

УДК 620.171.3

Молтасов А. В. м.н.с., Клочков И. Н. к.т.н., Кныш В. В. д.т.н.  
 ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины, г. Киев, Украина

## ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В НАХЛЁСТОЧНОМ СВАРНОМ СОЕДИНЕНИИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И ИЗГИБЕ

Moltasov A., Klochkov I., Knysh V.

E. O. Paton Electric Welding Institute, National Academy of Science of Ukraine, Kyiv, Ukraine (moltasov@gmail.com)

### ENGINEERING METHOD OF FINDING STRESS CONCENTRATION FACTOR IN LAPPED WELDED JOINT UNDER TENSILE FORCE AND BENDING MOMENT

*Проведено дослідження напруженого стану в зонах концентрації напружень нахлесточного сварного з'єднання при розтягненні та вигибі аналітичним методом, ґрунтованим на гіпотезі неплоских сечень. Отримані формули для визначення коефіцієнта концентрації напружень при розтягненні та вигибі нахлесточного з'єднання. Встановлено зв'язок між напруженнями, викликаними розтягненням та вигибом, що дало можливість визначити сумарний коефіцієнт концентрації напружень. Проведено чисельний розрахунок напруженого стану методом кінцевих елементів. Результати, отримані аналітичним та чисельним методом, добре узгодяться між собою і з даними, наведеними в літературі.*

*Ключові слова:* нахлесточне сварне з'єднання, коефіцієнт концентрації напружень, метод неплоских сечень, плоско-ломане сечення, метод кінцевих елементів

#### Введение

Нахлесточные сварные соединения благодаря своей высокой технологичности достаточно широко используются при изготовлении или ремонте изделий из листового проката. Также их применяют при проектировании тонкостенных резервуаров, стропильных ферм, рам, мачт и т. д. Кроме того, существуют такие конструкции, где применение соединений внахлестку неизбежно, например, в соединениях деталей винтовых стяжек (рис. 1, а) и во фланцевых соединениях трубопроводов (рис. 1, б).

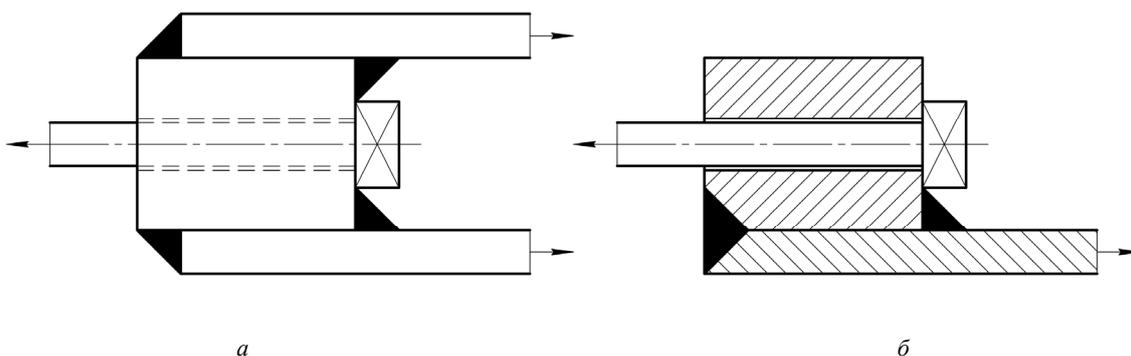


Рис. 1. Примеры применения нахлесточных соединений в силовых элементах конструкций

Применяемые в обычной практике расчёты прочности [1], основанные на методах сопротивления материалов, не учитывают особенностей условий распределения напряжений в местах изменения формы нахлесточного соединения и поэтому они не могут быть использованы для решения задач по определению концентрации напряжений.

Сложность конфигурации выступающих частей в нахлесточных сварных соединениях значительно затрудняет возможности применения расчётов методами теории упругости. В таких условиях возможно применение приближённых методов, в которых расчёт сложного по форме соединения сводится к расчёту элемента с постоянным поперечным сечением или элемента, для которого имеются решения методами теории упругости [2].

Недостатком этих методов является то, что форма сварного шва нахлесточного соединения отличается от принятой в упрощённой модели треугольной формы. Это упрощение не позволяет учесть величину радиуса

перехода шва на основной металл, который, согласно экспериментальным данным [3], является основной причиной появления концентрации напряжений.

Некоторые справочники, например [4], предлагают определять коэффициент концентрации в нахлесточном соединении по эмпирическим формулам, которые также не устанавливают его зависимость от радиуса перехода шва на основной металл.

В работе [5] предлагается посредством введения некоторого множителя связать коэффициент концентрации напряжений нахлесточных соединений с зависимостями, рекомендованными для тавровых соединений, которые учитывают величину радиуса перехода шва на основной металл. Формулы для тавровых соединений были получены в ряде работ отечественных и зарубежных авторов [6-9] на основе численных решений задач теории упругости с последующей аппроксимацией полученных значений функциями соответствующих видов.

В настоящей работе анализ распределения напряжений в окрестности концентратора нахлесточного сварного соединения будет проведен инженерно-аналитическим методом, основанным на гипотезе неплоских сечений [10]. Этот метод прост в применении к конструктивным элементам сложной конфигурации и не влечёт за собой громоздких математических вычислений, требующих использования мощных ЭВМ. Кроме того, метод имеет достаточно высокую точность при расчёте стержнеобразных конструктивных элементов с концентраторами и дает выражение для коэффициента концентрации напряжений не только в опасной точке, но и в некоторой её окрестности, в виде функции двух координат, как это было показано в работе [11] для стыковых сварных соединений.

### Цель

Целью данной работы является разработка инженерного метода расчёта коэффициента концентрации напряжений в нахлесточном сварном соединении при растяжении и изгибе, основанного на гипотезе неплоских сечений.

Описание напряжённого состояния, вызванного приложением силовых факторов, действующих в процессе эксплуатации на нахлесточное сварное соединение, в окрестности концентраторов напряжений, характерных для соединений данного типа. Расчёт теоретических коэффициентов концентрации напряжений в нахлесточных сварных соединениях при растяжении и изгибе.

Проведение конечно-элементного моделирования напряжённого состояния в нахлесточном сварном соединении.

Сравнение величин суммарного теоретического коэффициента концентрации напряжений, полученных в результате расчётов методом неплоских сечений и методом конечных элементов.

### Исследование

Рассмотрим схему нахлесточного сварного соединения под действием растягивающей нагрузки (рис. 2) и построим в нём плоско-ломанное сечение  $ABCD$  (рис. 3), предварительно принимая  $h_1 = h_2 = h$ . При этом очевидно, что величина эксцентриситета  $\delta = (h_1 + h_2)/2 = h$ .

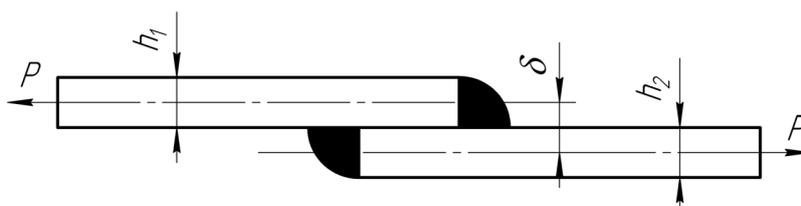


Рис. 2. Схема нахлесточного сварного соединения

Построения, изображённые на рис. 3, совпадают с данными работы [11], поэтому можно утверждать, что при действии только растягивающей силы решения также совпадут и напряжения в точках участка сечения  $AB$  выразятся следующей зависимостью

$$\sigma = \frac{P \cdot \cos \alpha}{(\rho + a' - u) \cdot b \cdot k}, \quad (1)$$

где  $b$  – толщина соединения, а

$$k = \cos^2 \alpha \cdot \ln \frac{\rho + a_0}{\rho} + \frac{y_A - a_0 \cdot \cos \alpha}{(\rho + a_0) \cdot \cos \alpha}. \quad (2)$$

Из формулы (1) видно, что изменения угла  $\alpha$  и параметра  $k$  соответствуют изменению напряжения  $\sigma$  по контуру, а изменение координаты  $u$  соответствует изменению этого напряжения в направлении перпендикулярном к контуру.

Параметр  $a_0$ , входящий в формулу (2) характеризует глубину действия концентратора и определяется

по формуле

$$a_0 = \sqrt{\rho \cdot t}, \quad (3)$$

где  $t$  – высота выступа, которая в случае нахлесточного соединения равна высоте пластины, т.е.  $t = h$ .

Формула (3) была выведена, сравнением величин коэффициента концентрации напряжений в стержне с односторонней мелкой внешней выточкой, полученных в работе [10] методом неплоских сечений и в работе [12] методами теории упругости.

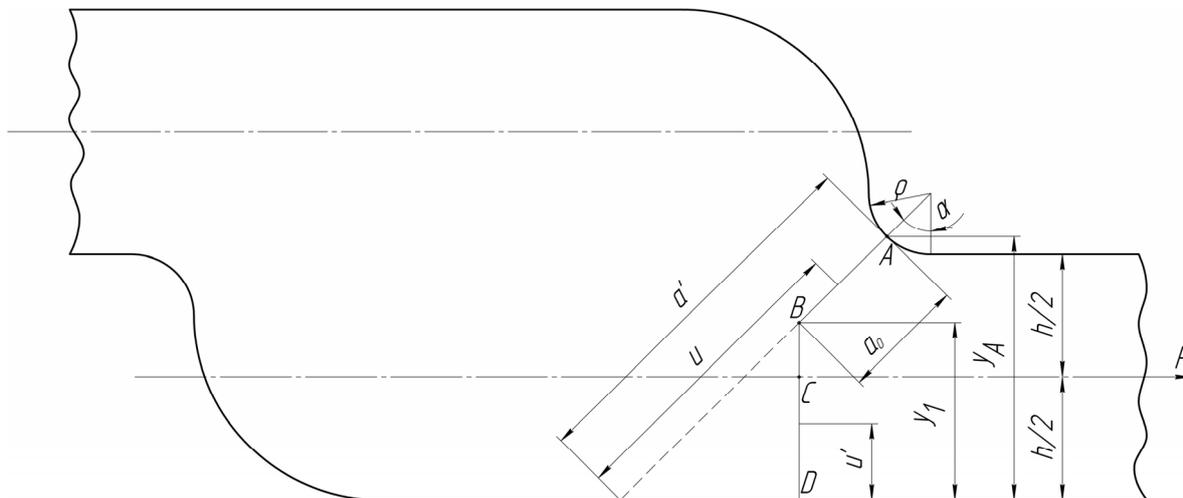


Рис. 3. Плоско-ломанное сечение в нахлесточном сварном соединении

Выражение для напряжений на участке  $BCD$ , на котором справедлива гипотеза плоских сечений

$$\sigma' = \frac{P}{(\rho + a_0) \cdot b \cdot k \cdot \cos \alpha}, \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что напряжение  $\sigma'$  изменяется только по контуру, а по глубине оно постоянно.

Максимальное напряжение действует на контуре у подножья выступа, подставив в (1)  $\alpha = 0$ ,  $u = a'$ , получим

$$\sigma_{\max}^P = \frac{P}{\rho \cdot b \cdot k}, \quad (5)$$

разделив это напряжение на номинальное напряжение, действующее на достаточном удалении от концентратора

$$\sigma_{\text{ном}}^P = \frac{P}{b \cdot h}, \quad (6)$$

получим выражение для теоретического коэффициента концентрации при растяжении

$$\alpha_{\sigma}^P = \frac{h}{\rho \cdot k}. \quad (7)$$

В случае, когда влияние концентратора распространяется на всю глубину соединения ( $a_0 = a'$ ), участок  $BCD$  на рис. 3 исчезает, тогда  $y_1 = 0$  и параметр  $k$  определяется по формуле

$$k = \cos^2 \alpha \cdot \ln \frac{\rho + a_0}{\rho}. \quad (8)$$

В работе [13] отмечалось, что в нахлесточных соединениях появляются дополнительные напряжения от изгиба и концентрация напряжений существенно возрастает.

Рассмотрим напряжённое состояние в окрестностях концентратора напряжений нахлесточного сварного соединения под действием изгибающего момента  $M$ , приложенного на торцах (рис. 4).

При изгибе соединения сечение  $ABD$  повернётся относительно сечения  $A_1B_1D_1$  на угол  $\Delta\gamma$ , и волокно  $KF$  получит удлинение  $KN$ . Напряжение в волокне  $KF$

$$\sigma = \frac{KN}{KF} \cdot E = \frac{(y_1 \cdot \cos \alpha + u) \cdot \Delta\gamma}{(\rho + a_0 - u) \cdot \Delta\alpha} \cdot E. \quad (9)$$

Напряжение в волокне  $GL$ , которое удлинилось на величину  $LM$ , будет

$$\sigma' = \frac{LM}{GL} \cdot E = \frac{u' \cdot \Delta\gamma}{(\rho + a_0) \cdot \cos \alpha \cdot \Delta\alpha} \cdot E. \quad (10)$$

Условие равновесия правой части соединения имеет вид

$$M = 2 \int_{a'-a_0}^{a'} \sigma \cdot b \cdot (y_1 \cdot \cos \alpha + u) du + 2 \int_0^{y_1} \sigma' \cdot b \cdot u' du'. \quad (11)$$

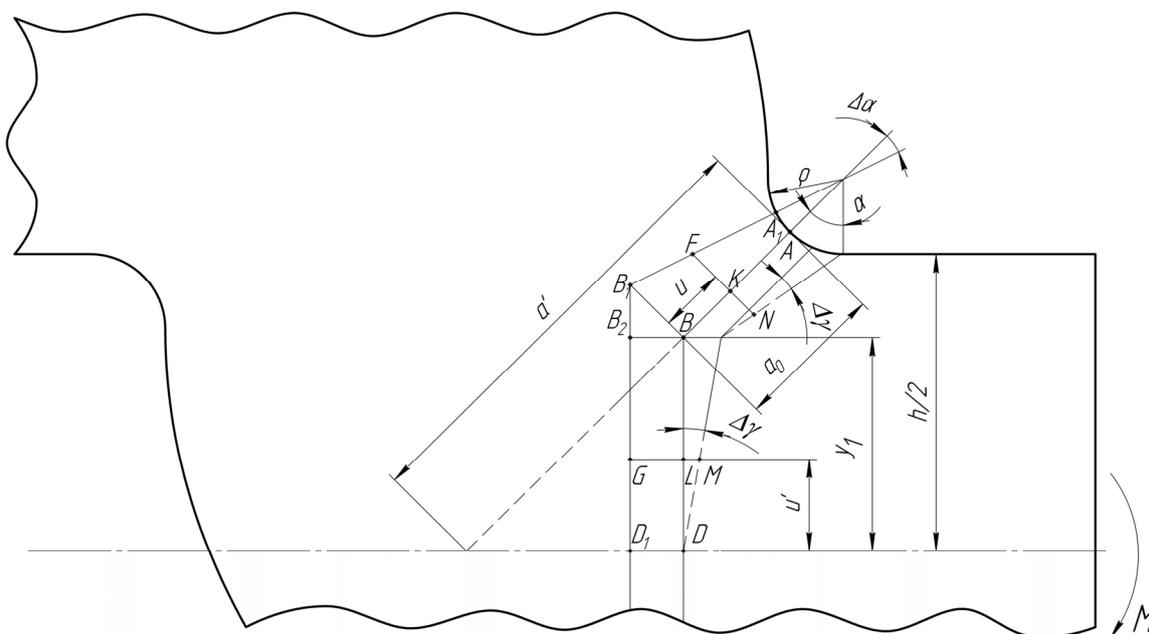


Рис. 4. Поворот плоско-ломаного сечения при изгибе нахлесточного сварного соединения

Подставляя в выражение (11) выражения для напряжений (9) и (10) и интегрируя, получим

$$\frac{\Delta\gamma}{\Delta\alpha} \cdot E = \frac{M}{2 \cdot b \cdot n}, \quad (12)$$

где

$$n = y_1^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \ln \frac{\rho + a_0}{\rho} + 2 \cdot y_1 \cdot [(\rho + a_0) \cdot \ln \frac{\rho + a_0}{\rho} - a_0] \cdot \cos \alpha - a_0 \cdot (\rho + a_0) - \frac{a_0^2}{2} +$$

$$+ (\rho + a_0)^2 \cdot \ln \frac{\rho + a_0}{\rho} + \frac{y_1^3}{3 \cdot (\rho + a_0) \cdot \cos \alpha}.$$

Подставим правую часть уравнения (12) в (9) и (10) получим выражения для определения напряжений на участках сечения  $AB$  и  $BD$  соответственно

$$\sigma = \frac{M \cdot (y_1 \cdot \cos \alpha + u)}{2 \cdot b \cdot n \cdot (\rho + a_0 - u)}, \quad (13)$$

$$\sigma' = \frac{M \cdot u'}{2 \cdot b \cdot n \cdot (\rho + a)}. \quad (14)$$

Максимальное напряжение, как и при растяжении, действует на контуре у подножья выступа, подставив в (14)  $\alpha = 0$ ,  $u = a_0$ , получим

$$\sigma_{\max}^M = \frac{M \cdot (y_1 + a_0)}{2 \cdot b \cdot \rho \cdot n}. \quad (15)$$

Коэффициент концентрации напряжений есть отношение величины (16) к напряжению, которое действует в изгибаемом соединении вне зоны концентрации

$$\sigma_{\text{ном}}^M = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}, \quad (16)$$

это отношение получается

$$\alpha_{\sigma}^M = \frac{h^2 \cdot (y_1 + h/2)}{12 \cdot \rho \cdot n} \tag{17}$$

В случае, когда влияние концентратора распространяется на всю глубину соединения, участок BCD на рис. 4 как и при растяжении исчезает, при этом  $y_1 = 0$ . Выражение для напряжений в этом случае имеет вид

$$\sigma = \frac{M \cdot u}{2b \cdot n_1 \cdot (\rho + a_0 - u)}, \tag{18}$$

где

$$n_1 = (\rho + a_0)^2 \cdot \ln \frac{\rho + a_0}{\rho} - a_0 \cdot (\rho + a_0) - \frac{a_0^2}{2}.$$

Максимальное напряжение у подножья выступа с учётом  $a_0 = h/2$  при этом имеет вид

$$\sigma_{\max}^M = \frac{M \cdot h}{4 \cdot b \cdot \rho \cdot n_1}, \tag{19}$$

а коэффициент концентрации определяется выражением

$$\alpha_{\sigma}^M = \frac{h^3}{24 \cdot \rho \cdot n_1}. \tag{20}$$

Для того чтобы получить суммарный коэффициент концентрации напряжений (ККН) в нахлесточном соединении при растяжении и изгибе, необходимо связать величины номинальных напряжений, вызванных действием изгибающего момента  $M$  и растягивающей силы  $P$ , которые также связаны между собой. Это легко сделать считая, что поперечные размеры соединения малы в сравнении с его длиной, тогда конструкцию можно представить как комбинацию из тонких прямолинейных стержней (рис. 5, а).

Используя канонические уравнения метода сил [14] найдём величину неизвестного момента  $M$  (при расчётах пренебрегли величиной  $h$  по сравнению с  $l$  и слагаемыми, содержащими  $h^2$  как величинами более высокого порядка малости)

$$M = \frac{1}{2} \cdot P \cdot h. \tag{21}$$

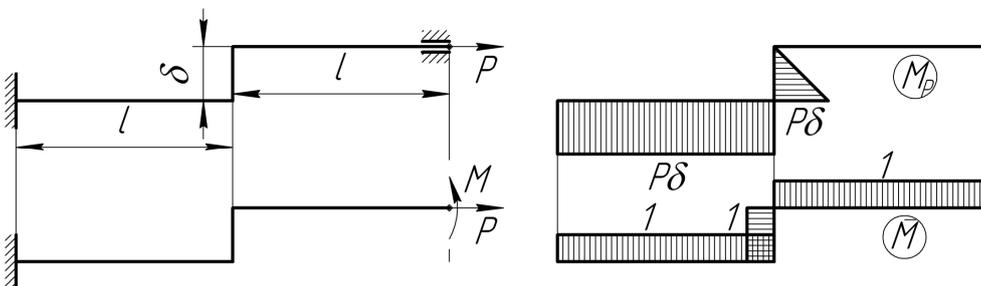


Рис. 5. Определение изгибающего момента: а – схема нагружения и закрепления; б – эквивалентная схема; в – иловая эпюра моментов; г – единичная эпюра моментов

Эпюры изгибающих моментов и продольных сил имеют вид рис. 6.

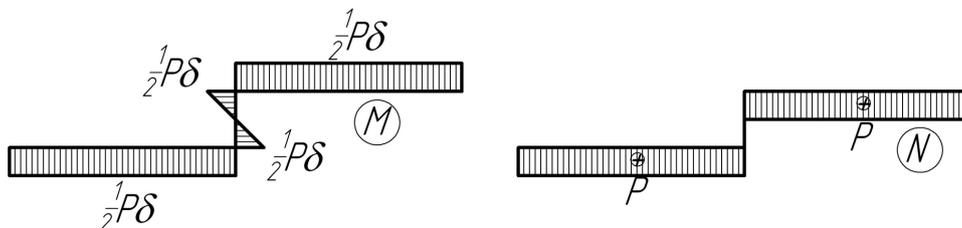


Рис. 6. Эпюры нормальных напряжений в нахлесточном сварном соединении: а – от изгибающего момента; б – от растягивающей силы

Сравнивая формулы (6) и (16) с учётом (21), получим

$$\frac{\sigma_{ном}^M}{\sigma_{ном}^P} = 3. \quad (22)$$

Суммарный коэффициент концентрации, который показывает во сколько раз напряжение в опасной точке соединения будет превышать напряжение, действующее в гладком прямолинейном стержне, нагруженном осевой силой, имеет вид

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\sigma}^P + 3 \cdot \alpha_{\sigma}^M. \quad (23)$$

Для нахлесточных сварных соединений алюминиевых сплавов, геометрические параметры которых взяты из работы [15], при помощи формул (6), (16) и (23) были подсчитаны коэффициенты концентрации напряжений.

Таблица 1

**Расчётные значения ККН для нахлесточных сварных соединений**

Сплав	$h$ , мм	$\rho$ , мм	$\alpha_{\sigma}^P$	$\alpha_{\sigma}^M$	$\alpha_{\Sigma}$
АМг6	2	1,1	1,75	1,14	5,17
6061-Т6	3	1,2	2,05	1,23	5,73

Данные табл. 1 соответствуют результатам, полученным в работе [13] другими методами. По данным этой работы максимальное значение ККН от растягивающей силы составляет 2,1, а суммарного ККН достигает величины 5,7.

Кроме того, точное решение данной задачи плоской теории упругости было получено методом конечных элементов (рис. 7). При решении задачи для улучшения аппроксимации был выбран плоский четырехугольный конечный элемент серендипового семейства (8 узлов) [16]. Использование элементов более высокого порядка оказалось неоправданным, поскольку точность решения повышалась незначительно даже при последующем сгущении сетки. Сетка сгущалась по всей области неравномерно, наиболее мелкое разбиение имело место в зонах предполагаемой концентрации напряжений. Была выбрана самая эффективная сетка, не требующая значительной мощности вычислительной техники и дающая достаточно точный результат.

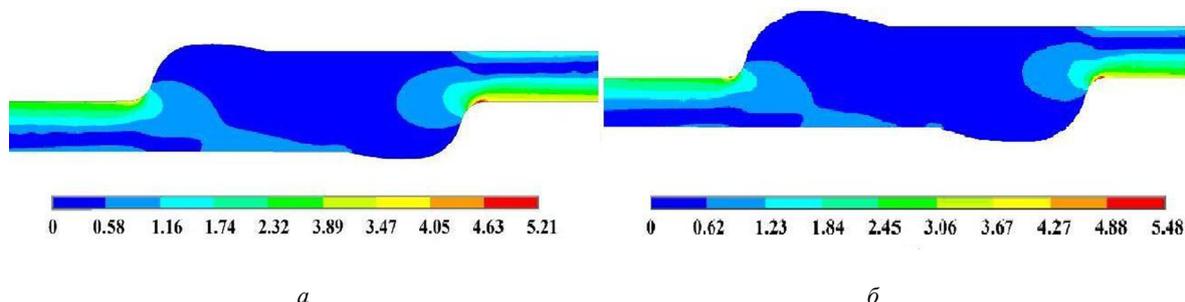


Рис. 7. Распределение напряжений в нахлесточных сварных соединениях: а – сплава АМг6; б – сплава 6061-Т6

В табл. 2 приведено сопоставление значений ККН полученных аналитическим расчётом и методом КЭ. Для нахлесточных соединений сплава АМг6 толщиной 2 мм максимальная разница между аналитическим расчётом и расчётом МКЭ составила 0,8 %, а для соединений сплава 6061-Т6 толщиной 3 мм – 4,6 %.

Таблица 2

**Сопоставление значений ККН, полученных различными методами, для нахлесточных сварных соединений**

Сплав	$h$ , мм	$\rho$ , мм	$\alpha_{\Sigma}(23)$	$\alpha_{\Sigma}(МКЭ)$	$\Delta\alpha_{\Sigma}$ , %
АМг6	2	1,1	5,17	5,21	0,8
6061-Т6	3	1,2	5,73	5,48	4,6

## Выводы

1. На основе гипотезы неплоских сечений разработан инженерный метод расчёта коэффициента концентрации напряжений в нахлесточном сварном соединении при растяжении и изгибе. Предложенный метод позволяет определять напряжённое состояние в зонах концентраторов как функцию двух координат, что даёт возможность устанавливать напряжения, как на контуре, так и по глубине соединения.

2. Установлена связь между растягивающей силой и изгибающим моментом, вызванным несоосностью передачи усилия нахлесточным сварным соединением. Это позволило установить суммарный коэффициент

концентрації напружень в таких соединениях, обусловлений действием растягивающей силы и изгибающего момента.

3. Решена плоская задача определения напряжённого состояния в нахлесточном сварном соединении методом конечных элементов с использованием плоских четырехугольных конечных элементов серендипового семейства. В процессе компьютерного моделирования была выбрана самая эффективная сетка, которая не требовала значительной мощности вычислительной техники и давала достаточно точный результат.

4. Сравнение значений суммарных коэффициентов концентрации напряжений, установленных предложенным методом и методом конечных элементов показало удовлетворительное их согласование.

**Анотація:** Аналітичним методом, що базується на гіпотезі неплоских перерізів, проведено дослідження напруженого стану в зонах концентрації напружень напускового зварного з'єднання при розтягуванні та згинанні. Отримано формули для визначення коефіцієнта концентрації напружень при розтягуванні та згинанні напускового з'єднання. Встановлено зв'язок між напруженнями, викликаними розтяганням та згинанням, що дало можливість визначити сумарний коефіцієнт концентрації напружень. Проведено чисельний розрахунок напруженого стану методом скінчених елементів. Результати, отримані аналітичним та чисельним методом, добре узгоджуються між собою та з даними, наявними у літературі.

**Ключові слова:** напускове зварне з'єднання, коефіцієнт концентрації напружень, метод неплоских перерізів, плоско-ламаний переріз, метод скінчених елементів

#### **Abstract.**

**Subject, theme, aim.** Subject of the research is the stress state of the lapped welded joint under loading. The aim is to describe stress state in the stress concentration zone. Stress concentration factor was caused by the geometry of welded joint.

**Method or methodology.** For researching stress state and stress concentrator factor of the lapped welded joint under tensile and bending forces was used method of the non-planar cross sections and finite element method.

**Results.** Expression that describing stress state and expressions for the stress concentration factor that was caused by tensile force and bending moment had been obtained by using the method of the non-planar cross sections. Also was obtained results using finite element method.

**Field of application of the results.** The results can be used for computations of the stress state of the constructions with lapped welded joints under static and cyclic loading.

**Keywords:** lapped welded joint, stress concentration factor, method of non-planar cross sections, method of broken-planar cross sections, finite element method

#### **Библиографический список использованной литературы**

1. Проектирование сварных конструкций в машиностроении. Под ред. С. А. Куркина. М., «Машиностроение», 1975. – 376 с.
2. Навроцкий Д. И. Расчёт сварных конструкций с учётом концентрации напряжений. – Л.: «Машиностроение», 1968. – 170 с.
3. Труфяков В. И. Усталость сварных соединений. – Киев: «Наук. думка», 1973. – 216 с.
4. Сварка в машиностроении: Справочник. – В 4-х т. – М.: «Машиностроение», 1979. – Т. 3. – 576 с.
5. Прочность сварных соединений при переменных нагрузках. АН УССР. Ин-т электросварки им. Е. О. Патона; Под ред. В. И. Труфякова. – Киев: «Наук. думка», 1990. – 256 с.
6. Бахши О. А. Влияние геометрии угловых швов на коэффициент концентрации и градиенты напряжений в тавровых соединениях / О. А. Бахши, Н. Л. Зайцев, Л. Б. Шрон // Свароч. пр-во. – 1982. – № 8. – С. 3-5.
7. Ильин А. В. Методы расчёта циклической прочности сварных соединений / А. В. Ильин, Г. П. Карзов, В. П. Леонов и др. // Л.: ЛДНТП. – 1983. – 32 с.
8. Рыбин Ю. И. Исследование методом конечных элементов влияния параметров швов тавровых и крестообразных сварных соединений на концентрацию напряжений / Ю. И. Рыбин, В. И. Стаканов, В. И. Костылев и др. // Автомат. сварка. – 1982. – № 5. – С. 16-20.
9. Nihai M. Statistical analyses on fatigue strength of arc-welded joints using covered electrodes under various welding conditions with particular attention to their shape / M. Nihai, E. Sasaki, M. Kanao, M. Inagaki // Trans. Nat. Res. Inst. Metals. – 1981. – N 2. – P. 21-33.
10. Верховский А. В. Определение напряжений в опасных сечениях деталей сложной формы. Метод неплоских сечений / А. В. Верховский, В. П. Андронов, В. А. Ионов и др. – М.: Машгиз, 1958. – 147 с.
11. Молтасов А. В. Применение метода неплоских сечений к определению напряжений в зонах концентрации, вызванной усилением стыкового сварного соединения / А. В. Молтасов // Проблемы прочности. – 2013. – № 1. – С. 159-167.
12. Нейбер Г. Концентрация напряжений / Пер. с нем. – М.: Гостехиздат, 1947. – 204 с.
13. Gurney T. R. Fatigue of welded structures. – London: Cambridge University Press, 1979. – 456 p.
14. Опір матеріалів: Підручник / За ред. Г. С. Писаренка. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
15. Кныш В. В. Повышение сопротивления усталости нахлесточных соединений тонколистовых алюминиевых сплавов, выполненных сваркой плавлением / В. В. Кныш, И. Н. Клочков, И. В. Березин // Автомат. сварка. – 2013. – № 3. – С. 53-55.
16. Рудаков К. М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 379 с.: іл.

## References

1. *Proyektirovaniye svarnykh konstruksiy v mashinostroyenii* (Design of welded structures in mechanical engineering). Pod red. S. A. Kurkina. M., «Mashinostroyeniye», 1975. 376 p.
2. *Navrotskiy D. I. Raschot svarnykh konstruksiy s uchotom kontsentratsii napryazheniy.* ( Calculation of welded structures subject to stress concentration) Leningrad: «Mashinostroyeniye», 1968. 170 p.
3. *Trufiyakov V. I. Ustalost' svarnykh soyedineniy* (Fatigue of welded joints). Kyiv: «Nauk. dumka», 1973. 216 p.
4. *Svarka v mashinostroyenii: Spravochnik.* (Welding in mechanical engineering : Handbook) V 4-kh t. Moscow: «Mashinostroyeniye», 1979. T. 3. 576 p.
5. *Prochnost' svarnykh soyedineniy pri peremennykh nagruzkakh.* AN USSR. In-t elektrosvarki im. E. O. Patona (Strength of welded joints under variable loads . Ukrainian Academy of Sciences . Institute of Electric Welding Institute . Paton ), Pod red. V. I. Trufiyakova. Kyiv: «Nauk. dumka», 1990. 256 p.
6. *Bakshi O. A., Zaytsev N. L., Shron L. B. Vliyaniye geometrii uglovykh shvov na koeffitsiyent kontsentratsii i gradiyenty napryazheniy v tavrovykh soyedineniyakh* (effect of the geometry of fillet welds on the concentration factor and stress gradients in the T- joints). Svaroch. pr-vo. 1982. No.8. PP. 3-5.
7. *Il'in A. V., Karzov G. P., Leonov V. P. Metody raschota tsiklicheskoy prochnosti svarnykh soyedineniy* (Methods of cyclic strength of welded joints). Leningrad: LDNTP. 1983. 32 p.
8. *Rybin YU. I., Stakanov V. I., Kostylev V. I. Issledovaniye metodom konechnykh elementov vliyaniya parametrov shvov tavrovykh i krestoobraznykh svarnykh soyedineniy na kontsentratsiyu napryazheniy* (Study the finite element method the influence of parameters of T- joints and cruciform welded joints on the stress concentration). Avtomat. svarka. 1982. No. 5. pp. 16-20.
9. *Nihai M., Sasaki E., Kanao M., Inagaki M. Statistical analyses on fatigue strength of arc-welded joints using covered electrodes under various welding conditions with particular attention to their shape* (Statistical analyses on fatigue strength of arc-welded joints using covered electrodes under various welding conditions with particular attention to their shape). Trans. Nat. Res. Inst. Metals. 1981. N 2. P. 21-33.
10. *Verkhovskiy A. V., Andronov V. P., Ionov V. A. Opredeleniye napryazheniy v opasnykh secheniyakh detaley slozhnoy formy. Metod neploskikh secheniy* (Verkhovskii A. Determination of stress in dangerous sections of parts of complex shape. The method of non-planar cross sections). Moscow: Mashgiz, 1958. 147 p.
11. *Moltasov A. V. Primeneniye metoda neploskikh secheniy k opredeleniyu napryazheniy v zonakh kontsentratsii, vyzvannoy usileniyem stykovogo svarnogo soyedineniya* (Application of the non-planar cross sections to determine the stresses in the areas of concentration caused by the intensification of butt weld). Problemy prochnosti. 2013. No. 1. pp. 159-167.
12. *Neyber G. Kontsentratsiya napryazheniy* (Stress concentration). Moscow: Gostekhizdat, 1947. 204 p.
13. *Gurney T. R. Fatigue of welded structures* (Fatigue of welded structures). London: Cambridge University Press, 1979. 456 p.
14. *Opír materialív: Pídruchnik* (Strengths of materials). Za red. G. S. Pisarenka. Kyiv: Vishcha shk., 2004. 655 p.
15. *Knysh V. V., Klochkov I. N., Berezin I. V. Povysheniye soprotivleniya ustalosti nakhlostochnykh soyedineniy tonkolistovykh alyuminiyevykh splavov, vypolnennykh svarkoy plavleniyem* (Increased fatigue resistance of lap joints of sheet aluminum alloys made by fusion welding). Avtomat. svarka. 2013. No. 3. pp. 53-55.
16. *Rudakov K. M. Chisel'ni metodi analízu v dinamísi ta mítnosti konstruksiy* (Numerical methods for the analysis of the dynamics and strength of structures): Navch. posíbnik. Kyiv: NTUU «KPI», 2007. 379 p.: il.

Подана до редакції 22.11.2013