenus, cette concordance s'avère davantage véridique pour la première articulation. Dans le cas de la seconde articulation, il y a un respect de la friction statique du comportement expérimental signifié par les instants et l'amplitude des angles initiaux

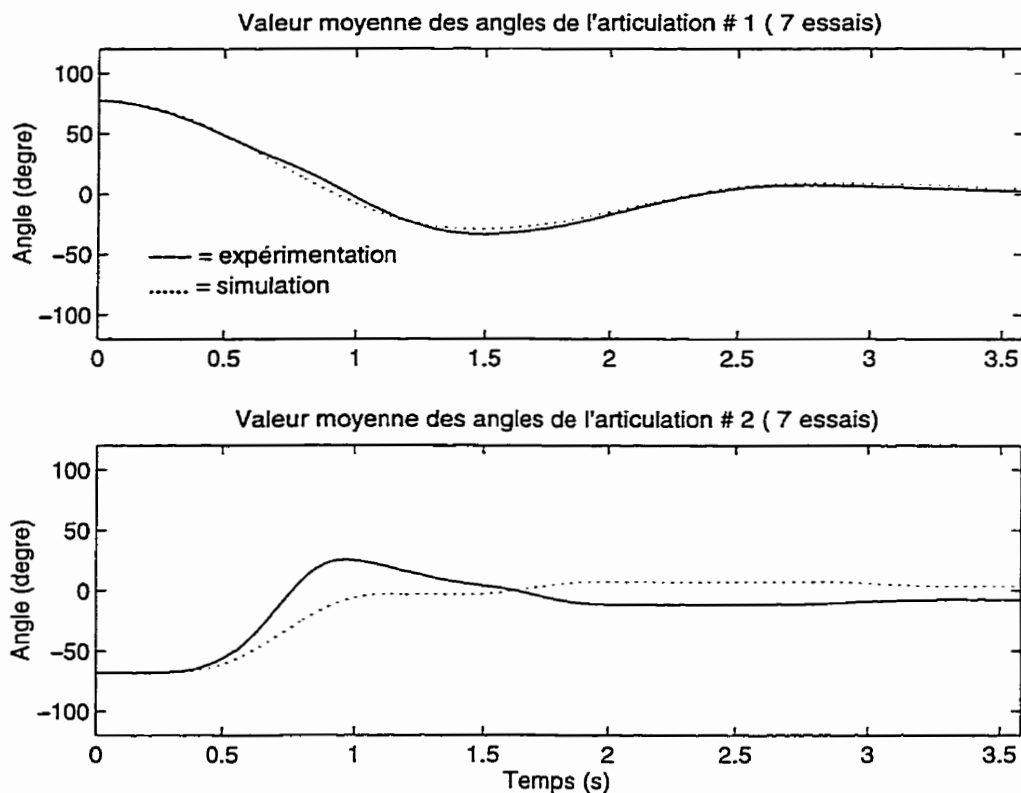


Figure 4.1: Angles du manipulateur en chute libre

et finaux du mouvement. Cependant pour une dynamique importante, la prédiction des valeurs d'angles de la seconde articulation est moins effective.

Les raisons expliquant cette différence entre les résultats de simulation et d'expérimentation peuvent être de natures diverses. Les sources d'erreurs sur les valeurs d'angle de la seconde articulation sont d'ailleurs indissociables les unes des autres. D'abord, l'erreur de prédiction de la première articulation se propage aux articulations suivantes au même titre que la cinématique directe. Dans ce cas, la gravité agit avec une amplitude erronée sur l'ensemble des articulations. Ensuite, les paramètres de friction (statique et dynamique) ne sont déterminés que pour un seul sens de rotation alors que des différences d'amplitude peuvent survenir si le mouvement est inversé. Une autre source potentielle d'erreur provient de la force contre-électromotrice qui

est présente lors des tests d'identification (annexe A) alors qu'en chute libre elle est absente. Si l'identification procure des coefficients de friction qui incluent cette force, il est donc normal que l'expérimentation en chute libre et sans alimentation des amplificateurs manifeste une résistance moindre que la simulation. De plus, la seconde articulation possède la particularité d'avoir une charge excentrée et sans roulement qui puisse conserver l'alignement de l'axe du réducteur. Cela peut résulter en l'altération de certains paramètres de friction. Enfin, des erreurs de modélisation à l'intérieur du modèle dynamique sont toujours possibles.

## 4.2 Contrôleur

Au cours de la section qui suit, le contrôleur utilisé pour le banc d'essais est présenté. Les points suivants y sont couverts: la structure du contrôleur, la dynamique de l'erreur ainsi que les résultats expérimentaux.

### 4.2.1 Structure

La tâche du contrôleur en est une de suivi de trajectoires désirées (indice  $d$ ). Dans le domaine articulaire, cela se traduit par,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d(t) \quad (4.3)$$

Selon la structure du modèle dynamique du manipulateur,

$$M(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + L(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (4.4)$$

une loi de commande non-linéaire est utilisée. Cette loi est construite par un contrôleur en position qui procède par une régulation d'accélération. Plus communément, ce contrôleur porte le nom de contrôleur à couple pré-calculé. Le principal avantage de ce contrôleur est de générer des dynamiques d'erreur linéaires et découplées en

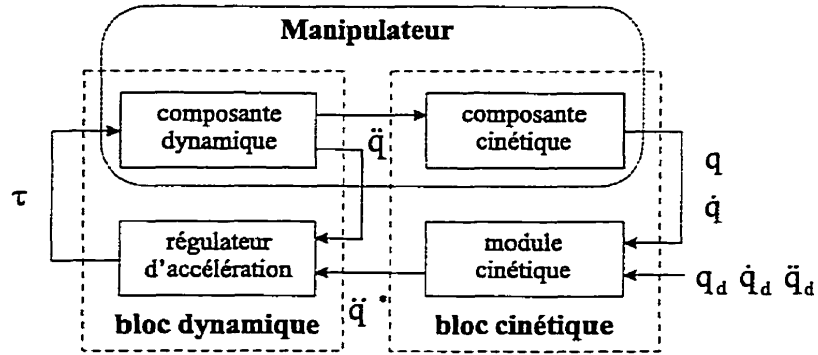


Figure 4.2: Contrôleur par régulation d'accélération

présence d'un modèle dynamique connu du manipulateur. Une forme simplifiée du jumelage du contrôleur et du manipulateur (figure 4.2) revient à séparer les composantes dynamiques et cinétiques des deux entités. Le module cinétique garanti que,

$$\text{si } \ddot{\mathbf{q}}(t) = \ddot{\mathbf{q}}^*(t) \text{ alors } \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d(t) \quad (4.5)$$

Cela est effectué par l'entremise d'une commande  $\tau$  qui linéarise le système et découple chacun des degrés de liberté par le biais de la variable,

$$\ddot{\mathbf{q}}^*(t) = \ddot{\mathbf{q}}_d(t) + K_P (\mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t)) + K_D (\dot{\mathbf{q}}_d(t) - \dot{\mathbf{q}}(t)) + K_I \int_0^t (\mathbf{q}_d(t^*) - \mathbf{q}(t^*)) dt^* \quad (4.6)$$

où les matrices de gains proportionnels  $K_P$ , dérivés  $K_D$  et intégrals  $K_I$  ont une forme diagonale. Ainsi, en présence du choix de variable d'erreur,

$$\boldsymbol{\epsilon} = \int_0^t (\mathbf{q}_d(t^*) - \mathbf{q}(t^*)) dt^* \quad (4.7)$$

cela procure une dynamique du troisième ordre,

$$\ddot{\boldsymbol{\epsilon}} + K_D \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + K_P \boldsymbol{\epsilon} = 0 \quad (4.8)$$

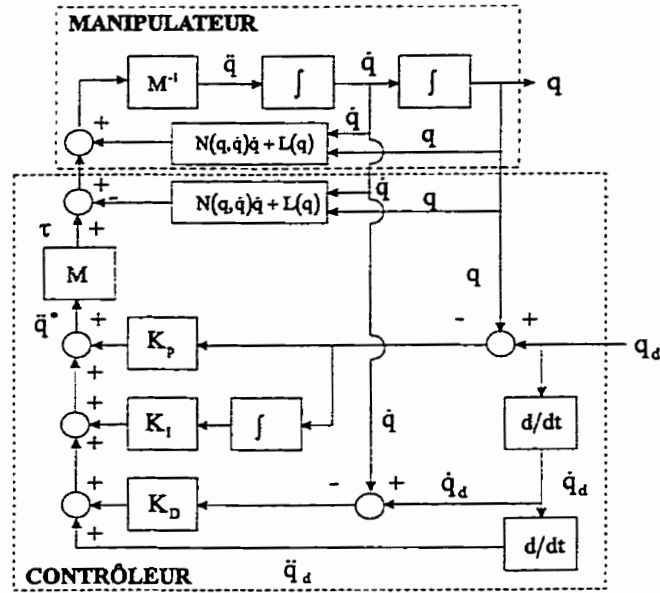


Figure 4.3: Contrôleur à couple pré-calculé

Les valeurs des gains sont reliées au positionnement des pôles ( $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau_3$ ) qui gèrent la dynamique d'erreur par les relations,

$$\begin{aligned} K_D &= -\tau_1 - \tau_2 - \tau_3 \\ K_P &= -\tau_1 \tau_2 \tau_3 \\ K_I &= \tau_1 \tau_2 + \tau_1 \tau_3 + \tau_2 \tau_3 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pour sa part, le module de régulation doit assurer que la valeur de  $\tau$  produise la convergence,

$$\ddot{q} \rightarrow \ddot{q}^* \quad (4.10)$$

Ainsi, le modèle dynamique résultant prend la forme suivante,

$$\tau = M(q) \ddot{q}^* + N(q, \dot{q}) \dot{q} + L \quad (4.11)$$

tandis que la forme complète du contrôleur apparaît à la figure 4.3.



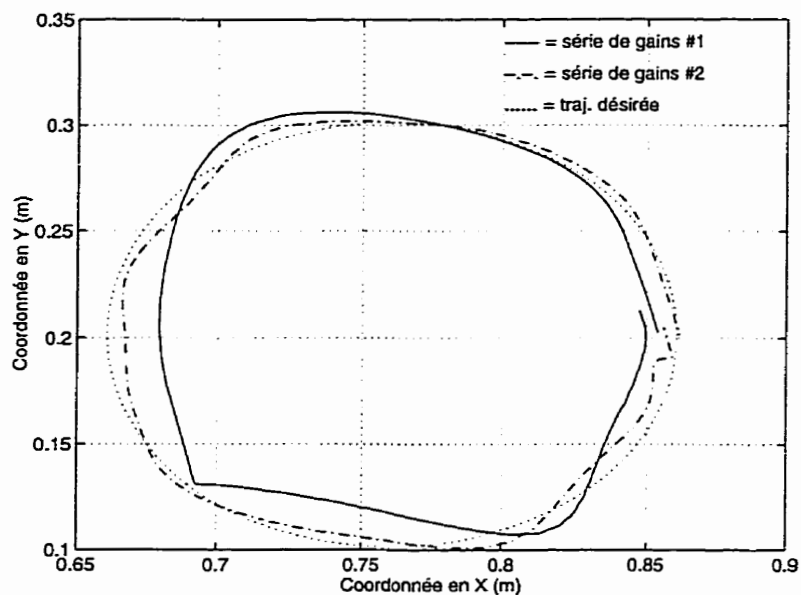


Figure 4.4: Suivi de trajectoire (traj. #1)

## 4.2.2 Résultats expérimentaux

### Suivi de trajectoire sans contact

Afin de mieux visualiser les performances du contrôleur, des tests de suivi de trajectoire sont effectués. La trajectoire sélectionnée possède la forme d'un cercle centré en  $x = 0,76$  m,  $y = 0,2$  m et de rayon de  $0,10$  m. Le point de départ de la trajectoire circulaire est localisé en  $x = 0,86$  m,  $y = 0,2$  m tandis que le parcours est réalisé dans le sens anti-horaire. Pour les essais qui suivent, les valeurs des gains du contrôleur sont au nombre de deux et figurent au tableau B.3.

La figure 4.4 présente le suivi de trajectoire de l'extrémité du manipulateur. On y retrouve le cercle désiré ainsi que les figures résultant des deux choix de gains du contrôleur. Par ailleurs, la figure 4.5 montre un suivi de trajectoire pour un cercle centré en  $x = 0,76$  m et  $y = -0,2$  m et de rayon de  $0,010$  m. On constate que les performances pour une même série de gains sont similaires et semblent peu affectées par l'emplacement de la trajectoire. La trajectoire décrite par l'expérimentation qui

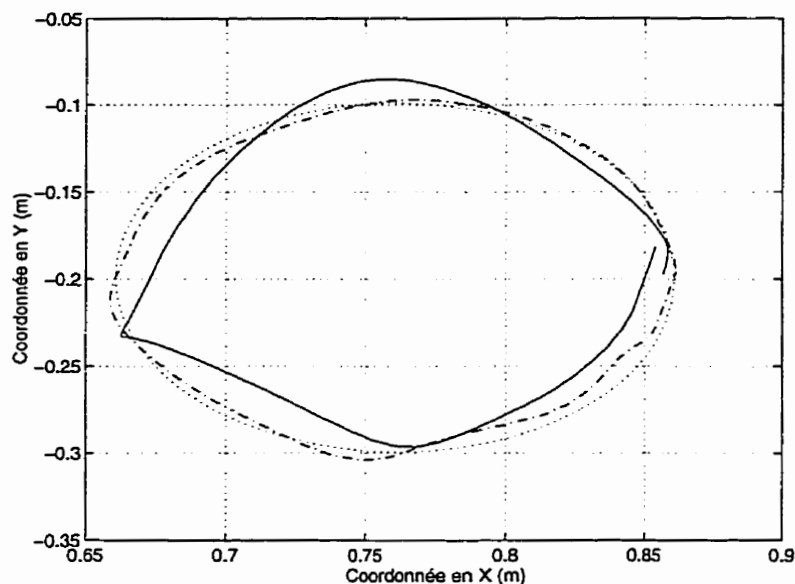


Figure 4.5: Suivi de trajectoire (traj. #2)

Tableau 4.1: Dépassement articulaire et écart de distance cartésien

Gains	$d_1$	$d_2$	$\Delta_{XY}$
série 1	1,30 %	0,99 %	0,0169 m
série 2	0,81 %	0,00 %	0,0089 m

possède les gains élevés (série de gains #2), respecte davantage la forme désirée. De plus, sa trajectoire d'amenée positionne l'extrémité plus près du point de départ désiré. Ainsi, une importante amplitude du gain proportionnel procure apparemment un meilleur suivi de trajectoire. La figure 4.6 contient les valeurs d'angles aux articulations correspondant aux trajectoires de la figure 4.4. On y dénote que la trajectoire d'amenée pour les deux choix de gains possède un dépassement considérable. Le tableau 4.1 procure les dépassements articulaires ( $d_1$  et  $d_2$ ) ainsi que l'écart cartésien maximal de l'extrémité du manipulateur relativement à sa position finale, soit  $\Delta_{XY}$ . En triplant l'amplitude du gain proportionnel, la seconde série de gains génère tout de même un écart cartésien de l'ordre du centimètre, ce qui correspond à la moitié

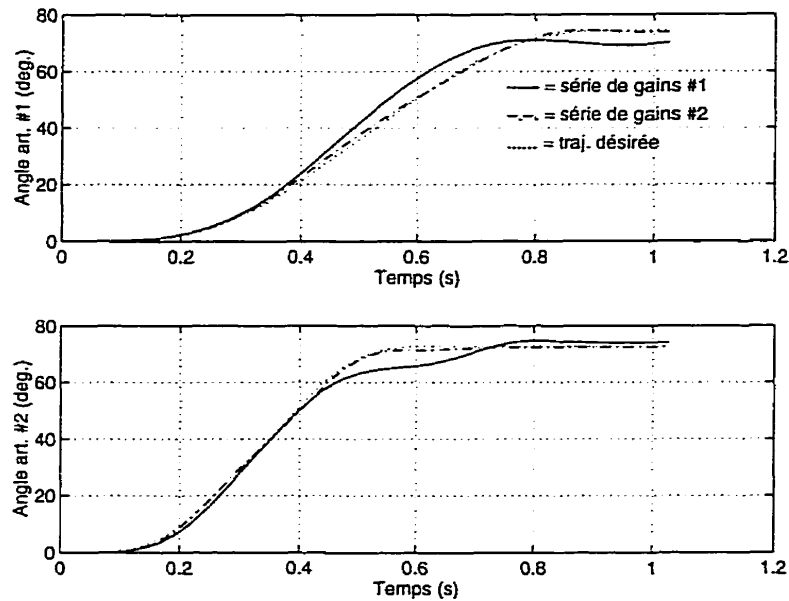


Figure 4.6: Valeur d'angle pour le suivi de trajectoire

de l'écart encouru avec la première série de gains. Cela laisse présager qu'un écart de l'ordre du millimètre est atteignable uniquement pour des gains proportionnels d'une amplitude considérable.

### Saturation des gains dérivés

L'équation 4.6 requiert les valeurs désirées de la position, de la vitesse ainsi que de l'accélération angulaire. En l'occurrence, ces dernières sont calculées hors ligne. De plus, les valeurs réelles de position et de vitesse angulaires sont requises. La position angulaire correspond à la lecture des encodeurs tandis que la vitesse est calculée par différentiation numérique des valeurs d'angles.

Quoique fort pratique de par sa simplicité de calcul, le signal de vitesse obtenu génère deux inconvénients majeurs (Nicosia et Tomei, 1990; Berghuis et Nijmeijer, 1993). D'abord, le niveau de bruit du signal de vitesse est inversement proportionnel à la période d'échantillonnage limitant ainsi la borne supérieure de la fréquence

Tableau 4.2: Gains du contrôleur avec vitesse provenant de la dérivée de la position

	$K_P$	$K_D$	$K_I$
RH8	800	1	400
RH14	300	1	150

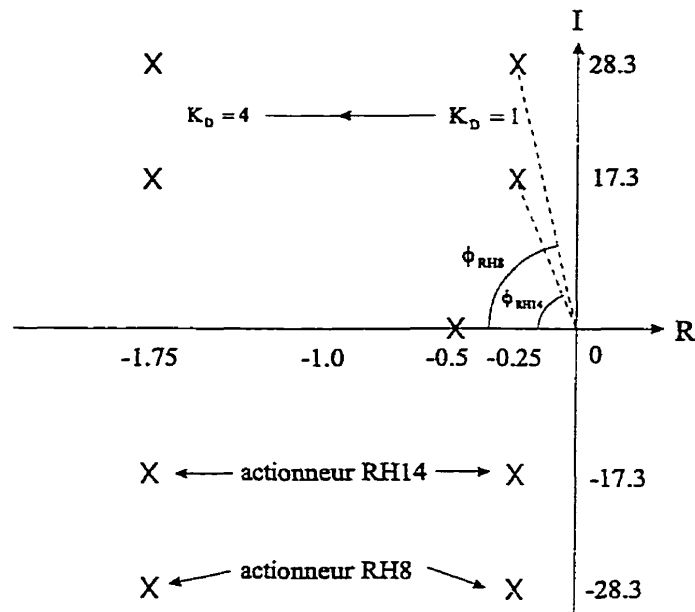


Figure 4.7: Pôles du contrôleur

d'opération du système. Ensuite, le niveau de bruit de la commande est augmenté par le gain dérivé du contrôleur. Afin d'éviter que la commande ne trop bruitée, une saturation est imposée à l'amplitude des gains dérivés.

Dans le cas du modèle de l'équation 4.4, les gains utilisés par l'explication qui suit prennent les valeurs stipulées au tableau 4.2. Sur le montage expérimental, les gains dérivés peuvent atteindre une valeur de 4. À cette valeur, les commandes bruitées engendrent des vibrations audibles aux actionneurs. En ce qui concerne les gains du tableau 4.2, l'emplacement des pôles représentant la dynamique des actionneurs est donné à la figure 4.7. Ainsi, pour un gain  $K_D$  unitaire la dynamique s'approche

de celle d'un deuxième ordre sous-amorti alors qu'avec un gain  $K_D$  tendant vers la valeur 4, la dynamique dominante correspond davantage à celle d'un système de premier ordre. La plage de gains dérivés limite les ajustements pouvant conduire à une performance acceptable du contrôleur. Étant donné que la vitesse du second actionneur doit être supérieure à celle du premier, la saturation du gain dérivé fait en sorte que la dynamique d'erreur du second actionneur est moins amortie que celle du premier.

Compte tenu du faible amortissement et du positionnement non-arbitraire des pôles caractérisant la dynamique du contrôleur, un observateur de vitesses angulaires est ajouté. Pour des fins de comparaison, An et al. (1989) ainsi que Khosla et Kanade (1989) présentent également certains résultats d'implantation du couple pré-calculé.

### 4.2.3 Ajout d'un observateur

Le principal objectif d'un observateur consiste à générer des signaux de vitesses ayant un faible niveau de bruit, ce qui permet de fixer une dynamique désirée au contrôleur. L'atout majeur de ce gain réside en une augmentation de l'amortissement de la dynamique d'erreur du contrôleur. Dans le texte qui suit, la formulation de l'observateur est tout d'abord exprimée, pour ensuite procéder aux essais expérimentaux.

Ainsi, l'équation 4.6 est substituée par,

$$\ddot{\mathbf{q}}^* = \ddot{\mathbf{q}}_d + K_P (\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + K_D (\dot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{v}) \quad (4.12)$$

Le signal de vitesse  $\dot{\mathbf{q}}$  est remplacé par la vitesse observée  $\mathbf{v}$ . L'absence de gain intégral conduit à un contrôleur du type proportionnel-dérivé (PD). En combinant les équations 4.12 et 4.4, la dynamique d'erreur du contrôleur et de l'observateur

s'exprime par le modèle d'état suivant,

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_P & I & 0 & 0 \\ -L_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & -K_D & -K_P & -K_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \\ 0 \\ I \end{bmatrix} u(t) \quad (4.13)$$

avec,

$$u(t) = M^{-1} [2N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{e}_2 + N(\mathbf{q}, \mathbf{e}_2) \mathbf{e}_2] \quad (4.14)$$

où  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  représentent les erreurs d'observation sur les positions et les vitesses tandis que  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$  équivalent aux erreurs de position et de vitesse du contrôleur. La relation 4.13 est obtenue par la propriété suivante de la matrice des forces de Coriolis et centripètes (Gourdeau et Blouin, 1998),

$$N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{v} = N(\mathbf{q}, \mathbf{v}) \dot{\mathbf{q}}$$

Il est à noter que le découplage entre le contrôleur et l'observateur (équation 4.13) est complet lorsque  $\mathbf{e}_2$  est nul.

En considérant les conditions suivantes,

$$\|N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\| \leq k_1 \|\dot{\mathbf{q}}\|, \quad \|D(\mathbf{q})^{-1}\| \leq k_2, \quad \|\dot{\mathbf{q}}\| \leq k_3$$

ainsi qu'une sélection de gains  $L_P$  et  $L_D$  produisant une matrice d'observation,

$$\begin{bmatrix} -L_P & I \\ -L_D & 0 \end{bmatrix}$$

qui soit stable, l'observateur est alors localement stable. De plus, si les trajectoires désirées sont telles que,

$$\|\mathbf{q}_d\| \leq k_4, \quad \|\dot{\mathbf{q}}_d\| \leq k_5$$

Le système décrit par l'équation (4.13) est localement stable. L'application de la méthode d'Euler pour l'intégration de l'équation de l'observateur (4.13) procure la forme discrète du modèle d'état qui est fonction de la période  $T$  (),

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}(t+T) \\ \mathbf{v}(t+T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & TI \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix} - T \begin{bmatrix} L_P & 0 \\ L_D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}(t) - \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{v}(t) - \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2}I \\ TI \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}^*(t)$$

Pour les deux actionneurs, les dynamiques d'erreur en position du contrôleur, correspondent aux fonctions de transfert,

$$\frac{\alpha_1(S)}{u(S)} = \frac{1}{S^2 + K_{D1}S + K_{P1}} \quad \text{et} \quad \frac{\alpha_2(S)}{u(S)} = \frac{1}{S^2 + K_{D2}S + K_{P2}} \quad (4.15)$$

tandis que la fonction de transfert décrivant la dynamique d'erreur de l'observation de la vitesse est,

$$\frac{e_2(S)}{u'(S)} = \frac{S + L_P}{S^2 + L_P S + L_D} \quad \text{avec} \quad u'(S) = u(S) - K_D e_2(S) \quad (4.16)$$

Lorsque comparées à un système de second ordre pur, les dynamiques du contrôleur et de l'observateur possèdent les fréquences naturelles  $\omega_n$  et les amortissements  $\xi$ ,

$$\begin{aligned} \text{contrôleur} \quad \omega_{nc} &= \sqrt{K_D} & \xi_c &= \frac{K_P}{2\sqrt{K_P}} \\ \text{observateur} \quad \omega_{no} &= \sqrt{L_D} & \xi_o &= \frac{L_P}{2\sqrt{L_D}} \end{aligned} \quad (4.17)$$

La dynamique recherchée pour le contrôleur et l'observateur est représentée à la figure 4.8, et possède également les caractéristiques,

$$\begin{aligned} \xi &= 0,707 \\ \frac{\omega_{nc2}}{\omega_{nc1}} &= 1,7 \\ \omega_{no} &= 5 \times \omega_{nc2} = 7,5 \times \omega_{nc1} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Le ratio de fréquences du contrôleur  $\frac{\omega_{nc2}}{\omega_{nc1}}$  reflète le ratio des vitesses maximales des actionneurs (voir tableau A.2). La formulation de l'observateur qui est proposée

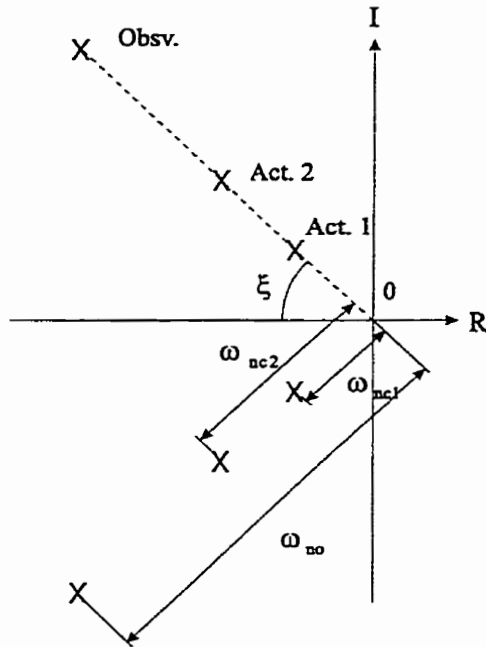


Figure 4.8: Localisation des pôles du contrôleur et de l'observateur

conduit à une vitesse d'observation plus rapide pour l'actionneur le plus lent. Les valeurs de gains sélectionnées (contrôleur et observateur) avec lesquelles les essais ont été effectués figurent au tableau B.5. Le résultat du jumelage du contrôleur et de l'observateur possède la structure montrée à la figure 4.9.

### Essais expérimentaux

La figure 4.10 contient les erreurs en position et en vitesse lors d'un essai avec et sans observateur. La dynamique du contrôleur pour les deux essais demeure la même et respecte le coefficient d'amortissement d'une valeur de 0,707. Toutefois, les gains sont choisis de sorte que les pôles appartiennent à la zone où l'effet du signal de vitesse bruité sur la commande est acceptable (i.e.:  $K_D < 4$ ). D'autre part, la figure 4.11 montre l'amélioration du suivi des positions et des vitesses angulaires en raison d'une augmentation des valeurs de gains du contrôleur et de l'observateur. Les figures 4.12 et 4.13 présentent l'évolution des vitesses observées comparativement à celles désirées



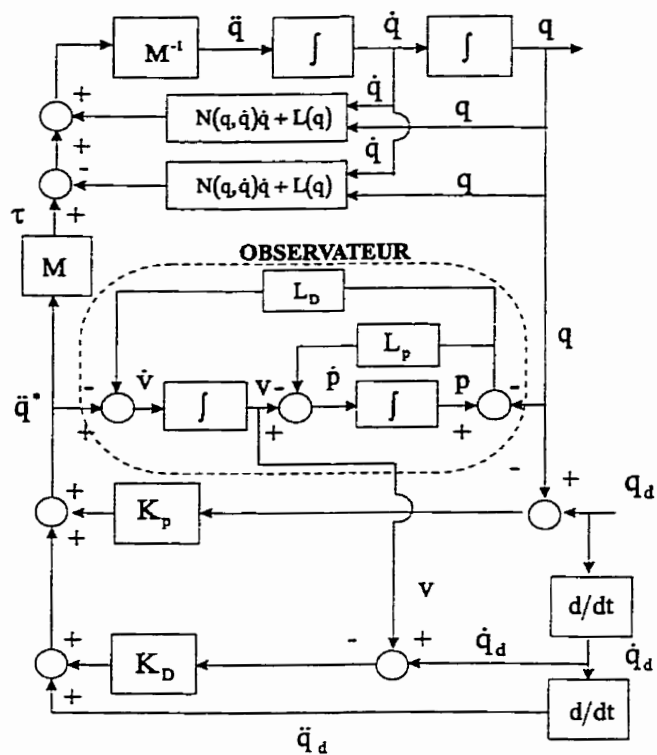


Figure 4.9: Jumelage du contrôleur et de l'observateur

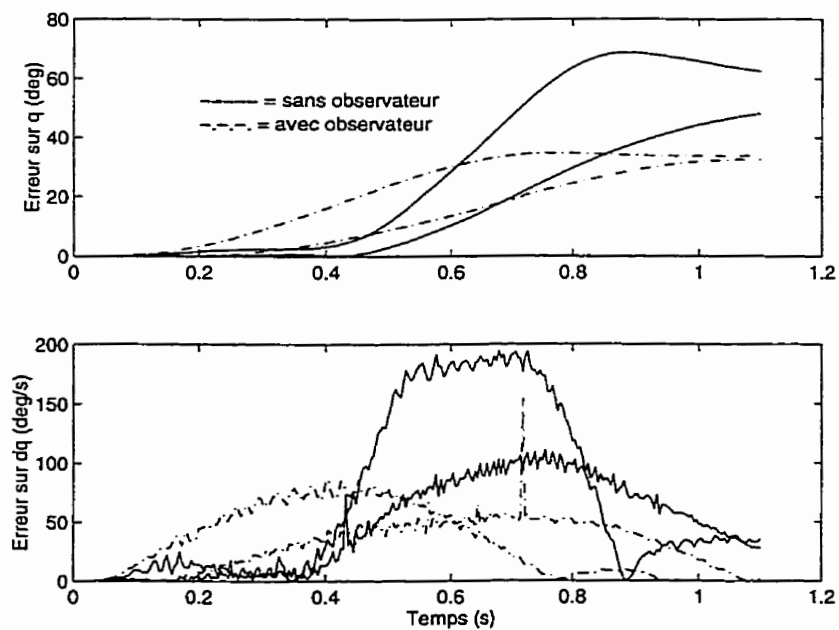


Figure 4.10: Erreurs avec et sans observateur (série de gains #1 et #5)

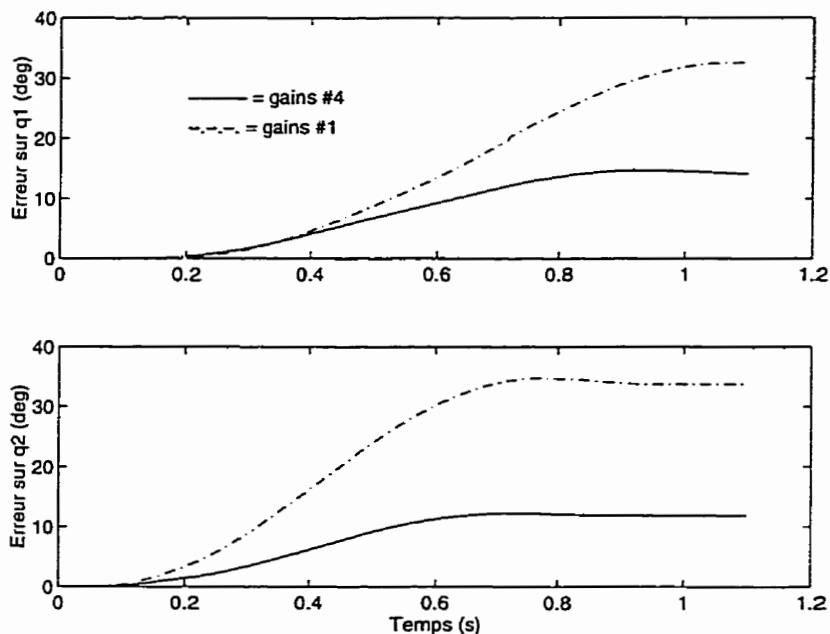


Figure 4.11: Position et vitesse angulaire avec observateur (série de gains #1 et #4)

et dérivées en fonction du changement des gains de l'ensemble contrôleur-observateur. Le fait d'accroître les gains occasionne une meilleure efficacité de l'observateur à générer un signal de vitesse de dynamique similaire au signal expérimental. Le niveau de bruit du signal de vitesse est ainsi réduit et permet l'utilisation de gains dérivés plus élevés. La figure 4.14 permet de visualiser l'effet de l'incrémention du gain dérivé sur la commande. Le simple fait d'augmenter le gain dérivé d'une valeur initiale de 2,4 à une valeur finale de 4,0 a comme conséquence d'insérer un bruit sur la commande de la seconde articulation du manipulateur. Les performances de la combinaison contrôleur-observateur peuvent être améliorées en augmentant la valeur des gains. Toutefois, le taux de Nyquist, qui correspond à la moitié de la fréquence d'échantillonnage, limite la plage de gains accessibles. Pour les essais antérieurs, la période d'échantillonnage est de 0,004 s, ce qui correspond à une fréquence de 250,0 Hz. Pour sa part, la série de gains #4 équivaut à une fréquence d'observation de 75,0 Hz. Étant donné qu'une instabilité du système survient à une fréquence de 100 Hz,

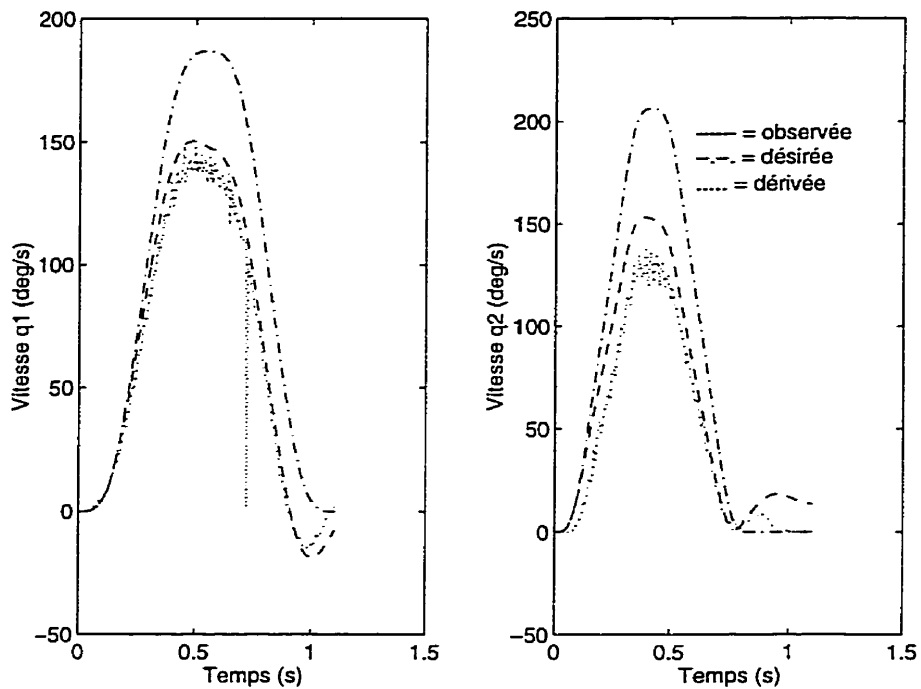


Figure 4.12: Vitesses dérivées, désirées et observées (série de gains #1)

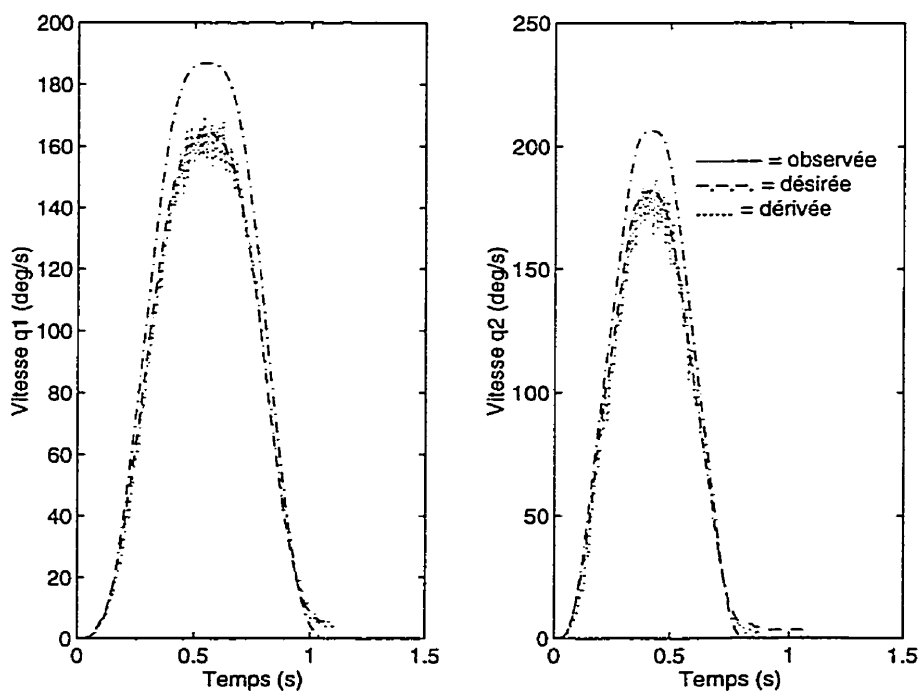


Figure 4.13: Vitesses dérivées, désirées et observées (série de gains #4)

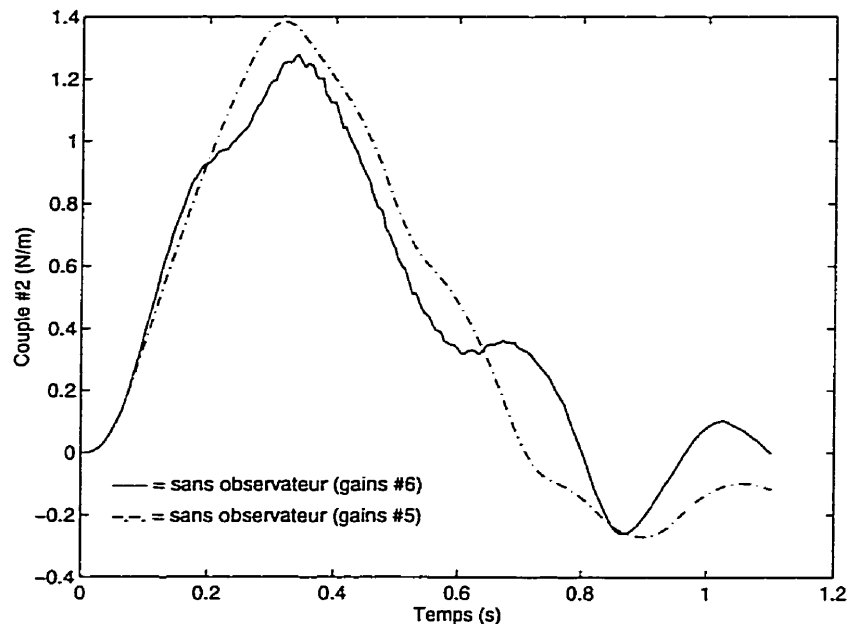


Figure 4.14: Effet du gain dérivé sur la commande de la seconde articulation (série de gains #5 et #6)

la série de gains #4 représente une borne supérieure et sécuritaire de ces gains. Il est toujours possible d'accentuer les performances du contrôleur au détriment de la vitesse d'observation. Ainsi, plutôt que d'avoir des facteurs de l'ordre de 5,0 et 7,5 entre les fréquences du contrôleur et celle de l'observateur, ces facteurs peuvent être sélectionnés à 3,0 et 5,1.

Un autre avantage de l'observateur relève de la qualité du positionnement de son extrémité. En effet, en réalisant un suivi de trajectoire circulaire en présence d'un observateur (série de gains # 3), on dénote que le dépassement à chacune des articulations est nul contrairement aux valeurs contenues dans le tableau 4.1.

Afin d'obtenir de plus amples détails concernant la stabilité locale du contrôleur en présence de l'observateur, le lecteur peut référer à Gourdeau et Blouin (1998).

## 4.3 Contrôle et identification

Cette dernière section présente le scénario de contact permanent entre le manipulateur et le système MRA. De plus, il contient les résultats des expérimentations réalisées à l'aide des techniques d'identification des moindres carrés et du filtre de Kalman.

### 4.3.1 Méthodologie des essais

La permanence du contact entre le manipulateur et le système MRA est garantie par un connecteur directement relié à la tige du capteur de force. À ce titre, le capteur de position est également relié à ce connecteur, ce qui oblige une correction du signal de position (annexe A).

Le système MRA se déplace horizontalement (selon l'axe des  $X$ ) sur une distance d'environ trois centimètres. Étant donné que le poids du manipulateur amène toujours le système en butée, les conditions initiales sont identiques pour tous les essais. Ainsi, la position de départ de l'extrémité du manipulateur est  $x = -0,8775$  m,  $y = 0,0878$  m tandis que la position la plus éloignée est localisée en  $x = -0,9075$  m,  $y = 0,0878$  m. La trajectoire désirée comporte treize (13) aller-retours entre les positions  $x = -0,8875$  m et  $x = -0,9075$  m. Cette trajectoire totalise 9,6 secondes et représente le seuil d'acquisition de l'équipement utilisé.

Bien que le manipulateur soit réduit à un seul degré de liberté, les commandes aux articulations sont calculées d'une même manière identique à un scénario sans contact. Ainsi, même si la masse du manipulateur est totalement supportée par le système MRA, les composantes de gravité sont injectées dans la commande. Cela favorise une diminution de la friction sur les roulements à billes du système du second ordre et diminue les chances de faire apparaître une dynamique non-modélisée et dominante.

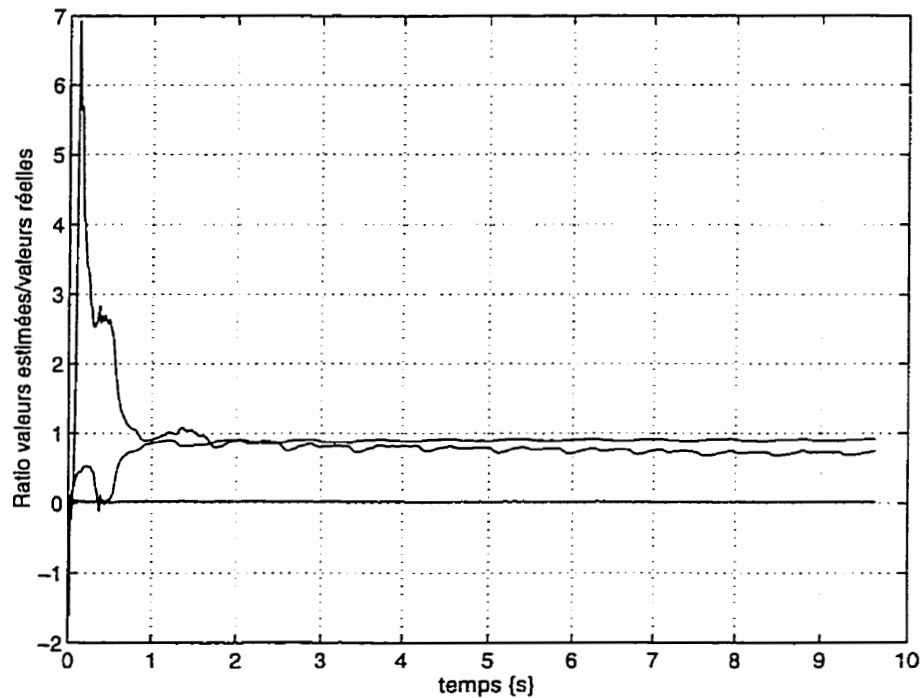


Figure 4.15: Identification par les moindres carrés

### 4.3.2 Résultats expérimentaux

Cette fois-ci, les techniques des moindres carrés et du filtre de Kalman sont implantées sur le système MRA dont le déplacement est assuré par le manipulateur. Le calcul de ces techniques d'identification est réalisé hors-ligne. L'ajustement des gains du contrôleur ainsi que les vitesses d'exécution de la trajectoire sont fournies aux tableaux B.6 et B.7. Afin de valider les techniques d'identification, neuf (9) essais sont réalisés avec les mêmes ajustements.

#### Moindres carrés

La méthode des moindres carrés est appliquée à l'ensemble des essais expérimentaux. La figure 4.15 présente l'évolution des estimés en fonction du temps. On y remarque que pour tous les essais, les biais d'estimation sont importants. Le tableau 4.3 résume les erreurs moyennes encourues par la méthode des moindres carrés. Des

Tableau 4.3: Erreurs d'estimation par les moindres carrés

$\epsilon_m$	$\epsilon_b$	$\epsilon_k$
98 %	27 %	34 %

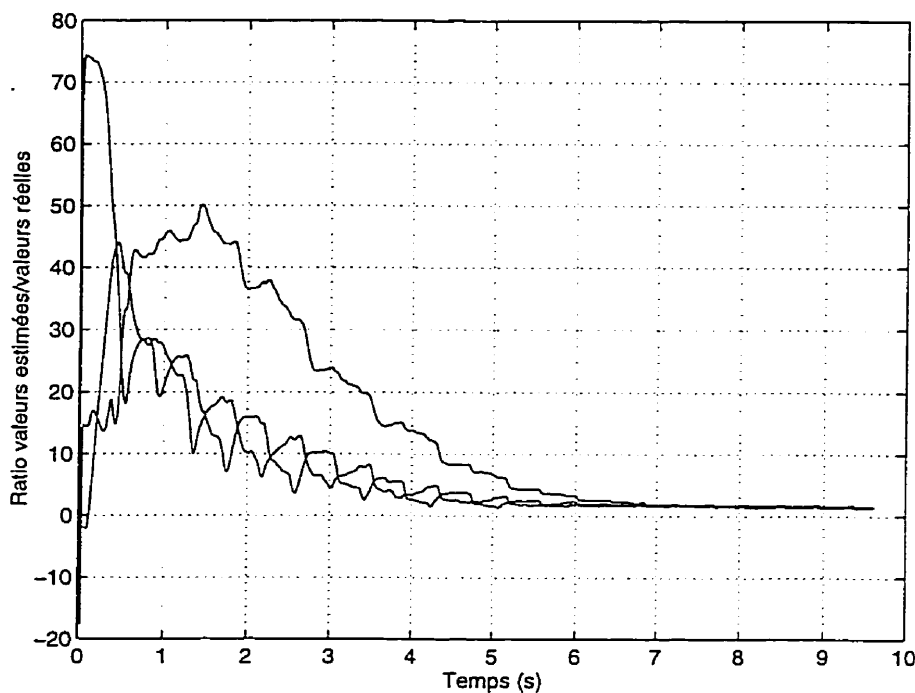


Figure 4.16: Identification par le filtre de Kalman

tests effectués, il en découle que la masse demeure le paramètre dont l'estimé par les moindres carrés est le plus erroné.

### Filtre de Kalman

D'autre part, l'identification par le filtre de Kalman est présentée à la figure 4.16. Malgré une fenêtre de temps trois (3) fois plus réduite que lors des essais réalisés manuellement, les estimés des paramètres montrent une convergence vers leur valeur réelle respective. La figure 4.17 représente l'erreur d'observation de la position du système environnemental. L'amplitude de cette erreur est de l'ordre du demi-millimètre ( $5 \times 10^{-4}$  m). Cela équivaut à un facteur environ vingt-cinq (25) fois supérieur à l'erreur

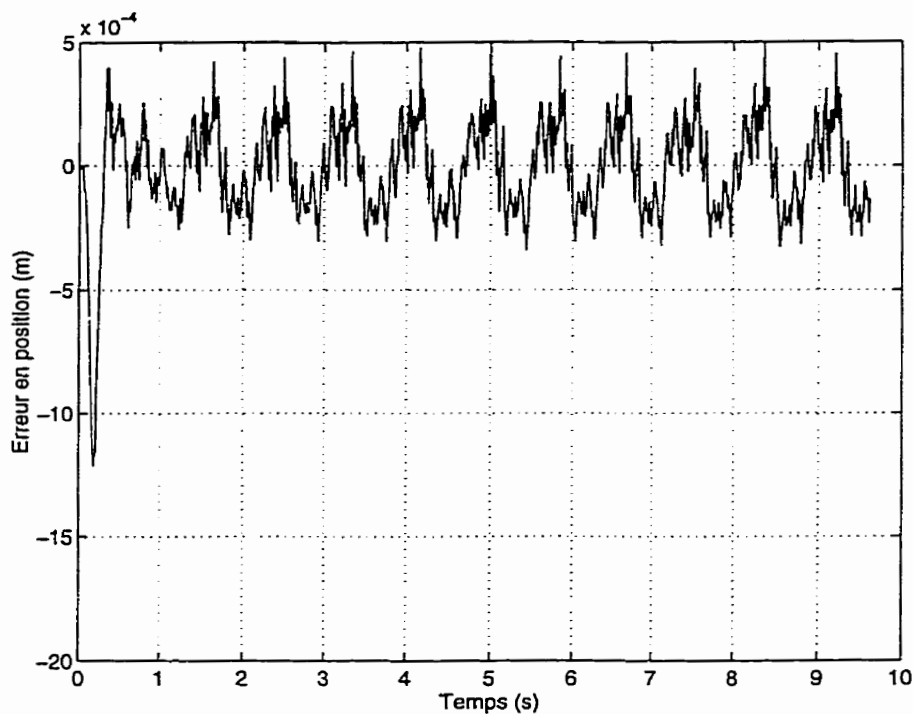


Figure 4.17: Erreur d'observation de la position en  $X$

découlant de la précision du capteur. Sur la figure 4.18, on dénote que la vitesse observée reflète avec précision la dynamique de l'environnement sans toutefois contenir autant de bruit que la dérivée du signal de position. Le niveau de bruit de la vitesse observée est directement relié au bruit moyen associé au procédé. Plus ce dernier est grand, plus la vitesse observée contient du bruit au point de s'apparenter au signal provenant de la position. Les estimés par le filtre de Kalman possèdent les erreurs moyennes répertoriées au tableau 4.4 sur l'ensemble des essais. Ces erreurs d'estimation représentent les plus faibles amplitudes d'erreur rencontrées lors de l'ajustement du filtre de Kalman pour lequel les paramètres conservés figurent en annexe 3. Du tableau précédent, on y note que les coefficients décrivant la dynamique et la cinétique du système environnemental, soient  $b$  et  $c$ , sont davantage erronés que le coefficient relié à la nature statique (ou à énergie potentielle) du modèle.



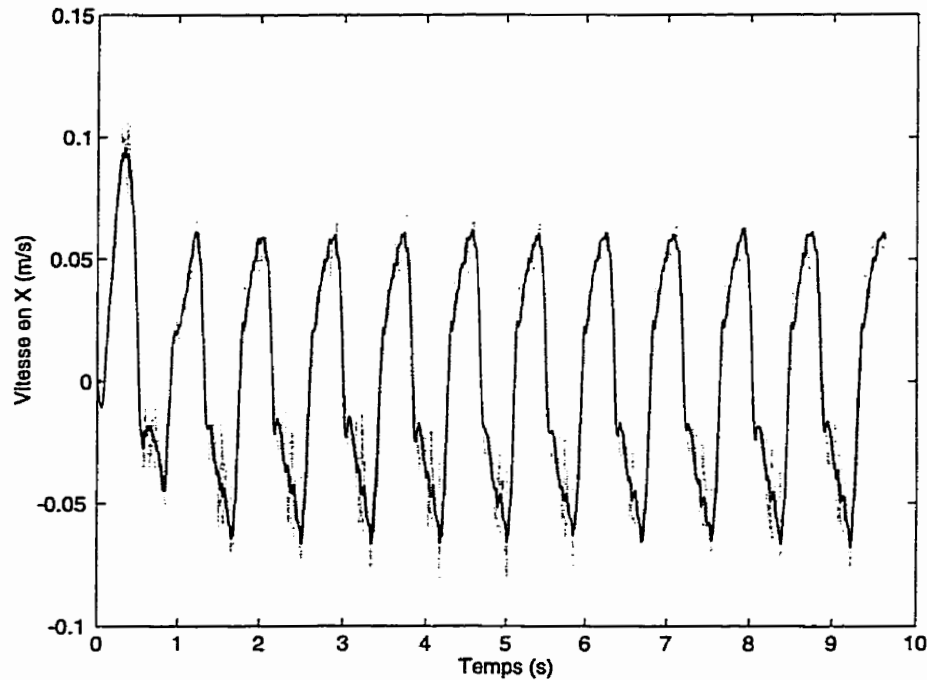


Figure 4.18: Vitesses observées et réelles en  $X$

Tableau 4.4: Erreurs d'estimation du filtre de Kalman étendu

$\epsilon_a$	$\epsilon_b$	$\epsilon_c$
15 %	41 %	70 %

#### 4.3.2.1 Résumé

De manière identique aux résultats présentés au chapitre 3, l'identification par le filtre de Kalman démontre de meilleurs estimés que ceux trouvés par les moindres carrés. Toutefois, le degré de précision des estimés obtenus par le filtre de Kalman est largement insuffisant. Cela est d'autant plus véridique dans une optique ultérieure de réglage du contrôleur par l'estimation des paramètres. Le processus d'identification ne diverge pas. Par ailleurs, il génère des estimés avec d'importants biais. De plus, la qualité de l'observation des états du système de second ordre, soit la position et la vitesse en  $X$ , confirme que la dynamique résultante demeure de cette nature.

La série d'expérimentations qui ont été réalisées à l'aide du manipulateur diffère sur plusieurs points de la série de tests effectués au chapitre 3. Tout d'abord, le manipulateur est restreint à des signaux d'excitation de fréquence constante. En contrepartie, les tests manuels offrent une gamme plus variée de fréquences. Ainsi, le fait de relier le manipulateur au système MRA diminue la richesse du signal d'excitation. Malgré le fait que la gravité est compensée aux articulations, il peut subsister une fraction de la masse du manipulateur qui demeure toujours supportée par le système MRA. De ce fait, la dynamique du système du second ordre s'en trouvera altérée. La conception du système MRA fait en sorte qu'il ne peut être soulevé de ses rails (annexe C). Il offrira plutôt une résistance à ce mouvement. Pour les deux derniers cas, il en résulte également une dynamique de friction plus importante. Ensuite, la poussée que génère le manipulateur sur le capteur de force peut faire en sorte qu'un minime désalignement survienne. Selon l'expérience acquise lors de la calibration de ce capteur, il découle d'un tel phénomène deux conséquences majeures pour l'identification. Premièrement, si un coincement de la tige du capteur de force arrive, alors la masse peut subir un déplacement sans que ne soit enregistrée une variation de la force de poussée. Ainsi, la relation entrée-sortie du système du second ordre n'est plus effective pour une période de temps. De plus, comme une correction est apportée au signal de position afin de diminuer sa corrélation avec le signal de force, il peut en résulter que l'une des hypothèses de base du filtre de Kalman soit violée. Finalement, étant donné que le joint universel reliant le manipulateur au système MRA démontre un coefficient de friction assez important, il est possible qu'il dissipe une fraction du travail développé par le manipulateur.

La figure 4.19 comporte le signal de force provenant du capteur ainsi qu'un signal de force reconstruit. Ce dernier utilise les valeurs réelles des paramètres environnementaux (sans considérer la masse du manipulateur), le signal réel de position ainsi que

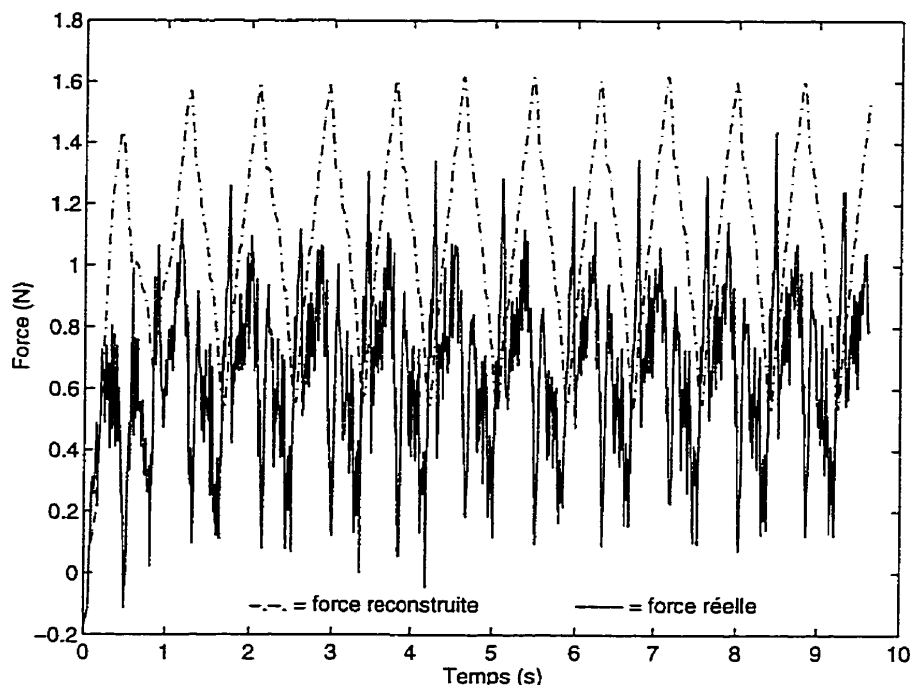


Figure 4.19: Forces reconstruite et réelle

le signal de vitesse observée et sa dérivée (pour l'accélération). Cet exercice sert à prouver deux points. Tout d'abord, le niveau de bruit sur le signal de force réel est beaucoup plus élevé que celui reconstruit. Ce phénomène peut correspondre à un désalignement et/ou à une friction accentuée sur les roulements. L'amplitude des deux signaux de force est comparable. Cependant, le signal réel est décentré relativement à ce qu'il devrait être. Cela peut constituer la preuve qu'il y a coincement de la tige de poussée. Enfin, quelques pistes de réflexion concernant le jumelage de l'identification et du contrôle sont données par des publications récentes de Hjalmarsson et al. (1994), de Bai (1995), ainsi que de Van Den Hof et Schrama (1995).

## Conclusion

Le procédé de chargement de minerai est en soi un phénomène complexe d'interaction. Les actions réciproques entre un équipement minier et un environnement aux caractéristiques incertaines représente la source d'inspiration du présent travail. L'automatisation de ce procédé correspond à la finalité de la compréhension du phénomène global.

Une décomposition des forces en présence lors d'un chargement permet d'en extraire la principale composante en amplitude, la force de coupe. Une revue de littérature portant sur des procédés analogues tels que l'excavation, la coupe et la pénétration procure un ensemble de modèles mathématiques de cette composante de force. Chacun de ces procédés possède des particularités propres à l'outil, au mouvement qu'effectue ce dernier ainsi qu'à la nature de l'environnement. Une classification des caractéristiques de ces procédés permet de déterminer les ressemblances et les distinctions parmi les différents modèles. Les hypothèses sous-jacentes y sont également relevées. En définitive, aucun des modèles mathématiques trouvés - autant empirique qu'analytique - ne peut prédire avec précision l'amplitude de la force de résistance qu'offre le minerai à l'outil pénétrant. Cela est attribuable à leur limite d'application qui découle de la théorie du maniement des matériaux meubles. Aussi, plus d'un point de désaccord existent entre certains auteurs ou utilisateurs des dits modèles. Parmi les sujets concernés, figurent la dynamique du phénomène ainsi que l'effet

de la vitesse d'opération. De plus, il est à noter que la validation des expressions analytiques ne constituent pas une méthodologie unifiée. Ce fait est accentué par l'inaccessibilité de certaines variables critiques du phénomène de chargement.

Tel que proposé par un nombre croissant d'auteurs, l'utilisation d'un modèle rhéologique et approximatif du second ordre est suggérée. Une analyse qualitative du phénomène de chargement permet d'effectuer certaines correspondances entre le procédé et cette alternative de modèle. Ces correspondances trouvent leur source dans la nature des variations des paramètres environnementaux ainsi que dans les hypothèses de base des modèles de forces de coupe. Le nombre de paramètres en cause constitue la principale différence entre le scénario réel et celui approximatif. Malgré cela, le cas particulier du chargement de sable ou de gravier possède une grande similitude avec un système masse-ressort-amortisseur. Avec ce type d'analogie, la problématique est alors transposée à la détermination des paramètres du modèle environnemental approximé. Plus précisément, une masse, un coefficient d'amortissement ainsi qu'une constante de rappel doivent être identifiés.

Le phénomène global de l'interaction est décomposé en ses éléments constituants. On y retrouve les étapes de modélisation propres au manipulateur, à l'organe de liaison et à l'environnement. Dans le cadre de ce travail, seul un organe de liaison garantissant un contact permanent entre le manipulateur et l'environnement est considéré. Pour sa part, le banc d'essais comporte un manipulateur sériel à deux degrés de liberté rotoides ainsi qu'un système environnemental muni d'une masse, de ressorts et d'un amortisseur. Ainsi, un modèle global du système manipulateur-environnement est formulé dans les domaines articulaires et cartésiens. Cette modélisation globale signale la perte d'un degré de liberté du manipulateur attribuable au contact permanent entre le manipulateur et le système MRA.

Afin de compléter l'identification des paramètres environnementaux, seules les techniques des moindres carrés et du filtre de Kalman étendu sont considérées. Ce choix reflète l'ensemble des implantations antérieures répertoriées où un manipulateur robotique réalise l'identification d'un environnement. Pour des raisons d'ordre pratique, il s'avère que le modèle articulaire global ne se prête à aucun de ces schèmes d'identification. Pour les moindres carrés, il est démontré qu'un bruit sur les valeurs d'angles génère un biais d'estimation. Quant au modèle articulaire, le caractère inversible de la matrice d'inertie globale permet l'obtention d'un modèle d'état pouvant conduire au filtre de Kalman. Des conditions additionnelles portant sur le caractère identifiable d'un environnement (exprimé dans le domaine articulaire) par le filtre de Kalman sont émises.

L'étape de paramétrisation révèle que la présence d'un capteur de force à l'extrémité du manipulateur simplifie la tâche d'identification pour le modèle du domaine articulaire. À ce titre, un capteur de force a été conçu et fabriqué afin d'être jumelé à la masse du système MRA. L'insertion additionnelle d'un capteur de position rend possible l'identification des paramètres du modèle cartésien. En effet, l'ajout de tels capteurs permet une identification sans être contraint à considérer la dynamique du manipulateur. Avec cette information supplémentaire sur la dynamique de l'environnement, seul le modèle cartésien du système MRA est sollicité. Des simulations du processus d'identification par les moindres carrés soulignent la sensibilité de cette technique aux signaux bruités. Pour sa part, le filtre de Kalman étendu identifie bien les paramètres de l'environnement. Il est également apte à détecter et à quantifier une variation des paramètres environnementaux. Des expérimentations sur le système MRA réel confirment ces déclarations. De plus, une troisième technique d'identification qui repose sur la réponse temporelle du système du second ordre est développée afin de valider les résultats obtenus par les techniques des moindres carrés

et du filtre de Kalman.

Un suivi de trajectoire sans contact avec l'environnement a été réalisé à l'aide du contrôleur à couple pré-calculé. Considérant l'unique disponibilité d'une lecture d'angle aux articulations, ce contrôleur présente certaines limites relatives à l'ajustement des gains dérivés qui en affectent les performances. L'ajout d'un observateur comble le manque de flexibilité relié à la dynamique d'erreur. La rapidité du contrôleur ainsi que son amortissement peuvent alors être améliorés. La performance de l'observateur relève du choix de la période d'échantillonnage ainsi que de l'écart entre la fréquence d'observation et celles du contrôleur. Toutefois, cet ajout ne peut être conservé pour une interaction avec un environnement incertain car l'observation est basée sur le modèle global du système alors que seul le modèle du manipulateur est disponible.

L'identification effectuée à l'aide du manipulateur reflète bien la sensibilité de méthodes d'identification relativement au non-respect de leurs hypothèses de base. Ainsi, les moindres carrés génèrent des estimés avec un niveau élevé de biais. Tel que prouvé antérieurement, le bruit sur le signal de position ou le signal de force est suffisant pour créer de tels biais. Par ailleurs, le filtre de Kalman étendu procure dans l'ensemble de meilleurs estimés. Cependant, certains phénomènes découlant de la liaison entre le manipulateur et le système MRA entravent l'identification des paramètres environnementaux. Pour sa part, l'estimation des états du système du second ordre est de bonne qualité.

Ce travail a contribué à préciser certains aspects de l'interaction d'un manipulateur avec un environnement. Premièrement, les efforts sont concentrés sur un environnement dynamique (du second ordre) dont peu d'auteurs ont traité jusqu'à ce jour. Ensuite, les effets d'un tel environnement sont englobés dans une étape de

modélisation. De cet exercice découle la justification de capteurs additionnels afin de faciliter la tâche d'identification de l'environnement. De plus, une étude comparative des techniques des moindres carrés et du filtre de Kalman permet d'en connaître les limites d'application. Le tout est validée par leur implantation sur un système réel. Enfin, ce travail révèle l'importance d'un signal de vitesse peu bruité que procure l'implantation d'un observateur d'états afin d'obtenir une meilleure performance du contrôleur à couples pré-calculés.

Au cours du premier chapitre, certaines similarités ont été relevées entre le contexte industriel d'interaction et un système MRA. Malgré ces similarités, les conclusions du présent travail portent à croire qu'un retour au procédé d'origine avec les connaissances acquises s'avère complexe. Les raisons expliquant cette réflexion sont nombreuses. En premier lieu, les hypothèses de base du filtre de Kalman sont difficiles à rencontrer ou à vérifier pour un phénomène aussi complexe que le chargement de minerai. Ensuite, l'ordre et la structure du modèle dont les paramètres sont incertains et estimés doivent demeurer identiques tout au cours du processus d'identification. Considérant la restructuration interne du minerai durant une étape de chargement, cette condition a peu de chance d'être respectée. Finalement, comme il n'existe aucune méthode éprouvée pour l'ajustement du filtre de Kalman, une variation des paramètres ou du bruit associé au procédé à identifier peut compromettre la qualité de la convergence des estimés. Le choix de l'interaction permanente entre le manipulateur et l'environnement constitue un choix délibéré. Cette simplification a permis de concentrer davantage les efforts sur les phases de modélisation et d'identification. En regard des résultats expérimentaux, une interaction aussi simple que celle sélectionnée peut également contenir des entraves majeures à l'identification. Un retour au procédé original d'excavation qui possède une nature de contact complexe nécessite sûrement une réévaluation des limites des procédés



d'identification.

Pour terminer, certains axes possibles de recherches découlant de ce travail sont présentés. La première approche consiste à conserver le montage expérimental dans son intégralité afin d'améliorer la tâche d'identification. Ainsi, un module d'identification en ligne peut être ajouté au code en temps réel. Si les capacités de l'ordinateur appartenant au montage le permettent, un schème de contrôle adaptatif peut y être intégré. Cela permettrait d'utiliser l'estimation des paramètres environnementaux afin d'améliorer les performances du contrôleur pour ainsi compléter la combinaison de l'identification et du contrôle. La seconde voie de recherche implique des altérations au montage afin d'étudier différents scénarios d'identification. Un organe de liaison permanent et accordant une liberté de mouvement à l'extrémité du manipulateur peut remplacer celui actuellement en place. Il est également envisageable d'omettre l'organe de liaison afin de donner lieu à des impacts entre le manipulateur et le système MRA. Une troisième alternative de recherche réside dans l'utilisation du montage actuel ou légèrement modifié afin d'étudier et d'implanter différents schèmes de contrôle de force. Avec une dualité de contrôle en force et en position, l'étude du procédé de chargement pourrait être ainsi complétée.

## Bibliographie

- ALEKSEEVA, T., ARTEM'EV, K., BROMBERG, A., VOITSEKHOVSKII, R. et UL'YANOV, N. (1985). Machines for earthmoving work, theory and calculation. Amerind Publishing.
- AN, C., ATKESON, C., GRIFFITHS, J. et HOLLERBACH, J. (1989). Experimental evaluation of feedforward and computed torque control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5, 368-373.
- ANGELES, J. et SANGKOO, L. (1989). The modeling of holonomic mechanical systems using a natural orthogonal complement. *Transactions of the CSME*, 13, 81-89.
- ATKESON, C., CHAE, H. et HOLLERBACH, J. (1986). Estimation of inertial parameter of manipulator loads and links. *The International Journal of Robotics Research*, 5, 101-119.
- BAI, E. (1995). Can performance be always improved in iterative identification/control designs: a cas study. *Proceedings of the 1995 American Control Conference*, 2, 1045-1049.
- BAIDEN, G., STRÖM, R. et PRESTON, C. (1997). Mining automation program. *The Canadian Mining and Metallurgical Bulletin*, 90.

- BALOVNEV, V. (1983). New methods for calculating resistance to cutting of soil. Amerind Publishing.
- BERGHUIS, H. et NIJMEIJER, H. (1993). Global regulation of robots using only position measurements. *Systems and Control letters*, 289–293.
- BLAUER, M. et BÉLANGER, P. (1987). State and parameter estimation for robotic manipulators using force measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC32, 1055–1066.
- BLOUIN, S. (1997). Conception d'un mini-excavateur. Rapport interne, École Polytechnique, Université de Montréal, Québec, Canada.
- BOCCAFOGLI, A., BUSATTI, G., GHERARDI, F., MALAGUTI, F. et PAOLUZZI, R. (1992). Experimental evaluation of cutting dynamic models in soil bin facility. *Journal of Terramechanics*, 29, 95–105.
- BODUR, M., ZONTUL, H., ERSAK, A., KOIVO, A., YORTSEVEN, H., KOCAOĞLAN, E. et PASAMEHMETOĞLU, G. (1994). Dynamic cognitive force control for an automatic land excavation robot. *Proc. IEEE 7<sup>th</sup> Mediterranean Electrotechnical Conference, MELCON, 2*, 703–706.
- BULLOCK, D. et OPPENHEIM, I. (1992). Object-oriented programming in robotics research for excavation. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 6, 370–385.
- CHUI, C. et CHEN, G. (1990). Kalman filtering with real-time applications. Springer-Verlag.
- CRAIG, J. (1989). Introduction to robotics: mechanics and control. Addison Wesley.
- CRAIG, J., HSU, P. et SASTRY, S. (1987). Adaptive control of mechanical manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 6, 16–28.

- DASYS, A., DROUIN, A. et GEOFFROY, L. (1994). Teaching an LHD to muck. *6<sup>th</sup> Canadian Symposium on Mining Automation*, 87-93.
- DE LUCA, A. et MANES, C. (1994). Modeling of robots with a dynamic environment. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 10, 542-548.
- DESANTIS, R. (1996). Dynamique de systèmes mécaniques sous contraintes holonomes et non-holonomes, # EPM/RT-96/01. Rapport interne, École Polytechnique, Université de Montréal, Québec, Canada.
- FABRICHNYI, Y., KOLOKOLOV, S. et MEKK, V. (1975). Calculating the resistance of blasted rock to scooping by a bucket. *Soviet Mining Science*, 11, 438-441.
- FIELKE, J. et RILEY, T. (1991). The universal earthmoving equation applied to chisel plough wings. *Journal of Terramechanics*, 28, 11-19.
- FOWKES, R., FRISQUE, D. et PARISEAU, W. (1973). Material handling research penetration of selected/granular materials by wedge-shaped tools. Rapport technique, Bureau of Mines, U.S.D.I.
- FRANKLIN, G., POWELL, J. et WORKMAN, M. (1990). Digital control of dynamic systems. Addison Wesley.
- GERMAIN, F. (1996). Mise au point d'un banc d'essai pour l'étude théorique et expérimentale de robots flexibles. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- GILL, W. et BERG, G. (1968). Soil dynamics in tillage and traction. Agricultural Research Service, U.S.D.A.

- GOURDEAU, R. et BLOUIN, R. (1998). Computed torque control of robots without joint velocity measurements. Rapport interne, École Polytechnique, Université de Montréal, Québec, Canada.
- GOURDEAU, R. et SCHWARTZ, H. (1993). Adaptive control of robotic manipulators using an extended kalman filter. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 115, 203–208.
- HACKSEL, P. et SALCUDEAN, S. (1994). Estimation of environment forces and rigid-body velocities using observers. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 931–936.
- HEMAMI, A. (1992a). A conceptual approach to automation of LHD-loader. *Proc. 5<sup>th</sup> Canadian Symposium on Mining Automation*, 178–183.
- HEMAMI, A. (1992b). Modelling analysis and preliminary studies for automatic scooping/loading in a mechanical loader. *International Journal of Surface Mining and Reclamation*, 151–159.
- HEMAMI, A. (1994). An approximation of the weight of the loaded material during the scooping operation of a mechanical loader. *Transaction of the CSME*, 18, 191–205.
- HEMAMI, A. (1995). Fundamental analysis of automatic excavation. *Journal of Aerospace Engineering*, 8, 175–179.
- HEMAMI, A., GOULET, S. et AUBERTIN, M. (1994a). On the resistance of particulate media to bucket loading. *Proc. of the 6<sup>th</sup> Canadian Symposium on Mining Automation, Montréal*, 171–178.

- HEMAMI, A., GOULET, S. et AUBERTIN, M. (1994b). Resistance of particulate media to excavation: application to bucket loading. *International Journal of Surface Mining; Reclamation and Environment*, 125–129.
- HJALMARSSON, H., GEVERS, M., DE BRUYNE, F. et LEBLOND, J. (1994). Identification for control: closing the loop gives more accurate controllers. *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, 4150–4155.
- HSIA, T. (1977). System identification: Least-square methods. Lexington Books.
- KELLEY, A. et POHL, I. (1994). A book on C. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 2<sup>nd</sup> edition.
- KHOSLA, P. et KANADE, T. (1989). Real-time implementation and evaluation of computed torque scheme. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5, 245–253.
- KORZEN, Z. (1985). Mathematical modelling of the cutting process of strongly heterogeneous bulk materials with curvilinear tools. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 7, 27–54.
- KREYSZIG, E. (1993). Advanced engineering mathematics. John Wilwy & Sons, 7<sup>th</sup> edition.
- KUO, B. (1995). Automatic control systems. Prentice Hall, 7<sup>th</sup> edition.
- LABUTIN, V., MATTIS, A. et KOSTYRKIN, V. (1993). Study of loading bucket penetration into a rock stockpile. *Journal of Mining Science*, 31–36.
- LEONHARD, E. (1991). Experimental studies on mechanics of lunar excavation. *Journal of Aerospace Engineering*, 4, 9–22.

- LEONHARD, E. (1993). Motion and path control for robotic excavation. *Journal of Aerospace Engineering*, 6, 1–18.
- LEVER, P. et WANG, F. (1995). Intelligent excavator control for lunar mining system. *Journal of Aerospace Engineering*, 8, 16–24.
- LIN, S. et YAE, K. (1992). Identification of unknown payload and environmental parameters for robot compliant motion. *Proc. 1992 American Control Conference*, 2952–2956.
- LJUNG, L. (1987). System identification: theory for the user. Prentice Halls.
- LOVE, J. et BOOK, W. (1995). Environment estimation for enhanced impedance control. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1854–1859.
- MCCARTHY, D. (1993). Essential of soil mechanics and foundations: basic geotechnics. Regents/Prentice Halls.
- MCKYES, E. (1985). Soil cutting and tillage. Elsevier.
- NICOSIA, S. et TOMEI, P. (1990). Robot control by using only joint position measurements. *IEEE Transactions on automatic control*, 35, 1058–1061.
- OSMAN, M. (1964). The mechanics of soil cutting blades. *J. Agric. Engng Res.*, 9, 313–328.
- PIEDBOEUF, J., HURTEAU, R., BLOUIN, S. et GERMAIN, F. (1997). Friction and stick-slip in robot: Simulation and experimentation. *NATO Advanced Study Institute of Computational Methods and Mechanisms*, 319–330.
- RAUCENT, B. et SAMIN, J. (1993). Dynamic modelling and identification of the PUMA robot. *Transaction of the CSME*, 17, 541–555.

- SAINT-PIERRE, S. (1996). Projet de PFE: Implantation en temps réel d'un contrôleur à couple pré-calculé pour un robot à 2 membrures dans le plan vertical. Rapport interne, École Polytechnique, Université de Montréal, Québec, Canada.
- SCHILLING, R. (1990). Fundamentals of robotics: analysis and control. Prentice-Hall.
- SEWARD, D., BRADLEY, D., MANN, J. et GOODWIN, M. (1992). Controlling an intelligent excavator for autonomous digging in difficult ground. *Proc. 9<sup>th</sup> International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC)*, 743-750.
- SEWARD, D., MARGRAVE, F., SOMMERVILLE, I. et MORREY, R. (1996). LUCIE the robot excavator - Design for system safety. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 963-968.
- SLOTINE, J. et LI, W. (1987). On the adaptative control of robot manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 6, 49-59.
- SORENSEN, H. (1985). Kalman filtering: Theory and application. IEEE Press.
- STRANG, G. (1936). Introduction to applied mathematics. Wellesley- Cambridge Press.
- SWEVERS, J., GANSEMAN, C., TÜKEL, D., DE SCHUTTER, J. et VAN BRUSSEL, H. (1997). Optimal robot excitation and identification. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 13, 730-740.
- SWICK, W. et PERUMPRAL, J. (1988). A model for predicting soil-tool interaction. *Journal of Terramechanics*, 25, 43-56.



- TAFAZOLI, S., LAWRENCE, P., SALCUDEAN, S., CHAN, D., BACHMAN, S. et DE SILVA, C. (1996). Parameter estimation and actuator friction analysis for a mini excavator. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 329–334.
- THAKUR, T. et GODWIN, R. (1990). The mechanics of soil cutting by a rotating wire. *Journal of Terramechanics*, 27, 291–305.
- UICKER, J. J., DENAVIT, J. et HARTENBERG, R. (1964). An iterative method for the displacement analysis of spatial mechanism. *Journal of Applied Mathematics, Transaction of the ASME*, 309–314.
- VÄHÄ, P., SKIBNIEWSKI, M. et KOIVO, A. (1991a). Excavator dynamics and effect of soil on digging. 8<sup>th</sup> *International Symposium on Automation and Robotics in Construction, ISARC*, 1, 297–306.
- VÄHÄ, P., SKIBNIEWSKI, M. et KOIVO, A. (1991b). Kinematics and trajectory planning for robotic excavation. *Proc. 2<sup>nd</sup> Construction Congress, Cambridge, Mass.*, 787–793.
- VAN DE MOLENGRAFT, M. (1990). Identification of non-linear mechanical systems for control application. Thèse de Doctorat, Technische Universiteit Eindhoven.
- VAN DE MOLENGRAFT, M. (1994). An optimal estimation method for nonlinear models of mechanical systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 116, 805–810.
- VAN DEN HOF, P. et SCHRAMA, R. (1995). Identification and control-closed-loop issues. *Automatica*, 13, 1751–1770.

- VESIĆ, A. (1977). Design of pile foundation. Rapport technique, Transportation Research Board, National cooperative highway research program, synthesis of highway practice # 42.
- WANG, Q. (1991). Identifiability of Lagrangian systems with application to robot manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 113, 289–294.
- WILLIAM, M. (1982). On the equivalence of Lagrangian and Newton-Euler dynamics for manipulators. *The International Journal of Robotics*, 1, 60–70.
- WILLMAN, B. et BOLES, W. (1996). Soil-tool interaction theories as they apply to lunar soil simulant. *Journal of Aerospace Engineering*, 8, 88–99.
- ZELLENIN, A., BALOVNEV, V. et KEROV, I. (1985). Machines for moving the earth. Amerind Publishing Co., New Delhi.

# Annexe A

## Calibrations et réglages

Cet annexe comporte les étapes de calibration et de réglage propres au banc d'essai. Dans un premier temps, les procédures qui incombent au manipulateur sont couvertes pour ensuite continuer avec celles du système masse-ressort-amortisseur.

### A.1 Calibration du manipulateur

Les sections qui suivent présentent séquentiellement la calibration des amplificateurs ainsi que la détermination des coefficients de friction, des moments d'inertie et des gains couple-courant. Pour terminer, une séquence globale de calibration est proposée.

#### A.1.1 Calibration des amplificateurs PWM

##### Matériel et montage

Le matériel requis pour cette calibration est constitué des amplificateurs Copley 1 et 2, des bobines d'induction de 1 et 2,5 mH, d'une boîte de raccordement ainsi que d'un ampèremètre.

## Procédures

Afin de calibrer les amplificateurs PWM, deux étapes doivent être réalisées successivement. La première étape comporte la mise à zéro des amplificateurs tandis que la seconde consiste au réglage des potentiomètres. L'ajustement de ces derniers sert à fixer les gains entre le courant débité par les amplificateurs et le couple résultant aux actionneurs.

Le signal le plus approprié pour réaliser ces deux tâches est une commande échelon utilisée en boucle ouverte. La mise à zéro des amplificateurs s'effectue en appliquant une commande échelon d'amplitude nulle à une bobine d'induction. L'une des vis d'ajustement sur le côté de l'amplificateur permet de balancer la lecture de l'ampèremètre à une valeur nulle. Pour ajuster les potentiomètres, il suffit d'envoyer deux commandes de type échelon dont les amplitudes couvrent la plage de courant des actionneurs.

Comme les gains correspondent aux facteurs multiplicatifs entre le signal de sortie de l'amplificateur et le couple au moteur, on doit retrouver une lecture de courant proportionnel (d'un facteur équivalent aux gains) à l'amplitude des signaux échelons.

## Explications

L'emploi de bobines ayant les inductances de  $1,0 \times 10^{-3}$  et  $2,5 \times 10^{-3}$  Henry est justifié par leur proximité avec les valeurs du manufacturier (tableau A.2). Contrairement à un actionneur, une bobine d'induction possède l'avantage de représenter une charge de valeur constante facilitant ainsi la calibration des amplificateurs.

## Résultats et remarques

Lors de la mise à zéro des amplificateurs, les variations enregistrées sont de l'ordre de 0,001 ampère pour toute la plage de courant d'opération. Considérant l'effet du réchauffement de l'amplificateur sur la calibration du zéro, il est conseillé de vérifier ce dernier avant toute manipulation importante.

### A.1.2 Détermination des coefficients de friction

#### Matériel et montage

Cette calibration requiert l'actionneur RH14 avec son articulation non-amovible et démunie de toute membrure ainsi que l'actionneur RH8 sans articulation et sans membrure. Cette configuration est préférable car elle minimise l'inertie vue par chacun des actionneurs ainsi que les effets de l'élasticité du réducteur.

#### Procédures

La détermination des coefficients de friction s'effectue à l'aide d'un signal de type rampe utilisé en boucle ouverte. Le signal est composé d'une moitié d'accélération et d'une autre moitié de décélération. Il est recommandé de choisir un signal dont l'amplitude initiale est légèrement inférieure à la friction statique de départ. Cette sélection de l'amplitude initiale a pour but d'identifier la valeur du couple requis pour déloger l'actionneur de sa position de repos.

#### Explications

Il existe trois types de frictions auxquelles le système actuel est assujéti: la friction statique, la friction de Coulomb et la friction dynamique (ou visqueuse).

La commande de type rampe possède une valeur fixe d'accélération et de décélération

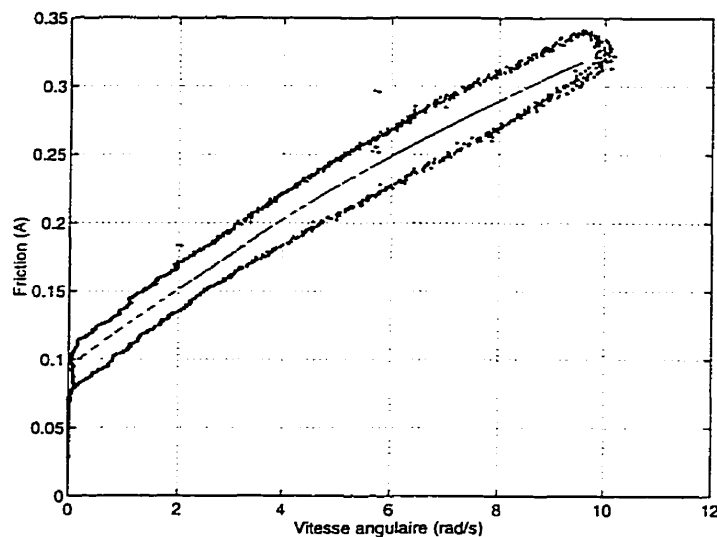


Figure A.1: Friction en fonction de la vitesse angulaire

qui conduit à un couple inertiel constant. Quoique de faible amplitude, l'inertie a pour effet d'engendrer un hystérésis sur la courbe de friction dynamique. Lors d'accélération, l'inertie agit dans le même sens que la friction en générant une résistance au mouvement, tandis que lors de décélération elle agit dans le sens contraire de la friction en conservant le mouvement.

Afin d'obtenir la composante de la commande associée à la friction, la composante reliée à l'inertie  $\tau_J$  est retranchée au couple total  $\tau_{tot}$  telle que,

$$I_{fr} = \frac{\tau_{fr}}{g_{cc}} = \frac{\tau_{tot} - \tau_J}{g_{cc}} \quad (\text{A.1})$$

et l'équivalent en ampère du couple de friction, soit  $I_{fr}$ , s'obtient en divisant par le gain couple/courant  $g_{cc}$ . En effectuant cette opération, le graphe du courant de friction en fonction de la vitesse angulaire de l'articulation possède l'allure de la figure A.1. La friction de Coulomb concorde avec l'ordonnée à l'origine tandis que la friction statique correspond au couple nécessaire pour générer le mouvement de l'actionneur.

Tableau A.1: Valeurs moyennes des paramètres de friction

	2 <sup>e</sup> ordre			1 <sup>er</sup> ordre	
	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
RH8	-0,0036	0,1037	0,1722	0,0774	0,2051
RH14	-0,000935	0,032	0,0904	0,0217	0,1106

Pour extraire la friction dynamique, une concordance est effectuée entre le courant associé à la friction et un polynôme de second (ou de premier) ordre au sens des moindres carrés. La relation qui en résulte s'écrit comme suit,

$$I_{fr} = c\dot{q}^2 + b\dot{q} + a \quad (\text{A.2})$$

où *a* correspond à la friction statique alors que *b* et *c* représentent les coefficients de la friction dynamique qui multiplient les puissances de la vitesse angulaire. La figure A.1 montre l'hystérésis de la friction suite à l'application du signal rampe ainsi que le polynôme d'approximation.

### Résultats et remarques

Il est à noter que le choix de l'amplitude de l'accélération n'affecte en rien la valeur des coefficients de friction. Après avoir réalisé deux (2) séries de onze (11) tests pour l'actionneur RH8 et trois (3) séries de treize (13) tests pour l'actionneur RH14, les valeurs moyennes des coefficients des polynômes pour les deux actionneurs figurent au tableau A.1. Les polynômes moyens de chacune des séries sont représentés à la figure A.2. En observant la variation de la friction dynamique en fonction de la vitesse d'opération, on constate que pour une vitesse de grande amplitude, l'imprécision sur la friction dynamique augmente. Pour le RH14 l'écart-type varie entre 2,5 et 6,5 % alors que le RH8 possède une variation de l'écart-type de l'ordre de 1,9 à 19 % (figure A.3).

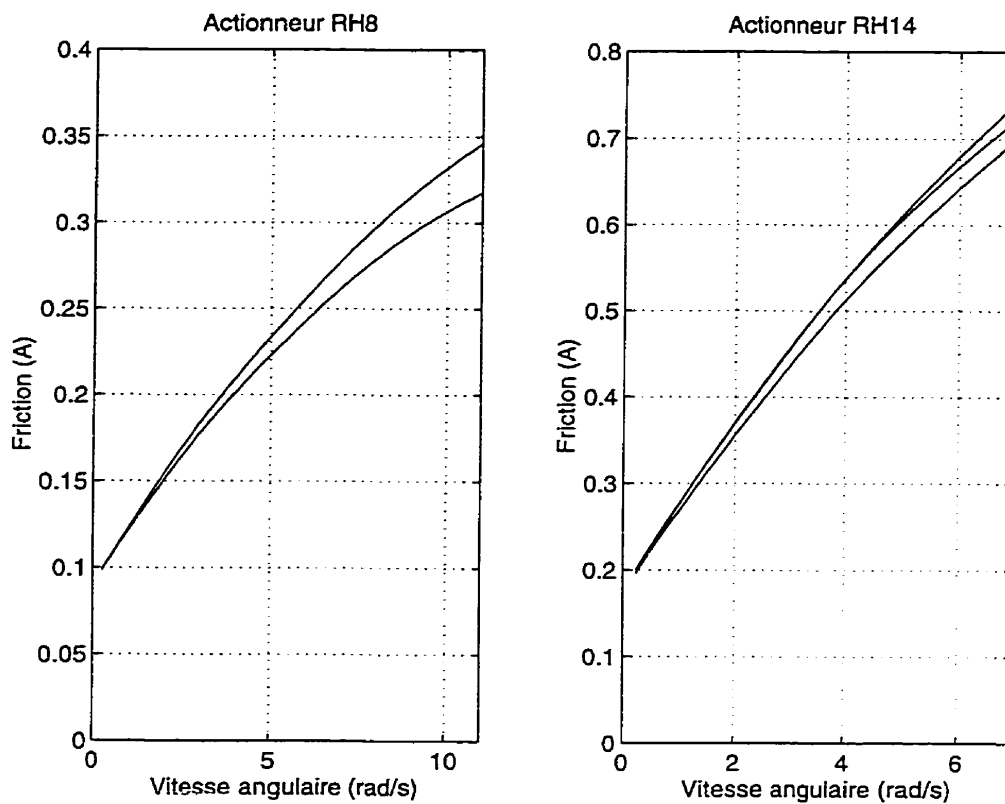


Figure A.2: Évolution de la friction selon la vitesse angulaire

### A.1.3 Détermination des moments d'inertie

#### Matériel et montage

Le matériel nécessaire à cette procédure est identique à celui utilisé pour la détermination des paramètres de friction.

#### Procédure

Pour cette procédure, une commande à amplitude et à fréquence modulées (AFM) est utilisée en boucle ouverte (figure A.4). L'amplitude totale du signal ne doit pas excéder la valeur de commande pour laquelle la vitesse du moteur est maximale. Cette commande peut être déterminée par un test en boucle ouverte et par l'utilisation d'une commande de type rampe.



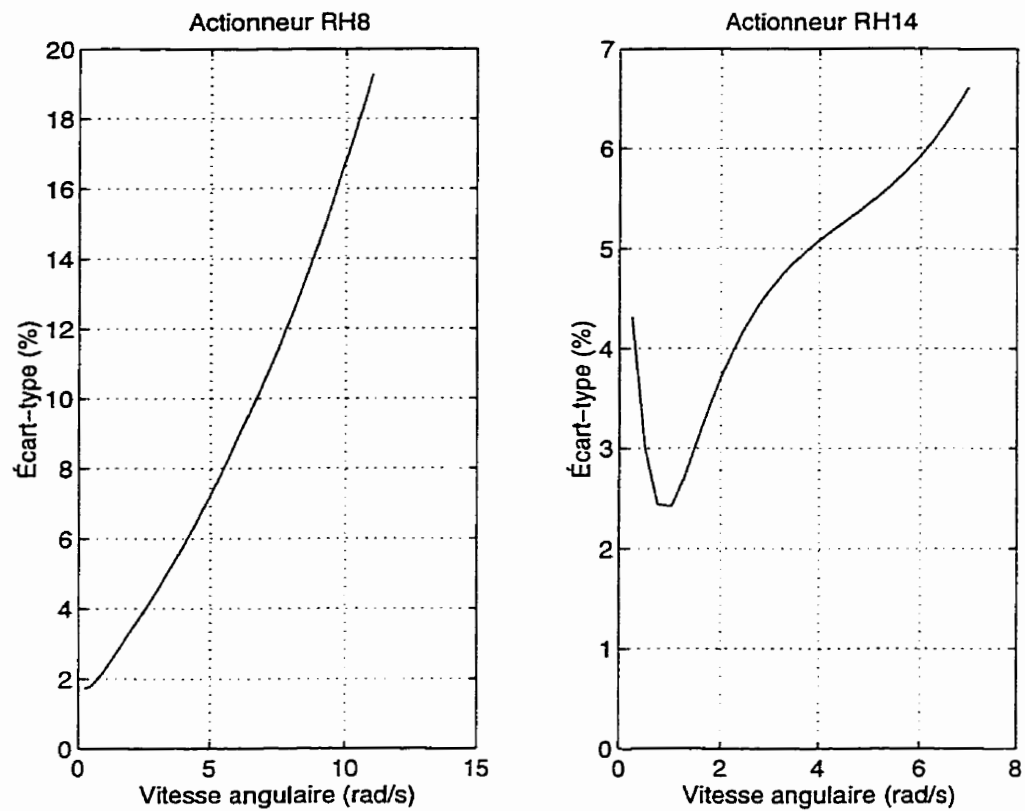


Figure A.3: Écart-type de la friction totale en fonction de la vitesse angulaire

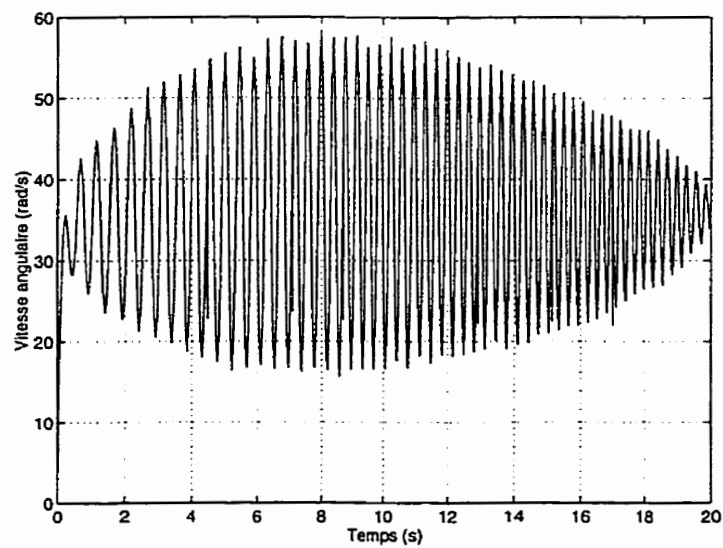


Figure A.4: Vitesse angulaire résultant du signal AFM appliqué au RH8

Deux critères doivent être respectés afin d'éviter que la friction statique ne fausse le calcul. Le système doit demeurer en perpétuel mouvement et la commande doit toujours être du même signe. Les valeurs de fréquence initiales et finales doivent être préférentiellement de faible amplitude (entre 0,2 et 2 Hertz).

### Explications

L'arrêt du moteur est à éviter de sorte qu'aucune zone morte, principalement créée par la friction statique, n'apparaisse lors de l'expérimentation.

Avec une connaissance de la commande appliquée, du couple associé à la friction  $\tau_{fr}$  et de celui relevant de la gravité  $\tau_{gr}$ , l'inertie se calcule de la sorte,

$$J_z = \frac{\tau_{tot} - \tau_{fr} - \tau_{gr}}{\ddot{q}} \quad \text{avec} \quad \tau_{fr} = I_{fr} g_{cc} \quad (\text{A.3})$$

Le signal d'accélération  $\ddot{q}$  s'obtient en dérivant deux fois numériquement le signal de position angulaire. Afin d'obtenir des valeurs d'inertie d'un même ordre de grandeur, il est requis d'abandonner les plus faibles valeurs d'accélération. Le choix de ce seuil affecte très peu la valeur d'inertie trouvée.

### Résultats et remarques

Pour les actionneurs RH14 et RH8, la vitesse maximale est atteinte pour des commandes de 1,93 et de 0,65 ampère envoyé aux amplificateurs. Les moments d'inertie identifiés (calculés) sont de l'ordre de 0,0044 (0,005) et 0,0226 (0,0222) pour les actionneurs RH8 et RH14. Le choix de la période d'échantillonnage a une conséquence sur la valeur de l'inertie car de faibles périodes conduisent à des inerties de valeurs diminuées. D'une manière similaire, si les fréquences initiales et finales du signal AFM augmentent, les valeurs d'inertie sont légèrement augmentées.

### A.1.4 Détermination des gains couple/courant

#### Matériel et montage

En plus du matériel exigé pour les deux procédures antérieures, l'emploi de poulies et de poids gradués est essentiel pour chacun des moteurs. L'inertie additionnelle causée par l'ajout d'une poulie peut être identifiée par la procédure mentionnée antérieurement.

#### Procédure

Cette procédure génère un grand nombre de données pour lesquelles l'accélération est nulle. Le signal utilisé est un échelon d'une amplitude suffisamment faible pour avoir une ascension lente et à vitesse constante des poids gradués. De plus, il faut éviter solliciter le système jusqu'à la fin de la course du plateau afin que celui-ci ne heurte la poulie.

#### Explications

Avec une vitesse fixe, le couple associé à l'inertie,  $\tau_f$ , est négligeable. Le montage procure une force de gravité  $\tau_{gr}$  qui agit avec une amplitude constante. Comme il y a présence de friction, la valeur du nouveau gain couple/courant  $g_{cc^*}$  s'obtient à partir de l'ancienne valeur du gain  $g_{cc}$  et du courant total  $I_{tot}$  telle que,

$$g_{cc^*} = \frac{\tau_{gr} + I_{fr} g_{cc}}{I_{tot}} \quad (\text{A.4})$$

Cette relation itérative encourage la formulation d'une séquence dans les procédures à suivre. Une telle séquence fait l'objet de la section ultérieure.

## Résultats et remarques

Les tests ont été réalisés avec des commandes d'amplitude différentes tout en conservant une vitesse de montée constante. Pour cette nature de test, le gain couple/courant est du même ordre de grandeur pour les différentes valeurs de couples. On trouve donc respectivement des gains de l'ordre de 1,82 et 2,45 pour les actionneurs RH8 et RH14 (tableau A.2).

### A.1.5 Séquence des procédures de calibration

Au cours de l'ensemble des expérimentations réalisées pour les diverses calibrations, il a été noté que la période d'échantillonnage a un moindre effet que celui du réchauffement du moteur. Par exemple, lorsque le moteur est réchauffé et que l'on exécute deux tests successifs en boucle ouverte et avec une commande échelon, le premier test possède un nombre de révolutions plus élevé que le second. De plus, par le biais d'une commande échelon à l'actionneur RH14, on perçoit une accélération non-nulle de l'ordre de  $0,0040 \text{ rad/s}^2$ . Afin d'éviter toute hétérogénéité des résultats, il est préférable de réchauffer les moteurs avant toute calibration.

Malgré la dépendance biunivoque entre les moments d'inertie avec les coefficients de friction (équations A.1 et A.3), il est préférable d'effectuer la calibration de friction avant celle de l'inertie. Cela s'explique par le fait que le calcul de l'inertie est moins précis que celui de la friction compte tenu de la division par l'accélération qui représente un signal hautement bruité. D'autre part, le calcul des gains couple/courant (équation A.4) utilise les coefficients de friction.

La figure A.5 résume donc les points antérieurs à l'intérieur d'une séquence globale. La procédure est itérative jusqu'au moment où les gains couple/courant trouvés  $g_{cc}$  correspondent avec une précision satisfaisante aux valeurs initialement déterminées

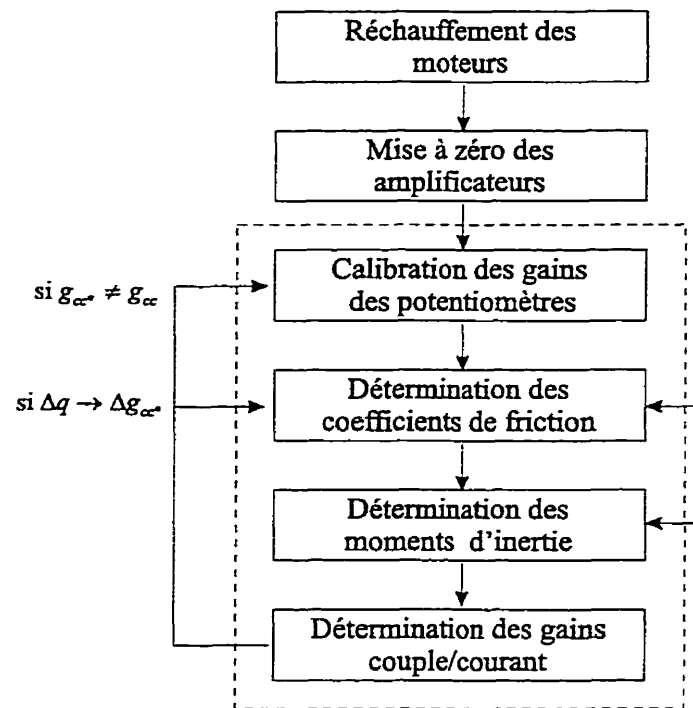


Figure A.5: Procédure de calibration du manipulateur

$g_{cc}$ . Si la valeur du gain couple/courant est affectée par l'ampleur de la commande utilisée lors de la détermination des gains, cela signifie que la friction dynamique a été mal déterminée. Dans ce cas, une variation du gain  $g_{cc}$  survient si la vitesse de montée est augmentée. Le tableau A.2 résume les principales caractéristiques des actionneurs RH8 et RH14 provenant des procédures d'identification et des données du manufacturier.

## A.2 Calibration du système MRA

Les sections qui suivent contiennent les procédures propres au système MRA. Préalablement à son utilisation, ce dernier requiert la détermination du coefficient ainsi que la calibration du capteur de force.

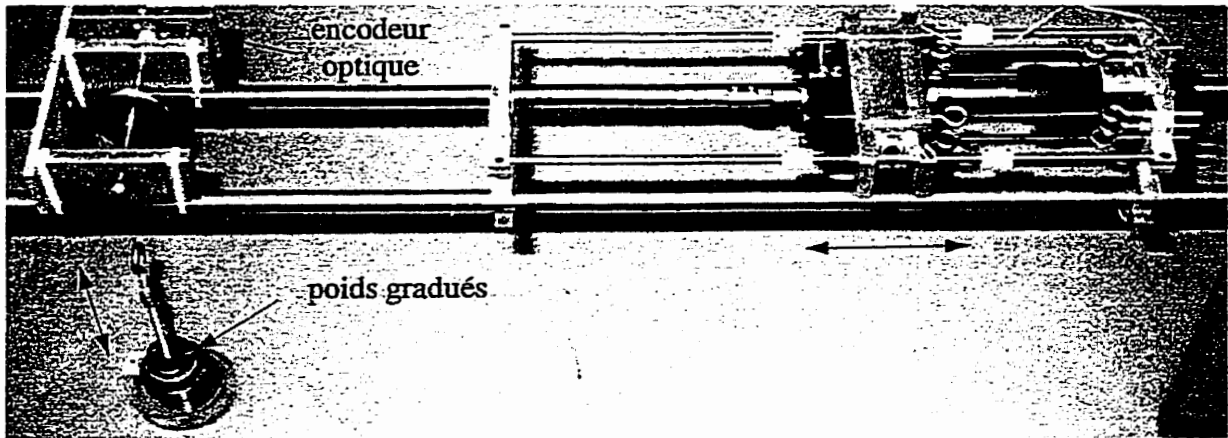


Figure A.6: Montage pour la détermination de l'amortissement

### A.2.1 Détermination du coefficient d'amortissement

Le système utilisé par cette procédure possède la configuration montrée à la figure A.6. Une masse additionnelle est ajoutée au système afin de permettre des tests avec des conditions initiales non-nulles. Le signal de position provient d'un encodeur optique dont la résolution est de l'ordre de 0.004 centimètre. L'essai consiste à effectuer des tests non-forcés afin de déterminer la valeur du coefficient d'amortissement du système de deuxième ordre dont la réponse temporelle est,

$$x_c(t) = \frac{x_{c0}}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t + \cos^{-1} \xi) \quad (\text{A.5})$$

où  $x_{c0}$  représente la position initiale. En dérivant l'expression A.5, tous les maximums de la réponse temporelle sont trouvés (Kuo, 1995). Le plus élevé d'entre eux correspond à l'amplitude du premier dépassement  $dep(\%)$  à partir duquel le coefficient d'amortissement s'obtient,

$$\xi = \left[ \frac{\pi^2}{(\ln(dep(\%)))^2 + 1} \right]^{-0.5} \quad (\text{A.6})$$

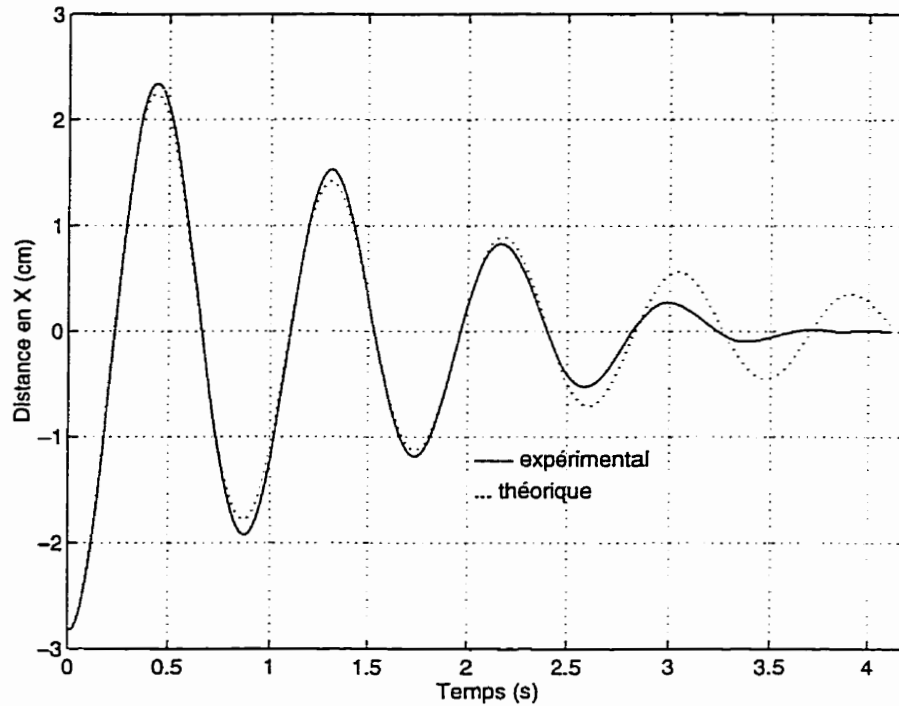


Figure A.7: Dynamique du système sans amortisseur

En référence à la fonction de transfert du système MRA (équation 3.39), le jumelage de l'amplitude du premier dépassement avec la fréquence des oscillations équivaut à,

$$b_E = 2 \omega_n \xi m_E \quad (\text{A.7})$$

Les figures A.7 et A.8 présentent les résultats de la détermination du coefficient d'amortissement par la méthode proposée pour des cas en présence et en absence d'un amortisseur. Les valeurs des paramètres du système pour ces essais figurent au tableau A.3. Les courbes théoriques et expérimentales ont un comportement similaire sauf vers la fin du mouvement. Ce décrochage du modèle expérimental est attribuable à la friction non-modélisée qui domine la dynamique à des vitesses et accélérations de faibles amplitudes. Comme le montre la figure A.8, l'amortisseur même réglé à sa plus faible valeur atténue sensiblement le mouvement naturel du système.

Tableau A.2: Données techniques sur les actionneurs

#	Description	Unités	RH14	RH8
1	rigidité du réd. harmon.	Nm/rad	16947	395,43
2	masse tot. de l'actionneur	kg	0,78	0,31
3	moment d'inertie	Nm/(rad/s <sup>2</sup> )	0,0050	0,0222
4	facteur de réduction		50	
5	const. de temps électr.	s	$4,1 \times 10^4$	$2,2 \times 10^{-4}$
6	const. de temps méc.	s	0,007	,0085
7	vitesse maximum	rad/s	$400\pi/180$	$680\pi/180$
8	gain couple/courant	Nm/A	2,45	1,82
9	couple max., rotor bloqué	N-m	5,4	1,5
10	couple max., vu par charge	N-m	13,7	2,7
11	couple nominal	N-m	3,2	1,4
12	courant maximum	A	5,4	1,6
13	tension maximum	V	30	
14	force contre-électromotrice	$1/(\pi 50)$	0,01	0,0073
15	courant de départ pr frot. stat.	A	0,2	0,11
16	inductance	H	$1,1 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$
17	résistance	Ohm	2,7	10

Tableau A.3: Valeurs des paramètres du montage

Variables	$m_E$	$b_E$	$k_E$	a	b	c
avec amortisseur	1,6095	3,7871	84,80	-52,6872	-2,3530	0,6213
sans amortisseur	1,6095	1,7047	84,80	-52,6872	-1,0591	0,6213



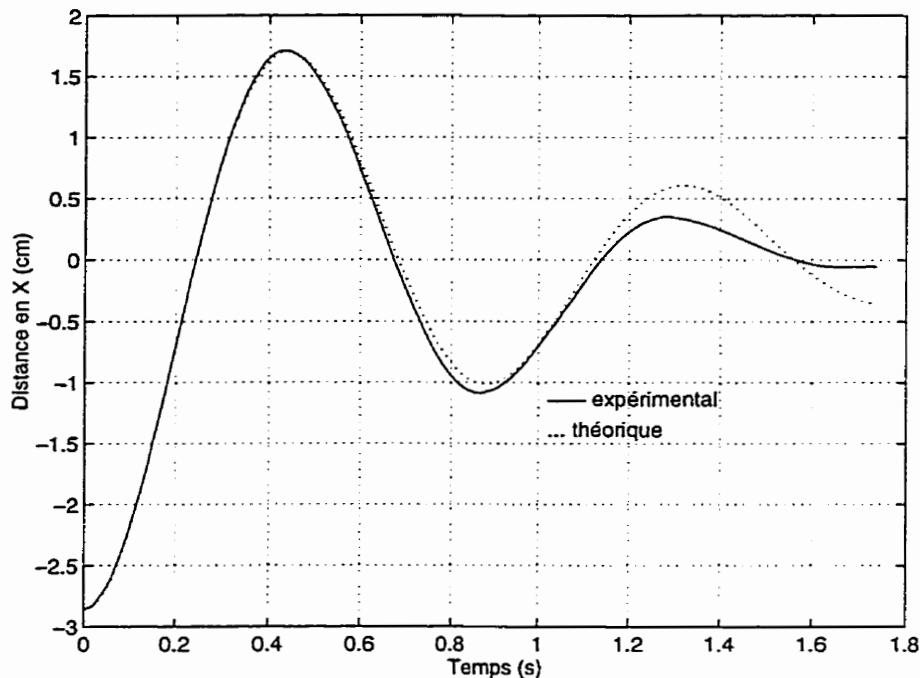


Figure A.8: Dynamique du système avec amortisseur

### A.2.2 Calibration du capteur de force

Le capteur de force est composé d'une lamelle d'acier qui génère le signal de force en se déformant. L'amplitude de cette déformation est suffisamment importante pour en affecter la lecture de position. Ainsi, plus le signal de force  $f$  est élevé, plus grande est la correction  $\Delta x_c$  à apporter au signal de position  $x_c$ . Le tout est décrit par la relation,

$$\Delta x_c = f C_{fp} \quad (\text{A.8})$$

où la variable  $C_{fp}$  est un facteur de correction pour la position. Avec le montage en mode stationnaire, des poids de différentes valeurs ont été disposés sur le capteur de force afin d'obtenir les constantes de conversion  $C_{cf1}$  et  $C_{cf2}$  ainsi que le facteur de correction  $C_{fp}$ . La relation linéaire qui génère le signal de force à partir de la lecture  $l_f$  s'écrit,

$$f = C_{cf1} + C_{cf2} l_f \quad (\text{A.9})$$

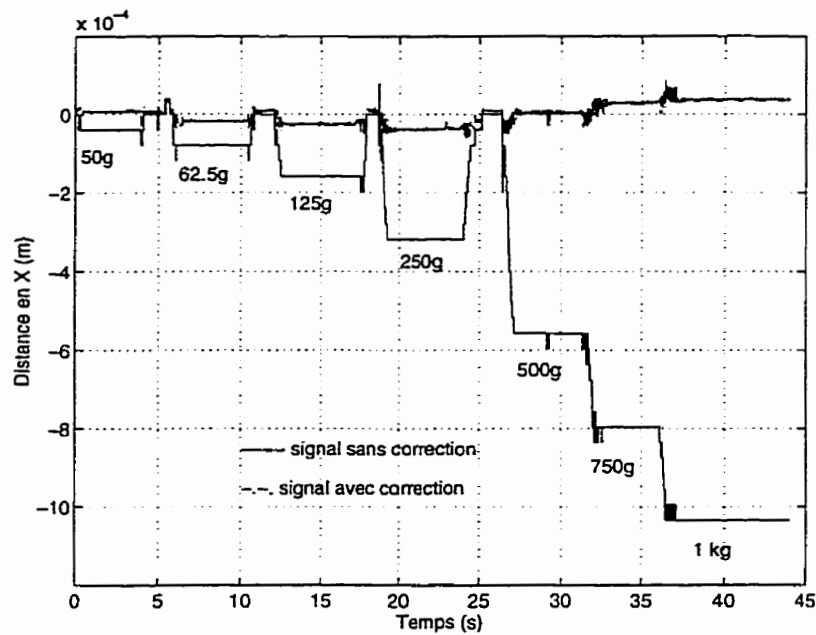


Figure A.9: Correction du signal de force

Tableau A.4: Valeurs des constantes de conversion et du facteur de correction

	Paramètres		
symbole	$C_{fp}$	$C_{cf1}$	$C_{cf2}$
valeur	$-1,1048 \times 10^{-4}$	0,0001	-0,0052
erreur moyenne	$4,0 \times 10^{-7}$ m	0,1311 N	

Il est possible de constater les positions réelles et corrigées lors des tests avec les poids inertes à la figure A.9. La correction sur la position réduit d'un facteur dix (10) l'erreur de position induite par les déplacements du capteur de force. Cette correction est requise pour l'identification par le filtre de Kalman étendu dont l'une des hypothèses de base stipule que les bruits de mesure et de modèle ne doivent pas être corrélés. De ces essais, les valeurs des constantes de conversion et du facteur de correction sont obtenues par la méthode des moindres carrés (tableau A.4).

# Annexe B

## Conditions expérimentales

Cet annexe comporte les configuration expérimentales des différents essais effectués au cours des chapitres 3 et 4.

### B.1 Test du module d'identification

Les simulations réalisées à l'aide des moindres carrés possèdent les particularités suivantes:

$$\begin{aligned} \Delta t = 0,001 \quad \lambda = 0,9 \quad P = I_{3 \times 3} \\ m_E = 1,6428 \quad k_E = 84,8 \quad b_E = 1,94 \end{aligned} \tag{B.1}$$

et,

$$0,8 < x_c < 0,825 \quad 67,7 < f < 70 \tag{B.2}$$

Pour l'identification d'un ou plusieurs paramètre ainsi que pour l'essai avec variation d'un paramètre, les ajustements du filtre de Kalman sont,

Tableau B.1: Réglage du filtre de Kalman étendu

Variable	Valeur
$S_0$	$\begin{bmatrix} 2775,9 & 0 & 0 \\ 0 & 5,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,39 \end{bmatrix}$
$S$	$\begin{bmatrix} 8,77 & 0 & 0 \\ 0 & 0,038 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0027 \end{bmatrix}$
$Q$	0,0003
$R$	1,99e-5
$\psi_0$	$[ 0,1 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0 ]$

## B.2 Test en chute libre

Le modèle numérique qui est utilisé pour l'expérimentation en chute libre possède les valeurs suivantes:

$$M = \begin{bmatrix} 0,10876867 \cos(q_2) + 0,5258666 & 0,027182585 + 0,054384338 \cos(q_2) \\ 0,027182585 + 0,054384338 \cos(q_2) & 0,032061588 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$N = 0,0543843381 \sin(q_2) \begin{bmatrix} -2 \dot{q}_2 & -\dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$L = \begin{bmatrix} 0,83035015 \sin(q_1 + q_2) + 0,029253943 \sin(q_1) \\ 0,83035015 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

De plus, es valeurs d'angles au départ et à l'arrivée pour les sept (7) essais sont répertoriées dans le tableau B.2.

Tableau B.2: Angles de départ et d'arrivée du test en chute libre

	Angles de départ		Angles d'arrivée	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
1	77,2738°	-67,6919°	2,7112°	-5,9879°
2	77,2046°	-67,8615°	2,1410°	-11,4480°
3	77,2141°	-67,9401°	2,5070°	-7,9231°
4	77,3617°	-67,8835°	2,2918°	-6,3900°
5	77,1858°	-67,8458°	2,4677°	-6,1827°
6	77,4073°	-67,7924°	2,8337°	-6,1554°
7	77,9439°	-67,7883°	2,2368°	-7,3702°

### B.3 Test du couple pré-calculé sans contact

Pour le cas des essais du contrôleur à couple précalculé sur le manipulateur seulement, les valeurs numériques des matrices de dynamique sont,

$$M = \begin{bmatrix} 0,071339110 \cos(q_2) + 0,47630284 & 0,016864585 + 0,035669555 \cos(q_2) \\ 0,016864585 + 0,035669555 \cos(q_2) & 0,021743588 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

$$N = 0,035669555 \sin(q_2) \begin{bmatrix} -2\dot{q}_2 & -\dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$L = \begin{bmatrix} 0,54460938 \sin(q_1 + q_2) + 0,022918810 \sin(q_1) \\ 0,54460938 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

De plus, les gains pour lesquels les tests de suivi de trajectoire (sans observateur) ont été réalisés possèdent les valeurs contenues au tableau B.3 L'unique expérimentation qui consiste en un suivi de trajectoire circulaire possède les gains du tableau

Tableau B.3: Gains du contrôleur pour un suivi de trajectoire

	Actionneur 1		Actionneur 2	
	$K_P$	$K_D$	$K_P$	$K_D$
1	77,9	2,0	225,0	4,0
2	300,0	2,0	800,0	4,0

Tableau B.4: Gains du contrôleur et de l'observateur pour un suivi de trajectoire

	Actionneur 1		Actionneur 2		Observateur	
	$K_P$	$K_D$	$K_P$	$K_D$	$L_P$	$L_D$
3	77,9	12,5	225,0	21,2	106,0	5625,0

## B.4 Test avec l'observateur

Le modèle numérique utilisé pour les expérimentations en présence de l'observateur est le même que celui décrit pour le test en chute libre. D'autre part, les valeurs des gains proportionnel ( $K_P$ ) et dérivés ( $K_D$ ) du contrôleur ainsi que les gains de l'observateur sur la position ( $L_P$ ) et la vitesse ( $L_D$ ) figurent au tableau B.5. De plus, les fréquences d'opération des contrôleurs aux actionneurs ainsi que de l'observateur y sont stipulées.

## B.5 Tests d'identification en présence contact

Les tests d'identification des moindres carrés et du filtre de Kalman possèdent les particularités suivantes: tandis que le filtre de Kalman est configuré comme suit,

Tableau B.5: Gains du contrôleur et de l'observateur

	Contrôleur						Observateur		
	Actionneur 1			Actionneur 2			$\omega_{no}$	$L_D$	$L_P$
	$\omega_{nc}$	$K_P$	$K_D$	$\omega_{nc}$	$K_P$	$K_D$			
1	1,66	2,8	2,4	2,83	8,0	4,0	14,4	200,1	20,0
2	2,94	8,7	4,2	5,0	25,0	7,1	25,0	625,0	35,4
3	5,89	34,6	8,3	10,0	100,0	14,1	50,0	2500,0	70,7
4	8,83	77,9	12,5	15,0	225,0	21,2	75,0	5625,0	106,0
5	-	2,8	2,4	-	8,0	4,0	-	-	-
6	-	350,0	4,0	-	850,0	4,0	-	-	-

Tableau B.6: Gains du contrôleur pour un scénario de contact

Actionneur 1		Actionneur 2	
$K_P$	$K_D$	$K_P$	$K_D$
200,0	2,0	400,0	3,0

Tableau B.7: Vitesses et accélérations nominales pour un scénario de contact

	Actionneur 1	Actionneur 2
vitesse nominale ( $deg/s$ )	10,0	17,0
acc. nominale ( $deg/s^2$ )	20,0	34,0

Tableau B.8: Ajustement du filtre de Kalman étendu

Variable	Valeur
$S_0$	$\begin{bmatrix} 879,02 & 0 & 0 \\ 0 & 9,77 & 0 \\ 0 & 0 & 0,489 \end{bmatrix}$
$S$	$\begin{bmatrix} 2,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,109 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0244 \end{bmatrix}$
$Q$	$\begin{bmatrix} 0,0003 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$R$	1,99e-5
$\psi_0$	[ 0,02 0 0 0 0 ]



## Annexe C

### Dessins techniques

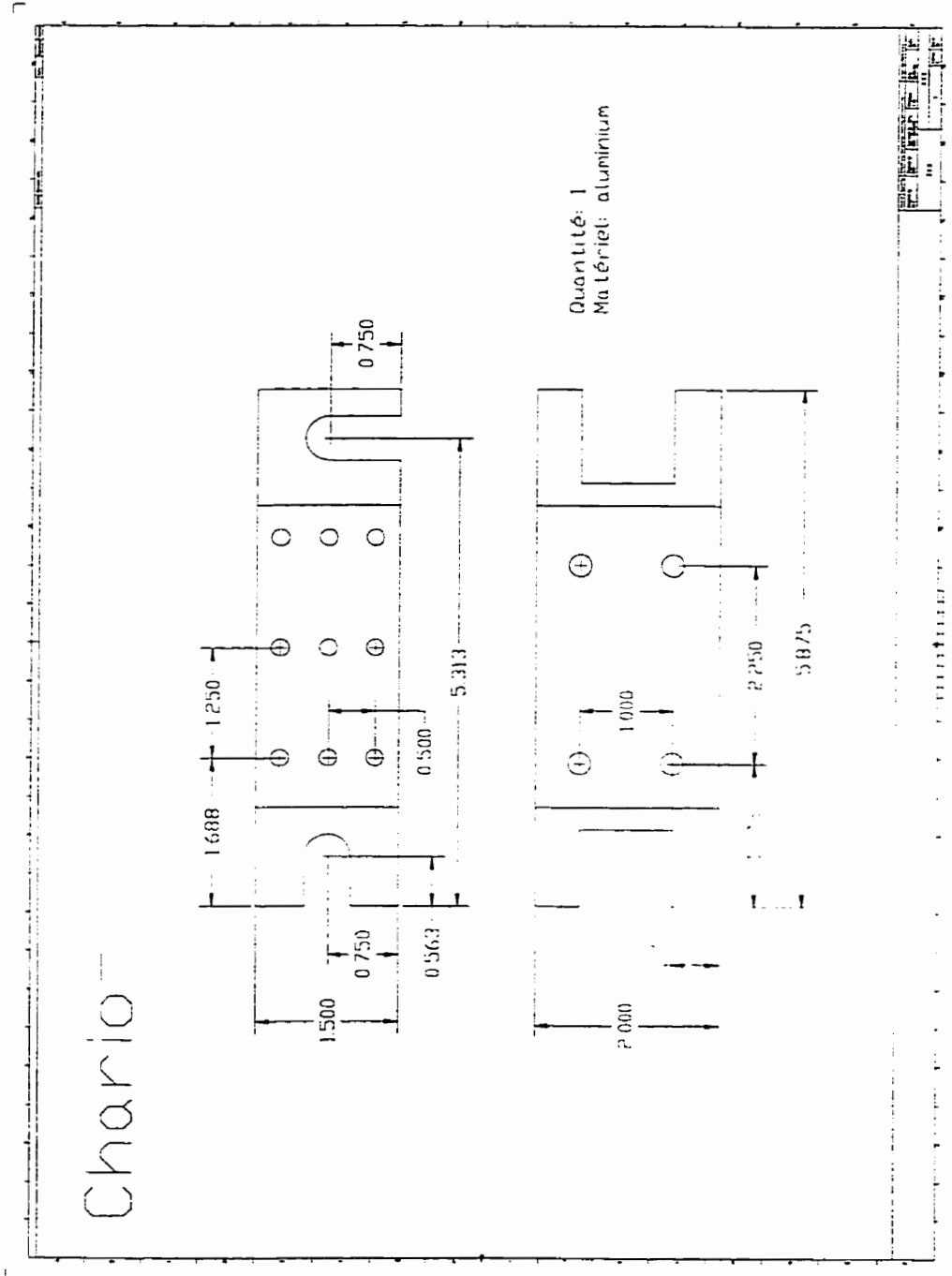


Figure C.1: MRA: Dessin du chariot

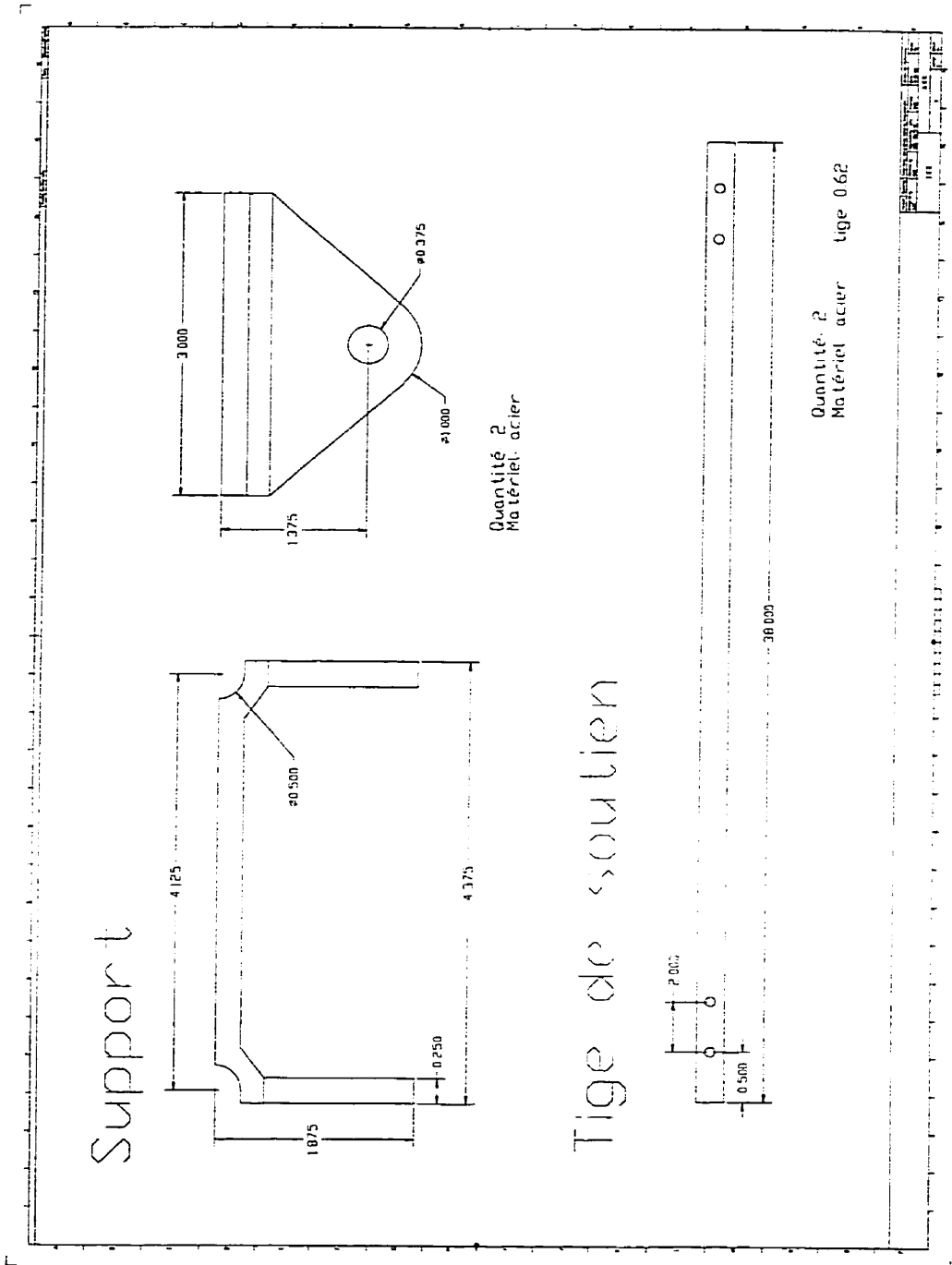


Figure C.2: MRA: Dessin du support global

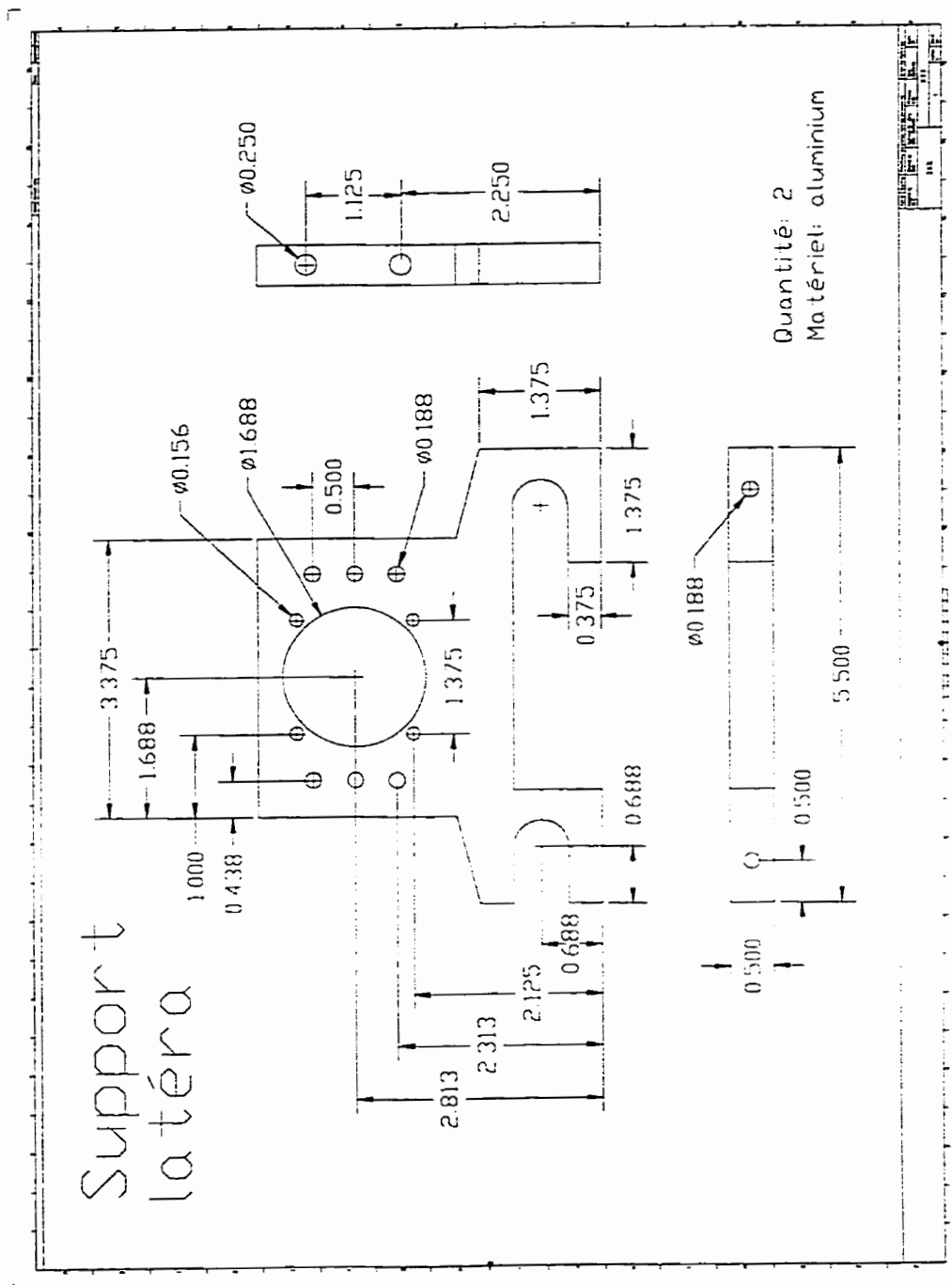


Figure C.3: MRA: Dessin du support latéral

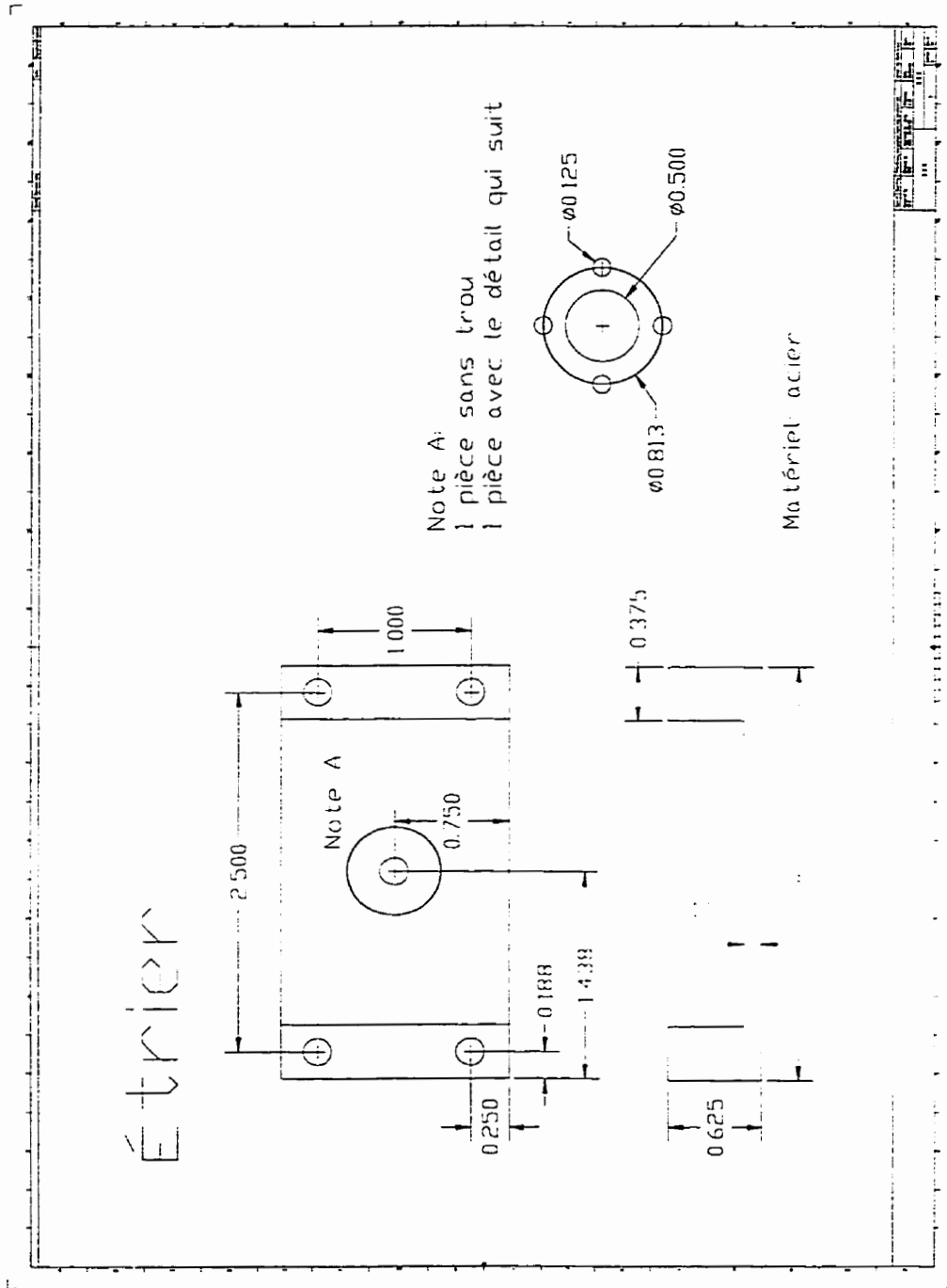


Figure C.4: Capteur de force: Dessin de l'étrier

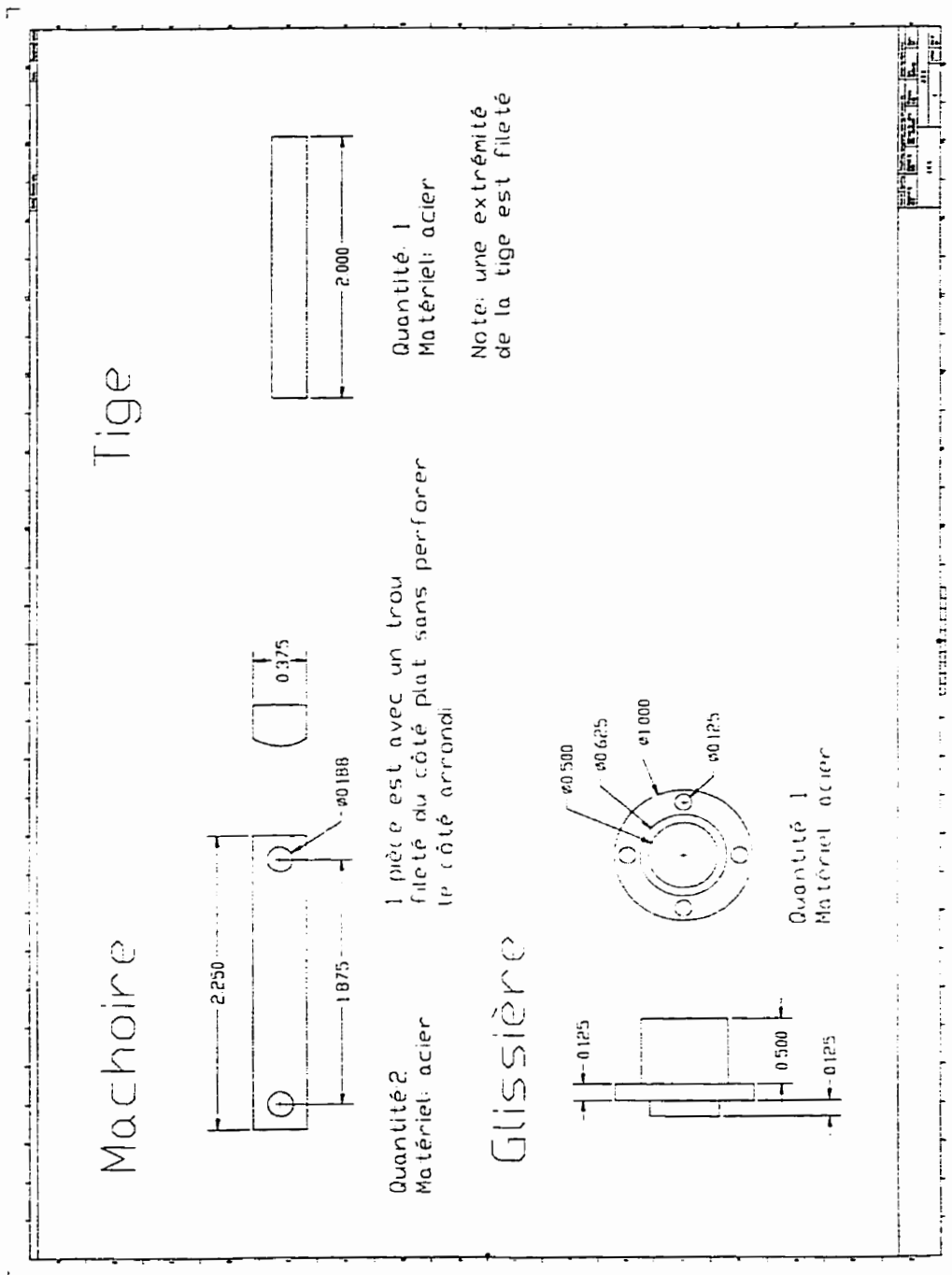
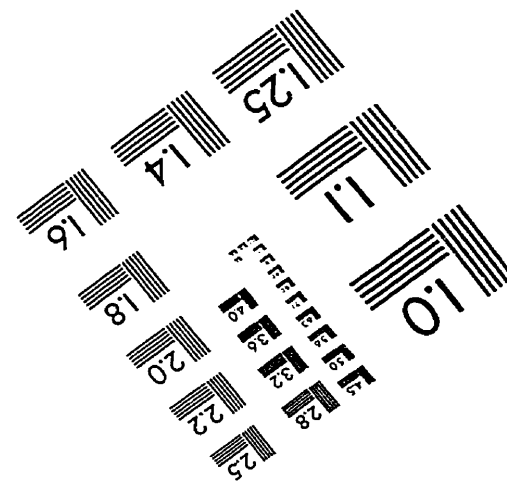
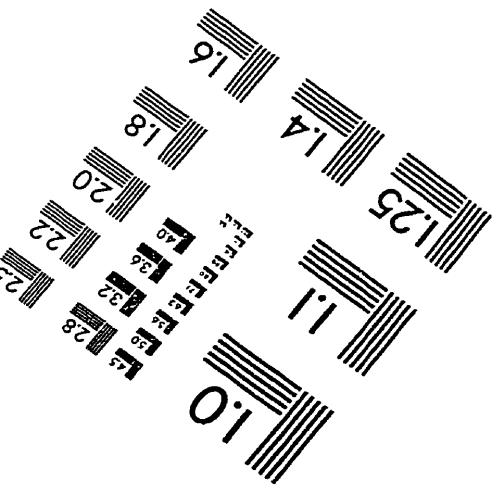
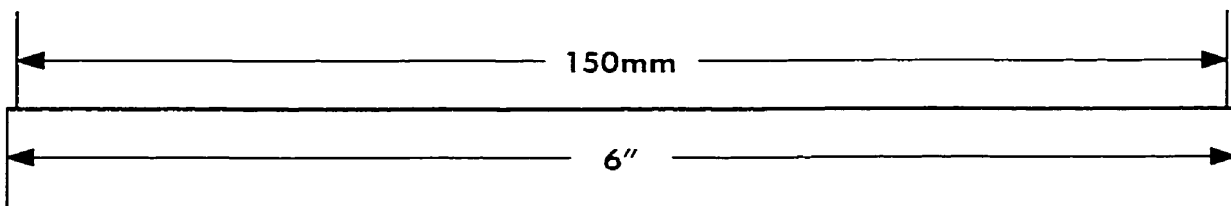
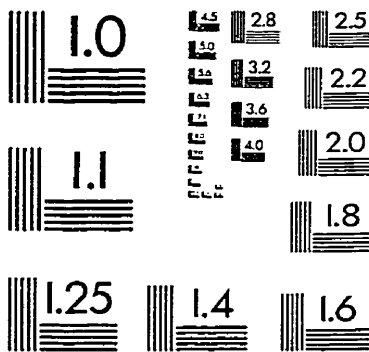
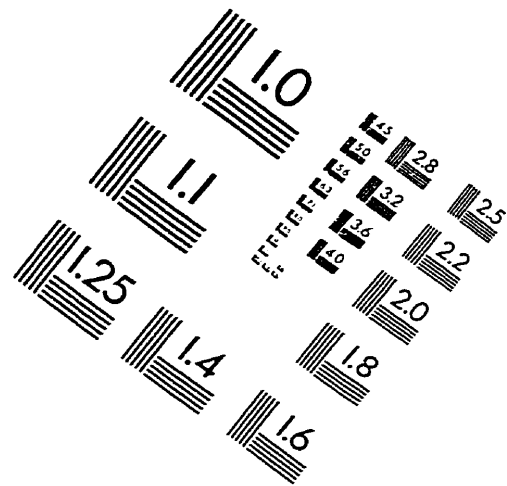
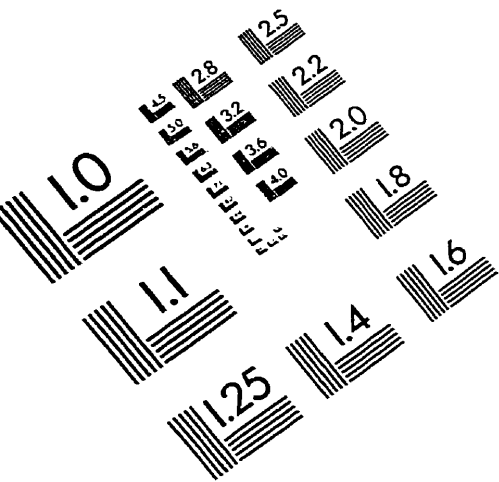


Figure C.5: Capteur de force: Dessin des autres pièces

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved