



Academia. Revista Latinoamericana de Administración

ISSN: 1012-8255

[esalgado@uniandes.edu.com](mailto:esalgado@uniandes.edu.com)

Consejo Latinoamericano de Escuelas de Administración

Organismo Internacional

Trespalacios Carrasquilla, Alfredo; Rendón García, Juan Fernando; Pantoja, Javier  
Estrategia de cobertura a través de contratos a plazo en mercados eléctricos  
Academia. Revista Latinoamericana de Administración, núm. 50, 2012, pp. 148-157  
Consejo Latinoamericano de Escuelas de Administración  
Bogotá, Organismo Internacional

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=71624352010>

- [Cómo citar el artículo](#)
- [Número completo](#)
- [Más información del artículo](#)
- [Página de la revista en redalyc.org](#)

 redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## ESTRATEGIA DE COBERTURA A TRAVÉS DE CONTRATOS A PLAZO EN MERCADOS ELÉCTRICOS

### FORWARD CONTRACTS BASED ON HEDGING STRATEGY IN ELECTRIC POWER MARKETS

**Alfredo Trespalacios Carrasquilla**  
Universidad Eafit, Medellín, Colombia  
[atrespal@eafit.edu.co](mailto:atrespal@eafit.edu.co)

**Juan Fernando Rendón García**  
Universidad Eafit, Medellín, Colombia  
[jrendon@eafit.edu.co](mailto:jrendon@eafit.edu.co)

**Javier Pantoja**  
Universidad Eafit, Medellín, Colombia  
[jpantoja@eafit.edu.co](mailto:jpantoja@eafit.edu.co)

---

#### RESUMEN

Quienes transan electricidad en los mercados liberalizados, están expuestos a riesgos que requieren un análisis y tratamiento diferente al de otro tipo de productos básicos (*commodities*). La dinámica del precio actual del mercado (*spot*), unida a la necesidad de completar el mercado cubriendo la exposición al riesgo de volumen son, entre otras, las características que hacen a este mercado diferente y complejo. Nuestro trabajo muestra un esquema de cobertura estática que puede implementar un agente que busca maximizar el valor esperado de su beneficio ajustado por riesgo y enfrenta incertidumbre por volumen. El agente participa en un mercado eléctrico cuyo precio actual de mercado presenta características de estacionalidad y reversión a la media. Se asume como única herramienta de cobertura disponible los contratos a plazo (*forward*) que incorporan una prima de riesgo. Como caso de estudio se presenta el mercado eléctrico colombiano. Se realiza un desarrollo teórico utilizando cálculo estocástico y simulación de Montecarlo. Encontramos que cuando hay presencia de la prima de riesgo de contratos a plazo (prima de riesgo *forward*), el precio del contrato tendrá una tendencia (*drift*), en cuyo caso el nivel de cobertura de un agente dependerá de su nivel de aversión al riesgo, la volatilidad del volumen esperado, la prima de riesgo de largo plazo del mercado y la correlación esperada entre volumen y precio de contrato a plazo.

*Palabras clave:* mercado eléctrico, cobertura, instrumentos derivados.

#### ABSTRACT

Individuals and companies are negotiating in liberalized electricity markets exposing themselves to risks requiring analyses and treatments that are different from those required for other types of commodities. The dynamics of the spot price, together with the need to complete the market covering the exposure to volume risk, make this market different and complex. This paper presents a scheme of static hedging that may be implemented when looking to maximize the expected benefit value adjusted by risk, and when facing volume uncertainty. Under these circumstances, the agent participates in an electricity market whose spot price exhibits seasonality and mean reversion. The only available hedging tool assumed were the forward contracts incorporating a risk premium. The Colombian electric power market was chosen as the case-study, and stochastic calculus and Montecarlo's simulation were used for the theoretical development. It was found that, when the forward risk premium is present, the contract price will drift; hence, an agent's hedging level will depend on their risk aversion level, the expected volatility volume, the long-term risk premium and the expected correlation between the volume and the forward price.

*Key words:* Electricity market, hedging, derivatives instruments.

## 1. Introducción

Los agentes que transan en un mercado de energía eléctrica se exponen a la incertidumbre asociada con el precio futuro de este insumo, el cual puede ser considerado como un producto básico de flujo que se caracteriza por serias limitaciones de almacenamiento y transporte que restringen las posibilidades de arbitraje en tiempo y espacio según Lucia y Schwartz (2002). De acuerdo con Geman y Roncoroni (2003) estas limitaciones implican que el precio de la electricidad tenga una dependencia mayor de las condiciones locales de oferta y demanda que otros productos básicos, presentando además inelasticidad en la demanda para el corto plazo. Pilipovic (1997) explica que los precios de la energía están determinados por condiciones de almacenamiento en el corto plazo y por el potencial suministro de energía futuro (*energy in the ground*) en el largo plazo. Estas características conllevan a que el precio actual del mercado de energía tenga un componente predecible que, de acuerdo con Lucia y Schwartz (2002), puede ser explicado por cambios en la demanda dada la actividad de los negocios, el comportamiento periódico del consumo y la evolución estacional de las temperaturas y por esto proponen una familia de procesos estocásticos que representan la trayectoria y las características estadísticas presentadas por el precio actual del mercado.

Lucia y Schwartz (2002) parten del concepto de que el precio de un derivado financiero sobre electricidad corresponde al valor esperado de los pagos asociados descontado por riesgo; asumen que no es aplicable el principio de no arbitraje y las diferencias entre el valor esperado del precio actual del mercado y el precio de los contratos a plazo son ajustadas a través de una prima de riesgo. Bessembinder y Lemmon (2002) encuentran de forma empírica, para los mercados eléctricos de PJM y CALPX, que la prima de riesgo de mercado está relacionada con la expectativa de demanda, siendo mayor para los meses de verano. Pantoja (2012) halla que en el mercado eléctrico colombiano la prima de riesgo en los contratos a plazo varía durante el día y sus pro-

piedades están explicadas por factores de riesgo, como las variaciones esperadas del precio actual debido al fenómeno de El Niño y la disponibilidad de generación hidráulica.

Dadas las particularidades de los mercados eléctricos, los agentes participantes enfrentan no solo la incertidumbre generada por el comportamiento futuro del precio actual del mercado, sino también la incertidumbre causada por el volumen a transar. Sin embargo, el riesgo de volumen no puede ser perfectamente cubierto con el uso de derivados del precio actual del mercado. Nässäkkälä y Keppo (2005) comentan que si el riesgo de lluvia no está perfectamente correlacionada con los precios de los derivados eléctricos, el riesgo de volumen no podrá ser cubierto por estos instrumentos. Nässäkkälä y Keppo (2005) proponen una estrategia de cobertura estática, en la que explican qué porción de volumen cubrir y cuándo realizar la transacción de cobertura usando contratos a plazo. Asumen que los agentes maximizan el valor esperado de sus flujos de caja ajustados por riesgo. Parten de un modelo de precio de contrato a plazo que no considera la prima de riesgo de mercado y otro modelo que refleja la incertidumbre de volumen, y admiten además la correlación entre las dos variables. Este trabajo presenta un esquema de cobertura estática que puede implementar un agente que busca maximizar el valor esperado de su beneficio ajustado por riesgo y enfrenta incertidumbre por volumen.

En la segunda sección de este artículo se muestran los fundamentos teóricos en los cuales se basan la dinámica del precio actual del mercado, el precio de contrato a plazo y el volumen esperado, luego se presenta la correlación existente entre el precio de contrato a plazo y el volumen esperado. En la tercera sección se establecen los objetivos de la investigación. En la cuarta se expone la metodología empleada. En la quinta sección se hace un análisis de datos. En la sexta se exhiben los resultados empíricos de la investigación donde se encuentran tabulados parámetros que pueden ser utilizados para establecer la estrategia de cobertura y en la última sección se concluye.

## 2. Fundamentos teóricos

### 2.1. Movimiento del precio actual del mercado

El precio actual del mercado eléctrico se mueve de acuerdo con el modelo de un factor propuesto por Lucia y Schwartz (2002), se denota  $P_t$  con  $t \in [0, \infty)$  y es representado por la suma de dos componentes. La primera corresponde a una función determinística  $f(t)$ . La segunda componente,  $x_t$ , es un proceso estocástico de Ornstein-Uhlenbeck, con media de largo plazo igual a cero.

$$P_t = f(t) + x_t \quad (1)$$

$$dx_t = -\kappa x_t \cdot dt + \sigma \cdot dw_x \quad (2)$$

Donde:

$\kappa$  es la velocidad de reversión y debe ser mayor que cero, la condición inicial para el precio es  $x_{t_0} = x_0$  y  $dw_x$  es el cambio de un proceso browniano estándar y es la única fuente de incertidumbre del precio actual de mercado.

Si  $f(t)$  es diferenciable de primer orden, la ecuación diferencial estocástica del precio actual de mercado puede escribirse como en (3).

$$dP_t = \kappa(b(t) - P_t)dt + \sigma dw_x$$

$$b(t) = -\frac{1}{\kappa} \frac{d}{dt} f(t) + f(t) \quad (3)$$

Resolviendo, se encuentra la expresión (4) para el precio actual de mercado.

$$P_t = f(t) + x_0 e^{-\kappa(t-t_0)} + \int_{t_0}^t \sigma e^{-\kappa(t-s)} dw_x(s) \quad (4)$$

La esperanza y varianzas condicionadas del precio actual de mercado se muestran a continuación:

$$E_{t_0} [P_t] = f(t) + x_0 e^{-\kappa(t-t_0)} \quad (5)$$

$$Var_{t_0} [P_t] = \frac{\sigma^2}{2\kappa} \left(1 - e^{-2\kappa(t-t_0)}\right) \quad (6)$$

En el largo plazo, el valor esperado del precio actual de mercado es  $f(t)$  y la varianzas es  $\sigma^2 / 2\kappa$ .

### 2.2. Movimiento del precio de contrato a plazo

De acuerdo con Lucia y Schwartz (2002) el precio del contrato a plazo de electricidad es el valor esperado ajustado por riesgo del precio actual de mercado,  $F(t) = E_t^*(P_T)$ ; aplican la metodología propuesta por Cox y Ross (1976) y encuentran una medida neutral al riesgo para el proceso  $x_t$  que se puede representar mediante la ecuación diferencial estocástica (7).

Donde:

$\lambda$  es el precio por unidad de riesgo que cobra el mercado,  $\alpha$  es la prima de riesgo de contratos de largo plazo y  $dw^*$  es el diferencial de un movimiento browniano con probabilidad neutral al riesgo.

$$dx_t = \kappa(\alpha - x_t) \cdot dt + \sigma \cdot dw^* \quad (7)$$

$$\alpha \equiv -\lambda \frac{\sigma}{\kappa}$$

Resolviendo (7), reemplazando en (1) se encuentra la solución para el precio del contrato a plazo:

$$F(t) = f(T) + x_t e^{-\kappa(T-t)} + \alpha(1 - e^{-\kappa(T-t)}) \quad (8)$$

El precio del contrato a plazo tiene tres componentes: una determinística representada por  $f(t)$ , la persistencia de las distorsiones de corto plazo cuyo valor depende de  $x_t e^{-\kappa(T-t)}$  y la prima de riesgo de contratos a plazo  $\alpha(1 - e^{-\kappa(T-t)})$ . Si se conoce la información hasta el período  $t$ , el valor del precio de contrato a plazo será determinístico. De lo contrario será una función estocástica que depende del valor de  $t$  y  $x_t$  donde la ecuación diferencial que gobierna su movimiento se puede hallar al aplicar *lemma* de Itô.

$$dF(t) = \mu_F(t) \cdot dt + \sigma e^{-\kappa(T-t)} \cdot dw_x \quad (9)$$

$$\mu_F(t) = -\alpha \cdot \kappa \cdot e^{-\kappa(T-t)}$$

Esta expresión se diferencia de la propuesta por Nässäkkälä y Keppo (2005) principalmente en la componente determinística que ellos no incorporan y por la cual el modelo permite que el precio de contrato a plazo, dependiendo del

signo de  $\alpha$  sea martingala ( $\alpha = 0$ ), súpermartingala ( $E_{t_0}[F(t)] \leq F(t_0)$  cuando  $\alpha > 0$ ) o submartingala ( $E_{t_0}[F(t)] \geq F(t_0)$  cuando  $\alpha < 0$ ). Esto implica que el precio de contrato a plazo tiene componentes predecibles, pero que dicha predictibilidad no puede ser aprovechada para obtener rendimientos libres de riesgo, y por esto no se pueden aprovechar las oportunidades de arbitraje que en otro tipo de mercados que no presentan las limitaciones en tiempo y espacio antes descritas podrían ser aprovechadas.

Al resolver (9) y asumiendo que el conjunto de información disponible se encuentra hasta el período  $t_0$ , con  $t_0 \leq t$ , la forma cerrada para el precio de contrato a plazo es:

$$F(t) = F(t_0) + M_F(t) + \int_{t_0}^t \sigma e^{-\kappa(T-s)} dw_x(s) \quad (10)$$

Donde:

$M_F(t)$  es una función determinística que puede ser interpretada como un ajuste a la prima de riesgo de contratos a plazo que cobra el mercado cuando faltan  $T - t$  períodos para el período de madurez:

$$M_F(t) = -\alpha \left[ e^{-\kappa(T-t)} - e^{-\kappa(T-t_0)} \right] \quad (11)$$

La esperanza y varianzas condicionadas del precio de contrato a plazo se presenta a continuación:

$$E_{t_0}[F(t)] = F(t_0) + M_F(t) \quad (12)$$

$$Var_{t_0}[F(t)] = \frac{\sigma^2}{2\kappa} \left[ e^{-2\kappa(T-t)} - e^{-2\kappa(T-t_0)} \right] \quad (13)$$

De (6) y (13) se encuentra que la varianzas del precio de contrato a plazo es inferior a la varianzas del precio actual de mercado.

### 2.3. Movimiento del volumen esperado

Para cada momento  $t$ , se admite que la expectativa de volumen a transar por el agente  $i$  en el período  $T$  es  $q^i(t)$ . Nässäkkälä y Keppo (2005) proponen el modelo estocástico (14) para describir las variaciones de las expectativas de volumen en función de dos fuentes de incertidumbre, la primera proviene de la misma fuente de incertidumbre del precio de contrato a plazo (que afecta a todo el mercado) y la segunda está

asociada con la incertidumbre que es independiente de la evolución del precio de contrato a plazo (que corresponde a aspectos particulares del agente  $i$ ). Según los autores, el modelo propuesto no impone restricciones sobre comportamientos estacionales del volumen transado.

$$dq^i(t) = q^i(t) \left[ \sigma_{qx}^i \cdot dw_x + \sigma_q^i \cdot dw_q^i \right] \quad (14)$$

En forma matricial, las ecuaciones diferenciales de precios de contrato a plazo y cantidades se pueden expresar como:

$$\begin{pmatrix} dF(t) \\ dq^i(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_F(t) \\ 0 \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} \sigma e^{-\kappa(T-t)} \\ \sigma_{qx}^i \cdot q^i(t) \sigma_q^i \cdot q^i(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dw_x \\ dw_q^i \end{pmatrix} \quad (15)$$

De Björk (2009), la correlación instantánea entre el precio de contrato a plazo y el volumen es:

$$\rho_{qx}^i = \frac{\sigma_{qx}^i}{\sqrt{(\sigma_q^i)^2 + (\sigma_{qx}^i)^2}} \quad (16)$$

### 3. Objetivo de la investigación

Se propone una estrategia de cobertura que debe implementar un agente que participa en un mercado eléctrico que no solo se enfrenta a riesgo de precio sino que no conoce con exactitud el volumen de energía que transará en el mercado en el momento  $T$  (período de madurez). Para esto se asume que los agentes tienen acceso al mercado actual y la cobertura de riesgo se realiza a través del mercado de contratos a plazo en el cual solo es aplicable una estrategia del tipo comprar y mantener (*buy and hold*). Este tipo de estrategias es aplicable en el contexto de mercados que no tienen la liquidez suficiente. Así, el flujo de caja del agente  $i$  para el período  $T$  está dado por la ecuación (17).

$$\pi^i = \pi P_T \cdot q^i(T) + \eta \cdot q^i(\tau) \cdot [F(\tau) - P_T] \quad (17)$$

Donde:

$\tau \in [t_0, T)$  es el tiempo en el que se negocian los contratos a plazo (tiempo de cobertura,

*hedging time*) y  $\eta$  es la razón de cobertura. Las operaciones en el mercado actual están representadas por la componente  $P_T \cdot q^i(T)$ , mientras que el pago originado por la operación en contratos a plazo es  $\eta \cdot q^i(\tau) \cdot [F(\tau) - P_T]$ . Considerando que en el período de madurez se cumple que  $P_T = F(T)$ , el flujo de caja del agente  $i$  por unidad de volumen esperado se puede escribir así:

$$\frac{\pi^i}{q^i(\tau)} = F(T) \cdot \frac{q^i(T)}{q^i(\tau)} + \eta \cdot [F(\tau) - F(T)] \quad (18)$$

En el esquema de cobertura propuesto, luego de realizar la transacción en el momento  $\tau$ , la composición del portafolio no puede ser reajustada y la decisión del agente en cada momento  $t \leq \tau$  debe ser la de efectuar la cobertura (seleccionando un valor adecuado para  $\eta$ ) considerando las expectativas actuales de volumen y precio actual de mercado o posponer la operación de cobertura. Aceptando que para el período  $T$  el agente  $i$  busca maximizar el valor esperado ajustado por riesgo de su beneficio,  $\eta$  y  $\tau$  deben ser la solución al problema de optimización planteado en la ecuación (19) (Nässäkkälä y Keppo, 2005), donde  $\lambda^i$  es el coeficiente de aversión al riesgo. Dada la iliquidez que exhiben los mercados eléctricos.

$$\max_{\eta, \tau} E_{t_0} [\pi^i] - \lambda^i \cdot Var_{t_0} [\pi^i] \quad (19)$$

La estrategia propuesta es acorde con la realidad de los mercados eléctricos, los cuales en general son poco líquidos y esto dificulta la implementación de una cobertura dinámica.

#### 4. Metodología

La propuesta de cobertura que se presenta está basada en la teoría de la utilidad, en donde se asume que los agentes que participan en el mercado eléctrico son aversos al riesgo; es decir,  $\lambda^i$  es mayor que cero. Bodie, Kane y Marcus (2009) proponen una función de utilidad empleada normalmente por la industria y la academia que puede ser escrita como aparece en (19). A diferencia de lo encontrado por Nässäkkälä y Keppo (2005), en este trabajo se halla

que la decisión de los agentes no coincide necesariamente con la solución de mínima varianza del portafolio, dado que el precio no es martingala por la presencia de la prima de riesgo, así el coeficiente de aversión a riesgo del agente sí sea determinante en la cobertura deseada.

Según la formulación del problema, el agente que desea aplicar la cobertura, deberá seleccionar la porción de energía que venderá en contratos a plazo y el momento para el cual realizar dicha cobertura. Se asume que el agente no puede modificar mediante su gestión los parámetros que corresponden a su expectativa de volumen  $q_0$ ,  $\sigma_q^i$  y  $\sigma_{qx}^i$ , ni los parámetros  $\sigma$ ,  $\kappa$  y  $\alpha^i$  que dependen del mercado en el que están inmersos. En el anexo C de este trabajo se encuentran valores para los parámetros  $\sigma_q^i$ ,  $\sigma_{qx}^i$ ,  $\sigma$  y  $\kappa$  del mercado eléctrico colombiano.

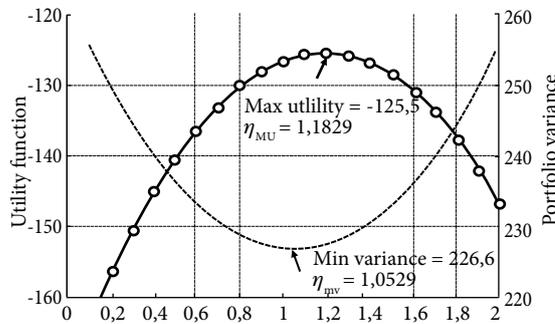
La valoración del precio de contrato a plazo de energía eléctrica es función de la prima de riesgo de contratos a plazo, según Bessembinder y Lemmon (2002). Eydeland y Geman (1999) resaltan que existe una diferencia entre el precio de contrato a plazo y el precio actual de mercado esperado para el tiempo de maduración del contrato a plazo, lo que implica la presencia de la prima de riesgo de contratos a plazo, que representa la compensación por asumir el riesgo. La diferencia entre los dos activos (*forward* y expectativa de precio actual de mercado) es explicada por la prima de riesgo, la cual es función de las expectativas de la demanda y su volatilidad. Pantoja (2012) encuentra que la prima de riesgo en Colombia varía a través del día y cómo estas propiedades son explicadas por factores de riesgo como volatilidad condicional del precio actual de mercado, innovaciones en los cambios esperados de volúmenes o de la ocurrencia del fenómeno de El Niño.

Para la presentación de la estrategia de cobertura propuesta, se calculan los valores de  $\eta$  y  $\tau$  que logran minimizar la varianza y maximizar la función objetivo de cada agente. En términos generales, se utilizó la metodología propuesta por Pilipovic (1997) que consta de tres pasos: a) definir un portafolio inicial y el instrumento de cobertura disponible, b) estimar la volatilidad futura del instrumento utilizado y c) calcu-

lar el número de nuevos contratos de cobertura requeridos para asegurar que el riesgo asumido será el adecuado. Se ignoran los costos de transacción y el riesgo de contraparte y se asume que siempre existirá la posibilidad de realizar la transacción en el periodo deseado (periodicidad mensual). Para obtener el valor esperado y varianza del flujo de caja generado por el portafolio al momento de madurez, se recurrió a simulación de Montecarlo y se aplicó el concepto de variables antitéticas para la reducción de la varianza en la estimación, presentado por Ríos, Insuan y Jiménez (2000).

**5. Análisis de datos**

La función de utilidad propuesta considera el valor esperado, la varianza del beneficio del agente y la compensación que este espera recibir por asumir el riesgo,  $\eta_{mu}$  será el valor de  $\eta$  para el cual se logra maximizar la utilidad del agente y dependerá del nivel de aversión al riesgo de este. En el gráfico 1 se muestra la función de utilidad y la varianza del portafolio de un agente con  $\lambda^i = 1$ , ambas en función de  $\eta$ . La curva se construye considerando los siguientes parámetros:  $T = 20 + t_0$ ;  $F(t_0) = 100$ ;  $q_0 = 1$ ;  $\sigma_{qx}^i = 0,11$ ;  $\sigma_q^i = 0,11$ ;  $\kappa = 1$ ;  $\sigma = 5,19$ ;  $\alpha = 5$  y  $\tau = 15 + t_0$ .

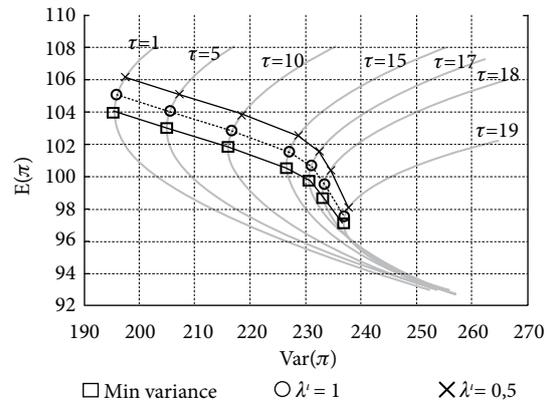


**GRÁFICO 1.** Función de utilidad del agente con  $\lambda^i = 1$  y varianza del portafolio en función de  $\eta$

Para el caso propuesto, la mayor utilidad es 125,5 y ocurre cuando  $\eta_{mu} = 1,18$ . Para la minimización de la varianza del portafolio,  $\eta_{mv}$  será el valor de  $\eta$  para el cual se logra la mínima varianza y que para el caso propuesto alcanza un valor de 226,6 cuando  $\eta_{mv} = 1,05$ . En el

gráfico 2 se evidencia el conjunto de posibles combinaciones de riesgo y beneficio para portafolios dependiendo del valor de  $\tau$ . El eje vertical corresponde al valor esperado del flujo de caja y el eje horizontal a su varianza. Para cada  $\tau$  es eficiente la selección de portafolios que logren mayor valor esperado que el portafolio obtenido para mínima varianza.

En el caso particular del gráfico presentado, se observa que con el hecho de adelantar la cobertura, se pueden obtener portafolios que dominan a los que están más cercanos al momento de maduración. Un agente que posea una posición larga en el subyacente deberá realizar la operación de cobertura en  $\tau = 1$  y la cantidad de contratos a plazo dependerá de su nivel de aversión al riesgo.



**GRÁFICO 2.** Conjunto de portafolios para diferentes  $\tau$

**6. Resultados**

Si se consideran dos agentes con  $\lambda^i = 2$  que difieren en la volatilidad del volumen esperado, participan en el mercado eléctrico colombiano y desean realizar su operación de cobertura para un período de maduración de un año a partir del momento actual, y se conoce que el precio del contrato a plazo inicial es de 100 y  $\alpha$  es igual a cero, la estrategia de cobertura de ambos agentes será la que se presenta en el cuadro 1. La correlación positiva que tienen ambos agentes hacen que la razón de cobertura sea mayor que uno. Por otro lado, el hecho de incrementar la volatilidad total del volumen esperado sugiere que la operación de cobertura sea pos-

tergada. El agente *a* presenta una menor volatilidad total del volumen ( $\sigma_{qtot}^a$ ) que el agente *b* y el  $\tau$  sugerido para el agente *a* es menor que el sugerido para el agente *b*, situación que se evidencia incluso para diferentes valores de prima de riesgo. El cuadro 1 se construyó con información presentada en el cuadro 2.

**CUADRO 1.** Estrategia para agentes con diferente volatilidad de volumen esperado y  $\alpha = 0$ .

Agente	$\sigma_{qtot}^i$	$\rho_{qx}^i$	$\eta_{mu}$	$\tau$
a	0,05	15	1,08	1
b	0,20	15	1,30	5

**CUADRO 2.** Estrategia de cobertura propuesta

$\alpha = 10$																					
$\sigma_{qtot}^i$	$\rho_{qx}^i$	6 meses				1 año				2 años				3 años							
		$\eta_{mv}$		$\lambda^i=2$		$\lambda^i=1$		$\eta_{mv}$		$\lambda^i=2$		$\lambda^i=1$		$\eta_{mv}$		$\lambda^i=2$		$\lambda^i=1$			
		$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$		
0,05	30%	1,13	1,20	1	1,28	1	1,12	1,20	1	1,28	1	1,08	1,16	1	1,25	1	1,06	1,15	1	1,23	1
	15%	1,05	1,13	1	1,21	1	1,06	1,14	1	1,22	1	1,04	1,12	1	1,21	1	1,03	1,11	1	1,20	1
	0%	0,98	1,06	1	1,13	1	1,00	1,08	1	1,16	1	0,99	1,08	1	1,16	1	1,00	1,08	1	1,17	1
	-15%	0,90	0,98	1	1,06	1	0,95	1,03	1	1,11	1	0,95	1,04	1	1,12	1	0,96	1,05	1	1,13	1
	-30%	0,83	0,91	1	0,99	1	0,89	0,97	1	1,05	1	0,91	1,00	1	1,08	1	0,93	1,01	1	1,10	1
0,15	30%	1,30	1,38	1	1,46	1	1,31	1,39	1	1,47	1	1,21	1,30	1	1,38	1	1,18	1,25	1	1,34	1
	15%	1,08	1,16	1	1,24	1	1,14	1,22	1	1,30	1	1,09	1,17	1	1,26	1	1,07	1,15	1	1,24	1
	0%	0,86	0,94	1	1,02	1	0,97	1,05	1	1,13	1	0,96	1,05	1	1,13	1	0,97	1,05	1	1,14	1
	-15%	0,64	0,72	1	0,80	1	0,80	0,88	1	0,96	1	0,84	0,93	1	1,01	1	0,87	0,95	1	1,04	1
	-30%	0,42	0,50	1	0,58	1	0,63	0,71	1	0,79	1	0,72	0,80	1	0,89	1	0,77	0,85	1	0,94	1
0,2	30%	1,34	1,43	1	1,50	1	1,39	1,47	1	1,54	1	1,27	1,35	1	1,44	1	1,23	1,30	1	1,38	1
	15%	1,05	1,13	1	1,21	1	1,17	1,24	1	1,32	1	1,10	1,19	1	1,27	1	1,09	1,16	1	1,25	1
	0%	0,76	0,84	1	0,92	1	0,94	1,01	1	1,09	1	0,94	1,03	1	1,11	1	0,95	1,03	1	1,11	1
	-15%	0,47	0,56	1	0,63	1	0,71	0,79	1	0,86	1	0,77	0,86	1	0,95	1	0,82	0,89	1	0,98	1
	-30%	0,18	0,27	1	0,34	1	0,49	0,56	1	0,64	1	0,61	0,70	1	0,78	1	0,68	0,76	1	0,85	1
$\alpha = 10$																					
$\sigma_{qtot}^i$	$\rho_{qx}^i$	6 meses				1 año				2 años				3 años							
		$\eta_{mv}$		$\lambda^i=2$		$\lambda^i=1$		$\eta_{mv}$		$\lambda^i=2$		$\lambda^i=1$		$\eta_{mv}$		$\lambda^i=2$		$\lambda^i=1$			
		$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$		
0,05	30%	1,16	1,16	1	1,16	1	1,14	1,14	1	1,14	1	1,09	1,09	12	1,09	12	1,08	1,07	24	1,07	24
	15%	1,07	1,07	1	1,07	1	1,08	1,08	1	1,08	1	1,05	1,05	12	1,05	12	1,04	1,03	24	1,03	24
	0%	0,99	0,99	1	0,99	1	1,01	1,01	5	1,01	5	1,00	1,00	15	1,00	15	1,00	0,99	28	0,99	28
	-15%	0,90	0,91	2	0,91	2	0,95	0,95	8	0,95	8	0,95	0,95	18	0,95	18	0,96	0,96	28	0,96	28
	-30%	0,82	0,83	3	0,83	3	0,88	0,89	8	0,89	8	0,90	0,93	21	0,91	18	0,92	0,92	32	0,92	32
0,15	30%	1,47	1,48	1	1,48	1	1,43	1,42	3	1,42	3	1,28	1,28	15	1,28	15	1,23	1,22	24	1,22	24
	15%	1,22	1,22	1	1,22	1	1,23	1,23	5	1,23	5	1,14	1,14	15	1,14	15	1,11	1,10	24	1,10	24
	0%	0,96	0,96	2	0,96	2	1,04	1,03	6	1,03	6	0,99	1,00	18	1,00	18	0,99	0,98	28	0,98	28
	-15%	0,71	0,76	4	0,76	4	0,84	0,87	9	0,87	9	0,85	0,89	21	0,89	21	0,87	0,87	32	0,87	32
	-30%	0,45	0,69	5	0,69	5	0,64	0,74	10	0,74	10	0,71	0,77	21	0,77	21	0,76	0,77	32	0,77	32
0,2	30%	1,63	1,64	1	1,64	1	1,57	1,56	5	1,56	5	1,37	1,37	15	1,37	15	1,30	1,28	24	1,28	24
	15%	1,28	1,29	1	1,29	1	1,31	1,30	5	1,30	5	1,18	1,18	15	1,18	15	1,15	1,13	24	1,13	24
	0%	0,94	0,95	2	0,95	2	1,05	1,05	8	1,05	8	0,99	1,02	21	1,02	21	0,99	0,97	24	0,97	24
	-15%	0,60	0,80	5	0,80	5	0,79	0,86	10	0,86	10	0,80	0,86	21	0,86	21	0,83	0,83	32	0,83	32
	-30%	0,27	0,58	5	0,58	5	0,52	0,65	10	0,65	10	0,61	0,69	21	0,69	21	0,68	0,69	32	0,69	32

(Continúa)

CUADRO 2. Estrategia de cobertura propuesta (continuación)

		$\alpha = 10$																			
		6 meses				1 año				2 años				3 años							
$\sigma_{qtot}^i$	$\rho_{qx}^i$	$\eta_{mv}$	$\lambda^i=2$	$\lambda^i=1$	$\eta_{mv}$	$\lambda^i=2$	$\lambda^i=1$	$\eta_{mv}$	$\lambda^i=2$	$\lambda^i=1$	$\eta_{mv}$	$\lambda^i=2$	$\lambda^i=1$	$\eta_{mv}$	$\lambda^i=2$	$\lambda^i=1$					
		$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$	$\eta_{mu}$	$\tau$				
0,05	30%	1,19	1,12	2	1,05	2	1,17	1,12	8	1,05	8	1,11	1,08	18	1,00	18	1,09	1,06	28	0,99	32
	15%	1,09	1,03	2	0,97	3	1,09	1,06	8	0,98	8	1,05	1,03	18	0,97	21	1,04	1,03	32	0,95	32
	0%	1,00	0,95	3	0,88	3	1,02	0,99	8	0,93	9	1,00	0,98	18	0,93	21	1,00	0,99	32	0,91	32
	-15%	0,90	0,86	3	0,82	4	0,94	0,93	9	0,87	9	0,95	0,95	21	0,88	21	0,95	0,95	32	0,87	32
	-30%	0,81	0,81	4	0,74	4	0,87	0,87	9	0,80	9	0,89	0,91	21	0,84	21	0,91	0,91	32	0,83	32
0,15	30%	1,63	1,71	3	1,64	3	1,54	1,76	8	1,70	8	1,35	1,72	18	1,64	18	1,28	1,71	32	1,64	32
	15%	1,35	1,45	3	1,43	4	1,32	1,59	9	1,53	9	1,19	1,61	21	1,55	21	1,14	1,60	32	1,53	32
	0%	1,06	1,26	4	1,21	4	1,10	1,41	9	1,35	9	1,03	1,49	21	1,42	21	1,01	1,49	32	1,41	32
	-15%	0,78	1,04	4	0,98	4	0,88	1,23	9	1,17	9	0,87	1,36	21	1,29	21	0,88	1,38	32	1,30	32
	-30%	0,50	0,98	5	0,93	5	0,66	1,10	10	1,05	10	0,71	1,23	21	1,16	21	0,75	1,27	32	1,19	32
0,2	30%	1,88	2,08	3	2,01	3	1,74	2,20	9	2,14	9	1,47	2,15	18	2,08	18	1,38	2,15	32	2,09	32
	15%	1,50	1,81	4	1,76	4	1,45	1,97	9	1,91	9	1,26	2,03	21	1,96	21	1,20	2,01	32	1,95	32
	0%	1,13	1,52	4	1,46	4	1,16	1,74	9	1,68	9	1,05	1,87	21	1,80	21	1,02	1,87	32	1,81	32
	-15%	0,75	1,41	5	1,36	5	0,87	1,50	9	1,50	10	0,83	1,71	21	1,64	21	0,85	1,74	32	1,67	32
	-30%	0,38	1,16	5	1,11	5	0,58	1,34	10	1,29	10	0,62	1,54	21	1,48	21	0,67	1,60	32	1,53	32

En el cuadro 2 se muestra la propuesta de cobertura, en términos de razón de cobertura para lograr la mínima varianza cuando  $\tau = 1 + t_0$ ;  $\eta_{mv}$  y la pareja  $\eta_{mu}$ ,  $\tau$  que debe seleccionar un agente cuyo valor de  $\lambda^i$  es uno o dos. Asimismo se consideran diferentes valores de varianza total del volumen esperado ( $\sigma_{qtot}^i$ ), correlación y tiempo que resta para el vencimiento ( $T - t_0$ ), que puede ser seis meses, un año, dos años o tres años. Para las simulaciones se considera  $\kappa = 0,57$ ;  $\sigma = 5,19$ ;  $F_0$  y  $q_0 = 1$ . Los parámetros seleccionados para las simulaciones son acordes con el desempeño del mercado eléctrico colombiano.

### 7. Conclusiones

El hecho de considerar que la valoración de los contratos a plazo en mercados eléctricos incorporan una prima de riesgo sobre las expectativas del precio actual de mercado y que este a su vez tiene características de estacionalidad y reversión a la media, hacen que el movimiento del precio futuro de la energía eléctrica no presente características martingala, sino que dependiendo del signo de la prima de riesgo de

largo plazo, podría ser submartingala o supermartingala.

En este trabajo se ha estudiado la estrategia de cobertura que puede implementar un agente que participa en un mercado eléctrico y busca maximizar el valor esperado de su flujo de caja ajustado por riesgo. Se propone una cobertura estática utilizando contratos a plazo, cuyo precio incorpora una prima de riesgo, pero podría ser extendida a contratos futuros. La estrategia de cobertura sugiere la selección de la razón de cobertura y el momento en el que dicha cobertura debe ser efectuada. Debido a que el movimiento del precio de contrato a plazo no es necesariamente martingala, la estrategia de cobertura que puede realizar el agente no es, en principio, equivalente a la selección de un portafolio de mínima varianza y en este sentido, el nivel de aversión al riesgo sí es determinante al momento de definir la cobertura, así como el período para el cual se planee hacer la transacción en el mercado de contratos a plazo. Como caso de estudio se tomó el mercado eléctrico colombiano. La estrategia de cobertura a implementar depende de las características particulares de cada agente y el mercado en el que se

encuentra inmerso, y por tanto, no es completamente generalizable.

Se encuentra que los agentes que presentan una mayor volatilidad en el volumen esperado tienden a postergar la operación de cobertura para lograr mejores estimaciones de su consumo o generación futura y que a medida que aumenta la correlación se incrementa la cantidad necesaria de contratos a plazo para lograr una adecuada compensación del riesgo asumido. Una correlación negativa es una cobertura natural del flujo de caja del portafolio. Además, cuando la correlación es positiva, la estrategia de cobertura sugiere la anticipación de la transacción.

Por la existencia de la prima de riesgo de contratos a plazo, un agente neutral al riesgo podrá vender o comprar en contratos a plazo y su beneficio marginal esperado corresponderá al valor de la prima de riesgo. Por otro lado, dependiendo del signo de esta, un agente estará interesado en anticipar o postergar la cobertura; por ejemplo, si la prima de riesgo es positiva será conveniente vender en contratos a plazo para el período de vencimiento más lejano posible.

Una esquema de cobertura estática se adapta mejor a los mercados eléctricos, dada la baja liquidez y la dificultad para deshacer posiciones.

#### Alfredo Trespalacios Carrasquilla

Es magíster en Finanzas de la Universidad Eafit. Ingeniero electricista de la Universidad Nacional de Colombia. Profesional en mercado energía mayorista, Empresas Públicas de Medellín (EPM). Profesor de cátedra de la Universidad Eafit y el Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín. Sus áreas de interés son: riesgo en el mercado de energía eléctrica, instrumentos derivados y de renta variable.

#### Juan Fernando Rendón García

Es magíster en Finanzas de la Universidad Eafit. Ingeniero de producción de la misma universidad. Inversionista independiente. Docente e investigador de la Universidad de Antioquia e Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín en la cátedra

de la Universidad Eafit y el Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín. Sus áreas de interés son: riesgo en el mercado de energía eléctrica, econometría y teoría de decisiones.

#### Javier Pantoja

Es Ph. D. en Administración, opción finanzas, HEC de Montreal-Eafit. Magíster en Administración y Finanzas del Tecnológico de Monterrey. Especialista en Finanzas de la Universidad Eafit. Curso de Formación en Investigación de Operaciones, Universidad de LIUC Milán-Italia -Beca Gobierno italiano. Ingeniero industrial de la Universidad Nacional de Colombia. Docente e investigador de la Universidad Eafit, en las áreas de riesgo en el mercado de energía eléctrica, mercados de derivados y de renta fija.

#### Referencias

- Bessembinder, H., & Lemmon, M. (2002). Equilibrium pricing and optimal hedging in electricity forward markets. *Journal of Finance*, 57, 1347-1382.
- Björk, T. (2009). *Arbitrage theory in continuous time*. Oxford: Oxford University Press.
- Bodie, Z., Kane, A., & Markus, A. (2009). *Investments* (8<sup>th</sup> ed.). Nueva York: McGraw-Hill.
- Cox, J., & Ross, S. (1976). The valuation of options for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, 3.
- Furió, D., Meneu, V. (2009). Expectations and forward risk premium in the Spanish deregulated market. *Working Paper*.
- Geman, H., & Eydeland, A. (1999). Fundamentals of electricity derivatives. En *Energy Modelling and the Management of Uncertainty* (pp. 35-43). Risk Books.
- Geman, H., & Roncoroni, A. (2003). A class of marketed point processes for modelling electricity prices. *ESSEC Journal, Working Paper*.
- Gil, M., Maya, C. (2008). Modelación de la volatilidad de los precios de la energía en Colombia. *Revista de Ingenierías Universidad de Medellín*.
- Hull, J. (2010). *Options, futures and other derivatives* (7<sup>th</sup> ed.). Nueva York: Pearson prentice hall.
- Lucia, J. J., & Schwartz, E.S. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research*, 5(1), 5-50.

- Nässäkkälä, E., & Keppo, J. (2005). Electricity load pattern hedging with static forward strategies. *Managerial finance*, 31(6), 115-136.
- Pantoja, J. (2012). Modelling risk for electric power markets. *INNOVAR, Journal of Administrative and Social Sciences*, 22, 44.
- Pilipovic, D. (1997). *Energy risk: Valuing and managing energy derivatives*. Nueva York: McGraw-Hill.
- Ríos, S., Insuan, D., & Jiménez, J. (2000). *Simulación, métodos y aplicaciones*. Bogotá: RA-MA Editorial.

RECEPCIÓN DEL ARTÍCULO: 13/01/2012

ENVÍO EVALUACIÓN A AUTORES: 22/05/2012

RECEPCIÓN DE CORRECCIONES: 06/06/2012

ACEPTACIÓN DEL ARTÍCULO: 20/06/2012