Системы телекоммуникации, связи и защиты информации

УДК 621.396.946.2

В. В. Воротніков[1], канд. техн. наук, **І. В. Гуменюк**[1], **Ю. О. Кулаков**[2], д-р техн. наук
[1]Житомирський військовий інститут ім. С. П. Корольова Державного університету телекомунікацій, пр. Перемоги, 22, м. Житомир, 10004, Україна.
[2]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», вул. Політехнічна, 16, корпус 18, м. Київ, 03056, Україна.

Прокладання оптимальних маршрутів на цифрових растрових картах

У статті запропоновано підхід до розв'язку навігаційної задачі трасування маршрутів руху мобільних об'єктів на прямокутній картографічній області. Показано, що для вирішення завдання оптимізації прокладання траси по цифрових картах найбільш придатним є алгоритм Беллмана. Запропоновано привести растрове зображення карти до вигляду прямокутної решітки, придатної до обробки методом Беллмана шляхом блокового квантування. Наведено результати роботи розробленого програмного забезпечення.
Бібл. 8, рис. 4.

Ключові слова: *цифрові растрові карти, трасування маршрутів руху, пересічна місцевість, функціональне рівняння Беллмана.*

Вступ

Оптимізація маршруту по мережі доріг є вирішеним завданням та широко використовується в сучасних навігаційних системах. Проте, це завдання істотно відрізняється від завдання прокладення оптимального маршруту в умовах бездоріжжя, оскільки припускає ряд обмежень. При проектуванні мереж з динамічно змінюваною топологією це завдання набуває особливої актуальності при відсутності навігаційних (векторних) карт. Використання методів варіаційного числення при рішенні поставленої проблеми пов'язано зі значними математичними труднощами, що обумовлює вибір дискретних методів теорії графів і дослідження операцій як альтернативу континуальним методам [3]. Найефективнішим рішення задачі трасування маршрутів руху мобільних вузлів мережі є пошук оптимального шляху на основі алгоритму Беллмана [1,6-8].

Огляд останніх досліджень і публікацій

Проблемами пошуку шляху та завданням маршрутизації займаються як вітчизняні, так і зарубіжні вчені. Можливість використання алгоритмів пошуку оптимального маршруту розглядається в чисельних публікаціях.

Так, у роботі [1] висвітлені питання способів опису графів, операції над графами, завдання зв'язності і досяжності в графах. Причому, особливу увагу приділено машинним методам представлення інформації і комп'ютерним алгоритмам рішення завдань. Значне місце приділене рішенню оптимізаційних завдань на графах, таких як пошук найкоротших шляхів в графах і розбиття графів на максимальні сильно зв'язані підграфи.

У роботі [2] розглянуто методологічні аспекти динамічного програмування, у тому числі аналізуються основні графові інтерпретації динамічного програмування, такі, як блокові діаграми, виділення безконтурних графів, що лежать в основі обчислювальної процедури динамічного програмування за допомогою графа взаємозв'язків.

Виклад проблем загального характеру супроводжується детальним рішенням досить складних прикладів. Якщо в попередніх роботах Р. Беллмана динамічне програмування виступало абсолютно відірваним від інших методів оптимізації [1], то у [3] виклад супроводжується зіставленням з результатами сучасного варіаційного числення, заснованого на використанні не лише рівнянь Ейлера. Значна увага приділяється зв'язку лінійного і динамічного програмування.

Роботу [4] присвячено сучасним комбінаторним алгоритмам розв'язку завдань дискретної оптимізації із застосуванням комп'ютерних засобів. Розглянуто особливості завдань дискретної оптимізації і їх загальні властивості; комбіновані алгоритми різних типів для наближеного і точного вирішення завдань; завдання великої розмірності (параметризація і реалізація). Основну увагу приділено обчислювальній реалізації алгоритмів.

Постановка завдання дослідження

Задача пошуку маршруту на пересічній місцевості є типовою задачею теорії оптимальності [1]. Тому, сформулюємо її у відповідних термінах.

Вважатимемо, що задано прямокутну картографічну область Ω, на якій необхідно побудувати маршрут руху F.

Введемо на Ω області перешкод $\Omega_i, i = 0..1$, $\Omega_i \in \Omega$; $\Omega_i \bigcap \Omega_j = \varnothing \quad \forall i = 0..1$.

В якості перешкод можуть виступати природні зони, непроходимі для мобільних об'єктів – заболочені або лісисті райони, водойма тощо. Крім того можливість прокладення маршруту обмежується характером рельєфу місцевості – його крутизною.

Формалізація умов системи обмежень для даного випадку подається таким чином:

1) $F_m(s) \in \Omega \forall m$ – маршрут F_m складається із $m = 1..M$ точок, що знаходяться у картографічній області Ω;

2) $F_m(s) \notin \Omega_i \forall m, i$ – маршрут F_m не належить областям перешкод Ω_i.

Необхідно знайти екстремум функції оптимізації $W_n\left(s^{(n)}; u_n\right)$ для кожного стану системи $s^{(n)}$ з оптимальним управлінням u_n. Під станом системи $s^{(n)}$ розуміємо наявність або відсутність в області, прилеглій поточній точці маршруту n перешкод. Управляючий вплив u_n - це напрямок руху маршруту в поточній точці n.

Виклад основного матеріалу дослідження

Враховуючи той фактор, що транспортна мережа будь-якої цифрової карти є графом, кожному ребру якого присвоюється відповідний параметр (пропускна здатність), то множина маршрутів на карті є системою графів.

Вважатимемо, що стан даної системи Ω на k-му кроці $\left(k = \overline{1,n}\right)$ визначається сукупністю чисел $s^{(k)} = \left(s_1^{(k)}, s_2^{(k)}, \ldots, s_m^{(k)}\right)$, які отримані в результаті реалізації процедури управління u_k що забезпечує перехід системи Ω із стану $s^{(k-1)}$ в стан $s^{(k)}$.

Припустимо, що стан $s^{(k)}$ в яке перейшла система Ω залежить від даного стану $s^{(k-1)}$ і вибраного управління u_k і не залежить від того, яким чином система Ω перейшла в стан $s^{(k-1)}$.

Далі, вважатимемо, якщо в результаті реалізації k-го кроку забезпечена певна оптимізація шляху, що залежить від початкового стану системи $s^{(k-1)}$ і вибраного управління u_k і дорівнює рівна $W\left(s^{(k-1)}; u_k\right)$, то функція оптимізації за n кроків:

$$W(u) = \sum_{k=1}^{n} W\left(s^{(k-1)}; u_k\right),\ u = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \qquad (1)$$

Таким чином, сформульовано умови, яким задовольняє задача динамічного програмування. Першу умову зазвичай називають умовою відсутності післядій, а другу – умовою адитивності цільової функції задачі оптимізації [2].

Завдання оптимізації в цьому випадку полягає у пошуку оптимальної стратегії управління

$$u^* = \left(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*\right). \qquad (2)$$

в результаті реалізації якої система Ω за n кроків переходить з початкового стану $s^{(0)}$ (точка старту) в кінцеве $s^{(n)}$ (точка фінішу) і при цьому функція оптимізації $W(u)$ набуває найбільшого значення.

Метод динамічного програмування, що застосовується для оптимізації цільової функції $W(u)$, заснований на застосуванні принципу оптимальності Беллмана: яким би не був стан системи перед черговим кроком, необхідно вибирати управління на даному етапі таким чином, щоб шлях на поточному кроці разом з оптимальним загальним шляхом на наступних кроках був мінімальним [4].

З принципу оптимальності виходить, що оптимальну стратегію управління можна отримати, якщо спочатку знайти оптимальну стратегію управління на n-ому кроці, потім на двох останніх, потім на трьох аж до першого кроку.

Таким чином, рішення даної задачі динамічного програмування доцільно починати з визначення оптимального рішення на останньо-

ISSN 1811-4512. ElectronComm 2013, №6(77)

му (n -ому) кроці. Для того, щоб знайти рішення необхідно зробити припущення про те, як міг закінчитися останній крок, і з урахуванням цього вибрати управління u_k^0 , що забезпечить максимальне значення функції оптимізації $W\left(s^{(n-1)};u_n\right)$ Таке управління, вибране при відповідних припущеннях, називається умовно оптимальним управлінням.

Отже, принцип оптимальності вимагає знаходити на кожному кроці умовне оптимальне управління для будь-якого з можливих результатів попереднього кроку.

Для того, щоб побудувати алгоритм рішення завдань динамічного програмування, опишемо математичне формулювання принципу оптимальності Беллмана.

Нехай $F_0\left(s^{(0)}\right)$ − мінімальний шлях, що отримується за n кроків під час переходу системи Ω з початкового стану $s^{(0)}$ в кінцевий стан $s^{(n)}$ при реалізації оптимальної стратегії управління $u^*=\left(u_1^*,u_2^*,\dots,u_n^*\right)$, а $F_k\left(s^{(k)}\right)$ – мінімальний шлях, що отримується при переході з будь-якого стану $s^{(k)}$ в кінцевий стан $s^{(n)}$ при оптимальній стратегії управління.

Тоді:

$$F_0\left(s^{(0)}\right)=\min_{u=(u_1,\dots,u_n)}\left[W_1\left(s^{(0)};u_1\right)+\dots+W_n\left(s^{(n)};u_n\right)\right]$$
$$F_k\left(s^{(k)}\right)=\min_{u_{k+1}}\left[W_{k+1}\left(s^{(k)};u_{k+1}\right)+\dots+F_{k+1}\left(s^{(k+1)}\right)\right] \quad (3)$$

при $k=\overline{0,n}$.

Вираз (3) – це основне функціональне рівняння Беллмана [1, 3]. Тому задача трасування маршруту в термінах задачі динамічного програмування, формулюється як :

$$F_m(s^{(k)})=\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{n}F_k\left(s^{(k)}\right)\to \min . \quad (4)$$

Реалізацію методу динамічного програмування розглянемо на прикладі прокладання траси маршруту на аерокосмічному знімку «Map.bmp» (рис. 1).

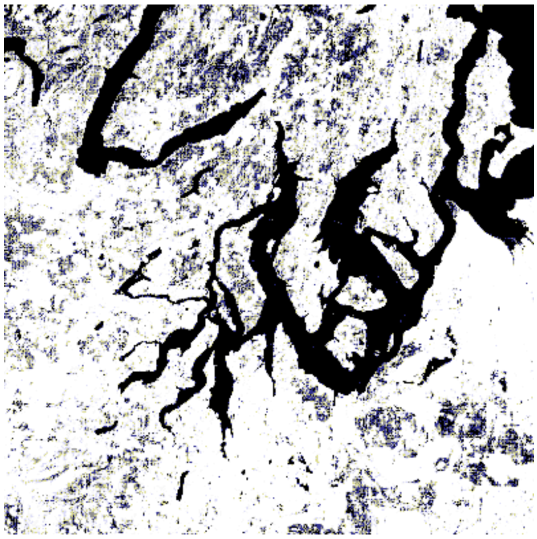

Рис. 1. Аерокосмічний знімок «Map.bmp»

Скалярне квантування, в основі якого лежить вейвлет-перетворення, або перетворення Фур'є, що відповідає умовам ортогональності фільтрації широко використовується у задачах стиснення цифрових карт растрової моделі.

Для застосування запропонованого алгоритму прокладання маршрутів на підставі аналізу аерокосмічного растрового знімку пропонується до вихідного зображення, застосувати процедуру квантування.

Процедура квантування може бути виконана будь-яким із відомих способів.

В даній роботі було використано алгоритм блокового квантування [5], в результаті растрове зображення перетворено до вигляду, поданого на рис. 2.

Параметрами блокового квантування були наступні: нульовий інтервал квантування 5х5; порогові значення та рівні квантування обрано симетричними.

Приведення растрового знімку до вигляду прямокутної решітки дозволить використати методи теорії графів для розв'язку поставленого завдання.

Нехай необхідно прокласти маршрут руху мобільного вузла між точками старту (S) і фінішу (F). На рис.3 наведено рішення даного завдання для поточної точки маршруту.

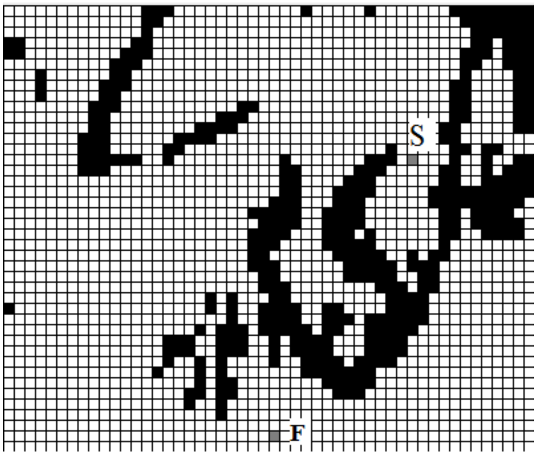

Рис. 2. Результат квантування карти: S - початкова точка, F - кінцева точка маршруту

На рис. 3 білим кольором показано прохідимі області Ω, чорним – перешкоди Ω_i, сірим – аналізовані ділянки, стрілками – управляючі впливи u.

Для прикладу, опишемо як визначається напрям руху в поточні точці маршруту (на рисунку - точка 2).

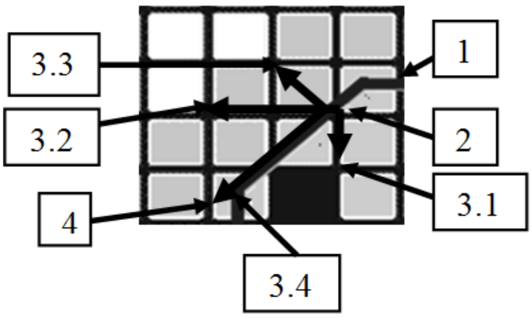

Рис. 3. Аналіз ітерації роботи алгоритму

Функція оптимізації у напрямках 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 є рівнозначною. При просуванні по напрямку 3.1 з використанням оптимального управління (2) функція оптимізації набуває максимального значення за умови відсутності перешкод.

Вибір напрямку 3.2 і 3.3 (рис. 3) оптимальне управління спростовує, оскільки функція оптимізації при цьому набуває мінімального значення. Оптимальним є використання шляху 3.4, що враховує систему обмежень для даного випадку.

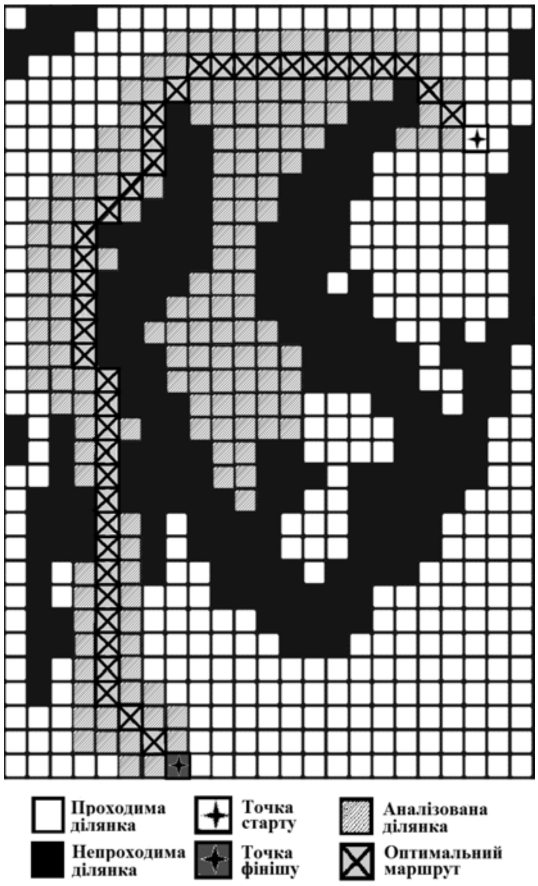

Рис. 4. Оптимальний маршрут руху

Враховуючи, що шлях $F_m(s^{(k)})$ містить k ребер і вони обираються відповідно до методу Беллмана, то отриманий за принципом індукції, шлях $F_m(s^{(k)})$ є оптимальним з урахуванням передісторії (рис. 4).

Висновки

Проведені дослідження в системі імітаційного моделювання підтверджують ефективність запропонованого алгоритму трасування маршрутів руху на підставі аналізу растрових зображень.

При використанні запропонованого алгоритму досягається скорочення часу на розрахунки і прокладання маршруту по пересічній місцевості. Ця задача є актуальною при формуванні топології мереж зі змінюваною децентралізованою інфраструктурою: задаючи напрямки руху вузлів мобільної мережі, можна визначати зони стійкого (нестійкого) зв'язку та прогнозувати час доступності вузлів.

Не менш важливим аспектом даної роботи є вирішення завдання переміщення мобільних об'єктів по пересічній місцевості з урахуванням мінімальних затрат пального, технічне рішення якого може бути використане в автоматизованій системі управління переміщеннями різнотипних транспортних засобів без використання топологічних карт.

Подальшим напрямком дослідження є модифікація запропонованого алгоритму за умови багатокритеріальної оптимізації, коли цифрова карта (растрове зображення) має додаткові метричні і семантичні характеристики об'єктів.

Список використаних джерел

1. *Гельфанд И.М., Фомин С.В.* Вариационное исчисление. М.: «Физмалит», 1961. — С. 227.
2. *Щербина О. А.* Методологические аспекты динамического программирования / О. А. Щербина // Динамические системы. – 2007. – № 22. – С. 21-36.
3. *Беллман Р., Дрейфус С.* Прикладные задачи динамического программирования. – Москва. – 1965. – С. 247.
4. *Сигал И. Х., Иванова А. П.* Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. – 2-е изд. – М.: «Физмалит», 2003. – С. 134-136.
5. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И. С. Грузман, В. С. Киричук, В. П. Косых, Г. И. Перетягин. – Новосибирск: НГТУ, 2000. – С. 14–20.
6. *Liu, S., Liu, F. and Tang, F.,* "Cooperative transport strategy for formation control of multiple mobile robots," Journal of Zhejiang University, Science C, vol 11 , pp. 1-13, 2010.
7. *Chamoun, P.,* "Rigorous Movement of Convex Polygons on a Path Using Multiple Robots".— Master's Thesis, School of Computer Science, Carleton University, Ottawa, Canada, 2012.
8. *B. Stout*. SmartMoves: IntelligentPathfinding. – (Перевод см. http://algolist.manual.ru/games/smartmove.php)

Поступила в редакцию 14 ноября 2013 г.

УДК 621. 396. 946. 2

В. В. Воротников[1], канд. техн. наук, **И. В. Гуменюк**[1], **Ю. А. Кулаков**[2], д-р техн. наук

[1]Житомирский военный институт им. С. П. Корольова Государственного университета телекоммуникаций,пр. Победы, 22, г. Житомир, 10004, Украина.

[2]Национальный Технический Университет Украины "Киевский политехнический институт", ул. Политехническая, 16, корпус 18, г. Киев, 03056, Украина.

Построение оптимальных маршрутов на цифровых растровых картах

В работе предложен подход к решению навигационной задачи трассировки маршрутов движения мобильных объектов на прямоугольной картографической области. Показано, что для решения задания оптимизации прокладки трассы по цифровым картам наиболее пригодным является использование алгоритма Беллмана. Предложено привести растровую карту к виду прямоугольной решетки, пригодной к обработке методом Беллмана путем блочного квантования. Приведены результаты работы разработанного программного обеспечения. Библ. 8, рис. 4.

Ключевые слова: *цифровые растровые карты, трассировка маршрутов движения, рядовая местность, функциональное уравнение Беллмана.*

UDC 621. 396. 946. 2

V.V. Vorotnikov[1]**, I.V. Gumenyuk**[1]**, Y.A. Kulakov**[2]**.**

[1]Zhitomir military institute the name of S. P. Koroleva National aviation University,

pr. Peremogi, 22, Zhitomir, 10004, Ukraine.

[2]National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",

st. Polytechnique, 16, Kiev, 03056, Ukraine.

Gasket of optimal routes on digital raster maps

In-process offered approach to the decision of navigation task of tracing of routes of motion of mobile objects on a rectangular cartographic area. It is shown that for the decision of task to optimization of gasket of route on digital maps most suitable is the use of algorithm of Bellman. It is suggested to bring a raster map over to the type of rectangular grate, suitable to treatment the method of Bellman by a sectional quantum. Job of the worked out software performances over are brought. Reference 8, figures 4.

Keywords: *digital raster maps, tracing of routes of motion, ordinary locality, functional equalization of Bellman.*

Reference

1. Gelfand I.M., Fomin S.V. (1961), “Variation calculation”. M.: “Fizmatlit”, P. 227. (Rus)
2. *Scherbina O.A.* (2007), “Methodological aspects of the dynamic programming”. Dynamic systems. No 22. Pp. 21-36. (Rus)
3. Bellman P., Dreyfus S. (1965), “Applied tasks of the dynamic programming of”. Moscow. P. 247. (Rus)
4. *Sigal I.H., Ivanova A.P.* (2003), “Introduction to the application discrete programming: models and computational algorithms. it is a 2th publ”. M.: "Fizmalit", P.p. 134-136 (Rus)
5. *Guzman I.S., Kirichuk V.S., Kosih V.P., Peretyzgin G.I.* (2000), “Digital processing of images in the informative systems”. Novosibirsk: NGTU, p. 14-20. (Rus)
6. *Liu, S., Liu, F. and Tang, F*. (2010), “Cooperative transport strategy for formation control of multiple mobile robots,” Journal of Zhejiang University, Science C, vol 11, pp. 1-13.
7. *Chamoun, P*. (2012), “Rigorous Movement of Convex Polygons on a Path Using Multiple Robots”. Master's Thesis, School of Computer Science, Carleton University, Ottawa, Canada.
8. *Stout B.* SmartMoves: IntelligentPathfinding. http://algolist.manual.ru/games/ smartmove.php).