*Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 4 (2) 2003, 133-140

# REGRESYON DENKLEMİNİN BAŞARISINI ÖLÇMEDE KULLANILAN BELİRLEME KATSAYISI VE KRİTİĞİ

## *SOME CRITICS ON THE USE OF COEFFICIENT OF DETERMINATION AS A SIGNIFICANCE TEST CRITERION FOR REGRESSION EQUATION*

**Alptekin GÜNEL**
*Doğuş Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi*

**ÖZET :** Makalede, regresyon analizinin konu ile ilgili hususları kısaca tekrarlandıktan sonra, örnek regresyon denkleminin göreceli etkinliğini belirlemede kullanılan "belirleme katsayısı"nın ($R^2$) kullanılmasındaki isabet üzerinde durulmuş ve kullanıma ilişkin sorunlara işaret edilmiştir. $R^2$ sistematik hata ile yüklü bir istatistik olup, sistematik hata düzeyi, sabit bağımsız değişken sayısı için, $R^2$ değeri yükseldikçe ve/veya örnek büyüklüğü arttıkça azalmaktadır. $R^2$ nin ilgili literatürde,üzerinde durulmayan bir özelliği, regresyon denkleminin "eğimi" ile bağıntılı oluşudur. Aynı düzeyde başarılı iki regresyon denkleminden, eğimi daha yüksek olanın $R^2$ değeri de daha büyük hesaplanmaktadır. Örnek büyüklüğünü dikkate alarak hesaplanan "düzeltilmiş $R^2$" ise, örnek büyüklüğünün belirli bir değerin altına kalması durumunda, negatif değerler almaktadır. $R^2$'nin özellikleri dikkate alındığında, belirleme katsayısının tek başına, regresyon denkleminin özelliklerini temsil edemediği, bu nedenle, regresyon denklemlerinin başarılarının karşılaştırılmasında, ek kriterlere de gerek olduğu anlaşılmaktadır. Söz konusu ek kriterler, örnek büyüklüğü, denklemlin eğimi ve denklemin standart hatası ile hata varyansının $R^2$'ye oranı olabileceği gibi, düzeltilmiş $R^2$ durumunda, örnek büyüklüğünün $R^2$ değerini negatif yapan eşik değeri ile ($1 - S_{Y.X} / S_{Y)}$ istatistiği kombinasyonu da kullanılabilir.

**Anahtar kelimeler**: *Regresyon Analizi, Belirleme Katsayısı, Regresyon denkleminin testi*

***ABSTRACT:*** *After introducing briefly the relevant aspects of regression analysis, the article discusses the merit of using the coefficient of determination ($R^2$) as a measure the relative efficiency or predictive precision of a sample linear regression and points out some problems associated with its use. Sample $R^2$ is a biased statistics, however, the bias decreases as the value of $R^2$ increases for the same sample size and for the same number of independent variables. On the other hand, $R^2$ also measures the steepness of the regression equation. If the goodness-of-fit of the regression curve remains constant, $R^2$ increases as the slope of regression surface increases, a fact that appears to be neglected in the relevant literature. Adjusted $R^2$, which is computed by taking the sample size into consideration, assumes negative values when sample size smaller than a threshold value. In short, $R^2$ alone does not reflect the entire picture with respect the efficiency of a sample regression curve; consequently, additional criteria should also be considered in inferring the efficiency of the regression curve, such as sample size, slope of the regression curve, standard error of the equation, ratio of the error variance over $R^2$. Another combination of criteria suggested is adjusted $R^2$ , threshold value of sample size, and the statistics ($1 - S_{Y.X} /S_{Y)}$.*

***Keywords****: Regression Analysis, Coefficient of Determination, Significance test on regression equation.*

## Problemin tanıtımı

İstatistik Yöntemlerin amacının, genel bir ifadeyle, “rassal örnekten elde edilecek bilgiler yardımı ile toplumun özellikleri (parametre değerleri ve dağılımı) hakkında çıkarımlar yapmak” olduğunu söyleyebiliriz. İstatistik yöntemlerin, aralarında kesin bir sınır çizilemese de, “tanımsal” ve “çıkarımsal” olmak üzere iki geniş grupta toplandığı bilinmektedir.

Çıkarımsal yöntemler arasında yer alan Regresyon analizi, değişkenler arasındaki bağıntıyı temsil eden matematik modeli belirlemeye ve modelin yeterlilik düzeyini irdelemeye yönelik, etkin ve değişik bilim alanlarında yaygın şekilde kullanılan bir yöntemdir. Regresyon modelinde, Y-bağımlı değişkeninin, bağımsız değişken X ’in her bir “kategorisi” ne ilişkin (k-tane), ayrı bir toplumu bulunduğu varsayılmakta ve eldeki tüm bilgilerden yararlanarak, bu k-toplumun “ortalama değerlerini” birarada hesaplanmaktadır..

Genel bir ifadeyle, Y bağımlı değişken, X bağımsız değişken olmak üzere, Y ve X’ler arasındaki bağıntıyı temsil eden doğrusal matematik model

$$Y = \alpha + \sum_{i=1}^{k} \beta_i X_i + \varepsilon_i \tag{1.1}$$

(k = Denklemdeki bağımsız değişken sayısı)

biçimindedir. Denklemdeki ($\varepsilon_i$) terimi, gerçek değerlerin “ortalamadan farklarını” temsil etmektedir ve “hata” olarak adlandırılmaktadır.

Alışılmış regresyon analizinde, hata terimi ile ilgili olarak yapılan kabuller şunlardır:
- Hata terimlerinin beklenen değerleri sıfırdır : $E(\varepsilon) = 0$
- ($\varepsilon$)’lerin varyansları, X – kategorilerine bağımlı olmaksızın, sabit ve eşittir.
  $E(\varepsilon^2) = \sigma^2$ (Eşvaryanslılık özelliği)
- ($\varepsilon$)’ler birbirlerinden bağımsızdırlar: $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ ($i \neq j$ için)
- ($\varepsilon$)’ler ve X’ler bağımsızdırlar : $Cov(X,\varepsilon) = 0$

($\varepsilon$)’lerin “normal dağılımlı” oldukları kabulü yapılabilirse, örnekten sağlanan bilgiler yardımı ile bulunacak regresyon denklemine ilişkin bir çok varsayımın denetimi yanında, denklemin başarısını belirlemek de mümkün olmaktadır.

Regresyon modelinde, Y’ler “rassal değişken” dirler. Buna karşılık, X bağımsız değişkenlerinin rassal değişken olması gerekmemektedir. Çok kez, X-lerin hatasız ölçüldüğü kabul edilir. Aşağıdaki açıklamalarda da, X’lerin hatasız ölçüldüğü varsayılacaktır.

Regresyon denleminin katsayılarının ($\alpha$ ve $\beta$) örnekten elde edilen bilgiler yardımı ile hesaplanmasında, esas itibariyle, “en küçük kareler” yöntemi kullanılmaktadır. Regresyon denklemine ilişkin kabullerin yerine gelmesi durumunda, en küçük kareler yöntemi ile hesaplanan katsayılar “en iyi doğrusal ve sistematik hatasız örnek değerleri” niteliğindedirler. “En iyi” ile kastedilen, en küçük kareler yöntemi ile hesaplanacak örnek regresyon denkleminin varyansının, diğer hesaplama yöntemlerine göre bulunacak varyanslar arasında, en küçük olacağıdır.

Örnekten hesaplanan regresyon denkleminin verilere uyum düzeyini, dolaysıyla denklemin başarısını ölçmede “belirleme katsayısı ($R^2$)” denilen bir istatistik kullanılmaktadır. Belirleme katsayısı, regresyon denkleminin başarısını ölçme yanında, denklemin “tahmin gücü”nü de yansıtan bir istatistiktir.

Regresyon analizinde, temel yaklaşım, ölçülen (gözlenen) Y değerlerinin “kareler toplamı” nı, “regresyon kareler toplamı” ve “sapmalar kareler toplamı” olmak üzere iki elemana ayırmaktır.

$$\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_i (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_i (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$\bar{Y} = \sum_i Y_i \; / \; n$$

$\hat{Y}_i =$ denklemden hesaplanan Y değeri

Yukarıdaki eşitlikte, soldaki terim “Y’lerin kareler toplamını (TSS)”, eşitliğin sağındaki birinci terim “sapmalar kareler toplamını(ESS)”, ikinci terim ise “açıklanmış veya regresyon kareler toplamını (RSS)” hesaplamaktadır. RSS , regresyon denkleminin üstlendiği, diğer bir deyişle açıkladığı kareler toplamıdır. ESS ise, rassal nedenlerle oluşan kareler toplamıdır. Başarılı bir regresyon denklemi için, RSS’nin büyük olması veya ESS’nin küçük olması gerekir. Eşitliğin iki yanını TSS ile bölelim.

$$1 = \frac{RSS}{TSS} + \frac{ESS}{TSS} \tag{1.2}$$

(RSS/TSS) oranı, regresyon denkleminin açıkladığı “değişkenlik oranı”dır. Buna göre, oranın alacağı değeri, regresyon denkleminin başarı ölçüsü olarak kullanabiliriz. Bu orana “denklemin belirleme katsayısı ($R^2$)” denilmektedir.

$$R^2 = \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{ESS}{TSS} \tag{1.3}$$

Belirleme katsayısı ile regresyon denkleminin “sapmalar varyansı” arasındaki bağıntı ifadesi (ölçülen (gözlenen) değerler ile hesaplanan değerler arasındaki farkların varyansı) ise, (1.4) eşitliğidir

$$S_{y.x}^2 = \frac{n-1}{n-k-1} \left( S_y^2 - \sum_{i=1}^{k} b_i^2 S_i^2 \right) \tag{1.4}$$

$$S_{y.x}^2 = \frac{n-1}{n-k-1} S_y^2 (1 - R^2)$$

k= denklemdeki bağımsız değişken sayısı

$S^2_i$ = i’nci bağımsız değişkenin varyansı

Hata terimlerinin (ε) normal dağılımlı olduğunu kabulü geçerli ise (bir çok problemde normal dağılım kabulünün geçerli olduğunu söyleyebiliriz)

$$F = \frac{R^2 / k}{(1 - R^2)/(n - k - 1)} = \frac{n - k - 1}{k} \frac{R^2}{1 - R^2} \quad (1.5)$$

oranı, serbestlik dereceleri (k) ve (n-k-1) olan F dağılımı gösterir. ((k+1) denklemdeki katsayı sayısı). Bu sonuç, bize denklemin, Y ve X arasında, istatistik anlamda, geçerli bir bağıntıyı temsil edip etmediğini denetleme olanağı vermektedir. Bilindiği gibi, hesaplanan değer, tablodan alınacak kritik F değerinden büyükse, denklemin bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki bağıntıyı açıklamada başarılı olduğu çıkarımını yapmaktayız. Aksi durumda ise, denklemim başarısız olduğunu ileri sürmekteyiz.

Kuşkusuz, denklem başarılı bulunsa bile, denklemde bazı bağımsız değişkenlerin bu başarıya katkısı önemli olmayabilir. Buna bağlı olarak, regresyon denklemi ile ilgili olarak yapılan bir diğer denetim, regresyon denkleminde (k) sayıda bağımsız değişkene gerek olup olmadığıdır. Yaklaşık aynı düzeyde başarılı bir regresyon denklemi, daha az sayıda bağımsız değişkenle elde edilebilecekse, katkısı önemsiz olan bağımsız değişkenleri denklemden uzaklaştırmak daha rasyonel bir yaklaşım olacaktır. (p) sayıda bağımsız değişkenin (p < k) denkleme, istatistik anlamda, önemli bir katkı yapmadığını denetlemede izlenen yol, önce, regresyon denklemine tüm değişkenlerle hesaplamak ve bu denklemin belirleme katsayısını ($R^2_{k)}$ bulmak; daha sonra, söz konusu (p) sayıdaki bağımsız değişken hesap dışı bırakılarak, (k-p) sayıdaki bağımsız değişkenle yeni bir regresyon denklemi ve bu denklemin belirleme katsayısını ($R^2_p$) hesaplamaktır. Hesap dışı bırakılan değişkenlerin, istatistik anlamda, önemli olup olmadığını denetlemede kullanılan istatistik

$$F_{p;n-k-1} = \frac{(R_k^2 - R_{k-p}^2)/p}{(1 - R_k^2)/(n - k - 1)} \quad (1.6)$$

eşitliğinden hesaplanmaktadır. Söz konusu istatistik, serbestlik dereceleri p ve (n-k-1) olan, F dağılımı gösterir. Hesaplanan F –değeri, (p ve n-k-1) serbestlik dereceleri ve ($\alpha$) değeri için, tablodan alınacak kritik değerden büyükse, elemine edilen bağımsız değişkenlerin katkılarının önemli olduğu çıkarımı yapılacaktır; aksi durumda, hesap dışı bırakılan değişkenler denkleme önemli katkıda bulunmuyor demektir.

## Belirleme Katsayısına İlişkin Sorunlar

Regresyon denkleminin belirleme katsayısı, yukarıda da işaret edildiği gibi, denklemin doğrusal korelasyon katsayısının karesine verilen addır. Korelasyon katsayısının dayandığı teori, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin rassal olarak seçilmiş olmasını öngörmektedir. Bununla birlikte, hemen tüm çalışmalarda, bağımsız değişkenlerin rassal seçilip seçilmediğine dikkat edilmeksizin, doğrusal korelasyon katsayısının da hesaplandığı görülmektedir. Regresyon denklemi, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki bağıntının matematik modelini tanımlamaya yönelikken, korelasyon katsayısı, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki “doğrusal” bağıntının düzeyini ölçmeyi öngörür. Bu nedenle, her iki yöntemin aynı içerikli olduğu iddia edilemez (Neter, et al., 1996 : 631). Bu makalede, korelasyon katsayısından çok, belirleme katsayısı üzerinde durulmuştur.

Y-bağımlı değişkeni ile X-bağımsız değişkenleri arasındaki doğrusal korelasyon katsayısının karesine eşit olan belirleme katsayısı ($R^2$), regresyon denkleminin verilere ne düzeyde uyumlu olduğu yanında, regresyon denkleminin eğimi ile de ilgilidir. Basit regresyon denkleminde, denklemin (b) katsayısı için verilen eşitlik ile korelasyon katsayısı için bulunan eşitlik dikkate alındığında, belirleme katsayısı için aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz.

$$R^2 = r^2 = b^2 \frac{S_x^2}{S_y^2} \tag{1.7}$$

(b) katsayısının, regresyon denkleminin eğimi (tan $\theta$ = b) olduğu hatırlanacak olursa, belirleme katsayısı $R^{2'}$nin, aynı zamanda, denklemin eğiminin bir fonksiyonu olduğu görülmektedir. Regresyon denkleminin Y eksenini kestiği değer (a) ve sapmalar kareler toplamı değerinin (ESS) aynı kalması koşulunda, eğimin artması, (1.3) ve (1.7) denklemleri bir arada dikkate alındığında görüleceği gibi, belirleme katsayının değerini de yükseltecektir. (Barret, 1974 : 19-20) Sözü edilen koşullarda, belirleme katsayı değerindeki yükselme, $(\sum x^2 / \sum y^2)$ oranının değişmemesini gerektirmektedir. Bu sonucu (1.7) no.lu eşitlikten kolaylıkla görebiliriz. Buna göre, daha yüksek $R^2$ değeri, regresyon doğrusunun eğiminin yüksekliğinden de kaynaklanabilmektedir. (1.6) eşitliğinin ortaya koyduğu gibi, $R^2$ nin yükselmesi, sıfır varsayımının denetiminde kullanılan F değerini artıracaktır. Diğer bir deyişle, (ESS) aynı kalmasına karşın, denklemin güven düzeyi yükselecektir. Bu olgunun ortaya koyduğu gibi, aynı verileri kullanarak, farklı regresyon modellerinin karşılaştırılmasında, yalnız $R^2$ değeri kriterine göre değerlendirme yapmak yanıltıcı olabilecektir. Daha yüksek $R^2$ değeri, daha yüksek eğimden kaynaklanan bir sonuçsa, bu denklemin geçerlilik düzeyinin, aynı $R^2$ değerine sahip, fakat eğimi daha küçük bir denklemle eşit olduğunu ileri sürmek gerçekle bağdaşmayacaktır.

(1.6) no.lu eşitliğinin de ortaya koyduğu gibi, denklemin geçerliliği ile ilgili denetimde, örnek büyüklüğünün de etkisi vardır. Zira, aynı $R^2$ değeri ve bağımsız değişken sayısı için, örnek büyüklüğünün artması, sıfır varsayımının ret edilme olasılığını da artırmaktadır. Buna bağlı olarak, yüksek örnek büyüklüğü için, küçük $R^2$ değeri; istatistik anlamda, önemli bulunurken, örnek büyüklüğünün düşük olması durumunda, yüksek $R^2$ değeri için bile, sıfır varsayımı ret edilmeyecektir.

Bununla birlikte, $R^2$ nin, büyük hesaplanmasında, bağımsız değişken sayısı ile örnek büyüklüğü arasında sıkı bir bağıntı vardır. Örneğin, iki boyutlu bir uzayda, doğruyu belirlemek için iki noktanın belirlenmesi yeterli olmaktadır. Benzer şekilde, üç boyutlu bir uzayda, aynı doğru üzerinde olmayan üç noktadan kesinlikle bir düzlem geçecek, buna bağlı olarak, $R^2$ değeri (1) hesaplanacaktır. Bu basit örneğin ortaya koyduğu gibi, bağımsız değişken sayısı (denklemin boyutu) ile karşılaştırıldığında, örnek büyüklüğünün, göreceli olarak, küçük kalması, $R^2$ değerinin yüksek çıkmasını sağlayacak, denklemin geçerliliği konusunda yanıltıcı bir gösterge olacaktır.

$R^2$ ile ilgili olarak, belirtilmesi, gereken bir diğer önemli konu, örnek $R^2$ değerinin "sistematik hata"lı olduğudur. Diğer bir deyişle $R^2$ nin beklenen değeri toplum belirleme katsayısına eşit değildir.(Kendal ve Stuart, 1967). Bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasında her hangi bir bağıntı olmadığı, diğer bir deyişle, toplum belirleme katsayısının sıfır olduğu $(\mu_{R^2} = 0)$ koşulda örnek belirleme katsayının beklenen değeri (1.8) eşitliğidir.

$$E(R^2 / \mu_{R^2} = 0) = k/(n-1) \tag{1.8}$$

(k=bağımsız değişken sayısı)

Eşitliğe göre, $R^2$ nin sistematik hatası, her zaman pozitif değerlidir. Hatanın değeri, yukarıda değinildiği gibi, bağımsız değişken sayısı ile örnek büyüklüğü oranının bir fonksiyonudur. Örnek büyüklüğünün artması, hata değerini azaltacaktır. Buna göre, özellikle, örnek büyüklüğü, bağımsız değişken sayısına göre düşük kalıyorsa,Y bağımlı değişkeni ile, X bağımsız değişkenleri arasında hiç bir istatistik bağıntı olmamasına karşın, yüksek $R^2$ değeri hesaplama olasılığı her zaman vardır. Gösterilebilir ki, toplum belirleme katsayısı sıfıra eşit olmasa bile, ($\mu_{R^2} > 0$), $R^2$ nin beklenen değeri

$$E(R^2) = 1 - \frac{n-k-1}{n}(1-\mu_{R^2})H(1,1,(n+1)/2, \mu_{R^2}) \tag{1.9}$$

(1.9) ifadesidir (Wishart, 1931: 253-361) (Denklemdeki H –fonksiyonu, parametreleri 1, 1, (n+1)/2 ve $\mu_{R^2}$ olan, hipergeometrik fonksiyondur)

(1.9) eşitliği, Y ve X değişkenlerinin rassal değişkenler olduğunu öngörmektedir. X bağımsız değişkenleri, bir çok regresyon analizinde kabul edildiği gibi, rassal değişken değillerse, (1.9) ifadesi yerine aşağıdaki yaklaşık ifade kullanılmaktadır (Kendall, ve Stuart,1967 : 341-342)

$$E(R^2) = \mu_{R^2} + \frac{k}{n-1}(1-\mu_{R^2}) - \frac{2(n-k-1)}{n^2-1}\mu_{R^2}(1-\mu_{R^2}) \tag{1.9a}$$

İfadenin yaklaşıklık düzeyi (1 / $n^2$) dir. (1.9a) eşitliğine göre, $R^2$ nin sistematik hatası, sabit bir $\mu_{R^2}$ değeri ve denklemdeki bağımsız değişken sayısı (k) için, örnek büyüklüğü arttıkça, hızla azalmakta, buna karşılık, sabit bir (n) değeri için, $\mu_{R^2}$ değeri ile birlikte artmaktadır. Örnek büyüklüğü ve $\mu_{R^2}$ değerlerinin aynı kalması koşulunda ise, bağımsız değişken sayısının artması sistematik hata düzeyini yükseltmektedir. (1.9a) eşitliği yardımı ile gösterilebileceği gibi, toplum belirleme katsayısının değeri 0,50'den küçükse, sistematik hata pozitif; belirleme katsayısının bundan büyük değerleri için, negatiftir. Aşağıdaki tabloda, k= 2, çeşitli (n) ve farklı $U_{R^2}$ değerleri için $E(R^2)$ ile hata oranları gösterilmiştir.

$E(R^2)$ değerleri

| $U_{R^2}$ | 0,60 | % | 0,70 | % | 0,80 | % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| n = 20 | 0,622 | 3,7 | 0,714 | 2 | 0,807 | 0,88 |
| = 30 | ,613 | 2,2 | ,708 | 1,1 | ,804 | 0,50 |
| = 40 | ,609 | 1,5 | ,706 | 0,6 | ,803 | 0,38 |
| = 50 | ,607 | 1,2 | ,704 | 0,57 | ,802 | 0,25 |

(% : hata yüzdesi)

Tablodan da görüldüğü gibi, aynı (n) değeri için, $U_{R^2}$ yükseldikçe hata oranı azalmakta; benzer şekilde, aynı $U_{R^2}$ için, örnek büyüklüğü arttıkça, hata oranı küçülmektedir.

## Düzeltilmiş Belirleme Katsayısı

(1.3) eşitliğinden hesaplanan $R^2$ değerinin, örnek büyüklüğünün bir fonksiyonu olduğuna yukarıda işaret edilmişti. Bu nedenle, bazı araştırıcılar, $R^2$ değerinin hesaplanmasında, örnek büyüklüğünün de dikkate alınmasını savunurlar. Bu amaçla önerilen denklem (1.20) ifadesidir (Green, 1990 : 193)

$$R_a^2 = 1 - \frac{ESS/(n-k-1)}{TSS/(n-1)} = 1 - \frac{n-1}{n-k-1}(1-R^2) \qquad (1.10)$$

Düzeltilmiş $R_a^2$ değeri, her zaman $R^2$ değerinden küçüktür. Bu iki değer arasındaki fark, n ve $R^2$ değerleri artar, bağımsız değişken sayısı k azalırsa, daha da büyümektedir. Toplum belirleme katsayısı sıfıra eşitse, düzeltilmiş belirleme katsayısının beklenen değeri de sıfır olmaktadır. Bu koşulda, düzeltilmiş belirleme katsayısı "sistematik hatasız"dır. Bununla birlikte, örnek büyüklüğü n'e kıyasla, $R^2$ değeri küçük veya bağımsız değişken sayısı yüksek ise, $R_a^2$ nin negatif değerler alması gibi anlamsız bir durumla karşılaşılmaktadır. Böyle bir durumla karşılaşıldığında, regresyon denkleminden hesaplanacak Y'ler yerine, gerçek Y değerlerinin ortalamasını kullanmak daha gerçekçi olacaktır.

(1.10) eşitliğini sıfıra eşitledikten sonra, denklem n'için çözülecek olursa, (1.11) eşitliğini elde ederiz. (1.11) eşitliğindeki $n_0$ değeri, düzeltilmiş belirleme katsayısını negatif yapan örnek büyüklüğü sınırıdır. Bu değerden daha küçük örnek büyüklükleri için düzeltilmiş belirleme katsayısı negatif bulunacaktır.

$$n_0 = (k + R^2)/R^2 \qquad (1.11)$$

Bazı yazarlar, (1.10) no.lu eşitlikte verilmiş olan

$$\frac{ESS/(n-k-1)}{TSS/(n-1)}$$

oranının, örnek büyüklüğünü de dikkate alması nedeniyle, daha anlamlı olduğunu, bu nedenle, regresyon denkleminin başarısını değerlendirmede

$$1 - \left(\frac{ESS/(n-k-1)}{TSS/(n-1)}\right)^{1/2}$$

ifadesinin kullanılmasını önermektedirler (Crocker, 1972 : 31-33)

## Tartışma

Yukarıda yapılan açıklamaların ortaya koyduğu gibi,

(1) Regresyon denkleminin başarısının, yalnız belirleme katsayısı yardımı ile saptanmak istenmesi yanıltıcı çıkarımlara yol açabilmektedir. Zira, $R^2$ değeri,

yalnız regresyon denkleminin, genel değişkenliğin yüzde kaçını açıkladığına göre belirlenmemekte, aynı zamanda, denklemin eğimine göre de oluşmaktadır.

(2) Örnek büyüklüğünün, bağımsız değişken sayısına göre, yüksek alınmış olması, $R^2$ nin önem düzeyini yükseltmektedir. Bu nedenle, yüksek $R^2$ değeri her zaman "yüksek bir uyum" anlamına gelmemektedir.

(3) $R^2$ nin beklenen değeri, toplum belirleme katsayısına eşit değildir ($E(R^2 \neq \mu_{R^2}$), diğer bir deyişle, örnek belirleme katsayısı sistematik hatalıdır. Bu hata, denklemdeki bağımsız değişken sayısı, örnek büyüklüğü ve toplum değişkenlik katsayısının bir fonksiyonudur.

(4) Düzeltilmiş $R^2$ değeri ile düzeltilmemiş $R^2$ değeri arasındaki fark, örnek büyüklüğüne bağlıdır. Aynı bağımsız değişken sayısı için, örnek büyüklüğü ve $R^2$ değeri yükseldiğinde, söz konusu fark azalmaktadır.

(5) Yukarıda işaret edilen özellikler dikkate alındığında, Regresyon denkleminin başarısı değerlendirilirken, belirleme katsayısı yanında

(a) örnek büyüklüğü, bağımsız değişken sayısı ve sapmalar standart hatası

(b) Belirleme katsayısı, $E(R^2 / U_{R^2} = 0)$ , $E(R^2 / U_{R^2} = R^2)$ değerleri (For 1.9a)

(c) Hesaplanan F (veya t) değerine ilişkin ihtimal, denklemin eğimi

(d) $R^2_{düz}$ , $(1\text{-}S_{Y.X}/S_Y)$ ve $n_0$ eşit değeri (For 1.11)

(e) $S^2_{Y.X}$ / $R^2$ oranı kriterler kombinasyonlarından biri göz önünde bulundurulmalıdır.

(6) Katsayıların standart sapmaları, aynı zamanda, bağımsız değişkenler arası korelasyonun bir fonksiyonu olduğundan, katsayılarla ilgili değerlendirme yaparken, denklemin korelasyon matrisi dikkate alınmalıdır.

Örneğin, regresyon denklemi için aşağıdaki hesaplamaları yaptığımızı kabul edelim n= 20, k=1 $S_Y = 5,5$ $S_{Y.X}= 2,98$ $R^2 = 0,721$ . (1.5) eşitliğinden hesaplanan F değeri $F_{20,\ 18,}= 46,6$ dir.. Ayrıca, $E(R^2 / U_{R^2} = 0)$ =0,053, $E(R^2 / U_{R^2} = R^2)$ = 0,718 değerleri yanında, denklemin eğimi $\theta = 42,7$ dir.Toplum belirleme katsayısının sıfır olması koşulunda, örnek $R^2$ değerinin 0,721 hesaplanma ihtimali, F-tablosuna göre, (0,005) veya daha küçüktür. Bu durumda, denklemimizin istatistik anlamda, geçerli bir denklem olduğunu ileri sürebiliriz.

## Kaynaklar

BARRET, J.P. (1974). Coefficient determination - some limitations. *The American Statistics*, 28 (1).

CROCKER, D.C. (1972) Some interpretations of the multiple correlation coefficients. *The American Statistician*, 26 (2).

GREEN, W.H. (1990) *Econometric analysis*, New York, McMillan.

KENDALL, M.G., STUART, A. (1967) *The advanced theory of statistics*, Vol. II. New York, Hafner Pub. Co.

NETER, J. et al. (1996) *Applied linear statistical models*, New York, McGraw-Hill.

WISHART, J. (1931) The mean and second moment coefficient of the multiple correlation coefficient, in sample from a normal population, *Biometrika*, Vol. 2.