МЕТОДИ І СИСТЕМИ ОПТИЧНО-ЕЛЕКТРОННОЇ ТА ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

УДК 535.2

НЕЗВИЧАЙНІ ВЕКТОРНІ СИНГУЛЯРНОСТІ В НЕОДНОРІДНО ПОЛЯРИЗОВАНИХ ОПТИЧНИХ ПОЛЯХ

[1)]Богатирьова Г.В., [2)]Фельде Х.В., [2)]Чернишов О.О., [2)]Полянський П.В.,
[1)]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна; [2)]Чернівецький національний університет, м. Чернівці, Україна

Вводиться означення комплексного ступеня поляризації з представленням у стоксовому просторі й на цій основі визначається новий тип векторних сингулярностей у частково когерентних, неоднорідно поляризованих оптичних полях – U – контури, вздовж яких ступінь поляризації дорівнює нулю, і при перетині яких стан поляризації змінюється на ортогональний

Вступ

Зазвичай ступінь поляризації, P, визначається як дійсна, невід'ємна величина [1, 2]:

$$P = \frac{I_p}{I_p + I_*}, \qquad (1)$$

де I_p та I_* – інтенсивності повністю поляризованої та повністю неполяризованої складових пучка відповідно.

У термінах нормованих другого, третього та четвертого параметрів Стокса, $s_i = S_i / S_0$, ступінь поляризації визначається через квадратичні величини наступним чином [5]:

$$P = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}, \qquad (2)$$

де $i = 1, 2, 3$; $S_0 = I_p + I_*$ – перший параметр Стокса, що дорівнює повній інтенсивності пучка, $S_1 = I_0 - I_{90}, S_2 = I_{+45} - I_{-45}, S_3 = I_r - I_l$ [3, 4], $I_0, I_{90}, I_{+45}, I_{-45}$ - інтенсивності лінійно поляризованих компонент пучка з відповідними азимутами, I_r, I_l - інтенсивності право- та ліво- поляризованих компонент пучка.

Зауважимо [2], що береться саме додатне значення кореня квадратного у рівнянні (2). Означення (1) та (2) є достатніми для розв'язання більшості задач поляризаційної оптики, особливо у випадках, коли пучок поляризований однорідно у поперечному перерізі. Проте, такі означення виявляються недостатніми у задачах, пов'язаних із просторово неоднорідно поляризованими полями, в яких і еліпсометричні параметри (азимут поляризації та еліптичність), і ступінь поляризації є функціями просторових координат. Тому доцільно ввести узагальнене означення ступеня поляризації, в якому б зберігалась інформація про знаки нормованих параметрів Стокса, що можуть бути як додатними, так і від'ємними. Володіючи означенням комплексного ступеня когерентності можна більш детально дослідити неоднорідно поляризовані поля, включаючи й ті, які мають поляризаційні сингулярності.

У цій роботі буде показано, що, окрім традиційно обговорюваних векторних сингулярностей, таких як $C-$точки (точки з циркулярною поляризацією, невизначеним є азимут поляризації) та $L-$контурів (ліній, вздовж яких поляризація лінійна, із плавно змінним азимутом поляризації, невизначеною є еліптичність поляризації), у частково когерентних, неоднорідно поляризованих полях можуть виникати сингулярності незвичного типу, так звані $U-$сингулярності або сингулярності комплексного ступеня поляризації – контури. Вздовж них ступінь поляризації дорівнює нулю, тобто невизначеним виявляється стан поляризації.

Комплексний ступінь поляризації

Введемо означення комплексного ступеня поляризації (КСП):

$$\mathscr{P} = s_1\mathbf{i} + s_2\mathbf{j} + s_3\mathbf{k}\,. \tag{3}$$

Зауважимо, що означення (3) відрізняється від означення комплексного ступеня взаємної поляризації (КСВП) [7], який є двоточковою характеристикою неоднорідно поляризованого оптичного поля, тоді як $\mathscr{P}$ - одноточкова характеристика подібно до звичайного ступеня поляризації P. Проте, на відміну від P, КСП може бути як додатним, так і від'ємним, або дорівнювати нулю, оскільки нормовані другий, третій та четвертий параметри Стокса можуть бути як додатними, так і від'ємними, або дорівнювати нулю. Конкретніше, $\mathscr{P}$ змінюється від -1 до +1, а абсолютна величина (модуль) $\mathscr{P}$ дорівнює P згідно рівняння (2).

Геометрична інтерпретація КСП наступна. У відповідність $\mathscr{P}$ можна поставити вектор поляризації у стоксовому просторі, тобто вектор, проведений з центру сфери Пуанкаре одиничного радіусу до зображаючої точки у кулі, обмеженою цією сферою, так що довжина цього вектору дорівнюватиме P (див. Рис. 1). Точки на сфері Пуанкаре описують усі можливі стани поляризації повністю поляризованих пучків ($P \equiv 1$), тоді як точки усередині сфери описують усі стани поляризації частково поляризованих пучків ($P < 1$) [4]. Центр сфери Пуанкаре відповідає повністю неполяризованому пучку ($P \equiv 0$). Фаза КСП асоціюється із напрямком вектора, що зображає стан (і комплексний ступінь) поляризації. Таке представлення надає можливість представляти пучки із довільними станами поляризації та довільним ступенем поляризації.

Зрозуміло, що КСП інформативніший за звичайний ступінь поляризації, оскільки містить і амплітудну, і фазову інформацію, що відкриває можливість виявлення нового типу оптичних сингулярностей. Так, центр поляризаційної кулі є сингулярною точкою, у якій стан поляризації вироджується (є невизначеним). При перетині точки або лінії у поперечному перерізі неоднорідно поляризованого пучка, де КСП дорівнює нулю, $\mathscr{P}$ стрибкоподібно змінює знак (фазу), так що зображаюча точка переходить у півкулю, що відповідає ортогональному стану поляризації відносно початкового: одночасно змінюються знаки другого, третього та четвертого нормованих параметрів Стокса.

До певної міри розглянута ситуація нагадує ту, що має місце у повністю, але неоднорідно поляризованому полі. Якщо обрати деяку точку 1 такого поля з нормованими параметрами Стокса $\left\{s_1^{(p)}, s_2^{(p)}, s_3^{(p)}\right\}$ й приписати їй КСП $\mathscr{P} = +1$, то поле у точці 2 з ортогональним станом поляризації характеризуватиметься КСП $\mathscr{P} = -1$ з відповідними нормованими параметрами Стокса $\left\{s_1^{(s)} \equiv -s_1^{(p)}, \mathrm{s}_2^{(s)} \equiv -s_2^{(p)}, s_3^{(s)} \equiv -s_3^{(p)}\right\}$. Перехід від точки 1 до точки 2 неодмінно відповідає перетину кола великого діаметру на сфері Пуанкаре, рівновіддаленого від точок 1 і 2. Це коло великого діаметру є геометричним місцем точок, де жоден з двох ортогональних станів поляризації не переважає, так що скалярний добуток

$$\sum_{i=1}^{3} s_i^{(p)} s_i^{(s)} \equiv 0 . \tag{4}$$

Проте, на відміну від повністю поляризованого поля, у випадку частково поляризованих полів такий перехід відбувається не по сфері Пуанкаре, а через її центр.

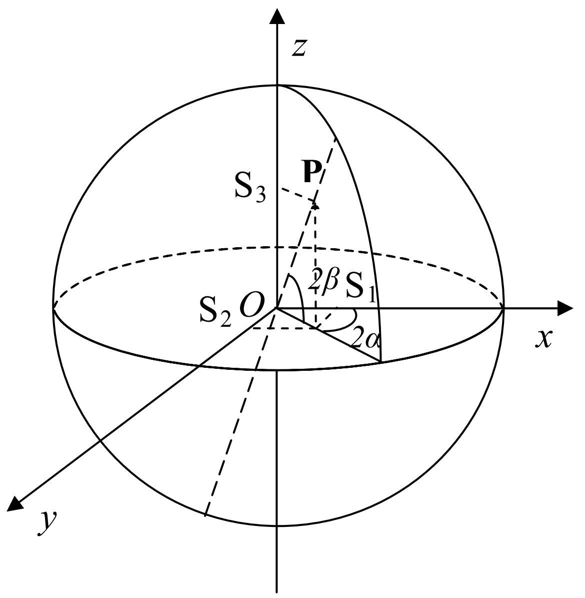

Рис. 1. Зображення частково поляризованого світлового пучка усередині сфери Пуанкаре одиничного радіусу. Пучок, що зображений точкою P, характеризується ступенем поляризації $P = 0.64$. У випадках, що розглядаються в цій роботі, зображаюча точка рухається лише вздовж діаметра сфери, що проходить через її центр і точку P.

U – сингулярності у комбінованих пучках

Розглянемо випадок, коли Лагер-Гаусова мода LG_0^1 з центральним вихором некогерентно змішується з ортогонально поляризованою безвихровою опорною хвилею, інтенсивність якої не перевищує максимальну інтенсивність моди LG_0^1. Ми розглядаємо найбільш загальний випадок, коли стани поляризації двох компонент можуть належати до будь-якого типу поляризації: лінійного, циркулярного або еліптичного. Цей випадок ілюструється рис. 2, де радіальний розподіл інтенсивності моди LG_0^1 показано у функції безрозмірної змінної ρ/w_x, що характеризує типову ширину моди. Незалежно від інших експериментальних умов, таких як коаксиальність, кут сходження двох хвиль і форма хвильового фронту опорної хвилі, комбінований пучок є частково і неоднорідно поляризованим, так що $\mathscr{P}$ змінюється вздовж радіуса від центрального вихору моди LG_0^1. При цьому, можна бачити два кільця з центрами на оптичному вихорі, де інтенсивності двох хвиль рівні і модуль КСП дорівнює нулю. Такі кільця, $U-$сингулярності або сингулярності КСП, розділяють області з ортогональними станами поляризації. Радіуси цих кілець залежать від відношення інтенсивностей двох компонент результуючого поля, але є незалежними від будь-яких інших експериментальних параметрів. Вихор моди LG_0^1 (при $\rho/w_x = 0$) – єдина точка, де поле є повністю поляризованим зі станом поляризації опорної хвилі.

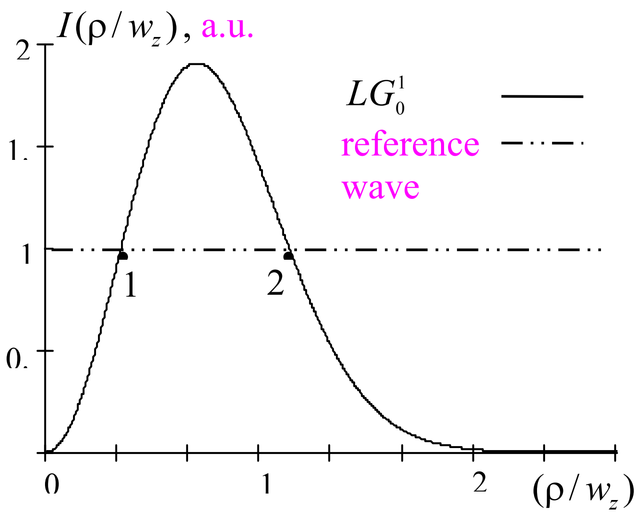

Рис. 2. Радіальний розподіл інтенсивності Лагер-Гаусової моди LG_0^1 та некогерентної з нею ортогонально поляризованою опорною хвилею. Точки 1 і 2 - сліди кілець, на яких модуль КСП дорівнює нулю ($U-$сингулярностей). Ці кільця розділяють області з ортогональними станами поляризації Комбіноване поле всюди частково поляризоване за виключенням точки $\rho/w_x = 0$, де поле повністю поляризоване зі станом поляризації опорної хвилі

Якщо далі опорна хвиля з лівоциркулярною поляризацією некогерентно накладається на правоциркулярно поляризовану моду LG_1^1, отримується набір поляризаційних сингулярностей, показаних на рис. 3. А саме, спостерігається $C-$точка при $\rho/w_x = 0$, де амплітуда моди LG_1^1 дорівнює нулю, та кільцевий $C-$контур при $\rho/w_x = 1$, де мода LG_1^1 має сингулярність типу «нескінченно протяжної інтерференційної темної смуги» [8]. При цьому, лише центральна $C-$точка є «типовою» (структурно стійкою) поляризаційною сингулярністю, тоді як $C-$контур на кільці $\rho/w_x = 1$ може бути реалізованим на практиці лише з певною експериментальною точністю й розпадається на набір ізольованих $C-$точок під дією неуникнених малих збурень. Окрім таких $C-$сингулярнстей спостерігається також кілька $U-$сингулярностей (точки 1, 2 і 3 на Рис. 3), дві з яких (точки 1 і 2) є структурно стійкими й розділяють області з право- та лівоциркулярною поляризацією, так що $\mathscr{P}$ змінює знак. Невелика зміна інтенсивності опорної хвилі призводить лише до зміни радіусів таких $U-$кілець без їх деформації. Точка ж 3, де інтенсивність опорної хвилі дорівнює інтенсивності другого максимуму моди LG_1^1 є слідом нестійкої $U-$сингулярності, яка розпадається на дві кільцеві сингулярності, якщо інтенсивність опорної хвилі дещо зменшується, або зникає, якщо інтенсивність опорної хвилі дещо збільшується.

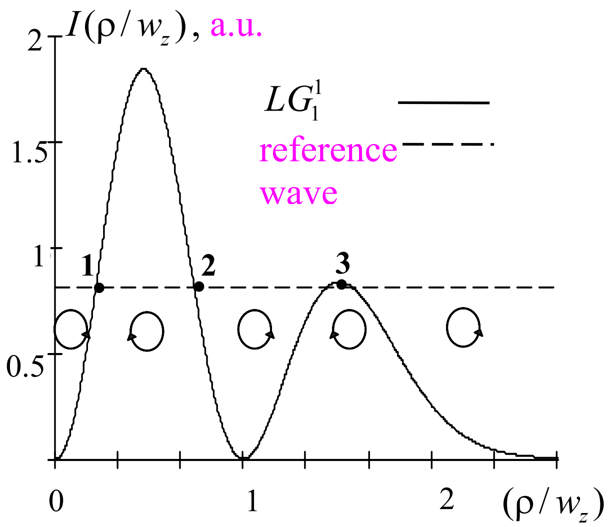

Рис. 3. Радіальний розподіл інтенсивності правоциркулярно поляризованої Лагер-Гаусової моди LG_1^1 та некогерентно накладеної лівоциркулярно поляризованої опорної хвилі. Точки 1, 2 і 3 – сліди кілець, де модуль КСП дорівнює нулю ($U-$сингулярностей). Ці кільця розділяють області з ортогональними станами поляризації. Результуюче поле всюди частково циркулярно поляризоване за виключенням точки $\rho/w_x = 0$ та кільця $\rho/w_x = 1$, де поле повністю поляризоване зі станом поляризації опорної хвилі.

Розглянемо тепер більш складний випадок, коли комбінований сингулярний пучок утворюється як суперпозиція двох зважених Лагер-Гаусових мод LG_0^1 та LG_1^1 з відношенням потужностей 1:0,45. При коаксіальному накладанні таких взаємно некогерентних й однаково поляризованих мод результуючий пучок виявляється частково просторово когерентним й має радіальний розподіл інтенсивності, що нагадує такий розподіл в ізольованій моді LG_0^1. Сингулярності просторової функції когерентності таких комбінованих пучків експериментально досліджувались у роботі [9]. У статті [10] описано нетипові поляризаційні сингулярності для випадку, коли такі моди є взаємно когерентними, але ортогонально поляризованими. Тут ми розглянемо випадок, коли вказані моди є взаємно некогерентними й ортогонально поляризованими. Цей розгляд приведе до з'язування проблеми структурної стійкості $U-$сингулярностей відносно малих збурень початкових умов.

На Рис. 4 показано радіальні розподіли інтенсивності Лагер-Гаусових мод, а також результуючий радіальний розподіл інтенсивності комбінованого вихрового пучка для випадку строго коаксіальної суперпозиції парціальних мод. Зауважимо, що у випадку некогерентної суперпозиції обвідна результуючого пучка однакова для однаково поляризованих та ортогонально поляризованих утворюючих мод.

Нехай дві моди є ортогонально лінійно поляризованими, наприклад з азимутами 0° (мода LG_0^1) і 90° (мода LG_1^1). (Це припущення завжди можна задовольнити внаслідок довільності вибору референтної площини для відліку азимута поляризації.) Руху вздовж радіусу комбінованого пучка відповідає блукання кінця вектора в середині сфери Пуанкаре вздовж діаметра, що лежить в екваторіальній площині й з'єднує зображаючі точки для лінійно поляризованих пучків з азимутами поляризації 0° та 90°. З Рис. 4 зрозуміло, що комбінований пучок є частково лінійно поляризованим з азимутом поляризації 0° при значеннях безрозмірного радіального параметра $\rho/w_x < 1.45$, де переважає по інтенсивності мода LG_0^1, й частково лінійно поляризованим з азимутом 90° при $\rho/w_x > 1.45$, де переважає мода LG_1^1. На кільці $\rho/w_x \approx 1.45$ дві ортогонально поляризовані моди мають однакові інтенсивності, так що $P = 0$, й у поперечному перерізі комбінованого пучка має місце $U-$сингулярность. При перетині цього кільця має місце зміна напрямку вектора усередині сфери Пуанкаре на протилежний, що відповідає зміні знаку $\mathscr{P}$. Аналогічний розгляд може бути проведеним для ортогонально поляризованих мод, що належать до довільного типу поляризації. Головний результат нашого розгляду, а саме, виникнення кільцевих $U-$сингулярностей, залишається незмінним.

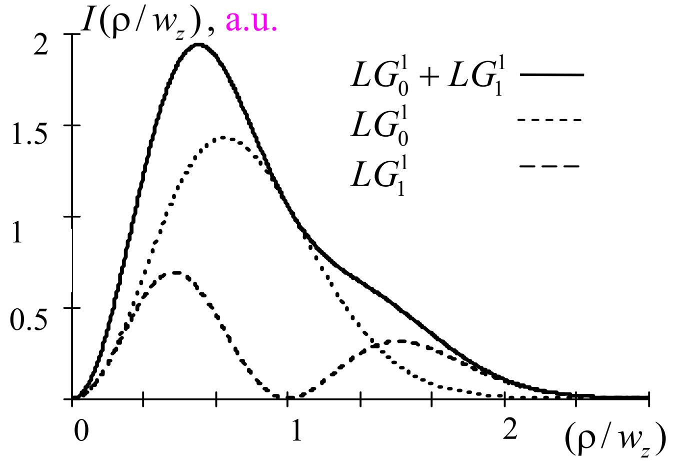

Рис. 4. Радіальні розподіли інтенсивності ізольованих ортогонально поляризованих мод LG_1^1 та LG_1^1 при відношенні їх потужностей 1:0,45 й комбінованого сингулярного пучка, утвореного при некогерентному коаксіальному накладанні цих мод.

Розглянемо випадок, коли між центрами мод, що поширюються в одному напрямку, задаються контрольовані поперечні зсуви. Це дасть можливість виявити важливу властивість $U-$сингулярностей, а саме, їх топологічну стійкість відносно малих збурень.

На Рис. 5 показано розподіли інтенсивності комбінованих пучків й відповідні розподіли КСП за відсутності поперечного зсуву (фрагмент *а*) й при кількох ненульових зсувах (фрагменти *б-д*). Дане моделювання було виконане для випадку, коли площина спостереження віддалена від перетяжки каустики на половину віддалі Релєя, так що радіуси мод у площині спостереження складали 1,12 радіусів мод у перетяжці каустики. Фрагменти зліва отримано для лінії, що з'єднує центри парціальних мод. На фрагментах справа показано двомірні розподіли $U-$сингулярностей у поперечному перерізі комбінованого пучка. Враховуючи, що параметри Стокса взаємно некогерентних світлових пучків адитивні, й нормовані другий, третій та четвертий параметри Стокса ортогонально поляризованих пучків відрізняються лише знаками [1], для отримання таких $U-$контурів ми обчислювали двовимірні розподіли $\mathscr{P}$ наступним чином:

$$\mathscr{P}(x,y) = \frac{S_1^{(01)} - S_1^{(11)}}{S_0^{(01)} + S_0^{(11)}} \equiv s_1^{(01)} - s_1^{(11)} = \frac{I_{01} - I_{11}}{I_{01} + I_{11}}, \qquad (5)$$

де I_{01} та I_{11} – інтенсивності відповідних мод у точці (x, y). Очевидно, чисельник виразу (5) визначає інтенсивність повністю поляризованої компоненти комбінованого пучка, а знаменник – повну інтенсивність пучка у точці спостереження. Відповідно до рівняння (5), $\mathscr{P}$ є нормованим параметром, який може набувати як додатних так і від'ємних значень. $U-$контури знаходяться як лінії, вздовж яких модуль $\mathscr{P}$ має нульове значення.

Зауважимо, що у випадку некогерентної суперпозиції ортогонально поляризованих мод формула (5) перетворюється до вигляду:

$$\mathscr{P}\left(x,y\right)=\frac{S_3^{(01)}-S_3^{(11)}}{S_0^{(01)}+S_0^{(11)}}\equiv s_3^{(01)}-s_3^{(11)}=\frac{I_{01}-I_{11}}{I_{01}+I_{11}}. \tag{6}$$

З Рис. 5 (фрагменти *а* і *б*) видно, що навіть при досить великих поперечних зсувах утворюючих мод, аж до величини $\rho/w_z \sim 0.4$, форма $U-$сингулярностей залишається майже незмінною. Зауважимо, що при такому зсуві центральний вихор у комбінованому пучку, представленому на Рис.5 *б*, відсутній. Для більших зсувів (Рис. 5 *в*) спостерігається нова розімкнена (або така, що замикається на нескінченності) $U-$сингулярність, яка надходить справа з нескінченості. Для поперечного зсуву мод $\rho/w_z \sim 0.45115$ (Рис. 5 *г*) ця сингулярність зустрічається із зовнішнім з початкових $U-$контурів й формує петлю. Нарешті, Рис. 5 *д* ілюструє кінцеву стадію еволюції $U-$сингулярностей, коли петля $U-$сингулярностей розмикається й заміняється $U-$сингулярністю, що замикається на нескінченності. Зауважимо, що розподіли інтенсивності на фрагментах Рис. 5 *б-д* майже не відрізняються, тоді як $U-$сингуярності зазнають суттєвих трансформацій у межах інтервалу від $0.4\rho/w_z$ до $0.5\rho/w_z$.

Наголосимо, що розглянуті перетворення $U-$сингулярностей мають місце лише при дуже великих (у долях ρ/w_z) поперечних зсувах мод. Звичайні синулярності можуть бути або не бути стійкими до турбулентних збурень внаслідок їх інтерференційної природи. Напроти, у досліджуваному нами випадку дві моди є взаємно некогерентними (так що різниця фаз між ними не актуальна з самого початку) й зазнають еквівалентних спотворень при поширенні. Це саме і означає, що $U-$контури є типовими (*generic*) у сенсі, визначеному Наєм [6]: «*generic* означає, що об'єкт, про який йдеться, є структурно стійким до малих збурень і виникає без спеціальних підготовки або умов; він є типовим й *виникає сам по собі*».

З Рис. 5 видно ще одну важливу властивість $U-$сингулярностей. Знаки «+» та «-» на фрагментах справа відповідають превалюванню, відповідно, моди LG_0^1 або моди LG_1^1. На відповідних ділянках КСП, $\mathscr{P}$, приймає такий самий знак. Отже, $U-$сингулярностям притаманний специфічний знаковий принцип. А саме, в усіх випадках, що ілюструються Рис. 5, замкнені (або такі, що замикаються у нескінченості) $U-$лінії розділяють області з ортогональними станами поляризації, подібно до $L-$ліній, які розділяють області з лівим і правим обертанням у когерентних векторних оптичних полях.

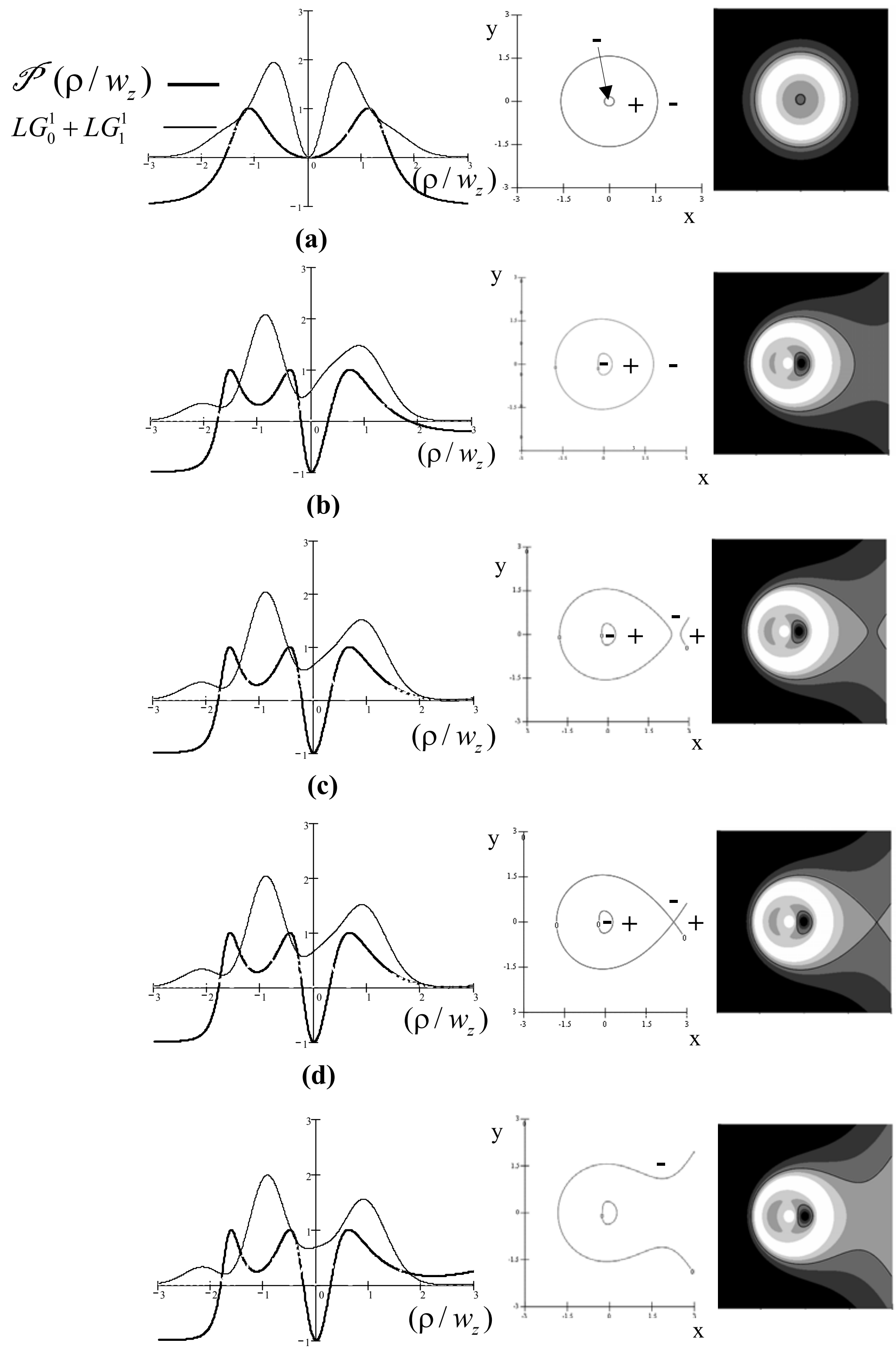

Рис. 5. Розподіли інтенсивності та розподіли КСП у комбінованих сингулярних пучках, сформованих зваженими ортогонально поляризованими модами LG_0^1 та LG_1^1 при різних поперечних зсувах між центрами мод. Фрагменти справа ілюструють $U-$сингулярності (сингулярності КСП) у поперечному перерізі комбінованих пучків.

Навіть при відносно великих зсувах між центрами мод (аж до 0,5 радіусу моди) перетин $U-$сингулярності кожен раз супроводжується зміною знаку $\mathscr{P}$.

Повертаючись до Рис. 3, можна бачити, що знаковий принцип для U – сингулярностей не задовольняється для точки 3, що ще раз підтверджує, що відповідна сингулярність є нетиповою.

Висновки

У даній роботі введено означення комплексного ступеня поляризації (КСП), із використанням якого виявлено новий тип векторних сингулярностей у частково когерентних, неоднорідно поляризованих комбінованих пучках, утворених як суперпозиція ортогонально поляризованих, взаємно некогерентних компонент. U – сингулярності (сингулярності КСП) визначено як лінії, вздовж яких модуль КСП дорівнює нулю, а стан поляризації невизначений. Показано, що при перетині U – сингулярності стан поляризації стрибкоподібно змінюється на ортогональний. Встановлено знаковий принцип для U – сингулярностей й показано, що такі сингулярності є структурно стійкими до малих збурень, і тому можна очікувати, що U – контури у комбінованих пучках розглянутого типу залишатимуться стабільними при поширенні через турбулентну атмосферу.

Література

1. Shurcliff W.A. Polarized Light: Production and Use, Harvard Univ.Press, Cambridge, Mass., 1962.
2. E.L. O'Neill, Introduction to Statistical Optics, Addison-Wesley, Massachusetts, 1963.
3. H.C. van de Hulst, Light Scattering by Small Particles, Wiley, NY, 1957.
4. R.M.A. Azzam and N.M. Bashara, Ellipsometry and Polarized Light, North-Holland, Amsterdam, 1977.
5. Born M., Wolf E. Principles of Optics, Pergamon, New York, 1999.
6. Nye J.F. Natural Focusing and Fine Structure of Light. Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia. - 1999.
7. Ellis J., Dogariu A. Complex degree of mutual polarization. // Opt. Lett. – 2004. – V. 29 (6). P. 536-538.
8. Nye J.F., Berry M.V. Dislocation in wave trains. // Proc. Roy. Soc. Lond., A 336. - 1974. – P. 165-190.
9. Bogatyryova G.V., Felde Ch.V., Polyanskii P.V., Ponomarenko S.A., Soskin M.S., Wolf E. Partially coherent vortex beams with a separable phase. // Opt. Lett. - 2003. - V. 28. - P. 878-880.
10. Bogatyryova G.V., Felde Ch.V., Polyanskii P.V., Soskin M.S. Nongeneric polarization singularities in combined vortex beams. // Opt. & Spectr. – 2004. - V. 97 (5). – P. 782-789.

Богатырёва Г.В., Фельде К.В., Чернышов А.А., Полянский П.В. **Необычные векторные сингулярности в неоднородно поляризованных оптических полях** Вводится определение комплексной степени поляризации с представлением в стоковом пространстве и на этой основе определяется новый тип векторных сингулярностей в частично когерентных, неоднородно поляризованных оптических полях – U – контуры, вдоль которых степень поляризации равняется нулю, и при пересечении которых состояние поляризации изменяется на ортогональное.	H.V. Bogatyryova, Ch.V. Felde, A.A. Chernyshov, P.V. Polyanskii. **Unusual vector singularities into inhomogeneously polarized optical fields** The complex degree of polarization is defined and represented at the Stokes space, and on this base the new type of vector singularities in partially coherent, inhomogeneously polarized optical fields is determines, namely, the U – contours along which the degree of polarization equals zero, and by crossing of which the state of polarization changes by jump into orthogonal one.

Надійшло до редакції
08 липня 2009 року