

УДК 51-71

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИКИ ПІРСОНА ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ХАРАКТЕРИСТИК КОРОНАЛЬНИХ ВИКИДІВ МАСИ НА СОНЦІ

О.В. ФАБРИЧЕВА, М.А. КИЯН, В.М. ПОДЛАДЧІКОВ

Сферами впливу сонячної погоди на Землю є супутникові та орбітальні станції, космонавтика, телекомунікації й навігація, авіація, наземні системи, електроніка та транспорт, клімат, біосфера. Саме тому з розвитком новітніх технологій, космонавтики, систем зв'язку, телекомунікаційних та кабельних мереж, з будовою нафтопроводів, газопроводів, трубопроводів, з видобуванням корисних копалин у світі почали приділяти велику увагу дослідженням сонячної активності. Вкрай актуальною задачею сьогодення є задача аналізу та прогнозування процесів сонячної активності на основі даних, отриманих з сонячних супутників (SOHO, STEREO тощо). Основна проблема цієї задачі — відновлення істинних законів динаміки сонячної активності. Розглядається методика Пірсона для знаходження законів розподілу випадкових величин. Знайдено закони розподілу основних характеристик корональних викидів маси (КВМ): тривалості події, проміжку часу між початками подій та максимальної площі димінгу, а також представлено результати експериментальних досліджень.

ВСТУП

Сферами впливу сонячної погоди на Землю є супутникові та орбітальні станції, космонавтика, телекомунікації та навігація, авіація, наземні системи, електроніка й транспорт, клімат, біосфера. Саме тому з розвитком новітніх технологій, космонавтики, систем зв'язку, телекомунікаційних та кабельних мереж, з будовою нафтопроводів, газопроводів, трубопроводів, з видобуванням корисних копалин у світі почали приділяти велику увагу дослідженням сонячної активності. Вкрай актуальною задачею сьогодення є задача аналізу та прогнозування процесів сонячної активності на основі даних, отриманих з сонячних супутників (SOHO, STEREO та ін.). Основна проблема цієї задачі — відновлення істинних законів динаміки сонячної активності. КВМ на Сонці розглядаються як крупномасштабні події, які призводять до суттєвого впливу космічної погоди на Землю. Вони викликають магнітні бурі, які можуть зруйнувати різні космічні об'єкти, системи зв'язку, радіокомунікаційні і кабельні мережі, нафтопроводи і газопроводи. Тому надійне прогнозування КВМ на Сонці є важливою і актуальною задачею.

Дімінги або транзйентні корональні діри являють собою області зниженої інтенсивності м'якого рентгенівського і крайнього УФ-випромінювання з часом життя від кількох годин до десятків годин, які формуються слідом за КВМ в околиці еруптивного центру [1].

Одними з найважливіших параметрів для прогнозування сонячної погоди є тривалість події (КВМ), яка дає можливість оцінити тривалість впливу сонячної активності на Землю, орбітальні станції тощо; проміжок часу між початками подій дає можливість прогнозування наступної події; площа

діммінгу (максимальна) дає можливість прогнозування масштабу КВМ (чим сильніший КВМ, тим більша область діммінгу).

Точне знання статистичних властивостей цих параметрів КВМ — крок вперед у рішенні задачі прогнозування та аналізу КВМ.

У фізиці Сонця, прийнято для апроксимації функцій щільності ймовірності рідкісних та енергійних спалахів (у тому числі мікро-спалахів) застосовувати комбінації степеневих законів з різними показниками. Проте, як відомо, важко встановити відповідність розподілу степеневому закону, наприклад, його досить часто не легко відрізнити від експоненціального за великих значень аргументу [2]. Багато робіт присвячено знаходженню законів розподілу різноманітних характеристик спалахів. У роботі [2] ставиться питання щодо важливості ввести характеристики цих різних розподілів настільки однозначно, наскільки це можливо. З метою вирішення цієї проблеми автори використовують методику К. Пірсона для знаходження закону розподілу розсіяної магнітної енергії.

Забезпечення надійного апроксимуючого розподілу має важливе значення для проблеми прогнозування та порівняння з теоріями та моделями. Важливою також є класифікація розподілів, наприклад, відповідно до фізичних процесів випромінювання енергії.

К. Пірсон запропонував класифікацію розподілу відповідно до його перших чотирьох моментів, кожен клас відповідає відомим розподілам. Від кожного класу можуть бути отримані аналітичні функції щільності розподілу, а їхню узгодженість з емпіричним розподілом можна перевірити стандартними критеріями згоди. Хоча цей метод не отримав широкого розповсюдження в співтоваристві сонячної фізики, ми вважаємо, що він може бути вкрай корисним для вирішення багатьох задач дослідження сонячної активності.

У цій роботі застосовано методику Пірсона для знаходження законів розподілу основних характеристик КВМ: тривалості події, проміжку часу між початками подій та максимальної площі діммінгу та представлено результати експериментальних досліджень.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У каталозі ЕІТ-хвиль та еруптивних діммінгів [3] представлено дані подій, які були виявлені в період з березня 1997 по лютий 2010 року (за виключенням липня–вересня 1998 року та січня–лютого 1999 року), а саме: дата, номер події протягом дня, посилення на зображення сонячної корони, час початку події, час закінчення події, максимальна площа діммінгів (у пікселях).

Дані з цього каталогу необхідно використати як вхідні та виконати наступні задачі:

- сформувати вибірки: максимальна площа діммінгів (у пікселях) при КВМ, тривалість КВМ та часовий інтервал між початками подій;
- дослідження кривих Пірсона та методики знаходження закону розподілу Пірсона;
- для кожної вибірки застосувати методику знаходження закону розподілу Пірсона та визначити закони розподілу відповідних характеристик КВМ.

ОЦІНКА ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ

Для того, щоб отримати уявлення про розподіл спостережень, зазвичай використовують наступну методику [4]. Область експериментальних значень випадкової величини розбивають на r зазвичай однакових інтервалів довжини Δx і обчислюють відносну щільність точок у кожному інтервалі (відношення частоти потрапляння в цей інтервал до його довжини Δx):

$$p_k^* = \frac{v_k^*}{\Delta x} = \frac{n_k}{n\Delta x}, \quad k = 1, 2, \dots, r,$$

де n_k — число експериментальних точок в інтервалі.

Підраховані таким чином значення можна представити графічно у вигляді ступінчастої кривої, гістограми.

Гістограма дає наочне уявлення про розподіл спостережених значень на числовій осі (рис. 1). По ній можна визначити частоту потрапляння спостережуваних значень у будь-який інтервал числової осі. Очевидно, що всі величини p_k^* невід'ємні, причому сумарна площа під гістограмою дорівнює одиниці:

$$\sum_{k=1}^r p_k^* \Delta x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^r n_k = 1.$$

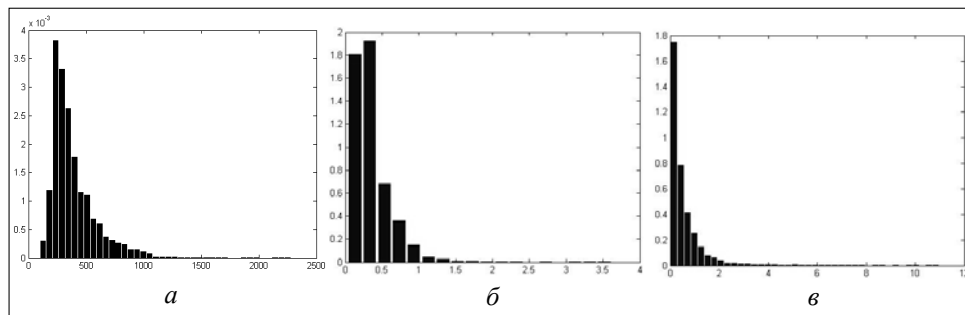


Рис. 1. Гістограми для випадкових величин: a — максимальна площа діммінгів (в пікселях) при КВМ; b — тривалість КВМ; v — часовий інтервал між початками подій

У багатьох випадках виникає необхідність апроксимації експериментально отриманої гістограми відповідним аналітичним виразом, що представляє собою деякий теоретичний закон розподілу або щільність ймовірності, які повинні задовольняти двом обов'язковим умовам: невід'ємності і нормування, тобто:

$$p(x) \geq 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1.$$

Ця операція називається вирівнюванням статистичних даних. При цьому природно прагнути до того, щоб така апроксимація (вирівнювання) у певному сенсі була найкращою.

Зазвичай апроксимація гістограми не є самоціллю, а виконується для отримання будь-яких висновків про фізичний механізм досліджуваного

явища або процесу або ж для виконання наступних розрахунків. Виходячи з цього, насамперед необхідно прийняти рішення — апроксимувати гістограму дискретним або неперервним розподілом (щільністю ймовірності). Після цього виконується якісне зіставлення характеру побудованої гістограми з графіками різних теоретичних розподілів (дискретних або неперервних) і по близькості їхньої поведінки зупиняються на якому-небудь одному з найбільш підходящих.

Нехай на підставі якісних міркувань обрано деякий закон розподілу $p(x; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s)$, що залежить від s параметрів λ_i . Тоді потрібно підібрати ці параметри $\lambda_i, i=1,2,\dots,s$ так, щоб функція $p(x; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s)$ найкращим чином описувала гістограму. Для цього на практиці часто застосовують найбільш простий метод — метод моментів. Суть метода моментів полягає в наступному. Параметри $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s$, знаходять шляхом прирівнювання перших s нижчих моментів теоретичного розподілу відповідним статистичним моментам m_v^* , які розраховуються за результатами незалежної виборки x_1, x_2, \dots, x_n по формулі:

$$m_v^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^v, \quad m_v(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s) = \int x^v p(x; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s) dx.$$

Таким чином, параметри $\lambda_i, i=1,2,\dots,s$ визначають з рішення системи s рівнянь:

$$m_v = m_v^*, \quad v=1,2,\dots,s.$$

КРИВІ ПІРСОНА

Загалом будь-яку невід'ємну функцію $f(x) > 0$, що задовольняє умові нормування $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$, можна розглядати як щільність ймовірності $p(x)$ деякої випадкової величини [4].

Вельми різноманітний характер щільності ймовірностей дає система кривих Пірсона, що задається диференціальним рівнянням

$$\frac{dp(x)}{dx} = \frac{x-a}{b_0+b_1x+b_2x^2} p(x), \quad (1)$$

де a та b_i — постійні параметри розподілу.

У залежності від значень окремих параметрів в якості рішення рівняння (1) виходять 12 типів кривих. Ці криві часто використовуються для апроксимації статистичних розподілів. Нормальний розподіл, гамма-, бета- та χ^2 -розподілу, розподіл Стюдента та інші задовольняють рівнянню (1) і, отже, є окремими випадками сімейства кривих Пірсона.

Використовуючи загальні властивості щільності ймовірностей, встановимо правила визначення постійних величин, що входять в рівняння (1).

В результаті перетворень, детально описаних в [4], одержуємо

$$a = b_1, \quad b_0 = \frac{c_0}{d}, \quad b_1 = \frac{c_1}{d}, \quad b_2 = \frac{c_2}{d}, \quad (2)$$

де

$$\begin{cases} c_0 = -\mu_2(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2), \\ c_1 = -\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2), \\ c_2 = -2\mu_2\mu_4 + 6\mu_2^3 + 3\mu_3^2, \\ d = 10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2. \end{cases} \quad (3)$$

З (2) і (3) видно, що в загальному випадку розподіли Пірсона визначаються чотирма моментами m_1 , μ_2 , μ_3 и μ_4 .

У подальшому будемо розглядати тільки випадок центрованих розподілів ($m_1 = 0$), тобто $a = b_1$. Запишемо вихідне диференційне рівняння (1):

$$\frac{d}{dx} \ln p(x) = \frac{x - b_1}{b_0 + b_1x + b_2x^2}.$$

Рішення цього рівняння можна представити у вигляді:

$$p(x) = c \exp[\varphi(x)], \quad \varphi(x) = \int \frac{x - b_1}{b_0 + b_1x + b_2x^2} dx. \quad (4)$$

Відомо, що характер кривої $\varphi(x)$ може бути різним залежно від коренів рівняння:

$$b_0 + b_1x + b_2x^2 = 0.$$

Позначимо корені цього рівняння через x_1 та x_2 :

$$x_{1,2} = -\frac{b_1}{2b_2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4b_0b_2}{b_1^2}} \right) = -\frac{b_1}{2b_2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{k}} \right), \quad \text{де } k = \frac{b_1^2}{4b_0b_2}. \quad (5)$$

Для визначеності будемо вважати, що тут знаки вибираються так, що $x_1 < x_2$.

З (5) випливає, що значення коренів залежать від величини k . Якщо $k < 0$, то корені дійсні і мають різні знаки (тип I розподілу за класифікацією Пірсона). Якщо $k > 1$, то корені дійсні та мають однакові знаки (тип VI розподілу). При $0 < k < 1$ корені комплексні (тип IV розподілу). По суті цим охоплюються всі можливі випадки. Однак граничні та деякі окремі випадки типів I, IV та VI розподілів виділяють особливо, тому в підсумку розрізняють 12 типів розподілів Пірсона.

Від характеру коренів x_1 та x_2 залежить також інтервал вісі x , на якому задано відповідний розподіл $p(x)$; поза цим інтервалу розподіл приймається рівним нулю. Якщо корені дійсні та різні за знаком, то розподіл вважається заданим при $x_1 \leq x \leq x_2$. Якщо ж корені дійсні і однакові за знаком, то розподіл вважається заданим на нескінченному напівінтервалі, причому

$x_2 \leq x < \infty$, якщо $x_1 < x_2 < 0$, та $-\infty < x \leq x_1$, якщо $0 < x_1 < x_2$. Оскільки розподіли вважаються центрованими, зазначений вибір інтервалів необхідний для того, щоб математичне сподівання $m_1 = 0$ належало інтервалу задання розподілу. Для комплексних коренів розподіл $p(x)$ задано на всій вісі x . При цьому вдається забезпечити виконання властивостей невід'ємності і нормування $p(x)$.

Для класифікації кривих розподілу Пірсон запропонував користуватися діаграмою в площині змінних β_1 та β_2 (рис. 2). Величини β_1 та β_2 визначаються рівностями:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \mu_3^2 \mu_2^{-3} = \gamma_1^2, \\ \beta_2 &= \mu_4 \mu_2^{-2} = \gamma_2 + 3, \end{aligned} \tag{6}$$

де γ_1 та γ_2 — коефіцієнти асиметрії та ексцесу.

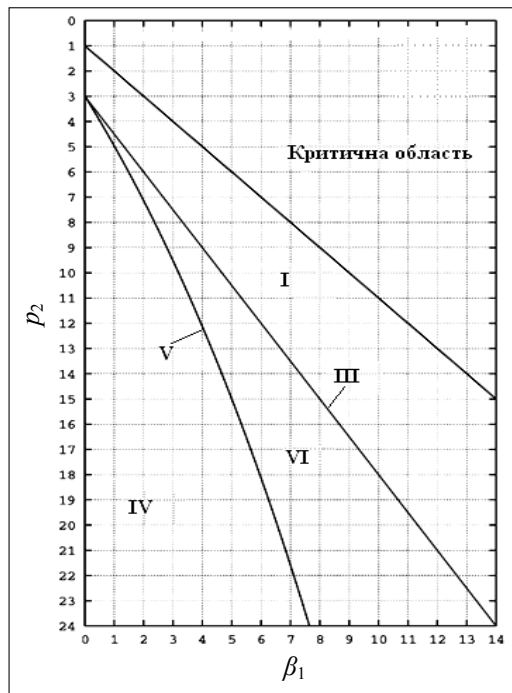


Рис. 2. Діаграма основних розподілів сімейства Пірсона

точки на діаграмі (рис. 2).

На діаграмі виділена критична область. Не існує розподілів (у тому числі й розподілів Пірсона), для яких значення параметрів β_1 та β_2 , якщо вони скінченні (тобто існують моменти μ_3 та μ_4), відповідали б точкам критичної області. Справедливість цього твердження доводиться в [4].

З [4] для будь-якого розподілу має виконуватися нерівність

$$\beta_2 \geq \beta_1 + 1, \tag{7}$$

Кожній парі значень (β_1, β_2) відповідає певна форма кривої Пірсона.

Дійсно, розподіли Пірсона повністю визначаються чотирма моментами m_1, μ_2, μ_3 та μ_4 . Проте моменти m_1, μ_2 визначають лише положення і розсіювання розподілу. Їх можна змінювати простим перенесенням початку відліку і зміною масштабу по осі x , не змінюючи форму розподілу. Знак коефіцієнта асиметрії теж неважливий для форми в тому сенсі, що два розподіли, які відрізняються тільки знаком представляють собою дзеркальні відображення щодо вертикальної прямої, що проходить через точку $x = m_1$. Таким чином, різним формам кривих Пірсона відповідають різні значення (β_1, β_2) , тобто різні

що визначає на діаграмі (рис. 2) критичну область.

Запишемо вирази для параметрів розподілу через β_1 та β_2 :

$$a = b_1 = \frac{c'_1}{d'}, \quad b_0 = \frac{c'_0}{d'}, \quad b_2 = \frac{c'_2}{d'}, \quad (8)$$

де

$$\begin{cases} c'_0 = -\mu_2(4\beta_2 - 3\beta_1), \\ c'_1 = \mp\sqrt{\mu_2}\sqrt{\beta_1}(\beta_2 + 3), \\ c'_2 = (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6), \\ d' = 10\beta_2 - 12\beta_1 - 18. \end{cases} \quad (9)$$

Знак для c'_1 від'ємний при $\mu_3 > 0$ й позитивний при $\mu_3 < 0$. З урахуванням (8) та (9) величину k , яка визначає характер коренів x_1 та x_2 можна також представити через β_1 та β_2 :

$$k = \frac{b_1^2}{4b_0b_2} = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)}. \quad (10)$$

Звідси випливає, що знак k визначається першим співмножником знаменника, так як другий співмножник поза критичної області (7) завжди позитивний, як і чисельник. Таким чином, пряма $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = 0$ є границею: вище цієї прямої, де $k < 0$, знаходиться область I типу розподілу Пірсона; безпосередньо нижче прямої, де $k > 1$, лежить область VI типу розподілу Пірсона. Границя між типами VI та IV визначається рівнянням $k = 1$. Відповідну криву зображено на рис. 2.

Таким чином повна методика апроксимації за допомогою кривих Пірсона зводиться до наступних етапів:

- За результатами спостережень знаходять перші чотири вибіркового моменти.
- За ними знаходять значення β_1 та β_2 відповідно до (6) та згідно з рис. 2 визначають тип розподілу.
- Вибіркові моменти прирівнюють моментам обраного розподілу, які залежать від параметрів розподілу.
- Отримані рівняння розв'язують відносно невідомих параметрів і, відповідно, знаходять шуканий розподіл.

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

За даними з каталогу ЕІТ-хвиль та еруптивних димінгів було сформовано три вибірки: максимальна площа димінгів (у пікселях) при КВМ, тривалість КВМ у годинах як різниця між датою кінця та датою початку події та часовий інтервал між початками подій у днях як різниця між датами початку подій.

До кожної з цих виборок застосовуємо методику Пірсона.

Закон розподілу максимальної площі димінгу

Значення максимальної площі димінгу варіюється в межах від 100 до 2276 пікселів. Розбиваємо цей проміжок на $r = 40$ рівних інтервалів, тоді довжина кожного інтервалу $\Delta = 54,4$.

Знаходимо перші чотири моменти вибірки:

$$m_1 = 387,3277; m_2 = 4,0645 \times 10^4; m_3 = 1,8550 \times 10^7; m_4 = 1,9814 \times 10^{10}.$$

Центруємо вибірку так, щоб $m_1 = 0$.

Розподіл Пірсона описується рівнянням (1). Визначимо параметри цього рівняння за (2) та (3): $a = -169,2065$; $b_0 = -3,2765 \times 10^4$; $b_1 = -169,2065$; $b_2 = -0,0646$.

За формулами (10) та (6) знаходимо k та (β_1, β_2) : $k = 3,3803$; $\beta_1 = 5,1247$; $\beta_2 = 11,994$.

За формулою (5) знаходимо корені x_1 та x_2 : $x_1 = -2407,6$; $x_2 = -210,6067$.

Коли корені x_1 та x_2 дійсні та однакові по знаку, тобто $k > 1$, маємо справу з VI типом розподілу Пірсона [4]. Вираз для розподілу має наступний вигляд:

$$p(x) = c |x - x_1|^g |x - x_2|^h,$$

де $-\infty < x < x_1$ при $0 < x_1 < x_2$ та $x_2 < x < \infty$ при $x_1 < x_2 < 0$;

$$g = \frac{b_1 - x_1}{b_2(x_2 - x_1)}, \quad h = \frac{x_2 - b_1}{b_2(x_2 - x_1)}. \quad (11)$$

Із умови нормування при $b_1 < 0$ знаходимо коефіцієнт нормування c :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \int_{x_2}^{\infty} (x - x_1)^g (x - x_2)^h dx &= (x_2 - x_1)^{g+h+1} \int_0^{\infty} y^h (y+1)^g dy = \\ &= (x_2 - x_1)^{g+h+1} B(h+1, -g-h-1), \quad h > -1, \quad g+h < -1. \end{aligned}$$

Тут під час інтегрування було використано заміну змінної $y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$. Тепер записуємо кінцеву формулу VI типу розподілу при $b_1 < 0$ ($\mu_3 > 0$):

$$p(x) = \frac{1}{(x_2 - x_1)^{g+h+1} B(h+1, -g-h-1)} (x - x_1)^g (x - x_2)^h, \quad x_2 < x < \infty. \quad (12)$$

Аналогічно для $b_1 > 0$ ($\mu_3 < 0$) отримаємо

$$p(x) = \frac{1}{(x_2 - x_1)^{g+h+1} B(h+1, -g-h-1)} (x_1 - x)^g (x_2 - x)^h, \quad -\infty < x < x_1. \quad (13)$$

Якщо здвинути початок відліку $z = \frac{x - x_2}{x_2 - x_1}$ та використати позначення

$p = h + 1$, $q = -g - h - 1$, то формула (12) спроститься:

$$p(z) = \frac{1}{B(p, q)} \frac{z^{p-1}}{(1+z)^{p+q}}, \quad 0 \leq z < \infty. \quad (14)$$

Цей розподіл називається бета-розподілом II роду.

За (11) знайдемо g та h : $g = -15,7647$; $h = 0,2913$. Застосувавши перетворення (13) знаходимо p та q : $p = 1,2913$; $q = 14,4734$.

Запишемо рівняння закону розподілу (14):

$$p(z) = \frac{1}{B(1,2913; 14,4734)} \frac{z^{0,2913}}{(1+z)^{15,7647}}, \quad 0 \leq z < \infty,$$

де
$$z = \frac{x + 210,5744}{2197,0256}.$$

Результати емпіричної та отриманої теоретичної щільностей розподілу представлено на рис. 3.

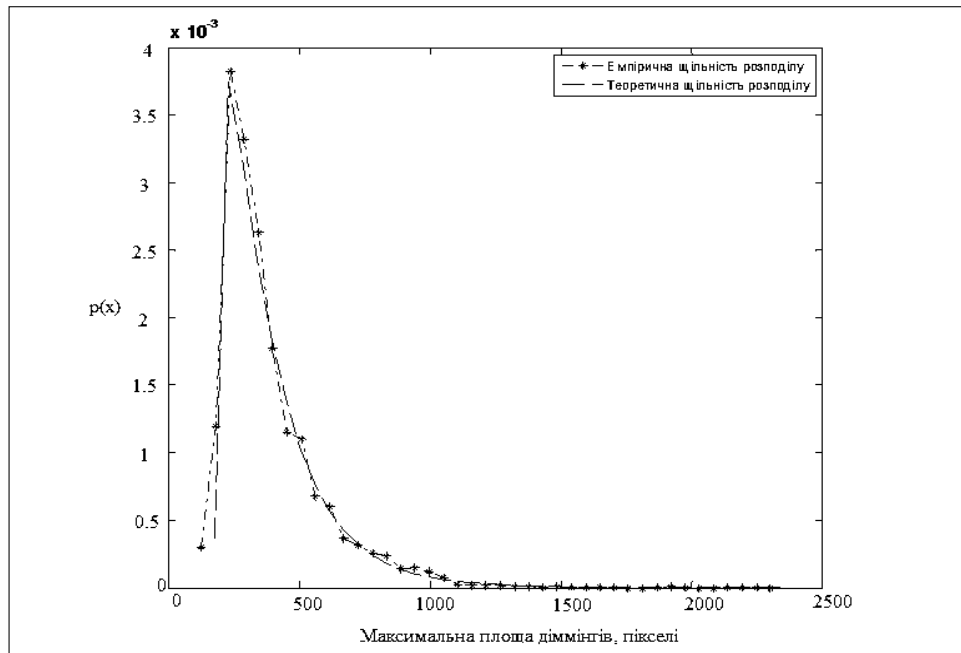


Рис. 3. Результати емпіричної та отриманої теоретичної щільностей розподілу для максимальної площі димінгів

Закон розподілу часового інтервалу між подіями

Значення часового інтервалу між подіями варіюється в межах від 1,44 хвилини (0,001 дня) до 10,975 днів. Розбиваємо цей проміжок на $r = 40$ рівних інтервалів, тоді довжина кожного інтервалу $\Delta = 0,2743$.

Знаходимо перші чотири моменти вибірки: $m_1 = 0,5766$; $m_2 = 0,7784$; $m_3 = 3,4539$; $m_4 = 24,2484$.

Центруємо вибірку так, щоб $m_1 = 0$. Визначимо параметри рівняння (1) за (2) та (3): $a = -2,4269$; $b_0 = -0,8331$; $b_1 = -2,4269$; $b_2 = 0,0235$.

За формулами (10) та (6) знаходимо k та (β_1, β_2) : $k = -75,3611$; $\beta_1 = 25,2982$; $\beta_2 = 40,0248$.

За формулою (5) знаходимо корені x_1 та x_2 : $x_1 = -0,3422$; $x_2 = 103,8249$.

Оскільки $k = \infty$, можемо вважати, що емпіричний розподіл належить до III типу, оскільки саме III тип розподілу отримується при $k = \infty$ [4]. Згідно з (10) йому відповідають точки границі $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = 0$ між типами I та VI. Із (8) та (9) випливає, що для цього розподілу виконується рівності:

$$b_2 = 0, \quad b_0 = -\mu_2, \quad a = b_1 = -\frac{\mu_3}{\mu_2}. \quad (15)$$

З (5) випливає, що при цьому один із коренів прямує до $\pm\infty$, а другий дорівнює $-\frac{b_0}{b_1}$. Якщо $b_1 > 0$, то згідно з (15) $-\frac{b_0}{b_1} > 0$, тобто $x_2 = -\frac{b_0}{b_1}$ й розподіл зосереджено в інтервалі $-\infty < x \leq x_2$. Якщо $b_1 < 0$, то $0 > -\frac{b_0}{b_1} = x_1$ та розподіл задано при $x_1 \leq x < \infty$.

Використовуючи (4), знаходимо закон розподілу:

$$p(x) = ce^{\frac{x}{b_1}} \left| x + \frac{b_0}{b_1} \right|^{-1-b_0b_1^{-2}}.$$

Визначивши постійну c з умови нормування, отримаємо

$$p(x) = \frac{\left(\frac{x + \frac{b_0}{b_1}}{-b_1} \right)^{-1-b_0b_1^{-2}} \exp\left(-\frac{x + \frac{b_0}{b_1}}{-b_1} \right)}{|b_1| \Gamma\left(-\frac{b_0}{b_1^2} \right)}, \quad (16)$$

де $-\frac{b_0}{b_1} \leq x < \infty$ при $b_1 < 0$ ($\mu_3 > 0$) та $-\infty < x \leq -\frac{b_0}{b_1}$ при $b_1 > 0$ ($\mu_3 < 0$).

У формулі (16) за нуль відліку прийнято математичне сподівання розподілу. Якщо перемістити нуль відліку в точку $-\frac{b_0}{b_1}$, ввести позначення:

$$\alpha = -\frac{b_0}{b_1^2}, \quad \beta = -b_1, \quad (17)$$

та перейти до нової змінної $z = x + \frac{b_0}{b_1}$, то розподіл (16) прийме вигляд стандартного гамма-розподілу:

$$p(z) = \frac{1}{|\beta| \Gamma(\alpha)} \left(\frac{z}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\frac{z}{\beta}}, \quad (18)$$

де $0 \leq x < \infty$ при $\mu_3 > 0$ ($\beta > 0$) та $-\infty < x \leq 0$ при $\mu_3 < 0$ ($\beta < 0$).

За (17) знайдемо α та β : $\alpha = 0,1415$; $\beta = 2,4269$.

Запишемо рівняння закону розподілу (18):

$$p(z) = \frac{1}{|2,4269| \Gamma(0,1415)} \left(\frac{z}{2,4269} \right)^{-0,8585} e^{-\frac{z}{2,4269}}, \text{ де } z = x + 0,3433.$$

Результати емпіричної та отриманої теоретичної щільностей розподілу представлено на рис. 4.

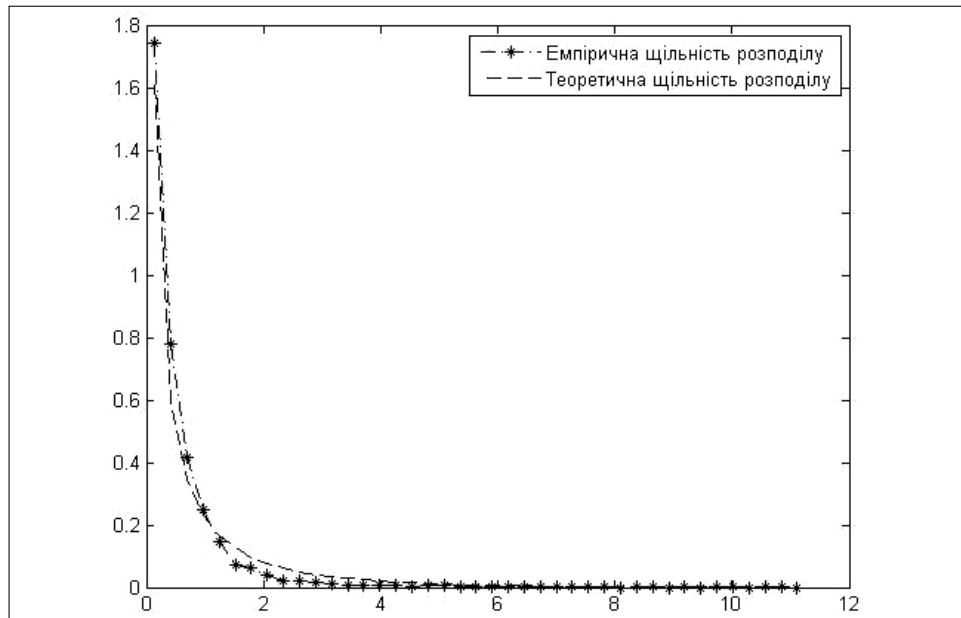


Рис. 4. Результати емпіричної та отриманої теоретичної щільностей розподілу часового інтервалу між подіями

Закон розподілу тривалості події

Значення тривалості події варіюється в межах від 2,016 хвилин (0,0014 днів) до 3,6168 годин (0,1507 днів). Розбиваємо цей проміжок на $r = 18$ рівних інтервалів, тоді довжина кожного інтервалу $\Delta = 0,1991$.

Знаходимо перші чотири моменти вибірки:

$$m_1 = 0,4042; m_2 = 0,0651; m_3 = 0,0498; m_4 = 0,0958.$$

Центруємо вибірку так, щоб $m_1 = 0$. Визначимо параметри рівняння (1) за (2) та (3):

$$a = -0,1957; b_0 = -0,0413; b_1 = -0,1957; b_2 = -0,1221.$$

За формулами (10) та (6) знаходимо k та (β_1, β_2) : $k = 1,8993$; $\beta_1 = 8,9831$; $\beta_2 = 22,5793$.

За формулою (5) знаходимо корені x_1 та x_2 : $x_1 = -1,3526$; $x_2 = -0,2499$.

Коли корені x_1 та x_2 дійсні та однакові по знаку, тобто $k > 1$, маємо справу VI типом розподілу Пірсона.

За (10) знайдемо g та h : $g = -8,5931$, $h = 0,4029$.

Застосувавши перетворення (13) знаходимо p та q : $p = 1,4029$; $q = 7,1902$.

Запишемо рівняння закону розподілу згідно з (14):

$$p(z) = \frac{1}{B(1,4029; 7,1902)} \frac{z^{0,4029}}{(1+z)^{8,5931}}, \quad 0 \leq z < \infty,$$

де $z = \frac{x + 0,2499}{1,1027}$.

Результати емпіричної та отриманої теоретичної щільностей розподілу представлено на рис. 5.

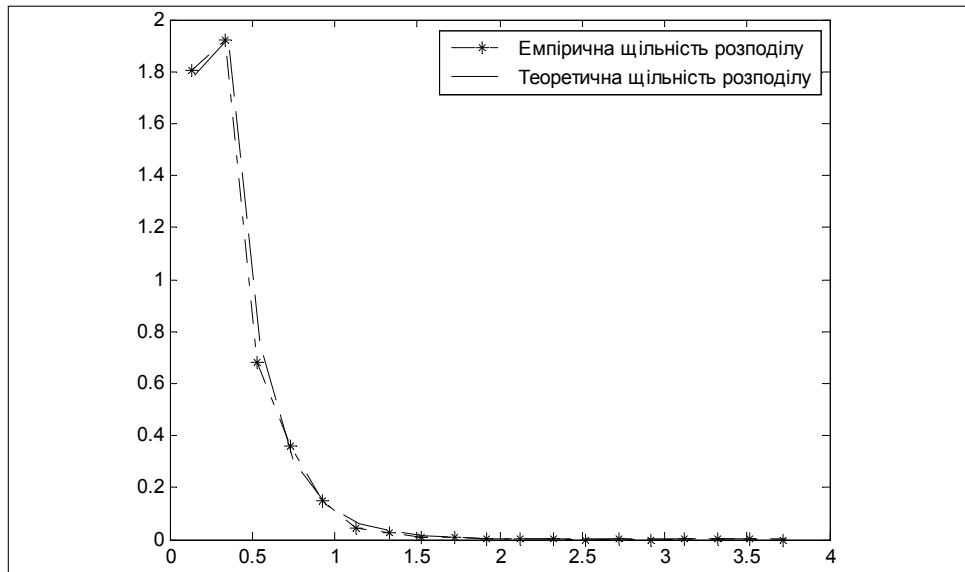


Рис. 5. Результати емпіричного та отриманого теоретичного щільностей розподілу тривалості події

ВИСНОВКИ

Одними з найважливіших параметрів для прогнозування сонячної погоди є тривалість події (КВМ) — вона дає можливість оцінити тривалість впливу сонячної активності на Землю, орбітальні станції тощо; проміжок часу між початками подій — дає можливість прогнозування наступної події; та площа димінгу (максимальна) — з’являється можливість прогнозування масштабу КВМ (чим сильніший КВМ, тим більша область димінгу).

Знання законів розподілу параметрів КВМ дозволяє розв'язати задачі прогнозування та аналізу КВМ.

Головний результат роботи — застосування методики Пірсона для знаходження законів розподілу основних характеристик КВМ: тривалості події, проміжку часу між початками подій та максимальної площі диммінгу та представлено результати експериментальних досліджень.

В результаті дослідження було отримано такі закони розподілу для основних характеристик КВМ: тривалість події має бета-розподіл другого роду, проміжок часу між початками подій розподілено за гамма-розподілом, а максимальна площа диммінгу — за бета-розподілом другого роду.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Чертюк И.М., Гречнев В.В.* Крупномасштабные канализированные димминги, вызываемые корональными выбросами массы на солнце // *Астрономический журнал*. — 2003. — Т. 80. Вип. 2. — С. 162–174.
2. *Podladchikova O., Krasnoselskikh V., Podladchikov V. Lefebvre B.* Classification of probability densities on the basis of Pearson's curves with application to coronal heating simulations // *Nonlinear Processes in Geophysics*. — 2003. — **10**. — P. 323–333.
3. *Електронний каталог Eit waves and eruptive dimmings catalog*. — <http://sidc.oma.be/nemo/catalog/>.
4. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. — 2-е изд., перераб. и доп. — М: Радио и связь, 1982. — 624 с.

Надійшла 08.07.2013