

*Гіпотези. Нестандартні методи рішення наукових та інженерних проблем  
приладобудування*

**ГІПОТЕЗИ. НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ НАУКОВИХ ТА  
ІНЖЕНЕРНИХ ПРОБЛЕМ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ**

УДК 519.246

**ЗВ'ЯЗОК СПЕКТРА ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ СТАЦІОНАРНОГО  
ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ З ЕНЕРГЕТИЧНИМ СПЕКТРОМ**

*Майстренко В.М., Національний технічний університет України “Київський  
політехнічний інститут”, м. Київ, Україна*

*Встановлений зв'язок між спектральним способом опису одомірної функції розподілу випадкового процесу та енергетичним спектром стаціонарного випадкового процесу. Показано, що на підставі енергетичного спектра можна визначити функцію розподілу випадкового процесу і навпаки. Приведені інші оцінки випадкових процесів*

**Вступ. Постановка завдання**

Інформація, що передається по каналу зв'язку або отримується в результаті вимірювання, міститься в сигналі. До прийому повідомлення сигнал розглядають як випадковий процес. Перешкоди, котрі притаманні будь-якому каналу зв'язку, також представляють собою випадковий процес.

Якщо усереднити комплексну спектральну щільність по всім реалізаціям, то отримаємо нульовий спектр процесу через випадковість і незалежність фаз спектральних складових в різних реалізаціях. Тому вводиться поняття спектральної щільності середнього квадрату випадкової функції, котра не залежить від фазування гармонік, що підсумовуються. Енергетичний спектр зв'язаний з кореляційною функцією випадкового процесу парою перетворень Фур'є та широко використовується в теорії випадкових сигналів і дає можливість описати випадковий процес за допомогою детермінованого сигналу [1].

З іншого боку випадковий процес описується іншими характеристиками: законом розподілу ймовірності випадкового процесу та щільністю ймовірності випадкового процесу (функцією розподілу). Можна представляти випадковий процес також за допомогою прямого перетворення Фур'є функції розподілу (СФР), що як і енергетичний спектр, забезпечує опис випадкового процесу детермінованим сигналом [2, 3, 4, 5, 6]. Але оскільки енергетичний спектр є усередненою характеристикою випадкового процесу, потрібно встановити взаємозв'язок з функцією розподілу, яка більш точно характеризує випадковий процес. Оцінка випадкового процесу за допомогою енергетичного спектра та СФР дозволяє встановити зв'язок між спектрами та сигналами, котрі зв'язані з цими спектрами парою перетворень Фур'є, тобто функцією розподілу та кореляційною функцією. Розглянемо це питання спочатку для більш простого – стаціонарного випадкового процесу.

**Зв'язок енергетичного спектра випадкового процесу з СФР**

Припустимо, що  $F(\omega)$  — енергетичний спектр стаціонарного випадкового процесу з нульовим середнім значенням. Для енергетичного спектра, як відомо

[1, 7], справедливим є наступне співвідношення:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega,$$

де  $\sigma$  — середнє квадратичне відхилення.

З іншого боку [4]

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx,$$

де  $p(x)$  — функція розподілу.

Отже

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega. \quad (1)$$

Це співвідношення зв'язує функцію розподілу стаціонарного випадкового процесу з нульовим середнім значенням з його енергетичним спектром. Спектром Фур'є функції  $x^2 p(x)$  є друга похідна від СФР [2]:

$$S_p''(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) e^{-j\omega x} dx.$$

На підставі зворотного перетворення Фур'є

$$x^2 p(x) = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_p''(\omega) e^{j\omega x} d\omega.$$

Проінтегруємо вираз по  $x$  в границях  $\pm\infty$ :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx &= - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_p''(\omega) e^{j\omega x} d\omega dx = - \int_{-\infty}^{\infty} S_p''(\omega) d\omega \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} dx = \\ &= - \int_{-\infty}^{\infty} S_p''(\omega) \delta(\omega) d\omega = -S_p''(0), \end{aligned}$$

а потім підставимо в (1). В результаті

$$S_p''(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_p''(\omega) \delta(\omega) d\omega = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega,$$

Використаємо рівність Парсеваля, що визначає розподіл енергії [1]

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [S(\omega)]^2 d\omega, \quad (2)$$

де  $S(\omega)$  — спектр функції  $f(x)$ .

Якщо  $S^2(\omega)$  є спектром функції  $K(x)$ , то вона дорівнює згортці функції  $f(x)$  [1, 7, 8]:

$$K(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\chi) f(\chi - x) d\chi. \quad (3)$$

Спектр  $S^2(\omega)$  в (2) є енергетичним спектром, а в нашому випадку

$S^2(\omega) = F(\omega)$  — це енергетичний спектр випадкового процесу. Таким чином енергетичний спектр  $F(\omega)$  є спектром функції (4). А функція  $f^2(x)$  в (2) — це функція  $x^2 p(x)$ . Звідки

$$f(x) = \pm x \sqrt{p(x)}. \quad (4)$$

Підставляючи (4) в (3) отримаємо вираз для функції, що має енергетичний спектр  $F(\omega)$ , а це є кореляційною функцією:

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(x-\tau) \sqrt{p(x)p(x-\tau)} dx. \quad (5)$$

При цьому відомо, що  $K(0) = \sigma^2$ . Якщо знайти  $K(0)$  з (6), то

$$K(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = D = \sigma^2,$$

де  $D$  — дисперсія випадкового процесу, що співпадає з відомим виразом [1].

Спектр  $S(\omega)$  — це спектр функції  $f(x)$ , що визначається виразом (4)

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x \sqrt{p(x)} e^{-j\omega x} dx.$$

Енергетичний спектр випадкового процесу є перетворенням Фур'є від кореляційної функції, тобто

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau,$$

тому, підставляючи вираз для кореляційної функції (6), отримаємо:

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau-x) \sqrt{p(x)p(\tau-x)} e^{-j\omega \tau} dx d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x \sqrt{p(x)} dx \int_{-\infty}^{\infty} (\tau-x) \sqrt{p(\tau-x)} e^{-j\omega \tau} d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \sqrt{p(x)} e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} (\tau-x) \sqrt{p(\tau-x)} e^{-j\omega(\tau-x)} d(\tau-x) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \sqrt{p(x)} e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} \mu \sqrt{p(\mu)} e^{-j\omega(\mu)} d(\mu) = S^2(\omega). \end{aligned}$$

Звідки

$$\begin{aligned} F(\omega) &= S(\omega)S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x \sqrt{p(x)} e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} x \sqrt{p(x)} e^{-j\omega x} dx = \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) e^{-j\omega x} dx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} dx = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) \delta(\omega) e^{-j\omega x} dx = \\ &= 2\pi \delta(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) e^{-j\omega x} dx = -2\pi S_p''(\omega) \delta(\omega). \end{aligned} \quad (6)$$

або

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-j\omega x} dx = S_p(\omega)S_{x^2}(\omega). \quad (7)$$

Для аналізу отриманого результату припустимо, що дві функції  $f_1(x)$  та  $f_2(x)$  мають спектральні функції відповідно  $S_1(\omega)$  та  $S_2(\omega)$ , причому функція  $f(x)$  є згорткою цих функцій, тобто

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\chi)f_2(\chi - x)dx.$$

Тоді, відповідно до теореми про спектр згортки [1, 3, 10], спектр функції  $f(x)$

$$S(\omega) = S_1(\omega)S_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x)e^{-j\omega x} dx.$$

Змінимо порядок інтегрування. В результаті отримаємо:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)f_2(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} dx = 2\pi S_d(\omega)\delta(\omega),$$

де  $S_d(\omega)$  – спектр добутку функцій  $f_1(x)$  та  $f_2(x)$ .

Спектр добутку цих функцій є згорткою спектрів  $S_1(\omega)$  та  $S_2(\omega)$  [1, 7, 8]. Отже спектр згортки двох функцій дорівнює спектру добутку цих функцій, помноженому на  $2\pi\delta(\omega)$ .

Можна також показати, що на підставі симетрії перетворення Фур'є виконується аналогічне співвідношення для сигналів. Якщо спектром  $S(\omega)$  функції  $f(x)$  є згортка двох спектральних функцій  $S_1(\omega)$  та  $S_2(\omega)$ , що є відповідно спектрами функцій  $f_1(x)$  та  $f_2(x)$ , то функція  $f(x)$  дорівнює функції  $f_d(x)$ , спектр котрої є добутком спектрів  $S_1(\omega)$  та  $S_2(\omega)$ , помноженому на  $\delta(x)$ ,

тобто якщо 
$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j\omega x} dx, \quad S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\nu)S_2(\nu - \omega)d\nu,$$

$$f_d(x) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega)S_2(\omega)e^{j\omega x} d\omega \quad \text{і} \quad S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)e^{-j\omega x} dx \quad \text{та} \quad S_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x)e^{-j\omega x} dx, \quad \text{то}$$

$$f(x) = f_d(x)\delta(x).$$

Виходячи з (7) можна кореляційну функцію зв'язати з функцією розподілу крім виразу (5) наступним виразом:

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \tau)^2 p(x)dx.$$

У виразі (6) енергетичний спектр, що є спектром згортки функції розподілу та функції  $x^2$ , дорівнює спектру добутку цих функцій, тобто другій похідній від СФР, помноженому на  $2\pi\delta(\omega)$ . З погляду спектрального уявлення цей результат можна пояснити тим, що коефіцієнт  $2\pi\delta(\omega)$  підсилює складові, котрі

наближаються до  $\omega = 0$  і послабляє ті, що від віддалені від нульової частоти.

Енергетичний спектр на підставі (7) можна визначити як СФР, помножений на спектр функції  $x^2$ . При цьому спектр функції  $x^2$  можна вважати частотною характеристикою чотириполюсника, через котрий проходить сигнал, що має своїм спектром СФР і таким чином утворює енергетичний спектр випадкового сигналу із заданим СФР. В цьому випадку  $x^2$  буде імпульсною характеристикою чотириполюсника.

Якщо імпульсна характеристика кола буде постійною величиною, наприклад одиницею, тобто  $g_1(x) = 1$ , то інтегралом від цієї функції буде

$$g_x(x) = \int_{-\infty}^x g_1(\chi) d\chi = \int_{-\infty}^x d\chi = x,$$

а  $g_{x^2}(x) = x^2$  буде інтегралом від  $g_x(x) = x$ :

$$g_{x^2}(x) = \int_{-\infty}^x g_x(\chi) d\chi = \int_{-\infty}^x \chi d\chi = x^2.$$

Спектр функції  $g_1(x)$  є частотною характеристикою кола з імпульсною характеристикою 1, тобто

$$S_1(\omega) = K_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(x) e^{-j\omega x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} dx = 2\pi\delta(\omega). \quad (8)$$

Тоді спектр інтеграла від цієї функції (частотну характеристику кола з імпульсною характеристикою  $g_x(x) = x$  можна отримати шляхом ділення (8) на  $j\omega$  [1, 7, 8]):

$$S_x(\omega) = K_x(\omega) = S_{1(-1)}(\omega) = \frac{S_1(\omega)}{j\omega} = \frac{2\pi}{j\omega} \delta(\omega), \quad (9)$$

Аналогічно спектр інтеграла від функції  $g_{x^2}(x) = x^2$ , тобто частотну характеристику  $K_{x^2}(\omega)$  чотириполюсника, котрий має імпульсну характеристику  $g_{x^2}(x) = x^2$ , можна отримати шляхом ділення  $K_x(\omega)$  на  $j\omega$ . Отже

$$S_{x^2}(\omega) = K_{x^2}(\omega) = S_{1(-2)}(\omega) = \frac{K_1(\omega)}{j\omega} = -\frac{K_x(\omega)}{\omega^2} = -\frac{2\pi}{\omega^2} \delta(\omega).$$

З іншого боку якщо функція  $f(x)$  має спектр Фур'є  $S(\omega)$ , то перша похідна від спектральної функції

$$S'_\omega(\omega) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j\omega x} dx \right]'_{\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \left[ e^{-j\omega x} \right]'_x = -j \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) e^{-j\omega x} dx.$$

Друга похідна

$$S''_\omega(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) e^{-j\omega x} dx.$$

Тобто похідна спектра функції — це спектр цієї функції, помноженої на

–  $jx$ , що витікає з теореми про спектр похідної [1, 7, 8].

Тому при проходженні сигналу  $f(x)$  через коло з імпульсною характеристикою  $g_x(x) = x$  спектр цього сигналу повинен множитися на частотну характеристику кола. При цьому спектр сигналу диференціюється (сигнал інтегрується), але домножитья на дельта-функцію з коефіцієнтом  $2\pi$ :

$$\begin{aligned} S_{K_x}(\omega) &= S(\omega)K_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} xe^{-j\omega x} dx = \\ &= -j \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} dx = j2\pi S'_{\omega}(\omega)\delta(\omega). \end{aligned}$$

Відповідно при проходженні сигналу через коло з імпульсною характеристикою  $g_{x^2}(x) = x^2$  спектр сигналу

$$\begin{aligned} S_{K_{x^2}}(\omega) &= S(\omega)K_{x^2}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-j\omega x} dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)e^{-j\omega x} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} dx = -2\pi S''_{\omega}(\omega)\delta(\omega). \end{aligned}$$

Але імпульсна характеристика є відгуком на дію одиничного імпульсу  $\delta(x)$ . Через це чотиріполюсник, що не змінює коефіцієнт передачі в залежності від вхідної дії одиничного імпульсу  $\delta(x)$ , передасть цей імпульс на вихід без спотворення, і його імпульсна характеристика буде  $\delta(x)$ , а частотна характеристика буде рівномірною в усьому діапазоні частот, тобто  $K(\omega) = 1$ . Таким чином ідеальне інтегруюче коло буде мати імпульсну характеристику  $g_{\text{int}}(x) = x\delta(x)$  і частотну характеристику  $K_{\text{int}}(\omega) = \frac{1}{j\omega}$ , а подвійне інтегруюче коло — відповідно  $g_{2\text{int}}(x) = x^2\delta(x)$  та  $K_{2\text{int}}(\omega) = -\frac{1}{\omega^2}$ .

Коло з імпульсною характеристикою  $x$  не є інтегруючим, тому в його частотній характеристиці (9) з'являється коефіцієнт  $2\pi\delta(\omega)$ , що є частотною характеристикою кола з імпульсною характеристикою  $g_1(x) = 1$ . Через симетричність перетворення Фур'є коло з частотною характеристикою  $K(\omega) = 1$ , буде мати імпульсну характеристику  $g(x) = \delta(x)$ .

Реальні кола не можуть мати імпульсні характеристики  $g_x(x) = x$  та  $g_{x^2}(x) = x^2$  через те, що ці функції змінюються в нескінченно широких границях. Тому для практичних розрахунків та досліджень більш раціонально обмежити діапазон зміни аргументу певною величиною  $\pm X$ , котру для обмеженої функції розподілу задає сама ця функція. Для необмеженої функції розподілу, наприклад при нормальному законі розподілу, вводити обмеження теж раціонально, але вводити його можна на підставі значення функції, а не

аргументу.

Обмежені в діапазоні  $\pm X$  імпульсні характеристики  $g_x(x)$  та  $g_{x^2}(x)$  показані на рис. 1.

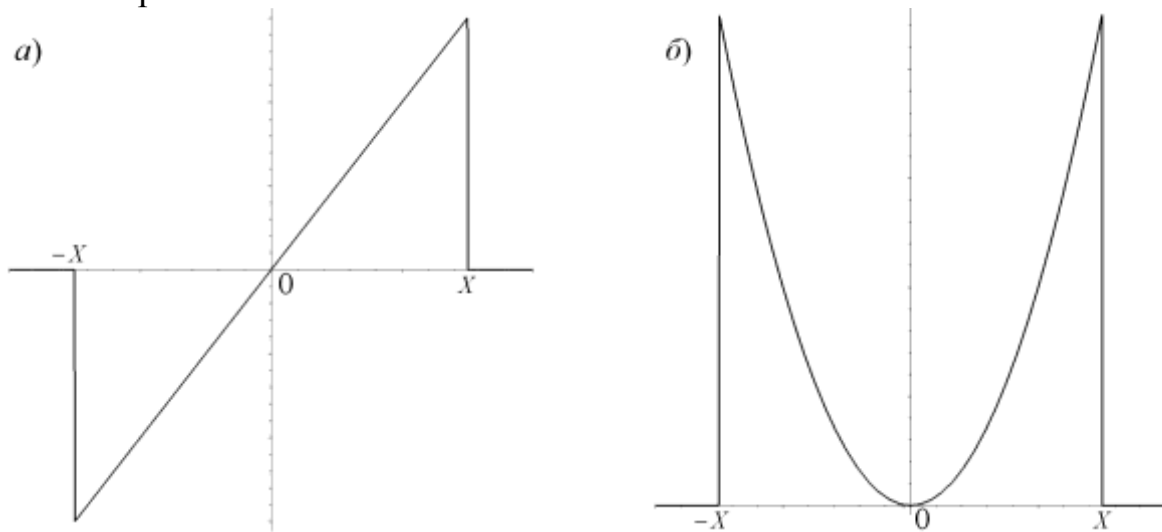


Рисунок 1 – Імпульсні характеристики з обмеженою зміною аргументу:

$$g_x(x) = x \text{ (a)}, \quad g_{x^2}(x) = x^2 \text{ (б)}$$

В цьому випадку частотна характеристика  $K_x(\omega)$

$$K_x(\omega) = \int_{-X}^X x e^{-j\omega x} dx = j2 \frac{\omega X \cos \omega X - \sin \omega X}{\omega^2}, \quad (10)$$

а частотна характеристика  $K_{x^2}(\omega)$

$$K_{x^2}(\omega) = \int_{-X}^X x^2 e^{-j\omega x} dx = 2 \frac{[(\omega^2 X^2 - 2)\sin \omega X + 2\omega X \cos \omega X]}{\omega^3}. \quad (11)$$

Графічне зображення частотних характеристик (10) та (11) приведені на рис. 2.

Таким чином знаходження енергетичного спектра випадкового процесу зведеться до знаходження добутку СФР та функції  $K_{x^2}(\omega)$ .

На підставі отриманих результатів як приклад знайдемо кореляційні функції стаціонарних випадкових процесів, що описуються функціями розподілу з рівномірним та трикутним законами розподілу.

Для рівномірного закону розподілу енергетичний спектр на підставі СФР [11]

$$F_{\text{рів.}}(\omega) = \frac{\sin \omega X}{\omega X} K_{x^2}(\omega) = 2 \frac{\sin \omega X}{\omega^4 X} [(\omega^2 X^2 - 2) + 2\omega X \cos \omega X],$$

а для трикутного закону розподілу

$$F_{\text{трик.}}(\omega) = 2 \frac{1 - \cos \omega X}{\omega^2 X^2} K_{x^2}(\omega) = 4 \frac{1 - \cos \omega X}{\omega^5 X^2} [(\omega^2 X^2 - 2)\sin \omega X + 2\omega X \cos \omega X].$$

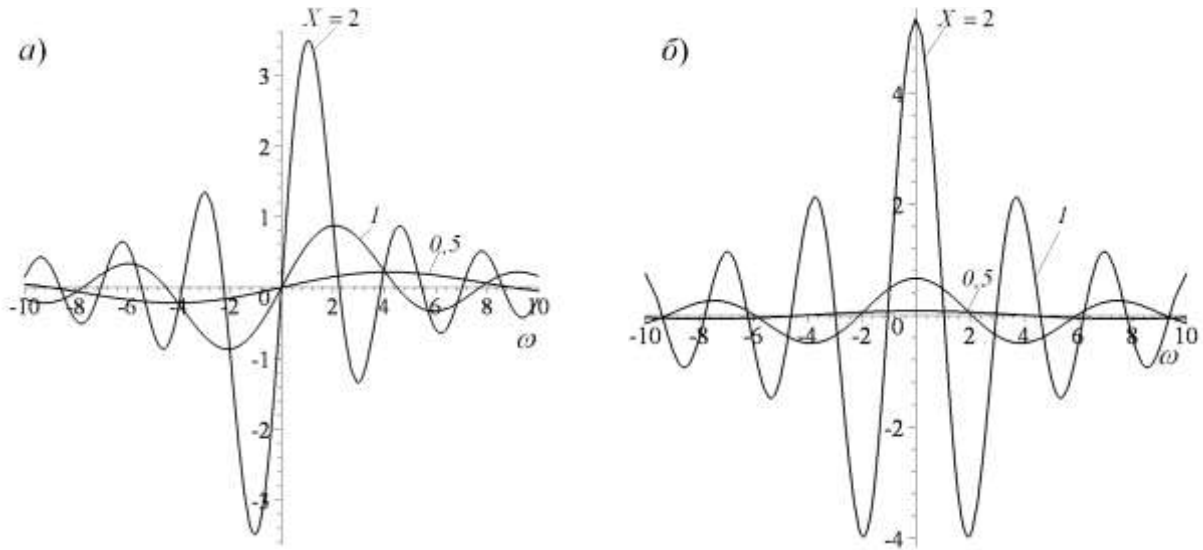


Рисунок 2 – Частотні характеристики кіл з імпульсними характеристиками, зображеними: на рис. 1а (а), на рис. 1б (б)

Графіки цих функцій при  $X = 2$  приведені на рис. 3.

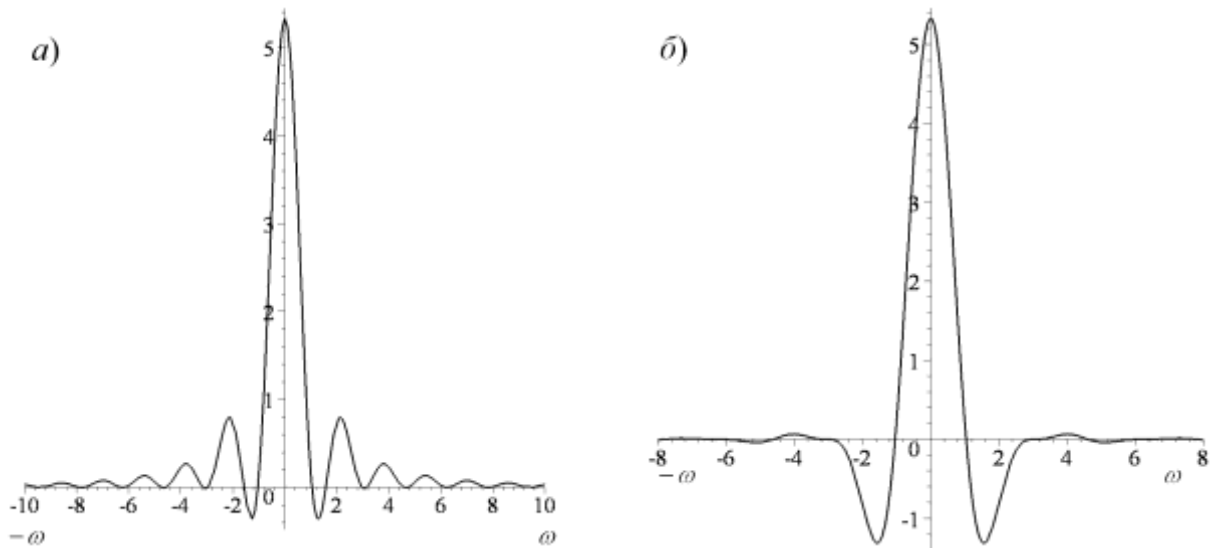


Рисунок 3 – Енергетичні спектри: при рівномірному розподілі випадкового процесу (а) та трикутному розподілі (б)

За допомогою зворотного перетворення Фур'є від енергетичних спектрів можна перейти до кореляційних функцій цих процесів. Для рівномірного закону розподілу

$$\begin{aligned}
 K_{\text{рів.}}(\tau) = & \frac{\pi}{6X} \{ \tau^3 [\text{sgn}(\tau + 2X) - 2 \text{sgn} \tau + \text{sgn}(\tau - 2X)] + \\
 & + 3\tau^2 X [\text{sgn}(\tau + 2X) - \text{sgn}(\tau - 2X)] + \\
 & + 3\tau X^2 [\text{sgn}(\tau - 2X) - 2 \text{sgn} \tau + \text{sgn}(\tau + 2X)] + 2X^3 [\text{sgn}(\tau + 2X) - \text{sgn}(\tau - 2X)] \}.
 \end{aligned}$$



Для трикутного закону розподілу

$$K_{\text{трик.}}(\tau) = \frac{\pi}{12X^2} \{ \tau^4 [2 \operatorname{sgn}(\tau - X) - 2 \operatorname{sgn}(\tau + X) - \operatorname{sgn}(\tau - 2X) + \operatorname{sgn}(\tau + 2X)] + \\ + 4\tau^3 X [\operatorname{sgn}(\tau - 2X) - 2 \operatorname{sgn} \tau + \operatorname{sgn}(\tau + 2X)] + 6\tau^2 X^2 [\operatorname{sgn}(\tau + 2X) - \operatorname{sgn}(\tau - 2X)] + \\ + 8\tau X^3 [\operatorname{sgn}(\tau + 2X) + \operatorname{sgn}(\tau - 2X) - \operatorname{sgn}(\tau + X) - \operatorname{sgn}(\tau - X)] + \\ + 2X^4 [3 \operatorname{sgn}(\tau - X) - 3 \operatorname{sgn}(\tau + X) + 4 \operatorname{sgn}(\tau + 2X) - 4 \operatorname{sgn}(\tau - 2X)] \}.$$

Графіки відповідних кореляційних функцій при  $X = 1,5$  приведені на рис. 4.

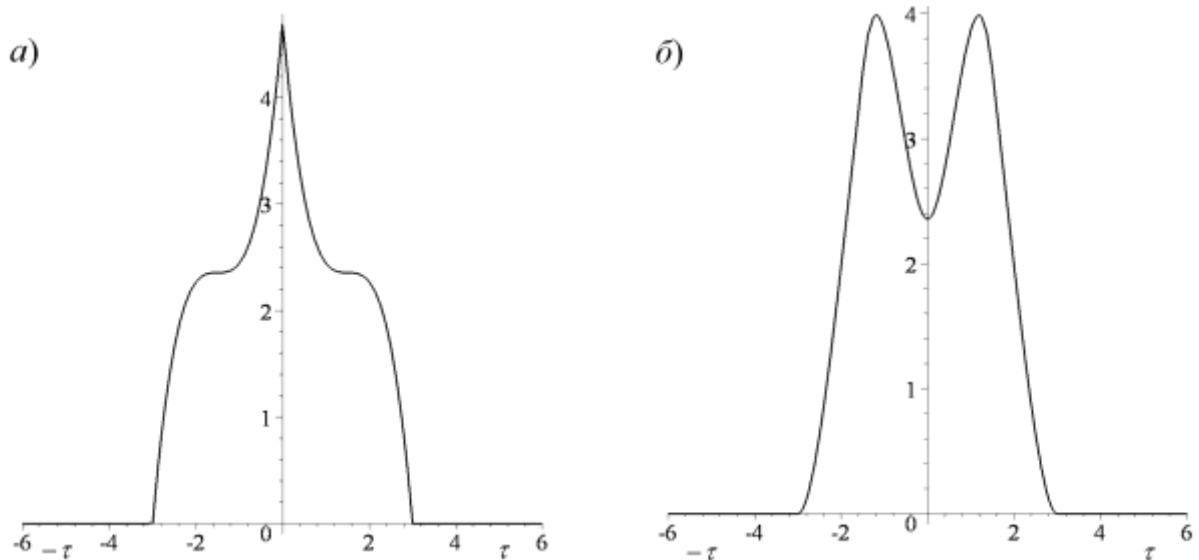


Рисунок 4 – Кореляційні функції: при рівномірному розподілі випадкового процесу (а) та трикутному розподілі (б)

### Висновки

Між кореляційною функцією та енергетичним спектром випадкового процесу з одного боку і функцією розподілу та СФР з іншого боку існує жорсткий зв'язок через те, що всі ці параметри усереднено характеризують один і той же випадковий процес.

Спектр згортки двох функцій дорівнює спектру добутку цих функцій, помноженому на  $2\pi\delta(\omega)$ . Функція, спектром якої є згортка двох спектрів, дорівнює функції, спектром якої є добуток цих функцій, помноженій на  $\delta(x)$ .

Енергетичний спектр випадкового процесу дорівнює другій похідній від СФР по частоті з знаком „мінус”, помноженій на коефіцієнт  $2\pi\delta(\omega)$ . Енергетичний спектр випадкового процесу також можна знайти шляхом множення СФР цього процесу на спектр функції  $x^2$ . Для спрощення розрахунку енергетичного спектра цим методом доцільно знаходити спектр функції  $x^2$  в обмеженому діапазоні зміни аргументу, в якому зосереджена основна частина площі функції розподілу.

Кореляційна функція випадкового процесу є згорткою функції розподілу цього процесу з квадратом аргументу.

Отримані співвідношення дозволяють теоретично або практично за допомогою відповідних приладів визначити всі основні характеристики випадкового процесу якщо відома хоча б одна з них.

Перспективою подальших досліджень з розглянутих питань є моделювання СФР нестационарно випадкового процесу.

### Література

1. И.С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Советское радио, 1971. – 671 с.
2. В.М. Майстренко. Спектри одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник національного технічного університету “Київський політехнічний інститут”. Серія приладобудування – 2003. – № 26. – С. 145–150.
3. В.М. Майстренко. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Третя науково-технічна конференція “Приладобудування: стан і перспективи”, 20 – 21 квітня 2004 р. Збірка наукових праць. Тези доп., Київ, 2004. – С. 137–138.
4. В.М. Майстренко. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник національного технічного університету “Київський політехнічний інститут”. Серія приладобудування – 2004. – № 27. – С. 163–170.
5. В.М. Майстренко. Залежні функції розподілу випадкових процесів // Третя науково-технічна конференція “Приладобудування: стан і перспективи”, 20 – 21 квітня 2004 р. Збірка наукових праць. Тези доп., Київ, 2004. – С. 138–139.
6. В.М. Майстренко. Залежні функції розподілу випадкових процесів // Методи та прилади контролю якості. – 2004. – № 12. – С. 77–80.
7. А.А. Харкевич. Спектры и анализ. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 235 с.
8. В.Г. Криксунов. Спектральный анализ электрических сигналов. – К.: Техніка, 1971. – 193 с.
9. Б.Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Советское радио, 1974. – 549 с.
10. В.М. Майстренко. Метод оцінки взаємодії випадкових некорельованих перешкод і сигналу в системі передачі інформації // Вісник національного технічного університету “Київський політехнічний інститут”. Серія приладобудування – 2004. – № 28. – С. 155–162.
11. В.И. Тихонов. Статистическая радиотехника. – М.: Радио и связь, 1982. – 623 с.

**Майстренко В.Н. Связь спектра функции распределения стационарного случайного процесса с энергетическим спектром.**

Установлена связь между спектральным способом описания одномерной функции распределения случайного процесса и энергетическим спектром стационарного случайного процесса. Показано, что на основании энергетического спектра можно определить функцию распределения случайного процесса и наоборот. Приведены другие оценки случайных процессов.

**Maystrenko V.N. Connection of a spectrum of function of distribution of stationary casual process with a power spectrum.**

The connection between a spectral way of the description of one-dimensional function of distribution of casual process and power spectrum of stationary casual process is established. Is shown, that on the basis of a power spectrum it is possible to define function of distribution of casual process and on the contrary. Other estimations of casual processes are given.

*Надійшло до редакції  
21 липня 2005 року*