УДК 621.372

КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕДАЧИ СИСТЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ С НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИЕЙ

***Трубаров И. В., аспирант**,*
Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт", г. Киев, Украина

Введение. Постановка задачи

При проектировании антенных решеток, в которых излучающими элементами являются диэлектрические резонаторы (ДР), возникает необходимость расчета АЧХ антенны. Данная задача сводится к расчету частотной зависимости коэффициента передачи системы ДР, связанных с питающей их линией. Целью настоящей работы является расчет зависимости коэффициента передачи системы ДР, связанных с несимметричной полосковой линией (НПЛ). При этом ДР размещены в ортогональной ориентации относительно НПЛ (рис. 1). Ось симметрии ДР лежит в плоскости металлической подложки линии. В самой линии, как видно из рис. 1, удалена часть заземленной металлической поверхности и диэлектрика. Будем далее называть подобную линию краевой НПЛ (КНПЛ).

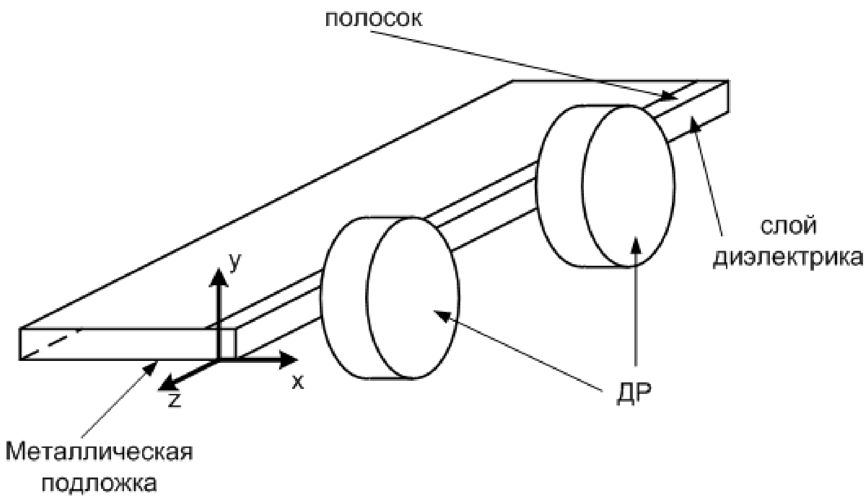


Рис. 1. Система из двух ДР, связанных с КНПЛ

Рассматривается система из множества цилиндрических ДР, координаты центров которых x и y в системе координат, изображенной на рис. 1 (начало координат по оси x соответствует середине полоска), одинаковы для всех ДР. Резонаторы, таким образом, разнесены лишь вдоль оси z и находятся на равном удалении от линии.

Методика аналитического расчета коэффициента передачи

Для расчета коэффициента передачи системы ДР воспользуемся подходом, изложенным в [1]. Поле системы ДР можно однозначно определить, вычислив коэффициенты связи ДР между собой, открытым пространством и линией передачи. Пусть последние образуют матрицу коэффициентов связи *К* размерности *NxN*, где *N* – количество ДР в исследуемой системе. Пусть λ – вектор собственных значений матрицы *К*, а $B=(b_{ij})$ – матрица, столбцы которой являются собственными векторами *К*, размещенными в порядке соответствия собственным числам в λ. Тогда введем *N* матриц $C_n = (c_n^{ij}), n = \overline{1, N}$, определенных следующим образом:

$$c_n^{ij} = \begin{cases} \sum\limits_{s=1}^{N} b_{sn}\tilde{k}_{si}, \text{ если } j = n; \\ b_{ij}, \text{ если } j \neq n, \end{cases}$$

где $\tilde{k}_{si}$ – коэффициент связи *s*-того и *i*-того ДР по распространяющимся волнам линии.

Тогда выражение для коэффициента передачи системы ДР *T(f)* как отношения выходной амплитуды напряженности электрического поля ко входной принимает вид:

$$\begin{gathered} T(f) = 1 - \frac{Q^D}{|B|}\sum_{n=1}^{N}\frac{|C_n|}{Q_n(f)}, \\ Q_n(f) = Q^D \operatorname{Im}\lambda_n + \frac{f}{f_0} + 2iQ^D\left[\frac{f}{f_0} - 1 - \frac{1}{2}\operatorname{Re}\lambda_n\right], \end{gathered} \tag{1}$$

где Q^D – добротность материала диэлектрика, из которого изготовлен ДР (предполагается, что все ДР идентичны); *f* – частота; f_0 – собственная частота основной моды ДР.

Элементы матрицы коэффициентов связи $K=(k_{ij})$ определяются следующим образом:

$$k_{ij} = \begin{cases} \eta \cdot ik_l + i(1-\eta)k_0^{os}, \text{ если } i = j; \\ \eta\left(ik_l e^{-i\Gamma\Delta z_{ij}} + k_{ij}^0\right) + (1-\eta)k_{ij}^{os}, \text{ если } i \neq j, \end{cases} \tag{2}$$

где $\eta=0.5$ – коэффициент ($\eta \in [0;1]$), характеризующий часть переизлучаемой резонатором мощности, отдаваемой в линию (в данном случае 50% запасаемой ДР энергии излучается в линию, 50% – в открытое пространство); k_l – коэффициент связи ДР с КНПЛ, вычисляемый в предположении, что вся запасаемая мощность отдается в линию; Γ – постоянная распространения КНПЛ; $\Delta z_{ij}=|z_i-z_j|$ – расстояние между центрами *i*-того и *j*-го ДР вдоль оси *z*; k_0^{os} – коэффициент связи ДР с открытым пространством [1]; k_{ij}^0 – коэффициент связи между ДР по не распространяющимся волнам линии; k_{ij}^{os} – коэффициент взаимной связи между ДР в свободном пространстве [2].

Значение коэффициента k_l рассчитывается из выражения, которое может быть записано в виде:

$$k_l = Af^2(0)H_x^2(x_0, y_0, z_0),$$

где *A* – величина, зависящая от параметров резонатора и поля основной моды его собственных колебаний; $f(\xi)$ – функция связи, определенная в [3]; $H_x(x_0, y_0, z_0)$ – соответствующая компонента (в системе координат, указанной на рис. 1) напряженности магнитного поля НПЛ в точке размещения центра цилиндрического ДР.

В выражении (2) диагональные элементы k_{ii} характеризуют связь i-того ДР с линией и свободным пространством. Недиагональные элементы описывают взаимную связь между резонаторами. Можно также видеть, что матрица K является взвешенной суммой (с весами η и $1-\eta$) двух матриц коэффициентов связи, одна из которых рассчитывается в предположении, что вся запасаемая ДР энергия отдается в линию (берется с коэффициентом η), а другая – в предположении, что ДР размещены в открытом пространстве в отсутствие линии передачи (берется с коэффициентом $1-\eta$).

При объединении нескольких идентичных ДР в систему в ее АЧХ наблюдается расщепление частот относительно резонансной частоты одного ДР f_0 (см. ниже). При сравнении экспериментально измеренных и рассчитанных теоретически кривых коэффициента передачи системы нескольких ДР было замечено, что расщепление частот, предсказываемое моделью, меньше имеющего место в действительности. Данное несоответствие исчезает при введении в выражение для недиагональных элементов в (2) параметра k_{ij}^0 (действительная величина), который может быть истолкован как коэффициент связи двух ДР по не распространяющимся волнам КНПЛ, поскольку в регулярной линии резонаторы связываются между собой как по распространяющимся, так и по не распространяющимся волнам [1], а слагаемое $ik_l e^{-i\Gamma\Delta z_{ij}}$ соответствует связи только по распространяющимся волнам.

В отсутствие аналитического выражения для k_{ij}^0 для количественной оценки этой величины можно использовать аппроксимирующую кривую $k_{ij}^0(\Delta z_{ij})$, построенную по нескольким экспериментально измеренным точкам. По построенной кривой затем можно оценивать данную величину для расчета системы любого количества ДР, размещенных на любом расстоянии друг от друга вдоль оси z.

Нахождение аппроксимирующей кривой для зависимости $k_{ij}^0(\Delta z_{ij})$ по экспериментально измеренным значениям

Для экспериментального измерения коэффициента k_{ij}^0 использовалась система из двух резонаторов (ДР1 и ДР2). Таким образом, для нескольких значений расстояния между центрами ДР1 и ДР2 Δz_{12} необходимо вычислить значения k_{12}^0, и затем аппроксимировать полученные точки подходящей кривой.

АЧХ системы из двух ДР будет иметь два локальных минимума, расположенных на частотах f_1 и f_2. Наиболее простой способ определения значения k_{12}^0 состоит в измерении разности частот локальных минимумов АЧХ системы $\Delta f = f_1 - f_2$. Тогда можно в явном виде записать выражение для действительной части собственных чисел матрицы K, зависящее от искомого параметра k_{12}^{0} , причем $\mathrm{Re}\lambda_1(k_{12}^0) = -\mathrm{Re}\lambda_2(k_{12}^0)$. Тогда из соотношения [1] $\mathrm{Re}\lambda_i = 2\frac{f_i - f_0}{f_0}$ непосредственно следует

$$|\mathrm{Re}\lambda_{1,2}(k_{12}^0)| = \frac{f_1 - f_2}{f_0} = \frac{\Delta f}{f_0}$$

Подставляя в последнее уравнение явное выражение для $\mathrm{Re}\lambda$ и решая его относительно k_{12}^{0}, получаем:

$$k_{12}^0 = \frac{1}{\eta}\left(\frac{\Delta f}{f_0} - \eta k_l \sin\Gamma\Delta z - (1-\eta)\mathrm{Re}k_{12}^{os}\right) \quad (3)$$

Таким образом, для нескольких значений расстояния между ДР Δz_{12} по АЧХ измеряется Δf, а затем из (3) находится соответствующее этому расстоянию значение k_{12}^{0}.

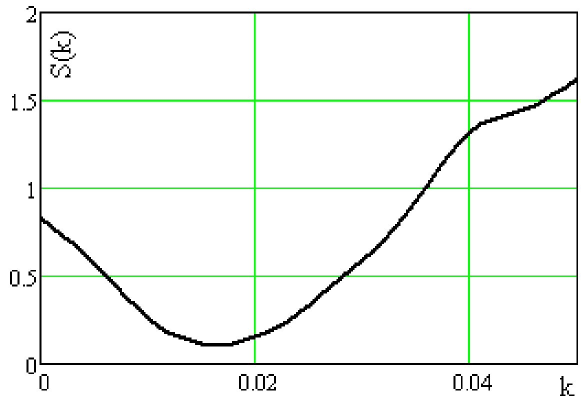
Однако данный способ имеет существенный недостаток: при удалении ДР друг от друга один из локальных минимумов АЧХ системы становится все менее выраженным, и при превышении некоторого значения расстояния между ДР Δf не может быть измерено из АЧХ (см. ниже). Таким образом, k_{12}^{0} может быть измерен только на незначительных удалениях ДР друг от друга, что недостаточно.

Для измерения k_{12}^{0} для любых расстояний между ДР применялся второй, более сложный, подход, состоящий в использовании метода наименьших квадратов (МНК). Ниже изложим суть данного подхода и полученные с его помощью результаты.

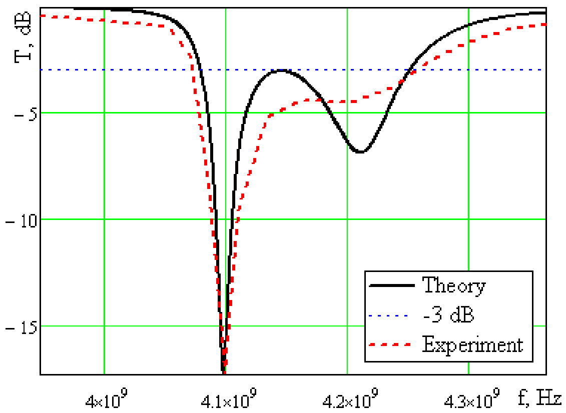
Пусть в выражении (2) величина $k_{12}^0=k_{21}^0=k^0$ – дополнительная переменная. Тогда определяемая из (1) функция коэффициента передачи является функцией двух переменных: частоты f и коэффициента k^0: $T(f,k^0)$. Рассмотрим измерение величины k^0 для одного значения Δz_{12}. Для данного расстояния между двумя ДР измеряется АЧХ системы в M точках. Тогда имеем набор из M пар $(f_m;L_m)$, $m=\overline{1,M}$, где f_m – частота в m-той точке измерения, L_m – уровень затухания сигнала на данной частоте, дБ. Перейдем от логарифмических единиц к натуральным: $T_m^{\exp} = 10^{\frac{L_m}{20}}$, $T_m^{\exp} \in [0;1]$. Тогда имеем M пар $(f_m;T_m^{exp})$. Дальнейшая задача состоит в отыскании такого значения $k^0=k^0_{min}$, при котором функция $T(f,k^0_{min})$ минимально отличалась бы от экспериментально измеренных значений. Поскольку очевидно, что k^0 входит в $T(f,k^0)$ нелинейно и к линейной зависимости нельзя также прийти логарифмированием (1), то реализация МНК в виде решения системы линейных уравнений оказывается невозможной. В таком случае решение будем искать путем минимизации функции суммы квадратов разностей теоретических и экспериментальных значений коэффициента передачи в точках измерения. Данная функция имеет вид:

$$S(k^0) = \sum_{m=1}^{M} \left(T(f_m, k^0) - T_m^{\exp} \right)^2 .$$

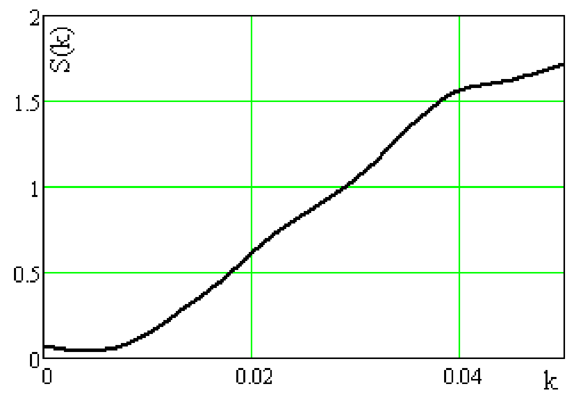
На рис. 2 приведены примеры нахождения величины k^0_{min} для двух случаев, когда расстояние между ДР невелико и на АЧХ видны локальные минимумы (рис. 2, а), и когда расстояние значительно и четко различим лишь один минимум (рис. 2, в), а также теоретические и экспериментальные кривые АЧХ при использовании в (2) определенных таким образом значений k^0 (рис. 2, б, г). На рис. 2 величина $d=\Delta z_{12}-2r_0$ (где r_0 – радиус цилиндрического ДР) – расстояние между ближайшими точками резонаторов (легко измеримая величина).



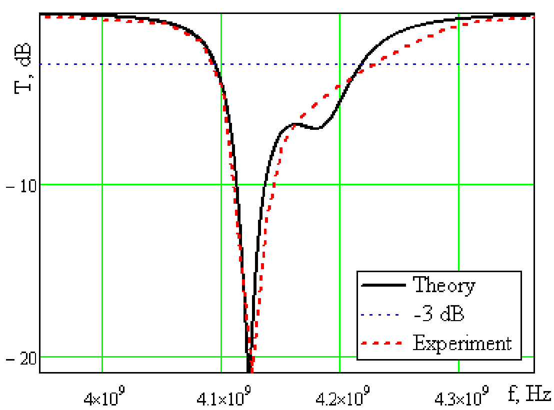
а) $d=1.3$ *мм*; $k^0_{min}=0.016$



б) АЧХ системы при $d=1.3$ *мм*



в) $d=4.2$ *мм*; $k^0_{min}=0.004$



г) АЧХ системы при $d=4.2$ *мм*

Рис. 2. Определение величины k^0_{min} при нахождении минимума функции $S(k^0)$.
а, в – кривые функции $S(k^0)$ для двух различных значений расстояния между ДР d;
б, г – соответствующие им АЧХ исследуемой системы двух резонаторов

Таким образом для каждого из нескольких значений расстояния между ДР d находится величина k^0_{min}. Оказывается, что при увеличении d величина k^0 уменьшается экспоненциально, т. е. полученная зависимость $k^0_{min}(d)$аппроксимируется экспоненциальной функцией. На рис. 3 изображены измеренные значения k^0_{min} и проведена аппроксимация их экспоненциальной функцией.

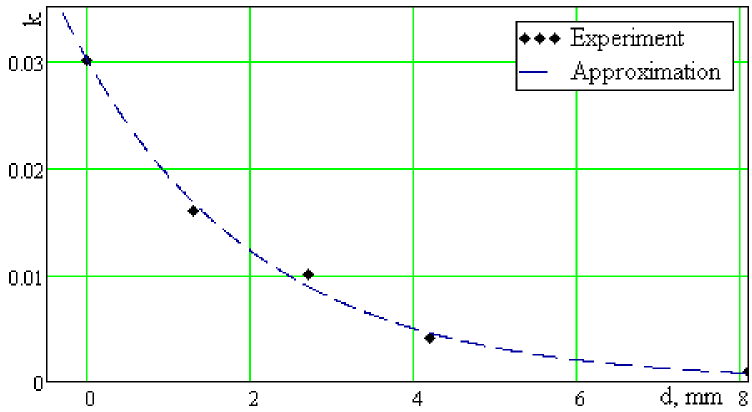


Рис. 3. Аппроксимация измеренных значений k^0_{min} экспоненциальной функцией

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов

Для проверки теоретической модели измерялась АЧХ системы из 3-х цилиндрических ДР (ДР1, ДР2, ДР3), размещенных друг от друга на расстояниях $\Delta z_{12}= \Delta z_{23}=0.5\Delta z_{13}=11.8$ *мм* (что соответствует $d=1.7$ *мм*). Параметры ДР: высота $L=2.5$*мм*, диаметр $2r_0=10.1$*мм*, диэлектрическая проницаемость материала ДР $\varepsilon=81$. Параметры КНПЛ: : высота диэлектрической подложки $h=1.2$*мм*, шириной полоска $w=2$*мм*, диэлектрической проницаемостью подложки $\varepsilon=2$ (фторопласт). ДР были размещены вплотную к КНПЛ, так что $x_1=x_2=x_3=w/2$ (система координат на рис. 1). Для линии и ДР с этими же параметрами проводились расчеты, описываемые выше.

На рис. 3 аппроксимирующая функция имеет вид $k^0(d)=0.03e^{-0.45d}$ (d в мм). Тогда при расчете системы из 3-х резонаторов в (2) подставлялись значения $k^0_{ij}=k^0(\Delta z_{ij}-2r_0)$.

На рис. 4 изображены теоретическая и экспериментальная АЧХ данной системы.

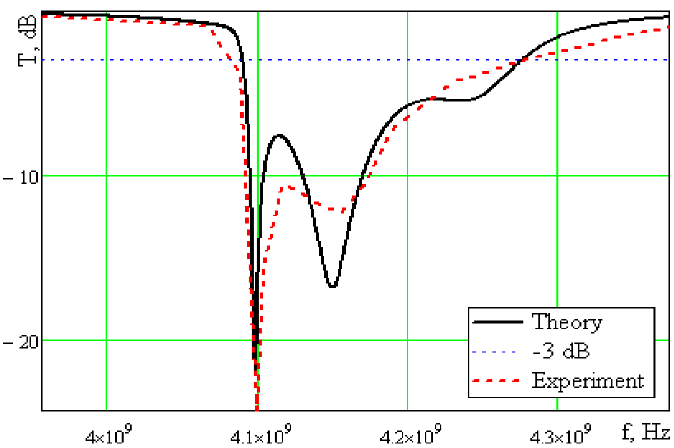


Рис. 4. Сравнение теоретической и экспериментальной кривых частотной зависимости коэффициента передачи системы 3-х ДР, связанных с КНПЛ

Выводы

В работе представлена модель расчета АЧХ системы N цилиндрических ДР, возбуждаемых КНПЛ. Основной трудностью при расчете является отсутствие аналитического выражения для вычисления коэффициента связи ДР по не распространяющимся волнам линии. Для того, чтобы иметь возможность рассчитывать АЧХ системы любого количества ДР, необходимо сделать несколько измерений АЧХ системы из двух ДР. При этом было выяснено, что искомая зависимость имеет экспоненциальный характер, поэтому достаточно произвести лишь два измерения (при двух различных расстояниях между ДР), чего будет достаточно для определения неизвестных коэффициентов в уравнении экспоненциальной функции, аппроксимирующей искомую зависимость коэффициента от расстояния между ДР.

Литература

1. М. Е. Ильченко, А. А. Трубин. Электродинамика диэлектрических резонаторов. – Киев: Наукова думка – 2004.

2. Трубін О. О., Шмиглюк Г. С. Моделювання параметрів антенної решітки на циліндричних діелектричних резонаторах// Вісник Національного технічного університету України "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратуробудування. – 2006. – №33. – С. 101-108.

3. Трубин А. А. Расчет связи цилиндрического диэлектрического резонатора со щелевой линией передачи // Радиоэлектроника, №4, 1996, с. 61-66.

*Трубаров І. В.****Коефіцієнт передачі системи циліндричних діелектричних резонаторів, зв'язаних з несиметричною смужковою лінією.*** *Викладено методику аналітичного розрахунку коефіцієнту передачі системи циліндричних діелектричних резонаторів у випадку їх ортогональної орієнтації відносно крайової несиметричної смужкової лінії. Наведено два способи експериментального визначення величини коефіцієнту зв'язку резонаторів по хвилям, що не розповсюджуються, смужкової лінії передачі: шляхом виміру величини розщепленнячастот в АЧХ системи та шляхом використання метода найменших квадратів. Показано, що залежність коефіцієнту зв'язку резонаторів по хвилях, що не розповсюджуються, від відстані між ними може бути апроксимована експоненціальною функцією. Проведено порівняння експериментальних і теоретичних даних.*

Ключові слова: *діелектричний резонатор, коефіцієнт передачі, НВЧ, АЧХ, коефіцієнт зв'язку, несиметрична смужкова лінія, антена, зв'язані коливання, розщеплення частот.*

Трубаров И. В. ***Коэффициент передачи системы цилиндрических диэлектрических резонаторов, связанных с несимметричной полосковой линией.*** *Изложена методика аналитического расчета коэффициента передачи системы цилиндрических диэлектрических резонаторов в случае их ортогональной ориентации относительно краевой несимметричной полосковой линии. Приведены два способа экспериментального определения величины коэффициента связи резонаторов по не распространяющимся волнам полосковой линии передачи: путем измерения величины расщепления частот в АЧХ системы и путем использования метода наименьших квадратов. Показано, что* *зависимость коэффициента связи резонаторов по не распространяющимся волнам от расстояния между ними может быть аппроксимирована экспоненциальной функцией. Проведено сравнение экспериментальных и теоретических данных.*

***Ключевые слова:** диэлектрических резонатор, коэффициент передачи, СВЧ, АЧХ, коэффициент связи, несимметричная полосковая линия, антенна, связанные колебания, расщепление частот.*

Trubarov I. V. ***Transmission gain of a system of cylindrical dielectric resonators coupled with a microstrip line.*** *The method of analytical calculation of gain of a system of cylindrical dielectric resonators in case of their orthogonal orientation relative to an edge microstrip line is stated. Two ways of experimental determination of value of coupling coefficient between the resonators by evanescent waves of microstrip line are stated: measuring frequency splitting value and by force of least squares method. It is disclosed, that the dependence of coupling coefficient between resonators by evanescent waves versus a distance between them can be approximated by exponential function. The comparison between experimental and theoretical data is provided.*

***Keywords:** dielectric resonator, transmission gain, microwave frequencies, amplitude-frequency characteristic, coupling coefficient, microstrip line, antenna, coupled oscillation, frequency splitting.*