

УДК 539.3:629.3.027.52

Ісак О.С.; Ларін О.О., к.т.н., доц.

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЖОРСТКОСТІ ПНЕВМАТИЧНИХ ШИН МЕТОДАМИ КОМП'ЮТЕРНОГО ТРИВИМІРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Isak O., Larin O.

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv, Ukraine (AlexevA.Larin@gmail.com)

STIFFNESS PROPERTIES CHARACTERIZATION OF PNEUMATIC TIRE BY METHODS OF COMPUTER-AIDED 3D MODELING

В роботі побудовано тривимірну геометричну та скінчено-елементну моделі пневматичної шини легкового автомобіля, що враховують особливості її геометрії, багатощарову структуру, ортотропію механічних властивостей у гумово-кордних шарах. Запропоновано систему фінітно-тороїдальних систем координат для завдання криволінійної ортотропії відповідним шарам. Наведено результати розрахунків пружної контактної взаємодії шини з дорожнім покриттям при різних типах навантажень: вертикальному, боковому та поздовжньому та за різних значень внутрішнього тиску. Отримано закономірності зміни переміщень (прогину чи зсуву) ободу колеса в залежності від прикладеного навантаження тобто визначені навантажувальні характеристики шини. Із отриманих результатів розраховані коефіцієнти жорсткості пневматичної шини по різних напрямкам та закономірності їх зміни за різних значень внутрішнього тиску. Наведено порівняльну оцінку зміни характеру деформацій у внутрішніх шарах шини за різних типів навантажень.

Ключові слова: пневматична шина; жорсткість; деформація; метод скінченних елементів; фінітно-тороїдальна система координат; контактна взаємодія

Вступ

Пневматична шина є одним з найбільш важливих елементів автомобіля, що суттєво впливає на його надійність, безпеку, економічність і комфортабельність [1]. Сучасна шина повинна мати високий ресурс, гарні тягово-зчіпні властивості, забезпечувати стійкість і керованість автомобіля, а також низький опір коченню для підвищення економічності й низький рівень шуму [2-3]. Створення надійних пневматичних шин базується на реалізації цілого комплексу заходів, що проводяться на стадіях проектування, виготовлення, монтажу та експлуатації [4].

Експлуатаційні характеристики пневматичної шини визначаються радіальною (вертикальною), боковою (латеральною), тангенціальною (поздовжньою) жорсткостями, які є розв'язком задачі деформування шини із дорожнім покриттям за різних навантажень [5]. Крім цього особливості контактної взаємодії шини із дорожнім покриттям визначають їх гальмівні та динамічні характеристики [6]. Саме ці характеристики закладаються в алгоритми сучасних систем електронного керування в транспортних засобах (комп'ютеризовані системи ABS, ESP, StabiliTrak). Отже, достовірне визначення зазначених характеристик шин є важливою практичною задачею [7].

Визначення зазначених характеристик зазвичай проводиться експериментально під час лабораторних випробувань на стенді (біговому барабані) або під час проведення дорожніх випробувань [1, 5]. Слід відзначити, що такий підхід є дорогим, оскільки потребує наявності готової шини для випробувань [8] і тому не є вдалим інструментом в процесі створення нових зразків та прототипів, а отже використовується лише для перевірки фактичних характеристик готових моделей.

Тому у сучасній практиці проектування пневматичних шин все більше застосовується комп'ютерне моделювання. В цьому випадку якість проектування перш за все залежить від якості побудованих комп'ютерних моделей, які дозволяють отримувати достовірні результати, враховуючи основні особливості конструкції [9-10]. До таких особливостей в пневматичних шинах слід віднести наявність шарів з ортотропними властивостями матеріалу, нелінійну поведінку матеріалів та великі прогини під час деформації тощо.

Розробка комп'ютерної тривимірної моделі пневматичної шини

Все розмаїття пневматичних шин формується варіацією їх основних геометричних розмірів, властивостями, структурою і кількістю шарів, а також малюнком протектора. При цьому, незважаючи на їхню

велику різноманітність, принципова конструкція шин і основні структурні елементи залишаються незмінними. Пневматична шина являє собою багатошарову торообразну товсту оболонку [11]. На рис. 1, а представлено геометричну схему профілю шини й основні розміри, до яких відносяться: зовнішній та посадковий діаметри, висота і ширина профілю, розмах бортів.

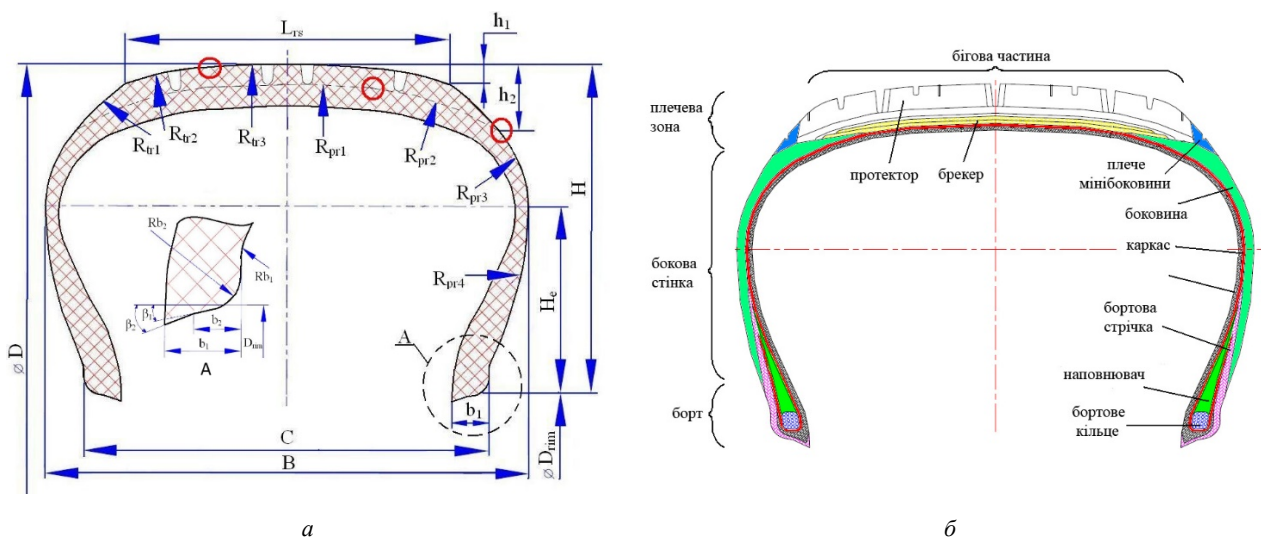


Рис. 1. Креслення профілю та внутрішня будова пневматичної шини

В поперечному перерізі пневматичної шини можна виділити наступні шари: протектор, боковина, бортова стрічка, наповнювач, каркас і брекер, які відрізняються один від одного за властивостями та функціональним призначенням (рис. 1, б).

В основі кожного з шарів лежить певна гумова суміш. Властивості сумішей залежать від призначення відповідного шару та можуть мати суттєво різні показники. Якщо взяти, наприклад, модулі пружності гумоподібних матеріалів протектора та наповнювача, то вони відрізняються одне від одного у більш ніж п'ять разів [12]. Слід також наголосити, що під час деформації може спостерігатися гіперпружна поведінка гумових матеріалів шини. Для врахування цієї фізичної нелінійності в роботі була використана модель Нео-Гука, яка апроксимує поведінку гумових матеріалів за великих прогинів але помірних деформацій (таблиця 1).

Таблиця 1

Властивості матеріалів гумових шарів шини та бортового кільця

	Модуль пружності	Коефіцієнт Пуассона	Константи Нео-Гука	
	E, МПа		ν	η , МПа
Протектор	3.00	0.49	0.5033	25
Боковина	3.74	0.49	0.6275	31.17
Бортова стрічка	7.00	0.49	1.1745	58.33
Наповнювач	16.00	0.49	2.6846	133.33

Для перерахунку технічних пружних констант в константи моделі Нео-Гука (η, d) використовуються формули:

$$\eta = \frac{E}{4(1+\nu)}, d = \frac{E}{6(1-2\nu)} \tag{1}$$

В структурі шини є шари, що містять корд: каркас та брекер. Завдяки корду шари каркасу і брекера мають достатньо велику жорсткість. Якщо порівнювати пружність цих композитів із пружністю гуми, то різниця між ними буде приблизно у 2 порядки, тому для завдання цих властивостей достатньо використати закон Гука, але з вираженими трьома основними напрямками, тобто, модель матеріалу – ортотропна [13]. Пружні властивості цих шарів наведені в таблиці 2.

Для розв'язання задачі було використане тривимірне моделювання із застосуванням методу скінчених елементів (МСЕ). Побудована модель шини враховує основні конструктивні особливості, геометричну та фізичну нелінійності [14]. Побудова здійснюється методом «знизу-вверх». Для коректного прикладання осьового навантаження на ободі шини був змодельований диск колеса. Дійсно, осьове навантаження розподіляється по ободу шини через її контакт з твердим диском. У роботі передбачалося, що диск з ободом і шина посаджені герметично й жорстко, тобто без можливої взаємної зміни первісного з'єднання. Така гіпотеза дозволила не враховувати взаємодію між шиною та диском як контактне, а вважати їх єдиним тілом (рис. 2).

Таблиця 2

Властивості матеріалів гумово-кордних шарів шини

	Модуль пружності, МПа			Коефіцієнт Пуассона			Модуль зсуву, МПа		
	E_x	E_y	E_z	ν_{xy}	ν_{yz}	ν_{xz}	G_{xy}	G_{yz}	G_{xz}
Каркас	11.8	11.8	43.8	0.44	0.0012	0.0012	9.9	9.9	3.3
Бреккер	11.36	5430	439.7	0.008	0.17	0.086	921.7	9.57	9.57

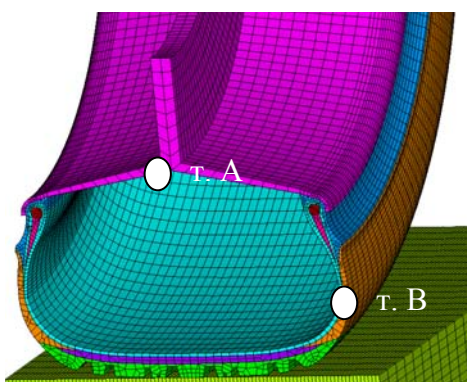


Рис. 2. Розрахункова сітка для скінчено-елементного моделювання пневматичної шини

(зсув) та поздовжньому (проковзування) (рис. 4).

При моделюванні пневматичної шини важливою частиною є урахування криволінійної ортотропії механічних властивостей в гумово-кордних шарах, бо армування шини повторює її геометрію та має по дві кривизни. Для вирішення виникаючої проблеми було введено локальні фінітно-тороїдальні системи координат, у яких напрямки осей повторюють геометрію відповідних шарів (рис. 3). При побудові каркаса та бреккера необхідно розбити на кілька поверхонь відповідні елементи профілю таким чином, щоб контур кожної з них був дугою кола, радіус дуги і буде параметром даної локальної координатної системи.

Аналіз напружено-деформованого стану при різних навантаженнях

Використовуючи побудовану тривимірну СЕ модель шини, у роботі проведено аналізи НДС при різних навантаженнях: вертикальному (результат впливу ваги автомобіля), боковому

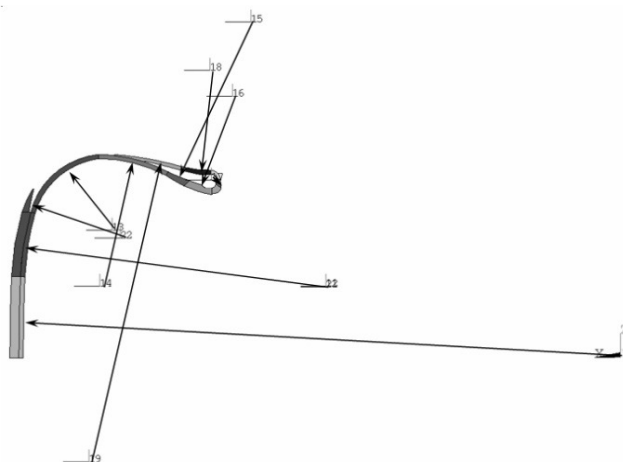


Рис. 3. Розташування локальних фінітно-тороїдальних систем координат

Граничні умови, які прикладаються до пневматичної шини, можна розділити на кінематичні та силові. В якості кінематичних граничних умов виступає обмеження переміщень по всім напрямкам на поверхні автомобільного диску, де в реальних умовах кріпиться вісь автомобіля до колеса. До силових граничних умов відноситься внутрішній тиск, який прикладений до внутрішньої поверхні каркаса та диску. Навантаження, яке імітує вагу автомобіля з перерахунком на одну шину, а також бокове та поздовжнє навантаження, прикладаються до дорожнього покриття для покращення стійкості чисельних алгоритмів розрахунків, при цьому не втрачаючи фізичної суті реальних навантажень. Враховані площини симетрії.

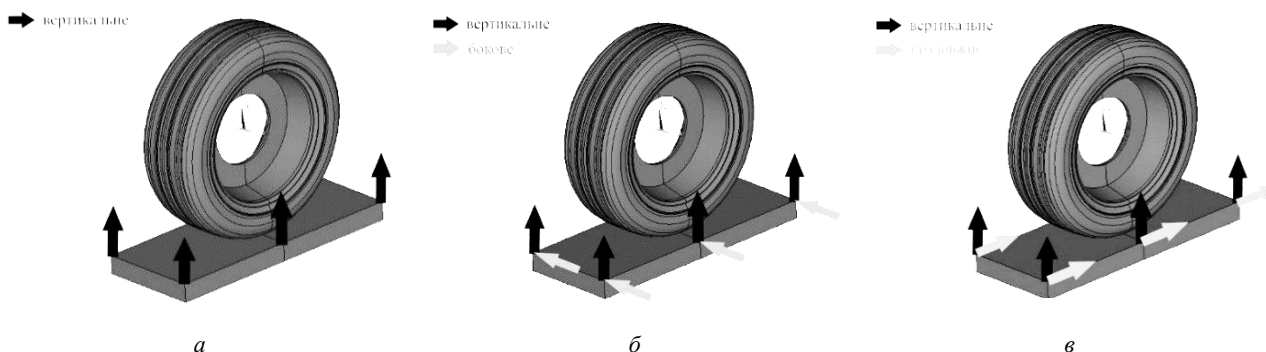


Рис. 4. Схеми навантажень тривимірної моделі шини:
а) вертикальне, б) бокове та в) поздовжнє

На рис. 5 наведені поля сумарних переміщень при різних значеннях внутрішнього тиску. Результати показують неоднорідний характер деформації боковини шини.

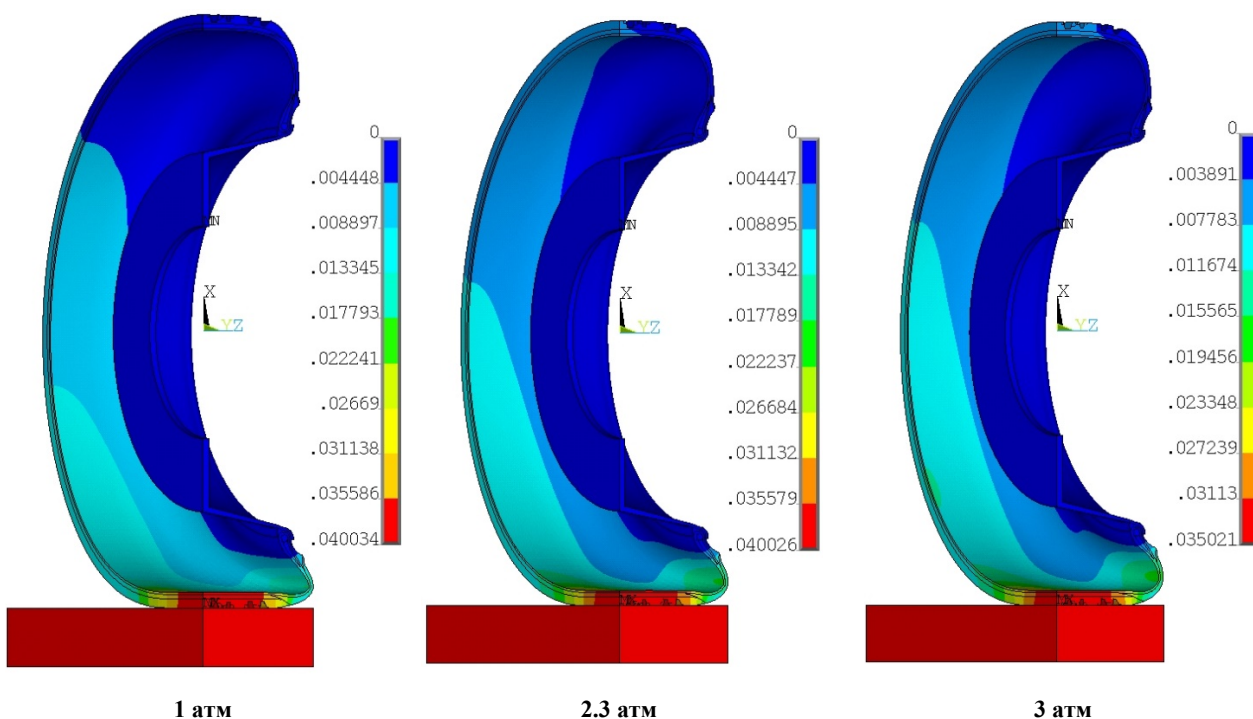


Рис. 5. Розподіл сумарних переміщень при різних значеннях внутрішнього тиску

Напружений стан шини, яка знаходиться в контакті з дорогою, не має осової симетрії. В областях, які віддалені від зони контакту, напружений стан визначається тільки впливом внутрішнього тиску на шину. Із попередніх розрахунків було з'ясовано, що деформацію від внутрішнього тиску сприймає переважно каркас шини, а деформацію, яка викликана обтисненням шини об тверду поверхню, сприймають шари брекера. Доцільно проаналізувати деформації при максимальних навантаженнях, які закладені в технічній документації. Для моделі 215/55 R16 таким навантаженням є 650 кг. Поля розподілів еквівалентних деформацій у перерізі шини, які знаходяться по центру зони контакту, представлено на рис. 6.

Після проведення серії розрахунків був побудований графік залежності між переміщеннями та підсумованими реакціями опори при різних внутрішніх тисках (рис. 7, а). Для зручності реакції опори були перераховані в осьове навантаження на повну модель шини. Тобто, можна зазначити зворотну залежність: при конкретному навантаженні отримуємо конкретне переміщення контрольної точки А (рис. 2). Із цієї залежності визначається вертикальна жорсткість шини. Наприклад, при навантаженні в 650 кг і величиною внутрішнього тиску 2.3 атм жорсткість має значення близько 300 Н/мм. Варто зазначити, що при наступних збільшеннях внутрішнього тиску жорсткості шини буду також збільшуватися, але на незначні величини (при

3 атм жорсткість підвищилася на 1%). А при зменшенні до 1 атм спостерігається, навпаки, різке пом'якшення шини і досягає 205 Н/мм.

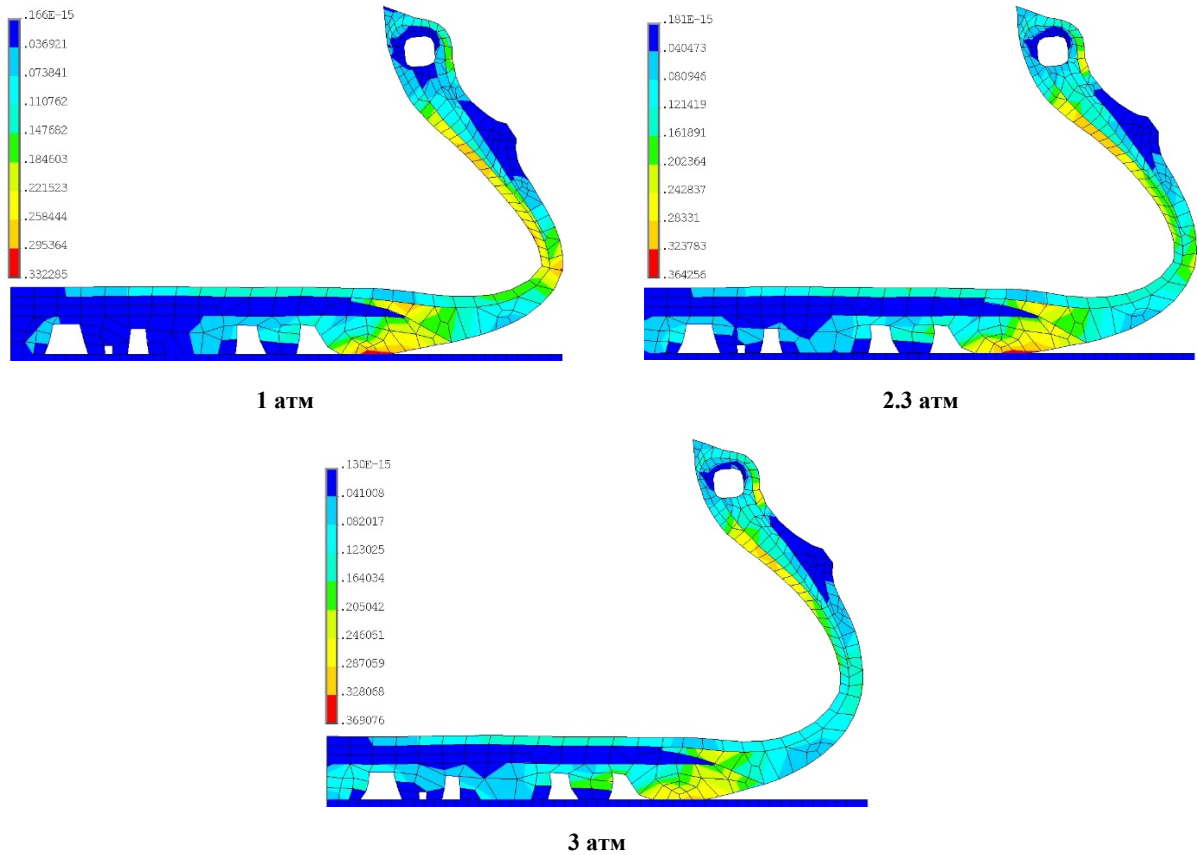


Рис. 6. Розподіл еквівалентних деформацій по профілю шини при різних значеннях внутрішнього тиску (переріз по центру зони контакту)

Для контролю за деформацією боковини шини, була побудована залежність вертикального переміщення точки боковини (контрольна точка В на рис. 2) від значення вертикальних навантажень, що перераховані на одне колесо. Графік наведено на рис. 7, б. Якщо розглядати пневматичну шину, наприклад, при максимальному навантаженні 650 кг та стандартному внутрішньому тиску 2.3 атм, які прописані в технічній документації, можна зазначити, що при зменшенні внутрішнього тиску до 1-ї атм деформації боковини зросли на 51.48%, а при збільшенні до 3-ох атм – зменшилися на 13.74%.

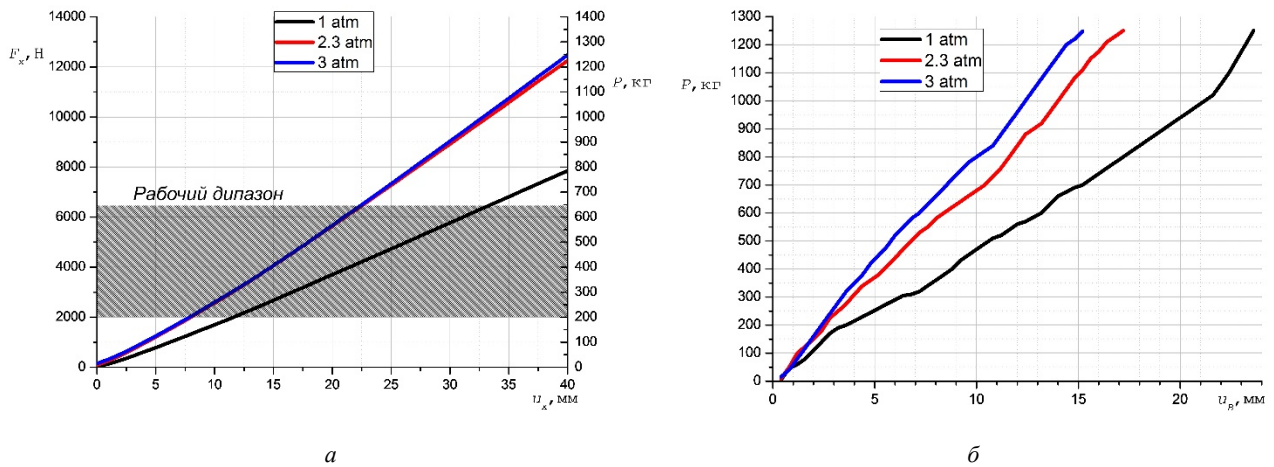


Рис. 7. Залежності реакцій опор від вертикального переміщення дорожнього покриття а) – на ободі колеса (точка А) та б) – на боковині шини (точка В)

Податливість шини в боковому напрямі має великий вплив на її роботу, стійкість та керованість автомобіля. Для визначення бокових сил, які прикладені в поперечному до шини напрямку, необхідною умовою є урахування попередніх напружених станів, тобто контактна взаємодія шини з дорожнім полотном під номінальним вертикальним навантаженням.

Процес бокового деформування представляє собою досить складне явище. При дії бокової сили поперечний профіль шини перекошується і стає несиметричним відносно вертикальної площини, яка є перпендикулярною до осі колеса та проходить через центр контакту (рис. 8).

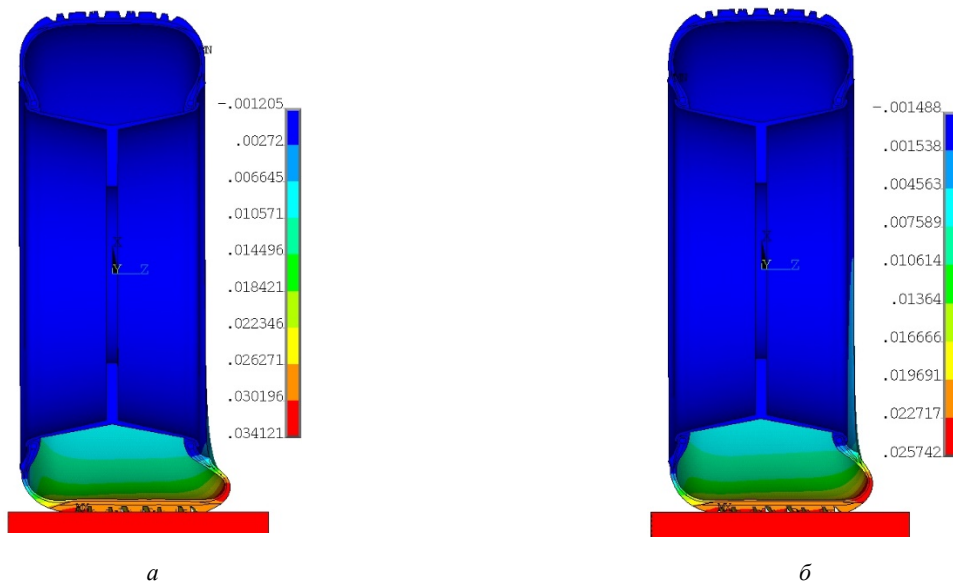


Рис. 8. Розподіл сумарних переміщень при боковому зсуві з внутрішнім тиском а) 1 атм і б) 2,3 атм

На рис. 9 показано сумарне розподілення еквівалентних деформації за критерієм фон-Місеса. Відмічено, що при боковому навантаженні найбільші навантаження також отримують шари каркасу та брекера. Але тепер є явно виражений сплеск концентрації деформацій в нижній частині каркасу. Напруження в брекері розподіляються нерівномірно. Слід зазначити, що деформований стан шини при боковому зсуві збільшився майже на 24%, порівняно зі звичайним станом (тільки вага автомобіля).

Бокову жорсткість, так само як і нормальну (вертикальну) жорсткість, можна визначити, як залежність бокового навантаження від бокового зміщення, тобто тангенс кута нахилу відповідної кривої (рис. 10, а). Ця залежність протікає майже за лінійним законом до початку проковзування шини. Таким чином, бокова жорсткість, на відміну від вертикальної, є постійною величиною, яка практично не залежить від бокового зміщення колеса і складає 114 Н/мм при 1 атм та 120 Н/мм при 2.3 атм.

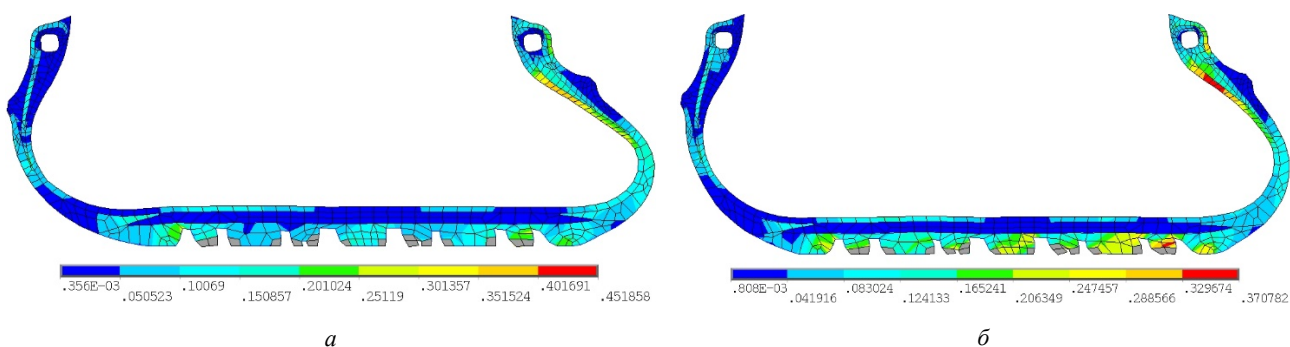


Рис. 9. Розподіл еквівалентних деформацій при боковому зсуві з внутрішнім тиском а) 1 атм і б) 2,3 атм

Цікавим є той факт, що при прикладанні бокового навантаження після вертикального, сумарні реакції в опорах у вертикальному напрямку будуть зменшуватись (рис. 10, б).

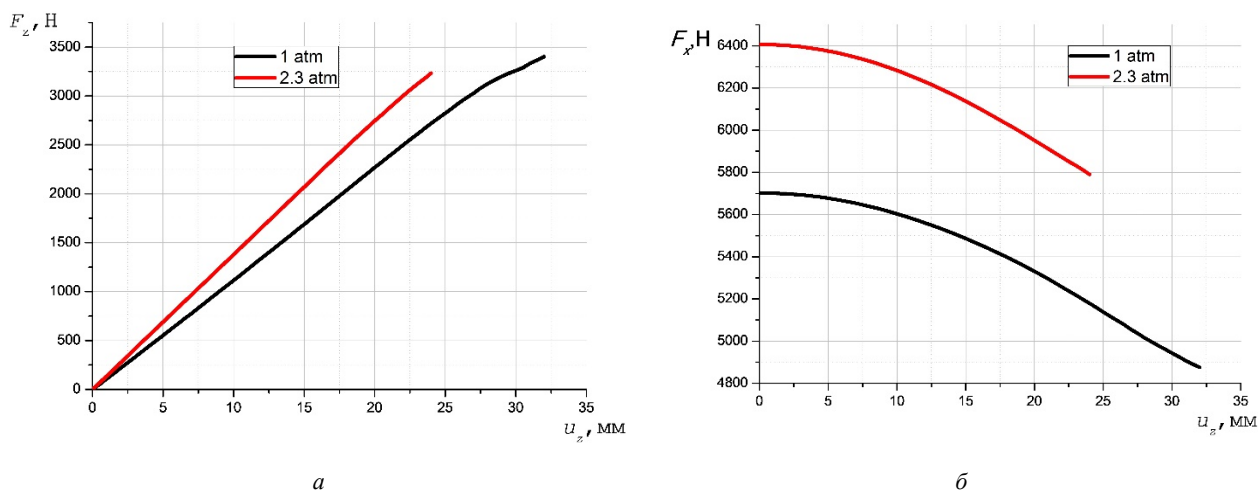


Рис. 10. Графік залежності бокового навантаження від зміщення (а) та реакцій в опорах від бокового навантаження в вертикальному напрямку (б)

Для визначення сил, що виникають при поздовжньому навантаженні, необхідно також урахувати попередній напружений стан. На рис. 11 треба зазначити, що при поздовжньому навантаженні шина деформується також нерівномірно.

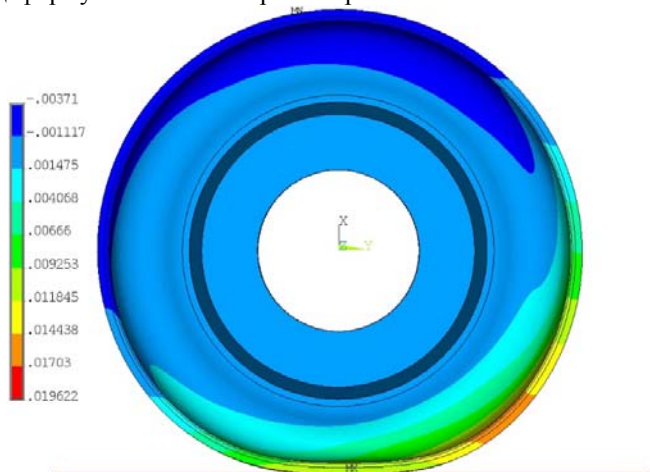


Рис. 11. Розподіл сумарних переміщень при поздовжньому зсуві

Аналізуючи сили, які виникають в місці закріплення, слід зауважити, що при малому внутрішньому тиску шина у взаємодії з дорожнім полотном має невеликі значення деформацій, порівняно із нормальним тиском для досліджуваної моделі (рис. 12, а). Це пов'язано з тим, що при малому тиску шина має більшу контактну площу із дорожнім полотном. При цьому жорсткість шини при 1 атм складає близько 153 Н/мм, а при 2.3 атм – 360 Н/мм.

Необхідно зазначити, що при прикладанні поздовжнього навантаження після вертикального, сумарні реакції в опорах при проковзуванні ведуть себе майже однаково та відрізняються тільки на певну величину (рис. 12, б).

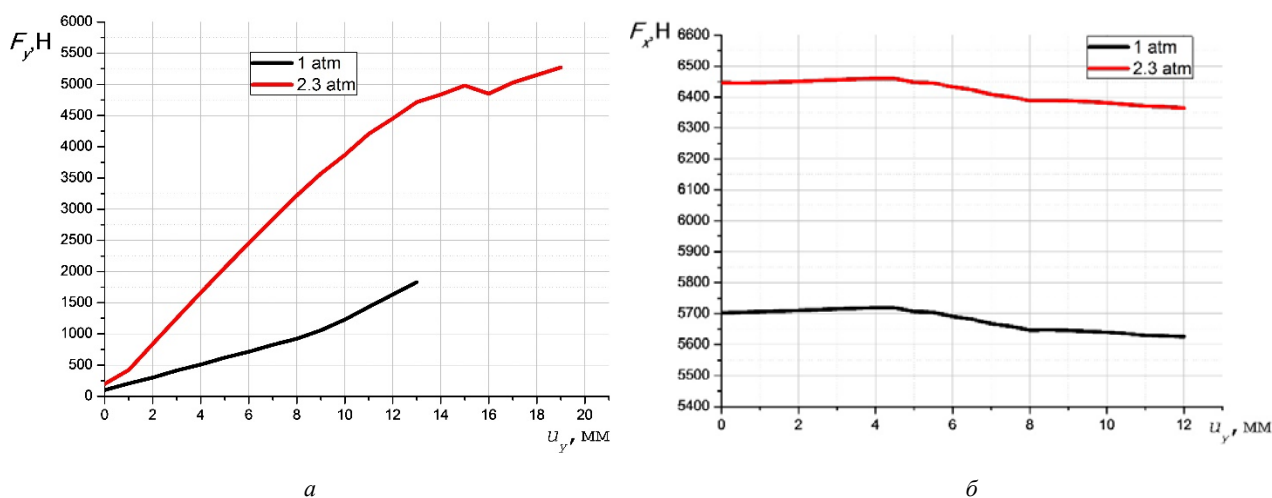


Рис. 12. Графік залежності поздовжнього навантаження від зміщення (а) та реакцій в опорах від поздовжнього навантаження в вертикальному напрямку (б)

Висновки

Таким чином, в ході даної роботи було створено геометричну та скінчено-елементну моделі пневматичної шини, з урахуванням ортотропії механічних властивостей у гумово-кордних шарах. Таке моделювання було здійснено завдяки введенню локальних фінітно-тороїдальних систем координат. Проведені розрахунки задачі контактної взаємодії шини з дорожнім покриттям та виявлені закономірності деформування на різних типах навантажень: вертикальному, боковому та поздовжньому.

Результати відображають, що при вертикальному навантаженні, жорсткість за різними значеннями внутрішнього тиску змінюється в межах від 200 Н/мм до 300 Н/мм при номінальному навантаженні в 650 кг.

При дії бокової сили, яка моделює зсув автомобільного колеса, поперечний профіль шини перекошується та стає несиметричним відносно вертикальної площини, яка є перпендикулярною до осі колеса й проходить через центр контакту. Варто зазначити, що при різних значеннях внутрішнього тиску, жорсткості ведуть себе майже лінійно, а їх величини відрізняються на 5%. Окремо слід зауважити те, що в вертикальному напрямі реакції опори будуть зменшуватися при збільшенні прикладання бокового навантаження.

Аналізуючи поздовжній вид деформації (проковзування), відзначено, що при малому внутрішньому тиску шина має невеликі переміщення в цьому напрямі, тому що вона має велику контактну площу із дорожнім полотном. Визначено, що при зменшенні внутрішнього тиску в 2 рази, жорсткість в поздовжньому напрямі зменшується на 100%.

***Аннотация.** В работе построены трехмерные геометрическая и конечно-элементная модели пневматической шины легкового автомобиля, которые учитывают особенности ее геометрии, многослойную структуру, ортотропию механических свойств в резиново-кордных слоях. Предложена система финитно-тороидальных систем координат для задания криволинейной ортотропии соответствующим слоям. Приведены результаты расчетов упругого контактного взаимодействия шины с дорожным покрытием при различных типах нагрузок: вертикальной, боковой и продольной и при различных значениях внутреннего давления. Получены закономерности изменения перемещений (прогиба или смещения) обода колеса в зависимости от приложенной нагрузки, то есть, определены нагрузочные характеристики шины. Из полученных результатов рассчитаны коэффициенты жесткости пневматической шины по разным направлениям и закономерности их изменения при различных значениях внутреннего давления.*

***Ключевые слова:** пневматическая шина; жесткость; деформация; метод конечных элементов; финитно-тороидальная система координат; контактное взаимодействие*

***Abstract.** The purpose. The paper deals with the computer finite-elements 3D modelling of the pneumatic tires in a contact interaction with the almost rigid road surface that allowed to find the different types of tires operational stiffnesses (vertical, lateral and longitudinal).*

***Design/methodology/approach.** In the paper, it is developed a three-dimensional geometry and finite element model of the pneumatic tire, which takes into account the peculiarities of its geometry, multilayer structure and orthotropy of a mechanical properties in the rubber-cord layers. The system of piecewise-toroidal coordinates is proposed to specify the curvilinear orthotropy of the corresponding layers in the model. The calculations of the elastic contact of the tire with the road have been carried out at the different types of load: vertical, lateral and longitudinal with the different values of the internal pressure.*

***Findings.** The dependencies of the displacement (vertical compression or lateral shear) of the wheel rim on the applied loads are defined. From the obtained results, the stiffness factors in different directions were calculated and their dependence on the internal pressure value have been analyzed.*

***Originality/value.** The results can be used in the development of new tires design parameters, as well as in a computerized systems of the car movement control and stability (ABS, ESP, StabiliTrak).*

***Keywords:** a pneumatic tire; stiffness; deformation; finite element method; piecewise-toroidal coordinate system; the contact interaction*

Бібліографічний список використаної літератури

1. Бухин Б. Л. Введение в механику пневматических шин / Б. Л. Бухин. – М.: Химия, 1988. – 224 с.
2. Yanhai Xu Improving the capacity of tire normal force via variable stiffness and damping suspension system / Yanhai Xu, Mehdi Ahmadian // Journal of Terramechanics, 2013. Pp. 121–132
3. Kongo Konde On the modeling of aircraft tire / Kongo Konde, I. Rosu, F. Lebon, O. Brardo, B. Devesa. // Aerospace Science and Technology. 27, 2013. Pp. 67–75
4. Ларін О.О. Розробка багатошарової 3Д комп'ютерної моделі пневматичної шини з урахуванням ортотропії її механічних властивостей / О.О. Ларін, Ю.В. Арефін, О.І. Субочев, О.М. Ларін // Вісник Севастопольського національного технічного університету, Серія: Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь: СевНТУ, 2011.–Но 121.– С. 102-105
5. Clark S.K. The pneumatic tire / Clark S.K. – National Highway Traffic Safety Administration. USA Dep. Of Transportation, 2006. –707 p.
6. Кондрикова А.А. Моделювання контактної взаємодії пневматичних шин з дорогою з урахуванням геометричної та фізичної нелінійності їх деформування / А.А. Кондрикова, О.О. Ларін // Вісник НТУ «ХПИ». Серія «Динаміка та міцність машин». – 2011. – № 52. – С. 94-101.
7. Manas D Wear of Tires / Dr. David Manas. – Encyclopedia of Tribology, 2013. – Pp. 4073-4086.

8. *Sokolov S. L.* Analysis of the heat state of pneumatic tires by the finite element method / S. L. Sokolov // Journal of machinery manufacture and reliability. – Vol. 38. – № 3, 2009. – Pp. 310-314.
9. *Miquet Ch.* New test method for reproducible real-time tests of ADAS ECUs: “Vehicle-in-theLoop” connects real-world vehicles with the virtual world / *Miquet Charles* // 5th International Munich Chassis Symposium 2014, 2014. – Pp. 575-589.
10. *Larin O.O.* Визначення циклів напружень елементів пневматичної шини з використанням процедури субмоделювання / О.О. Ларін, Ю.А. Петрова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 57 (1099). – С. 37-49
11. *van der Steen R.* Tyre/road friction modeling / *van der Steen R.* – Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Dynamics and Control group. – Eindhoven, 2007.
12. *Krenk S.* Non-linear Modeling and Analysis of Solids and Structures / Krenk S. – Cambridge, 2009.
13. *Shiguo Rao.* Mechanical Properties and Failure Behavior of Cord/Rubber Composites / Isaac M. Daniel, Emmanuel E. Gdoutos // Applied Composite Materials. – Vol. 11. – Issue 6, 2004. – Pp. 353-375.
14. *Sheshenin S. V.* Three-Dimensional Modeling of Tires / S. V. Sheshenin // Mechanics of Solids. – Vol. 42. – № 3, 2007. – Pp. 338-345.

References

1. *Buhin B.L.* Introduction to the mechanics of the pneumatic tires. B.L. Bukhin. M. Himiya, 1988. 224 p.
2. *Yanhai Xu* Improving the capacity of tire normal force via variable stiffness and damping suspension system. Yanhai Xu, Mehdi Ahmadian. Journal of Terramechanics, 2013. Pp. 121–132
3. *Kongo Konde* On the modeling of aircraft tire. Kongo Konde, I. Rosu, F. Lebon, O. Brardo, B. Devesa. Aerospace Science and Technology. 27, 2013. Pp. 67–75
4. *Larin O.O.* A development of the multilayer 3D computer model of the pneumatic tire subjected to the orthotropy of its mechanical properties. O.O. Larin, Yu.S. Arefin, O.I. Subochev, O.M. Larin. Bulletin of Sevastopol National Technical university. Seria: Mashinopriladobuvannya ta transport. Sevastopol: SevNTU. N 121, 2011. Pp. 102-105
5. *Clark S.K.* The pneumatic tire. Clark S.K. National Highway Traffic Safety Administration. USA Dep. Of Transportation, 2006. 707 p.
6. *Kondrykova A.A.* A modelling of the contact interaction of the pneumatic tires with the road surface taking into account geometrical and physical nonlinearity of the deformation. A.A. Kondrykova, O.O. Larin. Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. Kharkiv: NTU "KhPI". No 52, 2011. Pp.94-101
7. *Manas D* Wear of Tires. Dr. David Manas. Encyclopedia of Tribology, 2013. Pp. 4073-4086.
8. *Sokolov S. L.* Analysis of the heat state of pneumatic tires by the finite element method. S. L. Sokolov. Journal of machinery manufacture and reliability. Vol. 38. No 3, 2009. Pp. 310-314.
9. *Miquet Ch.* New test method for reproducible real-time tests of ADAS ECUs: “Vehicle-in-theLoop” connects real-world vehicles with the virtual world. Miquet Charles. 5th International Munich Chassis Symposium 2014, 2014. Pp. 575-589.
10. *Larin O. O.* A sub-modeling procedure on stress cycles determination of pneumatic tire structural elements. O. O. Larin, Ju. A. Petrova. Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. No 57 (1099). P. 37-49.
11. *van der Steen R.* Tyre. road friction modeling. *van der Steen R.* Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Dynamics and Control group. Eindhoven, 2007.
12. *Krenk S.* Non-linear Modeling and Analysis of Solids and Structures. Krenk S. Cambridge, 2009.
13. *Shiguo Rao.* Mechanical Properties and Failure Behavior of Cord.Rubber Composites. Isaac M. Daniel, Emmanuel E. Gdoutos. Applied Composite Materials. Vol. 11. Issue 6, 2004. Pp. 353-375.
14. *Sheshenin S. V.* Three-Dimensional Modeling of Tires. S. V. Sheshenin. Mechanics of Solids. Vol. 42. No 3, 2007. Pp. 338-345.

Подана до редакції 16.11.2015