

Escuela de Economía y Finanzas

Documentos de trabajo

Economía y Finanzas

Centro de Investigación
Económicas y Financieras

No. 14-14
2014

Rendimiento académico: ¿qué papel juegan los factores institucionales?

Montes, Isabel; Garcés, José D.; Chica, Sandra M.; Jaramillo, Alberto



Rendimiento académico: ¿qué papel juegan los factores institucionales?⁺

Academic achievement: which role plays the institutional factors?

*Isabel Montes**
José David Garcés C^Δ
Sandra Milena Chica G[^]
*Alberto Jaramillo J**

Junio 16, 2014

Resumen

El presente artículo examina cuáles son los factores institucionales que tienen relación con el rendimiento académico en matemáticas. Para ello se tomó un corte transversal de 1653 estudiantes que presentaron el examen de Estado de la educación media (Saber 11) en el 2010, provenientes de 44 instituciones educativas de la ciudad de Medellín - Colombia. La estimación se hizo por medio de un Modelo Lineal Jerárquico cuyas variables independientes se clasificaron en dos niveles: estudiante e institución. Los principales resultados evidencian que el 31,4% del rendimiento de los estudiantes en matemáticas es explicado por variables institucionales como el número de horas de matemáticas, el pertenecer a colegios privados y de un solo género, el uso de texto guía y el tamaño del colegio.

⁺ La presente investigación recibió apoyo del Instituto Colombiano Para la Evaluación de la Educación – ICFES y fue presentado en el IV Seminario Internacional de Investigación sobre Calidad de la Educación en noviembre de 2013 Bogotá-Colombia. Las ideas, opiniones, tesis y argumentos expresados son de autoridad exclusiva del equipo investigador y no representan el punto de vista del Instituto y en nada comprometen a la Universidad EAFIT ni al Centro de Investigaciones Económicas y Financieras (Cief). Se autoriza la reproducción total o parcial del contenido citando siempre la fuente. Los autores expresan agradecimiento a la Dra. Sandra García por los comentarios y sugerencias realizados en el desarrollo de la investigación. Así mismo a la Dra. Beatriz Caicedo por los aportes en la modelación econométrica y al equipo encuestador por su apoyo en la recolección de la información.

* Grupo de investigación Estudios en Economía y Empresa, Dirección de Planeación, Universidad EAFIT, Carrera 49 Número 7 Sur 50, Medellín, Colombia, imontesg@eafit.edu.co.

^Δ Grupo de investigación Estudios en Economía y Empresa, Departamento de Economía, Centro de Investigaciones Económicas y Financieras (Cief), Universidad EAFIT, Carrera 49 Número 7 Sur 50, Medellín, Colombia, jgarces3@eafit.edu.co.

[^] Gerente nacional, Operación Éxito - Colombia, smchica@gmail.com.

* Dirección de Planeación, Universidad EAFIT, Carrera 49 Número 7 Sur 50, Medellín, Colombia, ajarami@eafit.edu.co.

Abstract

This paper examines which is the relationship between institutional factors and the academic achievement in mathematics. To reach this purpose, 1,653 students who had taken the test in 2010 and who came from 44 high schools in Medellín, Colombia were selected. The econometric estimate was conducted by means of Hierarchical Linear Model (HLM), which its independent variables were classified in two levels: student and institution. Our main results provide evidence to support that 31.4% of educational attainment in mathematics is explained by institutional variables such as the number of hours in math class, to belong to private schools and with a unique gender, the use of textbook and the school size.

Palabras clave / Keywords

Rendimiento académico, factores institucionales, modelos lineales jerárquicos/ academic achievement, institutional factors, Hierarchical Linear Models.

JEL classification:

I20; I21; I28.

1. Introducción

El rendimiento académico¹, entendido como el resultado del proceso educativo que refleja las aptitudes cognoscitivas de los estudiantes, es un tema ampliamente explorado en el campo de estudio de Economía de la Educación en las últimas cuatro décadas. Sin embargo, todavía no existe un consenso sobre su relación con los factores institucionales o con características de colegios y profesores que podrían ser intervenidos por medio de políticas educativas.

Ante este panorama, la presente investigación aporta evidencia empírica a la discusión sobre los factores que impulsan u obstaculizan el desempeño académico. Concretamente, el objetivo propuesto fue identificar los factores institucionales que están relacionados con los resultados del área de matemáticas, transversal a otras áreas del saber, de los estudiantes que presentaron el examen de Estado de la educación media (Saber 11²) para el 2010 en la ciudad de Medellín.

El inicio de los estudios sobre la relación entre el rendimiento académico y los factores institucionales tiene como punto de partida el trabajo del sociólogo James Coleman et al. (1966)³ también llamado informe Coleman. El hallazgo más controversial de este informe fue que los

¹ El rendimiento académico también se entiende como desempeño o logro estudiantil.

² La prueba Saber 11, es una prueba estandarizada que se aplica en Colombia a los alumnos del último grado de secundaria (grado 11). Esta prueba es un requisito para el ingreso a los diferentes programas de Educación Superior.

³ El estudio de Coleman fue diseñado para estudiar grado de desigualdad (por raza, religión u origen nacional) en las escuelas en Estados Unidos, analizando el rendimiento académico de los estudiantes como principal resultado (Hanushek, 1995: 277). Coleman midió la proporción de la varianza del rendimiento académico de un estudiante norteamericano que puede ser atribuida a los recursos de la institución educativa, los planes de estudio, las cualidades y actitudes de los docentes y las características de los estudiantes.

recursos escolares se relacionan débilmente con los resultados académicos cuando se controlan los antecedentes familiares. Es decir, entre sus conclusiones encontró que las diferencias en el desempeño de los estudiantes se explican en gran medida por la distinción en el origen social del alumno, y en menor grado por variables institucionales como: gasto por estudiante, tasa de profesores por estudiante, infraestructura y planes de estudio.

A partir del estudio de Coleman el debate sobre este tema ha tenido dos grupos, uno centrado en la relación del rendimiento académico con los factores institucionales (Alexander y Simmons, 1975; Hanushek, 1986, 1989, 1995; Heyneman y Loxley, 1983 y Fuller y Heyneman, 1989), y otro en los aspectos metodológicos (Riddell, 1989; Lee y Bryk, 1989; Fuller y Clarke, 1994; Young y Reynolds, 1996). El primero se compone por estudios clásicos que se centraron en encontrar si existía evidencia significativa en la relación entre rendimiento académico y factores institucionales. El segundo se centró en cómo mejorar la metodología para abordar la relación de los factores institucionales con el rendimiento académico y se propuso el Modelo Lineal Jerárquico como una forma de reconocer la anidación y la jerarquía, para evitar caer en la paradoja de Simpson (1951)⁴.

En Colombia se comenzó el estudio de la relación de factores institucionales y socioeconómicos con el rendimiento académico desde finales de los noventa. Varias de las investigaciones realizadas en este país han utilizado estos modelos y han identificado que las variaciones en el logro educativo asociadas a las instituciones educativas están entre un 22% y un 36% (Misión Social del DNP, 1997; Castaño, 1998; Sarmiento et al., 2000; Caro, 2000; Correa, 2004 y Restrepo y Alviar, 2005)⁵.

Tanto en los estudios nacionales como en los internacionales, las variables institucionales que se relacionan con el rendimiento académico se pueden clasificar en dos grupos: aula de clase e institución educativa (IE). Respecto al *aula de clase* cabe resaltar las características del personal docente que pertenece a la institución educativa y otras generales asociadas al aula. Las características de los docentes encontradas en los estudios empíricos se sintetizan en cinco: nivel educativo y capacitaciones, pedagogía, experiencia, escalafón, tiempo con los estudiantes, género y satisfacción en el lugar de trabajo.

El nivel educativo de los profesores y sus capacitaciones fueron explorados por Caro (2000) y Fuller y Heyneman (1989) respectivamente, quienes encontraron una relación positiva con los resultados académicos. Fuller y Heyneman (1989) realizaron una revisión de estudios sobre el tema, donde uno de los resultados significativos fue que el mayor entrenamiento en pedagogía de los profesores se ve reflejado en mejores resultados. Caro (2000), en un estudio para la ciudad de Bogotá, halló que a mayor escolaridad promedio de los docentes en primaria, mejor desempeño de los estudiantes. En

⁴ La paradoja de Simpson se refiere al cambio en la asociación entre variables cuando estas se analizan en diferentes niveles de agregación o cuando se controla el efecto de otra variable que las afecta.

⁵ El coeficiente de correlación intraclass o, en otras palabras, el peso de la institución educativa en el rendimiento académico es: para el área de matemáticas Misión Social del DNP (1997) y Castaño (1998) del 29%; Sarmiento et al. (2000) del 30%; Caro (2000) del 28.9%; Restrepo y Alviar (2005) entre 22.9% y el 32.2% y Doneschi (2012) del 33,7%. En el caso de Correa, 2004 es del 36% sin especificar un área del conocimiento.

contraste, para Schiefelbein y Simmons (1981)⁶ y Tobón et al. (2008)⁷ tanto el nivel educativo como el tiempo de capacitación no tienen efecto.

Sobre la relación de los aspectos pedagógicos y el desempeño académico existe evidencia limitada por ser un tema poco explorado. Sin embargo, Lavy (2011)⁸ comparó la enseñanza tradicional⁹ y moderna¹⁰ y su incidencia en el logro escolar, y encontró que ambos tipos de enseñanza tienen impacto condicional a las características de los estudiantes en género y nivel socioeconómico. Por ejemplo, para los aquellos de menor nivel y de género femenino es mejor el tipo tradicional y en los estudiantes con mayor nivel el tipo ideal es el moderno. Respecto a la experiencia docente existe evidencia empírica de la relación positiva que ésta tiene con el desempeño de los estudiantes (Schiefelbein y Simmons, 1981; Hanushek, 1986, 1989, 1995¹¹; Moreira, 2009¹²).

Adicional a lo anterior, existen características del aula como menor tamaño de clase, mayor cantidad de tareas, usar las tecnologías de la información y comunicación (TIC) y un buen ambiente entre profesores y estudiantes, las cuales se han encontrado significativas y positivas para explicar el rendimiento académico.

Los estudios sobre el tamaño de clase han evidenciado, en su mayoría, que a un número mayor de estudiantes por grupo, menores resultados académicos (Angrist y Lavy, 1994¹³; Schiefelbein y Simmons, 1981; Breton, 2013¹⁴). Igualmente, Menezes (2011)¹⁵ comparó el costo-efectividad de la reducción del tamaño de clase e incremento en el tiempo escolar; en sus resultados cuando el tamaño de la clase es de 33 es mejor aumentar una hora de clase que disminuir el tamaño de la misma, y cuando el tamaño de la clase es mayor a 33 y menor de 41 reducir el tamaño de clase es la

⁶ Schiefelbein y Simmons (1981) tuvieron como objetivo destacar resultados de estudios que utilizan análisis multivariado o de “función de producción” para identificar factores que inciden en el rendimiento estudiantil.

⁷ Tobón et al. (2008) analizaron los determinantes del logro en Medellín, con base en los resultados de las pruebas ICFES para el 2003.

⁸ Este estudio midió empíricamente la relación entre las prácticas de enseñanza en el aula y el logro estudiantil en Israel.

⁹ Caracterizada por la disciplina, memorización y repetición de conocimientos.

¹⁰ Enfocada en desarrollar habilidades prácticas, críticas y analíticas en los estudiantes.

¹¹ Hanushek (1986, 1989, 1995) realizó varios compendios de un número significativo de estudios dedicados a buscar relaciones entre las variables institucionales y el rendimiento académico de los estudiantes, tanto en países desarrollados como en vía de desarrollo.

¹² Moreira (2009) realizó un estudio para Costa Rica con el fin de conocer cuáles son los factores endógenos (motivación y actitud frente a las matemáticas, historia académica, variables contextuales del entorno familiar) y exógenos (relaciones de los docentes con los estudiantes, pedagogía, infraestructura) que influyen en los puntajes obtenidos en el área de matemáticas de la Prueba Nacional.

¹³ Angrist y Lavy (1994) buscaron medir el efecto del tamaño de clase en el rendimiento académico en matemáticas y lenguaje en estudiantes de tercero a quinto de Israel, a través del uso de instrumentos como la regla de Maimónides condicionada a la matrícula; a partir de los datos del Ministerio de Educación y de la Oficina Central de Estadística de Israel para los años 1991 y 1992 de más de 2000 clases.

¹⁴ Breton (2013) utiliza los datos de TIMSS 2007 para estudiantes colombianos de cuarto grado y encuentra que el tamaño de clase grande tiene efectos adversos para el logro de los estudiantes. Por ejemplo, aumentar de 20 a 53 reduce los resultados de la prueba alrededor de 80 puntos.

¹⁵ Menezes (2011) compara dos políticas públicas en Brasil utilizadas frecuentemente para aumentar la calidad educativa: reducir el tamaño de las aulas y aumentar el tiempo de instrucción. Para medir el efecto compara dos grupos: la población no beneficiaria de un programa a evaluar vs. la población beneficiaria de un programa por evaluar.

mejor intervención. Por el contrario, Hanushek (1986, 1989, 1995) no identificó una evidencia clara respecto a este tema.

Asignar un mayor número de tareas también ha mostrado tener una relación positiva con el rendimiento académico (Alexander y Simmons, 1975; Fuller y Heyneman, 1989; Schiefelbein y Simmons, 1981). Así mismo, el uso de las tecnologías de la información como herramienta de enseñanza dentro del aula ha sido un tema poco explorado como factor que incide en el desempeño de los estudiantes, pero se destaca el trabajo de Castro et al. (2010), los cuales, basados en los resultados de PISA, observan que hubo influencia directa entre las TIC y el desempeño escolar en Colombia para los años 2006 y 2009.

Para terminar los aspectos relacionados con el aula de clase, la percepción de los profesores de un buen ambiente en el aula (Tobón et al, 2008), así como de los estudiantes sobre la relación comprensiva, prudente, tolerante, respetuosa, de confianza y de dialogo que tienen los docentes, tiene una relación positiva en los puntajes de los estudiantes (Moreira, 2009).

Respecto a la *institución*, Lassibille y Navarro (2004) resaltan la infraestructura o medios de los cuales dispone el centro educativo en su dimensión cualitativa y cuantitativa; igualmente, destacan la gestión administrativa y el ambiente institucional como características importantes que pueden tener influencia en el comportamiento y desempeño de los alumnos.

Empíricamente, se ha encontrado evidencia de que el tamaño, la jornada, el género, el sector, los recursos, el nivel socioeconómico, el número de profesores del colegio y la permanencia de los estudiantes en él, se relacionan con los resultados cognitivos (Schiefelbein y Simmons, 1981; Hanushek, 1986, 1989, 1995; Fuller y Heyneman, 1989; Fuller y Clarke, 1994¹⁶; Misión Social del DNP, 1997¹⁷; Caro, 2000; Gaviria y Barrientos, 2001; Schreiber, 2002¹⁸; Restrepo y Alviar, 2005¹⁹; Barrientos, 2008²⁰; Tobón et al, 2008; Doneschi, 2012²¹).

Caro (2000) y Schreiber (2002) encontraron que a un mayor tamaño del colegio se incrementa el rendimiento académico. La jornada escolar, entendida como el tiempo diario que dedica el establecimiento educativo a sus estudiantes para su formación, ha resultado significativa en varios

¹⁶ Fuller y Clarke (1994) realizaron una revisión de estudios desde 1987 que estimaran el efecto de factores institucionales o escolares en países en vía de desarrollo.

¹⁷ Misión Social del DNP (1997) analizó el impacto de los establecimientos escolares en los resultados de los logros educativos de los estudiantes en tercero y quinto en Colombia.

¹⁸ Schreiber (2002) examinó los logros en matemáticas con base en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS).

¹⁹ Restrepo y Alviar (2005) buscaron medir el efecto colegio y de los factores personales y familiares que inciden en el desempeño escolar, a partir de los resultados de las pruebas ICFES de 1999.

²⁰ Gaviria y Barrientos (2001) y Barrientos (2008) exploraron la relación de los resultados de las pruebas ICFES en 1999, las cuales miden el grado de desarrollo de las competencias de los estudiantes que están por terminar el último grado de secundaria.

²¹ Doneschi (2012) utilizó modelos lineales jerárquicos para encontrar variables relacionadas con el rendimiento de los estudiantes en Uruguay, Colombia, Argentina y Chile, Corea y Finlandia. Para conducir la investigación usó los datos de PISA (Programa Para la Evaluación Internacional de Alumnos) del 2009 la cual mide el rendimiento de estudiantes de 15 años en matemática, ciencia y lectura.

estudios que afirman que entre más horas de estudio mejor (Fuller y Heyneman, 1989; Fuller y Clarke, 1994; Young y Reynolds, 1996²²; Caro 2000; Restrepo y Alviar, 2005; Misión Social del DNP, 1997). Por ejemplo, Restrepo y Alviar (2005) y Misión Social del DNP (1997) hallaron que la jornada completa, en contraste con la jornada diurna y nocturna, aporta un mayor puntaje en los exámenes estandarizados frente a las otras jornadas.

Con respecto al género del colegio, Caro (2000) y Restrepo y Alviar (2005) evidenciaron que pertenecer a colegios de género mixto se relaciona negativamente con el resultado académico en comparación a aquellos de un solo género. Misión Social del DNP (1997) halló que pertenecer a colegios femeninos se asocia con un mayor rendimiento en las pruebas; no obstante, Kim y Law (2012)²³ encontraron que el efecto del género del colegio es relativo al entorno cultural: mientras en unos es significativo y aporta al rendimiento académico, en otros son más importantes aspectos curriculares y pedagógicos.

Sobre el carácter del colegio y el nivel socioeconómico del mismo, muchos estudios destacan resultados positivos relacionados con pertenecer a los colegios no oficiales frente a los de carácter oficial (Caro, 2000; Misión Social del DNP, 1997; Tobón et al., 2008; Restrepo y Alviar, 2005; Gaviria y Barrientos, 2001 y Barrientos, 2008). Asimismo, a mayor nivel socioeconómico del Colegio, mayor rendimiento académico (Caro, 2000; Tobón et al, 2008; Doneschi, 2012). Existe una estrecha relación entre un colegio no oficial y uno de nivel socioeconómico alto; en otras palabras, un colegio no oficial por lo regular está ubicado en zonas de ingresos altos e imparte una educación que genera mejores logros académicos en los estudiantes.

Es de esperar que los recursos o dotaciones con los que cuentan las instituciones educativas tengan una relación positiva con el desempeño de los estudiantes. Al respecto, los estudios revisados muestran que las instalaciones, los recursos didácticos y la disponibilidad y uso de libros se relacionan con mejores logros académicos (Schiefelbein y Simmons, 1981; Hanushek, 1986, 1989, 1995; Fuller y Heyneman, 1989; Fuller y Clarke, 1994; Tobón et al, 2008; Barrientos, 2008).

Hasta este punto se ha resaltado la perspectiva de análisis y los cimientos teóricos y empíricos del presente estudio. En síntesis, 1) los trabajos pioneros que han tejido el debate sobre si las variables institucionales contribuyen o no a la variabilidad del rendimiento académico, 2) la propuesta metodológica de HLM que reconoce la estructura jerárquica de los datos la cual permite analizar cada nivel (estudiante, aula, institución) y 3) la interacción entre los niveles, hacen parte de las bases que posibilitaron en este trabajo analizar las relaciones entre los resultados en matemáticas en la prueba Saber 11 y aspectos institucionales como nivel académico de los profesores, régimen de contratación, infraestructura, género del colegio, recursos didácticos, entre otros.

²² Young y Reynolds (1996) analizaron pruebas de los estudiantes en diferentes colegios con el fin de identificar influencia de variables personales e institucionales (en clase y afuera de clase) en el rendimiento académico.

²³ Kim y Law (2012) usaron las pruebas PISA 2006 para explorar el rol de los antecedentes familiares, género del colegio en Sur de Corea y Hong Kong.

Frente a esto, el presente estudio realiza contribuciones explorando variables institucionales que se encuentran asociadas con el resultado en matemáticas que no se han identificado en Colombia. Puntualmente, los principales aportes se resumen en dos puntos: encontrar las características institucionales específicas relacionadas con el puntaje en la prueba de matemáticas de los estudiantes de Medellín e indagar por la existencia de relaciones de tipo transnivel entre las variables institucionales y las del estudiante, lo cual no se encuentra en la literatura nacional.

Para ello se utilizó información suministrada por el ICFES de los estudiantes que presentaron la prueba Saber 11 en el 2010 en la ciudad de Medellín. Adicional a lo anterior, se aplicó una encuesta a profesores de matemáticas y rectores de la ciudad, representativa a nivel de estudiante.

El resto del artículo se estructura de la siguiente manera: en la segunda sección se describe la metodología utilizada, presentando los datos y destacando las variables y el modelo estimado. La tercera sección contiene los principales resultados y finalmente en la cuarta y última se discuten los resultados del estudio.

2. Metodología

2.1. Población, muestra y fuentes de información

La población estudiada en este trabajo fueron los estudiantes que presentaron la prueba Saber 11 en el año 2010 en la ciudad de Medellín (35.053). Para identificar los factores institucionales que están asociados a los resultados de matemáticas, se utilizaron dos fuentes de información: 1) la prueba Saber 11 y 2) los resultados de la aplicación de una encuesta a los profesores de matemáticas del año 2010 y rectores de las instituciones educativas (IE) de la ciudad.

La base de datos de Saber 11 brindó la variable a explicar en el estudio (resultado en matemáticas) información como el género, la edad y otras relacionadas con la situación socioeconómica del estudiante, así como la jornada en la que estudia. A su vez, la aplicación de la encuesta amplió la información concerniente al ámbito institucional. El trabajo de campo se realizó con base en un muestreo en dos etapas (ver Anexo 1). Primero se estratificó por el nivel socioeconómico de los estudiantes, debido a que se apreciaron diferencias en el puntaje de matemáticas en este aspecto, como se puede observar en la Tabla 1, donde se aprecia una tendencia creciente en el puntaje de matemáticas en la medida en que aumenta el estrato. Después, se realizó un muestreo aleatorio simple al interior de cada estrato porque en los puntajes obtenidos se presentó un comportamiento homogéneo.

Tabla 1. Distribución de los estudiantes de Medellín que presentaron la prueba Saber 11 en 2010 según estrato socioeconómico y puntaje promedio en matemáticas

Estrato socioeconómico	Población (35053)			Muestra (1653)		
	Porcentaje	Puntaje	Desviación	Porcentaje	Puntaje	Desviación
1	15,58	40,84	8,75	18,75	41,1	8,92
2	42,05	42,7	9,27	36,42	42,64	8,7
3	29,76	45,8	10,34	15,12	48,32	10,4
4	6,78	51,28	11,78	13,43	54,11	12,78
5	4,11	54,94	13,08	6,84	58,26	12,99
6	1,73	57,29	13,53	9,44	62,16	12,9

Fuente: Saber 11 – 2010.

El proceso de muestreo permitió seleccionar 55 estudiantes de 42 Instituciones Educativas (IE), lo que constituye una estructura anidada y con una jerarquía que depende del nivel de agregación social, en la cual no es posible asumir independencia entre los resultados de los individuos de un mismo conjunto debido a la interacción entre ellos y a su grado de homogeneidad, posiblemente por autoselección (Riddell, 1989).

Esta muestra fue ampliada con individuos del mismo estrato socioeconómico y de la misma IE de aquel que fue seleccionado, con lo que se obtuvieron finalmente 1653 estudiantes de 44 instituciones educativas, representativos para toda la ciudad de Medellín. Este procedimiento se justifica tanto por lo observado en la Tabla 1, como por Sarmiento et al. (2000) donde se afirmó que en una institución de nivel socioeconómico alto, los estudiantes, en su gran mayoría, son de características socioeconómicas afines, es decir, el nivel socioeconómico diferencia los estudiantes de acuerdo al logro académico y por lo tanto a las IE en términos socioeconómicos.

Los instrumentos de recolección de información (ver anexo 2 y 3) indagaron por las características: 1) personales de los rectores y los profesores; 2) de la institución educativa; 3) de la infraestructura; 4) de los aspectos académicos, curriculares, pedagógicos y de la clase; 5) de gestión docente y 6) del ambiente institucional.

Para unir las bases de datos provenientes de las dos fuentes de información, se identificaron todos los individuos que presentaron la prueba Saber 11 en ambos semestres del año, luego se emparejó a cada individuo con su profesor y rector a través de la IE. Una vez se unieron, se construyeron algunos indicadores que facilitaron la interpretación de la información y el posterior análisis econométrico (Ver Tabla 2).

Tabla 2. Principales variables utilizadas en el estudio

Características (nivel)	Variable (fuente)	Tipo
Variable dependiente	Puntaje en Matemáticas en la prueba Saber 11 – 2010 (Saber 11)	Variable continua en el intervalo 0 – 100. Se considera que un estudiante obtuvo un resultado bajo cuando su puntaje está entre 0 – 30, medio si está entre 31 – 70 y alto de 70 en adelante.
Propias del estudiante	Género (Saber 11)	Hombre = 0 / Mujer = 1.
	Índice Socioeconómico (INSE) (Saber 11)	Primer factor obtenido a través de análisis Factorial Exploratorio. Incluye información sobre recursos y características de la vivienda, el nivel de SISBEN, estrato e ingreso familiar, además de información sobre la ocupación y educación de los padres.
	Edad (Saber 11)	Edad de los estudiantes (centrada en 17).
Propias del docente	Género (Docentes)	Hombre = 0 / Mujer = 1.
	Edad (Docentes)	Edad de los docentes (centrada en 43).
	Nivel educativo (Docentes)	Bachiller, normalista, técnico en educación, licenciado, profesional en otras áreas, postgrado.
	Participación en capacitaciones (Docentes)	Dicotómicas para capacitaciones en pedagogía de las matemáticas, currículo de matemáticas, planeación y diseño curricular, Uso de Tíc en las matemáticas.
Estrategias de enseñanza y evaluación	Estrategias pedagógicas (Docentes)	Uso de analogías, uso de problemas aplicados; planteamiento desde lo general a lo particular, o de lo particular a lo general.
	Texto Guía (Docentes)	Uso de texto guía de matemáticas en el aula de clase. NO = 0 / SI = 1.
	Frecuencia de evaluación (Docentes)	Semanal =0, Quincenal=1 Más de un mes=2.
	Uso de estrategias WEB en matemáticas (Docentes)	No = 0 / Si = 1.
Percepciones institucionales del profesor	Percepción de liderazgo académico del rector (Docentes)	El docente percibe que el rector es un líder en el tema académico. Dicotómica Si= 1 No= 0.
	Percepción sobre alto nivel de exigencia académica (Docentes)	El docente percibe que en general en la IE los docentes de su institución tienen un alto nivel de exigencia académica con sus estudiantes. Si= 1 / No= 0.
Propias del rector	Género del rector (Rectores)	Género del rector Masculino = 0 / Femenino= 1.
	Edad del rector (Rectores)	Edad del rector, centralizada en 50 años.
Institucionales	Carácter de la institución (Rectores)	Oficial = 0 / No oficial= 1.
	Género del colegio	Mixto = 0 / Un solo género = 1.
	Estrato de la IE (Rectores)	Estratos de uno a seis, se toma como referencia de comparación el menor estrato, estrato 1.
	Jornada (Saber 11)	Dicotómicas para Completa, mañana, tarde, nocturna y sabatina, como referencia jornada de la tarde.
	Capacitaciones para presentar el examen de estado (Rectores)	No = 0 / Si = 1.
	Horas de Clase de Matemáticas a la semana	Centrada en cuatro horas.

Características (nivel)	Variable (fuente)	Tipo
	(Docentes)	
	Seguridad y respeto en la IE (Docentes y Rectores)	Probabilidad entre 0 y 1. Este indicador propuesto por Ospina y Lalinde (2012) refleja la percepción que los docentes y rectores tienen con relación a la seguridad física y emocional que ofrece la institución educativa, indispensable en todo proceso de aprendizaje. Sirve para establecer parte de las condiciones en las que se da el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes. Este indicador, aunque no presenta valores concentrados en la situación ideal, 1, si está más centrado en la parte deseable de la escala (valores superiores a 0,5).
	Estudiantes por grupo	Promedio del número de estudiantes en cada grupo.
Infraestructura o recursos	Cantidad de computadores (Rectores)	Número de computadores por colegio. Centrada en 84.
	Percepción de la suficiencia y calidad de los recursos físicos de la IE (Docentes)	Valor entre 0 y 1. Analizar la percepción que tienen los docentes de las Instituciones Educativas sobre la suficiencia de los recursos físicos con que esta dispone.
	Número de salones del colegio (Rectores)	Centrada en 18

2.2. Análisis estadístico

Para este estudio, se utilizó un modelo lineal jerárquico de dos niveles²⁴ -estudiante e institución- con la siguiente especificación:

$$Y_{ij} = \beta_0 X_{ij} + \sum V. Individuales_{ij} + \sum V. Aula - Institución_j + e_{oij} + u_{oj},$$

$$[e_{oij}] \sim N [0, \sigma_{0e}^2]; [u_{oj}] \sim N [0, \sigma_{0u}^2] \quad (1)$$

Donde Y_{ij} es el puntaje de matemáticas del estudiante “ i ” en la institución “ j ”. El puntaje promedio para todas las instituciones está representado por $\beta_0 X_{ij}$. El término $\sum V. Individuales_{ij}$ representa el conjunto de variables medidas a nivel-1, esto es, las características propias del estudiante. En el caso de $\sum V. Aula - Institución_j$ se representa el efecto del conjunto de variables relacionadas con la institución (nivel-2). Este modelo tiene dos términos aleatorios: en nivel-1, e_{oij} representa el residual de cada estudiante en el puntaje promedio en la prueba de matemáticas con respecto a la media del colegio, y en el nivel-2, u_{oj} representa el residual en el puntaje de matemáticas de las escuelas con respecto al promedio general. Ambos términos aleatorios se asumen con una distribución normal con varianzas σ_{0e}^2 y σ_{0u}^2 respectivamente (Goldstein, H. y Browne, W., 2002).

²⁴ Se optó por un modelo de dos niveles y no de tres (estudiante, aula e institución) debido a que la mayoría de las instituciones educativas de Medellín para el grado 11 cuentan con un solo profesor de matemáticas para los diferentes grupos, lo que implica que la institución y el aula se agregan en un solo nivel

Este modelo de dos niveles permite estimar el índice de partición de varianza o coeficiente de correlación intraclase (ICC), el cual se denomina ρ . Cuando $\rho = 0$ significa que los colegios analizados no contribuyen al rendimiento de los estudiantes y si $\rho = 1$ significa que solo las variables institucionales inciden en el logro. La expresión de ρ para en este modelo es:

$$\rho = \frac{\sigma_{0u}^2}{\sigma_{0e}^2 + \sigma_{0u}^2} \quad (2)$$

2.3. Estrategia de empírica

Para identificar la relación entre cada una de las variables independientes con el puntaje de matemáticas se llevaron a cabo regresiones multinivel bivariadas (análisis crudo), el cual hace parte del análisis descriptivo de los datos. La importancia de este análisis radica en establecer asociaciones entre variables de cada una de las variables explicativas con la variable resultado (puntaje en matemáticas) para dar una idea de cuáles son las variables candidatas a entrar al modelo final.

Para el análisis ajustado se optó, primero, por estimar un modelo vacío el cual sólo incluye la constante y parte la varianza total entre los niveles de interés: nivel-1 estudiantes y nivel-2 colegios, y luego, por incluir las variables independientes, comenzando con las variables del nivel de estudiantes y luego las variables del nivel de la institución educativa. Entre las ventajas de este procedimiento se destaca la eliminación de variables que son irrelevantes para el modelo, lo cual mejora el desempeño del análisis y disminuye el riesgo de multicolinealidad entre las variables (Bryk y Raudenbush, 1992).

Después se exploró la posibilidad de que las variables del nivel-1 tuvieran variación significativa en el nivel-2 (efectos aleatorios) y se indagó por las interacciones transnivel, las cuales permitieron investigar efectos modificadores de las condiciones de la IE en relación con las características del individuo. Los resultados presentan las interacciones transnivel significativas por lo menos al 5%.

Para seleccionar el mejor modelo ajustado se utilizó el indicador de Bondad de Ajuste Bayesiano (DIC) en donde el modelo con el menor valor indica que es el que mejor se ajusta a los datos. Con el modelo final ajustado, se realizaron pruebas de homocedasticidad, normalidad de los errores y colinealidad.

Los coeficientes se calcularon primero a través del método de Máxima Verosimilitud para 1) probar todos los regresores posibles y 2) obtener los valores iniciales, los cuales se utilizaron como punto de partida en la estimación a través de Cadenas de Markov con simulaciones Monte Carlo (MCMC). Este método de estimación parte de la construcción de una muestra de parámetros, de la cual se obtiene el valor final de los coeficientes (Cameron y Trivedi, 2005, pp. 450 – 454), que se calcularon con el algoritmo de Gibbs (Browne, 2012). Esta técnica tiene la ventaja de proveer estimaciones más precisas aun para colegios con un pequeño número de estudiantes, para los cuales el modelo incorpora información de colegios similares (Browne, 2012)²⁵.

²⁵ El modelo se calculó en Stata 11 a través del paquete “runmlwin” (Lekie y Charlton, 2011), que actúa utilizando como soporte el software Mlwin (Rabash et al., 2009).

3. Resultados

Los resultados se encuentran divididos en dos partes. En la primera sección se presenta el análisis crudo, y en la segunda el análisis del modelo vacío y el modelo ajustado. Para la primera parte, dado que los estudios han mostrado que existe diferencia entre las instituciones oficiales y no oficiales, se incluyeron algunas de las variables descriptivas divididas entre estas categorías²⁶. Los resultados mostrados en las tablas de esta sección se pueden ampliar en los anexos 4 y 5.

3.1. Análisis crudo

La Tabla 3 presenta los porcentajes y promedios de las variables que permiten caracterizar a los miembros de la comunidad educativa y a las IE; asimismo, muestra un análisis preliminar crudo o bivariado del comportamiento del puntaje en matemáticas. En las variables asociadas al estudiante se puede apreciar una distribución equitativa en género y una edad promedio de 17 años, variables que se relacionan con los resultados en matemáticas. Las mujeres y los alumnos mayores a 17 años obtienen, en promedio, 3.2 y 0.65 puntos menos respectivamente en la prueba de matemáticas que los hombres y los estudiantes con menos años. Además, los estudiantes de mayor nivel socioeconómico (INSE) obtienen 4.48 puntos más.

Respecto al *aula de clase* cabe resaltar, en las características del personal docente una mayor proporción de hombres (63.64%). En el nivel educativo, la mayoría son licenciados (38.64%) o tienen posgrado (34.09%)²⁷ y con una edad promedio de 43 años; estos aspectos no se relacionan con una nota mayor en matemáticas.

En el tema de capacitaciones, se halló que alrededor de la mitad de los docentes se han capacitado en alguna actividad relacionada con la docencia; al respecto, los estudiantes obtienen mayores puntajes con docentes que tengan capacitaciones en currículo de matemáticas (6.02 puntos de más); planeación y diseño curricular (5.33); y uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC) en matemática (7.34). Igualmente, los docentes utilizan estrategias metodológicas de enseñanza y se observa que la que va de lo general a lo particular (método deductivo) se relaciona con los resultados en matemáticas (5.52). Además de la preparación, el tiempo que pasa el docente con los estudiantes también es importante. Así, las IE tienen en promedio 4 horas destinadas al área de matemáticas, pero al aumentar una hora, el rendimiento en matemáticas mejora en 3.5 puntos.

²⁶ Este estudio dividió las instituciones en oficiales y no oficiales. Es una clasificación parecida más no exacta a aquella que las separa entre públicas y privadas. Las instituciones educativas oficiales son aquellas que dependen 100% del municipio o de la nación, tanto en instalaciones físicas, el mantenimiento, la planta docente, regulación y recursos. Las instituciones educativas no oficiales corresponden a aquellas manejadas completamente por el sector privado y también a las que tienen algún tipo de contrato de prestación de servicios educativos con las entidades territoriales (licitación, cobertura y confesiones religiosas), es decir, instituciones que son administradas por entes privados pero que funcionan con recursos públicos.

²⁷ En ambos casos, alrededor del 60% de los profesores de matemáticas de grado 11 que son licenciados o docentes con posgrado se encuentran en el sector oficial.

Tabla 3. Análisis Crudo (Bivariado)

Variables	Porcentaje/ promedio	Coficiente	Puntaje matemáticas
Nivel del estudiante			
Propias del estudiante			
Género (<i>base = masculino</i>)	52.27%	-	49.36 (12.65)
<i>Femenino</i>	47.73%	-3.200 (0.501) **	45.81 (12.22)
Edad estudiante (centralizada 17 años)	17	-0.648 (0.172) **	
Índice Socioeconómico (INSE)	1.86	4.475 (0.628) **	
Nivel de la Institución Educativa			
Capacitaciones del docente			
Currículo en matemáticas	50%	-	44.87 (6.68)
<i>Si</i>	50%	6.022 (2.536) **	50.84 (9.66)
Planeación y diseño curricular (<i>base = no</i>)	56.82%	-	45.66 (6.39)
<i>Si</i>	43.18%	5.330 (2.592) **	50.75 (10.62)
Uso de TIC en matemáticas (<i>base = no</i>)	47.73%	-	44.09 (4.95)
<i>Si</i>	52.27%	7.348 (2.457) **	51.3 (9.89)
Estrategias de enseñanza y evaluación			
Enseñanza de lo general a lo particular (<i>base = no</i>)	34.09%	-	44.31 (4.95)
<i>Si</i>	65.91%	5.520 (2.703) **	49.7 (9.75)
Uso de texto guía (<i>base = no</i>)	59.09%	-	45.57 (7.55)
<i>Si</i>	40.91%	5.506 (2.613) **	51.16 (9.49)
Percepción del profesor			
Percepción sobre alto nivel de exigencia académica (<i>base = no</i>)	27.27%	-	42.74 (2.17)
<i>Si</i>	72.73%	7.425(2.733) **	49.78 (9.51)
Propias de la institución			
Carácter del colegio (<i>base = no oficial</i>)	59.09%	-	45.29 (5.81)
<i>Oficial</i>	40.91%	-7.023 (2.503) **	51.57 (10.92)
Género del colegio (<i>base = mixto</i>)	88.64%	-	46.72 (7.53)
<i>Un solo género</i>	11.36%	10.422 (3.886) **	56.77 (13.09)
Estrato socioeconómico de la IE (<i>base = estrato 1</i>)	25%	-	42.58 (3.13)
<i>Estrato 2</i>	9.09%	0.436 (3.040)	42.77 (1.52)
<i>Estrato 3</i>	27.27%	2.224 (2.285)	44.54 (3.05)
<i>Estrato 4</i>	18.18%	6.733 (2.611) **	48.2 (9.48)
<i>Estrato 5</i>	6.82%	18.160 (3.492) **	59.82 (8.34)
<i>Estrato 6</i>	13.64%	18.629 (2.691) **	61.13 (7.55)
Jornada del Colegio (<i>base = tarde</i>)	29.55%	-	43.05 (3.18)
<i>Mañana</i>	31.82%	6.444 (3.082) **	49.51 (9.45)
<i>Completa</i>	34.09%	8.805 (3.095) **	51.51 (9.81)
<i>Noche y sábado</i>	4.55%	-2.833 (6.024)	40.2 (1.87)
Capacitación Pre-Saber 11 (<i>base = no</i>)	11.36%	-	56.69 (12.21)
<i>Si</i>	88.64%	-9.816 (3.898) **	46.73 (7.7)
Horas de matemáticas a la semana (centrada en 4)	4	3.503 (0.891) ***	
Indicador de Seguridad y Respeto	0.83	32.638 (10.055) ***	
Recursos			
Estudiantes por grupo (centrada en 34 alumnos)	34	-0.369 (0.184) **	
Computadores por colegio (centrada en 84)	81	0.075 (0.026) **	
Número de salones del colegio (centrada en 18)	30	0.179 (0.038) ***	
Percepción de calidad y suficiencia de recursos	2.79	6.639 (1.544) **	

*** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$; nivel de confianza = 95%; iteraciones = 40000; Uso de vectores ortogonales y centrado en tercer nivel para controlar correlación. Desviación estándar entre paréntesis.

Otras características asociadas al aula en las que se buscó relación con los resultados en matemáticas fueron el tamaño de clase, frecuencia de evaluación y el uso de tecnologías de información. Sobre el tamaño de clase, en promedio los grupos están conformados por 34 estudiantes²⁸ y a más estudiantes por grupo disminuye el rendimiento en 0.36. La frecuencia de las evaluaciones es para un 38% de las IE semanal y para un 40% quincenal, y el 70.45% de ellas usan software matemático o sitios web como herramienta didáctica; no obstante, la diferencia del promedio del rendimiento de sus alumnos para estas dos variables no fue significativa.

Como se observa en los resultados, al parecer tener preparación en el uso de TIC se relaciona con mayores logros académicos, pero usar software o usar dichas tecnologías no tienen relación. Una explicación para lo anterior puede ser que muchos docentes los usan (70.45%) pero pocos se preparan para utilizarlo (47,73%) y, en ese sentido, las TIC tienen relación con mejores resultados si el docente está capacitado para usarlas. En conclusión, siendo el uso de las TIC un buen complemento en la enseñanza de las matemáticas, la pregunta que surge entonces es ¿cómo están usando los profesores las TIC? y ¿cómo mejorar el uso de las TIC para fines educativos?

Las variables que se asocian con la *institución*, el cuerpo docente antes descrito trabaja en un sistema educativo compuesto por proporciones equilibradas de colegios públicos y privados, casi todos de género mixto (sólo 11.36% es de un solo género). Estas IE tienen 30 salones en promedio y 81 computadores²⁹ disponibles para sus cursos. En relación con los resultados en matemáticas, los estudiantes de las IE oficiales obtienen en promedio puntajes menores que las no oficiales (-7.023); así mismo, colegios cuya población atendida es de un solo género tienen resultados positivos y significativos sobre el puntaje en matemáticas del orden de 10.42 puntos. En los recursos que disponen las IE, el número de salones como una proxy del tamaño del colegio no tiene relación con los resultados. Se encontró una relación positiva entre el número de computadores en el colegio y el resultado de matemáticas en la prueba (0.08).

Otras variables que resultaron significativas fueron el estrato socioeconómico del colegio, su jornada y el uso de texto guía. Según la jornada, el 29,5% de las IE se encuentra en la tarde, el 31,82% en la mañana y 34,09% completa, y a nivel socioeconómico, el 61% de las IE están ubicadas en zonas de estrato 1, 2 y 3. En cuanto a éste se obtuvo, tomando como referencia el estrato 1, que los colegios ubicados en zonas de estratos 4, 5 y 6 obtienen puntajes mayores en 6.73, 18.16 y 18.63 puntos en la prueba en comparación al estrato de referencia. Desde el punto de vista de la jornada, la de la mañana y la completa aportan resultados positivos y significativos frente a la jornada de la tarde (6.44 y 8.81). Finalmente, las IE que tengan como política el uso del texto guía de matemáticas también los estudiantes obtienen mejores resultados (5.51).

²⁸ Para las IE oficiales el promedio de estudiantes por grupo 31 (mínimo 24 y máximo 40) y para las IE no oficiales el promedio es 35 estudiantes por grupo (mínimo 22 y máximo 51).

²⁹ Estas medidas son relativas al carácter de la institución. Así, Para las IE oficiales el promedio de salones es de 27 y los computadores es 78; para las IE no oficiales son 34 y 83 respectivamente. También puede identificarse que el 50% de los estudiantes de once de la ciudad se encuentran en IE con 18 o menos salones y con 84 o menos computadores.

Diferente a lo encontrado en otros estudios, se observó que el 88.64% de las IE realizan capacitaciones especiales a sus estudiantes para presentar las pruebas de estado (Saber 11) como parte de sus políticas institucionales, presentándose relaciones negativas con el resultado en matemáticas (-9.82). Finalmente, otra variable no explorada en estudios anteriores fue el indicador de seguridad y respeto, el cual junto a la percepción más positiva en cuanto a la calidad y suficiencia de recursos disponibles para la clase y la exigencia académica del colegio, se relaciona con mejores resultados (32.64, 6.64 y 7.43 respectivamente).

3.2. Modelo Nulo (Vacío) y ajustado

Los resultados del modelo nulo reportados en la tercera columna de la Tabla 4 y que no incluyen ninguna variable dependiente, indican que el puntaje promedio de matemáticas para la ciudad de Medellín fue de 48.01 puntos. Alrededor de este promedio se observa una alta variabilidad ($\sigma_{0u}^2=78.545^{***}$). Al respecto, los estudiantes del 2.5% de los colegios con menor puntaje obtuvieron en promedio 30.64 en matemáticas, mientras que los del 2.5 % de las mejores IE obtuvieron un puntaje en torno a 65.38, como se puede ver en la Gráfica 1. En este modelo, las condiciones institucionales aportan en la explicación de por qué unos estudiantes tienen un mejor desempeño que otros en 46.64%.

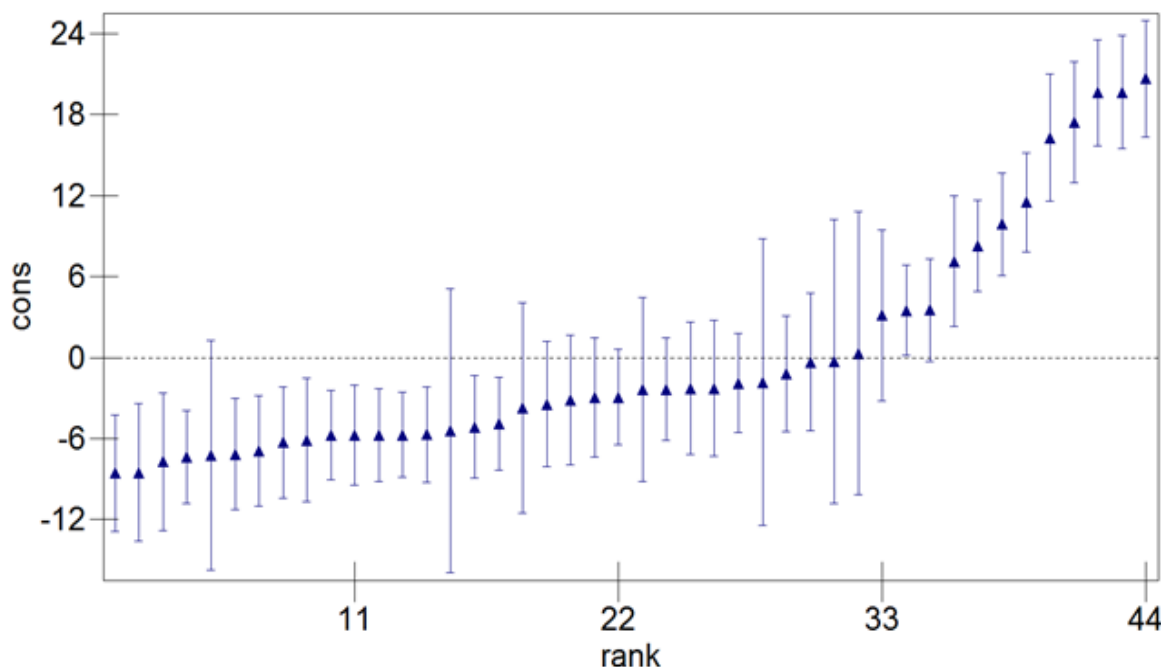
Tabla 4. Modelo Nulo y Modelo ajustado

VARIABLES	Modelo Nulo	Estudiantes	Estudiantes y colegios
Constante	48.012 (1.387) ***	41.65 (1.756)***	53.70 (6.490)***
Nivel del estudiante			
Propias del estudiante			
Género (base = masculino)		-3.058 (0.499)***	-3.377 (0.508)***
Edad estudiante (centrada 17 años)		-0.592 (0.170)***	-0.905 (0.210)***
Índice Socioeconómico (INSE)		3.923 (0.719)***	1.865 (0.738)**
Nivel de la Institución Educativa			
Estrategias de enseñanza y evaluación			
Uso de texto guía (base = no)			4.812 (1.553)***
Uso software matemático o sitios web (base = no)			-7.559 (1.986)***
Percepciones institucionales del profesor			
Percepción sobre alto nivel de exigencia académica (base = no)			3.706 (1.987)*
Propias del rector			
Género rector (base = masculino)			-4.535 (2.187)**
Propias de la institución			
Carácter del colegio (base = no oficial)			-5.560 (1.698)***
Género del colegio (base = mixto)			12.35 (2.815)***
Capacitación Pre-Saber 11 (base = no)			-6.465 (2.307)***
Computadores por colegio (centrada en 84)			0.064 (0.028)**
Interacciones transnivel			
Género del estudiante (base = masculino) y horas de matemática a la semana (centrada en 4)			-1.146 (0.515)**
Edad del estudiante (centrada en 17 años) y horas de matemática a la semana (centrada en 4)			-0.305 (0.133) **
Efectos aleatorios			
Varianza Instituciones Educativas	78.545 (18.642)***	39.80 (11.16)***	6.561 (5.695)
Varianza estudiantes	89.863 (3.157)***	86.93 (3.077)***	86.09 (3.030)***
DIC	12167.65	12113.30	12099.19
Coefficiente partición de varianza	46.64%	31.4%	7.01%

*** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$; nivel de confianza = 95%; iteraciones = 40000; Uso de vectores ortogonales y centrado en segundo nivel para controlar correlación. Desviación estándar entre paréntesis.

Una vez se ingresan las variables del nivel de los estudiantes, en la cuarta columna de la Tabla 4, se observa que las mujeres y los estudiantes mayores obtienen menor puntaje que los hombres y que aquellos estudiantes más jóvenes (3.058 y 0.592 puntos respectivamente). Si bien todas las personas propenden a aprender y tienen las mismas capacidades, se deben tener en cuenta diferentes estrategias para que todos estudiantes establezcan relaciones cognitivas que va constituyendo su saber.

Gráfica 1. Distribución de los puntajes de los colegios alrededor de la media.



En el nivel socioeconómico, aquellos estudiantes clasificados en el INSE más alto, obtienen en promedio 3.923 puntos más en la prueba por cada unidad adicional en el índice. Este efecto varía significativamente entre las escuelas (Varianza coeficiente aleatorio INSE = 10.761 (4.224)), indicando que en algunas de ellas el efecto del nivel socioeconómico de los estudiantes puede ser mayor o menor que en otras. Según el indicador de Bondad de Ajuste Bayesiano (DIC), incluir este coeficiente aleatorio no representa un mejor ajuste en el modelo, por lo que se decidió continuar con el modelo más simple (modelo con efectos fijos).

Una vez se ingresaron las variables del nivel de estudiantes la variabilidad en los promedios de puntaje entre las IE se redujo de 78.55 a 39.8, lo que corresponde a una disminución de aproximadamente 50%, es decir la mitad de la varianza observada entre las escuelas era debida a las características de los estudiantes. Sin embargo, después de ajustar por las características individuales, la variabilidad en el puntaje de matemáticas entre los colegios continuó siendo estadísticamente significativa. El ICC estimado mostró que 31.4% de la varianza total era explicada por características de los colegios.

La fila cinco de la Tabla 4, muestra los resultados de los efectos de las características de los colegios en el modelo ajustado. En las variables asociadas al estudiante, cambiaron poco los coeficientes y se mantuvo el sentido de la relación visto desde el análisis crudo. Las mujeres y los alumnos mayores a 17 años obtienen, en promedio, 3.37 y 0.90 puntos menos en la prueba de matemáticas que los hombres y los estudiantes con menos años respectivamente. De igual forma, los estudiantes de mayor nivel socioeconómico (INSE) obtienen 1.86 puntos más. Adicional a estas características individuales, sería importante incluir las calificaciones de los estudiantes –lo que no se pudo tener en cuenta en este estudio–, de forma tal que al incluirlas se pueda identificar con mayor precisión las capacidades intrínsecas y su relación con los logros en matemáticas.

En el modelo ajustado completo pierden significancia estadística variables asociadas al *aula de clase* como el tipo de capacitaciones de los docentes, la enseñanza a través del método deductivo, el número de estudiantes por grupo, el estrato socioeconómico del colegio, el tiempo que pasa el docente con los estudiantes y el índice de percepción de calidad y suficiencia de recursos, que en el análisis crudo daban indicios de relacionarse con el puntaje de matemáticas. Sin embargo, se mantiene la significancia negativa del uso de tecnologías de información, donde los estudiantes obtienen en promedio 7.559 puntos menos cuando los colegios usan herramientas Web que cuando no.

En lo relacionado con la *institución* continúan siendo significativos el sector, género del colegio y recursos como los computadores. Los colegios de un solo género obtienen en promedio 12.35 puntos adicionales en comparación a los colegios mixtos, los estudiantes de IE oficiales mantienen en promedio 5.56 puntos menos que las no oficiales. Adicionalmente, el número de computadores también tienen una relación positiva (0.06). De las variables estrato socioeconómico, jornada y uso del texto guía, las dos primeras no resultaron significativas y la última sí. Los colegios que utilizan texto guía para la clase de matemáticas tienen puntajes más altos que aquellos que no, aumentando en 4.812 puntos el resultado de matemáticas de los estudiantes.

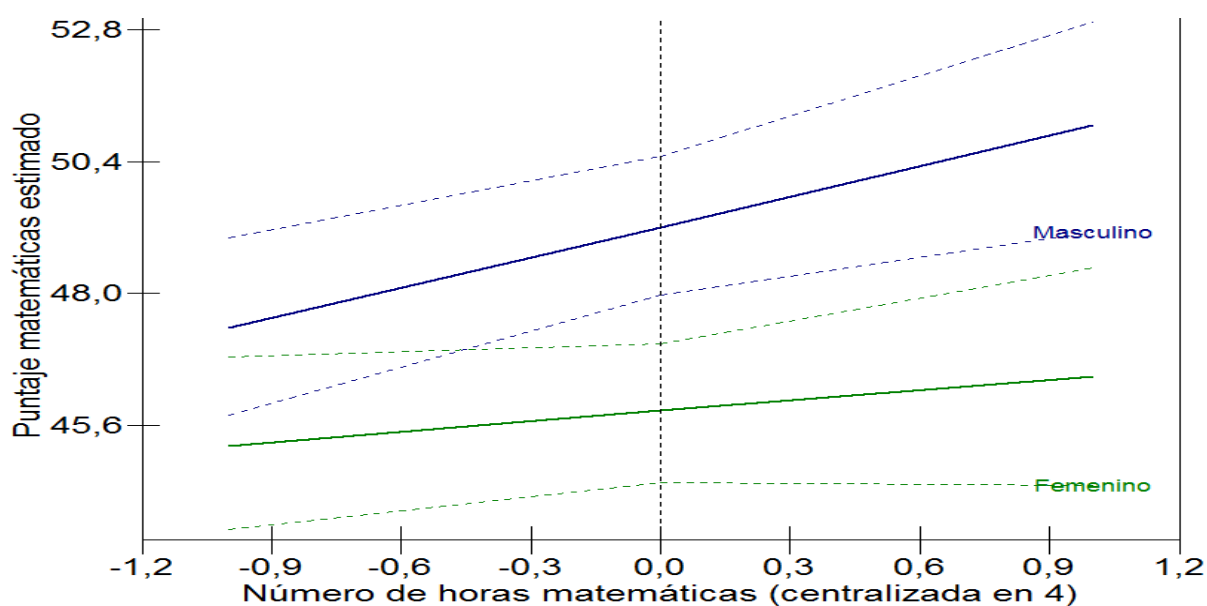
Las nuevas variables identificadas en el análisis crudo como realizar capacitaciones especiales para presentar las pruebas Saber 11; las percepciones sobre la calidad y la suficiencia de los recursos y sobre la exigencia académica; y el indicador de seguridad y respeto, resultaron significativas dos: capacitación en pruebas Saber 11 y percepción de exigencia. Colegios que tienen capacitaciones previas a la prueba Saber 11 tiene 6.46 puntos menos que los que no; en contraste, IE donde los docentes perciben que sus colegas tienen un alto nivel de exigencia académica, obtienen en promedio 3.70 puntos más.

Sumado a lo anterior, resultó significativa la variable relacionada con el género del rector. Una vez se controla por variables de colegio, se encuentra que aquellas IE cuyo rector es mujer obtienen menores puntajes que cuando es hombre en 4.53 puntos.

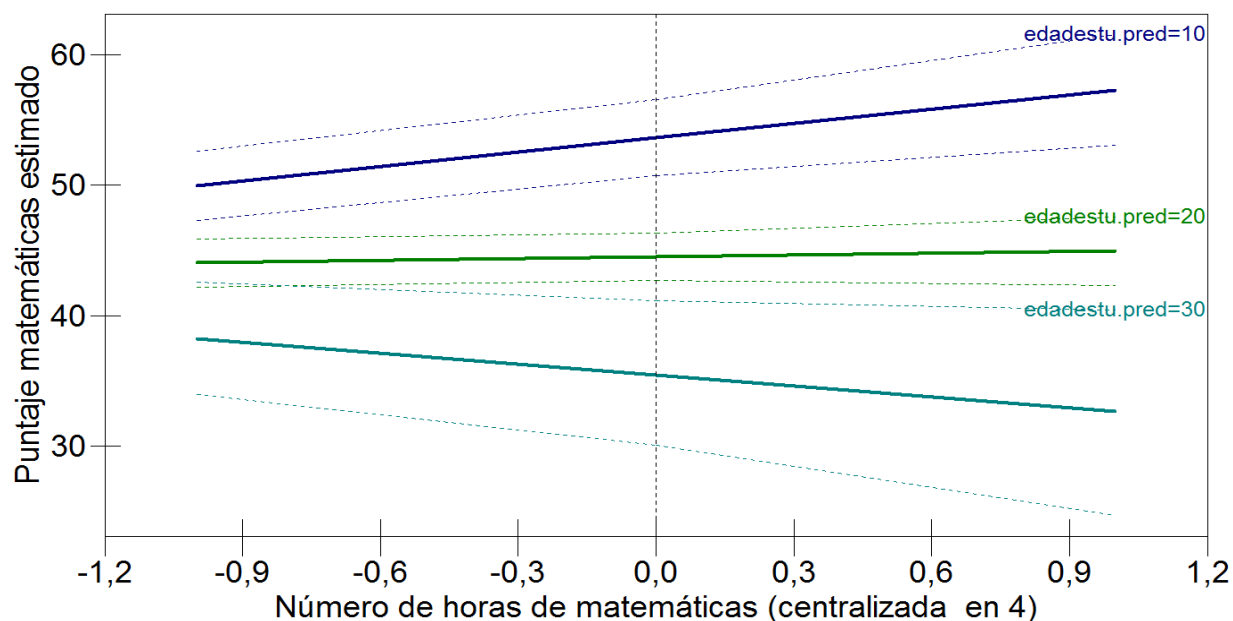
Igualmente se probaron algunas interacciones transnivel, las cuales se utilizan para encontrar cambios de las relaciones entre alguna de las variables de nivel de estudiante cuando varían condiciones de las variables del nivel de colegio. La Gráficas 2 y 3 muestran las interacciones que dieron significativas. En estas gráficas se observa que la diferencia significativa en los puntajes de

matemáticas entre hombres y mujeres es más fuerte en aquellas escuelas donde la jornada o número de horas dedicadas a matemáticas es mayor, y que la diferencia por edad en el puntaje de matemáticas es significativamente mayor en los colegios que dedican mayor número de horas de matemáticas.

Gráfica 2. Interacción transnivel entre el género del estudiante y el número de horas de matemáticas que recibe a la semana.

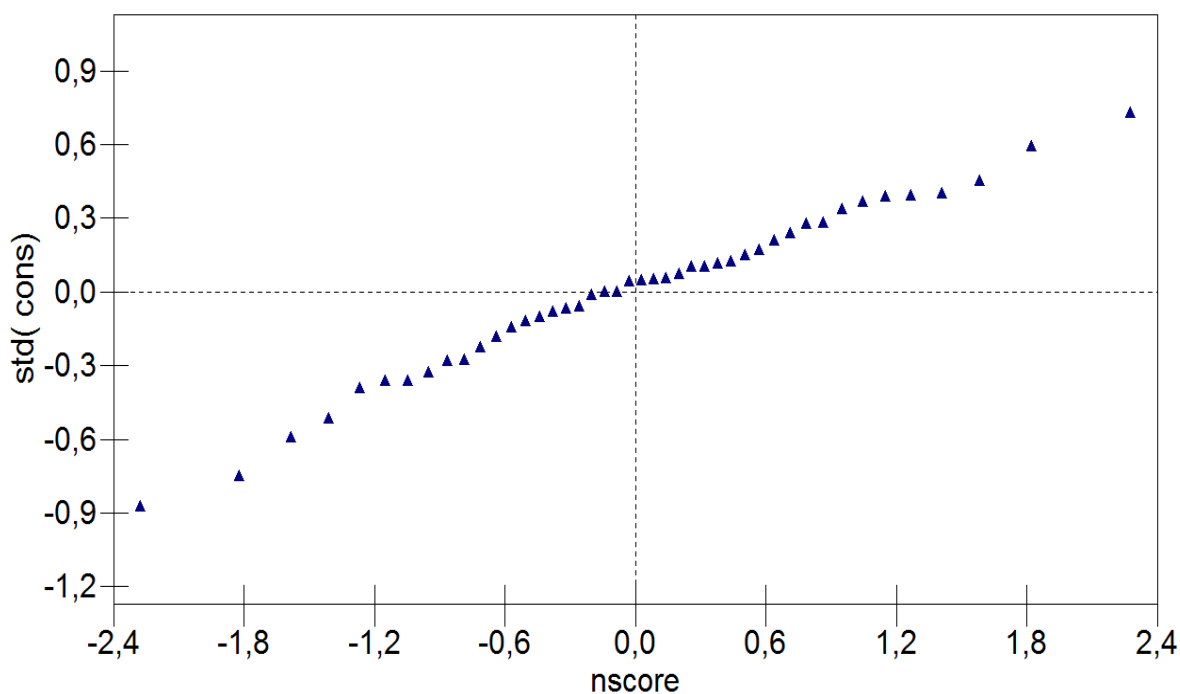


Gráfica 3. Interacción transnivel entre la edad y el número de horas de matemáticas que recibe el estudiante a la semana.

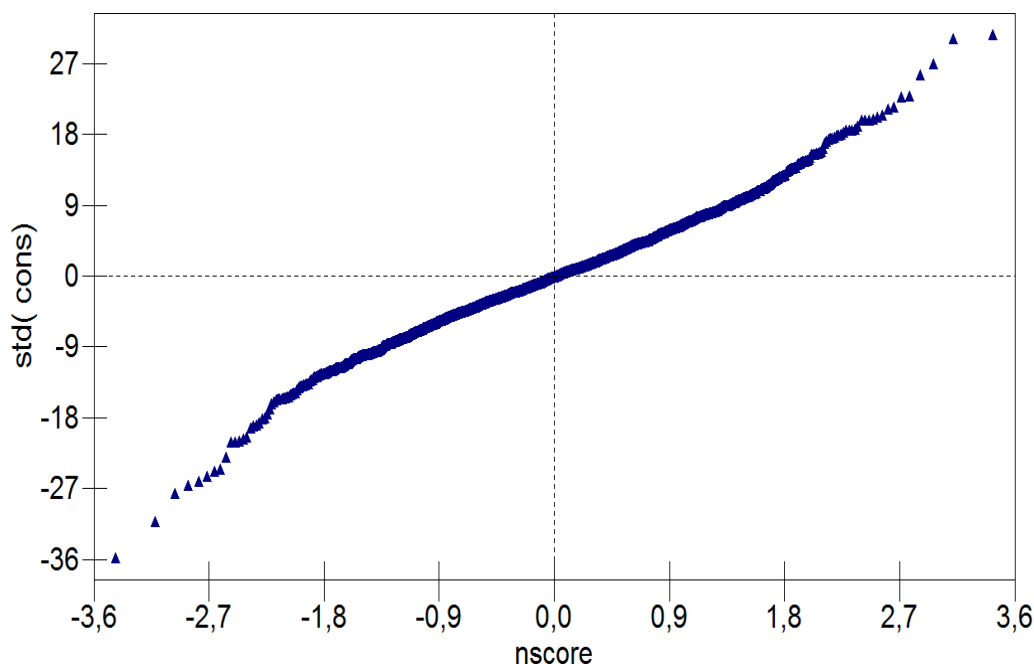


Finalmente, se encontró que en el modelo ajustado, una vez se ingresó la información de los colegios, la variabilidad entre ellos no es significativa, es decir, una vez se han incluido estas variables la variabilidad de los resultados a nivel de las Instituciones Educativas ha sido completamente explicada. Este resultado fue obtenido una vez se eliminaron las variables que presentaban problemas de colinealidad, lo que fue luego corroborado con una prueba de razón de verosimilitud, indicando que el modelo ajustado predice mejor que cualquier otro el comportamiento del puntaje en matemáticas de los estudiantes bajo observación. Igualmente, se realizaron pruebas de normalidad sobre los errores de los niveles de estudiantes y colegios respectivamente, lo que permitió asegurar que al menos a nivel de los alumnos se obtuvieran errores simétricos y unimodales, mientras que en el segundo nivel, dados los pocos colegios, no se alcanzó tal característica como se evidencia en las Gráficas 4 y 5.

Gráfica 4. Normalidad de los residuales a nivel de colegio



Gráfica 5. Normalidad de los residuales a nivel de los estudiantes



4. Conclusiones

Existe un consenso sobre la importancia de la educación como medio para integrar cada individuo a la sociedad y potenciar sus capacidades. Así, se espera que en cada estudiante la educación estimule muchas dimensiones³⁰, las cuales se ven reflejadas en resultados cognoscitivos -relacionados al conocimiento- y no cognoscitivos -asociados a las satisfacciones que procura la condición de estudiante- la adquisición de nuevos comportamientos y de valores, entre otros (Lassibille y Navarro, 2004:187).

Bajo este contexto, este trabajo partió de la inquietud por identificar cuáles son las condiciones de una institución educativa y las características de sus docentes que mejoran la labor educativa y sus resultados. Para abordar el tema se acotó para ser analizado desde la perspectiva cuantitativa bajo el enfoque de economía de la educación, sin desconocer las implicaciones cualitativas que deja el proceso educativo, los cuales van más allá de conocimientos formales y que son difíciles de medir.

³⁰ El sistema educativo tiene como objetivo enseñar a pensar, socializar, humanizar y concientizar para facilitar el desenvolvimiento de todas las dimensiones de la personalidad. Estas dimensiones se resumen en: corporal (la relación del estudiante con su propio cuerpo), la cognitiva (sus capacidades intelectivas), emocional o afectiva (la elaboración y expresión de sentimientos), comunicacional (el desarrollo del lenguaje), relacional (la posibilidad de relacionarse con el otro), volitiva (el ejercicio de la voluntad), estética (la creación y apreciación de la belleza), lúdica (la identificación de sí mismo a través del juego), vocacional (el sentido dado al trabajo), ético-moral (la relación y categorización de diferentes tipo de comportamiento según la cultura), cívico-política (la relación con los demás a través del estado), trascendente (la capacidad de salir de sí para encontrarse con el otro), y sexual (el conocimiento y comprensión del género). (Arango, 2013).

Los resultados en las pruebas Saber 11, área de matemáticas, fueron el insumo principal para indagar cuáles son las características institucionales más propicias para obtener mejores resultados o mejores conocimientos. En general, los hallazgos obtenidos contradicen lo encontrado por Barrientos (2008) quien afirmó que el colegio no tiene incidencia en el rendimiento en matemáticas, sino que el desempeño en esta área puede ser atribuido a la aptitud natural de los estudiantes.

Si bien cada estudiante desarrolla diferentes habilidades, es responsabilidad del colegio y sus docentes encaminarlas, potencializarlas y suscitar otras nuevas. Y, en este estudio, en concordancia con Murillo (2008), se constató que el puntaje en matemáticas depende de efectos composicionales (individuales) y contextuales (colegios). Estos últimos hacen referencia a las características institucionales asociadas al rendimiento escolar que hacen eficaz a una institución educativa, las cuales se clasificaron en dos grupos de análisis: aula de clase e institución educativa. En el aula de clase se encuentran las características del docente y del aula como tamaño de clase, cantidad de tareas y evaluaciones, usos de tecnologías con fines didácticos, entre otros. Las institucionales son las características rector y de la institución, incluyendo su infraestructura y recursos.

Puntualmente, el primer resultado a observar es que en Medellín, luego de controlar por la información de los estudiantes, el 31.4% de las variaciones en el logro están asociadas a las instituciones educativas, mientras que el país se encuentra entre 25% y 37%, lo que deja un margen de acción para llevar a cabo políticas educativas que busquen mejoras en la calidad de la educación por medio de condiciones institucionales.

En lo relacionado con el docente, sus características personales (género, nivel educativo, capacitaciones, estrategias de enseñanza, edad) no están relacionadas con mejores resultados. Esto significa que no se dan mejores resultados en las pruebas Saber 11 si los profesores son hombres o mujeres, jóvenes o adultos, o con mayor o menor nivel educativo; además no hay estrategia metodológica diferenciadora en la enseñanza de las matemáticas vía mejores resultados.

Lo anterior no significa que la preparación de los docentes no sea importante, en otras palabras, los docentes como el motor del sistema educativo tienen un papel trascendental en la formación de los estudiantes que no se puede resumir en sus características básicas. Lo que ellos son, hacen y logran al interior del aula de clase son unos de los factores más trascendentales para que el desempeño de los estudiantes mejore, pero son difíciles de identificar cuantitativamente porque conllevan complejidades metodológicas de orden cualitativo.

Respecto a la institución, el tamaño de la institución, la jornada y el número de estudiantes no se relacionan con el resultado de los estudiantes en matemáticas, en el contexto de la ciudad de Medellín, lo que de alguna forma va en contraposición de los resultados de Doneschi (2012) –sobre la condición socioeconómica del colegio–, Correa (2004), Caro (2000), Restrepo y Alviar (2005) y Misión Social DNP (1997) – en lo relacionado con la jornada–, Fuller y Clarke (1994), Angrist y Lavy (1999), Schreiber (2002) y Fuller y Heyneman (1989) y Breton (2013) –respecto a la cantidad de horas de clase y el tamaño del grupo–.

Así mismo, los resultados contradicen el planteamiento de Lassibille (2013) que el liderazgo del rector es fundamental para asegurar la eficacia escolar. Al respecto, no se encontró relación significativa entre la capacidad de liderazgo académico del rector, su edad y el rendimiento escolar, pero su género resultó significativo, lo cual no había sido explorado antes en el ámbito nacional. No existe una explicación completa para explicarlo, pero se pone de relieve que las características directivas masculinas aportan a mejor desempeño en los estudiantes.

Según los resultados, para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes a partir de características institucionales, el uso del texto guía y la percepción de exigencia académica es clave. En lo relacionado con la asociación positiva entre el resultado académico y el uso de texto guía ha sido encontrado más comúnmente a nivel de primaria (Schieffelbein y Simmons, 1981; Fuller y Clarke, 1994), pero a partir de los resultados se evidenció su pertinencia en la educación media. En la segunda variable, cuando los profesores tienen una percepción de alta exigencia académica de sus colegas se mejora los resultados académicos. Este vínculo no se había explorado en otros estudios, una explicación posible es que el comportamiento de los profesores se influencia a través del efecto de pares de sus colegas. Se podría aplicar lo conocido en estudios sobre efecto de pares en los profesores para profundizar más en el análisis.

También aumenta el desempeño académico el hecho de estudiar en colegios no oficiales, de un solo género, y con más número de computadores. Al igual que en Misión Social del DNP (1997), Caro (2000), Restrepo y Alviar (2005) y Tobón et al. (2008), se encontró que estudiar en colegios oficiales se relaciona con resultados más bajos que los de sus pares de colegios no oficiales. Como ya se ha identificado en otros estudios, el sistema educativo para la ciudad de Medellín y para el país se encuentra segregado y todavía existen desventajas para las instituciones no oficiales en relación con las oficiales. Por la misma naturaleza de las instituciones y el diferente público al que atienden se sugiere realizar futuras investigaciones separadas con el fin de profundizar en aspectos que se resaltan en uno u otro sector y no se alcanzan a identificar de manera agregada.

Los estudiantes de colegios de un solo género también obtienen mejores resultados que sus contrapartes de colegios mixtos tal como lo encontraron Caro (2000) y Misión Social DNP (1997). Esto indica, que los estudiantes de un mismo género pueden tener más concentración y disposición para aprender cuando no están mezclados con el otro género. En general, se observó que mayor número de computadores se asocia con mayores resultados, no obstante, el uso de estos últimos debe ser estudiado a mayor profundidad, pues no es sólo tener el recurso sino saber cómo se utiliza.

Algunas variables de tipo institucional, al interactuar con las características de los alumnos, mostraron cambios. Así, las horas clase de matemáticas, cuando se tiene en cuenta su relación con el género y la edad del estudiante se encuentra que aumentar las horas clase es más beneficioso para los hombres que para las mujeres; igualmente, aumentarlas a los estudiantes que están en una edad anormal para presentar la prueba incluso disminuye su rendimiento. Esto tiene sentido si se tiene en cuenta que se ha encontrado antes que las mujeres tienen un rendimiento menor en matemáticas que los hombres y que los estudiantes mayores a 19 años puntúan por debajo del promedio general. Este

resultado deja abierta la pregunta sobre cuál estrategia, diferente a aumentar el tiempo destinado a la clase o la frecuencia de tareas y evaluaciones, se puede usar con esta población femenina y adulta.

Otras características menos exploradas y con relación negativa son la de tener una política de capacitaciones para presentar las pruebas del estado Saber 11 y usar software y sitios web como apoyo para la enseñanza. Para la primera, el resultado negativo respecto al rendimiento se podría explicar por la autoselección de los individuos para estas capacitaciones, pues se espera que aquellos que presentan bajos rendimientos las utilicen y aquellos que no las necesiten no se vean beneficiados por su participación en ellas. Otra explicación es que el diseño de las pruebas Saber 11 no es predecible, por lo que la preparación aporta a la familiarización con la estructura de la prueba y no con su contenido. No obstante, se podría explorar en una nueva investigación el uso de las capacitaciones para presentar las pruebas de estado, de forma tal que se pueda identificar un efecto causal claro sobre su efecto en el puntaje.

La asociación negativa entre el uso de software matemático o sitios web de apoyo pedagógico y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas, contradice a Castro et al. (2010) quienes encuentran una relación positiva. Sería importante explorar qué tipo de sitios se están visitando, cuánto tiempo, cuál es la estrategia pedagógica que acompaña este tipo de herramientas, entre otros, que permitan indagar y entender mejor este resultado.

Para terminar, los resultados presentados pueden generar propuestas que contribuyan a la calidad educativa, a partir de los resultados de las pruebas Saber 11, e ideas para futuras investigaciones que exploren los aspectos evidenciados a profundidad u otros aspectos asociados al aula de clase que no se observan ampliamente mediante el análisis de pruebas estandarizadas, en temas como la efectividad de las instituciones oficiales y de las estrategias pedagógicas de los docentes.

Referencias

- Alexander, L., y Simmons, J. (1975). *The determinants of school achievement in developing countries: the educational production function*. Washington: Banco Mundial.
- Angrist, J., y Pischke, V. (1999). Using Maimonides' Rule to Estimate the Effect of Class Size on Scholastic Achievement. *The Quarterly Journal of Economics*, 114 (2), 533-575.
- Arango, G. (2013). *Aspectos Pedagógicos*. Dirección de Docencia, Universidad EAFIT, Documento de trabajo.
- Barrientos, J. (2008). Calidad de la educación pública y logro académico en Medellín 2004-2006. Una aproximación por regresión intercuartil. *Lecturas de Economía*, 68, 121-144.
- Breton, T. R. Evidence that class size matters in 4th grade mathematics: An analysis of TIMSS 2007 data for Colombia. *International Journal of Educational Development*(0). Browne, W.J. (2012).
- Browne, W.J. (2012). *MCMC Estimation in MLwiN, v2.26*. Centre for Multilevel Modelling: University of Bristol.
- Bryck, A., y Raudenbush, S. (1992). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. Newbury Park: Sage Publications.

- Cameron, C. y Trivedi, P. (2005). *Microeconometrics, methods and applications*. New York: Cambridge University Press.
- Caro, B. (2000). Factores asociados al logro académico de los alumnos de 3° y 5° de primaria de Bogotá. *Coyuntura Social, Fedesarrollo*, 22, 65-80.
- Castaño, E. (1998). El efecto del colegio sobre la variabilidad del rendimiento en matemáticas. *Lecturas de Economía*, 49, 47-58
- Castro, G., et al. (2012). Las Tecnologías de la Información y Comunicación como determinante en el rendimiento académico escolar, Colombia 2006-2009. En Pacheco, E. (Coordinadora), *Investigaciones de economía de la educación*. Porto: AEDE; 889-904.
- Coleman, J., et al. (1966). *Equality of educational opportunity*. Washington: Department of Health, Education, and Welfare.
- Correa, J. (2004). Determinantes del rendimiento educativo de los estudiantes de secundaria en Cali: un análisis multinivel. *Revista sociedad y economía*, 6, 81 - 105.
- Doneschi, A. (2012). *Desigualdad de aprendizajes en Uruguay: los resultados de PISA 2009*. En Pacheco, E. (Coordinadora), *Investigaciones de economía de la educación*. Porto: AEDE; 797-819.
- Fuller, B., y Clarke, P. (1994). Raising school effects while ignoring culture? Local conditions and the influence of classroom tools, rules and pedagogy. *Review and Educational Research*, 64(1), 119-157.
- Fuller, B., y Heyneman, S. (1989). Third world school quality. Current collapse, future potential. *Educational Researcher*, 18(2), 12-19.
- Gaviria, A., y Barrientos, J. (2001). Calidad de la educación y rendimiento académico en Bogotá. *Coyuntura Social*, 24, 111-127.
- Goldstein, H. y Browne, W. (2002). Multilevel factor analysis modelling using Markov Chain Monte Carlo (MCMC) estimation. En Marcoulides, G. A., y Moustaki, I. (Editores.), *Latent Variable and Latent Structure Models*. Lawrence Erlbaum: New Jersey; 225 - 243.
- Hanushek, E. (1986). The economics of schooling: production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, 24(3), 1141-1177.
- Hanushek, E. (1989). The Impact of Differential Expenditures on School Performance. *Educational Researcher*, 18(4), 45-51.
- Hanushek, E. (1995). Education Production Function. In M. Carnoy (Editor), *International Encyclopedia of Economics of Education, Segunda edición*. Oxford: Pergamon; 277-282.
- Heyneman, S., y Loxley, W. (1983). The Effect of Primary-School Quality on Academic Achievement Across Twenty-nine high- and Low-Income Countries. *American Journal of Sociology*, 88(6), 1162-1194.
- Kim, D., y Law, H. (2012). Gender gap in maths test scores in South Korea and Hong Kong: Role of family background and single-sex schooling. *International Journal of Educational Development*, 32, 92 - 103.
- Lassibille, G., (2013). Teacher's engagement at work in a developing country. *Journal of African Economies*, 22 (1), 52-72.
- Lassibille, G., y Navarro, M. (2004). *Manual de Economía de la Educación*. Madrid: Ediciones Pirámide.

- Lavy, V. (2011). *¿Qué hace un maestro efectivo? Evidencia cuasi-experimental*. Paper presentado en el II Seminario Internacional de Investigación en Educación Superior – ICFES. Noviembre 3 y 4. Bogotá- Colombia.
- Leckie, G. y Charlton, C. (2011). Runmlwin: Stata module for fitting multilevel models in the MLwiN software package. Centre for Multilevel Modelling, University of Bristol.
- Lee, V., y Bryk, A. (1989). A Multilevel Model of the Social Distribution of High School Achievement. *Sociology of Education*, 62(3), 72 – 192.
- Menezes, N. (2011). *¿Es más efectivo aumentar el tiempo en el colegio que reducir el tamaño de las clases? Evidencia para Brasil*. Paper presentado en el II Seminario Internacional de Investigación en Educación Superior – ICFES. Noviembre 3 y 4. Bogotá-Colombia.
- Misión, S. D. (1997). La calidad de la educación y el logro en los planteles educativos. *Planeación & Desarrollo*, 28(1), 25-62.
- Moreira, T. (2009). Factores endógenos y exógenos asociados al rendimiento en matemática: un análisis multinivel. *Educación*, 33(2), 61-80.
- Murillo, J. (2008). Enfoque, situación y desafíos de la investigación sobre eficacia escolar en América Latina y el Caribe. En UNESCO, *Eficacia Escolar y Factores Asociados en América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: Salesianos Impresores; 17 – 48.
- Opdenakker, M., y Van Damme, J. (2006). Differences between secondary schools: A study about school context, group composition, school practice, and school effects with special attention to public and Catholic schools and types of schools, School Effectiveness and School Improvement. *An International Journal of Research, Policy and Practice*, 17(1), 87 – 117.
- Ospina, M y Lalinde, J. (2012). Implementación de un Sistema de Medición de la Calidad de las IE de la Ciudad de Medellín (SIMCIE-Medellín). Informe final, Secretaría de Educación del Municipio de Medellín.
- Rasbash, J., Charlton, C., Browne, W.J., Healy, M. and Cameron, B. (2009). MLwiN Version 2.1. Centre for Multilevel Modelling, University of Bristol.
- Restrepo, P., y Alviar, M. (2005). El logro académico y el efecto colegio en las pruebas ICFES en Antioquia. *Lecturas de Economía*, 60, 67-95.
- Riddell, R. (1989). An alternative approach to the study of school effectiveness in Third World *Comparative Education Review*, 33(4), 481-497.
- Sarmiento, A., et al. (2000). “La incidencia del plantel en el logro educativo del alumno y su relación con el nivel socioeconómico”. *Coyuntura Social*, Fedesarrollo, 22, mayo, 53-64.
- Schiefelbein, E., y Simmons, J. (1981). *Los determinantes del rendimiento escolar: reseña de la investigación para los países en desarrollo*. Ottawa: IDRC
- Schreiber, J. B. (2002). Institutional and Student Factors and Their Influence on Advanced Mathematics Achievement. *The Journal of Educational Research*, 95, pp. 274-286.
- Simpson, E. (1951). The Interpretation of Interaction in Contingency Tables. *Journal of the Royal Statistical Society*, 13 Serie B2, 238-241.
- Tobón, D., et al. (2008). Organización jerárquica y logro escolar en Medellín: un análisis a partir de la función de producción educativa. *Lecturas de Economía*, 68, 145-173.

- Wang, J., y Goldschmidt, P. (2003). Importance of Middle School Mathematics on High School Students' Mathematics Achievement. *The Journal of Educational Research*, 97, 3-19.
- Young, D., Reynolds, A., et al. (1996). Science Achievement and Educational Productivity: A Hierarchical Linear Model. *The Journal of Educational Research*, 89(5), 272-278.

Anexos

Anexo 1. Ficha técnica del muestreo

Tipo de muestreo: Muestreo en dos etapas: primero se estratificó por nivel socioeconómico de los estudiantes de grado 11 de Medellín en el año 2010; luego, se realizó un muestreo aleatorio simple al interior de cada estrato. Esta muestra se calculó a través de un algoritmo evolutivo que calculara el rango de muestra óptimo que minimizara la norma entre los parámetros poblacionales y estimados.

Grupo objetivo: Profesores de Matemáticas de grado once en 2010 y Rectores de las Instituciones educativas de la ciudad de Medellín.

Tamaño de la muestra: Se seleccionaron 55 estudiantes, representando 42 Instituciones Educativas.

Área/cubrimiento: Área urbana y rural del municipio de Medellín.

Población objetivo: 32.195 estudiantes que presentaron la prueba Saber 11 en el segundo período del 2010 y que pertenecen a alguna institución educativa ubicada en la ciudad de medellín.

Unidad de muestreo: Cada estudiante perteneciente a la población objetivo.

Elemento: Institución a la que pertenece el estudiante.

Marco muestral: Lista que contiene información básica de identificación de todos los estudiantes que pertenecen a la población objetivo y variables como: género del estudiante y del colegio, nivel socioeconómico, jornada del colegio, comuna, entre otras.

Variable de diseño: Puntaje en matemáticas en la prueba Saber 11 en el año 2010.

Margen de error: Se encontró un margen de error para cada uno de estratos de la muestra. Así se obtuvo que un porcentaje de error $\varepsilon_1 = 1.01$, $\varepsilon_2 = 20$, $\varepsilon_3 = 7$, $\varepsilon_4 = 3$, $\varepsilon_5 = 30$, $\varepsilon_6 = 4$. Se debe tener presente los valores elevados de los errores de los estratos dos y cinco, que esto es debido a la escala de los datos y no a una mala estimación

Descripción de la muestra: Las proporciones de la muestra asignadas por estrato fueron $p_1 = 0.2040723$, $p_2 = 0.1882401$, $p_3 = 0.1253862$, $p_4 = 0.2149852$, $p_5 = 0.06387813$, $p_6 = 0.2034381$.

Factor de expansión: los factores para cada estrato están dados por $fac_1 = \frac{1}{n_1/N_1} = 431$,
 $fac_2 = \frac{1}{n_2/N_2} = 1294$, $fac_3 = \frac{1}{n_3/N_3} = 1421$, $fac_4 = \frac{1}{n_4/N_4} = 194$, $fac_5 = \frac{1}{n_5/N_5} = 391$,
 $fac_6 = \frac{1}{n_6/N_6} = 50$.

Trabajo de campo

El trabajo de campo cumple con la labor de recopilación de la información que se utilizó en la investigación. Para esto se ha utilizado como instrumento de recolección dos encuestas, la primera que se aplicó a rectores de las instituciones educativas y la segunda que se aplicó al o los docentes de matemáticas que dieron clases al grado once durante el 2010.

Encuestas: Las encuestas estaban compuestas por diferentes módulos. Así, la encuesta a rectores tenía los módulos 1) Datos generales del rector, 2) Características de la Institución Educativa, 3) Características de la infraestructura, 4) Aspectos académicos, 5) Prácticas de gestión docente, 6) Evaluación del ambiente institucional, y 7) Información de identificación de la Institución Educativa; la encuesta a docentes tenía los módulos 1) Datos generales del docente de Matemáticas, 2) Currículo y pedagogía, 3) Característica de la clase, 4) Ambiente escolar para el docente, y 5) Información de identificación del docente.

Forma de aplicación de los cuestionarios: Encuesta estructurada con preguntas cerradas y abiertas en papel. El encuestador pregunta al encuestado y él mismo llena la encuesta. Luego, se alimenta el sistema de información SEVEN (Sistema de Evaluación y Encuestas de la Universidad EAFIT) con la información recolectada, y adicionalmente se pide la lista de estudiantes de grado once en 2010, el que se identifique el profesor de Matemáticas y el salón de clase en el que se encontraba.

Limitaciones del trabajo de campo: El trabajo de campo tuvo como criterio recopilar información completa, es decir, que los datos conseguidos fuesen efectivamente del docente que dio clases al grado once durante el 2010 y con la identificación de los alumnos de cada profesor, con el objetivo de identificar los profesores de cada uno de los estudiantes del 2010 y evitar imputar datos de profesores a estudiantes que quizás no tuvieron ninguna relación con ellos.

Dado a que no todas las instituciones no tenían el docente que dictó clases a once durante 2010, algunos de los estudiantes de diferentes Instituciones Educativas seleccionadas de la muestra inicial se reemplazaron, para esto se utilizó un algoritmo de tal forma que los sujetos a reemplazar se seleccionaran de manera aleatoria.

Anexo 2. Encuesta a Rectores.

MÓDULO 1: DATOS GENERALES DEL RECTOR	
Fecha de nacimiento	
Género	1) Femenino, 2) masculino
Desde su residencia, cuánto tiempo se demora en llegar a la institución educativa es	1) Menos de 10 minutos, 2) Entre 10 minutos y 30 minutos 3) Entre 30 minutos y 1 hora, 4) Más de una hora
¿Cuánto es su tiempo de experiencia tiene ligado al sector de la educación (Rector, profesor u otro cargo)?	
Antes de ser Rector de esta Institución Educativa, ¿Cuánto tiempo se desempeñó como profesor en educación media	
Antes de ser Rector de esta Institución Educativa, ¿Cuánto es su tiempo de experiencia como Rector en	

otras Institución Educativa?						
¿Cuánto es su tiempo de experiencia como Rector en esta Institución Educativa?						
Su vinculación a este establecimiento educativo es	<i>De planta – provisional, De planta – en propiedad, Término definido Término indefinido</i>					
¿A cuál régimen se encuentra vinculado?	<i>Régimen 2277 de 1979, Régimen 1278 de 2002, Ninguno</i>					
Por favor indique los niveles aprobados de educación						
¿Qué nivel de posgrado tiene						
¿Actualmente se encuentra estudiando?	<i>Si, No</i>					
Como rector cuál de las siguientes funciones realiza:	<i>Liderar procesos académicos, pedagógicos y curriculares Coordinar el equipo docente y directivo Liderar la administración de los diferentes procesos Administrar los recursos físicos y financieros de la Institución.</i>					
Describa cual es la función de su trabajo que considera más importante						
MÓDULO 2: CARACTERÍSTICAS DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA						
¿Cuántos alumnos tuvo la Institución educativa en el 2010?						
¿Cuántos alumnos tuvo el Grado 11 en el 2010?						
¿Cuántos grupos de estudiantes tuvo el Grado 11 en el 2010?						
Número de Profesores de Matemáticas en 11 en el 2010						
Indique por favor la Jornada del colegio						
Indique por favor la duración de la jornada (número de horas)						
¿Cuántas horas a la semana estuvieron estipuladas para matemáticas en grado 11 en el 2010?						
Indique por favor el estrato socioeconómico del sector en donde el establecimiento educativo se encuentra localizado	<i>0, 1, 2, 3, 4, 5, 6</i>					
Durante los años 2008 y 2010 el entorno que rodeaba a la institución educativa era un lugar	<i>Muy inseguro, Inseguro, Medianamente seguro, Seguro, Muy seguro</i>					
MÓDULO 3: CARACTERÍSTICAS DE LA INFRAESTRUCTURA						
¿Con cuántos salones de clase cuenta la institución educativa?						
¿Con cuántos laboratorios y talleres cuenta la institución educativa?						
¿Con cuántos computadores cuenta la institución educativa?						
¿La institución educativa cuenta con acceso a internet de banda ancha?	<i>Si, No</i>					
Califique de 1 a 4, siendo 4 la mayor calificación, la SUFICIENCIA de los recursos físicos para educación media (para grados 11)	Recursos físicos	1	2	3	4	No aplica
	<i>Salones de clase</i>					
	<i>Laboratorios y talleres</i>					
	<i>Recursos didácticos</i>					
	<i>Aulas de informática</i>					
	<i>Espacios de práctica deportiva</i>					
	<i>Espacios para realizar actividades artísticas/ culturales</i>					
Califique de 1 a 4, siendo 4 la mayor calificación, la CALIDAD de los recursos físicos (para grados 11)	Recursos físicos	1	2	3	4	No aplica
	<i>Salones de clase</i>					
	<i>Laboratorios y talleres</i>					
	<i>Recursos didácticos</i>					
	<i>Aulas de informática</i>					
	<i>Espacios práctica deportiva</i>					
	<i>Espacios para realizar actividades artísticas/ culturales</i>					

	<i>Biblioteca</i>
Con qué otras organizaciones la institución mantiene relaciones de mutua colaboración	<i>Otras instituciones de educación media, Universidades, Bibliotecas públicas, Centros culturales, Centros deportivos, Empresas del sector privado, Fundaciones</i>
MÓDULO 4: ASPECTOS ACADÉMICOS	
Gestión académica	
¿Con cuáles de los siguientes organismos cuenta la institución académica?	<i>Consejo directivo, Consejo académico, Rector o director, Comité de convivencia, Asamblea de padres de familia, Consejo de padres de familia, Asociación de padres de familia, Consejo estudiantil Personero estudiantil, Comisiones de evaluación y promoción, Otras</i>
Aspectos pedagógicos y estrategias metodológicas	
¿Cuál es el modelo pedagógico de la institución educativa?	
¿Existen programas institucionales para brindar apoyo y motivación a los estudiantes con dificultades académicas en matemáticas?	<i>Sí, No</i>
¿Qué tipo de programas?	<i>Cursos o jornada de nivelación, Asesorías y/o monitorías Cursos vacacionales, Actividades extra para el desarrollo en casa Material de apoyo para entregar a los estudiantes Otras</i>
¿Existe una política institucional para la recuperación académica de los estudiantes?	<i>Sí, No</i>
¿El colegio mantiene una comunicación efectiva con los padres cuando hay problemas con su hijo(a)?	<i>Sí, No</i>
En la Institución educativa se tiene estipulado realizar talleres antes de los exámenes	<i>Sí, No</i>
¿Los estudiantes reciben capacitación especial para la presentación de la prueba de estado SABER 11?	<i>Sí, No</i>
Aspectos asociados al área de Matemáticas	
¿En esta Institución se utiliza texto guía o cartillas para la clase de matemáticas?	<i>Sí, No</i>
Cómo acceden los estudiantes al texto guía	<i>Cada estudiante lo debe conseguir, El colegio le provee a los estudiantes el texto</i>
¿Existen servicios de tutorías o monitorías en matemáticas en la institución?	<i>Sí, No</i>
¿Se diferencia en grupos de distinto rendimiento a los estudiantes de matemáticas?	<i>Sí, No</i>
MÓDULO 5: PRÁCTICAS DE GESTIÓN DOCENTE	
¿A los docentes de la Institución Educativa se les realiza una evaluación de desempeño laboral?	<i>Sí, No</i>
¿Al docente se le hace retroalimentación de su evaluación de desempeño laboral?	<i>Sí, No</i>
Dados los resultados de la evaluación del docente ¿la Institución Educativa cuenta con incentivos para los profesores?	<i>Sí, No</i>
¿Cuáles de estos incentivos se brindan en la Institución?	<i>Reconocimientos económicos no constitutivos de salario Ascensos Promoción de actividades deportivas y culturales Reconocimientos públicos y condecoraciones Comisiones de estudio Cursos y capacitaciones Otras</i>
¿La Institución Educativa cuenta con sanciones para los profesores?	<i>Sí, No</i>
¿Cuáles de estas sanciones se aplican en la Institución?	<i>Llamado de atención verbal Anotaciones en la boja de vida Multas Suspensión del cargo Aplazamiento de un ascenso Suspensión y exclusión del escalafón Destitución del cargo Sanciones judiciales Otras</i>
MÓDULO 6: EVALUACIÓN DEL AMBIENTE INSTITUCIONAL	

Afirmaciones	En completo desacuerdo (nunca)	En desacuerdo (algunas veces)	De acuerdo (La mayoría de las veces)	Completamente de acuerdo (Siempre)
Los profesores en la institución educativa son frecuentemente irrespetuosos con los estudiantes.				
Las relaciones entre los docentes son respetuosas y de confianza.				
Existe apoyo de directivos y docentes para orientar a un estudiante con problemas de comportamiento y disciplina.				
Existe un ambiente de seguridad en la institución educativa. (Libre y exento de todo peligro, daño o riesgo)				
Los estudiantes tratan con respeto a los docentes.				
Los padres de familia tratan con respeto a los docentes.				
Los estudiantes de la institución educativa son frecuentemente amenazados o intimidados por sus compañeros.				
En la institución educativa el consumo de alcohol y de drogas ilegales es un problema.				
Hay discriminación en la institución educativa basada en etnia, color de piel, género, discapacidad, orientación sexual.				
En la institución educativa hay una persona o programa encargado de ayudar a los estudiantes a resolver sus conflictos.				
La institución es ordenada y disciplinada				
Las instalaciones de la Institución Educativa se mantienen en buen estado				

Anexo 3. Encuesta a docentes de matemáticas

MÓDULO 1: DATOS GENERALES DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS	
Nombre y apellido	
Fecha de nacimiento	
Género	1) Femenino, 2) masculino
¿Fue profesor de Matemáticas en grado 11 en el 2010 en esta Institución Educativa?	Si, No
Dio clases a el grado 11 en otra institución educativa durante el 2010	Si, No
¿Cuál es el nombre del colegio en el que dio clases?	
Su vinculación a este establecimiento educativo es	De planta – provisional, De planta – en propiedad, Término definido Término indefinido
¿A cuál régimen se encuentra vinculado?	Régimen 2277 de 1979, Régimen 1278 de 2002, Ninguno
Por favor indique los niveles aprobados de educación	
¿Qué nivel de posgrado tiene	
¿Actualmente se encuentra estudiando?	Si, No
¿Quisiera o tiene planes de seguir estudiando a futuro?	Si, No
Selección de las capacitaciones en las que participó entre el 2008 y el 2010	Contenidos matemáticos, Pedagogía y enseñanza de las matemáticas, Contenidos curriculares del área de matemáticas, Planeación y diseño curricular, Uso de tecnologías de la información en la enseñanza de las matemáticas, Otros, Ninguno
Participa en:	Grupos de investigación Grupos de estudio

	<i>Laboratorio de matemáticas / Aula-Taller</i> <i>Otras comunidades académicas relacionadas con matemáticas</i>				
¿Cuánto es su tiempo de experiencia como docente?					
¿Cuánto es su tiempo de experiencia como docente de Matemáticas en grado 11?					
¿Cuánto es su tiempo de experiencia en este establecimiento educativo?					
Cuál es su jornada laboral DIARIA (en horas)					
¿Cuántas horas SEMANALMENTE dedica a la preparación de clase de matemáticas para el grado once)					
¿A cuántos grupos de once les dicta clase de matemáticas?					
Usted tuvo la oportunidad de darle clase a los estudiantes de grado once del 2010 en años anteriores	<i>Si, No, No lo recuerda</i>				
Por qué decidió ser profesor de matemáticas	<i>Razones</i>	<i>No fue una razón</i>	<i>Fue una razón menor</i>	<i>Fue una razón importante</i>	<i>Fue la razón principal</i>
	<i>Me siento atraído por la disponibilidad de puestos docentes</i>				
	<i>Por el estatus de ser Docente</i>				
	<i>Amo las matemáticas</i>				
	<i>Creo que tengo talento para la enseñanza</i>				
	<i>Me gusta enseñar</i>				
	<i>Quiero tener influencia en las generaciones futuras</i>				
	<i>Veo la docencia como un trabajo retador</i>				
	<i>Por la estabilidad económica a largo plazo asociada con ser maestro</i>				
	<i>Era su proyecto de vida</i>				
<i>Soy muy bueno para las matemáticas</i>					
<i>Era la única opción</i>					
MÓDULO 2: CURRÍCULO Y PEDAGOGÍA					
De acuerdo a su estilo de enseñanza, ¿Cuál es su estrategia metodológica para enseñar? O ¿Cómo enseña? (esta pregunta es abierta y tiene como objetivo que el profesor converse un momento y el encuestador lo introduce a la siguiente pregunta)					
Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores enumere de 1 a 4 siendo 1 el más importante las siguientes estrategias.	<i>Plantear casos particulares para descubrir el principio que los rige, de lo particular a lo general</i> <i>Abordan un tema desde su visión general para luego tratarla en su visión particular</i> <i>Recurren a analogías o comparativos para establecer semejanzas o diferencias que permitan llegar a conclusiones</i> <i>Recurren a situaciones que demandan reflexión, búsqueda, investigación y donde hay que pensar en las soluciones y definir una estrategia de resolución.</i>				
De acuerdo a su estilo de enseñanza, ¿cómo organiza las actividades específicas en sus clases? (esta pregunta es abierta y tiene como objetivo que el profesor converse un momento y el encuestador lo introduce a la siguiente pregunta)					
Teniendo en cuenta su consideraciones anteriores (el encuestador hace un resumen) podríamos decir que usted que se identifica con:	<i>Presentar actividades organizadas secuencialmente partiendo de lo más simple hasta lo más complejo</i> <i>Prefiere desarrollar las actividades partiendo de las necesidades, intereses y experiencias de los estudiantes que estar sujeto al orden o secuencia lógica de los hechos y contenidos</i>				
De acuerdo a su estilo de enseñanza, ¿cómo participan los estudiantes en sus clases? (esta pregunta es abierta y tiene como objetivo que el profesor converse un momento y el encuestador lo introduce a la siguiente pregunta)					
Teniendo en cuenta su consideraciones anteriores (el encuestador hace un resumen) podríamos decir que usted que se las actividades desarrolladas en	<i>Son lideradas por el profesor y el alumno es un receptor de los conocimientos impartidos por éste.</i> <i>Se apoyan en gran parte en el alumno. El alumno es el actor principal y el profesor es un orientador y motivador del proceso.</i>				

sus clases de matemáticas:							
De acuerdo a su estilo de enseñanza, ¿cómo asigna actividades a los estudiantes durante sus clases de matemáticas? (esta pregunta es abierta y tiene como objetivo que el profesor converse un momento y el encuestador lo introduce a la siguiente pregunta)							
Teniendo en cuenta sus consideraciones anteriores (el encuestador hace un resumen) podríamos decir que usted que se las actividades desarrolladas en sus clases de matemáticas:		<i>Consisten en tareas diferenciadas según las necesidades de cada estudiante. Están dirigidas al grupo como un todo. Se asignan tareas colectivas e individuales.</i>					
¿Usted utiliza texto guía en su clase de matemáticas?		<i>Si, No</i>					
Cómo acceden los estudiantes al texto guía		<i>Cada estudiante lo debe conseguir El colegio le provee a los estudiantes el texto</i>					
¿Qué otro tipo de recursos didácticos utiliza?		<i>Material concreto (fichas, figuras...) TIC o material audiovisual (tableros inteligentes...) Material gráfico (laminas, imágenes, carteles, mapas, tablas...) Material escrito (talleres, cuestionarios) Otro</i>					
¿Qué tan seguido deja trabajo para desarrollar en casa?		<i>Diariamente, Dos veces a la semana, Semanalmente, Quincenalmente, Mensualmente Nunca</i>					
¿Usted utiliza medios electrónicos como el acceso a sitios de internet con fines de promover el aprendizaje en matemáticas (e.g. geogebra, cabri, otro tipo de simuladores)?		<i>Si, No</i>					
Seleccione la actividad que asigna a los estudiantes con mayor frecuencia		<i>Desarrollo de operaciones y/o ejercicios Búsqueda y reporte de datos Investigar una o más aplicaciones del contenido Construcción de objetos geométricos</i>					
¿Usted le asigna talleres a los estudiantes antes de los exámenes o pruebas?		<i>Si, No</i>					
¿Cada cuánto realiza exámenes o pruebas?		<i>Dos veces a la semana, Semanal, Quincenal, Mensual, Bimensual, Trimestral, Semestral</i>					
¿Qué tanto usa los siguientes tipos de exámenes o pruebas?	Tipo de evaluación		Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
	<i>Preguntas que implican la resolución de problemas</i>						
	<i>Preguntas que implican la búsqueda de patrones y relaciones</i>						
	<i>Desarrollo de ejercicios</i>						
	<i>Preguntas que requieren explicación o justificación</i>						
<i>Tipo pruebas estandarizadas (preguntas cerradas)</i>							
¿Quién define el contenido y forma de los exámenes o pruebas?		<i>Usted, Los profesores del área, El comité académico, Un ente externo</i>					
¿Usted realiza estímulos para motivar a sus estudiantes con buen desempeño académico y qué estímulos usa?		<i>Mejora o aumenta la calificación, Felicita en público, Lo exime de exámenes o pruebas, Le entrega notas o diplomas de felicitación, Lo nombra monitor o ayudante, Otro, No los estimula</i>					
Cuál estímulo es el que más utiliza							
¿Usted motiva los estudiantes con bajo rendimiento académico y qué estímulos usa?		<i>Le dedica tiempo individual, . . . Le asigna pequeñas tareas donde pueda tener éxito, Utiliza un lenguaje simple para facilitar la comprensión, Detecta vacíos y lo nivela, Entrega material para que refuerce en casa, Acuerda estrategias en conjunto con sus padres de familia, Le asigna un asesor o tutor entre sus compañeros, Otro, No los estimula</i>					
Cuál estímulo es el que más utiliza							
Con que frecuencia usted			<i>Nunca</i>	<i>Semestralmente (Al menos dos veces al año)</i>	<i>Mensualmente (Entre tres y doce veces)</i>	<i>Semanalmente (Más de doce veces)</i>	
	<i>Habla con sus estudiantes acerca de su progreso académico</i>						
	<i>Envía información a los padres sobre servicios como tutorías, programas extracurriculares o talleres donde los adultos pueden ayudar a sus hijos en el colegio.</i>						
	<i>Realiza actividades de refuerzo y recuperación</i>						
Su forma de enseñar hace énfasis en		<i>La importancia al resultado y no al proceso La importancia al proceso y no al resultado Igual importancia tanto al resultado como al proceso</i>					

Su forma de enseñar hace mayor énfasis a	<i>Enfocarse hacia el aprendizaje del conocimiento teórico</i> <i>Enfocarse hacia el aprendizaje del conocimiento práctico</i> <i>Enfocarse hacia el aprendizaje del conocimiento tanto práctico como teórico</i>					
MÓDULO 3: CARACTERÍSTICAS DE LA CLASE						
¿Cuántos estudiantes de matemáticas tiene por grupo?						
Califique de 1 a 4, siendo 4 la mayor calificación, la SUFICIENCIA de los recursos físicos para educación media (para grados 11)	Recursos físicos	1	2	3	4	No aplica
	<i>Salones de clase</i>					
	<i>Laboratorios y talleres</i>					
	<i>Recursos didácticos</i>					
	<i>Aulas de informática</i>					
	<i>Espacios de práctica deportiva</i>					
	<i>Espacios para realizar actividades artísticas/culturales</i>					
Califique de 1 a 4, siendo 4 la mayor calificación, la CALIDAD de los recursos físicos (para grados 11)	Recursos físicos	1	2	3	4	No aplica
	<i>Salones de clase</i>					
	<i>Laboratorios y talleres</i>					
	<i>Recursos didácticos</i>					
	<i>Aulas de informática</i>					
	<i>Espacios práctica deportiva</i>					
	<i>Espacios para realizar actividades artísticas/culturales</i>					
MÓDULO 4: AMBIENTE LABORAL PARA EL DOCENTE						
¿Qué tan motivado se siente usted en su labor como educador en esta Institución Educativa?	<i>Sin motivación, Poco motivado, Medianamente motivado, Muy motivado</i>					
De acuerdo con las siguientes afirmaciones usted considera que?	Afirmación				Sí	No
	<i>Existe liderazgo académico por parte del Rector en la institución educativa que permita una orientación clara y precisa de los procesos educativos</i>					
	<i>En esta Institución Educativa observa coherencia entre el contenido curricular, su enseñanza y la evaluación</i>					
	<i>La evaluación corresponde al grado de dificultad académica con el que se enseña</i>					
	<i>Los docentes de su institución tienen un alto nivel de exigencia académica con sus estudiantes</i>					
	<i>La institución cuenta con un Sistema Institucional de Evaluación que permite medir permanentemente el progreso académico del estudiante.</i>					
	<i>En la institución educativa existe un entorno laboral de colaboración entre los directivos y docentes.</i>					
Afirmaciones	En completo desacuerdo (nunca)	En desacuerdo (algunas veces)	De acuerdo (La mayoría de las veces)	Completamente de acuerdo (Siempre)		
Las relaciones entre los docentes son respetuosas y de confianza.						
Existe apoyo de directivos y docentes para orientar a un estudiante con problemas de comportamiento y disciplina.						
Existe un ambiente de seguridad en la institución educativa. (Libre y exento de todo peligro, daño o riesgo)						
Los estudiantes tratan con respeto a los docentes.						
Los padres tratan con respeto a los docentes.						
Los estudiantes de la institución educativa son frecuentemente						

amenazados o intimidados por sus compañeros.				
En la institución educativa el consumo de alcohol y de drogas ilegales es un problema.				
Hay discriminación en la institución educativa basada en etnia, color de piel, género, discapacidad, orientación sexual.				
En la institución educativa hay una persona o programa encargado de ayudar a los estudiantes a resolver sus conflictos.				
La institución es ordenada y disciplinada				
Las instalaciones de la Institución Educativa se mantienen en buen estado				

Anexo 4. Análisis crudo

Variables	Porcentaje/ promedio	Coficiente	Puntaje matemáticas
Nivel del estudiante			
Propias del estudiante			
Género (base = masculino)	52.27%	-	49.36 (12.65)
Femenino	47.73%	-3.200 (0.501) **	45.81 (12.22)
Edad estudiante (centralizada 17 años)	17	-0.648 (0.172) **	
Índice Socioeconómico (INSE)	1.86	4.475 (0.628) **	
Nivel de la Institución Educativa			
Propias del docente			
Género docente (base = masculino)	63.64%	-	47.54 (8.53)
Femenino	36.36%	0.830 (2.771)	48.42 (9.37)
Edad del docente (centralizada en 43)	43	0.189 (0.128)	
Nivel Educativo (base = técnico bachiller)	6.82%	-	43.03 (3.92)
Licenciado	38.64%	1.110 (5.756)	48.49 (9.51)
Profesional	20.45%	5.427 (5.435)	44.6 (5.84)
Postgrado	34.09%	6.815 (5.488)	50.06 (9.61)
Capacitaciones del docente			
Pedagogía en matemáticas (base = no)	36.36%	-	46.57 (7.67)
Si	63.64%	2.297 (2.256)	48.6 (9.36)
Currículo en matemáticas (base = No)	50%	-	44.87 (6.68)
Si	50%	6.022 (2.536) **	50.84 (9.66)
Planeación y diseño curricular (base = no)	56.82%	-	45.66 (6.39)
Si	43.18%	5.330 (2.592)**	50.75 (10.62)
Uso de TIC en matemáticas (base = no)	47.73%	-	44.09 (4.95)
Si	52.27%	7.348 (2.457)**	51.3 (9.89)
Estrategias de enseñanza y evaluación			
Enseñanza de lo general a lo particular (base = no)	34.09%	-	44.31 (4.95)
Si	65.91%	5.520 (2.703)**	49.7 (9.75)
Enseñanza de lo particular a general (base = no)	29.55%	-	48.19 (9.02)
Si	70.45%	-0.203 (2.935)	47.72 (8.75)
Uso de analogías para explicar (base = no)	22.73%	-	46.26 (7.94)
Si	77.27%	2.338 (3.3157)	48.33 (9.03)
Uso de texto guía (base = no)	59.09%	-	45.57 (7.55)

Variables	Porcentaje/ promedio	Coficiente	Puntaje matemáticas
<i>Si</i>	40.91%	5.506 (2.613)**	51.16 (9.49)
Frecuencia evaluación (<i>base = semana</i>) <i>Quincenal</i>	38.64%	-	50.27 (10.01)
<i>Más de un mes</i>	40.91%	-3.929 (2.944)	46.25 (8.36)
Uso de software matemático o sitios en la web (<i>base = no</i>)	20.45%	-3.699 (3.608)	46.52 (6.48)
<i>Si</i>	29.55%	-	47.77 (9.26)
<i>Si</i>	70.45%	0.259 (2.937)	47.9 (8.68)
Percepción del profesor			
Percepción de liderazgo académico del rector (<i>base = no</i>)	18.18%	-	43.7 (1.98)
<i>Si</i>	81.82%	5.367 (3.310)	48.78 (9.51)
Percepción sobre alto nivel de exigencia académica (<i>base = no</i>)	27.27%	-	42.74 (2.17)
<i>Si</i>	72.73%	7.425(2.733)**	49.78 (9.51)
Propias del rector			
Género rector (<i>base = femenino</i>)	45.45%	-	48.42 (9.37)
<i>Masculino</i>	54.55%	0.245 (2.701)	47.82 (8.01)
Edad rector (centralizada en 50)	50	-0.035 (0.150)	
Propias de la institución			
Carácter del colegio (<i>base = no oficial</i>)	59.09%	-	45.29 (5.81)
<i>Oficial</i>	40.91%	-7.023 (2.503)**	51.57 (10.92)
Género del colegio (<i>base = mixto</i>)	88.64%	-	46.72 (7.53)
<i>Un solo género</i>	11.36%	10.422 (3.886)**	56.77 (13.09)
Estrato socioeconómico de la IE (<i>base = estrato 1</i>)	25%	-	42.58 (3.13)
<i>Estrato 2</i>	9.09%	0.436 (3.040)	42.77 (1.52)
<i>Estrato 3</i>	27.27%	2.224 (2.285)	44.54 (3.05)
<i>Estrato 4</i>	18.18%	6.733 (2.611)**	48.2 (9.48)
<i>Estrato 5</i>	6.82%	18.160 (3.492) **	59.82 (8.34)
<i>Estrato 6</i>	13.64%	18.629 (2.691)**	61.13 (7.55)
Jornada del Colegio (<i>base = tarde</i>)	29.55%	-	43.05 (3.18)
<i>Mañana</i>	31.82%	6.444 (3.082)**	49.51 (9.45)
<i>Completa</i>	34.09%	8.805 (3.095)**	51.51 (9.81)
<i>Noche y sábado</i>	4.55%	-2.833 (6.024)	40.2 (1.87)
Capacitación Pre-Saber 11 (<i>base = no</i>)	11.36%	-	56.69 (12.21)
<i>Si</i>	88.64%	-9.816 (3.898) **	46.73 (7.7)
Horas de matemáticas a la semana (centrada en 4)	4	3.503 (0.891) ***	
Indicador de Seguridad y Respeto	0.83	32.638 (10.055) ***	
Recursos			
Estudiantes por grupo (centrada en 34 alumnos)	34	-0.369 (0.184)**	
Computadores por colegio (centrada en 84)	81	0.075 (0.026)**	
Número de salones del colegio (centrada en 18)	30	0.179 (0.038) ***	
Percepción de calidad y suficiencia de recursos	2.79	6.639 (1.544) **	

*** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$; nivel de confianza = 95%; iteraciones = 40000; Uso de vectores ortogonales y centrado en tercer nivel para controlar correlación. Desviación estándar entre paréntesis.

Anexo 5. Modelo Nulo y Modelo ajustado

Variables	Modelo Nulo	Estudiantes	Estudiantes y colegios
Constante	48.012 (1.387) ***	41.65 (1.756)***	53.70 (6.490)***
Nivel del estudiante			
Propias del estudiante			
Género (base = masculino)		-3.058 (0.499)***	-3.377 (0.508)***
Edad estudiante (centrada 17 años)		-0.592 (0.170)***	-0.905 (0.210)***
Índice Socioeconómico (INSE)		3.923 (0.719)***	1.865 (0.738)**
Nivel de la Institución Educativa			
Propias del docente			
Género docente (base = masculino)			0.061 (2.378)
Edad del docente (centrada en 43)			-0.071 (0.0758)
Nivel Educativo (base = técnico bachiller)			
<i>Licenciado</i>			-1.916 (2.586)
<i>Profesional</i>			-4.509 (3.515)
Capacitaciones recibidas por el docente			
Capacitación en pedagogía en matemáticas (base = no)			-0.525 (2.176)
Capacitación currículo matemáticas (base = no)			1.671 (1.868)
Capacitación uso de TIC en matemáticas (base = no)			0.383 (1.581)
Estrategias de enseñanza y evaluación			
Estrategia de enseñanza de general a lo particular (base = no)			1.038 (1.900)
Estrategia de enseñanza de lo particular a general (base = no)			0.011 (2.165)
Estrategia de enseñanza uso de analogías (base = no)			-2.697 (2.089)
Uso de texto guía (base = no)			4.812 (1.553)***
Uso software matemático o sitios web (base = no)			-7.559 (1.986)***
Percepciones institucionales del profesor			
Percepción de liderazgo académico del rector (base = no)			-1.567 (2.858)
Percepción sobre alto nivel de exigencia académica (base = no)			3.706 (1.987)*
Propias del rector			
Género rector (base = masculino)			-4.535 (2.187)**
Edad rector (centrada en 50)			0.105 (0.091)
propias de la institución			
Carácter del colegio (base = no oficial)			-5.560 (1.698)***
Género del colegio (base = mixto)			12.35 (2.815)***
Estrato socioeconómico de la IE (base = estrato 1)			
<i>Estrato 2</i>			0.717 (2.635)
<i>Estrato 3</i>			-2.018 (2.161)

Variables	Modelo Nulo	Estudiantes	Estudiantes y colegios
<i>Estrato 4</i>			-4.517 (3.333)
<i>Estrato 5</i>			1.892 (2.926)
Jornada del Colegio (base = tarde)			
<i>Mañana</i>			-1.802 (2.260)
<i>Completa</i>			2.312 (3.198)
<i>Noche y sábado</i>			-2.857 (4.554)
Capacitación Pre-Saber 11 (base = no)			-6.465 (2.307)***
Horas de matemáticas a la semana (centrada en 4)			0.480 (1.085)
Infraestructura o recursos IE			
Estudiantes por grupo (centrada en 34)			0.0419 (0.154)
Computadores por colegio (centrada en 84)			0.064 (0.028)**
Número de salones del colegio (centrada en 18)			0.011 (0.036)
Percepción de calidad y suficiencia de recursos			0.545 (1.944)
Interacciones transnivel			
Género del estudiante (base = masculino) y horas de matemática a la semana (centrada en 4)			-1.146 (0.515)**
Edad del estudiante (centrada en 17 años) y horas de matemática a la semana (centrada en 4)			-0.305 (0.133) **
Efectos aleatorios			
Varianza Instituciones Educativas	78.545 (18.642)***	39.80 (11.16)***	6.561 (5.695)
Varianza estudiantes	89.863 (3.157)***	86.93 (3.077)***	86.09 (3.030)***
DIC	12167.65	12113.30	12099.19
Coefficiente partición de varianza	46.64%	31.4%	7.01%

*** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$; nivel de confianza = 95%; iteraciones = 40000; Uso de vectores ortogonales y centrado en tercer nivel para controlar correlación. Desviación estándar entre paréntesis.