

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

УДК 621.372.061

**ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ
ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ***Найденко В. І. д. ф. м. н., проф.**Шумаков Д. С. аспірант**Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна*

Двовимірний масив періодичних металічних комірок на діелектричній основі або провідна поверхня, періодично перфорована апертурами, складає частотно-селективну поверхню (ЧСП) для електромагнітних хвиль [1]. Традиційні структури частотно-селективних поверхонь з резонансними комірками досліджувалися протягом багатьох років для різних застосувань: в пристроях сучасної НВЧ техніки, антенної техніки, телекомунікацій та мобільного зв'язку, дифракційної електроніки та мікроелектроніки, радіорелейних ліній як просторові фільтри, як засоби радіозахисту, антенні обтічники, поляризаційні фільтри тощо.

Інтенсивне вивчення частотно-селективних поверхонь почалося в середині 60-х років 20 ст. з виникненням значного потенціалу для застосування в військовій техніці [2]. Початком дослідження ЧСП можна вважати теорію фазованих антенних решіток. Електромагнітне розсіювання від частотно-селективних періодичних структур вивчалось протягом багатьох років, отримано велику кількість результатів щодо їх властивостей, проте його вивчення було обмежене потужністю обчислювальної техніки.

ЧСП можуть бути багатошаровими: з діелектричними, провідниковими, напівпровідниковими шарами. Параметрами конструкції ЧСП є форма елементів, ε , $tg\delta$, μ , кількість та товщина шарів, розташування елементів і т. д. Обчислюється зазвичай зміна резонансної частоти, ширини смуги пропускання, поляризаційної характеристики при зміні кута падіння, тощо.

Існують різні аналітичні та чисельні методи для аналізу структур ЧСП: метод скінченних різниць, метод еквівалентних кіл, метод моментів, метод скінченних елементів, метод скінченних різниць у часовій області тощо. Кожен з методів має свої недоліки та переваги. Постійний розвиток комп'ютерної техніки надає додаткові можливості для задач чисельного аналізу електромагнітних структур. В цілому потрібно керуватися правилом: не задача для методу, а метод для задачі.

Задача відбиття падаючої хвилі від двовимірної періодичної решітки прямокутних латок досліджена в [3, 4]: для цього вирішувалось інтеграль-

не рівняння для невідомого струму на кожній прямокутній латці. Комплементарна задача відбиття плоскої хвилі від двовимірної періодичної решітки прямокутних апертур досліджена для нормального падіння в [5].

В даній статті представлено загальний підхід для числового рішення задачі відбиття плоскої електромагнітної хвилі в широкому діапазоні частот при падінні на двовимірну періодичну ЧСП з прямокутними елементами, що мають діелектричне заповнення.

Теорія

ЧСП, що розглядається та одинична комірка з введеною системою координат показані на Рис. 1.

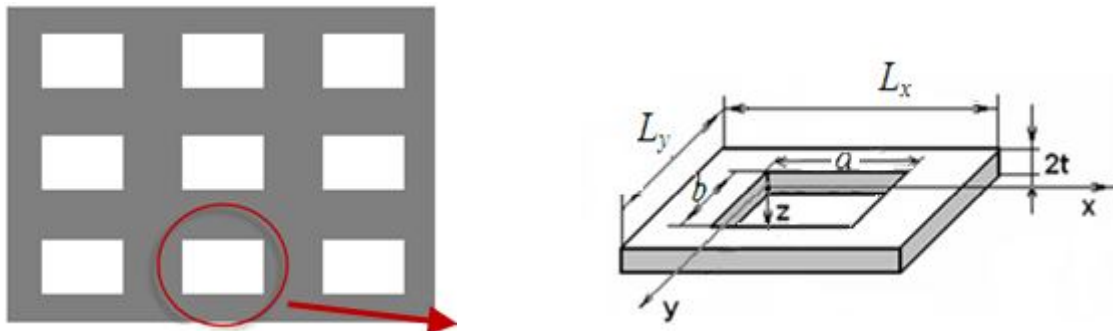


Рис. 1. ЧСП з прямокутними елементами та геометрія її одиничної комірки

Структура періодична уздовж осей x та y . Розіб'ємо досліджуваний простір на 3 області по осі z , кожна з яких має певну електричну та магнітну проникність (Рис. 2).

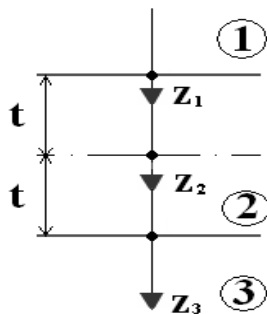


Рис. 2. Розбиття комірки на три області по осі z

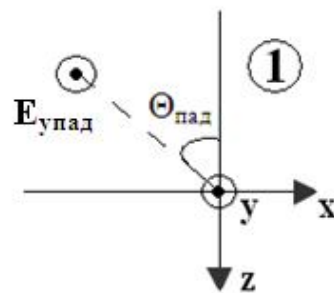


Рис. 3. Область 1

На досліджувану структуру падає під довільним кутом плоска хвиля. Розглянемо електричне поле падаючої хвилі перпендикулярне площині падіння xz (TE поляризація).

Вирази полів в області 1 (Рис. 3) отримані з урахуванням теореми Флоке (дана структура періодична по осям x та y).

$$E_1 = E_{над} + E_{відб} = e_y e^{-j(\alpha_0 x + k_1 z_1 \cos \theta_{над})} + e_y \sum_p \sum_g B_{pg} e^{-j\alpha_p x} e^{-j\beta_g y} \cdot e^{-j\gamma_{pg} z_1} +$$

$$\begin{aligned}
 & + e_x \sum_p \sum_g G_{pg} e^{-j\alpha_p x} e^{-j\beta_g y} \cdot e^{-j\gamma_{pg} z_1} \\
 H_1 = H_{nad} + H_{vidb} = & \frac{1}{\rho_1} (-e_x \cos \theta_{nad} + e_z \sin \theta_{nad}) e^{-j(\alpha_o x + k_1 z_1 \cos \theta_{nad})} + \\
 & + \frac{j}{\omega \mu_0 \mu_1} (\sum_p \sum_g (j\gamma_{pg} \cdot e_x - j\alpha_p \cdot e_z) B_{pg} e^{-j\alpha_p x} e^{-j\beta_g y} e^{-j\gamma_{pg} z_1} + \\
 & + \sum_p \sum_g (-j\gamma_{pg} \cdot e_y + j\beta_g \cdot e_z) G_{pg} e^{-j\alpha_p x} e^{-j\beta_g y} e^{-j\gamma_{pg} z_1})
 \end{aligned}$$

де θ_{nad} – кут падіння хвилі, $|E_{nad}|=1$, ρ_1 – хвильовий опір області 1, $\beta_g = \beta_y + \frac{2\pi \cdot g}{L_y} = \frac{2\pi \cdot g}{L_y}$, $\alpha_p = \beta_x + \frac{2\pi \cdot p}{L_x} = k_1 \sin \theta_{nad} + \frac{2\pi \cdot p}{L_x}$ – коефіцієнти фази, B_{pg} , G_{pg} – невідомі амплітуди гармонік, $\gamma_{pg}^2 = k_1^2 - \alpha_p^2 - \beta_g^2$.

Область 2 – це прямокутний хвилевід зі сторонами a та b (Рис. 4).

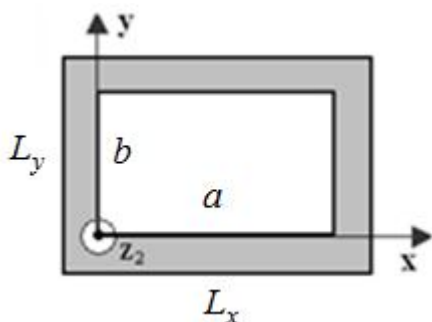


Рис. 4. Поздовжній переріз області 2

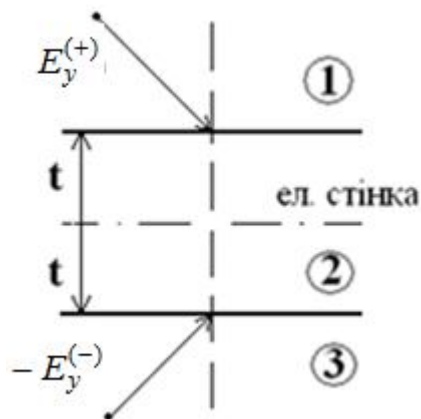


Рис. 5. На структуру падають протифазні по E_y хвилі, що еквівалентно введенню електричної стінки в площині симетрії

Вирази для полів власних хвиль типу E та H прямокутного хвилеводу відомі. Для спрощення вихідної задачі розв'яжемо дві задачі: перша – це електрична стінка в площині симетрії $z_2=0$ (Рис. (5)), друга – це магнітна стінка в цій же площині симетрії (Рис. 6). Як видно на Рис. 5 електричну стінку в площині симетрії $z_2=0$ можна створити опромінивши структуру з двох сторін протифазними хвилями по E_y . В площині симетрії $z_2=0$ вони дадуть нульове поле E_y . Магнітну стінку в площині симетрії можна створити, опромінюючи структуру з двох сторін синфазними по E_y хвилями. Проекції H_x магнітного поля цих хвиль мають протилежні напрямки, і,

отже в площині симетрії $z_2=0$ буде $H_x=0$ (Рис. 6). Очевидно, що сума рішень цих двох задач, поділена пополам, буде рішенням задачі, що розглядається в даній роботі.

$$\text{В області 1 будемо мати: } E_y^{(1)} = \frac{1}{2}(E_y^{(+)} + E_y^{(-)}) = E_y^{(+)}.$$

$$\text{В області 3: } E_y^{(3)} = \frac{1}{2}(E_y^{(-)} - E_y^{(-)}) = 0.$$

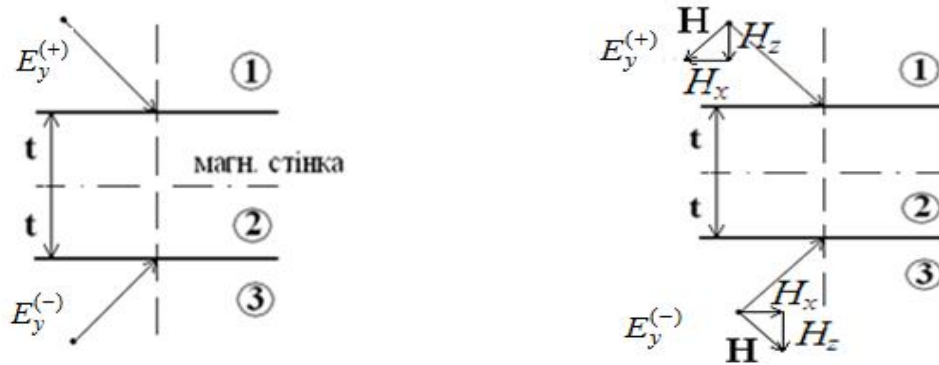


Рис. 6. На структуру падають синфазні по E_y хвилі, що еквівалентно введенню магнітної стінки в площині симетрії

На границі областей 1 і 2 ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $z_2 = -t$, $z_1 = 0$) мають бути неперервними тангенціальні до границі областей компоненти (x та y) електричного та магнітного полів. Крім того, тангенціальні компоненти електричного поля E_{1y} та E_{1x} дорівнюють нулю на металі, тобто при $a \leq x \leq L_x$, $b \leq y \leq L_y$, $z_2 = -t$, $z_1 = 0$. Об'єднуємо граничні умови по електричному полю на апертурі та металевому екрані. В області 2 формуємо з власних хвиль поля, що задовольняють умовам на електричній та магнітній стінках.

Для отримання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) застосуємо метод Гальоркіна: помножимо вирази, отримані з граничних умов, на повні та ортогональні функції по відповідним координатам і візьмемо інтегралі від цих добутків на періоді.

Отримаємо наступну СЛАР для випадку електричної (магнітної) стінки в площині симетрії $z_2=0$:

$$G_{qs} = \sum_{m=1} \sum_{n=1} C_{mn} \frac{m\pi}{a} \frac{\Gamma_{mn}^E \sin}{\chi_{mn}^2 \cos} (\Gamma_{mn}^E \cdot t) \cdot \frac{1}{L_x} \int_0^a e^{j\alpha_q x} \cos \frac{m\pi x}{a} dx \cdot \frac{1}{L_y} \int_0^b e^{j\beta_s y} \sin \frac{n\pi y}{b} dy \mp$$

$$\mp j\omega\mu_0\mu_2 \sum_{m=0} \sum_{n=1} F_{mn} \frac{n\pi}{b} \frac{1}{\chi_{mn}^2 \cos} (\Gamma_{mn}^H \cdot t) \cdot \frac{1}{L_x} \int_0^a e^{j\alpha_q x} \cos \frac{m\pi x}{a} dx \cdot \frac{1}{L_y} \int_0^b e^{j\beta_s y} \sin \frac{n\pi y}{b} dy,$$

$$q, s = -\infty \dots +\infty.$$

$$\delta_{qs} + B_{qs} = \sum_{m=1} \sum_{n=1} C_{mn} \frac{n\pi}{b} \frac{\Gamma_{mn}^E}{\chi_{mn}^2} \sin(\Gamma_{mn}^E \cdot t) \cdot \frac{1}{L_x} \int_0^a e^{j\alpha_q x} \sin \frac{m\pi x}{a} dx \cdot \frac{1}{L_y} \int_0^b e^{j\beta_s y} \cos \frac{n\pi y}{b} dy \pm$$

$$\pm j\omega\mu_0\mu_2 \sum_{m=1} \sum_{n=0} F_{mn} \frac{m\pi}{a} \frac{1}{\chi_{mn}^2} \sin(\Gamma_{mn}^H \cdot t) \cdot \frac{1}{L_x} \int_0^a e^{j\alpha_q x} \sin \frac{m\pi x}{a} dx \cdot \frac{1}{L_y} \int_0^b e^{j\beta_s y} \cos \frac{n\pi y}{b} dy,$$

$$q, s = -\infty \dots +\infty, \text{ де } \delta_{qs} = \begin{cases} 1, & q = 0, s = 0 \\ 0, & q \neq 0 \text{ і } (a\text{бо}) \text{ } s \neq 0 \end{cases}$$

$$-\frac{\cos\theta_{nad}}{\rho_1} b \delta_N \int_0^a e^{-j\alpha_0 x} \sin \frac{M\pi x}{a} dx - \frac{1}{k\rho_0\mu_1} \sum_q \sum_s B_{qs} \gamma_{qs} \cdot \frac{1}{a} \int_0^a e^{-j\alpha_p x} \sin \frac{M\pi x}{a} dx \times$$

$$\times \frac{1}{b} \int_0^b e^{-j\beta_g y} \cos \frac{N\pi y}{b} dy =$$

$$= \pm j\omega\epsilon_0\epsilon_2 C_{MN} \frac{1}{\chi_{MN}^2} \frac{N\pi \cos(\Gamma_{MN}^E \cdot t)}{b \sin} \frac{1}{2} \delta_{1N} - F_{MN} \frac{\Gamma_{MN}^H}{\chi_{MN}^2} \frac{M\pi \cos(\Gamma_{MN}^H \cdot t)}{a \sin} \frac{1}{2} \delta_{1N},$$

$M = 1, 2 \dots +\infty,$

$$N=0, 1 \dots +\infty, \delta_N = \begin{cases} 1, & N = 0 \\ 0, & N \neq 0 \end{cases}, \delta_{1N} = \begin{cases} 1, & N = 0 \\ \frac{1}{2}, & N \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\omega\mu_0\mu_1} \sum_q \sum_s G_{qs} \gamma_{qs} \cdot \frac{1}{a} \int_0^a e^{-j\alpha_p x} \cos \frac{M\pi x}{a} dx \cdot \frac{1}{b} \int_0^b e^{-j\beta_g y} \sin \frac{N\pi y}{b} dy =$$

$$= \mp j\omega\epsilon_0\epsilon_2 C_{MN} \frac{1}{\chi_{MN}^2} \frac{M\pi \cos(\Gamma_{MN}^E \cdot t)}{a \sin} \frac{1}{2} \delta_M - F_{MN} \frac{\Gamma_{MN}^H}{\chi_{MN}^2} \frac{N\pi \cos(\Gamma_{MN}^H \cdot t)}{b \sin} \frac{1}{2} \delta_M,$$

$$M=0, 1 \dots +\infty, N=1, 2 \dots +\infty, \delta_M = \begin{cases} 1, & M = 0 \\ \frac{1}{2}, & M \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{де } \chi_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \Gamma_{mn}^H = \sqrt{k_0^2 \cdot \epsilon_2 \mu_2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2},$$

$$\Gamma_{mn}^E = \sqrt{k_0^2 \cdot \epsilon_2 \mu_2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \text{ а } C_{mn}, F_{mn} - \text{невідомі амплітуди полів.}$$

Сума рішень СЛАР для випадків електричної та магнітної стінок, поділена навпіл, дасть рішення задачі падіння плоскої хвилі на двовимірну ЧСП з прямокутних елементів.

Результати розрахунку

Розроблено програму в комп'ютерному середовищі Mathcad 14. Результатом розрахунку є залежність коефіцієнта відбиття S_{11} від частоти. Вхідними даними програми є: ϵ_1 та ϵ_2 (відносні діелектричні проникності областей 1 та 2), μ_1 та μ_2 (відносні магнітні проникності областей 1 та 2),

кут падіння $\theta_{пад}$, розміри прямокутного елемента (L_x , L_y , a , b), товщина металічного екрану t , а також діапазон частот.

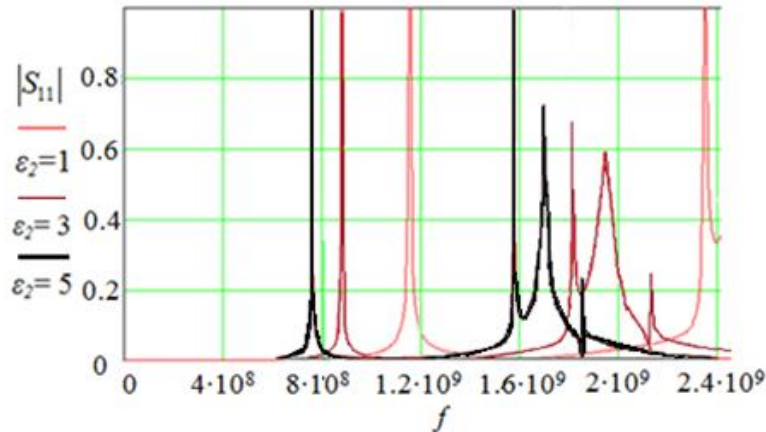


Рис. 7. Коефіцієнт відбиття ЧСП при $\epsilon_2=1,3,5$ та $\theta_{пад}=0^\circ$ як функція частоти

Час розрахунку залежить від кількості врахованих мод (як Флоке, так і в хвилеводі). СЛАР для електричної стінки, як і СЛАР для магнітної стінки, має 12 порядок і записана для гармонік Флоке G_{-10} , G_{00} , G_{0-1} , B_{-10} , B_{00} , B_{0-1} і хвиль в хвилеводі C_{11} , C_{12} , C_{21} , F_{01} , F_{11} , F_{12} . Параметри ЧСП були вибрані таким чином, щоб досягти доброго екранування на частотах 900 та 1800 МГц [6]: $L_x=L_y=6.4 \cdot 10^{-2}$ м, $a=b=4.35 \cdot 10^{-2}$ м, $t=0.05 \cdot 10^{-2}$ м.

Приклад розрахунку коефіцієнту відбиття ЧСП з вказаними параметрами для ТЕ-поляризованої хвилі залежно від трьох значень діелектричної проникності області 2 при нормальному падінні показано на Рис. 7.

Висновки

Якісно та кількісно було показано, що частотна поведінка ЧСП залежить від розмірів, діелектричної проникності заповнення елемента зв'язку, кута падіння, товщини металічного екрану. Проаналізовано отримані залежності коефіцієнту відбиття від частоти для даної ЧСП при різних значеннях кута падіння хвилі, діелектричної проникності заповнення елемента зв'язку, товщини металічного екрану. В цілому, результати розрахунків узгоджуються з даними джерел [5, 6] для ЧСП з розмірами, сумірними з довжиною падаючої хвилі. Основною задачею подальших досліджень є розробка алгоритму для аналізу ЧСП з різними формами елементів.

Література

1. B. A. Munk, R. Kouyoumjian, and L. Peters Jr., "Reflection properties of periodic surfaces of loaded dipoles," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 5, pp. 612-617, Sep. 1971.
2. F. O'Nians, J. Matson, "Antenna Feed System Utilizing Polarization Independent Frequency Selective Intermediate Reflector," U.S. patent 3,231,892, Jan. 25, 1966.
3. R. Ott, R. Kouyoumjian, L. Peters Jr., "Scattering by a two dimensional periodic array of narrow plates," *Radio Sci.*, vol. 2, pp. 1347-1359, Nov. 1967.
4. C. Chen, "Scattering by a two-dimensional periodic array of conducting plates," *IEEE*

Trans. Antennas Propag., vol. AP-18, pp. 660-665, Sep. 1970.

5. R. B. Kiebertz, A. Ishimaru, "Scattering by a periodically aperture conducting screen," IRE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-9, pp. 506-514, Nov. 1961.

6. E. Unal, A. Gokcen, Y. Kutlu, "Effective Electromagnetic Shielding of double-square and ring patches reflecting at 900 and 1800 MHz," IEEE Microwave Mag., vol. 7, no. 4, pp. 48-54, August 2006.

Найденко В. І., Шумаков Д. С. Електродинамічний аналіз частотно-селективних поверхонь. Розроблено метод та побудовано алгоритм для обчислення дифракційних характеристик поля, що відбилося від двоперіодичної частотно-селективної поверхні з прямокутних елементів, що мають діелектричне заповнення. Для розв'язання зазначеної задачі застосовано метод Гальоркіна до рівнянь, отриманих на підставі граничних умов. Розв'язано систему лінійних алгебраїчних рівнянь обмеженого порядку. Для подання опису полів у просторі, в якому розташована двоперіодична структура ЧСП, у вигляді просторових гармонік, застосовувалася теорема Флоке. Результати, отримані в роботі, узгоджуються з даними з іноземних джерел. Комп'ютерна програма, побудована на основі розробленого ефективного та універсального алгоритму, може бути застосована для отримання характеристик відбиття та проходження хвиль на структурах з різними розмірами одиничних комірок.

Ключові слова: частотно-селективна поверхня, прямокутний елемент, одинична комірка, метод Гальоркіна, коефіцієнт відбиття.

Найденко В. И., Шумаков Д. С. Электродинамический анализ частотно-селективных поверхностей. Разработан метод и построен алгоритм для вычисления дифракционных характеристик поля, что отразилось от двухпериодической частотно-селективной поверхности из прямоугольных элементов, имеющих диэлектрическое заполнение. Для решения поставленной задачи применен метод Галеркина к уравнениям, полученным из граничных условий. Решена система линейных алгебраических уравнений ограниченного порядка. Для описания полей в пространстве, в котором расположена двухпериодическая структура ЧСП, в виде пространственных гармоник, использовалась теорема Флоке. Результаты, полученные в работе, согласовываются с данными из иностранных источников. Компьютерная программа, построенная на основе разработанного эффективного и универсального алгоритма, может быть использована для получения характеристик отражения и прохождения волн на структурах с разными размерами единичных ячеек.

Ключевые слова: частотно-селективная поверхность, прямоугольный элемент, единичная ячейка, метод Галеркина, коэффициент отражения.

*Naidenko V. I., Shumakov D. S. **Electrodynamical analysis of frequency-selective surfaces.** The effective and universal algorithm of diffraction characteristics calculation of the field scattered by 2D rectangular element frequency-selective surface. Galerkin method was used to solve equations, received from boundary conditions. The system of linear algebraic equations of finite order was solved. For the field's description of given 2D periodic structure in the terms of space harmonics Floquet theorem was used. Results obtained in the work match data from foreign sources. Computer program based on the algorithm might be used for reflection and transmission characteristics calculation of the structures with unit cell different sizes.*

Key words: frequency-selective surface, rectangular element, unit cell, Galerkin method, reflection.