

УДК 519.6

Рудаков К.Н., д.т.н., Шукаев С.Н., д.т.н.  
НТУУ «Киевский политехнический институт» г. Киев, Украина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ БОЛТОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ИЗ ПКМ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ FEMAP/NX NASTRAN

Rudakov K., Shukaev S.  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine (mmi@kpi.ua)

### MODELLING OF BOLTED JOINT FROM PCM IN THE PROGRAM FEMAP/NX NASTRAN

На примере двухрядного двухсрезового болтового соединения проведена отработка методики расчетов соединений, содержащих элементы из полимерного композиционного материала (ПКМ). Расчеты максимально приближены к реальной ситуации: используется трехмерная геометрическая и конечно-элементная модель, задача рассматривается как термоупругая контактная, с учетом силовой нагрузки, изменения температуры, величин зазора/натяга в отверстиях, предварительной затяжки, трения в соединении, возможного наличия дефектов исполнения отверстий в ПКМ. ПКМ моделировали как 3D-ортотропный.

Учтены новые возможности, появившиеся в новой версии программного комплекса FEMAP/NX Nastran.

Показано, что изгиб болтов под действием полезной нагрузки вызывает существенное перераспределение напряжений как в болтах, так и в пластине из ПКМ в зоне контакта с болтом, с появлением пиковых значений высокого уровня.

Сделан вывод, что слабая нелинейность позволяет проводить ограниченное число расчетов и строить интерполяционные аппроксимации для промежуточных ситуаций. Таким образом можно создать справочные материалы, востребованные в различных отраслях промышленности, в частности, в авиационной.

**Ключевые слова:** болтовые соединения, композиционный материал, конечно-элементное моделирование

#### Введение

В связи с быстрым ростом применения листовых композиционных материалов (КМ) в различных отраслях, в частности, в авиации, актуальна проблема рационального проектирования конструкций и технологий соединений деталей из КМ с другими компонентами конструкции. Наряду с натурными экспериментами большую роль играют расчеты на прочность, основой которых являются расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов соединения.

Невозможность проведения сварки КМ оставляет лишь два варианта крепления: склеиванием и с помощью крепежа (заклепок, болтов, винтов). Последний вариант более надежен при длительной эксплуатации. В статье рассмотрели только вариант крепления с помощью болтов как самый распространенный.

На рис.1 показаны основные типы разрушения болтового соединения [1]: по рабочему сечению (а), смятием (б), в результате сдвига (в) и крепежа (г).

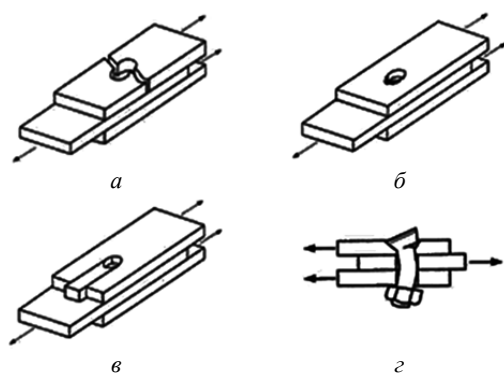


Рис. 1. Основные типы разрушения болтового соединения

На первый взгляд, их можно предотвратить сугубо конструкторскими решениями, меняя соотношения размеров. Но есть еще и технологические факторы, влияющие на прочность соединения, основные из них: величина зазора/натяга по боковым поверхностям системы болт/отверстие, усилие затяжки болтов, трение в соединении, наличие допустимых отклонений при изготовлении в КМ отверстий [2].

Значительную часть проблем удастся решить в результате проведения традиционных для болтовых соединений расчетов [3–7]: расчеты на растяжение и на срез болта, расчет резьбы, расчет НДС пластины у отверстия в предположении об отсутствии изгиба болта и идеальном его контакте с поверхностью отверстия. В таких расчетах применяются и численные методы, но для них характерно не

комплексное рассмотрение соединения.

Надо признать, что традиционные виды расчетов болтовых соединений из металла в применении к соединениям с элементами из КМ не позволяют учесть ряд факторов, значимых для КМ. Например, наличие

всевозможных отклонений от геометрически идеальных очертаний (овальность и неперпендикулярность отверстий, шероховатость поверхностей), а также незначительных повреждений, связанных с технологическим процессом создания отверстий (отслоения и сколы на кромках отверстий в деталях из КМ). Кроме того, известно, что наличие изгиба болта приводит к уменьшению площади пятна контакта, перераспределению усилий по пятну контакта и увеличению их пиковых значений. А чрезмерное усилие затяжки болта в сочетании с его изгибом вызывает разрушение поверхностных слоев КМ [1], а также самого болта в результате малоциклового усталости. Оценка ресурса соединения может потребовать учета появившейся трещины в КМ.

В то же время можно констатировать, что уже есть все возможности для проведения уточненных расчетов, позволяющих максимально полно учесть конструктивные, технологические и эксплуатационные факторы, влияющие на ресурс соединения с применением КМ. Это стало реально возможным в результате развития компьютеров, численных методов и алгоритмов [7].

Целью данной статьи является отработка методики проведения таких расчетов с учетом новых возможностей. Использовался программный комплекс **Siemens FEMAP with NX Nastran 64bit**, в составе **FEMAP v11.0.0** и **NX Nastran v8.5**.

### Моделирование болтового соединения

Моделирование провели для двухрядного двухсрезного болтового соединения с полимерным КМ (ПКМ, см. рис. 2 и табл. 1).

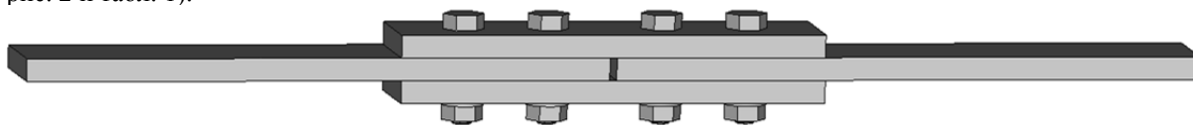


Рис. 2. Двухрядное двухсрезное болтовое соединение: 3D-геометрическая модель

Таблица 1

#### Номинальные размеры элементов болтового соединения

Элемент	Название размера	Величина, мм
все пластины	ширина	30
	фаски на кромках отверстий	0.3
Пластины (накладки) из титана	длина; толщина	120; 6
	расстояние между центральными отверстиями	32
	расстояние между крайними отверстиями	24
пластины из ПКМ	длина; толщина	165; 6
	торцевой зазор между пластинами	2
	длина поверхности для приложения усилия, растягивающего соединение	70
болт	диаметр; длина; резьба	6; 25; М6х1
	высота головки; размер под ключ	4; 10
	длина резьбы; фаска на торце	7.5; 0.5
гайка	диаметр; высота; резьба, размер под ключ	6; 4; М6х1; 10
шайба	наружный диаметр; диаметр отверстия; высота	12; 6.5; 2

В болтовом соединении моделировали натяг по цилиндрическим контактирующим поверхностям системы "болт-отверстие". Величины натяга (на диаметр): 0 мм, 0.015 мм, 0.030 мм и 0.060 мм.

Кроме того, в болтовом соединении моделировали предварительную затяжку болтов при контролируемом моменте на ключе  $M_{wrench}$ , величинами 11 Нм, 13 Нм и 15 Нм.

Усилия, прикладываемые к болтовому соединению – растягивающие  $N_X$ , в направлении продольной оси (оси  $X$ ). Их величины: 38.60 кН, 50.98 кН и 56.54 кН.

Назначили коэффициенты трения: "металл-металл" – 0.1; "металл-ПКМ" – 0.01.

Приняли, что начальная температура соединения  $+90^{\circ}C$  и конечная  $-60^{\circ}C$ , т.е. задавали отрицательный перепад температур в 150 градусов (расчетный диапазон для самолетов).

### Механические характеристики материалов болтового соединения

Реальные значения механических характеристик пластин из ПКМ на момент проведения расчетов отсутствовали. Принятые модули упругости одного слоя ПКМ взяты из [8], а коэффициенты теплового удлинения – из [9] и приведены в таблице 2. Толщина монослоя 0.132 мм.

Таблица 2

## Механические характеристики монослоя эпоксидного углепластика

$E_{11}$ , ГПа	$E_{22} = E_{33}$ , ГПа	$G_{12} = G_{13}$ , ГПа	$G_{23}$ , ГПа	$\nu_{12} = \nu_{13}$	$\nu_{23}$	$\alpha_{11}$ , 1/град	$\alpha_{22} = \alpha_{33}$ , 1/град
140.0	10.0	5.2	3.9	0.3	0.5	$0.36 \cdot 10^{-6}$	$28.8 \cdot 10^{-6}$

В FEMAP имеется "инструмент" **Layup Editor**, создающий многослойный композиционный материал с разно-ориентированными слоями в плоскости пластины, и использующий "теорию эффективного модуля" [9] для подсчета эффективных модулей упругости (команда **Model→Layup**, материал типа **Orthotropic (2D)**). В программном комплексе **FEMAP v11.0.0** с **NX Nastran v8.5** создан новый тип объемного конечного элемента (КЭ) **Solid Laminate**, для которого вызывается "инструмент" **Layup Editor**, что позволяет непосредственно для КЭ задать КМ, а также имеется возможность сориентировать полученный КМ в пространстве. Для листа ПКМ с 3D-ортотропной структурой [45/0/-45/0/0/90/0/0/-45/0/45] получены эффективные значения модулей, приведенные в таблице 3. Таблица также содержит механические характеристики других материалов, использованные в расчете болтового соединения.

Таблица 3

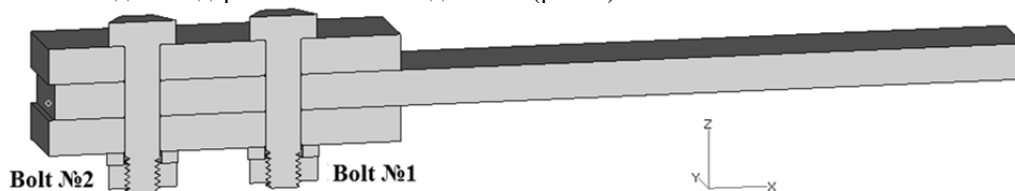
## Механические характеристики материалов элементов соединения

Элемент	Материал	Характеристика	Значение
пластины из титана	титановый сплав	модуль Юнга $E$ , ГПа	110
		коэф. Пуассона $\nu$	0.19
		коэф. темпер. удлинения $\alpha$ , 1/град	$8.6 \cdot 10^{-6}$
пластины из ПКМ	ПКМ	модули Юнга $E_{11}$ , $E_{22}$ , $E_{33}$ , ГПа	88.0, 32.3, 10.0
		модули сдвига $G_{12}$ , $G_{23}$ , $G_{13}$ , ГПа	17.3, 4.55, 4.55
		коэф. Пуассона $\nu_{12}$ , $\nu_{23}$ , $\nu_{13}$	0.415, 0.447, 0.447
		коэф. темпер. удлинения $\alpha_{11}$ , $\alpha_{22}$ , $\alpha_{33}$ , 1/град	$(0.86, 6.9, 28.8) \cdot 10^{-6}$
болты, гайки, шайбы	сталь легированная	модуль Юнга $E$ , ГПа	210
		коэф. Пуассона $\nu$	0.3
		коэф. темпер. удлинения $\alpha$ , 1/град	$11.7 \cdot 10^{-6}$

Первый индекс в характеристике обозначает направление действия усилия, второй – направление вызванной им деформации. Ориентация укладки в пластинах из ПКМ такова: ось 1 – вдоль пластины, ось 2 – поперек пластины, ось 3 – по толщине пластины.

## Методика расчета напряженно-деформированного состояния болтовых соединений

Так как рассматриваемое болтовое соединение имеет две плоскости симметрии:  $XZ$  и  $YZ$ , то 3D-геометрическая модель содержала  $\frac{1}{4}$  часть соединения (рис. 3).

Рис. 3. Двухрядное двухсрезовое болтовое соединение: 3D-геометрическая модель,  $\frac{1}{4}$  часть

Величина натяга при установке болтов в отверстия моделировалась изменением диаметра болта.

Для моделирования усилия предварительной затяжки, резьба в гайке создавалась сдвинутой в осевом направлении от головки болта на величину  $\Delta$ , определяемую по методике, изложенной ниже.

Поскольку расчет является методическим, то такие подробности геометрии, как фаски и округления, не моделировались, за исключением фасок в отверстиях. Округления в углах профиля резьбы не проводилось, поперек профиля резьбы создавалось лишь по два конечных элемента (резьба моделировалась лишь для создания предварительной затяжки в болтах).

После создания геометрической модели болтового соединения назначались возможные контактные регионы (**Regions**, их 32), из них "собирались" пары (**Connectors**, их 20) контактных регионов. Для быстрого

разрезания конечно-элементной сетки на удаленной от отверстий части пластины из ПКМ использовали 2 контакта типа "склеивание" (**Glued**), позволяющие не согласовывать узлы сетки на "склеенных" поверхностях.

Каждая контактная пара поверхностей может иметь свои свойства (**Property**), в частности, свой коэффициент трения, глубину возможного "проникновения" или "натяга" (это расчетная величина, которую можно трактовать как величину смятия шероховатостей на контактной поверхности).

Использовали трехмерные КЭ с аппроксимацией второго порядка (**Parabolic**), для каждого материала, т.е. было создано три "**Property**". Для крепежа использовали КЭ типа **CTETRA**, а для пластин – **CHEXA** и (в небольшом количестве) **CPENTA**, причем для ПКМ – **Solid Laminate**.

Созданная конечно-элементная модель (рис.4), содержала примерно 157 тыс. узлов и 55 тыс. КЭ.

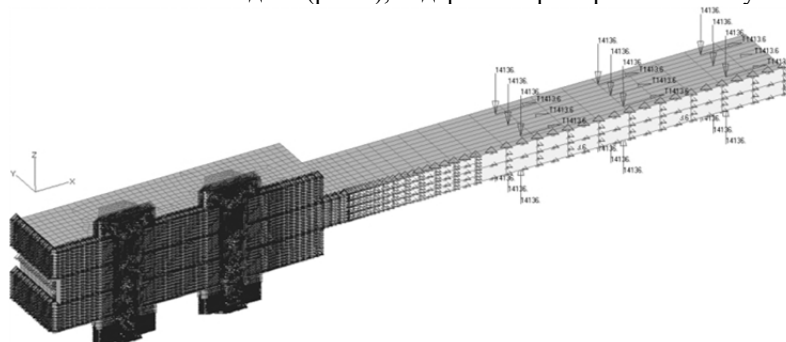


Рис. 4. Двухрядное двухсрезное болтовое соединение: конечно-элементная модель с помеченными ограничениями перемещений в узлах и силовой нагрузкой

Влияние "отсеченных" симметричных частей моделировали стандартно: всем узлам конечно-элементной сетки, лежащим на плоскости отсечения, запрещали перемещение в направлении, перпендикулярном к плоскости отсечения. Таких направлений в модели два:  $X$  и  $Y$ . В оставшемся (вертикальном) направлении  $Z$  модель фиксировали в узлах левого (на рис.4) торца пластины из ПКМ, расположенных на срединной линии.

Чтобы перемещение шайб в направлении оси  $X$  не вызывало дополнительные контактные итерации, шайбы "привязывались" к пластине: один узел шайбы и один узел пластины связывали условием равенства перемещений вдоль оси  $X$  с помощью "инструмента" **Create Constraint Equation**.

Растягивающее усилие задавали в виде двух сил, приложенных к правым (на рис.4) частям верхней и нижней поверхности пластины (из ПКМ), равных половине полного усилия  $N_x$ , на длине 70 мм. Эти же поверхности сжимались силами  $N_y = N_x / f$ , где  $f$  – коэффициент трения (задавали  $f = 0.1$ ). Такой вариант приложения сил  $N_x$  и  $N_y$ , во-первых, соответствует реальным условиям ее приложения при лабораторных испытаниях соединения (в плоских захватах) и, во-вторых, осуществлен столь далеко от отверстий и болтов, что, в соответствии с принципом Сен-Венана, не влияет на НДС соединения в районе отверстий.

Для всех узлов КЭМ назначалась начальная температура  $+90^{\circ}C$  и конечная  $-60^{\circ}C$ .

Тип краевой задачи, назначаемый в **FEMAP** для **Nastran** – **1..Static**.

**Nastran** собирает и решает систему уравнений, содержащую примерно  $3N_{Nodes}$  неизвестных – узловых перемещений, т.е. в данном случае примерно 450 тысяч. Время счета на ПЭВМ с процессором Intel i5-760, памятью 8 Гбт на частоте 1.333 ГГц и HDD с шиной SATA III, составляло около 1.5-2 часов при задаваемой точности расчетов (по контактным усилиям) в 0.5% и реализуемом для этого числе контактных итераций 10-12.

#### Задание предварительного усилия затяжки болтового соединения

Методика задания предварительного усилия затяжки  $N_{pl}$  болтового соединения заключалась в предварительных расчетах при произвольно заданных величинах свинчивания гайки  $\Delta$ . Так как график  $N_{pl}(\Delta)$  получается практически линейен, то были использованы два значения  $\Delta_{(1)} = 0.03$  мм и  $\Delta_{(2)} = 0.15$  мм.

Требуемое значение величины свинчивания гайки  $\Delta$  получали из линейной аппроксимации  $N_{pl} = a + b\Delta$ :

$$\Delta = (N_{pl} - a) / b, \quad (1)$$

где необходимые данные помещены в таблицу 4, а результаты – в таблицу 5. Требуемые значения  $N_{pl}$  вычисляли из регламентированных величин момента на ключе  $M_{wrench}$ :

$$N_{pl} \approx M_{wrench} / [0.5d_2(\delta / \pi d_2 + f_p) / (1 - f_p \delta / \pi d_2) + f_T R_T]; \quad R_T = (D^3 - d_0^3) / [3(D^2 - d_0^2)], \quad (2)$$

где  $d_2$  – средний диаметр резьбы;  $\delta$  – шаг резьбы;  $f_p$  – коэффициент трения в резьбе;  $f_T$  – коэффициент трения на торце гайки;  $D, d_0$  – диаметры плоской опорной поверхности гайки [3].

Таблица 4

Результаты определения  $N_{pl}(\Delta)$ 

Диаметр болта, мм	$\Delta$ , мм	$N_{pl}$ , Н	$a$	$b$
6.0	0.03	2790	-537.5	110917
	0.15	16100		

Таблица 5

Результаты определения  $N_{pl}$  и  $\Delta$ 

$M_{wrench}$ , Нм	$N_{pl}$ , Н	$\Delta$ , мм
11	14600	0.1365
13	17255	0.1604
15	19900	0.1843

## Некоторые результаты расчетов

Был проведен комплекс расчетов. Здесь привели лишь некоторые, наиболее значимые результаты.

В таблице 6 для случая нулевого натяга болт/отверстие, трех значений момента на ключе  $M_{wrench}$  и двух значений растягивающих сил  $N_X$  и  $0.1N_X$  (максимальное и минимальное усилия цикла) приведены полученные значения осевых напряжений в болтах: на поверхностях ( $(\sigma_Z)_{max}$  и  $(\sigma_Z)_{min}$ ) и на оси ( $(\sigma_Z)_m$ ).

Таблица 6

Параметры и результаты расчета: осевые напряжения  $\sigma_Z$  в болтах

№	Натяг $\delta$ , мм	$M_{wrench}$ , Нм	$N_X$ , Н	№ болта	$(\sigma_Z)_{max}$ , МПа	$(\sigma_Z)_{min}$ , МПа	$(\sigma_Z)_m$ , МПа
1	0.0	11	56543	1	1557	-824	408
				2	1085	-282	440
			5654	1	695	218	470
				2	466	488	477
2		13	56543	1	1662	-748	498
				2	1185	-199	532
			5654	1	782	303	559
				2	578	558	568
3	15	56543	1	1768	-674	590	
			2	1288	-120	620	
		5654	1	880	382	648	
			2	671	644	658	

Эти данные дополнены графиками осевых напряжений  $\sigma_Z(X)$  в сечении болта №1 на уровне половины толщины пластины из ПКМ (рис.5). Видна небольшая S-образность графиков осевых напряжений  $\sigma_Z(X)$  и четкая их зависимость от  $M_{wrench}$  и  $N_X$ . Это позволяет, в силу слабой нелинейности, проводить ограниченное число расчетов и строить интерполяционные аппроксимации для промежуточных ситуаций.

Можем констатировать наличие изгиба болтов, что приводит к возникновению в них значительных изгибных напряжений (табл.6, рис.5 и рис.6-а), особенно в ближайшем к нагрузке болте №1. Касательные напряжения среза тоже присутствуют (рис.6-б), но меньшего уровня.

Графики рис.7-а показывают, что в отверстиях в пластине из ПКМ под болт №1 возникают значительные контактные напряжения сжатия  $\sigma_X$ , практически не зависящие от величины момента на ключе  $M_{wrench}$ , с

существенной концентрацией на выходах из отверстия (рис.8), вызванной изгибом болта. Эти напряжения могут вызывать смятие кромок отверстий, т.е. разрушать ПКМ.

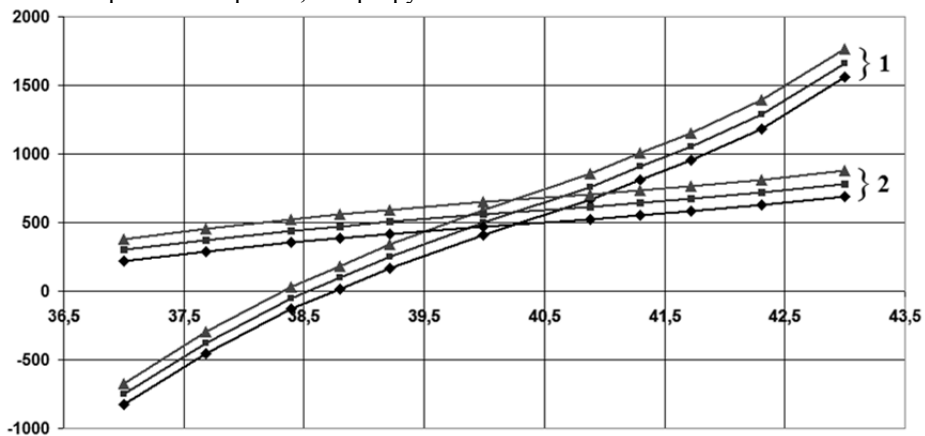


Рис. 5. Графики осевых напряжений  $\sigma_z(X)$  (МПа) в сечении болта №1 на уровне половины толщины пластины из ПКМ при  $M_{wrench}=11$  Нм ( $\blacktriangle$ ), 13 Нм ( $\blacksquare$ ), 15 Нм ( $\blacklozenge$ );  $N_X=56543$  Н (1) и  $N_X=5654$  Н (2)

Графики рис.7-б указывают на неравномерное распределение растягивающих напряжений  $\sigma_X$  и эквивалентных напряжений  $\sigma_{Mises}$  в этих отверстиях, что может вызывать местное повреждение пластин из ПКМ разрывом по рабочему сечению по типу (а) на рисунке 1.

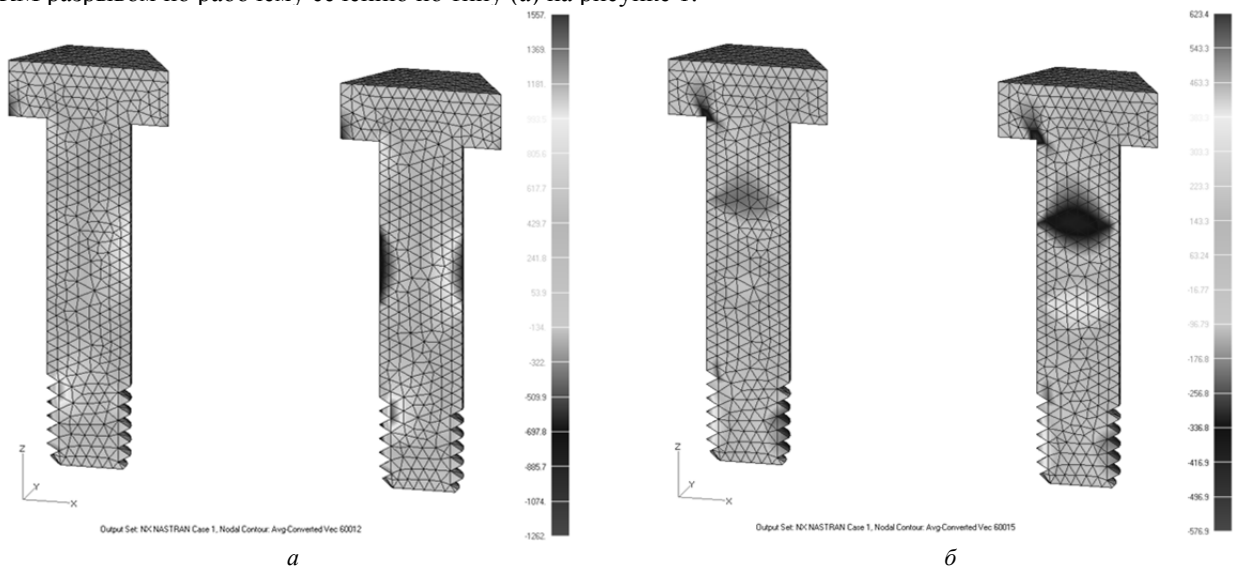


Рис. 6. Поверхностное распределение напряжений (МПа) в болтах, при  $M_{wrench}=11$  Нм и  $N_X=56543$  Н: а – продольных  $\sigma_z$ ; б – касательных  $\sigma_{xz}$

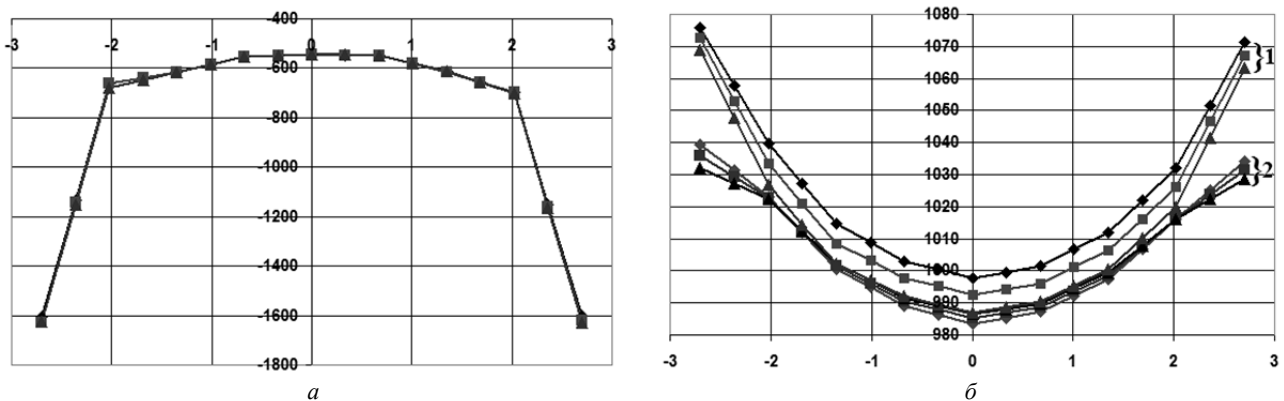


Рис. 7. Графики распределения напряжений (МПа) вдоль образующей отверстия №1 в пластине из ПКМ в зоне сжатия (а,  $\sigma_X$ ) и растяжения (б, 1-  $\sigma_X$  и 2-  $\sigma_{Mises}$ ) при  $M_{wrench}=11$  Нм ( $\blacktriangle$ ), 13 Нм ( $\blacksquare$ ), 15 Нм ( $\blacklozenge$ ) и  $N_X=56543$  Н

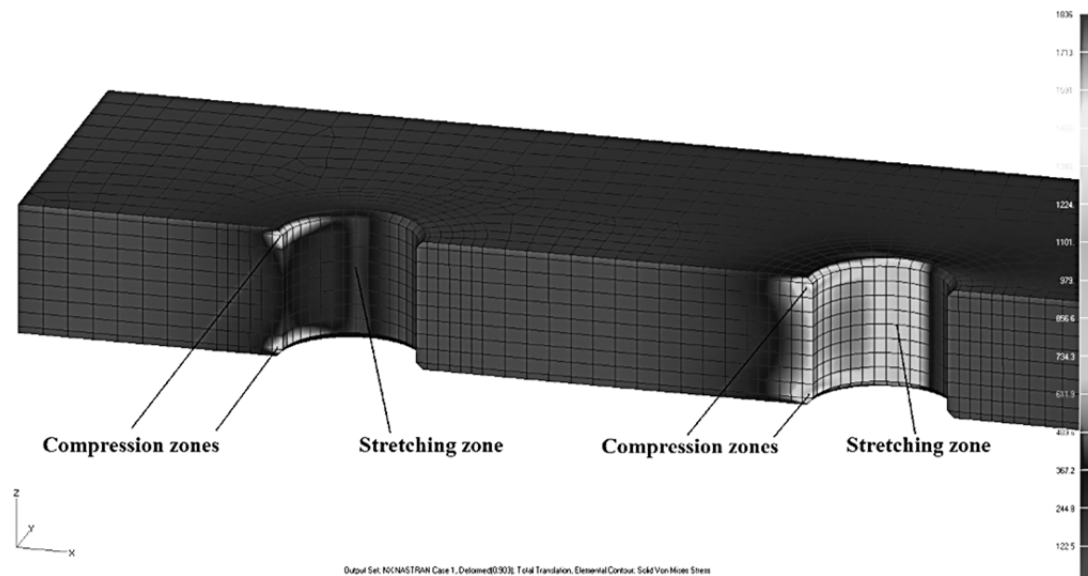


Рис. 8. Поверхностное распределение нормальных напряжений  $\sigma_x$  (МПа) в пластине из ПКМ, при  $M_{wrench} = 11$  Нм и  $N_X = 56543$  Н

### Выводы

Приведенные рисунки и числовые результаты свидетельствуют, что:

- краевая термоупругая контактная задача поставлена и решена в среде FEMAP/NX Nastran правильно, и это указывает на наличие реальной возможности проведения достаточно корректного трехмерного конечно-элементного моделирования болтовых соединений, содержащих, кроме металлических, элементы из композиционного материала, считающегося 3D-ортотропным;
- полезная нагрузка  $N_X$  вызывает изгиб болтов, что приводит к возникновению в них значительных изгибных напряжений, наложенных на растягивающие напряжения от затяжки болтов. Особенно высок уровень напряжений в ближайшем к нагрузке болте №1;
- изгиб болтов приводит к возникновению в пластине из ПКМ зон с повышенным уровнем сжимающих контактных напряжений на выходах из отверстий (рис.7-а), а также к неравномерному распределению растягивающих напряжений на боковых поверхностях этих отверстий (рис.7-б и рис.8), что может вызывать их местное повреждение;
- слабая нелинейность позволяет проводить ограниченное число расчетов и строить интерполяционные аппроксимации для промежуточных ситуаций. Таким способом можно создавать справочные материалы, востребованные в различных отраслях промышленности, в частности, в авиастроении.

**Анотація.** На прикладі дворядного двозрізного болтового з'єднання проведено відпрацювання методики розрахунків з'єднань, що містять елементи з полімерного композиційного матеріалу (ПКМ). Розрахунки максимально наближені до реальної ситуації: використовується тривимірна геометрична й скінченно-елементна модель, задача розглядається як термопружна контактна, з урахуванням силового навантаження, зміни температури, величин зазору/натягу в отворах, попереднього затягування, тертя в з'єднанні, можливої наявності дефектів виконання отворів у ПКМ. ПКМ моделювали як 3D-ортотропний.

Враховано нові можливості, що з'явилися в новій версії програмного комплексу FEMAP/NX Nastran.

Показано, що вигин болтів під дією корисного навантаження викликає істотний перерозподіл напружень як у болтах, так й у пластині із ПКМ у зоні контакту з болтом, з появою пікових значень високого рівня.

Зроблено висновок, що слабка нелінійність дозволяє проводити обмежену кількість розрахунків і будувати інтерполяційні апроксимації для проміжних ситуацій. У такий спосіб можна створювати довідкові матеріали, затребувані в різних галузях промисловості, зокрема, в авіабудуванні.

**Ключові слова:** болтові з'єднання, композиційний матеріал, скінченно-елементне моделювання

**Abstract.** On the example of double-row double-shear bolted joint was carried out the adjustment of technique for calculation of bolted joints containing elements from a polymeric composite material (PCM). Calculations are as much as possible approximate to a real situation: the 3D-geometrical and finite-element model is used, the problem is considered as thermoelastic and contact, taking into account the loading, change of temperature, clearance/tightness size in the holes, preload, friction in the joint, possible presence of defects while making holes in PCM. PCM was designed as 3D-orthotropic.

*The new possibilities which have appeared in the new version of program complex FEMAP/NX Nastran are considered. It is shown that bending of bolts under the influence of useful loading causes essential redistribution of stress both in bolts, and in plate made of PCM in a zone of contact with the bolt, with the occurrence of peak values of high level. The conclusion is made that weak nonlinearity allows to make a limited number of calculations and to build interpolated approximations for intermediate situations. Thus it is possible to draw up reference materials needed in various industries, in particular, in aircraft engineering.*

**Keywords:** bolted joints, composite materials, finite-element modeling

1. Lawlor V.P., Stanley W.F., McCarthy M.A.. Characterisation of damage development in single-shear bolted composite joints. Journal of Plastics, Rubber and Composites. The Institute of Materials, London, UK, Vol. 31, No. 3, pp. 126-133.
2. Серенсен С.В., Зайцев Г.П. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами. – К.: Наук. думка, 1982. – 296 с.
3. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
4. Биргер И.А., Иосилевич Г.Б. Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 365 с.
5. Прочность, устойчивость, колебания. Том 2: Справочник / Под общ. ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1962. – 463 с.
6. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки / Пер. с англ. В.И. Контовта под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Наука, 1966. – 635 с.
7. Методология интегрированного проектирования и моделирования сборных самолетных конструкций / А.Г. Гребенников. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2006. – 532 с.
8. Johan Ekh, Joakim Schön, Gunnar Melin. Secondary bending in multi fastener, composite-to-aluminium single shear lap joints. – Composites. Part B: Engineering, 2005. – 36. – s. 195-208.
9. Межслойные эффекты в композитных материалах // Под ред. Н. Пейгано / Пер. с англ. – М.: Мир, 1993. – 346 с.

#### REFERENCES

1. Lawlor V.P., Stanley W.F., McCarthy M.A.. Characterisation of damage development in single-shear bolted composite joints. Journal of Plastics, Rubber and Composites. The Institute of Materials, London: UK, Vol. 31, No. 3, pp. 126-133.
2. Serensen S.V., Zajcev G.P. Nesushhaja sposobnost' tonkostennyh konstrukcij iz armirovannyh plastikov s defektami [Bearing ability of thin-walled constructions from reinforced plastics with imperfections] Kyiv: Nauk. dumka, 1982. 296 p.
3. Raschet na prochnost' detalej mashin: Spravochnik [Calculation on durability of details of machines: Reference book] I.A. Birger, B.F. Shorr, G.B. Iosilevich. Moscow: Mashinostroenie, 1979. 702 p.
4. Birger I.A., Iosilevich G.B. Rezbovyje i flancevyje soedinenija [Carving and butt Joints]. Moscow: Mashinostroenie, 1990. 365 p.
5. Prochnost, ustojchivost, kolebanija. Tom 2: Spravochnik [Durability, stability, oscillations. Volume 2: Reference book] Pod obshh. red. I.A. Birgera, Ja.G. Panovko. Moscow: Mashinostroenie, 1962. 463 p.
6. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York Toronto London: McGRAW-HILL BGGK COMPANY, Inc., 1959.
7. Metodologija integrirovannogo proektirovanija i modelirovanija sbornyh samoletnyh konstrukcij [Methodology of the integrated projection and simulation of modular aircraft constructions] A.G. Grebennikov. Kharkov: Nac. azerokosm. un-t "HAI", 2006. 532 p.
8. Johan Ekh, Joakim Schön, Gunnar Melin. Secondary bending in multi fastener, composite-to-aluminium single shear lap joints. Composites. Part B: Engineering, 2005. 36. pp. 195-208.
9. Mezhslojnyje jeffekty v kompozitnyh materialah [Interlaminar effects in composite materials] Pod red. N. Pejgano. Per. s angl. Moscow: Mir, 1993. 346 p.