

УДК 621.822.1

Каиров А.С., д.т.н. проф., Ивахненко Н.Н., к.т.н., доц., Шевченко И.Д., к.т.н., доц., Рукавишников Д.В.  
Национальный университет кораблестроения, г. Николаев, Украина

## СИСТЕМА РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ОПОРЫ С ЗАДАВАЕМЫМ ПРОФИЛЕМ ВТУЛКИ НА ОСНОВЕ ПАКЕТА MATHCAD

Kairov A., Ivahnenko N., Shevchenko I., Rukavishnikov D.  
National University of Shipbuilding, Mykolayiv, Ukraine

### CALCULATION OF CHARACTERISTICS OF HYDRODYNAMICAL BEARING WITH DEFINED PROFILE OF SLEEVES BASED ON MATHCAD

*Статья посвящена проблемам моделирования работы гидродинамических опор скольжения в условиях жидкостного трения. Целью работы является создание автоматизированной системы расчета характеристик опор скольжения с втулками произвольного (гладкого) профиля. С этой целью разработаны методика и алгоритм решения задачи определения несущей способности опоры скольжения с задаваемым профилем втулки, а также разработаны рекомендации по получению рациональных профилей втулок подшипников скольжения. На базе данной методики разработана система расчета характеристик подшипника скольжения с применением пакета компьютерной алгебры Mathcad. Разработанная расчетная система была использована для поиска вариантов рационального профилирования втулки опоры скольжения. Были найдены варианты профиля втулок опор скольжения, обеспечивающие увеличение несущей способности по сравнению с опорами, в которых применяется традиционный (круглый) профиль втулки. Также разработанная система позволяет проводить экспресс-сравнение характеристик опор скольжения с различными профилями втулки.*

*Ключевые слова:* подшипник скольжения, профилирование втулки, несущая способность, сравнительный анализ, давление в смазочном слое, численный метод, Mathcad.

#### Введение

Современный этап развития техники характеризуется тенденцией к повышению скоростей вращающихся деталей, увеличению нагрузок, действующих на подшипники скольжения, что повышает вероятность их выхода из строя. Таким образом, возникает необходимость в разработке мероприятий по обеспечению надежной работы машин и повышению их срока службы, улучшению характеристик применяемых подшипников.

Существующие способы условно можно разделить на те, которые требуют увеличения массы и габаритов подшипниковых узлов, и не требующие таких мероприятий. В свою очередь мероприятия, не требующие увеличения габаритов также можно разделить на мероприятия, влекущие за собой существенное повышение стоимости конструкции (за счет применения более дорогостоящих оборудования и материалов) и не влекущие такое повышение. Последние реализуются путем применения рациональных конструкций подшипниковых узлов.

#### Постановка задачи – формулировка цели статьи

Одной из задач, возникающих при проектировании и эксплуатации высоконагруженных опор скольжения, является разработка рациональной конструкции и назначение обоснованных режимов работы на основании достоверных расчетных данных характеристик подшипников скольжения.

Целью данной работы является разработка автоматизированной расчетной системы, позволяющей на основе имеющейся методики [1, 3, 4] производить проверку характеристик опоры различных профилей смазочного слоя. Данная задача заключается в определении несущей способности гидродинамической опоры скольжения на основании следующих данных: диаметр и длина опоры, вязкость масла, частота вращения вала и профиль смазочного слоя. Дополнительной функцией предлагаемой системы является возможность сравнения двух эквивалентных по размерам опор скольжения, имеющих различные профили втулок.

#### Обзор существующих решений

В настоящее время существует ряд расчетных систем, предназначенных для расчета характеристик гидродинамических опор скольжения. Так, например АРМ Plain разработки российской компании АРМ, входящий в состав программного пакета АРМ WinMachine позволяет производить расчет радиальных и упорных подшипников скольжения, а также радиальных подшипников, работающих в условиях полужидкостного трения. Критерием расчета подшипников жидкостного трения является условие, при котором

толщина зазора между находящимися в относительном движении поверхностями не меньше некоторой заданной допустимой величины.

Разработанная в Tribology-Abs система расчета подшипников скольжения на базе пакета Mathcad позволяет определять основные характеристики подшипников скольжения. Однако ограниченный набор входных данных не позволяет использовать данную систему для практических целей.

В [8] описана программа расчета давления в смазочном слое радиального подшипника скольжения, и приведено подробное описание математической модели, основанной на применении метода конечных разностей.

Программа «Подшипники скольжения» [7] при расчете характеристик подшипников скольжения позволяет, учитывает такие параметры сжимаемость и турбулентность смазочного материала. Численное решение разработанной нелинейной математической модели выполняется методом последовательных приближений с применением методов конечных разностей.

Вместе с тем, следует отметить, что указанное программное обеспечение предназначено для расчета опор скольжения с традиционной (круглой) формой втулки, в то время как данные теоретических исследований [3] дают основания полагать целесообразным применение некоторых вариантов профилирования втулок для повышения эксплуатационных качеств опор скольжения.

### Теоретические основания системы расчета гидродинамических подшипников

Движение масла и распределение давления в смазочном слое описывается системой ДУЧП Навье-Стокса (плоский случай): [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f_y \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

где:  $u, v$  – компоненты вектора скорости;  $f_x, f_y$  – компоненты внешней силы, действующей на элемент жидкости;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости.

Задача расчета характеристик гидродинамической опоры скольжения состоит в определении поля давления в масляном слое на основании следующих данных: диаметр и длина опоры, зазор между валом и втулкой, вязкость масла, частотой вращения вала.

Переходя к более близкому с точки зрения гидродинамической теории подшипника случаю эксцентрического расположения шипа по отношению к подшипнику (рис. 1), рассмотрим следующую задачу. Будем пренебрегать "концевыми" эффектами в подшипнике, иными словами, примем, что подшипник имеет бесконечную длину в направлении оси вращения, а движение в зазоре между шипами и вкладышем подшипника является плоским.

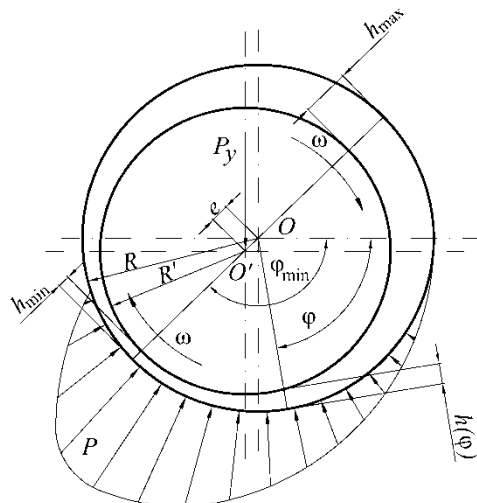


Рис. 1. Схема распределения усилий в гидродинамической опоре

В этой схематической постановке задача сведется к рассмотрению движения вязкой несжимаемой жидкости между двумя эксцентрично расположенными окружностями, из которых одна с центром в точке  $O'$  (внешняя) неподвижна, а другая (внутренняя) с центром в точке  $O$  вращается с заданной угловой скоростью  $\omega$ , причем эксцентриситет  $O'O$  принимается очень малым по сравнению с радиусами окружностей  $R, R'$ .

Поскольку в общем случае данная задача не имеет аналитического решения, приходится прибегать к численным методам. Вместе с тем, для случая вала значительной длины в направлении оси вращения, а движение смазки в зазоре между шипом и вкладышем подшипника является плоским. Эти допущения позволяют для случая полярных координат перейти от уравнений Навье — Стокса и неразрывности (1) к упрощенному виду:

$$\mu \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \quad (2)$$

Граничные условия для уравнения (2) при вращающемся вале и неподвижной втулке имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} V_\varphi &= \omega R \text{ при } r = R_{\text{вала}}; \\ V_\varphi &= 0 \text{ при } r = R_{\text{втулки}} \end{aligned}$$

Для указанных граничных условий зависимость давления от положения вала и положения рассматриваемого сечения имеет следующее решение:

$$p(\varphi, \varphi_{\min}) = 6\mu\omega R^2 \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{h^2(\varphi, \varphi_{\min})} - 12\mu RQ \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{h^3(\varphi, \varphi_{\min})}, \quad (3)$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость;  $\omega$  – циклическая частота вращения вала;  $R$  – радиус втулки;  $h$  – величина зазора;  $Q$  – расход масла через зазор подшипника;  $\varphi$  – угол, в котором определяется давление масла;  $\varphi_{\min}$  – угол с минимальным зазором между валом и втулкой.

Для круглой втулки величина зазора определяется зависимостью:  $h(\varphi) = \varepsilon(1 - \lambda \cdot \cos(\varphi))$

для  $\varphi_{\min} = 0^\circ$  либо  $h(\varphi, \varphi_{\min}) = \varepsilon(1 - \lambda \cdot \cos(\varphi_{\min} - \varphi))$

где  $\varepsilon$  – относительный эксцентриситет.

#### Реализация расчетной системы в среде Mathcad 14

В качестве программной платформы для расчета был выбран Mathcad 14 разработки корпорации PTC (Parametric Technology Corporation). В основу выбора легли следующие возможности системы: возможность решения дифференциальных уравнений численными методами, мощные и в то же время достаточно простые в использовании инструменты визуализации расчетных данных, выполнение вычислений в символьном режиме. Также очень важной является возможность подключения программ пользователя, разработанных на универсальных языках программирования, таких как Fortran, C/C++. Данная возможность необходима для дальнейшего развития расчетной системы, на этапе, когда расчетное ядро будет вынесено во внешнюю динамически подключаемую библиотеку. Общий алгоритм решения задачи приведен на рис. 2.

Решение поставленной задачи в среде Mathcad поводилось с использованием следующих условий:

1. Нагрузка на подшипник принималась строго вертикальной. Для этого численно решалось уравнение (3) зависимости реакции опоры от положения вала при условии, что горизонтальная составляющая реакции равна нулю. Результатом решения является угловая координата положения вала во втулке.

2. Для полученного угла положения вала определялась вертикальная составляющая реакции опоры при фиксированном минимальном зазоре.

По окончании расчетов проводилось сравнение величин реакций для традиционной и профилированной опоры скольжения.

#### Результаты расчетов и выводы

Разработанная система была применена для анализа несущей способности опоры скольжения с задаваемым профилем (рис. 3). Данная опора состоит из цапфы вала (1) и втулки (2) с профилированной рабочей поверхностью, причем, рабочая поверхность втулки подшипника имеет два разных профиля.

Профиль рабочей поверхности нижней половины втулки выполнены с переменным радиусом, который определяется по зависимости:

$$\rho = 1 + \frac{h_m m^{-\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \varepsilon}}{R_B};$$

а переменный радиус поверхности верхней половины втулки 2 определяется по зависимости:

$$\rho = 1 + \frac{h_m m^{-\sin \frac{\pi}{2} \varepsilon}}{R_B};$$

где  $\rho$  – относительный радиус кривой поверхности в точке с угловой координатой  $\varphi$ ;

$R_B$  – номинальный размер радиусу вала, мм;

$h_m$  – максимальный радиальный зазор, мм;

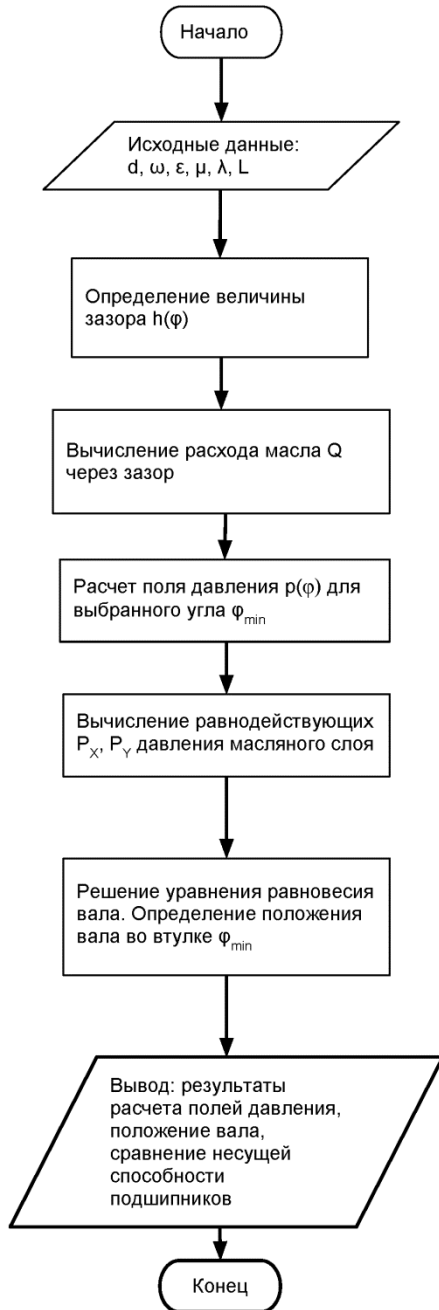


Рис. 2. Увеличенная блок-схема работы системы расчета параметров профилированных подшипников скольжения

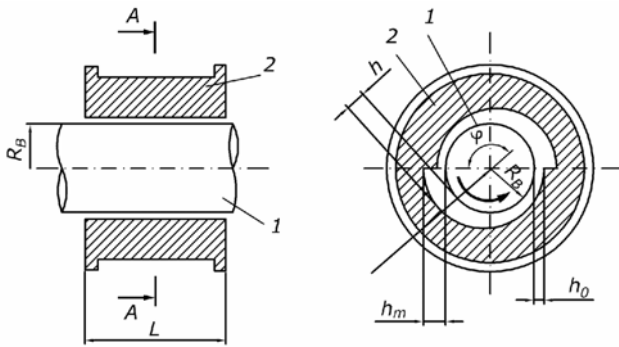


Рис. 3. Схема опоры гидродинамической с задаваемым профилем втулки

$m = \frac{h_m}{h_0}$  - коэффициент сужения радиального зазора;  
 $h_0$  - минимальный радиальный зазор, мм;

$\varepsilon = \frac{\varphi}{2\pi}$  - относительная угловая координата точки на рабочей поверхности профиля;  
 $\varphi$  - угловая координата точки рабочего профиля, радиан.

Верхний смазочный клин опоры предназначен для улучшения демпфирующей способности опоры и обеспечения точной самоустановки вала во втулке. На графиках (рис. 4) показано изменение профиля смазочного слоя.

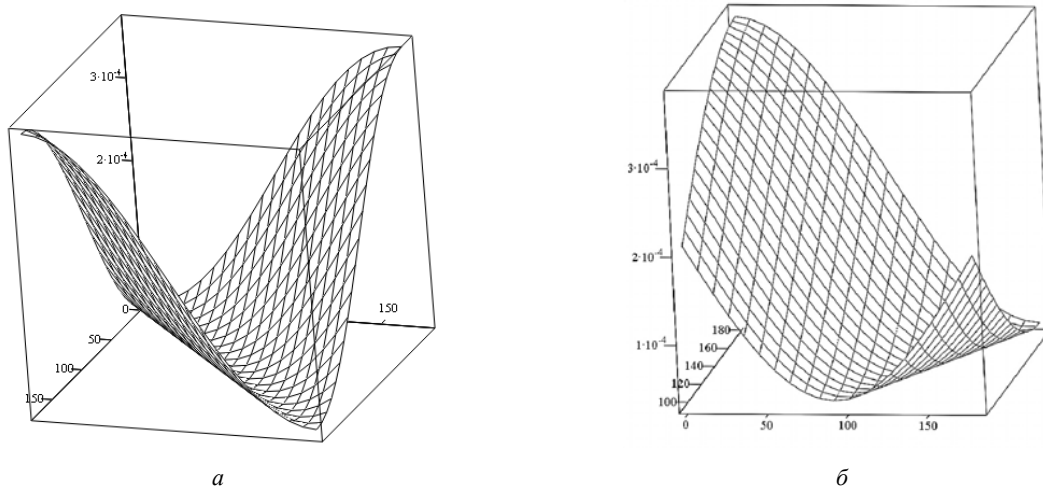


Рис. 4. Толщина масляного слоя для различных положений вала в круглой (а) и профилированной (б) втулках

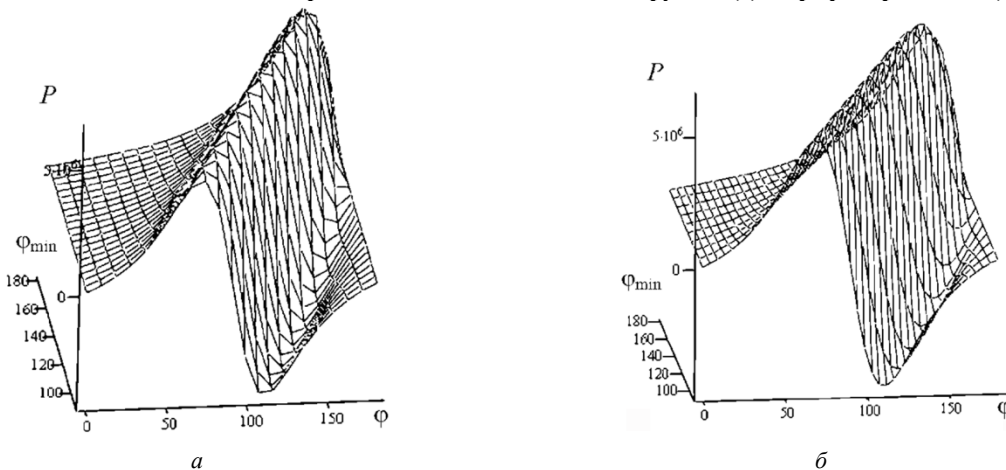


Рис. 5. Зависимость давления  $P$ , Па в масляном слое от положения вала для профилированной (а) и круглой (б) втулки

Для указанных профилей верхней и нижней частей втулки были проведены расчеты характеристик опор скольжения. Сравнение результатов расчетов поля давления (рис. 5) для различных конструктивных вариантов опор скольжения показало 15% рост несущей способности подшипников с профилированной втулкой по сравнению со случаем круглой втулки.

**Выводы.** Разработанная расчетная система была применена для поиска вариантов рационального профилирования втулки опоры скольжения. Найден ряд вариантов профиля втулки, обеспечивающих до 15% увеличение несущей способности опоры по сравнению с традиционным (круглым) профилем [5]. Дальнейшее применение данной системы предполагает экспресс-проверку различных вариантов профилирования втулок для гидродинамических опор скольжения, что позволит существенно повысить качество решений, подвергаемых более детальному анализу.

**Анотація.** Стаття присвячена проблемам моделювання роботи гідродинамічних опор ковзання в умовах рідинного тертя. Метою роботи є створення автоматизованої системи розрахунку характеристик опор ковзання з втулками довільного (гладкого) профілю. З цією метою розроблені методика і алгоритм вирішення задачі визначення несучої здатності опори ковзання з заданим профілем втулки, а також розроблені рекомендації з отримання раціональних профілів втулок підшипників ковзання. На базі даної методики розроблено систему розрахунку характеристик підшипника ковзання з застосуванням пакета комп'ютерної алгебри Mathcad. Розроблена розрахункова система була використана для пошуку варіантів раціонального профілювання втулки опори ковзання. Були знайдені варіанти профілю втулок опор ковзання, що забезпечують збільшення несучої здатності в порівнянні з опорами, в яких застосовується традиційний (круглий) профіль втулки. Також розроблена система дозволяє проводити експрес-порівняння характеристик опор ковзання з різними профілями втулки.

**Ключові слова:** підшипник ковзання, профілювання втулки, несуча здатність, порівняльний аналіз, тиск у змащувальному шарі, чисельний метод, Mathcad.

**Abstract.** The article is devoted to problems of hydrodynamic simulations of sliding friction in the liquid. The aim is to create an automated system for calculating the characteristics of sliding sleeves with arbitrary (smooth) profile. For this purpose developed a technique and algorithm for determining the carrying capacity of the bearing with arbitrary profile of the sliding sleeve, and developed recommendations for obtaining rational profiles of sleeve of bearing. On the basis of this methodology developed a system for calculating the characteristics of sliding bearing with the use of package of computer algebra Mathcad. Developed calculation system was used to search for variants of rational profiling of sleeve of sliding bearings. Were found variants of profile of sliding sleeves that provide an increase in carrying capacity compared with the supports that use traditional (round) profile of the sleeve. Designed system also allows quick comparison of the characteristics of sliding sleeves with different profiles.

**Keywords:** sliding bearing, profiling of sleeve, carrying capacity, a comparative analysis, the pressure in the lubricant layer, numerical method, Mathcad.

#### Библиографический список использованной литературы

1. Галахов, М.А. Математические модели контактной гидродинамики [Текст]. М. А. Галахов, П. Б. Гусятников, А. П. Новиков М.: Наука, 1985. 296 с.
2. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа [Текст] : Учеб. для вузов. – 7-е изд. испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с., 311 ил. 22 табл.
3. Шевченко, И.Д. Математическая модель безэксцентриситетной гидродинамической опоры скольжения при различных формах смазочного слоя [Текст] / И.Д. Шевченко, Н.Н. Ивахненко, Д.В. Рукавишников // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць / Дніпропетровський національний університет. – Дніпропетровськ: Ліра, 2011. Вип. 16, С. 275–285.
4. Рукавишников Д.В. Метод расчета характеристик профилированной опоры скольжения [Электронный ресурс] / Д.В. Рукавишников, И.Д. Шевченко // Вестник НУК № 3, 2012 – Режим доступа: <http://ev.nuos.edu.ua/ru/publication?publicationId=18330>
5. Патент України на корисну модель № 71595. Опора гідродинамічна / Каіров О.С., Шевченко І.Д., Ивахненко М.М., Рукавишников Д.В., Трубієнко Р.С., Шевченко Е.Ю., Васильковський С.О. від 25.07.2012.
6. Коровчинский М.В. Теоретические основы работы подшипников скольжения / М.В. Коровчинский. — М.: Машгиз, 1959. 404 с.
7. Свидетельство Российской Федерации о регистрации программы для ЭВМ №2008612375 от 16.05.2008 «Программный комплекс «Подшипники скольжения», авторы: Л. А. Савин, Д. И. Федоров
8. Wiesław Graboń. Computer Program for Simulation of Pressure Distribution in the Hydrodynamic Radial Bearing / Wiesław Graboń, Jan Smykla / INFORMATION SCIENCE AND COMPUTING, BOOK 27: Artificial Intelligence Driven Solutions to Business and Engineering Problems, pp 176-186.

#### References

1. Galahov M.A., Gusyatnikov P.B., Novikov A.P. Matematicheskie modeli kontaktnoj gidrodinamiki (Mathematical models of the contact fluid dynamics). Moscow. Nauka, 1985. 296 p.
2. Lojczanski L.G. Mehanika zhidkosti i gaza (Fluid Mechanics). Moscow. Drofa, 2003. 840 p.
3. Shevchenko I.D., Ivahnenko N.N., Rukavishnikov D.V. Matematicheskaja model' bezjekscentrisitetnoj gidrodinamicheskoy opory skol'zhenija pri razlichnyh formah smazochnogo sloja (Mathematical model of hydrodynamic sliding bearings in various forms of lubricating layer). Problemy obchisljuval'noji mehaniki i micnosti konstrukcij, zbirnik naukovih prac'. Dnipropetrovs'kij nacional'nij universitet. Dnipropetrovs'k: Lira, 2011. no. 16, pp. 275–285.
4. Rukavishnikov D.V., Shevchenko I.D. Metod rascheta harakteristik profilirovannoj opory skol'zhenija (The method of calculating the characteristics of the profiled sliding support). Vestnik NUK no 3, 2012. <http://ev.nuos.edu.ua/ru/publication?publicationId=18330>
5. Kairov O.S., Shevchenko I.D., Ivahnenko M.M., Rukavishnikov D.V., Trubienko R.S., Shevchenko E.Ju., Vasil'kovs'kij S.O. Opora gidrodinamichna (Hydrodynamic bearing) Patent Ukraini na korisnu model' no 71595. A.25.07.2012.
6. Korovchinskij M.V. Teoreticheskie osnovy raboty podshipnikov skol'zhenija (the theoretical basis of the sliding bearings) Moscow: Mashgiz, 1959. 404 p.
7. Savin L.A., Fedorov D.I. «Programmnyj kompleks «Podshipniki skol'zhenija» (Software package “Sliding bearing), Svidetel'stvo Rossijskoj Federacii o registracii programmy dlja JeVM no 2008612375 A 16.05.2008
8. Wiesław Graboń. Computer Program for Simulation of Pressure Distribution in the Hydrodynamic Radial Bearing. Wiesław Graboń, Jan Smykla. INFORMATION SCIENCE AND COMPUTING, BOOK 27. Artificial Intelligence Driven Solutions to Business and Engineering Problems, pp 176-186.