

ОЦІНЮВАННЯ КУТОВОЇ ОРІЄНТАЦІЇ МІКРОСУПУТНИКА ДОПОВНЯЛЬНИМ ФІЛЬТРОМ

Вступ

Достовірне визначення куткової орієнтації мікросупутника (МС) є запорукою успішного його функціонування. Чималу кількість праць присвячено дослідженню систем визначення орієнтації МС за сигналами тільки магнітометра і датчика координат Сонця (ДКС) [1-3]. Ключовим моментом всіх розглянутих тут алгоритмів є використання алгоритму узагальненого фільтра Калмана. Даний підхід, попри очевидну його перевагу – визначення повного вектора стану супутника за сигналами тільки позиційних датчиків, має і суттєві, добре відомі недоліки, а саме – точність оцінки, отриманої фільтром Калмана, значно погіршується при відхиленні статистичних характеристик збурень від апріорних. В [4,5] досліджується можливість покращення якості фільтра Калмана шляхом його ретельного налаштування, де для цього використовують генетичні алгоритми, що являють собою досить нетривіальні процедури.

Принципово інший підхід до розв'язання задачі визначення орієнтації МС полягає у використанні доповняльної фільтрації, сутність якої полягає у використанні декількох незалежних зашумлених вимірювань однієї і тієї ж самої величини, причому таких, що мають доповняльні спектральні характеристики. В цьому випадку передатні функції кожного каналу можуть бути вибрані так, щоб мінімізувати похибку оцінки, а саме, передатну функцію кожного з n каналів розраховують з умови виконання рівності $1 - H_1(s) - H_2(s) - \dots - H_{n-1}(s) = H_n(s)$. Доповняльні фільтри є “ad-hoc” системами, характеристики яких не залежать від строгих апріорних припущень про спектральні характеристики завад та шумів вимірювання, які діють в реальній системі.

Застосування алгоритму доповняльної фільтрації для визначення орієнтації МС потребує наявності на його обладку, окрім позиційних датчиків, також датчика куткової швидкості (ДКШ). Очевидно, що прецизійні лазерні та оптичні ДКШ внаслідок своїх масово-габаритних показників та ціни не доводиться розглядати як складові бортової системи МС. Водночас успіхи в розвитку коріолісових вібраційних гіроскопів (КВГ) [6] дозволяють з оптимізмом дивитися на можливість застосування цих приладів в системах орієнтації МС. КВГ мають такі переваги перед іншими приладами, як високу надійність, невеликі масу, розміри і ціну,

низьке енергоспоживання та достатню для розв'язування задач, що ставляться перед МС, точність.

В даній роботі досліджуються алгоритми доповняльної фільтрації визначення кутової орієнтації МС. Розв'язується важлива задача забезпечення стійкості фільтра до відмов ДКС, зумовлених виходом Сонця із зони чутливості датчика. Всі алгоритми записані в кватерніонній формі, що є важливим з огляду на їх практичну реалізацію.

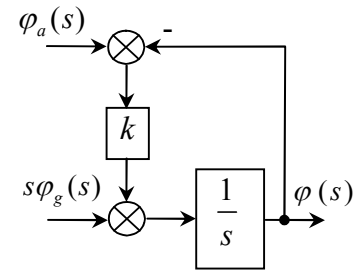


Рис. 1. Доповняльний фільтр для оцінювання орієнтації

Постановка задачі

Динамічною системою, фазовий вектор якої оцінюється, є наступне кінематичне рівняння руху МС:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{Q}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega}, \quad (1)$$

де \mathbf{q} – кватерніон, який визначає орієнтацію зв'язаної з МС системи координат відносно орбітальної системи координат;

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\vec{\mathbf{q}}^T \\ q_0 I + [\vec{\mathbf{q}} \times] \end{bmatrix},$$

де q_0 і $\vec{\mathbf{q}}$ – відповідно скалярна і векторна частини кватерніону,

$[\vec{\mathbf{q}} \times]$ – кососиметрична матриця;

$\boldsymbol{\omega}$ – кутова швидкість супутника відносно орбітальної системи координат.

На рис. 1 зображено структурну схему доповняльного фільтра для оцінювання кута орієнтації з постійним коефіцієнтом підсилення.

На цьому рисунку $\varphi_a(s)$ – кут, отриманий за сигналом позиційного датчика (наприклад, ДКС), $\varphi_g(s)$ – кут, отриманий інтегруванням сигналу ДКШ.

Згідно рис. 1, вихід зображеного на ньому фільтра запишеться у вигляді $\varphi(s) = \frac{1}{s} (k\varphi_a(s) - k\varphi(s) + s\varphi_g(s))$. Передатна функція фільтра за входом позиційного датчика при $\varphi_g(s) = 0$ запишеться у вигляді:

$$G_a(s) = \frac{\varphi(s)}{\varphi_a(s)} = \frac{ks^{-1}}{1 + ks^{-1}} = \frac{k}{s + k} = \frac{1}{1 + \tau s}. \quad (2)$$

Аналогічно, передатна функція фільтра за входом ДКШ при $\varphi_a(s) = 0$ запишеться у вигляді:

$$G_g(s) = \frac{\varphi(s)}{\varphi_g(s)} = \frac{1}{1 + ks^{-1}} = \frac{s}{s + k} = \frac{\tau s}{1 + \tau s}. \quad (3)$$

З виразів (2) і (3) об'єднана передатна функція фільтра за входами позиційного датчика й ДКШ запишеться у вигляді:

$$\frac{\varphi(s)}{\varphi_a(s)} + \frac{\varphi(s)}{\varphi_g(s)} = \frac{1}{1 + \tau s} + \frac{\tau s}{1 + \tau s} = 1, \quad (4)$$

яка дорівнює одиниці незалежно від значень коефіцієнта k .

Роль коефіцієнта k легко зрозуміти, якщо розглянути два крайні випадки: а) ідеальний позиційний датчик – коефіцієнт k вибирається нескінченно великим, тоді оцінювання орієнтації здійснюється тільки за сигналами позиційного датчика; б) ідеальний ДКШ – коефіцієнт k вибирається рівним нулю, тоді оцінювання орієнтації здійснюється тільки за сигналами ДКШ. Оскільки датчики не ідеальні, то необхідно вибрати компромісне значення коефіцієнта k .

Отже, ставиться задача побудови алгоритму доповняльної фільтрації на основі якого можна було б за сигналами магнітометра, ДКС та ДКШ здійснювати оцінювання кватерніону орієнтації МС q і який не втрачав би працездатності при втраті сигналу з ДКС.

Доповняльний фільтр визначення орієнтації МС

Розвиваючи підхід, розглянутий в [7-9], на рис. 2 зображено структурну схему явного доповняльного фільтра (згідно термінології, прийнятої в [7]) для визначення орієнтації МС. На цьому рисунку прийнято такі позначення: $\hat{\omega}_{CVG}$ – вихідний сигнал КВГ; B^b і S^b – виходи відповідно магнітометра і ДКС; \bar{B}^o і \bar{S}^o – гіперкомплексні розширення відповідно вектора індукції магнітного поля Землі і одиничного вектора напрямку на Сонце виражених в орбітальній системі координат.

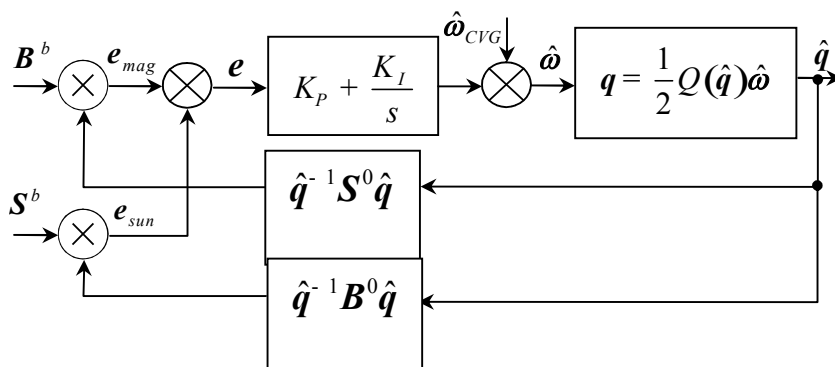


Рис. 2. Явний доповняльний фільтр визначення орієнтації МС
 Явний доповняльний фільтр описується наступними рівняннями:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{q}}} &= \frac{1}{2} \mathcal{Q}(\hat{\mathbf{q}})(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{CVG} + \mathbf{d}), \\ \mathbf{d} &= K_P (\mathbf{e}_{mag} + \mathbf{e}_{sun}) + K_I \int (\mathbf{e}_{mag} + \mathbf{e}_{sun}), \\ \mathbf{e}_{mag} &= \mathbf{B}^b \times (\hat{\mathbf{q}}^{-1} \bar{\mathbf{B}}^o \hat{\mathbf{q}}), \mathbf{e}_{sun} = \mathbf{S}^b \times (\hat{\mathbf{q}}^{-1} \bar{\mathbf{S}}^o \hat{\mathbf{q}}).\end{aligned}\quad (5)$$

Коефіцієнтом пропорційної ланки в (5) визначається частотний діапазон переходу від оцінок, отриманих на основі інформації від позиційних датчиків, до оцінок, отриманих на основі інформації від КВГ. Завдяки інтегральній ланці в (5) досягається компенсація дрейфів КВГ.

Назва доповняльного фільтра (5) пояснюється тим, що сигнали від позиційних датчиків безпосередньо використовуються для корекції оцінки кватерніону орієнтації. Якщо ж сигнал похибки \mathbf{e} формувати у вигляді:

$$\mathbf{e} = \overline{\hat{\mathbf{q}} \circ \mathbf{q}_{mes}^{-1}}, \quad (6)$$

то в залежності від способу знаходження кватерніону \mathbf{q}_{mes} отримуємо модифікації алгоритму (5).

В даній роботі кватерніон \mathbf{q}_{mes} пропонується знаходити як розв'язок задачі мінімізації цільової функції $J(\mathbf{q}_{mes}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y}^o - \mathbf{R} \mathbf{y}^b)^T (\mathbf{y}^o - \mathbf{R} \mathbf{y}^b)$, тобто:

$$\mathbf{q}_{mes} = \arg \min_{\mathbf{q}_{mes}} \{J(\mathbf{q}_{mes})\}, \quad (7)$$

де $\mathbf{R} = \text{diag}(R_b^o(\mathbf{q}_{mes}), R_b^o(\mathbf{q}_{mes}))$ – діагональна матриця, кожний блок якої є матрицею напрямних косинусів переходу від орбітальної системи координат до зв'язаної; $\mathbf{y}^o, \mathbf{y}^b$ – вектори розмірності 6×1 вигляду

$$\mathbf{y}^o = \begin{pmatrix} \mathbf{B}^o \\ \mathbf{S}^o \end{pmatrix}, \mathbf{y}^b = \begin{pmatrix} \mathbf{B}^b \\ \mathbf{S}^b \end{pmatrix}.$$

Розв'язок задачі (7) можна знайти на основі рекурсивного методу найменших квадратів (МНК) [10]:

$$\mathbf{q}_{mes}[n+1] = \mathbf{q}_{mes}[n] - (\Delta^T \Delta)^{-1} \Delta^T \boldsymbol{\varepsilon}[n], \quad (8)$$

$$\text{де } \Delta(\mathbf{q}_{mes}) = \nabla_{\mathbf{q}_{mes}} J = - \left[\begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial q_0} \end{pmatrix} \mathbf{y}^b \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial q_1} \end{pmatrix} \mathbf{y}^b \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial q_2} \end{pmatrix} \mathbf{y}^b \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial q_3} \end{pmatrix} \mathbf{y}^b \right].$$

Для збереження працездатності доповняльного алгоритму визначення орієнтації МС за непрацюючого ДКС можна замість векторів

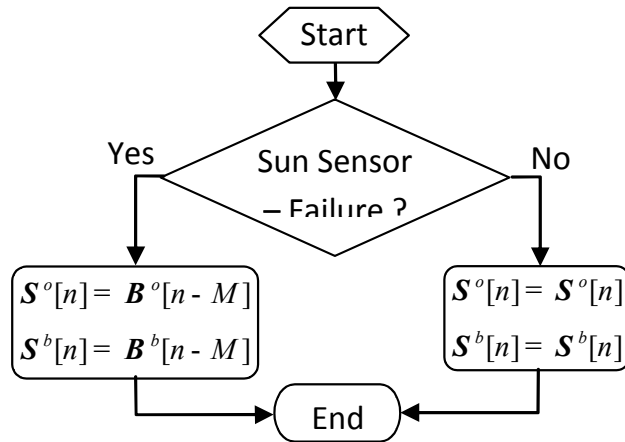


Рис. 3. Структурна схема алгоритму опрацювання відмов ДКС

S^b і S^o підставляти вектори B^b і B^o , але затримані на певну кількість тактів.

Структурну схему алгоритму опрацювань відмов ДКС зображено на рис. 3.

З метою надання завершеності результатам, отриманим в даній роботі, на рис. 4 наведено структурну схему алгоритму відмовостійкого доповняльного фільтра визначення орієнтації МС з оцінюванням вимірюваного кватерніону рекурсивним МНК.

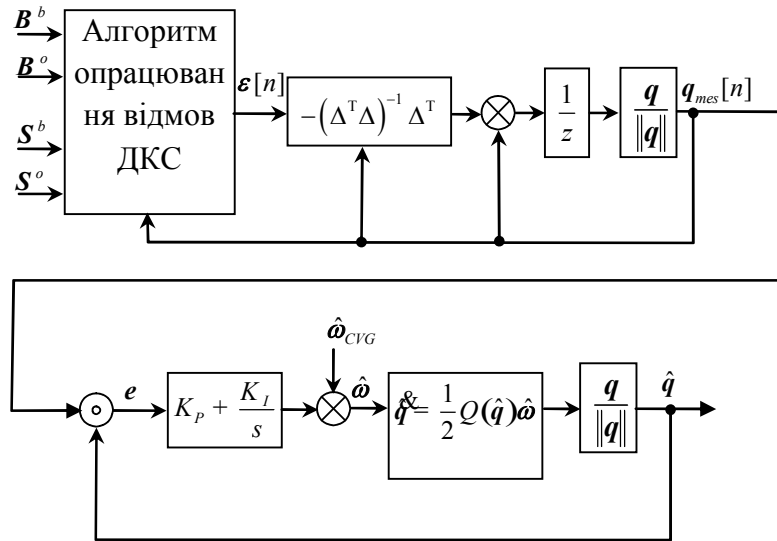


Рис. 4. Структурна схема доповняльного фільтра визначення орієнтації МС

Зауважимо, що завдяки зробленому вибору цільової функції $J(\mathbf{q}_{mes})$ в схемі на рис. 4 не потрібно знаходити спряжений до \mathbf{q}_{mes} кватерніон.

Числове моделювання доповняльного фільтра

Дослідження розглянутих в статті алгоритмів доповняльної фільтрації виконаємо, оцінюючи кватерніон орієнтації МС з магнітною системою стабілізації [1]. В якості моделі МПЗ візьмемо модель WMM2005, а напрямок на Сонце в орбітальній системі координат задаватимемо одиничним вектором, ортогональним площині орбіти.

На рис.5 побудовано графіки похибки оцінювання кутів орієнтації МС, причому суцільна крива відповідає оцінці, отриманій на основі алгоритму із оцінюванням кватерніону орієнтації рекурсивним МНК, а пунктирна – оцінці, отриманій на основі алгоритму явного доповняльного фільтра. При цьому шум вимірювання імітувався лише в каналі магнітометра і в момент часу, який відповідає 1,7 орбітальних витка функцією Хевісайда моделювався дрейф КВГ величиною $0,02 \text{ } ^\circ/\text{сек}$ по всім каналам. Період дискретизації вибрано рівним 1 с .

Як видно з графіків на рис. 5, запропонований в статті фільтр значно

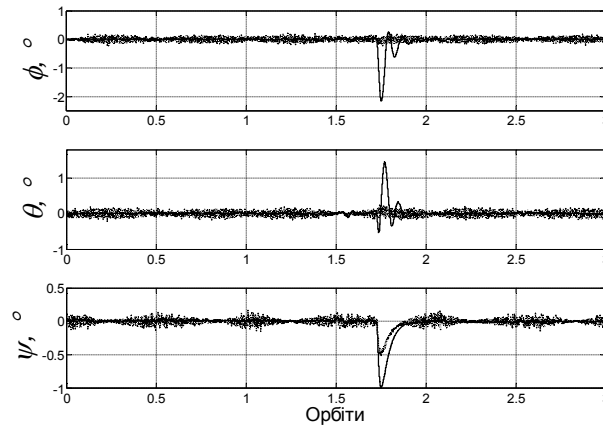


Рис. 5. Графіки похибки оцінювання кутів орієнтації МС

гірше відпрацював стрибкоподібну зміну значення дрейфу КВГ на відміну від явного доповняльного фільтра. Але варто зауважити, що така ситуація малоймовірна для практики і повільні зміни величини дрейфу КВГ обидва фільтра відслідковують однаково добре. Натомість така характеристика оцінки як її середньоквадратичне відхилення для явного фільтра становить $2,82^\circ$, а для запропонованого – $1,05^\circ$. Тобто доповняльний

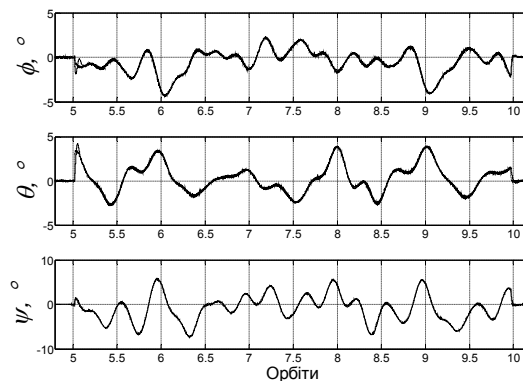


Рис. 6. Графіки похибки оцінювання кутів орієнтації МС за відсутності сигналу з ДКС

фільтр з оцінюванням вимірюваного кватерніону рекурсивним МНК дозволив майже в три рази підвищити точність оцінювання кутів орієнтації МС.

На рис. 6 побудовані графіки похибки оцінювання кутів орієнтації МС доповняльними фільтрами за відсутності сигналу з ДКС при $M = 500$. Як видно з цих графіків, при втраті сигналу з ДКС точність визначення орієнтації обома доповняльними фільтрами тільки за сигналами магнітометра погіршується в каналах крену і тангажу до 5° , а в каналі нукання – до 10° .

Висновки

Алгоритми доповняльної фільтрації попри свою простоту дозволяють досягнути високої точності оцінювання кватерніону орієнтації мікросупутника. При цьому вони мають таку несумнівну перевагу перед фільтром Калмана як нечутливість до статистичних характеристик завад та шумів вимірювання датчиків.

Запропонований в статті алгоритм доповняльної фільтрації дозволив в три рази підвищити точність оцінювання кутів орієнтації мікросупутника порівняно з явним доповняльним фільтром. Крім того використаний тут алгоритм опрацювання відмов датчика Сонця дозволяє досягнути точності визначення орієнтації тільки за сигналами магнітометра і ДКШ по кутам крену і тангажу – не гірше, ніж 5° , і по куту нукання – не гірше, ніж 10° .

Метою подальшої роботи може бути аналіз точності доповняльного фільтра з іншими алгоритмами отримання вимірюваного кватерніону, наприклад алгоритмом Уохби.

Список використаної літератури

1. Мелашенко О.М., Рижков Л.М. Дослідження гравітаційно-магнітної системи стабілізації мікросупутника з оцінюванням фазового вектора фільтром Калмана // Наукові вісті НТУУ „КПІ”. – 2008. – №2. С. 61-67.
2. Vak, T. Spacecraft Attitude Determination – a Magnetometer Approach // PhD thesis, Aalborg University, Denmark. – 2000, p.150.
3. Steyn W. H. Full Satellite State Determination from Vector Observations // Proceedings 13th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Palo Alto. – California USA, 994.
4. Ilan G. Shaviv. Optimal Tuning of A Kalman Filter Using Genetic Algorithms // Research Thesis, Israel Institute of Technology, Haifa. – 2000, p. 111.
5. Robert Clements. Small Satellite Attitude Closed Loop Control using a Kalman Filter Estimator // on-line:
6. D.D. Lynch. Coriolis Vibrating Gyro // Symposium Gyro Technology, Stuttgart. – 1998, p.6-12.
7. Mark Euston, Paul Coote, Robert Mahony, Jonghyuk Kim and Tarek Hamel. A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV //
8. T. Hamel and R. Mahony. Attitude estimation on $SO(3)$ based on direct inertial measurements // In Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on, pages 2170–2175, Orlando Fl., USA, April 2006. Institute of Electrical and Electronic Engineers.
9. R. Mahony, T. Hamel, and Jean-Michel Pflimlin. Complementary filter design on the special orthogonal group $SO(3)$ // In Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, CDC05, Seville, Spain, December 2005. Institute of Electrical and Electronic Engineers. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. – М.: Наука, 1986. – 232 с.