ГІПОТЕЗИ. НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ НАУКОВИХ ТА ІНЖЕНЕРНИХ ПРОБЛЕМ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 621.391.833

МЕТОД ОЦІНКИ ВЗАЄМОДІЇ ВИПАДКОВИХ НЕКОРЕЛЬОВАНИХ ПЕРЕШКОД І СИГНАЛУ В СИСТЕМІ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Майстренко В.М., Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, м. Київ, Україна

Показано, що для оцінки взаємодії сигналу з перешкодами систему можна уявити в вигляді еквівалентної схеми з джерелом сигналу і каскадно включеними колами навантаження, конфігурація якої залежить від характеристик сигналу і перешкод та їх взаємодії: адитивної, мультиплікативної або змішаної. Приведену методику можна використати для аналізу впливу випадкової похибки вимірювання

Вступ

Передача інформації по каналам зв’язку суттєво ускладнюється через наявність шумів, перешкод та спотворень в каналі. В цих умовах проблема підвищення перешкодостійкості передачі повідомлень стає однією з найважливіших для сучасних засобів передачі інформації.

Загальна задача полягає в передачі певного повідомлення, котре створюється джерелом повідомлень. Множина повідомлень разом з їх ймовірностями створює ансамбль повідомлень [1]. Як джерело повідомлень може виступати також вимірювальний пристрій, в котрому роль перешкод виконують похибки вимірювань.

Здатність системи передачі інформації протидіяти шкідливому впливу перешкод називається перешкодостійкістю. Вперше основи теорії перешкодостійкості розроблені в [1]. В цій роботі поставлені та вирішені основні задачі та введений ряд фундаментальних понять. В подальшому в зв’язку з практичним використанням техніки передачі інформації питання перешкодостійкості були розширені та поглиблені в [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] та інших роботах.

В вимірювальній техніці для оцінки перешкодостійкості від випадкових похибок вимірювання в зв’язку з особливостями цього напряму та іншою науковою школою основні задачі розглядалися дещо в іншій площині [10], через що отримані інші, нажаль більш скромні результати. Але по суті обидва напрями, незважаючи на їх особливості, вирішують одну і ту ж задачу забезпечення перешкодостійкості. Тому в даній роботі не проводиться границя між похибками вимірювання та перешкодами іншого походження.

Постановка задачі

Повідомлення можна уявити у вигляді регулярного сигналу, в загальному вигляді як функцію часу $f(t)$. Це може бути безперервна функція безперервного часу або постійна в часі величина. Останній випадок відповідає передачі кодованого повідомлення (наприклад за допомогою двійкового коду при цифровій передачі інформації) або вимірюванню постійної величини. Далі сигнал передається по каналу передачі інформації, в котрому діє перешкода $\xi(t)$, шум або похибка вимірювання (далі перешкода). Перешкоди проявляють себе як детермінований або випадковий процес. Нас будуть цікавити випадкові перешкоди, дію яких прийнято оцінювати за допомогою щільності розподілу ймовірності випадкового процесу (функції розподілу).

Сигнал взаємодіє з перешкодою, в результаті чого на виході каналу виникає новий сигнал, спотворений перешкодою

$$x = U(f, \xi), \tag{1}$$

котрий обробляється пристроєм обробки інформації (приймачем, вимірювальним пристроєм) з метою отримання повідомлення — регулярного сигналу $f(t)$. Але в результаті дії перешкоди виділити сигнал $f(t)$ можна тільки в спотвореному вигляді $x(t)$. Задача системи передачі інформації полягає в тому, щоб сигнал $x(t)$ відрізнявся від сигналу $f(t)$ якомога менше.

Щоб оцінити спотворення регулярного сигналу $f(t)$ в результаті дії випадкових перешкод потрібно найбільш точно оцінити це спотворення, тобто відхилення отриманого сигналу $x(t)$ від переданого сигналу $f(t)$. Якщо перешкода $\xi(t)$ дуже спотворює сигнал, або якщо на цей сигнал одночасно діє багато перешкод, то для прийняття заходів по відновленню спотвореного сигналу потрібно встановити степінь і характер спотворення, особливо якщо діє кілька перешкод. Спектральне уявлення функції розподілу [11, 12, 13] відкриває нові можливості в цьому.

Оцінка дії перешкоди на сигнал

Сумісну дію двох випадкових процесів розглядають за допомогою двомірної функції розподілу $p_2(x, y)$. Якщо ці процеси незалежні, то [4]

$$p_2(x, y) = p_{1f}(x) p_{1\xi}(y). \tag{2}$$

Детермінований сигнал можна описати багатомірною функцією розподілу у вигляді добутку дельта-функцій [4]

$$p_n(x_1, \ldots, x_n, t_1, \ldots, t_n) = \prod_{i=1}^{n} \delta(x_i - f_i), \tag{3}$$

де $f_i = f(t_i)$.

Для квазідетермінованого сигналу, випадковий параметр котрого розподілений за законом $p_{1\vartheta}(x)$, багатомірна функція розподілу [4]

$$p_n(x_1, \ldots, x_n, t_1, \ldots, t_n) = p_{1f}(x_1, t_1) \prod_{i=2}^{n} \delta(x_i - \Phi_i), \tag{4}$$

де $\Phi_i = f[t_i, Q(x_1, t_1)]$; Q — функція зворотна f, а p_{1f} може бути знайдене з $p_{1\vartheta}(x)$ за правилами, приведеними в [4].

Сигнал, котрий несе інформацію, є квазідетермінованим. Але, якщо розглядати його на відносно невеликому проміжку часу, тобто досліджувати одну реалізацію, такий сигнал можна вважати регулярним (детермінованим), тому що кожне його миттєве значення буде заздалегідь відомим.

З іншого боку сигнал може бути розглянутий в спектральній формі. Для детермінованого сигналу або окремої реалізації сигналу спектральна форма отримується за допомогою перетворення Фур'є.

В загальному вигляді вплив перешкоди на сигнал, що проходить через канал, відображається виразом (1). Але в залежності від структури каналу оператор U може бути різним. Найчастіше взаємодія сигналу з перешкодою відбувається адитивно, тобто

$$x = f + \xi ,$$

мультиплікативно

$$x = uf \text{ або } x = \frac{1}{u} f \text{ (випадок ділення)},$$

де випадковий процес $u(t)$ є не негативним, одночасно адитивно та мультиплікативно

$$x = uf + \xi ,$$

і при більш складній взаємодії.

Взаємодію сигналу з перешкодою можна розглядати, аналізуючи окремо вплив перешкоди на кожну вибірку сигналу. Якщо функція розподілу перешкоди не змінюється від вибірки до вибірки, то ця взаємодія буде описуватися при аналізі однієї вибірки. Для складного випадку при аналізі потрібно використовувати вираз залежної функції розподілу [12].

Розглянемо математично взаємодію вибірки сигналу та випадкової перешкоди або двох випадкових перешкод при адитивній та мультиплікативній незалежній взаємодії, тобто при відсутності кореляційного зв'язку між сигналом і перешкодами. Виходячи з того, що функція розподілу суми випадкових незалежних процесів є згорткою [4]:

$$p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(v) p_2(x - v) dv , \tag{5}$$

знаходимо спектр функції розподілу (СФР), котрий, як відомо з теореми про спектр згортки [14, 15] дорівнює добутку спектрів окремих процесів

$$S_p(\omega) = S_{p_1}(\omega) S_{p_2}(\omega), \tag{6}$$

де $S_{p_1}(\omega)$ — СФР $p_1(x)$,

$S_{p_2}(\omega)$ — СФР $p_2(x)$.

З цього можна зробити висновок, що при підсумовуванні (або відніманні, що практично є однаковим процесом) випадкових сигналів або перешкод можна вважати, що ці сигнали взаємодіють каскадно, тобто один з сигналів є сигналом джерела, а інший — каналом (чотириполюсником) з відповідною частотною характеристикою. Випадкові сигнали, котрі підсумовуються, можна розглядати також як чотириполюсники, включені каскадно.

Таким чином взаємодія перешкоди з вибіркою сигналу призводить до того, що остання приймає форму функції розподілу перешкоди в цій точці. З спектральної точки зору нескінченно широкий спектр замінюється СФР. А це може відбуватися лише тоді, якщо вважати, що спектр вибірки сигналу проходить через коло, частотна характеристика котрого має вигляд, еквівалентний СФР перешкоди.

Якщо діє декілька перешкод, то можна вважати, що сигнал спотворюється, проходячи через коло, котре складається з відповідної кількості кіл з частотними характеристиками, що відповідають СФР кожної з перешкод.

При мультиплікативній взаємодії двох некорельованих випадкових процесів функція розподілу зводиться до функції розподілу добутку [4]

$$p(x)=\int_{-\infty}^{\infty} p_1(v)p_2\left(\frac{x}{v}\right)\frac{dv}{|v|}. \qquad (7)$$

Спектр цієї функції розподілу

$$S_p(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} p(x)e^{-j\omega x}dx=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x}dx\int_{-\infty}^{\infty} p_1(v)p_2\left(\frac{x}{v}\right)\frac{dv}{|v|}.$$

Змінемо порядок інтегрування

$$S_p(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} p_1(v)dv\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|v|}p_2\left(\frac{x}{v}\right)e^{-j\omega x}dx.$$

Виходячи з теореми масштабу [7]

$$S_{p_2}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|v|}p_2\left(\frac{x}{v}\right)e^{-j\omega x}dx.$$

Отже

$$S_p(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} p_1(v)S_{p_2}(v\omega)dv. \qquad (8)$$

Тобто СФР при мультиплікативній взаємодії двох некорельованих випадкових процесів дорівнює визначеному інтегралу по v від добутку функції розподілу першого випадкового процесу на СФР другого випадкового процесу, розтягнутий в v разів, якщо v змінюється від $-\infty$ до $+\infty$.

Якщо функція розподілу $p_2(x)$ описується дельта-функцією, що розташована на початку координат, то її спектр [11] $S_{p_2}(\omega)=1$, і тоді вираз (8) переходить в

$$S_p(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} xp_1(x)dx=a=0, \qquad (9)$$

через те, що центральний момент першого порядку дорівнює 0.

Якщо дельта-функція буде зміщеною від початку координат по вісі x на величину a — математичне сподівання першого випадкового процесу, то спектр такої функції [11] $S_{p_2}(\omega)=e^{-j\omega a}$, і тоді (9) приймає наступну форму

$$S_p(\omega)=e^{-j\omega a}\int_{-\infty}^{\infty} xp_1(x)dx=ae^{-j\omega a}. \qquad (10)$$

Таким чином, якщо детермінований сигнал має нульові значення, то СФР мультиплікативного процесу дорівнює нулю. При зростанні рівня детермінованого сигналу, тобто зміщенні процесу від початку координат по вісі x, СФР буде звужуватись, збільшуючи свою висоту в точці початку координат.

При діленні двох некорельованих процесів сумарна функція розподілу зводиться до функції розподілу частки [4]

$$p(x)=\int_{-\infty}^{\infty} p_1(v)p_2(vx)|v|dv. \qquad (11)$$

Спектр цієї функції розподілу по аналогії з попереднім випадком

$$S_p(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}p_1(v)dv\int_{-\infty}^{\infty}|v|p_2(vx)e^{-j\omega x}dx=\int_{-\infty}^{\infty}p_1(v)S_{p_2}\left(\frac{\omega}{v}\right)dv\,, \qquad (12)$$

Отже СФР при діленні двох некорельованих випадкових процесів дорівнює визначеному інтегралу по v від добутку функції розподілу першого випадкового процесу, на СФР другого випадкового процесу, стиснутий в v разів, якщо v змінюється від $-\infty$ до $+\infty$.

При функції розподілу $p_2(x)$, що описується дельта-функцією, котра розташована на початку координат по вісі x, СФР

$$S_p(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{p_1(x)}{x}dx=a_-=0\,. \qquad (13)$$

Введемо поняття першого негативного моменту розподілу випадкового процесу a_- (13), (центральний момент дорівнює 0).

При зміщенні дельта-функції від початку координат по вісі x на величину a загальний СФР

$$S_p(\omega)=e^{-j\omega a}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{p_1(x)}{x}dx=a_-e^{-j\omega a}\,. \qquad (14)$$

Як і для мультиплікативного процесу при множенні, при діленні двох некорельованих процесів, з яких один є детермінованим сигналом, якщо детермінований сигнал має нульове значення, то СФР процесу дорівнює нулю.

При зростанні рівня детермінованого сигналу, тобто зміщенні процесу від початку координат по вісі x, СФР буде звужуватись при постійній висоті в точці початку координат.

Можна показати, що на підставі отриманих результатів легко перейти до відомих співвідношень. Для цього в (6) розкладемо всі СФР в ряд Маклорена та обмежимося чотирма членами ряду. При цьому будемо вважати, що функції розподілу є симетричними, а їх моменти — центральними, тобто що математичне сподівання дорівнює нулю. Тому для всіх СФР (6) будуть справедливими співвідношення:

$$S'_p(0)=S'''_p(0)=0\,.$$

При цьому вирази для відповідних СФР

$$S_{p_1}(\omega)\approx 1+\frac{\omega^2}{2}\sigma_1^2;\quad S_{p_2}(\omega)\approx 1+\frac{\omega^2}{2}\sigma_2^2;\quad S_p(\omega)\approx 1+\frac{\omega^2}{2}\sigma^2\,, \qquad (15)$$

де σ_1, σ_2 та σ — середньоквадратичні відхилення для відповідних функцій розподілу.

Підставляючи (15) в (6), отримаємо

$$1+\frac{\omega^2}{2}\sigma^2=\left(1+\frac{\omega^2}{2}\sigma_1^2\right)\left(1+\frac{\omega^2}{2}\sigma_2^2\right)=1+\frac{\omega^2}{2}\sigma_1^2+\frac{\omega^2}{2}\sigma_2^2+\frac{\omega^4}{4}\sigma_1^2\sigma_2^2\,.$$

Звідки

$$\sigma^2=\sigma_1^2+\sigma_2^2+\frac{\omega^2}{2}\sigma_1^2\sigma_2^2\,. \qquad (16)$$

Але [6] $\sigma^2=S_p(0)$. Отже в (12) $\omega=0$, а тому

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 . \tag{17}$$

Отриманий вираз широко використовується, наприклад в теорії похибок [10].

До цього ж виразу можна підійти іншим шляхом. Якщо взяти похідну від (6), то будемо мати

$$\frac{dS_p(\omega)}{d\omega} = \frac{dS_{p_1}(\omega)}{d\omega} S_{p_2}(\omega) + \frac{dS_{p_2}(\omega)}{d\omega} S_{p_1}(\omega). \tag{18}$$

Друга похідна

$$S_p''(\omega) = S_{p_1}''(\omega) S_{p_2}(\omega) + S_{p_1}'(\omega) S_{p_2}'(\omega) + S_{p_1}(\omega) S_{p_2}''(\omega) + S_{p_1}'(\omega) S_{p_2}'(\omega) =$$
$$= S_{p_1}''(\omega) S_{p_2}(\omega) + 2S_{p_1}'(\omega) S_{p_2}'(\omega) + S_{p_1}(\omega) S_{p_2}''(\omega).$$

Звідки

$$S_p''(0) = -\sigma^2 = -\sigma_1^2 - 2a_1 a_2 - \sigma_2^2 ,$$

де a_1 та a_2 — математичні очікування першого та другого випадкових процесів відповідно, тобто

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + 2a_1 a_2 + \sigma_2^2 .$$

Для центральних розподілів $a_1 = a_2 = 0$, тому $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$, і отже приходимо до (17).

Таким чином спектральний аналіз впливу некорельованих випадкових перешкод на сигнал методом СФР зводиться до заміни системи передачі інформації еквівалентною електричною схемою, в котрій джерелом повідомлень буде генератор дельта-функції одиничної площі, котрий відповідає вибірці сигналу. Висота вибірки буде визначати положення дельта-функції на вісі x. Цей сигнал при адитивній взаємодії буде проходити послідовно через одне або декілька кіл, імпульсні характеристики котрих будуть відповідати функціям розподілу відповідних перешкод.

При мультиплікативній взаємодії сигналу і перешкоди, якщо обидва є випадковими, в еквівалентній схемі може створюватись генератор, що генерує імпульси, котрі описуються виразами (7) або (11) зі спектрами відповідно (8) і (12) при множенні або діленні. Якщо мультиплікативна дія відбувається на сигнал, який сформований в попередніх каналах, то створюється мультиплікативне пасивне коло, частотна характеристика котрого описується виразами (8) або (12). Мультиплікативний генератор, в складі котрого є вибірка детермінованого сигналу, буде видавати сигнал зі спектрами (10) або (14).

Мультиплікативну взаємодію сигналу і перешкоди, виходячи з (7) та (11) можна розглядати також як добуток імпульсних характеристик сигналу і перешкоди з відповідним масштабування процесу по сигналу в залежності від взаємодії у вигляді множення (7) або ділення (11).

Одночасна взаємодія адитивно і мультиплікативно сигналу з перешкодою в еквівалентній схемі означає проходження сигналу послідовно через два кола, одне з яких має імпульсну характеристику, що відповідає функції розподілу адитивної перешкоди, а друге — імпульсну характеристику аналогічну функції розподілу мультиплікативної перешкоди.

Якщо сигнал вважається випадковим, то потрібно знати функцію розподілу такого сигналу, котра може бути знайдена і експериментально. В цьому випадку в еквівалентній схемі джерело повідомлень буде генерувати не дельта-функцію, а імпульс, форма якого визначається функцією розподілу сигналу.

Розрахунок взаємодії сигналу з перешкодою, особливо якщо перешкод багато, зводиться до аналізу еквівалентної схеми і його легше проводити спектральним методом, а потім шляхом використання зворотного перетворення Фур’є знаходити функцію розподілу сумарного сигналу. Звичайно, розрахунок сигналу, котрий проходить через еквівалентну схему, може бути проведений будь-яким методом аналізу електронних схем.

Висновки

Оцінку впливу перешкоди на сигнал зручно проводити, розглядаючи сумарний сигнал у вигляді двомірної функції розподілу, котра через незалежність сигналу від перешкоди являє собою добуток функції розподілу перешкоди на дельта-функцію, що відповідає вибірці сигналу.

СФР суми незалежних випадкових процесів дорівнює добутку спектрів окремих процесів.

Мультиплікативну взаємодію сигналу і перешкоди можна розглядати як добуток імпульсних характеристик сигналу і перешкоди з відповідним масштабування процесу по сигналу в залежності від взаємодії у вигляді множення або ділення.

Аналіз впливу перешкод на сигнал методом СФР полягає в заміні системи сигнал – перешкода еквівалентною електричною схемою, в котрій джерелом повідомлень буде генератор дельта-функції одиночної площі, котрий відповідає вибірці сигналу, навантажений на включені каскадно кола, кожне з яких є еквівалентною схемою дії перешкоди і має частотну характеристику, що відповідає СФР перешкоди при адитивній взаємодії або відповідно створеній СФР при множенні та діленні сигналу і перешкоди. Отриманий на виході еквівалентної схеми електричний сигнал відповідає СФР сигналу, спотвореного перешкодою.

При підсумовуванні (або відніманні) випадкових сигналів або перешкод можна вважати, що ці сигнали взаємодіють каскадно, тобто один з сигналів є електричним сигналом джерела, а інший — чотириполюсником з частотною характеристикою, еквівалентною СФР цього сигналу.

Випадкові сигнали, котрі підсумовуються, при аналізі методом СФР можна розглядати як чотириполюсники з частотними характеристиками, що відповідають СФР, включені каскадно.

При підсумовуванні перешкоди з вибіркою сигналу СФР сумарного сигналу є СФР перешкоди.

При множенні двох незалежних випадкових сигналів сумарний СФР дорівнює визначеному інтегралу з нескінченними границями від добутку функції розподілу першого сигналу на СФР другого сигналу, розтягнутий в кількість разів, що відповідає змінній. В точках нульового детермінованого сигналу СФР також дорівнює нулю.

При діленні двох незалежних випадкових сигналів сумарний СФР дорівнює визначеному інтегралу з нескінченними границями від добутку функції розподілу першого сигналу на СФР другого сигналу, стиснутий в кількість разів, що відповідає змінній. В точках нульового детермінованого сигналу СФР також дорівнює нулю.

Якщо сигнали та перешкоди зв’язані між собою, то приведена методика оцінки їх взаємодії не може бути використана через ускладнення процесів, тому ця задача, що є дуже важливою як з практичної, так і з теоретичної точок зору, буде розглянута в подальших дослідженнях.

Література

1. В.А. Котельников. Теория потенциальной помехоустойчивости. – М.: «Госэнергоиздат», 1956. – 231 с.
2. Д. Мидлтон. Введение в статистическую теорию связи. — М.: «Советское радио», 1961/1962. – 782/831 с.
3. А.А. Харкевич. Борьба с помехами. – М.: «Наука», 1965. – 275 с.
4. Б.Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: «Советское радио», 1974. – 549 с.
5. В.И. Тихонов. Статистическая радиотехника. – М.: „Радио и связь”, 1982. – 623 с.
6. А.А. Харкевич. Теоретические основы радиосвязи. – М.: «Государственное издательство технико-теоретической литературы», 1957. – 347 с.
7. И.А. Липкин. Основы статистической радиотехники, теории информации и кодирования. – М.: «Советское радио», 1978. – 237 с.
8. А.Г. Зюко и др. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. – М.: «Радио и связь», 1985. – 271 с.
9. Дж. Бентад, А. Пирсол. Применение крреляционного и спектрального анализа. – М.: «Мир», 1983. – 312 с.
10. П.В. Новицкий, И.А. Зограф. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: «Энергоатомиздат», 1991. – 302 с.
11. В.М. Майстренко. Спектри одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник Національного Технічного Університету “Київський політехнічний інститут”, “Приладобудування – 2003”. – № 26. – С. 145–150.
12. В.М. Майстренко. Залежні функції розподілу випадкових процесів // Третя науково-технічна конференція “Приладобудування – 2004: Стан і перспективи” 20 – 21 квітня 2004 р. м. Київ, Україна, Збірка наукових праць – С. 138–139.
13. В.М. Майстренко. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Третя науково-технічна конференція “Приладобудування – 2004: Стан і перспективи” 20 – 21 квітня 2004 р. м. Київ, Україна, Збірка наукових праць – С. 137–138.
14. А.А. Харкевич. Спектры и анализ. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 235 с.
15. В.Г. Криксунов. Спектральний аналіз електричних сигналів. – К.: Техніка, 1971. – 193 с.

Майстренко В.Н. **Некоторые вопросы взаимодействия случайных некоррелированных помех и сигнала в системе передачи информации.** Показано, что для оценки взаимодействия сигнала с помехой систему можно представить в виде эквивалентной схемы с источником сигнала и каскадно включенными цепями нагрузки, конфигурация которой зависит от характеристик сигнала и помех, а также их взаимодействия: аддитивного, мультипликативного или смешанного. Приведенную методику можно использовать для анализа влияния случайной погрешности измерения.	Maistrenko V.N. **Some questions of the interaction casual no correlated hindrances and signal in system of the issue to information.** It is shown that for estimation of the interaction of the signal with hindrance system possible to present in the manner of equivalent scheme with the source of the signal and cascade included chain of the load, which deskside depends on features of the signal and hindrances, as well as their interactions: additive, multiplicative or mixed. The methods possible to use for analysis of the influence to casual inaccuracy of the measurement are broughted.

Надійшло до редакції
11 жовтня 2004 року