

УДК 681.5.015:007

ДІАГНОСТИКА НА ОСНОВІ БАГАТОВИМІРНИХ НЕЧІТКИХ ВІДНОШЕНЬ

О.П. РОТШТЕЙН, Г.Б. РАКИТЯНСЬКА

Розглянуто відновлення причин (діагнозів) за спостережуваними наслідками (симптомами) на основі багатовимірних нечітких відношень і розширеного композиційного правила виведення. Проектування нечіткої системи діагностики полягає у розв'язанні нечітких логічних рівнянь сумісно з налаштуванням нечітких відношень на основі експертно-експериментальної інформації. Запропоновано метод розв'язання систем нечітких логічних рівнянь з розширеною *max-min* композицією. Доведено властивості множини розв'язків таких систем. Задачу знаходження множини розв'язків сформульовано у вигляді задачі оптимізації, для розв'язання якої використано генетико-нейронний підхід. Налаштування полягає у виборі таких функцій належності нечітких причин і наслідків, а також нечітких відношень, які мінімізують різницю між модельними і експериментальними результатами діагностики. Запропонований підхід проілюстровано комп'ютерним експериментом і прикладом технічної діагностики.

ВСТУП

Зручним апаратом формалізації причинно-наслідкових зв'язків у задачах діагностики є нечіткі відношення і композиційне правило виведення Заде [1]. Задача діагностики формулюється у вигляді оберненого логічного виведення і потребує розв'язання нечітких логічних рівнянь, які зв'язують функції належності причин і наслідків. Аналітичні методи розв'язання нечітких логічних рівнянь із спрощеною *max-min* композицією досліджуються протягом багатьох років [2–3]. Множина розв'язків такої системи рівнянь визначається єдиним максимальним розв'язком і множиною мінімальних розв'язків [2]. Задача пошуку множини мінімальних розв'язків відноситься до класу *NP*-складних [4]. Нечіткі логічні рівняння із спрощеною *max-min* композицією розглядаються як нечіткий апроксиматор «один вхід–один вихід» [5].

Багатовимірні структури на нечітких відношеннях [6–8] не знайшли застосування в задачах діагностики через відсутність ефективних алгоритмів розв'язання багатовимірних нечітких логічних рівнянь. Проблема полягає також у побудові матриці відношень, яка забезпечує мінімальну різницю між модельними і експериментальними результатами діагностики.

В роботах [9–11] запропоновано підхід до проектування систем діагностики на основі нечітких відношень і правила спрощеної *max-min* композиції, який забезпечує розв'язання нечітких логічних рівнянь сумісно з налаштуванням нечітких відношень на основі генетико-нейронної оптимізації. В роботі [12] цей підхід розвинуто для систем діагностики на основі нечітких правил ЯКЩО-ТО. Ця робота узагальнює підхід [9–11] для багатовимірних нечітких відношень. У цьому випадку задача діагностики потребує

розв'язання нечітких логічних рівнянь з розширеною *max-min* композицією [5]. Дотримуючись [9–11], для знаходження розв'язків багатовимірних нечітких логічних рівнянь і налаштування нечітких відношень формулюються і розв'язуються задачі оптимізації. Пошук множини розв'язків здійснюється за допомогою генетичного алгоритму в режимі *offline*. Побудова і навчання спеціальної нейро-нечіткої мережі, ізоморфної нечітким логічним рівнянням, дозволяє уточнювати діагностичне рішення в режимі *online*.

Запропонований підхід ілюструється комп'ютерним експериментом і прикладом технічної діагностики.

Мета роботи — розробка моделей і алгоритмів діагностики на основі багатовимірних нечітких відношень і правила розширеної *max-min* композиції.

НЕЧІТКА МОДЕЛЬ ДІАГНОСТИКИ

Розглядається об'єкт з n входами і m виходами. Виходи об'єкта асоціюються із спостережуваними наслідками. Входи відповідають причинам (діагнозам). Задача діагностики полягає у відновленні причин (входів) за спостережуваними наслідками (виходами).

Введемо позначення: $\{x_1, \dots, x_n\}$ — множина вхідних параметрів, $x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$, $i = \overline{1, n}$; $\{y_1, \dots, y_m\}$ — множина вихідних параметрів, $y_j \in [\underline{y}_j, \overline{y}_j]$, $j = \overline{1, m}$; $\{c_{i1}, \dots, c_{ik_i}\}$ — множина нечітких термів для оцінки параметра x_i , $i = \overline{1, n}$; $\{e_{j1}, \dots, e_{jq_j}\}$ — множина нечітких термів для оцінки параметра y_j , $j = \overline{1, m}$.

Множину вхідних і вихідних термів перепозначимо таким чином: $\{C_1, \dots, C_N\} = \{c_{11}, \dots, c_{1k_1}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{nk_n}\}$ — множина нечітких причин, де $N = k_1 + \dots + k_n$; $\{E_1, \dots, E_M\} = \{e_{11}, \dots, e_{1q_1}, \dots, e_{m1}, \dots, e_{mq_m}\}$ — множина нечітких наслідків, де $M = q_1 + \dots + q_m$.

Задача діагностики ставиться таким чином: за спостережуваними значеннями вихідних параметрів (y_1^*, \dots, y_m^*) необхідно відновити значення вхідних параметрів (x_1^*, \dots, x_n^*) .

Взаємозалежність «причини–наслідки» будемо задавати системою матриць нечітких відношень «один вхід–один вихід» $\mathbf{R}_{ij} \subseteq c_{il} \times e_{jp} = [r_{il, jp}]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, $l = \overline{1, k_i}$, $p = \overline{1, q_j}$, яка еквівалентна нечіткій матриці відношень «багато входів–багато виходів» $\mathbf{R} \subseteq C_I \times E_J = [r_{IJ}]$, $I = \overline{1, N}$, $J = \overline{1, M}$.

За наявності матриці \mathbf{R} залежність «входи–виходи» описується за допомогою розширеного композиційного правила виведення [5]

$$(\mu^{B_1}, \dots, \mu^{B_m}) = (\mu^{A_1}, \dots, \mu^{A_n}) * \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \dots & \mathbf{R}_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{R}_{n1} & \dots & \mathbf{R}_{nm} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Твердження. Система рівнянь (3) має множину розв'язків $S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$, яка визначається множиною максимальних розв'язків $\bar{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C, k = \overline{1, T}\}$, де кожному розв'язку $\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*$ відповідає множина мінімальних розв'язків $\underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, l = \overline{1, H}\}$:

$$S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*} \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*} [\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C], l = \overline{1, H}, k = \overline{1, T}. \quad (7)$$

Тут $\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C = (\bar{\mu}_k^{C_1}, \dots, \bar{\mu}_k^{C_N})$ й $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C = (\underline{\mu}_l^{C_1}, \dots, \underline{\mu}_l^{C_N})$ — вектори верхніх і нижніх границь мір значимості причин C_l , де операція об'єднання виконується над усіма $\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ й $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$.

Доведення. Оскільки агрегація підсистем «один вхід–один вихід» здійснюється шляхом виконання операції \wedge (min), то система (3) з двоєю min–max композицією має підмножину розв'язків $D_1 \subseteq S$, яка визначається єдиним мінімальним або агрегаційним розв'язком $\boldsymbol{\mu}_a^C$ і множиною максимальних розв'язків $\bar{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C, k = \overline{1, T}\}$:

$$D_1(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*} [\boldsymbol{\mu}_a^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C], k = \overline{1, T}.$$

З іншого боку, оскільки система (3) містить підсистеми з max–min композицією, то єдиному агрегаційному або максимальному розв'язку $\boldsymbol{\mu}_a^C$ відповідає множина мінімальних розв'язків $\underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, l = \overline{1, H}\}$, які визначають підмножину розв'язків $D_2 \subseteq S$:

$$D_2(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*} [\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \boldsymbol{\mu}_a^C], l = \overline{1, H}.$$

Тоді шляхом об'єднання $D_1 \cup D_2$, отримуємо формулу (7), де інтервальні розв'язки визначаються наступним чином: $[\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C] = [\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \boldsymbol{\mu}_a^C] \cup [\boldsymbol{\mu}_a^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C]$.

Генетичний пошук множини розв'язків

Для реалізації генетичного алгоритму розв'язання задачі оптимізації (6) хромосома визначається як вектор-рядок двійкових кодів розв'язків $\boldsymbol{\mu}^{C_l}, l = \overline{1, N}$ [9–10]. Функція відповідності будується на основі критерію (6).

Згідно з [9–11], формування інтервалів (7) здійснюється шляхом багаторазового розв'язання задачі оптимізації (6) і починається з пошуку її нульового розв'язку $\boldsymbol{\mu}_0^C = (\mu_0^{C_1}, \dots, \mu_0^{C_N}), l = \overline{1, N}$. Нижня границя ($\underline{\mu}_l^{C_l}$) для

$l=1$ знаходиться в діапазоні $[0, \mu_0^{C_l}]$, а для $l>1$ — в діапазоні $[0, \min(\bar{\mu}_p^{C_l})]$, $p < k$, причому мінімальні розв'язки $\underline{\mu}_s^{C_l}$, $s < l$, вилучаються із області пошуку. Верхня границя ($\bar{\mu}_k^{C_l}$) для $k=1$ знаходиться в діапазоні $[\mu_0^{C_l}, 1]$, а для $k>1$ — в діапазоні $[\max(\underline{\mu}_s^{C_l}), 1]$, $s < l$, причому максимальні розв'язки $\bar{\mu}_p^{C_l}$, $p < k$, вилучаються із області пошуку.

Нехай $\mathbf{\mu}^C(t) = (\mu^{C_1}(t), \dots, \mu^{C_N}(t))$ — розв'язок задачі оптимізації (6) на t -му кроці формування інтервалів, тобто $F(\mathbf{\mu}^C(t)) = F(\mathbf{\mu}_0^C)$, оскільки для всіх $\mathbf{\mu}^C \in S(\mathbf{R}, \mathbf{\mu}^E)$ значення критерію (6) однакове. У ході пошуку верхніх границь ($\bar{\mu}_k^{C_l}$) передбачається, що $\mu^{C_l}(t) \geq \mu^{C_l}(t-1)$, а під час пошуку нижніх границь ($\underline{\mu}_l^{C_l}$) передбачається, що $\mu^{C_l}(t) \leq \mu^{C_l}(t-1)$.

Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо $\mathbf{\mu}^C(t) \neq \mathbf{\mu}^C(t-1)$, то $\bar{\mu}_k^{C_l}(\underline{\mu}_l^{C_l}) = \mu^{C_l}(t)$, $l = \overline{1, N}$. Якщо $\mathbf{\mu}^C(t) = \mathbf{\mu}^C(t-1)$, то формування інтервального розв'язку $[\underline{\mu}_l^C, \bar{\mu}_k^C]$ припиняється. Пошук інтервалів (7) продовжується, доки виконується умова $\bar{\mu}_k^C \neq \underline{\mu}_p^C$ й $\underline{\mu}_l^C \neq \underline{\mu}_s^C$, $p < k$, $s < l$.

Нейро-нечіткий підхід до розв'язання рівнянь

Нейро-нечітка мережа, ізоморфна системі нечітких логічних рівнянь (3) представлена на рис. 1. Мережа побудована так, що ваги дуг, які підлягають навчанню, є шуканими мірами значимості причин [11].

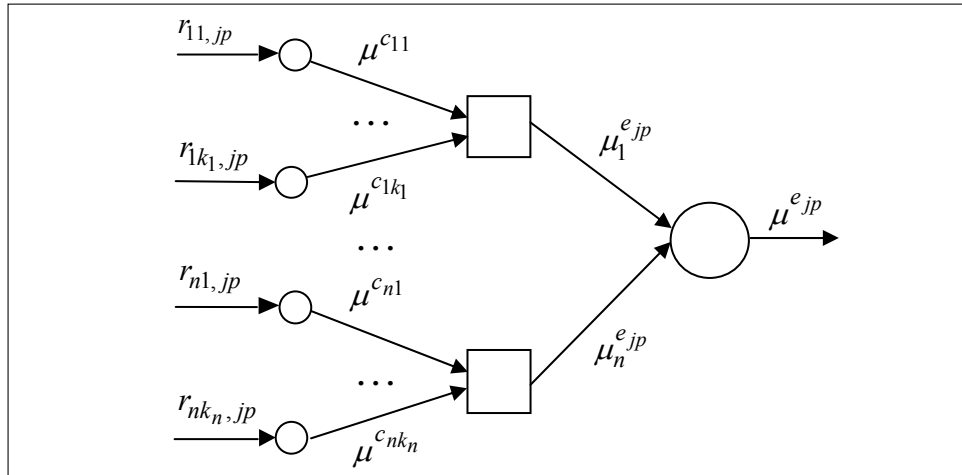


Рис. 1. Нейро-нечітка модель діагностичних рівнянь

Навчання нейро-нечіткої мережі на рис. 1 здійснюється за точками $(r_{1J}, \dots, r_{NJ}, \mu^{EJ})$, $J = \overline{1, M}$. На локальних виходах мережі об'єднуються міри

значимості наслідків $\mu_i^{ejp} = \max_{l=1, k_i} (\min(\mu^{cil}, r_{il,jp}))$, отримані з урахуванням значень ваг μ^{cil} , $i = \overline{1, n}$. На виходах мережі здійснюється агрегація локальних мір значимості наслідків $\mu^{ejp} = \min_{i=1, n} (\mu_i^{ejp})$.

Для налаштування параметрів нейро-нечіткої мережі використовуються рекурентні співвідношення:

$$\mu^{cil}(t+1) = \mu^{cil}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \mu^{cil}(t)}, \quad (8)$$

які мінімізують критерій

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2} (\mu^E(t) - \hat{\mu}^E(t))^2, \quad (9)$$

де $\mu^E(t)$, $\hat{\mu}^E(t)$ — модельний і експериментальний нечіткий вектор наслідків на t -ому кроці навчання; $\mu^{cil}(t)$ — міри значимості причин c_{il} на t -му кроці навчання; η — параметр навчання.

Частинні похідні у співвідношеннях (8) обчислюються на основі [11].

НАЛАШТУВАННЯ НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ

Нехай навчальну вибірку задано у вигляді L пар експериментальних даних: $\langle \hat{\mathbf{X}}_p, \hat{\mathbf{Y}}_p \rangle$, $p = \overline{1, L}$, де $\hat{\mathbf{X}}_p = (\hat{x}_1^p, \dots, \hat{x}_n^p)$ й $\hat{\mathbf{Y}}_p = (\hat{y}_1^p, \dots, \hat{y}_m^p)$ — вектори значень вхідних і вихідних змінних в експерименті з номером p . Суть настройки нечіткої моделі діагностики (5) полягає в підборі такої матриці нечітких відношень \mathbf{R} й таких векторів параметрів функцій належності \mathbf{B}_C , $\mathbf{\Omega}_C$, \mathbf{B}_E , $\mathbf{\Omega}_E$, які забезпечують мінімальну відстань між модельним та експериментальним нечіткими векторами наслідків:

$$\sum_{p=1}^L [F_R(\hat{\mathbf{X}}_p, \mathbf{R}, \mathbf{B}_C, \mathbf{\Omega}_C) - \hat{\mu}^E(\hat{\mathbf{Y}}_p, \mathbf{B}_E, \mathbf{\Omega}_E)]^2 = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{B}_C, \mathbf{\Omega}_C, \mathbf{B}_E, \mathbf{\Omega}_E}.$$

Нейро-нечітку модель об'єкту діагностики представлено на рис. 2. Нейро-нечітку модель отримано шляхом імплантації матриці нечітких відношень у нейронну мережу таким чином, що ваги дуг, які підлягають навчанню, є нечіткими відношеннями і функціями належності нечітких термів причин і наслідків [11].

Для налаштування параметрів нейро-нечіткої мережі використовуються рекурентні співвідношення:

$$\begin{aligned} r_{il,jp}(t+1) &= r_{il,jp}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial r_{il,jp}(t)}; \\ \beta^{cil}(t+1) &= \beta^{cil}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \beta^{cil}(t)}; \quad \sigma^{cil}(t+1) = \sigma^{cil}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \sigma^{cil}(t)}; \\ \beta^{ejp}(t+1) &= \beta^{ejp}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \beta^{ejp}(t)}; \quad \sigma^{ejp}(t+1) = \sigma^{ejp}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \sigma^{ejp}(t)}, \quad (10) \end{aligned}$$

які мінімізують критерій (9), де: $r_{il,jp}(t)$ — нечіткі відношення на t -му кроці навчання; $\beta^{c_{il}}(t)$, $\sigma^{c_{il}}(t)$, $\beta^{e_{jp}}(t)$, $\sigma^{e_{jp}}(t)$ — параметри функцій належності нечітких термів причин і наслідків на t -у кроці навчання.

Частинні похідні у співвідношеннях (10) обчислюються на основі [11].

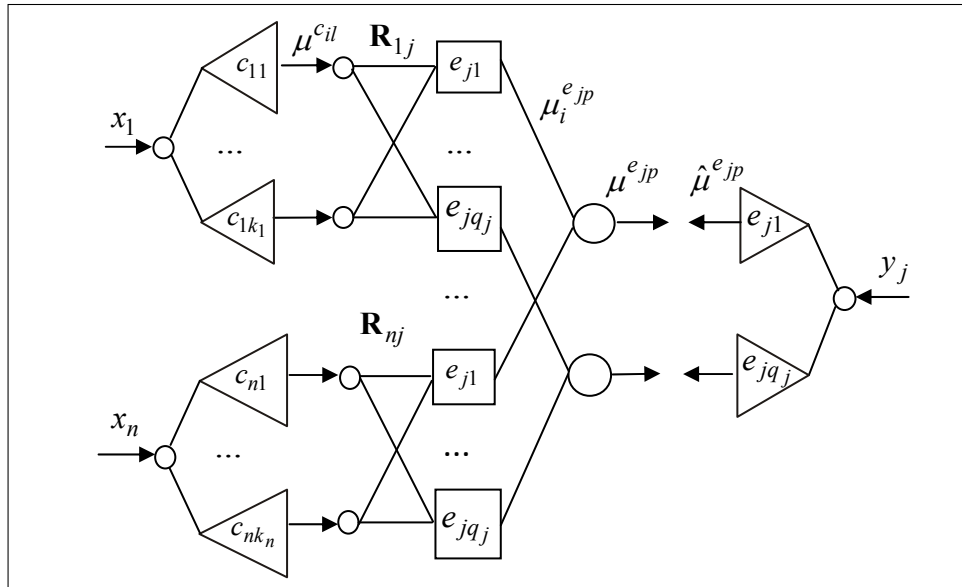


Рис. 2. Нейро-нечітка модель об'єкта діагностики

КОМП'ЮТЕРНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

Мета експерименту полягала у відновленні значень вхідних змінних за відомими значеннями вихідної змінної для еталонної моделі «два входи (x_1, x_2) – один вихід (y)». В якості еталонної моделі використовувалась формула

$$y = ((2z - 0,9)(7z - 1)(17z - 19)(15z - 2))/10,$$

де $z = ((x_1 - 3,0)^2 + (x_2 - 2,5)^2) / 40$. Модель-еталон представлено на рис. 3.

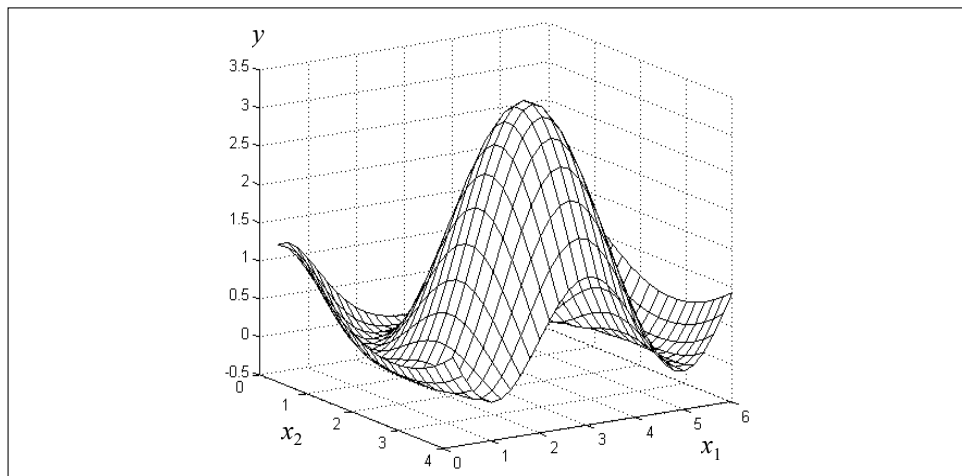


Рис. 3. Модель-талон «входи–вихід»

Нечіткими термами причин і наслідків є: c_{11} Низький, c_{12} Середній, c_{13} Високий для x_1 ; c_{21} Низький, c_{22} Високий для x_2 ; E_1 Низький, E_2 Середній, E_3 Високий для y . Перепозначимо $\{C_1, \dots, C_5\} = \{c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{21}, c_{22}\}$.

Результати налаштування нечіткої моделі представлено в табл. 1 та на рис. 4.

Таблиця 1. Параметри функцій належності нечітких термів причин і наслідків

Параметр	Нечіткі причини					Нечіткі наслідки		
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	E_1	E_2	E_3
β	0,01	3,00	5,99	0,02	3,05	0,02	1,12	3,29
σ	0,69	0,92	0,70	0,63	0,81	0,26	0,33	1,88

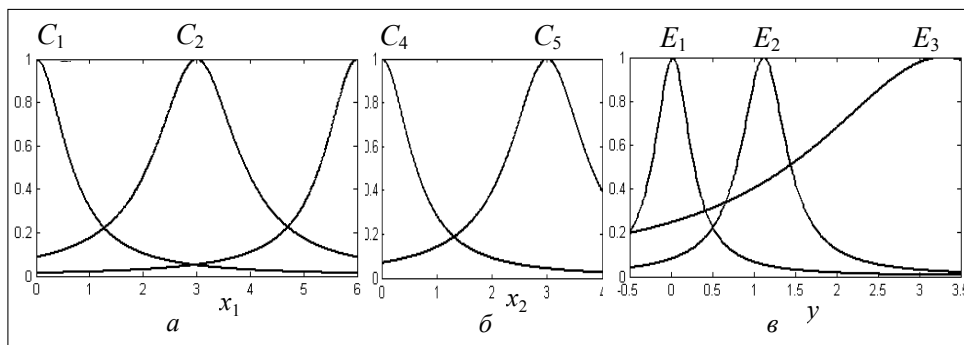


Рис. 4. Функції належності нечітких термів причин (а-б) і наслідків (в)

Нечіткі логічні рівняння після настройки мають вигляд:

$$\begin{aligned} \mu^{E_1} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0,12) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,99) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,12)] \wedge \\ &\quad \wedge [(\mu^{C_4} \wedge 0,99) \vee (\mu^{C_5} \wedge 0,24)], \\ \mu^{E_2} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0,92) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,41) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,92)] \wedge \\ &\quad \wedge [(\mu^{C_4} \wedge 0,92) \vee (\mu^{C_5} \wedge 0,30)], \\ \mu^{E_3} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0,11) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,90) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,11)] \wedge \\ &\quad \wedge [(\mu^{C_4} \wedge 0,11) \vee (\mu^{C_5} \wedge 0,90)]. \end{aligned}$$

Відновлену модель «входи-вихід» представлено на рис. 5.

Нехай конкретне значення вихідної змінної дорівнює $y^* = 1,0$. Для цього значення за допомогою функцій належності на рис. 4,в може бути визначений нечіткий вектор наслідків:

$$\mu^E = (\mu^{E_1}(y^*) = 0,07; \mu^{E_2}(y^*) = 0,88; \mu^{E_3}(y^*) = 0,40).$$

За допомогою генетичного алгоритму було отримано множину розв'язків $S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$, яка визначається двома максимальними розв'язками $\bar{S}^* = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_2^C\}$:

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_1^C = (\bar{\mu}_1^{C1} = 0,88; \bar{\mu}_1^{C2} = 0,24; \bar{\mu}_1^{C3} = 0,88; \bar{\mu}_1^{C4} = 1,0; \bar{\mu}_1^{C5} = 1,0);$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_2^C = (\bar{\mu}_2^{C1} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C2} = 0,24; \bar{\mu}_2^{C3} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C4} = 0,88; \bar{\mu}_2^{C5} = 1,0)$$

і двома мінімальними розв'язками $\underline{S}^* = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \underline{\boldsymbol{\mu}}_2^C\}$

$$\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C1} = 0,88; \underline{\mu}_1^{C2} = 0,24; \underline{\mu}_1^{C3} = 0; \underline{\mu}_1^{C4} = 0,88; \underline{\mu}_1^{C5} = 0,24);$$

$$\underline{\boldsymbol{\mu}}_2^C = (\underline{\mu}_2^{C1} = 0; \underline{\mu}_2^{C2} = 0,24; \underline{\mu}_2^{C3} = 0,88; \underline{\mu}_2^{C4} = 0,88; \underline{\mu}_2^{C5} = 0,24).$$

Значення критерію оптимізації (6) складо $F = 0,0544$.

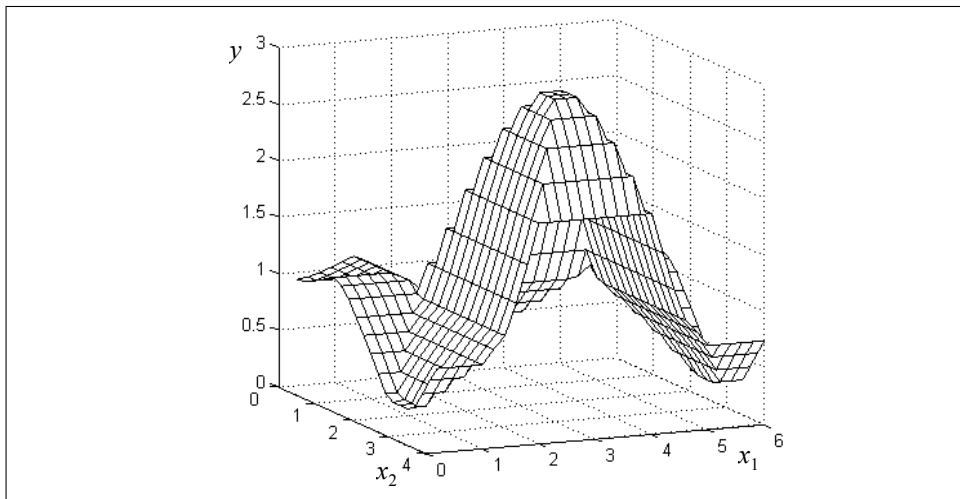


Рис. 5. Відновлена модель «входи-вихід»

Для отриманих розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 4,а-б було визначено інтервали значень вхідних змінних:

$$- x_1^* \in [0;0,27] \text{ для } C_1 \text{ або } x_1^* \in [5,73;6,0] \text{ для } C_3 \text{ й } x_2^* \in [0;0,25] \text{ для } C_4;$$

$$- x_1^* = 1,38 \text{ або } x_1^* = 4,63 \text{ для } C_2 \text{ й } x_2^* \in [1,62;4,0] \text{ для } C_5.$$

Порівняння еталонних і відновлених ліній рівня для $y^* = 1,0$ показано на рис. 6.

Нехай значення вихідної змінної змінилося з $y^* = 1,0$ на $y^* = 0,2$. Для нового значення нечіткий вектор наслідків склав

$$\boldsymbol{\mu}^E = (\mu^E = \mu^{E1}(y^*) = 0,68; \mu^{E2}(y^*) = 0,11; \mu^{E3}(y^*) = 0,27).$$

За допомогою нейронної підстройки була уточнено множину розв'язків $S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$, яка визначається двома максимальними розв'язками $\bar{S}^* = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_2^C\}$

$$(\bar{\mu}_1^C = \bar{\mu}_1^{C_1} = 0,41; \bar{\mu}_1^{C_2} = 0,68; \bar{\mu}_1^{C_3} = 0,41; \bar{\mu}_1^{C_4} = 1,0; \bar{\mu}_1^{C_5} = 0,27);$$

$$(\bar{\mu}_2^C = \bar{\mu}_2^{C_1} = 0,41; \bar{\mu}_2^{C_2} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C_3} = 0,41; \bar{\mu}_2^{C_4} = 0,68; \bar{\mu}_2^{C_5} = 0,27)$$

і одним мінімальним розв'язком $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C\}$

$$(\underline{\mu}_1^C = \underline{\mu}_1^{C_1} = 0; \underline{\mu}_1^{C_2} = 0,68; \underline{\mu}_1^{C_3} = 0; \underline{\mu}_1^{C_4} = 0,68; \underline{\mu}_1^{C_5} = 0,27).$$

Значення критерію оптимізації (6) складо $F = 0,0900$.

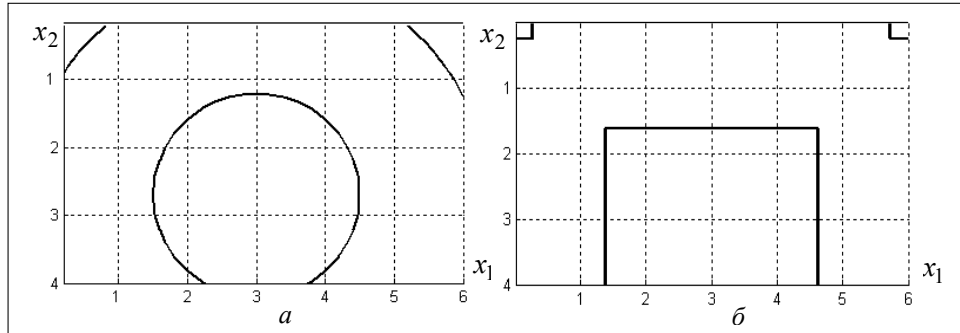


Рис. 6. Порівняння еталонних (а) і відновлених (б) ліній рівня для $y^* = 1,0$

Для уточнених розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 4,а-б було визначено інтервали значень вхідних змінних:

$$x_1^* \in [0; 0,85] \text{ для } C_1 \text{ або } x_1^* \in [5,15; 6,0] \text{ для } C_3 \text{ й } x_2^* = 1,71$$

$$\text{або } x_2^* = 4,37 \text{ для } C_5;$$

$$x_1^* \in [2,37; 3,64] \text{ для } C_2 \text{ й } x_2^* \in [0; 0,45] \text{ для } C_4.$$

Порівняння еталонних і відновлених ліній рівня для $y^* = 0,20$ показано на рис. 7.

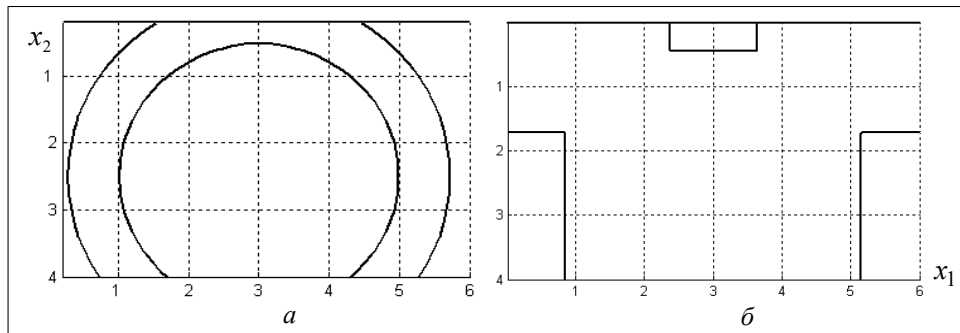


Рис. 7. Порівняння еталонних (а) і відновлених (б) ліній рівня для $y^* = 0,20$

ПРИКЛАД ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ

Розглядається діагностика гідравлічного насоса.

Вхідними параметрами насоса є: x_1 — частота обертання двигуна (30 – 50 об/с); x_2 — тиск у вхідній магістралі (0,02 – 0,15 кг/см²); x_3 — радіальний

зазор шестерень (0,1 – 0,3 мм); x_4 — витік палива (0,5–2,0 см³/хв); x_5 — кінематична в'язкість рідини ((55–170)10⁻⁶м²/с). Причинами несправності є: c_{11} — падіння частоти x_1 ; c_{21} — падіння тиску x_2 ; c_{31} — збільшення зазору x_3 ; c_{41} — збільшення витоку x_4 ; c_{51} (c_{52}) — низька (висока) в'язкість x_5 .

Вихідними параметрами насоса є: y_1 — продуктивність (17 – 22 л/хв); y_2 — споживана потужність (2,1 – 3,0 кВт). Наслідками несправності є: e_{11} (e_{12}) – падіння (підвищення) продуктивності y_1 ; e_{21} (e_{22}) — падіння (підвищення) потужності y_2 .

Перепозначимо $\{C_1, \dots, C_6\} = \{c_{11}, c_{21}, c_{31}, c_{41}, c_{51}, c_{52}\}$; $\{E_1, \dots, E_4\} = \{e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}\}$.

Результати настройки нечіткої моделі представлені в табл. 2 й на рис. 8–9.

Таблиця 2. Параметри функцій належності нечітких термів причин і наслідків

Параметр	Нечіткі причини						Нечіткі наслідки			
	c_{11}	c_{21}	c_{31}	c_{41}	c_{51}	c_{52}	e_{11}	e_{12}	e_{21}	e_{22}
β	32,15	0,031	0,27	1,95	61,56	145,96	17,29	21,58	2,11	2,92
σ	3,75	0,025	0,05	0,48	12,84	28,43	2,72	2,56	0,22	0,25

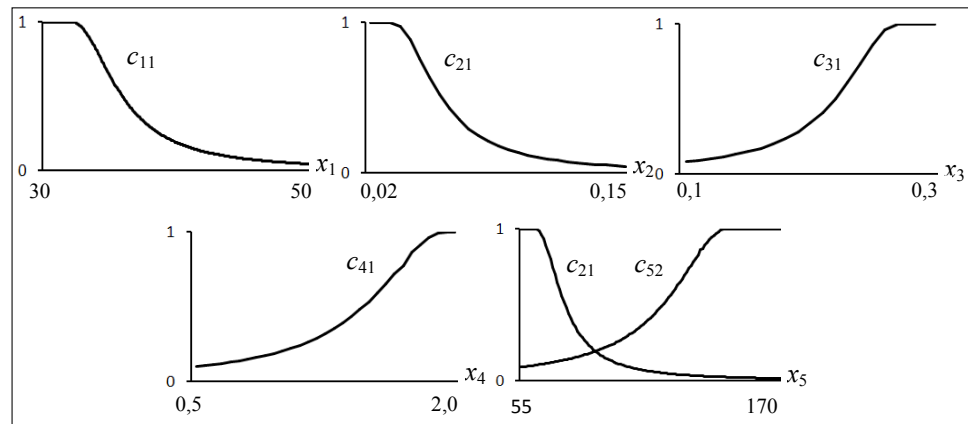


Рис. 8. Функції належності нечітких термів причин

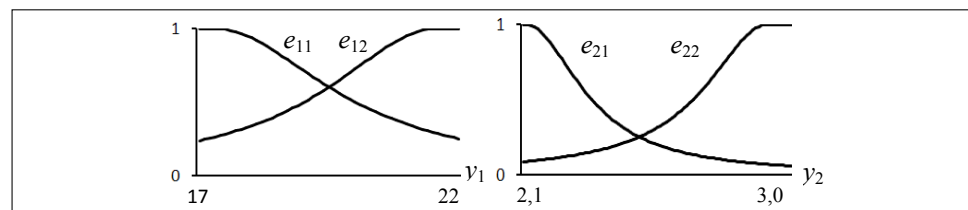


Рис. 9. Функції належності нечітких термів наслідків

Діагностичні рівняння після настройки мають вигляд:

$$\mu^{E_1} = [(\mu^{C_1} \wedge 0,41) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,65) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,80) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,62)] \wedge$$

$$\begin{aligned} & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,58) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,69)], \\ \mu^{E_2} & = [(\mu^{C_1} \wedge 0,59) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,09) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,23) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,45)] \wedge \\ & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,69) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,50)], \\ \mu^{E_3} & = [(\mu^{C_1} \wedge 0,92) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,88) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,50) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,90)] \wedge \\ & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,46) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,87)], \\ \mu^{E_4} & = [(\mu^{C_1} \wedge 0,09) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,09) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,68) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,11)] \wedge \\ & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,23) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,07)]. \end{aligned}$$

Нехай для конкретного насоса спостерігається вектор вихідних параметрів $\mathbf{Y}^* = (y_1^* = 19,3 \text{ л/хв}; y_2^* = 2,23 \text{ кВт})$. Для цих значень за допомогою функцій належності на рис. 9 може бути визначений нечіткий вектор наслідків:

$$\mu^E = (\mu^{E_1}(y_1^*) = 0,65; \mu^{E_2}(y_1^*) = 0,56; \mu^{E_3}(y_2^*) = 0,77; \mu^{E_4}(y_2^*) = 0,12).$$

За допомогою генетичного алгоритму було отримано множину розв'язків $S(\mathbf{R}, \mu^E)$, яка визначається чотирма максимальними розв'язками

$$\bar{S}^* = \{\bar{\mu}_1^C, \dots, \bar{\mu}_4^C\}:$$

$$\bar{\mu}_1^C = (\bar{\mu}_1^{C_1} = 0,77; \bar{\mu}_1^{C_2} = 0,77; \bar{\mu}_1^{C_3} = 0,12; \bar{\mu}_1^{C_4} = 0,77;$$

$$\bar{\mu}_1^{C_5} = 0,56; \bar{\mu}_1^{C_6} = 1,0);$$

$$\bar{\mu}_2^C = (\bar{\mu}_2^{C_1} = 0,56; \bar{\mu}_2^{C_2} = 0,77; \bar{\mu}_2^{C_3} = 0,12; \bar{\mu}_2^{C_4} = 0,77;$$

$$\bar{\mu}_2^{C_5} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C_6} = 1,0);$$

$$\bar{\mu}_3^C = (\bar{\mu}_3^{C_1} = 1,0; \bar{\mu}_3^{C_2} = 1,0; \bar{\mu}_3^{C_3} = 0,12; \bar{\mu}_3^{C_4} = 1,0;$$

$$\bar{\mu}_3^{C_5} = 0,56; \bar{\mu}_3^{C_6} = 0,77)$$

$$\bar{\mu}_4^C = (\bar{\mu}_4^{C_1} = 0,56; \bar{\mu}_4^{C_2} = 1,12; \bar{\mu}_4^{C_4} = 1,0;$$

$$\bar{\mu}_4^{C_5} = 1,0; \bar{\mu}_4^{C_6} = 0,77)$$

і двома мінімальними розв'язками $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C, \underline{\mu}_2^C\}$:

$$\underline{\mu}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C_1} = 0,56; \underline{\mu}_1^{C_2} = 0,77; \underline{\mu}_1^{C_3} = 0,12; \underline{\mu}_1^{C_4} = 0;$$

$$\underline{\mu}_1^{C_5} = 0,56; \underline{\mu}_1^{C_6} = 0,77);$$

$$\underline{\mu}_2^C = (\underline{\mu}_2^{C_1} = 0,56; \underline{\mu}_2^{C_2} = 0,65; \underline{\mu}_2^{C_3} = 0,12; \underline{\mu}_2^{C_4} = 0,77;$$

$$\underline{\mu}_2^{C_5} = 0,56; \underline{\mu}_2^{C_6} = 0,77.$$

Значення критерію оптимізації (6) склало $F = 0,0000$.

Для отриманих розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 8 було визначено інтервали значень вхідних змінних. Тоді попередньою причиною спостережуваного стану насоса може бути падіння вхідного тиску до $0,02 - 0,05 \text{ кг/см}^2$ за підвищеної в'язкості рідини $(130 - 170)10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, оскільки міри значимості причин C_2 й C_6 є максимальними. Крім того, падіння числа обертів двигуна до $30 - 35 \text{ об/с}$ або витік палива до $1,69 - 2,0 \text{ см}^3/\text{хв}$. Також можуть відбиватись на роботі насоса, оскільки міри значимості причин C_1 й C_4 є достатньо високими. Зношеність шестерень при торцевому зазорі $0,135 \text{ мм}$ слід виключити, оскільки міра значимості причини C_3 мала.

Нехай під час повторного вимірювання продуктивність підвищилась до $y_1^* = 19,4 \text{ л/хв.}$, а споживана потужність знизилась до $y_2^* = 2,20 \text{ кВт}$. Для нових значень нечіткий вектор наслідків склав:

$$\underline{\mu}^E = (\mu^{E_1}(y_1^*) = 0,62; \mu^{E_2}(y_1^*) = 0,58; \mu^{E_3}(y_2^*) = 0,86; \mu^{E_4}(y_2^*) = 0,11).$$

За допомогою нейронної підстройки було уточнено множину розв'язків $S(\mathbf{R}, \underline{\mu}^E)$, яка визначається чотирма максимальними розв'язками $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C, \dots, \underline{\mu}_4^C\}$:

$$\underline{\mu}_1^C = (\overline{\mu}_1^{C_1} = 0,86; \overline{\mu}_1^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_1^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_1^{C_4} = 0,86; \overline{\mu}_1^{C_5} = 0,58; \overline{\mu}_1^{C_6} = 1,0);$$

$$\underline{\mu}_2^C = (\overline{\mu}_2^{C_1} = 0,58; \overline{\mu}_2^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_2^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_2^{C_4} = 0,86; \overline{\mu}_2^{C_5} = 1,0; \overline{\mu}_2^{C_6} = 1,0);$$

$$\underline{\mu}_3^C = (\overline{\mu}_3^{C_1} = 1,0; \overline{\mu}_3^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_3^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_3^{C_4} = 1,0; \overline{\mu}_3^{C_5} = 0,58; \overline{\mu}_3^{C_6} = 0,86);$$

$$\underline{\mu}_4^C = (\overline{\mu}_4^{C_1} = 0,58; \overline{\mu}_4^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_4^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_4^{C_4} = 1,0; \overline{\mu}_4^{C_5} = 1,0; \overline{\mu}_4^{C_6} = 0,86)$$

і одним мінімальним розв'язком $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C\}$

$$\underline{\mu}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C_1} = 0,58; \underline{\mu}_1^{C_2} = 0; \underline{\mu}_1^{C_3} = 0; \underline{\mu}_1^{C_4} = 0,86; \underline{\mu}_1^{C_5} = 0,86; \underline{\mu}_1^{C_6} = 0,86).$$

Значення критерію оптимізації (6) склало $F = 0,0000$.

Для уточнених розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 8 було визначено інтервали значень вхідних змінних. Тоді остаточною причиною стану насосу, що спостерігається, є витік палива до 1,76–2,0 см³/хв. за високої в'язкості рідини (134,5–170,0)10⁻⁶ м²/с, оскільки міри значимості причин C_4 й C_6 є максимальними. Крім того, падіння числа обертів двигуна до 30–35 об/с залишається причиною спостережуваного стану, оскільки міра значимості причини C_1 є достатньо високою. Падіння вхідного тиску до 0,05 кг/см² також може відбиватись на роботі насоса, про що свідчить міра значимості причини C_2 . Зношеність шестерень при торцевому зазорі 0,10–0,13 мм слід виключити, оскільки міра значимості причини C_3 залишилась малою.

Для тестування нечіткої моделі використовувались результати діагностики 200 насосів з різними типами несправності. Показники ефективності алгоритму діагностики для тестувальної вибірки наведено в табл. 3. Для досягнення правильності діагностики на рівні 95% знадобилось 90 хв. роботи генетичного алгоритму і 10 хв. роботи нейронної мережі (Intel Core 2 Duo P7350 2.0 GHz).

Таблиця 3. Показники ефективності алгоритму діагностики

Причина несправності	Кількість випадків у вибірці	Ймовірність правильного діагнозу	
		Генетичний алгоритм	Нейронна мережа
$c_{11} c_{51} (c_{11} c_{52})$	74 (52)	0,87 (0,90)	0,97 (0,96)
$c_{21} c_{51} (c_{21} c_{52})$	68 (70)	0,89 (0,88)	0,95 (0,97)
$c_{31} c_{51} (c_{31} c_{52})$	92 (63)	0,90 (0,92)	0,95 (0,95)
$c_{41} c_{51} (c_{41} c_{52})$	105 (88)	0,92 (0,92)	0,96 (0,96)

ВИСНОВКИ

В статті розроблено сукупність моделей і алгоритмів для проектування систем діагностики на основі багатовимірних нечітких відношень і розширеного композиційного правила виведення. Запропоновано метод розв'язання систем нечітких логічних рівнянь з розширеною max-min композицією. Доведено властивості множини розв'язків таких систем. Задачу знаходження множини розв'язків сформульовано у вигляді задачі оптимізації, для розв'язання якої використано генетико-нейронний підхід. Налаштування нечіткої моделі полягає у виборі таких функцій належності нечітких термів причин і наслідків, а також нечітких відношень, які мінімізують різницю між модельними і експериментальними результатами діагностики.

Подальшим напрямом досліджень є застосування високопродуктивних обчислень для розв'язання систем нечітких логічних рівнянь.

ЛІТЕРАТУРА

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 166 с.
2. Di Nola A., Sessa S., Pedrycz W., Sanchez E. Fuzzy relation equations and their applications to knowledge engineering. — Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. — 278 p.
3. Peeva K., Kyosev Y. Fuzzy relational calculus. Theory, applications and software. — NY: World Scientific, 2004. — 304 p.
4. Markovskii A. On the relation between equations with max-product composition and the covering problem // Fuzzy Sets and Systems. — 2005. — **153**. — P. 261–273.
5. Yager R., Filev D. Essentials of fuzzy modeling and control. — NY: John Willey & Sons, 1994. — 408 p.
6. Gegov A.E., Frank P.M. Reduction of multidimensional relations in fuzzy control systems // Systems & Control Letters. — 1995. — **25** (4). — 2002. — P. 307–313.
7. Pedrycz W., Vasilakos A.V. Modularization of fuzzy relational equations // Soft Computing – A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications. — 2002. — **6** (1). — P. 33–37.
8. Duan J.-C., Chung F.-L. Multilevel fuzzy relational systems: structure and identification // Soft Computing. — 2002. — **6** (2). — P. 71–86.
9. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Диагностика на основе нечетких отношений // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 12. — С. 113–130.
10. Rotshtein A., Rakytyanska H. Diagnosis problem solving using fuzzy relations // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. — 2008. — **16** (3). — P. 664–675.
11. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Адаптивная система диагностики на основе нечетких отношений // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 4. — С. 135–150.
12. Rotshtein A., Rakytyanska H. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis. — Heidelberg: Springer, 2012. — 314 p.

Надійшла 10.11.2014