



# Une nouvelle décomposition tensorielle orthogonale, l'Alternative Unfolding HOSVD. Application au STAP Polarimétrie

Maxime Boizard, Guillaume Ginolhac, Frédéric Pascal, Philippe Forster

## ► To cite this version:

Maxime Boizard, Guillaume Ginolhac, Frédéric Pascal, Philippe Forster. Une nouvelle décomposition tensorielle orthogonale, l'Alternative Unfolding HOSVD. Application au STAP Polarimétrie. GRETSI 2013, Sep 2013, Brest, France. pp.1-4, 2013. <hal-00871211>

**HAL Id: hal-00871211**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00871211>**

Submitted on 9 Oct 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une nouvelle décomposition tensorielle orthogonale, l'Alternative Unfolding HOSVD. Application au STAP Polarimétrique

Maxime BOIZARD<sup>1,3</sup>, Guillaume GINOLHAC<sup>2</sup>, Frédéric PASCAL<sup>3</sup>, Philippe FORSTER<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire SATIE - ENS Cachan - CNRS - UniverSud  
61 av du President Wilson 94235 CACHAN Cedex, France

<sup>2</sup>LISTIC - Polytech Annecy-Chambéry  
5, chemin de Bellevue Domaine universitaire d'Annecy-le-Vieux, France

<sup>3</sup>Laboratoire SONDRRA - Supelec  
Plateau de Moulon, 3 rue Joliot-Curie, F-91192 Gif-sur-Yvette Cdex, France

maxime.boizard@satie.ens-cachan.fr, guillaume.ginolhac@univ-savoie.fr  
frederic.pascal@supelec.fr, philippe.forster@satie.ens-cachan.fr

**Résumé** – Dans cet article, on propose d'étendre les méthodes rang faible de traitement d'antenne à des cas multidimensionnelles. Deux types de méthodes peuvent être envisagés : l'approche vectorielle et l'approche tensorielle. L'approche vectorielle consiste à mettre les données sous forme de vecteurs et d'appliquer les traitements classiques. Dans ce cas, la structure des données n'est pas prise en compte ce qui peut nuire aux performances et à la robustesse. Afin d'éviter ces problèmes, une approche tensorielle est proposée. On s'intéressera plus particulièrement au cas du *Space Time Adaptive Processing* (STAP) rang faible. Afin de prendre en compte la nature des données STAP, une nouvelle décomposition tensorielle est proposée : la AU-HOSVD. A partir de cette décomposition, un filtre STAP tensoriel rang faible est proposé. Afin d'illustrer l'intérêt de notre approche, on l'applique à un cas particulier de STAP multidimensionnel : le STAP polarimétrique. On montre grâce à des simulations numériques de *Signal to Interference plus Noise Ratio* (SINR) *loss* que les performances de nos filtres sont meilleures que celles données par une approche vectorielle.

**Abstract** – In this paper, an extension of low rank methods used in sensor array is proposed. Two approaches are possible. Firstly, the *vector* approach consists of unfolding the data into vectors and applying the traditional methods. In this case, the data structure is lost which can lead to a decrease of performance and/or robustness. A tensor approach is then proposed which prevents these problems. The case of low rank *Space Time Adaptive Processing* (STAP) will be investigated. In order to take into account the nature of STAP data, a new orthogonal tensor decomposition is proposed: the AU-HOSVD. Thanks to this decomposition, a low rank tensor STAP filter is derived. The proposed filter is tested on polarimetric STAP data and compared to the classical vector filters, through the Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR) *loss* computation.

## 1 Introduction

De plus en plus d'applications en traitement de signal comportent des données multidimensionnelles alors que la majorité des algorithmes sont issus de modèles vectoriels ou matriciels. Il est donc nécessaire d'adapter les traitements classiques à ces nouvelles configurations. Une première méthode consiste à mettre les données sous forme de vecteurs ou de matrices et à appliquer les traitements vectoriels classiques. Cependant ces opérations détruisent la structure des données et peuvent entraîner une baisse des performances et/ou de la robustesse des traitements.

L'algèbre multilinéaire [1, 2] permet d'exploiter ces données tout en conservant leur structure. Les données sont alors représentées sous forme de tableaux multilinéaires appelés tenseurs. Cependant la généralisation des traitements vectoriels ou matriciels classiques au cas tensoriel n'est pas évidente. Considérons l'exemple du traitement STAP. Cette technique est utilisée

en RADAR aéroporté afin de détecter une cible mobile noyée dans des interférences (dues à la fois à la réponse du sol appelée *clutter* et au bruit thermique). En configuration classique, les données ont deux dimensions : une dimension spatiale et une dimension temporelle. Dans ce cas, le traitement STAP repose sur l'utilisation conjointe de la dimension spatiale et de la dimension temporelle [3]. De plus, le *clutter* possède une structure rang faible qui permet d'aboutir à une version rang faible du filtre STAP [4, 5].

De nouvelles configurations STAP sont apparues, telles que le MIMO STAP ou le STAP polarimétrique [6] dont le nombre de dimensions est supérieur à la configuration classique. Il paraît donc pertinent de proposer une extension tensorielle du STAP rang faible. Dans ce cas il est nécessaire d'utiliser une décomposition tensorielle. En effet il n'existe pas de généralisation unique de la décomposition en valeurs singulières (SVD) matricielle au cas tensoriel. Grâce à ses propriétés d'orthogona-

lité la HOSVD [2] semble appropriée. Cependant, on a montré dans [7] que la HOSVD ne permettait pas d'exploiter convenablement la structure des données STAP. On propose donc d'introduire une nouvelle décomposition orthogonale : l'Alternative Unfolding HOSVD. A l'aide de cette nouvelle décomposition, il est alors possible de proposer une version tensorielle du filtre STAP rang faible.

Afin d'illustrer l'intérêt de notre approche, on l'applique à un cas particulier de STAP multidimensionnel : le STAP polarimétrique. On montre grâce à des simulations numériques de *Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR) loss* (qui permettent de mesurer la perte d'un filtre par rapport au filtre optimal) que les performances de nos filtres sont meilleures que celles données par une approche vectorielle.

Les conventions suivantes sont adoptées : l'italique indique une quantité scalaire, une minuscule en gras indique un vecteur, une majuscule en gras indique une matrice et une lettre calligraphique en gras un tenseur. \* correspond à l'opérateur de conjugaison et  $H$  à la transposition conjuguée.  $E[\cdot]$  est l'opérateur d'espérance mathématique.

## 2 Décompositions tensorielles

Dans cette partie, on rappelle la définition de la *Higher Order Singular Value Decomposition*. On introduit ensuite une nouvelle décomposition : l'*Alternative Unfolding HOSVD*. Soit  $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ , un tenseur d'ordre 3 et  $h_{i_1 i_2 i_3}$  ses éléments.

### 2.1 Higher Order Singular Value Decomposition

La HOSVD est un cas particulier de la décomposition de Tucker [8] Elle décompose un tenseur  $\mathcal{H}$  de la manière suivante [2] :

$$\mathcal{H} = \mathcal{K} \times_1 \mathbf{U}^{(1)} \times_2 \mathbf{U}^{(2)} \times_3 \mathbf{U}^{(3)},$$

où  $\mathbf{U}^{(n)} \in \mathbb{C}^{I_n \times I_n}$ ,  $n = 1, 2, 3$  est une matrice orthonormale et  $\mathcal{K} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  le tenseur noyau, qui satisfait les conditions de toute-orthogonalité [2].  $\times_n$  désigne le produit  $n$ -mode. Les matrices  $\mathbf{U}^{(n)}$  sont obtenues à partir de la SVD<sup>1</sup> de  $[\mathcal{H}]_n = \mathbf{U}^{(n)} \mathbf{\Sigma}^{(n)} \mathbf{V}^{(n)H}$ . Puisque la HOSVD repose sur les dépliements selon chaque dimension prise séparément, elle ne permet pas d'accéder à l'information contenue dans une combinaison de dimensions (spatio-temporelle par exemple). C'est pourquoi on propose une nouvelle décomposition tensorielle qui, tout en gardant les propriétés d'orthogonalité de la HOSVD, permet d'accéder à ces informations croisées.

### 2.2 AU-HOSVD

Afin d'utiliser à la fois les informations simples et combinées d'un tenseur on propose une nouvelle notation. Soit  $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_P}$ , un tenseur d'ordre  $P$ . On note  $\mathbb{A} = \{1, \dots, P\}$

1. On note  $[\mathcal{H}]_n$ ,  $n = 1, \dots, 3$ , l'opérateur qui déplie le tenseur  $\mathcal{H}$  dans la  $n$ -ème dimension. Par exemple pour  $n = 1$ ,  $[\mathcal{H}]_1 \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 I_3}$ .

l'ensemble des dimensions de  $\mathcal{H}$  et  $\mathbb{A}_l$  un sous ensemble de  $\mathbb{A}$ . Ainsi pour  $\mathbb{A}_1 = \{1, 2\}$  et  $\mathbb{A}_2 = \{3, 4\}$ ,  $\mathbb{C}^{I_{\mathbb{A}_1} \times I_{\mathbb{A}_2}}$  signifie  $\mathbb{C}^{I_1 I_2 \times I_3 I_4}$ . Soit  $\mathbb{A}_1 \dots \mathbb{A}_L$  une partition de  $\mathbb{A}$ . Alors  $\mathcal{H}$  peut être décomposé comme suit :

$$\mathcal{H} = \mathcal{K}_{\mathbb{A}_1/\dots/\mathbb{A}_L} \times_{\mathbb{A}_1} \mathbf{U}^{(\mathbb{A}_1)} \dots \times_{\mathbb{A}_L} \mathbf{U}^{(\mathbb{A}_L)},$$

où  $\forall l \in [1, L]$ ,  $\mathbf{U}^{(\mathbb{A}_l)} \in \mathbb{C}^{\mathbb{A}_l \times \mathbb{A}_l}$  est une matrice orthonormale<sup>2</sup>.  $\mathcal{K}_{\mathbb{A}_1/\dots/\mathbb{A}_L} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_P}$  est le tenseur noyau qui possède les mêmes propriétés que le tenseur noyau de la HOSVD.  $\times_{\mathbb{A}_l}$  désigne le produit multimode<sup>3</sup>. Il existe donc plusieurs façons de décomposer un tenseur avec la cross-HOSVD ; chaque choix de partition  $\mathbb{A}_1, \dots, \mathbb{A}_L$  conduit à une décomposition différente.

Grâce à ses propriétés d'orthogonalité, il est possible de proposer une approche rang faible tensorielle basée sur la AU-HOSVD et de l'appliquer au STAP.

## 3 Filtres STAP tensoriels rang faible

### 3.1 STAP classique vectoriel

#### 3.1.1 Modèle

Dans une configuration STAP, le récepteur RADAR est une antenne composée de  $N$  éléments, émettant  $M$  impulsions sur une rafale. Le problème est de filtrer un signal complexe  $s$  corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c} + \mathbf{n}$  dans un vecteur d'observation  $\mathbf{x}$ .  $\mathbf{n}$  est du aux composants électrique du radar alors que  $\mathbf{c}$  représente la réponse du sol (*clutter*). On dispose aussi de  $K$  données secondaires,  $\mathbf{x}_k$ , ne contenant que du bruit. On a  $\mathbf{x}, \mathbf{x}_k \in \mathbb{C}^{NM}$ . On note  $\alpha$  l'amplitude complexe de la cible. On suppose que  $\mathbf{n}, \mathbf{n}_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{MN})$  et  $\mathbf{c}, \mathbf{c}_k \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{R}_c)$ . On note  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_c + \sigma^2 \mathbf{I}_{MN}$ . Le problème se résume alors de la manière suivante :

$$\mathbf{x} = \alpha s + \mathbf{c} + \mathbf{n} \quad , \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{c}_k + \mathbf{n}_k \quad k \in [1, K], \quad (2)$$

#### 3.1.2 Filtre rang faible

Afin d'appliquer une approche rang faible. On suppose que  $\mathbf{R}_c$  est une matrice de rang faible [3]. Le rang de cette matrice, noté  $r$  peut être calculé grâce à la règle de Brennan [9]. On note  $\mathbf{U}_0$  une base du sous espace orthogonal au *clutter* obtenue à partir de la SVD de  $\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$ .  $\mathbf{U}_0 = [\mathbf{u}_{r+1} \dots \mathbf{u}_{NM}]$ , où  $\mathbf{u}_i$  sont les  $(NM - r)$  dernières colonnes de  $\mathbf{U}$ . Le filtre STAP rang faible s'écrit alors [4, 5] :

$$\mathbf{w}_{lr} = \mathbf{U}_0 \mathbf{U}_0^H \mathbf{s}, \quad (3)$$

$$y_{lr} = |\langle \mathbf{w}_{lr}, \mathbf{x} \rangle| \quad (4)$$

La version adaptative est obtenue en remplaçant  $\mathbf{U}_0$  par son estimée  $\hat{\mathbf{U}}_0$ . Dans ce cas,  $K = 2r$  données secondaires sont nécessaires pour retrouver les résultats classiques [4, 5].

2.  $\mathbf{U}^{(\mathbb{A}_l)}$  est obtenue à partir de la SVD d'un autre type de dépliement noté  $[\cdot]_{\mathbb{A}_l}$ , qui permet d'obtenir une matrice de taille  $\mathbb{A}_l \times \mathbb{A} \setminus \mathbb{A}_l$ .

3. Ce produit est l'extension du produit  $n$ -mode utilisé pour la HOSVD. Il permet de multiplier un tenseur par une matrice selon une combinaison de dimensions.

## 3.2 STAP polarimétrique

### 3.2.1 Modèle

On considère maintenant une configuration STAP polarimétrique. On dispose toujours d'une antenne composée de  $N$  éléments, émettant  $M$  impulsions sur une rafale. On suppose maintenant que les éléments de l'antenne sont capables de recevoir dans plusieurs polarisations (HH, VV, HV). Les données peuvent être mises sous la forme de tenseurs d'ordre trois. Le problème garde la même forme que précédemment : il s'agit de détecter un signal  $\mathcal{S}$  perturbé par deux bruits additifs  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{N}$  au sein d'une observation  $\mathcal{X}$  tout en disposant de  $K$  données secondaires  $\mathcal{X}_k$ , ne contenant que du bruit.

$$\mathcal{X} = \mathcal{S} + \mathcal{C} + \mathcal{N} \quad (5)$$

$$\mathcal{X}_k = \mathcal{C}_k + \mathcal{N}_k \quad k \in [1, K]. \quad (6)$$

$\mathcal{X}, \mathcal{X}_k, \mathcal{C}, \mathcal{C}_k, \mathcal{N}, \mathcal{N}_k \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_P}$ . On suppose que<sup>4</sup>  $\text{vec}(\mathcal{N}), \text{vec}(\mathcal{N}_k) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{3MN})$  et  $\text{vec}(\mathcal{C}), \text{vec}(\mathcal{C}_k) \sim \mathcal{CN}(0, \text{SqMat}(\mathcal{R}_c))$ .

On note  $\mathcal{R} = \mathcal{R}_c + \sigma^2 \text{SqMat}^{-1}(\mathbf{I}_{3MN})$ . Le *steering* tenseur  $\mathcal{S}$  est construit comme suit :

$$\mathcal{S}(\theta, v) = \text{vec}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{s}_{HH}(\theta, v) \\ \alpha_{VV} \mathbf{s}_{HH}(\theta, v) \\ \alpha_{VH} \mathbf{s}_{HH}(\theta, v) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

où  $\mathbf{s}_{HH}(\theta, v)$  est égal au *steering* vecteur du cas classique [3].  $\alpha_{VV}, \alpha_{VH}$  sont deux coefficients complexes, supposés connus. Le tenseur de covariance du *clutter* est donné par :

$$\text{SqMat}(\mathcal{R}_c) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_c & \rho \sqrt{\gamma_{VV}} \mathbf{R}_c & \mathbf{0} \\ \rho^* \sqrt{\gamma_{VV}} \mathbf{R}_c & \gamma_{VV} \mathbf{R}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \gamma_{VH} \mathbf{R}_c \end{pmatrix}, \quad (8)$$

où  $\mathbf{R}_c \in \mathbb{C}^{MN \times MN}$  est la matrice de covariance du *clutter* du canal HH, égale à celle du *clutter* dans le cas classique [3].  $\gamma_{VV}$  et  $\gamma_{VH}$  sont deux coefficients complexes relatifs à la nature du sol et  $\rho$  est le coefficient de corrélation entre les canaux HH et VV. Etant donnée la forme de  $\mathbf{R}_{pc}$ , la structure rang faible du *clutter* est conservée.

**Remarque** En appliquant l'opérateur  $\text{vec}$  aux équations (5) et (6), on se retrouve le modèle décrit par les équations (1) et (2), il est alors possible d'appliquer le filtre rang faible vectoriel.

### 3.2.2 Filtres rang faible tensoriels

Par analogie avec le cas vectoriel, le filtre STAP tensoriel rang faible est donnée par la formule suivante :

$$\mathcal{W}_{lr(\mathbb{A}_1, \dots, \mathbb{A}_L)} = \mathcal{S} \times_{\mathbb{A}_1} \mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_1)} \mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_1)H} \dots \times_{\mathbb{A}_L} \mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_L)} \mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_L)H}$$

$$y = | \langle \mathcal{W}_{\mathbb{A}_1, \dots, \mathbb{A}_L}, \mathcal{X} \rangle |$$

4. On note  $\text{vec}$  l'opérateur qui transforme un tenseur  $\mathcal{H}$  en un vecteur  $\text{vec}(\mathcal{H}) \in \mathbb{C}^{I_1 I_2 I_3}$  et  $\text{vec}^{-1}$  l'opérateur inverse. De plus, on note  $\text{SqMat}$  l'opérateur qui transforme un tenseur  $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3 \times I_1 \times I_2 \times I_3}$  matrice carrée,  $\text{SqMat}(\mathcal{R}) \in \mathbb{C}^{I_1 I_2 I_3 \times I_1 I_2 I_3}$  et  $\text{SqMat}^{-1}$  son inverse.

TABLE 1 – Description des différents filtre rang faible tensoriel dans le cas du STAP polarimétrique

Partition	Filtres	Rangs	Méthodes
$\mathbb{A}_1 = \{1, 2, 3\}$	$\hat{\mathcal{W}}_{lr(1,2,3)}$	$r_{123}$	Vector
$\mathbb{A}_1 = \{1\}, \mathbb{A}_2 = \{2\}, \mathbb{A}_3 = \{3\}$	$\hat{\mathcal{W}}_{lr(1/2/3)}$	$r_1, r_2, r_3$	HOSVD
$\mathbb{A}_1 = \{1, 2\}, \mathbb{A}_2 = \{3\}$	$\hat{\mathcal{W}}_{lr(1,2/3)}$	$r_{12}, r_3$	AU-HOSVD
$\mathbb{A}_1 = \{1\}, \mathbb{A}_2 = \{2, 3\}$	$\hat{\mathcal{W}}_{lr(1/2,3)}$	$r_1, r_{23}$	AU-HOSVD
$\mathbb{A}_1 = \{1, 3\}, \mathbb{A}_2 = \{2\}$	$\hat{\mathcal{W}}_{lr(1,3/2)}$	$r_{13}, r_2$	AU-HOSVD

où  $\mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_i)}$  est obtenue à partir de la AU-HOSVD de  $\mathcal{R}$ ,  $\mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_i)} = [\mathbf{u}_{r_{\mathbb{A}_i}+1}^{(\mathbb{A}_i)} \dots \mathbf{u}_{\mathbb{A}_i}^{(\mathbb{A}_i)}]$  ( $r_{\mathbb{A}_i} = \text{rank}([\mathcal{R}]_{\mathbb{A}_i})$ ). La version adaptative est obtenue<sup>5</sup> en remplaçant les  $\mathbf{U}_0^{(\mathbb{A}_i)}$ 's par leur estimées  $\hat{\mathbf{U}}_0^{(\mathbb{A}_i)}$ .

Il est donc possible de construire autant de filtres que de partitions de  $\mathbb{A}$  possibles. La mise en œuvre de ces filtres nécessite d'étudier les rangs  $r_{\mathbb{A}_i}$  correspondants. Dans le cas du STAP polarimétrique on a  $\mathbb{A} = \{1, 2, 3\}$ . Il existe cinq partitions différentes de cet ensemble et donc cinq filtres rang faible tensoriels différents. Les filtres obtenus sont détaillés dans la table 1. Quand  $\mathbb{A}_1 = \{1, 2, 3\}$  le filtre est égal à son équivalent vectoriel. Lorsque  $\mathbb{A}_1 = \{1\}, \mathbb{A}_2 = \{2\}, \mathbb{A}_3 = \{3\}$  on obtient le même filtre que celui obtenu avec la HOSVD. Les rangs associés aux différents filtres sont décrits ci-dessous :

- $r_1$  est le rang de la dimension spatiale et  $r_2$  le rang de la dimension temporelle. Ils dépendent uniquement des paramètres du radar et ne sont pas déficients la plupart du temps.
- $r_3$  peut être déficient selon la nature des données et en particulier selon la valeur de  $\rho$ .
- $r_{12}$  est égal au rang de la matrice de covariance du cas classique 2D et peut être calculé grâce à la règle de Breznan [10].
- $r_{123}$  est déficient, sa valeur dépend de  $r_{12}$  et  $r_3$ .
- $r_{13}$  et  $r_{23}$  peuvent être déficients selon les valeurs de  $r_1, r_2$  et  $r_3$ .

## 4 Simulations

**Critère de performance** Afin de comparer les performances de nos filtres, on propose d'utiliser le SINR *loss* qui mesure la perte d'un filtre par rapport au filtre optimal. Dans notre cas il s'écrit de la manière suivante [11] :

$$\rho_{\text{loss}} = \frac{|(\text{vec}(\mathcal{W}_{lr})^H \text{vec}(\mathcal{S}))|^2}{\text{vec}(\mathcal{W}_{lr})^H \text{SqMat}(\mathcal{R}) \text{vec}(\mathcal{W}_{lr}) \text{vec}(\mathcal{S})^H \text{SqMat}(\mathcal{R})^{-1} \text{vec}(\mathcal{S})} \quad (9)$$

**Paramètres** Les simulations sont réalisées avec les paramètres suivants. La cible se déplace à une vitesse  $v = 10 \text{ m.s}^{-1}$  et se

5. Dans ce cas  $\mathcal{R}$  est estimé à l'aide du Sample Covariance Tensor :  $\hat{\mathcal{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathcal{X}_k \circ \mathcal{X}_k^*$ .

TABLE 2 – Valeurs des rangs pour  $\rho = 1$  et  $\rho = 0.5$

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_{12}$	$r_{23}$	$r_{13}$	$r_{123}$
$\rho = 1$	plein	plein	2	15	16	16	30
$\rho = 0.5$	plein	plein	plein	15	plein	plein	45

situé à  $\theta = 0^\circ$ , une situation où le STAP 2D n'a pas de très bonnes performances. Le récepteur est constitué de  $N = 8$  éléments, émettant chacun  $M = 8$  impulsions. Les autres paramètres du récepteur sont choisis de manière à ce que  $r_1$  et  $r_2$  ne soient pas déficients. Le *Signal to Noise Ratio* (SNR) est égal à 45 dB et le *Clutter to Noise Ratio* (CNR) est égal à 40 dB. On considère deux scénarios :  $\rho = 1$  où le *clutter* des canaux HH et VV est entièrement corrélé et  $\rho = 0.5$  qui correspond à un scénario plus réaliste. Les valeurs des rangs sont présentés dans la table 2 pour les deux scénarios.

**Résultats** Les figures 1 et 2 représentent les SINR *losses* en fonction du nombre de données secondaires  $K$ . Ils sont calculés grâce à des simulations de Monte-Carlo avec  $N_{rea} = 10000$  réalisations pour chaque valeur de  $K$ . Sur les deux figures, le SINR *loss* du STAP 2D est représenté à des fins de comparaison. On retrouve le résultat classique : le SINR *loss* atteint  $-3$  dB lorsque  $K = 2r_{12} = 30$ . De même le SINR *loss* de  $\hat{W}_{lr(1,2,3)}$  vaut  $-3$  dB lorsque  $K = 2r_{123}$  (60 pour  $\rho = 1$  et 90 pour  $\rho = 0.5$ ). Pour  $\rho = 1$ , les filtres ont tous des performances correctes étant donné que tous possèdent au moins un rang déficient.  $\hat{W}_{lr(1/2/3)}$ ,  $\hat{W}_{lr(1/2,3)}$  and  $\hat{W}_{lr(1,3/2)}$ , qui ne peuvent être obtenus que grâce à la AU-HOSVD, sont meilleurs que  $\hat{W}_{lr(1,2,3)}$  et le STAP 2D classique lorsque  $K$  est petit. Lorsque  $\rho = 0.5$ , les performances de  $\hat{W}_{lr(1,2/3)}$  sont meilleures que celles de  $\hat{W}_{lr(1,2,3)}$  et du STAP 2D quelque soit le nombre de données secondaires. En revanche  $\hat{W}_{lr(1/2/3)}$ ,  $\hat{W}_{lr(1/2,3)}$  et  $\hat{W}_{lr(1,3/2)}$  ont des performances médiocres. Cette situation est due au fait qu'aucun rang associé à ces filtres n'est déficient et donc qu'aucune projection n'a lieu. On constate que dans tout les cas, les filtres ne pouvant être obtenus que par la AU-HOSVD ont de meilleures performances. De plus, selon la nature des données la partition qui donne les meilleurs résultats n'est pas la même.

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons introduit une nouvelle décomposition tensorielle orthogonale : la AU-HOSVD, capable d'exploiter l'information contenues dans des combinaisons de dimensions. Grâce à cette propriété, nous avons pu proposer une version tensorielle du filtre STAP rang faible que nous avons appliquée au STAP polarimétrique. On a montré grâce aux simulations de SINR *loss* que les performances des filtres obtenues avec la AU-HOSVD sont meilleures que celles des approches vectorielles.

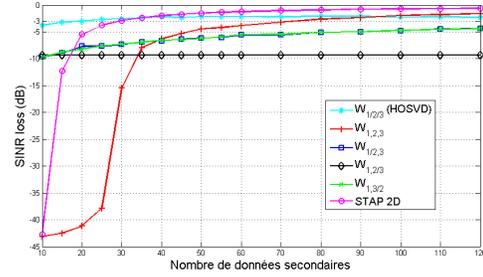


FIGURE 1 – SINR *loss* en fonction du nombre de données secondaires pour  $\rho = 1$ . La cible est située à la position ( $\theta = 0^\circ, v = 10m.s^{-1}$ ).

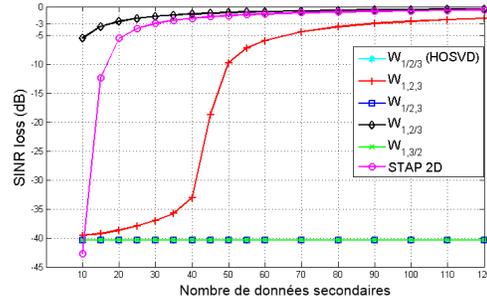


FIGURE 2 – SINR *loss* en fonction du nombre de données secondaires pour  $\rho = 0.5$ . La cible est située à la position ( $\theta = 0^\circ, v = 10m.s^{-1}$ ).

## Références

- [1] T. Kolda and B. Bader, "Tensor decompositions and applications," *SIAM Review*, vol. 51, pp. 455 – 500, 2009.
- [2] L. De Lathauwer, B. De Moor, and J. Vandewalle, "A multilinear singular value decomposition," *SIAM J. Matrix Anal. Apl.*, vol. 24, no. 4, pp. 1253–1278, 2000.
- [3] J. Ward, "Space-time adaptive processing for airborne radar," Tech. Rep., Lincoln Lab., MIT, Lexington, Mass., USA, December 1994.
- [4] I. Kirsteins and D. Tufts, "Adaptive detection using a low rank approximation to a data matrix," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. 30, pp. 55 – 67, 1994.
- [5] A. Haimovich, "Asymptotic distribution of the conditional signal-to-noise ratio in an eigenanalysis-based adaptive array," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. 33, pp. 988 – 997, 1997.
- [6] G. Showman, W. Melvin, and M. Belenkii, "Performance evaluation of two polarimetric STAP architectures," in *Proc. of the IEEE Int. Radar Conf.*, 2003, pp. 59–65.
- [7] M. Boizard, G. Ginolhac, F. Pascal, and P. Forster, "Low rank tensor STAP filter based on multilinear SVD," in *Proceedings of SAM*, Hoboken, New Jersey, USA, 2012.
- [8] L.R. Tucker, "Some mathematical notes on three-mode factor analysis," *Psychometrika*, vol. 31, pp. 279–311, 1966.
- [9] L. E. Brennan and L. S. Reed, "Theory of adaptive radar," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. 9, no. 2, pp. 237 – 252, 1973.
- [10] L. E. Brennan and F.M. Staudaher, "Subclutter visibility demonstration," Tech. Rep., RL-TR-92-21, Adaptive Sensors Incorporated, March 1992.
- [11] M. Boizard, G. Ginolhac, F. Pascal, and P. Forster, "A new tool for multidimensional low-rank STAP filter : Cross HOSVDs," in *Proceedings of EUSIPCO*, Bucharest, Romania, 2012.