

ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

УДК 629.7.054

НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ ІНТЕГРУВАННЯ РІВНЯНЬ ПОПЛАВЦЯ ГІРОСКОПА З НЕНУЛЬОВОЮ ГАУСОВОЮ КРИВИЗНОЮ

Мельник В.М., Карачун В.В., Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, м. Київ, Україна

Створюється наукове підґрунтя опису динамічного стану рухомої частини двостепеневого поплавкового гіроскопа в умовах дії на нього зовнішніх збурень довільної структури і фізичної природи. Окреслене коло прикладних задач оптимізації геометрії поплавця

Вступ

Висока надійність поплавкових двостепеневих гіроскопів, які серійно випускаються промисловістю, забезпечила їм довгострокове використання на широкому загалі рухомих об'єктів, в тому числі і пілотажного, і навігаційного призначення. Разом з тим, як свідчать експериментальні дослідження, за натурних умов ці прилади можуть втрачати свої якості. Йдеться про їх роботу в умовах проникаючого акустичного випромінювання, силових та кінематичних збурень тощо.

Вібрація, яка генерується в підвісі поплавкового гіроскопа, значно погіршує його паспортні параметри і, природно, погіршує тактико-технічні характеристики рухомих об'єктів взагалі. Тому постає нагальна потреба більш ретельного аналізу динаміки поплавкових приладів.

Найбільш вразливою частиною підвісу гіроскопа до дії акустичного навантаження виявляється поплавець. Справа ускладнюється тим, що він оточений рідиною, яка слугує чудовим ретранслятором звукових хвиль. Дифракція акустичного поля на бічній та торцевих поверхнях призведе до виникнення моментів, що сприймаються приладом як “хибна” кутова швидкість.

Аналіз динаміки бортової апаратури в акустичних полях має вже досить істотні напрацювання [1, 2, 3, 4], в тому числі і вплив анізотропності рідинно фазної частини [5]. Числовий аналіз генеруємої акустичної вібрації дає змогу стверджувати, що найбільш піддатливим є згинний рух поплавця [6]. Тому логічно проаналізувати динаміку поплавця з ненульовою Гаусовою кривизною (опукла чи угнута бічна поверхня) з метою оцінки доцільності їх введення. Окрім того, це надасть змогу узагальнити теорію, з одного боку, і провести порівняльний аналіз із класичним циліндром – з другого.

Постановка задачі

Вирішення поставлених питань логічно розпочати із побудови розрахункової моделі явища, формулювання методики та засобів інтегрування дещо спрощених рівнянь згинного руху поверхні поплавця (мається на увазі довільна

геометрія лінії меридіану). Наступні кроки полягають у поетапному аналізі коливальних процесів та з'ясуванні ступеня перехресного впливу пружних деформацій за всіма напрямками.

Метою досліджень постає встановлення закономірності вимушеного згинного руху підвісу гіроскопа в площині шпангоута на підґрунті пропонованої методики інтегрування рівнянь.

Зміст наближеного метода інтегрування рівнянь

Викладемо суть в самому загальному вигляді, що дозволить отримати окремі випадки.

Уявимо, що поверхня поплавця навантажена довільним зовнішнім збуренням – розподіленим, зосередженим в точці, вздовж лінії, площі тощо. Вважаємо також, що на торцях поплавця ($z = 0$, $z = 1$) задані деякі граничні умови – кінематичні, геометричні або силові.

Метод складається з двох частин:

- спочатку проводиться процедура розподілення змінних в рівняннях руху за допомогою метода Фур'є;
- потім застосовується метод Бубнова-Гальоркіна.

Оскільки вивчаються замкнені оболонки обертання, тому в коловому напрямку (в напрямку паралелі) слід очікувати періодичності силових та кінематичних полів, отже можна стверджувати, що вони деяким чином залежать від функцій $\cos k\varphi$, $\sin k\varphi$ ($k = 0, 1, \dots$).

В свою чергу, зовнішнє динамічне навантаження також може бути періодичним за кільцевою координатою φ . Але навантаження $q_i^* = q_i^*(t, z, \varphi)$, $i = 1, 3$ завжди можна, хоча б формально, навести у вигляді рядів Фур'є за координатою φ . Тому вважаємо, що

$$q_i^* = q_i^*(t, z, \varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} [q_{ik}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + q_{ik}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi], \quad (1)$$

а пружні коливання поверхні поплавця матимуть вигляд:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty} [U_{z,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi]; \quad (2)$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty} [U_{\varphi,k}^{(1)}(t, z) \sin k\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t, z) \cos k\varphi]; \quad (3)$$

$$W = \sum_{k=0}^{\infty} [W_k^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + W_k^{(2)}(t, z) \sin k\varphi], \quad (4)$$

де U_z , U_φ , W – пружні переміщення поверхні в поздовжньому, кільцевому та радіальному напрямках відповідно.

Слід зазначити, що $k = 0$ відповідає асиметричному навантаженню, $k = 1$ – невісесиметричному (або антисиметричному), $k \geq 2$ – циклічному.

Модернізуємо метод Бубнова-Гальоркіна введенням функцій $z^m(1-z)^n$ Кравчука, за допомогою котрих вирішуються ускладнення при формулюванні граничних умов. Отже співвідношення (2), (3) і (4) приймають вигляд:

$$U_{z,1}^{(1)} = A_1^{(1)}(t)\omega_1(z)\varphi_1^{(1)}(z); \quad (5)$$

$$U_{z,1}^{(2)} = A_1^{(2)}(t)\omega_1(z)\varphi_1^{(2)}(z); \quad (6)$$

$$U_{\varphi,1}^{(1)} = B_1^{(1)}(t)\omega_1(z)\psi_1^{(1)}(z); \quad (7)$$

$$U_{\varphi,1}^{(2)} = B_1^{(2)}(t)\omega_1(z)\psi_1^{(2)}(z); \quad (8)$$

$$W_1^{(1)} = C_1^{(1)}(t)\omega_2(z)\gamma_1^{(1)}(z); \quad (9)$$

$$W_1^{(2)} = C_1^{(2)}(t)\omega_2(z)\gamma_1^{(2)}(z). \quad (10)$$

Обмежимося аналізом тільки згинних рухів поверхні поплавця, як найбільш вагомих:

$$\begin{aligned} & \left[-1 + \beta_1(2z-1)^2\right] \frac{\partial^4 W}{\partial z^4} - c_1 \frac{\partial^4 W}{\partial z^2 \partial \varphi^2} - c_2 \frac{\partial^4 W}{\partial \varphi^4} + c_3(2z-1) \frac{\partial^3 W}{\partial z^3} - c_4 \frac{\partial^3 W}{\partial z \partial \varphi^2} + \\ & + c_5 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - c_6 \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} - c_7(2z-1) \frac{\partial W}{\partial z} - c_8 \frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial \varphi^3} - c_9 \frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2 \partial \varphi} - c_{10} \frac{\partial^3 U_z}{\partial z \partial \varphi^2} + \\ & + c_{11}(2z-1) \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + c_{12}(2z-1) \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z \partial \varphi} + c_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z} + c_{14} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} - c_{15}(2z-1)U_z = \\ & = [1 - \beta_2(2z-1)]q^* + \gamma^2 [1 - \beta_2(2z-1)] \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

де

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{2}{(1+\zeta)^2} \cdot \frac{l^2}{R^2}; & c_2 &= \frac{1}{(1+\zeta)^4} \cdot \frac{l^4}{R^4}; & c_3 &= 8 \frac{1+3\mu}{1+\zeta} \cdot \frac{\delta}{R}; \\ c_4 &= 4 \frac{(1-\nu)(3-\mu)}{(1+\zeta)^3} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{l^2}{R^2}; & c_5 &= 8 \frac{(1+\nu+4\mu)}{(1+\zeta)} \cdot \frac{\delta}{R}; & c_6 &= 16 \frac{(1-\nu)}{(1+\zeta)^3} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{l^2}{R^2}; \\ c_7 &= \frac{32\mu(\nu+\mu)}{(1+\zeta)^2} \cdot \frac{\delta^2}{R^2}; & c_8 &= \frac{1}{(1+\zeta)^4} \cdot \frac{\delta^4}{R^4}; & c_9 &= \frac{(1-\nu)}{(1+\zeta)^2} \cdot \frac{l^2}{R^2}; & c_{10} &= \frac{\nu\mu}{(1+\zeta)^3} \cdot \frac{l^3}{R^3}; \\ c_{11} &= \frac{4\mu^2}{(1+\zeta)^2} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{l}{R}; & c_{12} &= \frac{4\mu(1-\nu)(3-\mu)}{(1+\zeta)^3} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{l^2}{R^2}; & c_{13} &= 12(\nu+\mu) \cdot \frac{\delta^3}{Rh^2}; \\ c_{14} &= 12 \frac{1+\nu\mu}{(1+\zeta)^2} \cdot \frac{l^4}{R^2 h^2}; & c_{15} &= \frac{4(1+\nu\mu)}{(1+\zeta)^2} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{12l^3}{Rh^2}; & \beta_1 &= \frac{1+2\mu}{1+\zeta} \cdot \frac{\delta}{R}; & \beta_2 &= \frac{1-\mu}{1+\zeta} \cdot \frac{\delta}{R}; \end{aligned}$$

$\zeta = \frac{\delta}{R}$; $\eta = \frac{R}{l}$; $\mu = 8\zeta(1+\zeta)\eta^2$; ν – коефіцієнт Пуасона; δ – опуклість оболонки поплавця; l – довжина; R – радіус поплавця.

Приймаючи до уваги співвідношення (5 - 10), із рівняння (11) отримуємо після множення обох частин на $\omega_2(z)\gamma_1^{(1)}(z)$ та інтегрування в межах ($z = 0$, $z = 1$):

$$c_{W1}^{(1)}\ddot{C}_1^{(1)} + c_{W2}^{(1)}C_1^{(1)} + c_{W3}^{(1)}B_1^{(1)} + c_{W4}^{(1)}A_1^{(1)} = Q_W^{(1)}(t) \quad (12)$$

$$c_{W1}^{(2)}\ddot{C}_1^{(2)} + c_{W2}^{(2)}C_1^{(2)} + c_{W3}^{(2)}B_1^{(2)} + c_{W4}^{(2)}A_1^{(2)} = Q_W^{(2)}(t). \quad (13)$$

З наведеного походить, що коливальні процеси на поверхні поплавця в кожному з трьох напрямів впливають один на одного.

Така форма запису дозволяє по першим двом доданкам у лівій частині знайти парціальні (від *partialis*) частоти згинного руху поверхні поплавця.

Якщо прийняти $C_1^{(1)}(t) = c_1^{(1)} \exp i\omega_3^{(1)}t$, $C_1^{(2)}(t) = c_1^{(2)} \exp i\omega_3^{(2)}t$,

де $c_1^{(1)}$ і $c_1^{(2)}$ довільні сталі, тобто після підстановки у (12), (13) маємо можливість знайти парціальні частоти:

$$\omega_3^{(1)} = \left[\frac{c_{W2}^{(1)}}{c_{W1}^{(1)}} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{ \frac{\int_0^1 \left\{ \left[-1 + \beta_1(2z-1)^2 \right] \frac{\partial^4}{\partial z^4} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) + c_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) - c_2 \omega_2 \gamma_1^{(1)} + \right.}{- \gamma^2 \int_0^1 \left[1 - \beta_2(2z-1) \omega_2^2 \gamma_1^{(1)2} \right] \partial z} + c_3(2z-1) \frac{\partial^3}{\partial z^3} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) + c_4 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) + c_5 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) + c_6 \omega_2 \gamma_1^{(1)} - \left. \right.}{\left. - c_7(2z-1) \frac{\partial}{\partial z} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) \right\} \omega_2 \gamma_1^{(1)} \partial z} \right]^{\frac{1}{2}} ; \quad (14)$$

$$\omega_3^{(2)} = \left[\frac{c_{W2}^{(2)}}{c_{W1}^{(2)}} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{ \frac{\int_0^1 \left\{ \left[-1 + \beta_1(2z-1)^2 \right] \frac{\partial^4}{\partial z^4} (\omega_2 \gamma_1^{(2)}) + c_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(2)}) - c_2 \omega_2 \gamma_1^{(2)} + \right.}{- \gamma^2 \int_0^1 \left[1 - \beta_2(2z-1) \omega_2^2 \gamma_1^{(2)2} \right] \partial z} \right\} \omega_2 \gamma_1^{(2)} \partial z} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{+c_3(2z-1)\frac{\partial^3}{\partial z^3}(\omega_2\gamma_1^{(2)}) + c_4\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\omega_2\gamma_1^{(2)}) + c_5\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\omega_2\gamma_1^{(2)}) + c_6\omega_2\gamma_1^{(2)} -}{-c_7(2z-1)\frac{\partial}{\partial z}(\omega_2\gamma_1^{(2)})} \left. \right\} \omega_2\gamma_1^{(2)} \partial z \left. \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (15)$$

Якщо прийняти, наприклад, $\gamma_1^{(1)}(z) = \cos \rho z$, $\gamma_1^{(2)}(z) = \sin \rho z$, можна обчислити безрозмірні парціальні частоти $\omega_3^{(1)}$, $\omega_3^{(2)}$, зокрема, для числа напівхвиль $P = 1$ (рис. 1).

Для конкретності обрано $\rho = 2,7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{кГс}^2}{\text{см}^4}$; $E = 0,7 \cdot 10^6 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}$; $\nu = 0,34$;
 $R = 1 \text{ см}$; $l = 4 \text{ см}$; $\delta = 0 \div 0,1 \text{ см}$.

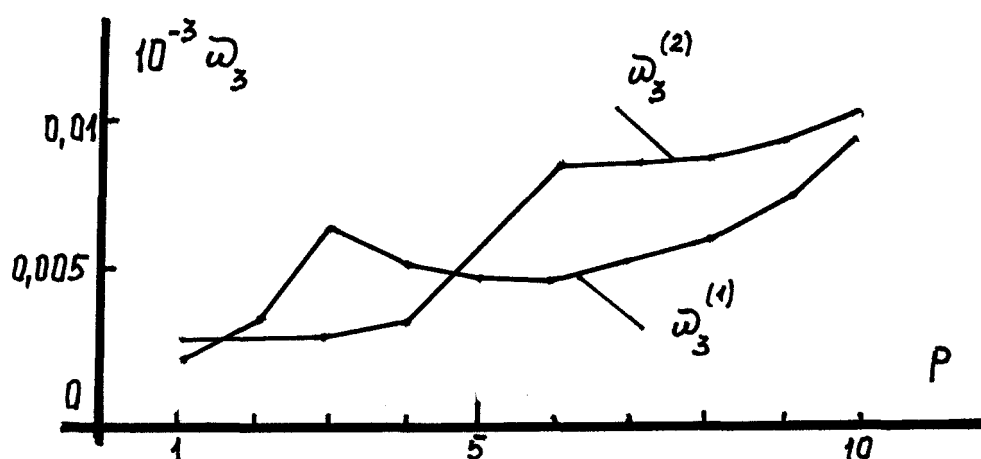


Рисунок 1 – Залежність нижчих безрозмірних частот $\omega_3^{(1)}$ і $\omega_3^{(2)}$ від кількості напівхвиль p в радіальному напрямку

Висновки

Отже, одержані результати аналізу динамічного стану поверхні поплавця дозволяють встановити закономірність пружних коливань підвісу гіроскопа в площині шпангоута за довільної структури зовнішніх збурюючих чинників. Метод дає можливість подальшого оптимального вибору лінії меридіану поплавця.

Логічним постає наступний аналіз кореляції перехресного пружного впливу коливань за трьома напрямками.

Література

1. Мельник В.М., Карачун В.В. Інжекція акустичної енергії РН і її вплив на похибки гіроскопа // Вісник ЖДТУ. – 2004. Т. 1. – № 4(31) / Технічні науки. – С. 135-138.
2. Мельник В.М., Карачун В.В. Додаткові похибки гіроскопа в акустичному середовищі // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія приладобудування. – 2005. – Вип. 29. – С. 33-36.
3. Mel'nik V.N., Karachun V.V. Influence of radiation on the sensors of a gyrostabilization platform // International Applied Mechanics. – Vol. 40. № 10, 2004. – P. 122-130.
4. Mel'nik V.N., Karachun V.V. Determining Gyroscopic Integrator Errors to Diffraction of Sound Waves // INTERNATIONAL APPLIED MECHANICS. – 2004. – Vol. 40, №3. – P. 328-336.
5. Мельник В.М. Нелінійні коливання рухомої частини поплавкового гіроскопа внаслідок неоднорідності рідиннофазної частини підвісу // Доповіді Нац. Акад. наук України – 2003. – № 8. – С. 54-58.
6. Карачун В.В., Лозовик В.Г., Мельник В.Н. Дифракція звукових волн на підвесі гіроскопа. – К.: Корнейчук, 2000. – 176 с.

Мельник В.Н., Карачун В.В. **Приближенные методы интегрирования уравнений поплавка гироскопа с ненулевой Гауссовой кривизной**

Строится научная основа анализа динамического состояния подвижной части двухстепенного гироскопа в условиях действия на него внешних возмущений произвольной структуры и физической природы. Очерчивается круг прикладных задач оптимизации геометрии поплавка

Mel'nik V.N., Karachun V.V. **Approximate methods of integrating of equations of a float of the gyro with non-zero gaussian curvature**

The scientific basis of the analysis of dynamic status of a mobile part of the two-powermode gyro in conditions of operating on it of external disturbances of arbitrary frame and physical nature is under construction. The circle of applied problems of optimization of geometry of a float is delineated

*Надійшла до редакції
3 квітня 2006 року*

УДК 62.526.001.32

МЕТОД СИНТЕЗУ ПАРАМЕТРІВ СИЛОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ НАВІГАЦІЙНОГО КОМПЛЕКСУ

Задорожний І.С., Задорожний В.І., Східноєвропейський університет економіки і менеджменту, м. Черкаси, Україна

Пропонується метод синтезу системи керування навігаційного комплексу для оптимізації ступеню точності параметрів силового редуктору

Вступ

Створення навігаційних комплексів 5-го покоління для сучасних засобів цілодобового пошуку наслідків надзвичайних ситуацій (техногенних і екологічних катастроф) вимагає підвищення дальності виявлення і локації об'єктів пошуку, що може бути забезпечено створенням систем керування з високою точністю (помилка стеження не більше 10-20 кут. с). Силowymi елементами систем керування є високошвидкісні електричні двигуни, з'єднані з навантажен-