

Estimación de parámetros de un UAV tipo ala volante mediante algoritmos metaheurísticos

Jorge Alejandro Benjumea Giraldo, Carlos Mario Vélez Sánchez, *Universidad EAFIT*.

Resumen—En este trabajo se describe el desarrollo y prueba de una herramienta en Matlab/Simulink para la estimación de parámetros aerodinámicos de un vehículo aéreo no tripulado (UAV) tipo ala volante a partir de las entradas y salidas observables del sistema, por medio de métodos metaheurísticos. Para ello se procede con la descripción de un modelo matemático tipo caja gris implementado en Simulink, el cual representa la dinámica general de una aeronave descrita por las derivadas de estabilidad como coeficientes de las fuerzas y momentos inherentes al cuerpo rígido del sistema. Igualmente se describen los algoritmos metaheurísticos utilizados por el software de estimación (algoritmos genéticos y optimización por enjambre de partículas), los cuales brindan las características más representativas del comportamiento social y evolutivo presente en esta disciplina. A continuación, se realizan simulaciones con un modelo generador de datos con perturbaciones y un modelo caja gris para la estimación, de manera que se puedan validar la aplicabilidad, eficacia, problemas y bondades del método. Finalmente, se realizan estimaciones de algunos parámetros en condiciones de vuelo longitudinal y se comparan los resultados con los datos teóricos. Los resultados, obtenidos a partir de datos simulados con un modelo de un ala volante, muestran que la herramienta, principal aporte de este trabajo, permite estimar los parámetros de una manera amigable y eficiente, con desviaciones y tiempos de cómputo aceptables para once parámetros.

Palabras clave— Algoritmo genético, algoritmos heurísticos, estimación de parámetros, identificación, Matlab/Simulink, modelo matemático, optimización, optimización por enjambre de partículas, simulación, vehículo aéreo no tripulado.

I. INTRODUCCIÓN

HOY en día la simulación, aparte de ser una propuesta tecnológica de un proyecto, se ha convertido en una herramienta de innovación empresarial, la cual envuelve gran parte de los ámbitos ingenieriles. Las técnicas de identificación y estimación de parámetros a partir de un conjunto de datos, han sido ampliamente utilizadas para la modelación y simulación de sistemas dinámicos en diversos campos de la ingeniería, convirtiéndose en parte integral del diseño y análisis de cualquier modelo de alta complejidad. La base de esto es un buen fundamento matemático de los modelos a utilizar y la sinergia que poseen respecto a sus

análogos reales. Por esto, las aproximaciones a la realidad de un modelo brindan más garantías con respecto a su validez y aplicación en la ciencia computacional.

En relación a los UAV, se espera que en los próximos años el uso de aeronaves no tripuladas incremente su cobertura en actividades civiles y comerciales, y es de gran importancia garantizar la seguridad de las operaciones dentro del espacio aéreo [1]. La industria aeroespacial ha puesto gran énfasis en la identificación de sistemas [2], ya que los modelos matemáticos resultantes son útiles en el proceso de diseño, predicción y gestión de los mismos. Por tal motivo se ha identificado que en el ámbito aeronáutico la certificación de aeronaves no tripuladas con base en sus modelos matemáticos y métodos formales tiende a convertirse en una exigencia por parte de muchas entidades regulatorias, y es aquí donde yace una gran oportunidad de investigación [3][4].

La identificación de parámetros a partir de modelos no lineales tiene un gran potencial en la aplicación y usabilidad en el desarrollo de entornos de simulación de vuelo, detección de fallos (actualización de datos aerodinámicos para la evaluación de la seguridad de vuelo), sistemas de control y navegación, entre otros. A su vez, es de gran interés por la posibilidad de obtener las características aerodinámicas para toda la envolvente de vuelo, lo cual permite obtener modelos de simulación más exactos y realistas. La envolvente de vuelo especifica los límites de rendimiento de velocidad, altitud y aceleración (curvas de velocidad frente a otras variables) que una aeronave no puede exceder de manera segura.

Una descripción muy completa de la estimación de parámetros de aeronaves a partir de datos de vuelo y su desarrollo histórico se encuentra en [5]–[7], donde puede verse una extensa lista de referencias bibliográficas desde 1919. La estimación de parámetros empezó a aplicarse a aeronaves en los años 1950, pero solo a principios de los años 1970 se hizo popular con la llegada de los computadores digitales y la disponibilidad de mejores dispositivos electrónicos. En la actualidad, los recientes avances en potencia de cálculo han permitido el uso de técnicas más complejas de estimación no solo fuera de línea, sino en forma recursivas, tales como el control reconfigurable o adaptativo, sistema de autorrecurrencia, control tolerante a fallos, entre otros [8][9].

Para una buena estimación de parámetros de una aeronave se requiere del procedimiento de las *4M* [7]: un buen *Modelo* teórico del sistema, buenos datos obtenidos a partir de *Maniobras* adecuadas, *Mediciones* confiables y *Métodos* de estimación en el dominio del tiempo o el dominio de la

Este trabajo fue apoyado por la Universidad EAFIT: la Dirección de Investigaciones y el grupo de investigación de Modelado Matemático.

J. A. Benjumea estudiante de maestría en la Universidad EAFIT, Medellín, COLOMBIA (e-mail: jbenjum3@eafit.edu.co)

C. M. Vélez trabaja en el departamento de ciencias básicas de la Universidad EAFIT, Medellín, COLOMBIA (e-mail: cmvelez@eafit.edu.co).

frecuencia que traten con alinealidades y ruidos no ideales. Aunque se pueden aplicar métodos generales de identificación para obtener modelos tipo caja negra que representan en gran parte las alinealidades, como son los métodos por redes neuronales y métodos difusos [10][11], en este trabajo se explica la estimación de parámetros cuando se cuenta con un modelo teórico de la aeronave tipo caja gris.

En [12], [13] y [14] se describe un modelo teórico general de una aeronave y algunos modelos reducidos para un régimen determinado de vuelo (vuelo longitudinal, vuelo lateral, ascenso o descenso, giro). En [14] se dan, además, el procedimiento de linealización alrededor de puntos de equilibrio (*trim*), la solución del modelo por métodos numéricos y la implementación de la simulación en Matlab® [15].

La mayoría de los métodos realizan una estimación por grupos y modelos lineales en los parámetros [5][16], es decir, estimando subgrupos de parámetros en diferentes regímenes de vuelo. Los parámetros estimados del modelo lineal $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ corresponden a las derivadas aerodinámicas (los elementos de \mathbf{A} son las derivadas de estabilidad y los elementos de \mathbf{B} son las derivadas de control), las cuales pueden obtenerse analíticamente (con ayuda de la dinámica computacional de fluidos), en pruebas en túneles de viento (con limitaciones debidas a alinealidades y problemas del factor de escala) o a partir de datos de vuelo con métodos de estimación. En [17] se encuentra un resumen detallado de las limitaciones derivadas a los procesos de estimación cuando el factor de escala es un gran limitante.

La aeronave de referencia de este trabajo es un ala volante Zagi 60" [18][19]. Generalmente, las entradas del modelo son las deflexiones del elevador (*elevator*), el timón de dirección (*rudder*), los alerones (*ailerons*) y el acelerador del motor (*throttle*); las señales de salida son las aceleraciones, velocidades angulares, ángulos de ataque y deslizamiento. Las variables de estado son las velocidades lineales $[u, v, w]$, las velocidades angulares $[p, q, r]$ y los ángulos de Euler $[\varphi, \theta, \psi]$, en el sistema de coordenadas del cuerpo. En el caso de un ala volante, las entradas son los elevones y no se usa el timón de dirección: la superficie de control de cada ala es independiente y su combinación se traduce en el uso de elevadores (si se mueven con el mismo sentido), alerones (si el sentido es contrario) o ambos (dos efectos anteriores al mismo tiempo); sin embargo, el efecto final de los elevones se puede modelar por medio del elevador y los alerones.

Para la recolección de datos significativos en los métodos matemáticos de estimación es necesario aplicar unas señales de entrada adecuadas [5][7], tales como el escalón, doblete, multipaso 3211, PRBS, entre otras. Por ejemplo, el problema de colinealidad de los datos se presenta cuando el vector de regresión en un instante del tiempo k es linealmente dependiente de otros vectores en otros instantes, lo que lleva a que la matriz de covarianzas sea singular (o cercana a la singularidad) y el problema de estimación de parámetros no tenga solución. Sin embargo, en la estimación con métodos metaheurísticos muchas de estas condiciones no son tan relevantes debido a que no son métodos estadísticos.

Los métodos de estimación más utilizados en aeronaves son el método de mínimos cuadrados, error de la salida (*output-error*), error filtrado (*filter error*), máxima verosimilitud (*maximum likelihood*) y gradiente descendiente [7] [20][21][22][23]. En [17] se puede encontrar un resumen actualizado de los sistemas de identificación utilizados en la actualidad, categorizados por tipo de aeronave, siendo más cuantiosos los métodos matemáticos.

El cálculo de los parámetros por optimización de una función de coste se puede realizar por métodos matemáticos o metaheurísticos. Entre los métodos matemáticos están el método simplex, Newton-Raphson, Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt; en [21] se analizan los diferentes métodos numéricos de optimización. Resolver un problema de optimización significa encontrar la mejor solución posible a un problema formulado en términos matemáticos, donde el criterio que evalúa la calidad de una solución es cuantitativo, generalmente asociado una función de coste y un número de iteración.

Los métodos metaheurísticos son estrategias y reglas de decisión generales utilizados para solucionar problemas difíciles basados en la experiencia previa. Los métodos heurísticos pueden variar en el grado de abstracción, siendo algunos muy generales con aplicación a una gran variedad de problemas, mientras que otros pueden ser más específicos y se limitan a un área particular del conocimiento. En el presente trabajo se discuten los dos metaheurísticos más representativos, los cuales se caracterizan por su robustez para atender necesidades de diferente naturaleza: uno basado en el comportamiento evolutivo (algoritmo genético) y otro basado en el comportamiento social (enjambre de partículas).

Los métodos metaheurísticos, aunque no convergen con precisión al valor óptimo, tienen ciertas ventajas sobre los métodos matemáticos [24][25]: aplicabilidad a modelos muy complejos con muchos parámetros, utilización de cualquier tipo de función objetivo, menor sensibilidad a las condiciones iniciales, menor carga computacional, menor probabilidad de convergencia a un óptimo local, y no se requiere el cálculo de gradientes.

Los algoritmos genéticos son una propuesta de búsqueda dirigida, basada en la probabilidad de exploración del espacio de búsqueda y con el supuesto de que algunos individuos con ciertas características son aptos para sobrevivir y transmitir estas cualidades a su descendencia. Este método opera sobre un conjunto de soluciones (miembros de una población) representadas como cadenas binarias (cromosomas). Durante la ejecución del algoritmo dicha población se somete a diferentes operadores biológicos (mutación, recombinación genética, selección, entre otros) con el objetivo de renovar la aptitud de la mayoría de los individuos y así converger a una solución óptima [7][8].

La optimización por enjambre de partículas (*Particle Swarm Optimization, PSO*) permite optimizar un problema a partir de una población de soluciones candidatas denotadas como "partículas", moviéndolas por el espacio de búsqueda factible según reglas matemáticas que tienen en cuenta la posición, velocidad e inercia de las partículas. El movimiento

de cada partícula se ve influenciado por su mejor posición local hallada hasta un momento dado, así como por las mejores posiciones globales encontradas por otras partículas a medida que recorren el espacio de búsqueda. El fundamento teórico de esto es hacer que la nube de partículas converja rápidamente hacia las mejores soluciones encontradas hasta el momento [26].

Los métodos metaheurísticos han tenido, en general, gran acogida en cuantiosos problemas de optimización aplicados en el sector aeroespacial, desde la estimación de parámetros de control, el análisis y diseño estructural, diseño de perfiles aerodinámicos, control de flujo del tráfico aéreo y cálculo de trayectorias, entre otros [26][27][28][29]. Sin embargo, en la revisión bibliográfica realizada en varias bases de datos (ISI Web of Knowledge, Scopus, Science Direct, entre otras) no se encontró el uso detallado de estas metodologías de identificación y optimización orientadas al ajuste de modelos teóricos a datos reales en aeronaves, por lo que en este trabajo se hará énfasis en los detalles de la aplicación.

De esta manera, el principal aporte del trabajo es la presentación y descripción de una herramienta en Matlab/Simulink para la prueba y análisis eficientes de métodos metaheurísticos, y su validación en **pruebas con generación de datos a partir de un modelo de simulación no lineal un ala volante** que incluye perturbaciones, teniendo en cuenta los aspectos del procedimiento de las 4M de estimación: implementación de un modelo de Simulink del ala volante como modelo caja gris para la estimación de parámetros (con la posibilidad de implementar otros modelos), importación de datos reales de las entradas y salidas del sistema, implementación y configuración de diversos métodos metaheurísticos de optimización, computación en paralelo y configuración en uno o varios procesadores, y presentación y comparación adecuados de resultados para un mejor análisis. Con esto se busca mostrar las posibilidades de aplicación de métodos metaheurísticos, con una carga computacional aceptable en la estimación de parámetros de modelos caja gris no lineales con muchos parámetros.

En este capítulo se exponen algunos antecedentes de la estimación de parámetros de aeronaves, el planteamiento y justificación del problema y los principales aportes. La metodología utilizada se describe en los capítulos 2, 3 y 4 debido a su extensión. En el capítulo 2 se da, de manera resumida, el modelo matemático del ala volante que sirve de base para las pruebas de los métodos de estimación. En el capítulo 3 se describen los métodos metaheurísticos utilizados para las estimaciones. En el capítulo 4 se expone el diseño de experimentos con que se valida la herramienta desarrollada. En el capítulo 5 se discuten los principales aportes y resultados a partir de la herramienta desarrollada en Matlab/Simulink, para la estimación con base en los métodos metaheurísticos y el diagrama de simulación del modelo matemático. Finalmente, en el capítulo 6 se dan las principales conclusiones y recomendaciones.

II. MODELO MATEMÁTICO Y SIMULACIÓN DE UN ALA VOLANTE

Para llevar a cabo las simulaciones se utilizó el modelo matemático propuesto en [13], donde los autores introducen una descripción detallada de marcos de referencia y de rotación, marcos inerciales presentados en las aeronaves, marcos de transformación, ecuaciones de movimiento cinemáticas y dinámicas, fuerzas y momentos aerodinámicos y otros efectos presentes en la dinámica de cuerpo rígido de vehículos tipo MAV (*Micro Aerial Vehicle*), los cuales son una clase de UAV. En la Tabla I, se encuentra un resumen de las variables utilizadas por el modelo.

TABLA I
DEFINICIÓN DE VARIABLES DEL MODELO

Variable	Descripción
$[x, y, z]$	Posición del vehículo en el sistema de coordenadas inercial.
$[u, v, w]$	Velocidad del vehículo en el sistema de coordenadas del cuerpo.
$[\varphi, \theta, \psi]$	Ángulos de Euler en el sistema de coordenadas inercial: alabeo (<i>roll</i>), cabeceo (<i>pitch</i>), guiñada (<i>yaw</i>).
$[p, q, r]$	Velocidad angular del vehículo en el sistema de coordenadas del cuerpo.

A continuación se mencionan las ecuaciones más relevantes en la deducción y construcción del modelo utilizado para la estimación.

A. Marcos de Referencia

Antes de desarrollar un modelo matemático que muestre el comportamiento dinámico del vehículo, es importante entender la orientación relativa entre objetos en diferentes marcos de coordenadas. Específicamente, sobre cuál es la orientación relativa del MAV respecto a un observador terrestre. Se define entonces el marco inercial y marco de referencia del cuerpo.

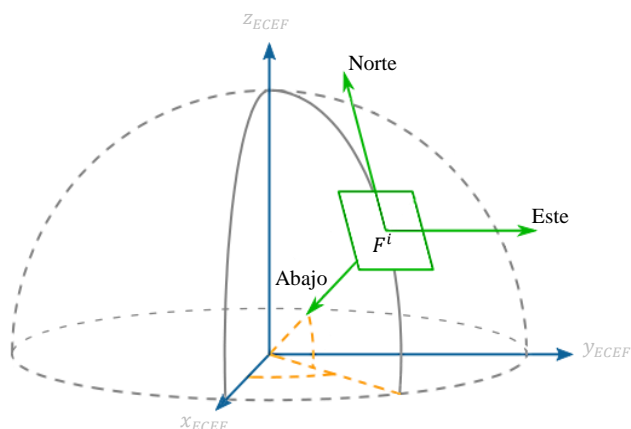


Fig. 1. Marco NED (North-East-Down) de un sistema dinámico.

1) Marco inercial F^i

Este marco hace referencia a un observador estático terrestre donde el vector unitario i^i tiene dirección Norte, j^i tiene dirección Este y k^i tiene dirección hacia el centro de la tierra (ver Fig. 1). Este marco de referencia permite definir la posición terrestre del vehículo. Se asume que la Tierra tiene una forma plana, lo que es válido para las aeronaves que tienen una autonomía de vuelo considerablemente baja (no se desplazan mucho del centro de operaciones).

2) Marco de referencia del cuerpo F^b

Este marco de referencia se obtiene a partir de la rotación de los ejes x , y y z del avión utilizando los ángulos de navegación o ángulos de Euler. Estos ángulos son el alabeo, inclinación y guiñada, representados por ϕ , θ , ψ , respectivamente. Este marco de referencia, utiliza la siguiente matriz de rotación.

$$\mathcal{R}_v^b(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

Donde, $c_x \triangleq \cos(x)$ y $s_x \triangleq \sin(x)$.

Otros marcos de referencia importantes son los generados por la rotación única del eje x , formando el ángulo de alabeo ϕ , y la rotación única del eje y , formando el ángulo de inclinación θ . Estos marcos de referencia son obtenidos a partir de las matrices de rotación \mathcal{R}_{v1}^{b1} y \mathcal{R}_{v2}^{b2} respectivamente:

$$\mathcal{R}_{v1}^{b1}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathcal{R}_{v2}^{b2}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

El subíndice en la matriz de rotación indica desde donde se van a rotar los ejes, y el superíndice indica los ejes rotados.

B. Cinemática y Dinámica de la Aeronave

Para la deducción de las ecuaciones de movimiento del MAV, se describe la relación existente entre las leyes del movimiento de la aeronave y las causas que provocan los cambios físicos. A su vez, se introducen 12 variables de estado y se asume una estructura de cuerpo rígido de la aeronave. De las variables de estado, tres describen los estados de posición y otras tres están asociadas al movimiento traslacional. Similarmente, tres describen la posición angular y otras tres la velocidad angular.

1) Cinemática

Generalmente, la velocidad traslacional es obtenida desde el marco del cuerpo, donde es representada por el vector de velocidad $[u, v, w]^T$, orientado a lo largo de los ejes x , y y z del avión. Por otro lado, el movimiento traslacional del MAV

es interpretado desde el marco inercial utilizando la transpuesta de la matriz de rotación definida en (1).

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathcal{R}_v^i \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = (\mathcal{R}_v^b)^T \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (4)$$

Reemplazando \mathcal{R}_v^b en (4) se obtiene que,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (5)$$

De esta manera, los vectores de velocidad del MAV serán paralelos a los ejes del marco inercial y podrán ser medidos como velocidades y posiciones terrestres.

La relación entre la posición angular y la velocidad angular están definidas en diferentes marcos del cuerpo, pero es claro que las velocidades angulares se pueden expresar en términos de las derivadas de los ángulos de Euler utilizando las matrices de rotación (2) y (3), como se muestra en (6).

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} + \mathcal{R}_{v1}^{b1}(\phi) \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{R}_{v1}^{b1}(\phi) \mathcal{R}_{v2}^{b2}(\theta) \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{pmatrix} \quad (6)$$

Reemplazando (2) y (3) en (6) y simplificando se tiene que,

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Las ecuaciones de estado para la velocidad angular se obtienen despejando (7):

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (8)$$

Así, las velocidades angulares del MAV son expresadas en términos de las posiciones angulares ϕ , θ y de las velocidades angulares p , q y r .

2) Dinámica

Para la dinámica de cuerpo rígido se utiliza como base la segunda ley de Newton. Debido a que las leyes de Newton se expresan en sistemas inerciales, los movimientos realizados por el vehículo deben estar referenciados al marco inercial. Se define el vector velocidad V_g para el movimiento traslacional, el cual, por conveniencia, es expresado en el marco de referencia \mathcal{F}^b :

$$V_g^b = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (9)$$

Este vector indica la velocidad del MAV respecto al

observador terrestre. Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento traslacional del vehículo se tiene que:

$$m \frac{dV_g}{dt_i} = f \quad (10)$$

Donde m indica la masa del MAV, d/dt_i es la derivada con respecto al tiempo en el marco inercial y $f \triangleq (f_x \ f_y \ f_z)^T$ es el vector de la suma de todas las fuerzas externas que actúan sobre el vehículo.

Debido a que la derivada de la velocidad indicada en (10) está en el marco inercial, esta se puede reescribir en términos de la derivada en el marco de referencia \mathcal{F}^b y de la velocidad angular $\omega_{b/i}$ del MAV con respecto al marco inercial:

$$\frac{dV_g}{dt_i} = \frac{dV_g}{dt_b} + \omega_{b/i} \times V_g \quad (11)$$

Sustituyendo (11) en (10) se obtiene una forma alternativa de la segunda ley de Newton con la derivada respecto al marco de referencia \mathcal{F}^b .

$$m \left(\frac{dV_g^b}{dt_b} + \omega_{b/i}^b \times V_g^b \right) = f^b \quad (12)$$

Donde, $\omega_{b/i}^b = (p \ q \ r)^T$

Despejando (12) se obtiene las derivadas de velocidades del cuerpo rígido en términos de las velocidades angulares p , q y r , las velocidades traslacionales u , v y w , y las fuerzas externas que actúan sobre la aeronave f :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad (13)$$

De forma análoga, para el movimiento rotacional se aplica la segunda ley de Newton:

$$\frac{dh}{dt_i} = m \quad (14)$$

Donde, h es el momento angular y m es la suma de todos los momentos externos, ambos en forma vectorial. Al igual que en el movimiento traslacional, se puede hacer una transformación de la derivada del tiempo con respecto al marco inercial para reescribirla en términos del marco de referencia \mathcal{F}^b :

$$\frac{dh^b}{dt_b} + \omega_{b/i}^b \times h^b = m^b \quad (15)$$

Donde, m se define como

$$m = \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \quad (16)$$

Para un cuerpo rígido se puede definir el momento angular como el producto entre la matriz de inercia J y la velocidad angular:

$$h^b \triangleq J \omega_{b/i}^b \quad (17)$$

Además de esto, la matriz de inercia J se simplifica, puesto que se asume la simetría constructiva existente en las aeronaves respecto al plano xz :

$$J \triangleq \begin{pmatrix} J_x & 0 & -J_{xz} \\ 0 & J_y & 0 \\ -J_{xz} & 0 & J_z \end{pmatrix} \quad (18)$$

Usando esta suposición de simetría y reemplazando (17) y (18) en (15) se tiene que:

$$J \frac{d\omega_{b/i}^b}{dt_b} + \omega_{b/i}^b \times (J \omega_{b/i}^b) = m^b \quad (19)$$

Despejando de (19) y resolviendo la inversa de la matriz de inercia se tiene que:

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_1 pq - \Gamma_2 qr + \Gamma_3 l + \Gamma_4 n \\ \Gamma_5 pr - \Gamma_6 (p^2 - r^2) + \frac{1}{J_y} m \\ \Gamma_7 pq - \Gamma_1 qr + \Gamma_4 l + \Gamma_8 n \end{pmatrix} \quad (20)$$

Donde,

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{J_{xz}(J_x - J_y + J_z)}{\Gamma} \\ \Gamma_2 &= \frac{J_z(J_z - J_y) + J_{xz}^2}{\Gamma} \\ \Gamma_3 &= \frac{J_z}{\Gamma} \\ \Gamma_4 &= \frac{J_{xz}}{\Gamma} \\ \Gamma_5 &= \frac{J_z - J_x}{J_y} \\ \Gamma_6 &= \frac{J_{xz}}{J_y} \\ \Gamma_7 &= \frac{(J_x - J_y)J_x + J_{xz}^2}{\Gamma} \\ \Gamma_8 &= \frac{J_x}{\Gamma} \\ \Gamma &= J_x J_z - J_{xz}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

Las ecuaciones (5), (8), (13) y (20) representan el modelo matemático de la cinemática y dinámica de cuerpo rígido para un vehículo aéreo tipo MAV en términos de las fuerzas externas y momentos que actúan sobre él.

C. Fuerzas y Momentos Aerodinámicos

La fuerza y distribución de la presión que actúa sobre el MAV están en función de la velocidad del vehículo, la densidad del aire, y el perfil alar. La presión dinámica está dada por $\frac{1}{2}\rho V_a^2$, donde ρ es la densidad del aire y V_a es la velocidad del vehículo.

Las fuerzas y los momentos aerodinámicos se dividen en dos grupos: longitudinales y laterales. Las fuerzas y momentos longitudinales actúan sobre el plano xz , conocido como plano de inclinación, mientras que las fuerzas y momentos laterales están en la dirección del eje y , ambos en el marco de referencia \mathcal{F}^b .

1) Aerodinámica longitudinal

Se identifican dos fuerzas que actúan sobre este plano, conocidas como fuerza de arrastre F_{drag} y fuerza de sustentación F_{lift} , y un momento angular m que actúa directamente sobre el eje y , generando un incremento o disminución del ángulo de cabeceo θ . Estas fuerzas y el momento están altamente influenciados por el ángulo de ataque α , por la velocidad angular q y por la deflexión de las superficies de control $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ y δ_f (alerón, elevador, timón de cola y flaps, respectivamente) como se indica a continuación.

$$F_{lift} = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S C_L(\alpha, q, \delta_e, \delta_f) \quad (22)$$

$$F_{drag} = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S C_D(\alpha, q, \delta_a, \delta_e, \delta_r, \delta_f) \quad (23)$$

$$m = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S c C_m(\alpha, q, \delta_e, \delta_r, \delta_f) \quad (24)$$

Donde C_L, C_D y C_m son coeficientes aerodinámicos adimensionales, S es el área alar y c es la cuerda media del perfil alar.

Para condiciones de linealidad, es decir, para pequeños ángulos de ataque, las ecuaciones dadas en (22), (23) y (24) se pueden aproximar por series de Taylor de primer orden:

$$F_{lift} = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S \left[C_L(\alpha) + C_{Lq} \frac{c}{2V_a} q + C_{L\delta_e} \delta_e + C_{L\delta_f} \delta_f \right] \quad (25)$$

$$F_{drag} = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S \left[C_D(\alpha) + C_{Dq} \frac{c}{2V_a} q + C_{D\delta_a} |\delta_a| + C_{D\delta_e} |\delta_e| + C_{D\delta_r} |\delta_r| + C_{D\delta_f} |\delta_f| \right] \quad (26)$$

$$m = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S c \left[C_M(\alpha) + C_{Mq} \frac{c}{2V_a} q + C_{M\delta_e} \delta_e + C_{M\delta_r} \delta_r + C_{M\delta_f} \delta_f \right] \quad (27)$$

Debido a ángulos de ataque muy pronunciados se produce un efecto conocido como pérdida (*stall*), donde el flujo

laminar sobre el extradós se empieza a desprender causando así una pérdida de sustentación considerable. Por tal motivo, $C_L(\alpha)$ es considerado como una función no lineal del ángulo de ataque y se define como:

$$C_L(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha)) [C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha] + \sigma(\alpha) [2 \text{sign}(\alpha) (\sin \alpha)^2 \cos \alpha] \quad (28)$$

Donde,

$$\sigma(\alpha) = \frac{1 + e^{-M(\alpha - \alpha_0)} + e^{M(\alpha + \alpha_0)}}{(1 + e^{-M(\alpha - \alpha_0)})(1 + e^{M(\alpha + \alpha_0)})} \quad (29)$$

La ecuación (29) se conoce como función sigmoide y tiene como parámetro de corte $\pm \alpha_0$ y tasa de transición M . La función $\text{sign}(\alpha)$ indica la función signo con el ángulo de ataque como parámetro. El comportamiento de $C_L(\alpha)$ se puede observar en la Fig. 2.

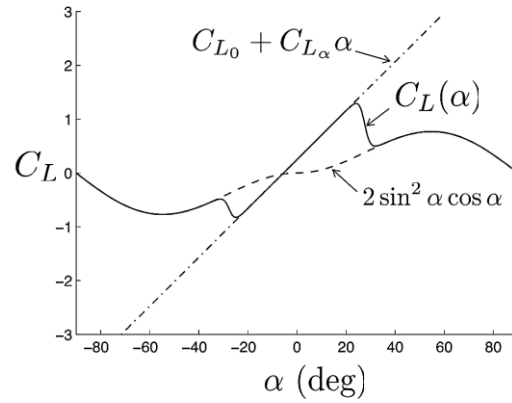


Fig. 2. Función no lineal del coeficiente de sustentación.

El coeficiente de arrastre C_D también se define como una función no lineal del ángulo de ataque, y se distingue el aporte de dos coeficientes conocidos como el arrastre parásito y arrastre inducido.

$$C_D(\alpha) = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR} \quad (30)$$

Donde,

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha \quad (31)$$

El valor de e indica el factor de eficiencia de Oswald que está directamente relacionado con las imperfecciones y suciedades aerodinámicas, y su valor se limita de entre 0.8 y 1. El parámetro AR se define como la relación de aspecto de la aeronave. En la Fig. 3 se puede observar el coeficiente de arrastre en función del ángulo de ataque con las aproximaciones cuadráticas descrita con anterioridad.

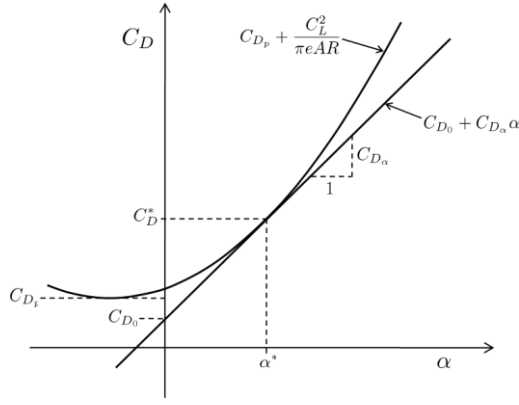


Fig. 3. Función no lineal del coeficiente de arrastre.

Finalmente, para el momento m el coeficiente $C_M(\alpha)$ se expresa como:

$$C_M(\alpha) = C_{M_0} + C_{M_\alpha}\alpha \quad (32)$$

2) Aerodinámica

La aerodinámica lateral está altamente influenciada por el ángulo de desplazamiento lateral β , las velocidades angulares p y r , y la deflexión de las superficies de control δ_a y δ_r . En este caso solo se identifica una fuerza en dirección del eje y , y dos momentos denominados l y n .

Al igual que la aerodinámica longitudinal, la aerodinámica lateral se puede aproximar por series de Taylor de primer orden:

$$f_y = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S \left[C_{Y_0} + C_{Y_\beta} + \frac{b}{2V_\alpha} (pC_{Y_p} + rC_{Y_r}) + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \right] \quad (33)$$

$$l = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S b \left[C_{l_0} + C_{l_\beta} \beta + \frac{b}{2V_\alpha} (pC_{l_p} + rC_{l_r}) + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r \right] \quad (34)$$

$$n = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S b \left[C_{n_0} + C_{n_\beta} \beta + \frac{b}{2V_\alpha} (pC_{n_p} + rC_{n_r}) + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r \right] \quad (35)$$

Los momentos l y n actúan directamente sobre los ejes x y z en el marco de referencia \mathcal{F}^b , generando variaciones en los ángulos de alabeo y deriva. Cuando $\beta = p = r = \delta_a = \delta_c = 0$, el coeficiente C_Y toma el valor de C_{Y_0} , los coeficientes $[C_{Y_\beta}, C_{Y_p}, C_{Y_r}, C_{Y_{\delta_a}}, C_{Y_{\delta_r}}]$ indican la variación de C_Y cuando β , p , r , δ_a y δ_c son diferentes de cero. La misma interpretación de los parámetros se da para los momentos l y n . En algunos casos, para vehículos aéreos simétricos en el plano xz , los parámetros C_{Y_0} , C_{l_0} y C_{n_0} toman el valor de cero.

Para más detalles de los coeficientes aerodinámicos, los modelos del viento, modelos de densidad del aire, gravedad, propulsión se recomienda ver [13].

III. ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS

Un algoritmo es un conjunto ordenado y finito de operaciones que permiten solucionar un problema. Para la teoría de la complejidad computacional, la capacidad de un algoritmo la determina el número de operaciones aritméticas necesarias para su ejecución. Un problema es fácil si existe un algoritmo que lo resuelva en tiempo polinomial, es decir, si el número de operaciones necesarias para que el algoritmo resuelva el problema es una función polinomial del tamaño del problema. Si esta función no es polinomial, se considera como un problema difícil [30].

Los métodos metaheurísticos son de gran importancia para el estudio de problemas difíciles, en los cuales no es posible llegar a una solución por métodos matemáticos exactos y de ser posible dicha solución, sería demasiado compleja y extensa para llevarla a cabo.

A continuación se discuten los dos métodos metaheurísticos representativos para abordar este tipo de problemas, y de los cuales la herramienta desarrollada hace uso.

A. Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos basan su funcionamiento en las normas naturales de la evolución y pueden ser utilizados para solucionar problemas con abstracciones en representación binaria o real, es decir, el tipo de codificación puede variar según el tipo de solución e interpretación del usuario. En este trabajo se utiliza la codificación binaria, ya que permite más versatilidad con los operadores genéticos según se evidencia en [31]. La estructura básica de los algoritmos pertenecientes a esta familia de heurísticos se describe en la Fig. 4.

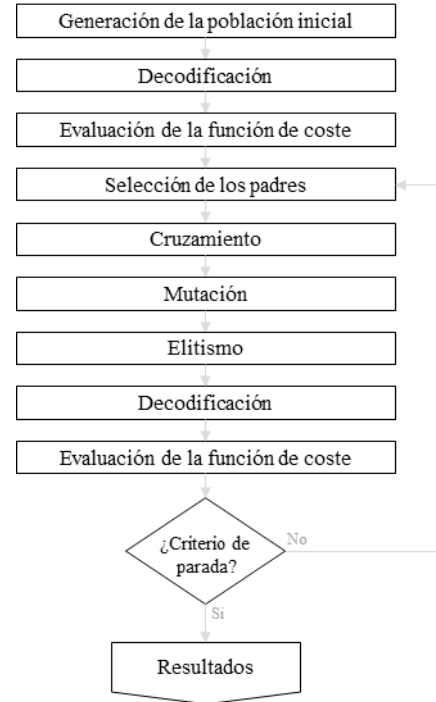


Fig. 4. Esquema general del algoritmo genético binario.

Para un mejor entendimiento se presenta la estructura básica del pseudocódigo utilizado por el software de estimación:

Algoritmo Genético

- 1: Generación aleatoria de la población inicial.
- 2: Decodificación de la población.
- 3: Evaluar la función de coste.
- 4: $iGeneracion = 1$.
- 5: **mientras** $iGeneracion \leq nGeneraciones$ **hacer**:
- 6: Seleccionar los mejores individuos de la familia actual.
- 7: Generar una nueva descendencia cruzando los mejores individuos.
- 8: Aplicar operadores de mutación a los hijos resultantes del cruce.
- 9: Decodificar la nueva población.
- 10: Evaluar la función de coste.
- 11: Aplicar selección elitista entre los mejores individuos de la nueva familia.
- 12: $iGeneracion ++$
- 13: **fin mientras**

La descripción puntual de como son los operadores biológicos no se discute en este trabajo, sin embargo, es válido aclarar que debido a la alta dimensionalidad del problema de optimización (gran cantidad de parámetros), el operador de mutación fue adaptado para el mejoramiento del desempeño del algoritmo, brindándole la posibilidad al usuario de seleccionar el número de puntos de mutación (de genes a mutar), totalidad del cromosoma y el número finito de alelos a mutar. A su vez, el operador de cruce está restringido, de manera que las nuevas descendencias estén dentro de las soluciones factibles del problema, respetando el espacio de búsqueda definido por el usuario.

B. Búsqueda por Enjambre de Partículas (PSO)

Este tipo de algoritmos de optimización, hace referencia al comportamiento y conducta social de los animales, concretamente de los insectos. El espacio de soluciones está formulado como un escenario multidimensional, en el que una población (enjambre o nube) de partículas (insectos) de tamaño n , actúan como agentes de búsqueda moviéndose en el espacio de soluciones, guiadas por los miembros del enjambre que han obtenido las mejores posiciones (mejores valores de la función de coste).

En este algoritmo cada partícula se comunica con un entorno o grupo social con el fin de concentrar la búsqueda basada en el resultado relativo de las mejores soluciones halladas hasta el momento, guardando en cada iteración, información de la mejor posición local obtenida y del mejor valor obtenido por cualquier partícula del entorno (posición global). La información de estas mejores posiciones, influye en el comportamiento de la partícula (Fig. 5).

Otros factores que influyen en la dinámica de las partículas se basan en propiedades del entorno, concretamente en las propiedades físicas, tales como la posición y velocidad (inicial

y relativa en cada iteración), e inercia al movimiento de cada una de ellas.

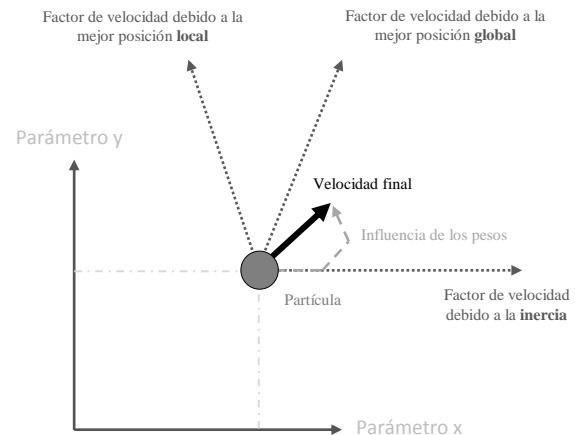


Fig. 5. Factores influyentes en las partículas del algoritmo PSO.

Para mejorar el ajuste de este algoritmo se considera que la inercia de las partículas es afectada por un tipo de fricción que le resta energía al movimiento. Esta fricción se expresó en términos del número de iteración, aumentando paulatinamente hasta el final del algoritmo. En la Fig. 6 se observa el esquema general del algoritmo descrito.

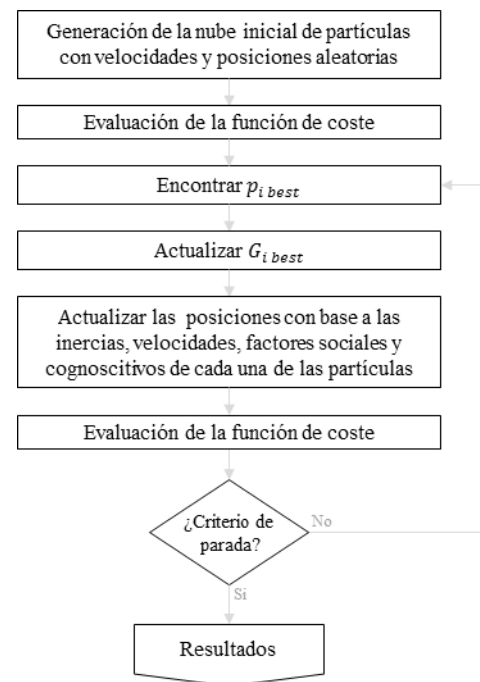


Fig. 6. Esquema general del algoritmo de búsqueda por enjambre de partículas.

Así, cada partícula i de la nube lleva asociados los siguientes vectores: posición actual p_i , velocidad actual v_i , posición de la mejor solución encontrada $p_{i\ best}$ y mejor posición obtenida por cualquier partícula del entorno $G_{i\ best}$.

A continuación se presenta la estructura básica del pseudocódigo utilizado.

PSO

- 1: Generación aleatoria de la población inicial.
- 2: $iIteracion = 1$.
- 3: **mientras** $iIteracion \leq nIteraciones$ **hacer**:
- 4: Para cada partícula hacer:
- 5: Calcular la velocidad teniendo en cuenta la inercia, mejor posición global, mejor posición de entorno, factor social y factor cognitivo.
- 6: Calcular la posición tras el delta de la velocidad.
- 7: Para cada partícula hacer:
- 8: Verificar la factibilidad de la nueva posición, si no es factible limitar según el dominio definido del parámetro correspondiente según la partícula.
- 9: Evaluar la función de coste.
- 10: $iIteracion ++$
- 11: **fin mientras**

C. Función de coste

Para poder realizar la identificación y estimación de los coeficientes del modelo se tienen en cuenta las salidas observables del sistema: las aceleraciones y las velocidades angulares en los ejes de la aeronave. Estas mediciones se realizan a partir de dispositivos como las unidades inerciales de navegación (acelerómetros y giróscopos, respectivamente). El vector de salida del modelo se define como:

$$y = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (36)$$

Donde a_x , a_y y a_z son aceleraciones y p , q y r son frecuencias angulares (en los ejes de la aeronave).

La solución de un problema de optimización significa encontrar la mejor solución posible a un problema formulado en términos matemáticos, donde el criterio que evalúa la calidad de una solución expresa el nivel de abstracción del problema en términos cuantitativos generalmente asociados a una función de coste. Las funciones a minimizar, disponibles en el software desarrollado, son la función de mínimos cuadrados y la medida de los errores de ajuste:

$$C_i = \|y_i(t) - \hat{y}_i(t)\| \quad (37)$$

$$C_i = 1 - \frac{\|y_i(t) - \bar{y}_i(t)\|}{\|y_i(t) - \hat{y}_i(t)\|}, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (38)$$

Dónde $\|*\|$ es la norma euclidiana, y_i es el vector de datos de salida de referencia, \hat{y}_i es el vector de datos de salida estimados (a partir de la simulación), y \bar{y} es la media de y .

Ya sea por ruidos o sesgos en las mediciones del vector de

salida del modelo, o por priorizar alguna salida en particular, la función de coste es multiplicada por un vector de pesos, el cual, según el usuario, define la calidad de ajuste que desea por cada salida. La función de coste final se define como:

$$Fit = \sum_{i=1}^6 W_i C_i \quad (39)$$

Donde W es el vector de pesos.

En ocasiones, los métodos numéricos, como los que utiliza el motor de Simulink, entregan errores relacionados con el cálculo de la derivada, debidos generalmente a la combinación de casos no factibles en la simulación. En dichos casos el cálculo de la función de coste no aplica y simplemente se le asigna un valor elevado para descartar dicha solución.

IV. DISEÑO DE LAS PRUEBAS

Debido a que el modelo completo del sistema contiene 49 parámetros, la convergencia y tiempo del algoritmo es muy lenta y compleja (incluso con algoritmos metaheurísticos). Por esta razón, la estrategia utilizada consiste en generar y estimar condiciones de vuelo en las cuales se simplifique el modelo y el número de parámetros. Normalmente estas condiciones son el vuelo longitudinal y el vuelo lateral.

Las pruebas descritas en este trabajo se enfocaron en condiciones de vuelo longitudinal, en este caso para un avión tipo ala delta sólo es necesario estimar 10 parámetros. No obstante, con miras a realizar futuras estimaciones con datos reales, se agregó la *masa* de la aeronave como parámetro de control, la cual puede ser comparada con la masa medida para verificar la identificabilidad de los parámetros, es decir, constatar que si haya una convergencia a los parámetros reales. En la Tabla II se observan los parámetros a estimar.

TABLA II
PARÁMETROS DEL MODELO A ESTIMAR

1	$C_{M\delta_e}$
2	C_{Mq}
3	$C_{M\alpha}$
4	$C_{L\alpha}$
5	$C_{D\delta_e}$
6	$C_{L\delta_e}$
7	C_{Lq}
8	C_{M_0}
9	C_{D_0}
10	C_{L_0}
11	<i>Mass</i>

Para generar la condición de vuelo longitudinal se debe aplicar solo movimientos del elevador, manteniendo los alerones en posición neutra para no generar movimiento de alabeo o guiñada (δ_a , δ_r y δ_f son invariantes en el tiempo con valor cero). Sólo con el fin de validar el software, la técnica utilizada en el trabajo fue la de considerar que los demás parámetros del modelo se conocen, y enfocar la estimación sólo a los parámetros del vuelo longitudinal. En la actualidad

se está trabajando en la obtención de un modelo específico (modelo no lineal reducido) para el vuelo longitudinal, con lo cual será más realista la estimación.

Las señales utilizadas para las simulaciones fueron secuencias binarias pseudo-aleatorias (*Pseudo-Random Binary Sequence*), las cuales ayudan a estimular fácilmente respuestas transitorias de bajas y altas frecuencias del sistema de acuerdo a la frecuencia básica de la señal. En dichas condiciones se recogió información de las aceleraciones y velocidades angulares correspondientes, y se aplicaron los dos métodos metaheurísticos anteriormente descritos. En un principio se procedió a la realización de estimaciones de pocos parámetros, aumentando paulatinamente su número y mirando la estabilidad de la herramienta.

Como condiciones iniciales de la simulación, la orientación del avión se tomó en condición de estabilidad a una altitud de 1500m, tratando de simular la condición crucero que se presenta en vuelo (no turbulento) antes de empezar hacer las perturbaciones del sistema.

Ambos métodos metaheurísticos se estructuraron con las mismas condiciones respecto al tamaño de población y número de iteraciones. Así mismo, la totalidad de las pruebas realizadas se ejecutaron en el mismo ordenador (Tabla III) con el propósito de que las condiciones fueran las mismas para todas las estimaciones.

TABLA III
CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL ORDENADOR

Placa base	LENOVO 4318CTO
CPU	Intel Core i7 720QM @ 1.60GHz Clarksfield 45nm
Almacenamiento	238GB Samsung SSD 840 PRO Series
RAM	10,0GB Doble-Canal DDR3 1066MHz
Tarjeta gráfica	1024MBNVIDIA Quadro FX 880M
Sistema operativo	Windows 8.1 Pro 64-bit

V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se mencionó anteriormente, el principal aporte del trabajo es la presentación y descripción de una herramienta desarrollada en Matlab para la prueba y análisis de métodos metaheurísticos aplicados a la estimación de parámetros aerodinámicos en aeronaves. Para ello, a continuación se presenta el diagrama del bloque de simulación desarrollado en Simulink, el cual es utilizado como modelo teórico de ajuste de las pruebas. También se describen los datos de entrada y las señales utilizadas por el modelo de simulación (pruebas con generación de datos a partir de un modelo de simulación no lineal del ala volante), los cuales sirven de base a los métodos metaheurísticos para realizar la optimización. Igualmente se describe el funcionamiento y uso de la herramienta de estimación. Así mismo, la validación y funcionamiento del módulo de computación paralela se explica mostrando rendimientos netos obtenidos en pruebas realizadas. Finalmente, se realiza un análisis de sensibilidad de los parámetros de la aeronave y un resumen de las estimaciones realizadas.

A. Diagrama de Simulación

A partir del modelo teórico descrito en el capítulo II, se implementó un modelo de simulación de una aeronave en Simulink teniendo en cuenta el enfoque sistémico de todos los conjuntos que hacen parte del modelo (Fig. 7). Según los parámetros de entrada, dados en la máscara del bloque de simulación, se define la tipología del avión de interés que, para el caso de estudio, corresponde a una aeronave tipo ala delta.

El bloque de simulación cuenta con entradas para modelos de agentes externos que afectan la dinámica de la aeronave, los cuales dependen en gran parte de la geolocalización de la misma: viento, gravedad y densidad del aire (atmósfera). Para el caso puntual, los modelos del viento y de gravedad se dejaron constantes, y el modelo de la densidad del aire se definió como función no lineal de la altitud.

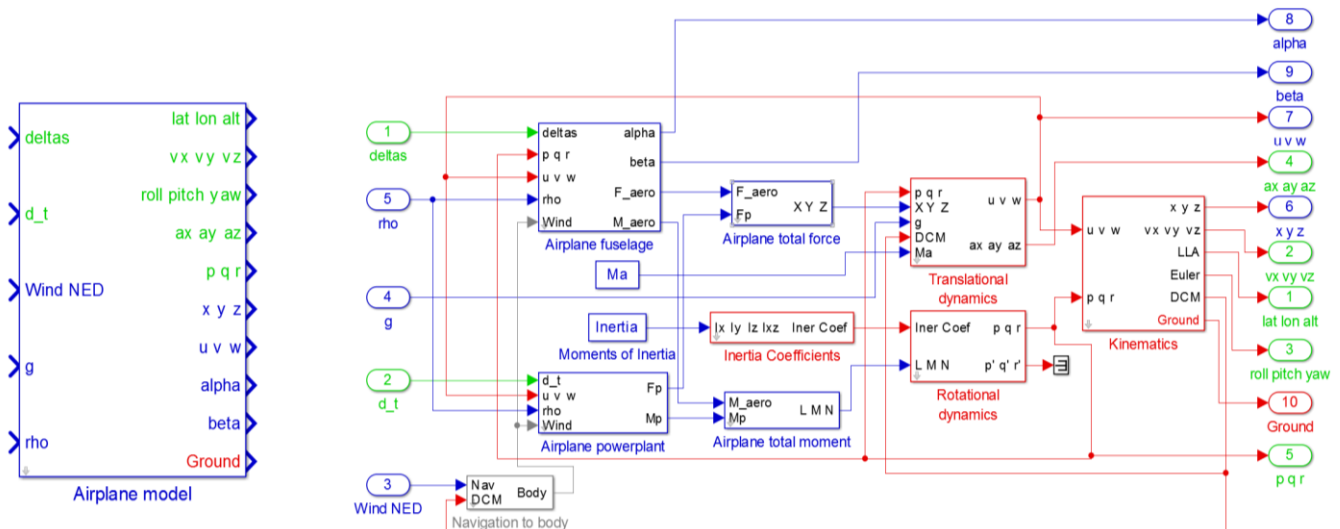


Fig. 7. Diagrama de simulación de un modelo no lineal de una aeronave.

B. Simulación y recolección de datos

Con el fin de estimular la totalidad del sistema es esencial seleccionar entradas en las cuales el modelo o el sistema real arrojen suficiente información para el proceso de identificación y estimación. Las señales de entrada (superficies de control) se diseñaron de forma tal que fueran persistentemente excitadas en un rango de operación real de los elevones (entre -2,8 y -3,4 grados de deflexión) con el fin de que oscilaran sobre el punto de *trim* a la altitud seleccionada. Las señales de entrada y salidas respectivas del modelo se muestran en la Fig. 8 y Fig. 9.

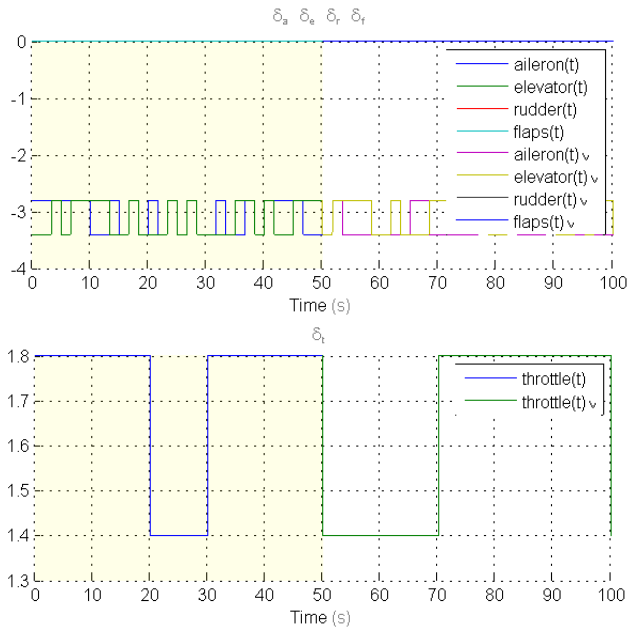


Fig. 8. Señales de entrada de las simulaciones realizadas.

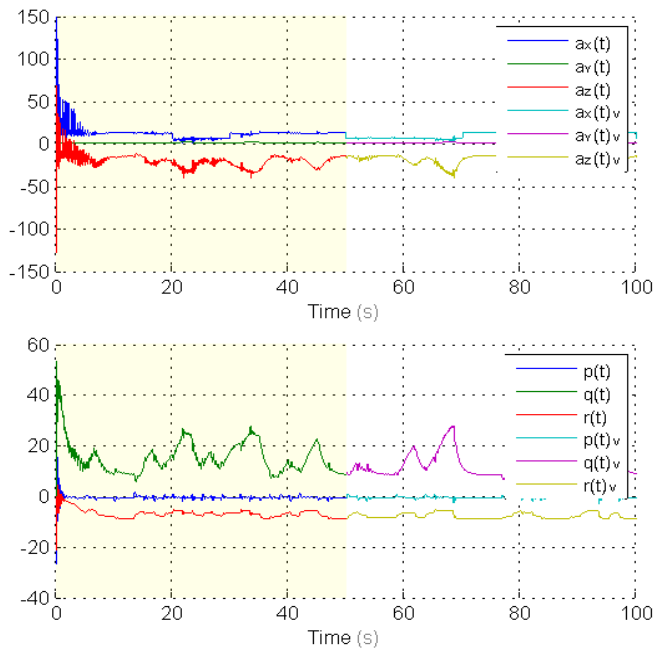


Fig. 9. Respuestas del modelo antes las señales de excitación de la Fig. 8.

C. Software de Matlab para la estimación de parámetros de una aeronave

Con el propósito de lograr cierta flexibilidad y adaptabilidad de la herramienta de estimación, el esquema del programa en Matlab se diseñó con varias interfaces gráficas (Fig. 10), mediante las cuales el usuario puede parametrizar fácilmente las distintas opciones brindadas a la hora de utilizar dicho software. Así mismo, con el propósito de lograr un software altamente compatible respecto a futuras modificaciones y mejoras de sus prestaciones, el manejo de parámetros y datos de procesamiento están esquematizados por medio de variables y estructuras globales, haciendo modular el manejo y la adaptabilidad general del programa.

El diseño del software implementado consta de 5 interfaces gráficas, en las cuales el usuario tiene la posibilidad, por medio de etapas bien definidas, parametrizar las distintas dependencias del proceso de estimación. Las interfaces son: Interfaz principal, Módulo de computación paralela, Estimación por algoritmos genéticos, Estimación por enjambre de partículas y Resultados.

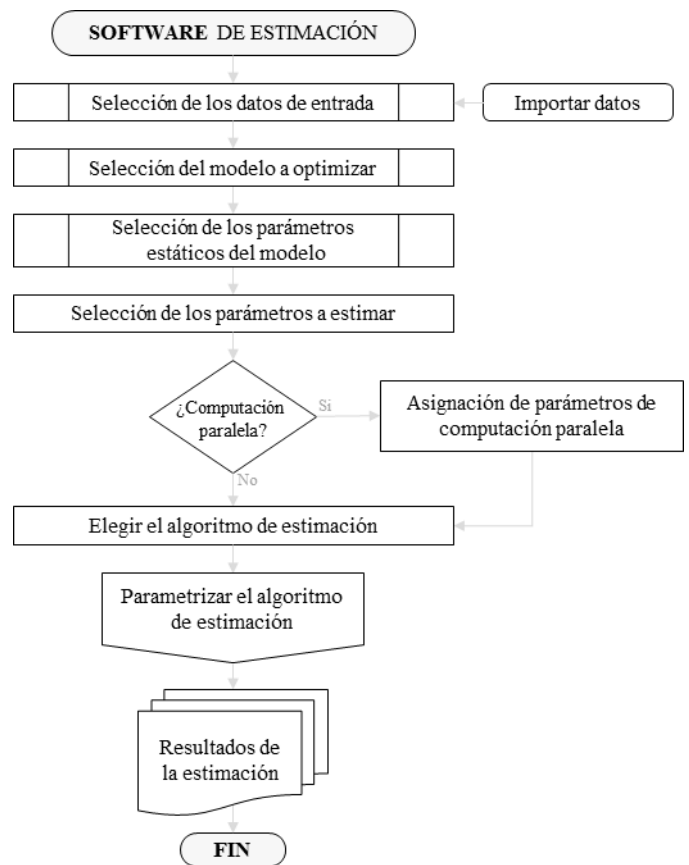


Fig. 10. Esquema general del software de Matlab para la estimación de parámetros de una aeronave.

A continuación se detalla el uso de la aplicación de manera descriptiva.

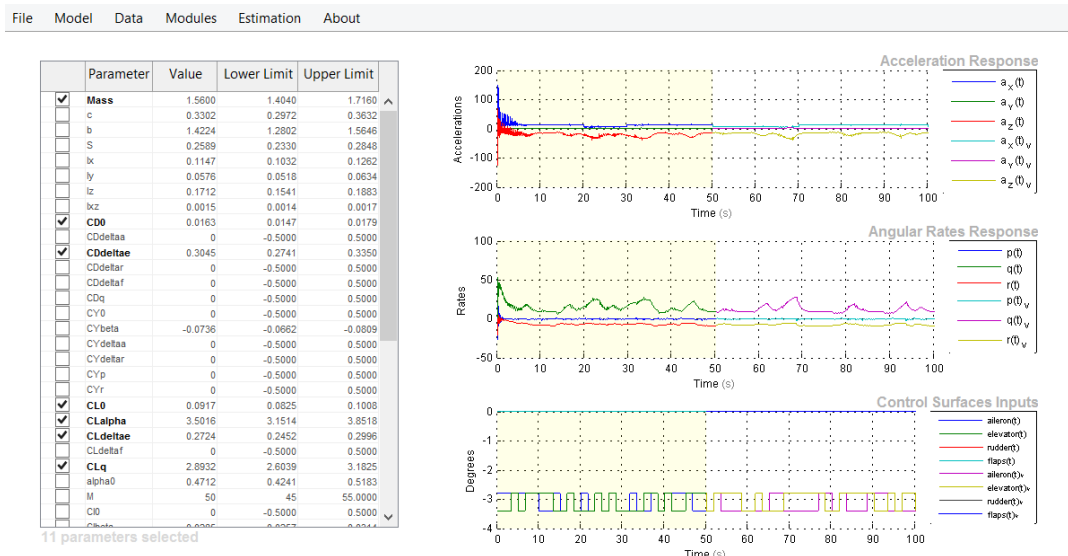


Fig. 11. Interfaz principal del software de estimación: selección de los parámetros e importación de datos realizada.

1) Interfaz principal

En la fase inicial del programa se realiza la selección de los archivos y datos necesarios vinculados al programa. La interfaz principal se puede observar en la Fig. 11. En la parte superior se cuenta con una barra de herramientas que permite al usuario parametrizar la operación del software. Debido a que se espera alta repetitividad con las pruebas de estimación, la configuración seleccionada por el usuario se puede guardar como un archivo de configuración *.mat, lo cual facilita la documentación y agiliza el ingreso de los datos tras cerrar la aplicación. Dicha operación se realiza a través del menú emergente *File* de la interfaz principal (Fig. 12).

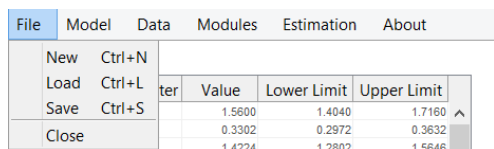


Fig. 12. Menú emergente *File* de la barra de herramientas de la interfaz principal.

Según el tipo de aeronave o el tipo de experimento que se desea realizar, el tipo de modelo y archivos relacionados pueden ser seleccionados en la pestaña *Model*, en donde el usuario podrá seleccionar el modelo y los parámetros del mismo (Fig. 13). Igualmente se cuenta con un constructor de dominios, el cual determina los rangos porcentuales de los parámetros según configuración del usuario.

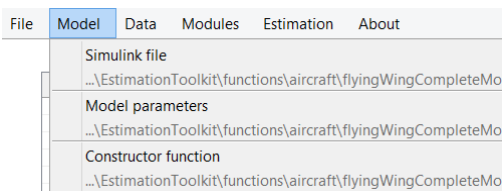


Fig. 13. Menú emergente *Model* de la barra de herramientas de la interfaz principal.

En la pestaña *Data* se gestiona lo relacionado con los datos de entrada, en los cuales se basan los métodos de optimización. En primera instancia, el programa ofrece la posibilidad de importación de datos, ya sean simulados o datos reales. También ofrece la posibilidad de ejecutar una simulación (del modelo actual) con los valores de los parámetros que se encuentra en la tabla editable, con el fin de tener una idea de cómo es la sensibilidad y comportamiento de la aeronave con algunos valores previamente a la estimación (Fig. 14).

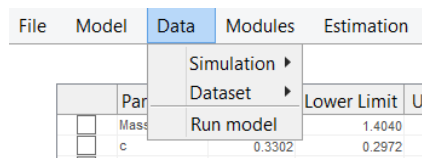


Fig. 14. Menú emergente *Data* de la barra de herramientas de la interfaz principal.

Respecto a la importación de datos mediante simulación, el software tiene un modelo y parámetros preestablecidos con el fin de agilizar la operación del programa. Si es necesario, el modelo de ajuste, los parámetros del modelo, los datos de lectura y tiempos de simulación se pueden seleccionar a preferencia del usuario (Fig. 15).

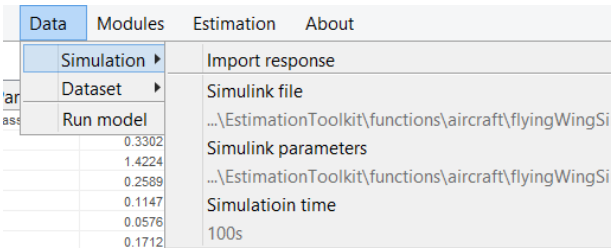


Fig. 15. Menú emergente *Simulation* de la barra de herramienta de la interfaz principal.

De igual manera, si se cuenta con una toma de datos de alguna prueba realizada, en la pestaña *Dataset* (Fig. 16) se puede importar dicha base de datos, teniendo en cuenta que ésta debe contar con una estructura de datos definida en el programa.

Una vez vinculados los archivos e importado los datos necesarios, se prosigue con la selección de los parámetros a estimar.

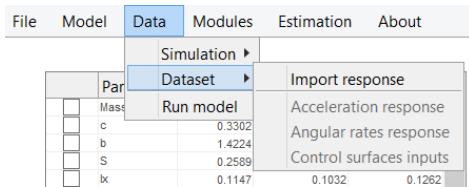


Fig. 16. Menú emergente *Dataset* de la barra de herramientas de la interfaz principal.

En la parte izquierda del panel de la Fig. 11 se puede observar una tabla editable en la cual se pueden seleccionar los parámetros que se desean estimar, siendo posible modificar el espacio de solución de cada uno de los parámetros escogidos con el fin de darle más diversificación de búsqueda al algoritmo que se utiliza. Es pertinente mencionar que en la literatura no se han encontrado intervalos para el espacio de soluciones de los parámetros, y es por esta razón que la modificación de dichos espacios se tiene que realizar con bastante detalle, ya que puede influir negativamente en el comportamiento de la convergencia de los algoritmos de estimación.

2) Computación paralela

En el caso de que se cuente con un nivel de multiprocesamiento en el computador que se esté corriendo el software, existe la posibilidad de configurar el módulo de computación paralela, en el cual se habilita la opción de evaluar el costo de la función objetivo (función de coste) de los algoritmos de estimación en forma simultánea, reduciendo considerablemente el tiempo de cómputo en la convergencia de los algoritmos (Tabla IV).

En la Fig. 17 se puede observar el resumen de la activación del módulo.

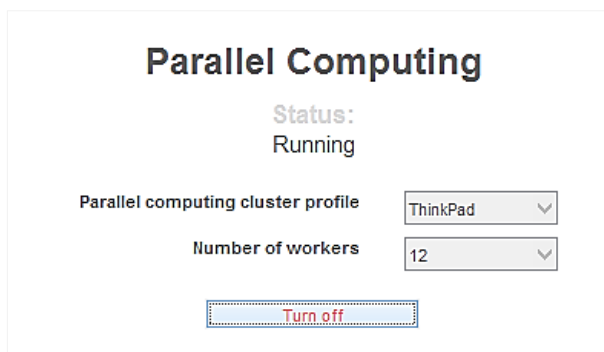


Fig. 17. Interfaz del módulo de computación paralela activado.

El tipo de perfil y el número de trabajadores que se permiten seleccionar en esta ventana dependen de la configuración y disponibilidad de los recursos del computador al momento de estar ejecutándose el programa. Un trabajador se define como una aplicación ejecutable de Matlab que corre en segundo plano como una sesión activa de la aplicación principal; en otras palabras, es un motor computacional de Matlab.

Para la operación y estabilidad correcta de este módulo se recomienda escoger el número de trabajadores simultáneos igual o menor al número de Gigabytes de memoria RAM, y que al momento de estar haciendo alguna estimación el computador no esté realizando operaciones en segundo plano.

3) Interfaz gráfica de estimación

El siguiente paso a seguir es la selección del tipo de algoritmo que se va a utilizar (Fig. 18). A preferencia del usuario, la función de coste y el vector de pesos por salida del sistema pueden ser seleccionados a través del menú emergente *Options* de la barra de herramientas en la interfaz principal (los métodos en gris claro apenas están en desarrollo).

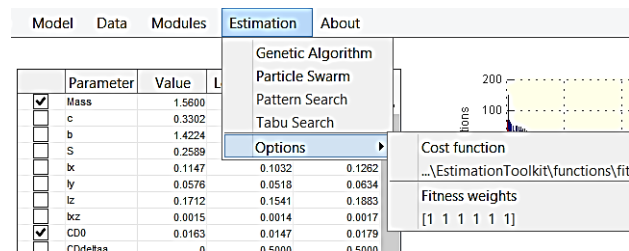


Fig. 18. Menú emergente *Estimation* de la barra de herramientas de la interfaz principal: opciones de configuración del método.

La interfaz gráfica se divide en cuatro sectores (Fig. 19). En la parte superior derecha se visualiza la representación binaria de la población seleccionada con el fin de brindar una herramienta visual que muestre la convergencia de la estimación a medida de que va pasando de generación. En la parte inferior derecha se visualiza la función de coste, tanto del promedio de la población como de las mejores soluciones encontradas hasta el momento. En la parte superior izquierda el programa brinda información acerca del tiempo aproximado para realizar la estimación y el tiempo requerido hasta el momento para evaluar la función de coste de toda la población. Por último, en la parte inferior izquierda se encuentra la parametrización del comportamiento del algoritmo de estimación. En el caso del método de enjambre de partículas PSO, en la parte superior derecha, cuando se estiman entre dos y tres parámetros, se muestra adicionalmente la gráfica de las partículas ubicadas en el espacio de solución o las trayectorias de cada parámetro si supera la tercera dimensión.

4) Visualización de resultados

Al finalizar el algoritmo de estimación, según su criterio de parada, el software entrega una ventana de resultados con la información general de la prueba.

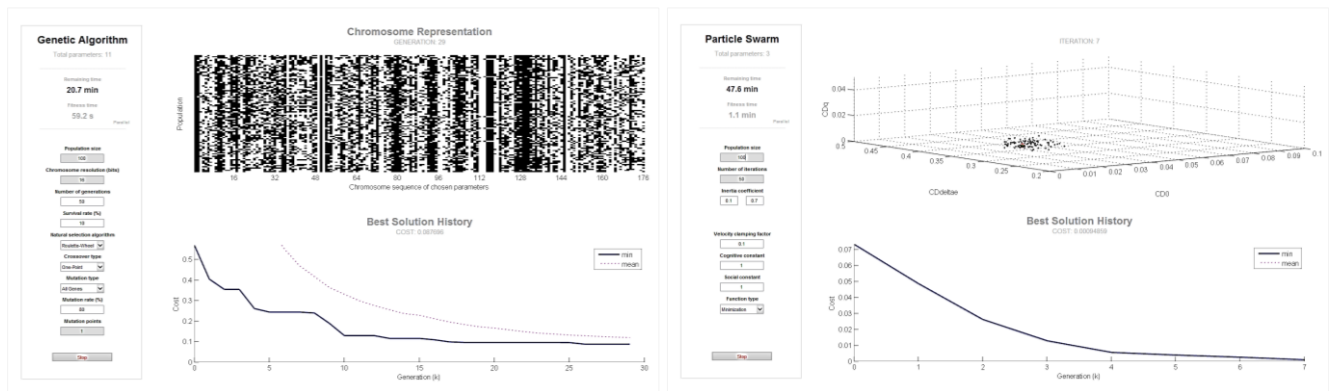


Fig. 19. Interfaz de los métodos de estimación: algoritmos genéticos y PSO.

En la Fig. 20 se observa la ventana de resultados, en donde la parte superior del panel muestra la información del tipo de algoritmo utilizado, la fecha, el tiempo total de la prueba y el total de los parámetros estimados. En la parte inferior de la imagen, se observa una comparativa entre los valores reales y los valores estimados (esto debido a que las pruebas se estaban corroborando con datos de simulación). Al final del panel, se ve la raíz media cuadrática entre la respuesta de los datos reales y los estimados

Con el fin de brindar una herramienta de documentación, esta ventana consta de una barra de herramientas en la cual se pueden guardar los datos y resultados de la prueba realizada. Si se precisan más detalles en la documentación, en el menú emergente *Plots* (Fig. 21) se pueden visualizar las trayectorias de los valores estimados y el comportamiento de la función de coste, y se pueden imprimir individualmente las respuestas por variable de estado, donde se comparan tanto los datos importados como los datos de estimación.

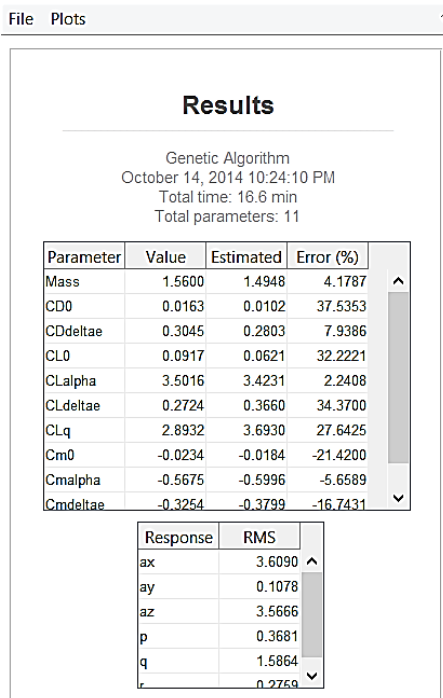


Fig. 20. Interfaz de entrega de resultados.

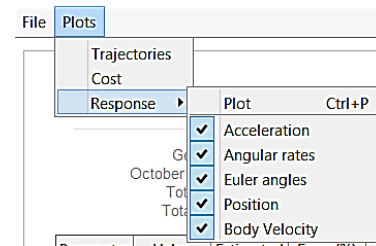


Fig. 21. Menú emergente *Plots* de la barra de herramientas de la interfaz de resultados.

D. Módulo de computación paralela

Uno de los grandes atributos que posee el software de estimación desarrollado es la capacidad de paralelizar el cálculo de la función objetivo de las posibles soluciones (suministradas por el método). Por esta razón, el rendimiento del módulo de computación paralela brinda información de cuan apropiada es la integración de este tipo de herramientas en aplicaciones de software. Para ello se realizaron pruebas con ambos metaheurísticos, realizando estimaciones de los 11 parámetros en condiciones similares para ambos casos: tamaño de la población (número de partículas) y número de generaciones (número de iteraciones) iguales a 100.

TABLA IV
RENDIMIENTO SEGÚN EL NÚMERO DE TRABAJADORES

Número de trabajadores	Algoritmo Genético		PSO	
	Tiempo (min)	%	Tiempo (min)	%
1	338,4	-	366,6	-
2	154,4	54,4	175,7	52,1
3	129,3	61,8	147,9	59,7
4	118,4	65	130,4	64,4
5	112,1	66,9	123,4	66,3
6	102,8	69,6	114,5	68,8
7	95,1	71,9	103,2	71,8
8	94,3	72,1	100,9	72,5
9	93,3	72,4	102,8	72
10	95	71,9	101,8	72,2

En la Tabla IV, se puede observar el resumen de las pruebas realizadas respecto al rendimiento que aporta el incremento de un trabajador a las pruebas de estimación. Las pruebas se enfocaron en incrementar paulatinamente el número de trabajadores hasta un máximo de 10 trabajadores simultáneos, realizando las estimaciones y anotando el tiempo total que tomaba cada prueba. Debido a la capacidad de cómputo, se observa claramente que a partir de 7 trabajadores la reducción del tiempo se satura en un 70% respecto a las pruebas de referencia que se realizaron solo con el motor principal de Matlab. No obstante, es notable que aún con solo dos trabajadores se observa una reducción en tiempo del 50% para ambos métodos.

E. Análisis de sensibilidad

Con antelación a las pruebas se realizó un análisis de sensibilidad de cada parámetro del modelo con el objetivo de tener una visión global del comportamiento de la aeronave y cuantificar la repercusión de la función de aptitud, dependiendo de la variación aplicada en cada parámetro.

TABLA V
SENSIBILIDAD EN LOS PARÁMETROS DEL MODELO

	Parámetro	Costo
1	$C_{M\delta_e}$	0,99997
2	C_{Mq}	0,51096
3	$C_{M\alpha}$	0,43293
4	b	0,33351
5	c	0,32715
6	J_x	0,18146
7	J_z	0,15973
8	$C_{L\delta_a}$	0,09907
9	S	0,08800
10	J_y	0,08168
11	k_{motor}	0,05706
12	$C_{L\alpha}$	0,04181
13	$C_{D\delta_e}$	0,02057
14	C_{prop}	0,01637
15	S_{prop}	0,01589
16	$C_{n\delta_a}$	0,01537
17	$C_{L\delta_e}$	0,01496
18	$C_{n\beta}$	0,01168
19	C_{l_r}	0,01152
20	C_{l_β}	0,01147
21	C_{l_p}	0,01064
22	C_{n_r}	0,01014
23	M	0,00962
24	C_{Lq}	0,00906
25	J_{xz}	0,00889
26	C_{M_0}	0,00836
27	C_{D_0}	0,00831
28	α_0	0,00748
29	C_{L_0}	0,00704
30	$C_{Y\beta}$	0,00468
31	C_{n_p}	0,00203

En la Tabla V, se muestra el resumen de la prueba de sensibilidad realizada al modelo. Para una aeronave tipo ala delta por su construcción física y carencia de timón de cola solo se registran 31 parámetros significativos, el resto se toman con valor igual a cero.

El procedimiento para calcular la sensibilidad fue el siguiente: para cada parámetro j , se le aplicó una variación porcentual Δ_i (de 1 a 90) respecto a su valor teórico (valor de referencia), registrando el cambio de la función de coste y normalizando su valor respecto a cada prueba C_k . Finalmente con todas las pruebas normalizadas se calcula la media y se clasificaron los parámetros del más al menos sensible:

$$C_k = \pm \Delta_i \cdot \text{parámetro}_j \quad (40)$$

Donde $\Delta_i = -0.01, 0.01, -0.02, \dots 0.9$.

Como resultado principal se puede observar que la constante de momento debido a la deflexión del elevador ($C_{M\delta_e}$) es el parámetro más sensible del modelo. Y de los parámetros estimados (resaltados con fondo gris), el parámetro menos sensible es el coeficiente de sustentación C_{L_0} . También cabe resaltar el aporte significativo en la sensibilidad de los coeficientes de momento C_{Mq} y $C_{M\alpha}$.

F. Pruebas realizadas

A partir de los datos de simulación y la metodología descrita, se procedió a la realización de una serie de pruebas con miras a la validación del software con un total acumulado de 400 horas (aproximadamente) en pruebas de estimación. Dichas pruebas se enfocaron principalmente a los algoritmos genéticos debido a los resultados observados previamente del método por enjambre de partículas (en pruebas de estabilidad del software).

1) Algoritmos genéticos

Aunque el enfoque principal de este trabajo no es la optimización de la configuración de los parámetros de los métodos de estimación (por esto no se detallan los parámetros de los operadores de los métodos), sí se buscó una configuración de los métodos que arrojaran resultados aceptables. Las pruebas se enfocaron a varios factores influyentes en la convergencia del algoritmo: el espacio de búsqueda de cada parámetro, el número de individuos por familia, el número de generaciones y el tipo de cruce del algoritmo.

De las pruebas realizadas se obtuvieron comportamientos convergentes en todos los casos, siendo más notable la lentitud y costo computacional cuando el número de individuos es mayor. También se puede inferir que a mayor cantidad de parámetros a estimar, la estimación con algoritmos genéticos presenta menor error que con el método PSO, aunque la convergencia es más lenta.

En la Tabla VII se muestra el resumen de las pruebas realizadas.

TABLA VII
ALGORITMOS GENÉTICOS: RESUMEN DE LAS ESTIMACIONES

Prueba	Incertidumbre del dominio	Tiempo total	Error máximo (%)	Error promedio (%)	Mejor Parámetro	Peor Parámetro	Población/Generaciones	Tipo de Cruce
1- <i>sp</i>	10%	1252,9	9,967	3,704	$C_{M\alpha}$	$C_{L\delta_e}$	100/1000	Un punto
2- <i>sp</i>		2911	9,355	4,332	C_{Mq}	C_{L_0}	100/1000	Uniforme
3		964,6	1,785	1,002	C_{Mq}	$C_{L\delta_e}$	1000/100	Un punto
4		880,1	6,902	2,396	$C_{D\delta_e}$	C_{L_0}	1000/100	Un punto
5		907,1	5,308	1,626	$C_{D\delta_e}$	C_{L_0}	1000/100	Un punto
6		864,7	8,918	2,109	$C_{M\delta_e}$	C_{M_0}	1000/100	Un punto
7		870,3	8,637	3,614	$C_{M\alpha}$	$C_{L\delta_e}$	1000/100	Uniforme
8		952,4	5,781	2,104	C_{D_0}	C_{Lq}	1000/100	Uniforme
9		1803,4	8,714	3,138	C_{Mq}	C_{Lq}	1000/200	Uniforme
10		997,5	7,275	3,341	$C_{M\alpha}$	C_{Lq}	1000/100	Uniforme
11	20%	1196,5	16,783	3,104	C_{Mq}	C_{L_0}	1000/100	Uniforme
12- <i>sp</i>	50%	2922,1	40,633	12,632	$C_{L\alpha}$	C_{L_0}	100/1000	Un punto
13		1196,5	42,703	17,294	$C_{L\alpha}$	C_{Lq}	1000/100	Un punto
14		1042,8	33,053	9,010	C_{Mq}	C_{D_0}	1000/100	Un punto
15		1193,5	31,303	15,010	C_{Mq}	C_{D_0}	1000/100	Un punto
16		1008,6	35,090	11,021	C_{Mq}	C_{D_0}	100/1000	Uniforme
17		1086,1	48,717	18,630	$C_{L\alpha}$	C_{M_0}	100/1000	Uniforme
18		1276,2	19,983	4,639	$C_{L\alpha}$	C_{M_0}	100/1000	Uniforme
19		1271,3	17,823	4,729	$C_{L\alpha}$	C_{M_0}	100/1000	Uniforme
20		1363,8	8,828	2,807	$C_{L\delta_e}$	C_{Lq}	1000/100	Uniforme
21		100%	2922,1	94,445	35,501	<i>Mass</i>	C_{L_0}	100/1000
22	1462,9	94,751	29,154	$C_{D\delta_e}$	C_{D_0}	1000/100	Un punto	

Inicialmente se realizaron pruebas de estimación con un número pequeño de individuos y gran cantidad de generaciones. La tendencia del comportamiento de las estimaciones mostró que en un periodo corto del proceso de estimación se generaban súperindividuos (*sp*) ocasionando el apagado del algoritmo. La velocidad de aparición del súperindividuo corresponde directamente al tipo de cruce, siendo el *cruce por un punto* el más rápido y el *uniforme* el más lento. Por esta razón la mayoría de las pruebas se realizaron con un alto número de individuos, buscando darle más diversificación de búsqueda al algoritmo y evitar este tipo de inconvenientes. A su vez, se observó que la tendencia a generarse un súperindividuo es inversamente proporcional al rango del dominio de los parámetros; en otras palabras, entre menor sea el número de parámetros a estimar mayor es la probabilidad de que se genere uno.

En los resultados se nota una cierta tendencia en los parámetros a acumular bajos y altos errores en su estimación, tal y como se esperaba a partir del análisis de sensibilidad realizada, donde los errores máximos presentados en las pruebas correspondieron a los parámetros menos sensibles; de forma análoga, entre más sensible sea el parámetro mejor será la estimación, ya que brinda mayor información del sistema.

A continuación se presenta el resumen de la prueba con mejor ajuste. En la Tabla VI se observa el valor estimado, el error y la desviación estándar por cada parámetro de la prueba. La desviación estándar de cada parámetro brinda información respecto a la convergencia de la población y si realmente las características (genes) las han adoptado la mayoría de la

población.

Para esta prueba en particular, el error promedio de estimación en los parámetros es del 1% (aproximadamente) partiendo de una incertidumbre en todos sus parámetros del 10%, dando claro ejemplo de la usabilidad de este tipo de herramientas en la estimación e identificación de modelos no lineales. En la Fig. 22 se pueden observar las trayectorias de los parámetros y de la función de coste de la prueba. En la

Fig. 23 se puede observar una comparativa entre las señales de salida exacta y estimada del modelo.

TABLA VI
RESULTADOS DE UNA PRUEBA DE ESTIMACIÓN CON 11 PARÁMETROS

Parámetro	Valor real	Valor estimado	Error	σ
$C_{M\delta_e}$	-0,3254	-0,32311	0,704	8,65E-05
C_{Mq}	-1,399	-1,39969	0,050	1,15E-03
$C_{M\alpha}$	-0,5675	-0,56125	1,102	4,31E-05
$C_{L\alpha}$	3,5016	3,46354	1,087	3,08E-03
$C_{D\delta_e}$	0,3045	0,30057	1,292	6,50E-04
$C_{L\delta_e}$	0,2724	0,27726	1,785	1,98E-03
C_{Lq}	2,8932	2,84824	1,554	2,46E-02
C_{M_0}	-0,02338	-0,02364	1,129	2,18E-04
C_{D_0}	0,01631	0,01627	0,227	2,44E-04
C_{L_0}	0,09167	0,09130	0,408	1,82E-03
<i>Mass</i>	1,56	1,53375	1,683	1,81E-03

Donde, σ es la desviación estándar del parámetro en toda la población.

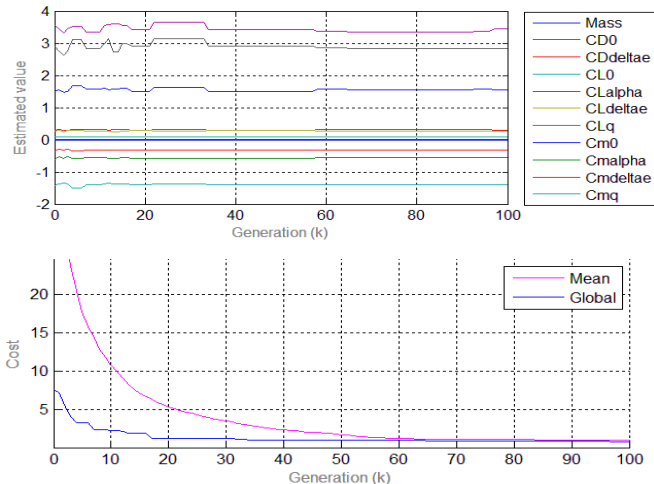


Fig. 22. Trayectorias del método de estimación: parámetros estimados y función de costo de la población

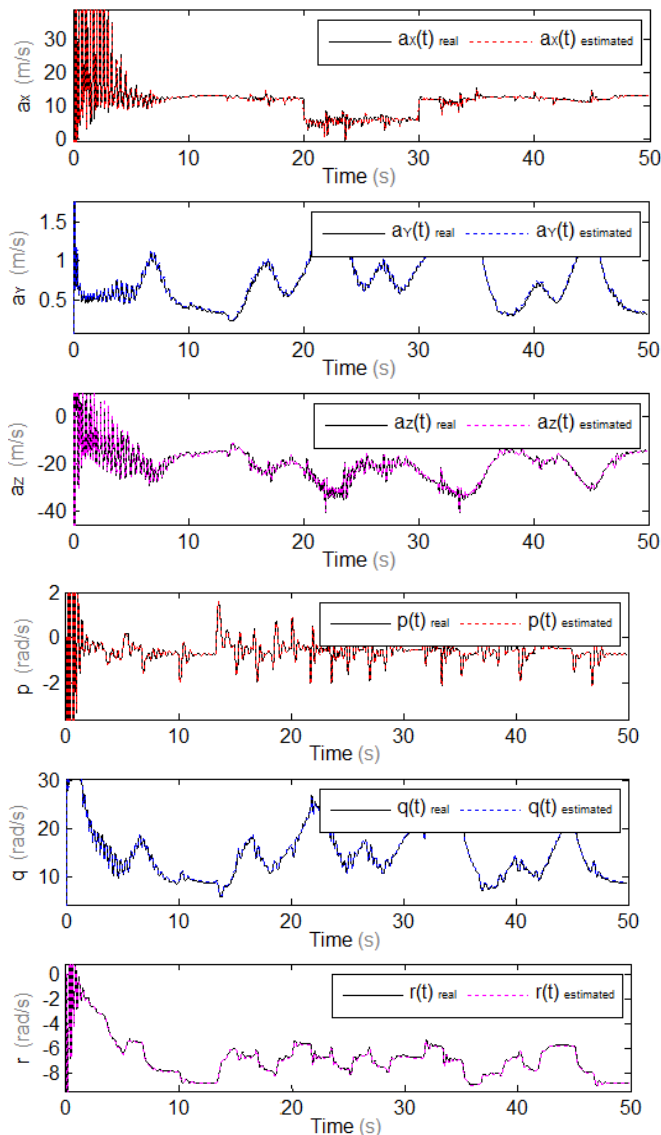


Fig. 23. Comparación entre las salidas exactas y estimadas del modelo.

2) Búsqueda por enjambre de partículas (PSO)

Respecto a la carga computacional se puede observar que el algoritmo PSO exige más memoria y tiempo de procesamiento que los algoritmos genéticos. Además, en las pruebas de estimación con los 11 parámetros se notó la tendencia de generarse un apagado prematuro del algoritmo.

VI. CONCLUSIONES

El funcionamiento del software diseñado para llevar a cabo esta investigación es coherente con los objetivos y necesidades planteadas inicialmente, brindando versatilidad al momento de realizar las estimaciones a partir de datos de simulación y toma de datos reales. La modularidad, la parametrización flexible, la capacidad de manejar varios métodos de estimación, la computación en paralelo, el análisis y presentación de resultados y el enfoque sistémico de los modelos, son un claro ejemplo de la aplicabilidad de este tipo de herramientas a la estimación de parámetros.

Es necesario obtener datos estadísticos del rendimiento de los algoritmos a partir de un diseño más extenso de experimentos para no incurrir en errores de convergencia de los métodos heurísticos, dada una mala parametrización de los mismos. Además, es necesario el uso de datos reales para verificar la estabilidad y funcionamiento del software en este tipo de condiciones.

Los métodos heurísticos por su tipo de búsqueda pueden conducir, generalmente, a errores u operaciones erróneas, lo que puede crear cierta confusión al aplicar varios métodos heurísticos al mismo problema. No obstante, la robustez del método del algoritmo genético permite que sin mucho detalle en la sintonización de sus parámetros los resultados sean adecuados. Otra ventaja de la utilización de este método es la abstracción binaria del espacio de soluciones, lo cual facilita la aplicabilidad de los operadores biológicos y la restricción de las soluciones no factibles en el espacio de soluciones.

Respecto al PSO, en las pruebas realizadas con pocos parámetros se nota un mejor comportamiento en la estimación que con los algoritmos genéticos, respecto a los errores de los parámetros, el tiempo de convergencia y la carga computacional. A pesar de esto, si se aumenta la dimensión del problema el algoritmo presenta falencias en la convergencia de los parámetros debido al apagado que se produce por la interacción de las partículas, acabando prematuramente en un máximo local y con pocas opciones de escapar de él para encontrar mejores optimizaciones. Para atenuar este problema se sugiere añadir una fuerza repulsiva entre las partículas para prevenir que todas ellas converjan prematuramente a una pequeña zona del espacio de búsqueda.

En cuanto a la incertidumbre frente al dominio real de cada derivada de estabilidad, se vislumbra cierta robustez en los algoritmos a la hora de estimar varios parámetros con dominios considerablemente grandes, obteniendo errores acumulados cerca al 5-30% respecto a datos de simulación. Actualmente la función de coste trabaja con las aceleraciones y frecuencias angulares de la aeronave, sin embargo, la utilización de variables de salida como el ángulo de ataque y el ángulo de deslizamiento podría brindar más información al

sistema y a los métodos heurísticos utilizados, reduciendo los errores presentados.

Respecto a la revisión bibliográfica, se puede establecer que la documentación realizada del estado del arte fue pertinente y permitió estructurar la herramienta de estimación a las necesidades identificadas. Con esta herramienta, en el grado de validación expuesto, es posible entonces abordar los problemas propios de la estimación de parámetros.

El trabajo futuro del grupo de investigación se concentra en aplicar el software a la estimación de parámetros en un régimen de vuelo longitudinal, pero utilizando no el modelo completo, sino un modelo simplificado que contenga solo los parámetros relacionados. Luego se debe pasar al trabajo con datos reales, lo cual implica garantizar las condiciones del vuelo restringido longitudinal o la adopción de otros paradigmas de estimación. Ya se está avanzando en ambos sentidos, siendo la parte de recolección de datos experimentales correctos el mayor reto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad EAFIT (proyecto interno 513-000031 de 2014 y recursos del Centro para la Innovación, Consultoría y Empresarismo CICE) y a Colciencias (programa jóvenes investigadores) por los recursos aportados para el desarrollo de este trabajo. También agradecen a la spin-off Ingeniería Avanzada Consultores – EAFIT y sus investigadores e ingenieros por la orientación y soporte de este trabajo. Finalmente, es importante reconocer que este trabajo es la síntesis de otros trabajos del grupo de Modelado Matemático en el área de estimación de parámetros, incluyendo algunos artículos y ponencias [32][33][34][35][36][37].

BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. Webster, N. Cameron, M. Jump, and M. Fisher, "Towards certification of autonomous Unmanned Aircraft using formal model checking and simulation," in *AIAA Infotech at Aerospace Conference and Exhibit 2012*, 2012.
- [2] R. V. Jategaonkar, *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology. Progress in Astronautics and Aeronautics*, 1st Ed., vol. 216. Arlington, Texas: AIAA, 2006, p. 500.
- [3] B. Hu and P. Seiler, "Certification analysis for a model-based UAV fault detection system," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2014.
- [4] E. M. Atkins, "Intelligent systems for unmanned aircraft safety certification," in *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2012.
- [5] V. Morelli, E.A. and Klein, "Application of System Identification to Aircraft at NASA Langley Research Center," *J. Aircr.*, vol. 42, no. 1, pp. 12–25, 2005.
- [6] K. W. Iliff, "Parameter estimation for flight vehicles," *J. Guid. Control. Dyn.*, vol. 12, no. 5, pp. 609–622, Sep. 1989.
- [7] P. G. Hamel and R. V. Jategaonkar, "Evolution of Flight Vehicle System Identification," *J. Aircr.*, vol. 33, no. 1, pp. 9–28, 1996.
- [8] G. Chowdhary and R. Jategaonkar, "Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 14, no. 2, pp. 106–117, Mar. 2010.
- [9] C. Kamali, A. A. Pashilkar, and J. R. Raol, "Evaluation of Recursive Least Squares algorithm for parameter estimation in aircraft real time applications," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 15, no. 3, pp. 165–174, Apr. 2011.
- [10] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2nd ed. Prentice Hall, 1999, p. 672.
- [11] A. Roudbari and F. Saghafi, "Intelligent modeling and identification of aircraft nonlinear flight dynamics," *Chinese J. Aeronaut.*, vol. 27, no. 4, pp. 759–771, Aug. 2014.
- [12] B. L. Stevens and F. L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, 2nd Ed. New York City: Wiley-Interscience, 2003, p. 680.
- [13] R. W. Beard and T. W. McLain, *Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice*, Second. New Jersey: Princeton University Press (February 26, 2012), 2012, p. 320.
- [14] F. R. Garza and E. A. Morelli, "A collection of nonlinear aircraft simulations in Matlab," Hampton, VA 23681-2199, 2003.
- [15] Mathworks, "Matlab," 2013. [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/help/documentation-center.html>.
- [16] S. E. Lyashchevskiy and Y. Chen, "Nonlinear identification of aircraft," in *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications*, 1996, pp. 327–331.
- [17] N. V Hoffer, C. Coopmans, A. M. Jensen, and Y. Chen, "A survey and categorization of small low-cost unmanned aerial vehicle system identification," *J. Intell. Robot. Syst.*, vol. 74, no. 1–2, pp. 129–145, Oct. 2013.
- [18] J. K. Markin, Shael R.; Mills, "Attitude control of a mini flying-wing UAV using the multiple simultaneous specification design method," *Can. Aeronaut. Sp. J.*, vol. 57, no. 2, pp. 130–142, 2011.
- [19] D. Malpica, M. Aparicio, a. Palomino, S. S. Cruz, and R. Lozano, "Construction, Modeling and Simulation of a Mini-unmanned Aircraft in DELTA Configuration," *2009 Int. Conf. Electr. Commun. Comput.*, pp. 260–265, Feb. 2009.
- [20] F. Nicolosi, A. De Marco, and P. Della Vecchia, "Stability, flying qualities and longitudinal parameter estimation of a twin-engine CS-23 certified light aircraft," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 24, no. 1, pp. 226–240, Jan. 2013.
- [21] R. V Jategaonkar and F. Thielecke, "Aircraft parameter estimation - A tool for development of aerodynamic databases," *Sādhanā*, vol. 25, no. April, pp. 119–135, 2000.
- [22] K. W. Maine, Richard E.; Iliff, "Formulation and implementation of a practical algorithm for parameter estimation with process and measurement noise," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 41, no. 3, pp. 558–579, 1981.
- [23] C. Jauberthie, F. Bournonville, P. Coton, and F. Rendell, "Optimal input design for aircraft parameter estimation," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 10, no. 4, pp. 331–337, May 2006.
- [24] X. Lei and Y. Du, "A linear domain system identification for small unmanned aerial rotorcraft based on adaptive genetic algorithm," *J. Bionic Eng.*, vol. 7, no. 2, pp. 142–149, 2010.
- [25] G. W. Ryan, "A Genetic Search Technique for Identification of Aircraft Departures - NASA Contractors Report 4688," Edwards, California, 1995.
- [26] H. Duan, Y. Yu, and Z. Zhao, "Parameters identification of UCAV flight control system based on predator-prey particle swarm optimization," *Sci. China Inf. Sci.*, vol. 56, no. 1, pp. 1–12, Jan. 2013.
- [27] D. C. Zimmerman and S. S. F. Jorgensen, "Parallel Multispecies Genetic Algorithm for Physics and Parameter Estimation in Structural Dynamics," *AIAA J.*, vol. 43, no. 10, pp. 2224–2231, Oct. 2005.
- [28] R. Mukesh, R. Pandiyarajan, U. Selvakumar, and K. Lingadurai, "Influence of Search Algorithms on Aerodynamic Design Optimisation of Aircraft Wings," *Procedia Eng.*, vol. 38, pp. 2155–2163, Jan. 2012.
- [29] N. Li, Y. Xu, and K. D. Pham, "Micro Air Vehicle's 3D Trajectory Planning and Parametric Estimation," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013.
- [30] M. César Vélez and J. Alejandro Montoya, "Metaheurísticos: Una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones," pp. 99–115, 2007.
- [31] W.-D. Chang, "Nonlinear system identification and control using a real-coded genetic algorithm," *Appl. Math. Model.*, vol. 31, no. 3, pp. 541–550, Mar. 2007.
- [32] J. G. Restrepo and C. M. V Sánchez, "Parameter estimation of a predator-prey model using a genetic algorithm," in *ANDESCON, 2010 IEEE*, 2010, pp. 1–4.

- [33] C. M. Velez and A. Agudelo, "Control and Parameter Estimation of a Mini-Helicopter Robot Using Rapid Prototyping Tools," *WSEAS Trans Syst.*, vol. 5, pp. 2250–2256, 2006.
- [34] C. M. Vélez, A. Agudelo, and J. Alvarez, "Modeling, Simulation and Rapid Prototyping of an Unmanned Mini-Helicopter," in *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [35] Ó. M. Londoño and C. M. Vélez, "Identificación del modelo de un mini-helicóptero robot usando algoritmos genéticos," in *VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática (ACA)*, Cartagena, 2009.
- [36] D. A. Álvarez and C. M. Vélez, "Identificación de parámetros de un mini-helicóptero robot usando el método heurístico de búsqueda tabú," in *VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática (ACA)*, Cali, 2007.
- [37] D. Ortiz P, "Estimación de parámetros de un avión tipo ala voladora," Informe de práctica investigativa en Ingeniería Matemática., 2013.