

УДК 621.372.061

Н.О. Іванюк, О.І. Рибін

АЛГОРИТМИ РЕСТАВРАЦІЇ ОБРАЗІВ ЗА МЕТОДОМ УМОВНОЇ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ В ОБЛАСТІ ТРАНСФОРМАНТ ПЕРЕТВОРЕННЯ АДАМАРА

The modification of conventional deconvolution method using discrete orthogonal Hadamard transformation is presented in this work. The computation of image degradation inverse matrix using symbolic method for this matrix forming of any order in the Hadamard transformation field is the main goal of the proposed algorithm realization. The algorithm takes into account block-diagonal structure of degradation matrix that allows considerably simplifying the matrix computation of any order. Usage of symbolic methods allows reducing the operation time to realize proposed algorithm, whereby numerical operations of addition and subtraction of identical units are excluded. It allows reducing the operation error. The proposed modification of restoration method in the Hadamard transformation field is easily programmed on the PC.

Вступ

У сучасній техніці проблема обробки сигналів, спотворених унаслідок їх передачі каналами зв'язку (з притаманними цим каналам перешкодами та шумами), а також внаслідок неідеальності пристроїв приймання та передачі, є однією із найважливіших. Серед існуючих методів реставрації найпростішим (з точки зору використовуваної апріорної інформації) є метод умовної деконволюції в натуральних координатах, описаний у [1]. Складність реалізації методу в натуральних координатах пов'язана з необхідністю обернення матриці деградації образу порядку N (при форматі N одновимірного образу). Це привело до пошуку методів реставрації в області трансформант Фур'є [1, 2–5]. При цьому матриця деградації образу є діагональною, що дало змогу забезпечити реставрацію двовимірних образів форматів $N \times N = 512 \times 512$ (порядок діагональної матриці деградації 250000). Утім можливі представлення операндів методу і в інших координатних базисах, що може надати методу нових позитивних властивостей. Так, необхідність зменшення впливу ефекту Гіббса на отриманий реставрований образ (за використання базису трансформант Фур'є) приводить до пошуку інших координатних базисів реалізації методу умовної деконволюції. Зокрема, таким є базис трансформант перетворення Адамара [6].

Постановка задачі

Метою роботи є розроблення модифікації методу умовної деконволюції в базисі перетво-

рення Адамара. Як відомо, метод умовної деконволюції розроблено для представлення операндів у натуральних координатах [1] та (з метою спрощення обчислень) в області перетворення Фур'є [2, 7]. Перетворенню Фур'є притаманні спотворення, викликані ефектом Гіббса. Такого роду спотворення відсутні при використанні перетворення Адамара. З іншого боку, складність використання перетворення Адамара для реставрації образу за методом умовної деконволюції гальмує його використання в практиці. Задача роботи полягає в створенні економічних алгоритмів реставрації, які мають швидкодію, порівнянну зі швидкістю реставрації при використанні перетворення Фур'є, та є простими в реалізації на ПЕОМ.

Метод умовної деконволюції. Теоретичні відомості

Моделлю деградації (спотворення) образу (одновимірного чи двовимірного) є в загальному випадку нелінійні та анізотропні оператори [1]. Але в такому вигляді задача оброблення сигналу з метою заглушення шумів і корекції спотворень аналітично може бути розв'язана не завжди, а у випадку її розв'язання математичний апарат і апаратні витрати стають несумірно великими порівняно з досягнутим результатом. Тому, як правило, систему прийому передачі сигналу вважають лінійною, а шум адитивним (що на сучасному рівні апаратного забезпечення і вимог для систем обробки є достатнім) [1, 7]. Ця модель деградації образу має вигляд

$$L(x, y) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x-x', y-y') \times f(x', y') dx' dy' + V(x, y), \quad (1)$$

де $L(x, y)$ – деградований (результуючий) образ; $f(x, y)$ – вихідний (неспотворений) образ; $g(x, y)$ – неточкова імпульсна характеристика системи відображення; $V(x, y)$ – реалізація адитивного шуму; x, y – осі зображення в натуральних координатах.

Для простоти ілюстрації в подальшому будемо розглядати одновимірний сигнал (образ)

$$L(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x-x') \times f(\tau) dx' + V(x). \quad (2)$$

Для розв'язання задачі реставрації використовують дискретизації операндів виразів (1), (2).

Тоді спотворений образ $L(x, y)$ можна описати матричним рівнянням

$$\bar{L} = \bar{G} \times \bar{f} + \bar{V}, \quad (3)$$

де \bar{L} – стовпець дискретних відліків спотвореного образу (розміру $N \times 1$); \bar{G} – матричний оператор (порядку N) дискретної згортки (конволюції), який враховує деградацію (спотворення) образу за рахунок неточної імпульсної характеристики системи відображення; \bar{f} і \bar{V} – стовпці відліків вихідного (неспотвореного) образу та випадкової реалізації адитивного шуму розмірів $N \times 1$; N – кількість відліків образу (формант).

Оскільки адитивний шум є випадковою функцією, то реалізація шуму \bar{V} в (1)–(3) невідома, відомі лише її статистичні характеристики. Найпростішою статистичною характеристикою шуму в образі є його енергія ε_0^2 . За наявності тільки однієї реалізації образу для ізотропного поля образу енергію можна знайти по реалізації на ділянці, де образ відсутній. Метод умовної деконволюції дає змогу знайти оцінку вихідного сигналу (образу) \hat{f} за умови неперевикнення енергії шуму в одержаній оцінці порівняно з енергією шуму ε_0^2 в спотвореному образі. Наступною умовою реставрації є критерій “гладкості” отримуваної оцінки [1, 2–4]. Реставрація образу в натуральних координатах описується виразом [1]

$$\hat{f} = \left[\bar{G}^T \times \bar{G} + \frac{1}{\lambda} \times \bar{c}^T \times \bar{c} \right]^{-1} \times \bar{G}^T \times \bar{L}, \quad (4a)$$

$$\varepsilon^2 = (\bar{L} - \bar{G} \times \hat{f})^T \times (\bar{L} - \bar{G} \times \hat{f}), \quad (4б)$$

де ε^2 – енергія шуму в реставрованому образі; T – знак транспонування; \bar{c} – матричний дискретний оператор “гладкості” порядку N , який утворюють так само, як і оператор \bar{G} , але на основі імпульсної характеристики “гладкості” [1, 3–5]; λ – коефіцієнт варіації Лагранжа, який вибирають позитивним числом і варіюють для дотримання умови $\varepsilon^2 \leq \varepsilon_0^2$.

Реалізація виразів (4) приводить до задовільного результату за 2-3 варіації параметра λ . До недоліків такої реставрації в натуральних координатах слід віднести великі порядки матриць у (4), які ще й треба обертати, що особливо складно при реставрації двовимірних образів. Так, при форматі 100×100 кількість відліків (і порядки матриць у (4)) становить 10000.

Значною мірою долає складності, пов'язані з обчисленнями за (4a), перехід до області трансформант перетворення Фур'є [2–5]. При цьому матричний вираз (4a) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \hat{F}(m, n) &= \frac{1}{N^2} \times G^*(m, n) = \\ &= \frac{1}{N^2} \times \left(G^*(m, n) \times L(m, n) \right) / \frac{1}{\lambda} \times (|C(m, n)|^2 + \\ &\quad + |G(m, n)|^2) = \frac{1}{G(m, n)} \times \\ &\quad \times \frac{|G(m, n)|^2}{N^2 \times (|C(m, n)|^2 + \frac{1}{\lambda} \times |G(m, n)|^2)} \times L(m, n), \quad (5) \end{aligned}$$

де $\hat{F}(m, n)$ – спектральна складова двовимірної оцінки образу спектра; $L(m, n)$, $G(m, n)$, $C(m, n)$ – складові спектрів двовимірних спотвореного образу, імпульсної характеристики деградації, характеристики “гладкості” відповідно.

До недоліків використання перетворення Фур'є слід віднести можливість спотворень реставрованого сигналу, викликаних ефектом Гібса. Тому становить інтерес створення можливості використання інших ортогональних перетворень, таких як, наприклад, перетворення Адамара. У статті наводиться розроблений авторами алгоритм реалізації методу умовної деконволюції на базі дискретного перетворення Адамара.

Метод умовної деконволюції в базисі перетворення Адамара

Формально від виразу (4a) можна перейти до його запису в спектральній області довільного ортогонального перетворення

$$\begin{aligned} \bar{\bar{W}}_H \times \hat{f} &= \bar{\bar{W}}_H \times \left[\bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} + \frac{1}{\lambda} \times \bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}} \right]^{-1} \times \\ &\times \bar{\bar{W}}_H^{*T} \times \bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{W}}_H^{*T} \times \bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{L}}; \\ \hat{f}_\xi &= \\ &= \left[\bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} \times \bar{\bar{W}}_H^{*T} + \frac{1}{\lambda} \times \bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}} \times \bar{\bar{W}}_H^{*T} \right]^{-1} \times \\ &\times \bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{W}}_H^{*T} \times \bar{\bar{L}}_\xi, \end{aligned}$$

звідки

$$\hat{f}_\xi = \left[\bar{\bar{G}}_{2\xi} + \frac{1}{\lambda} \times \bar{\bar{c}}_{2\xi} \right]^{-1} \times \bar{\bar{G}}_{1\xi}^T \times \bar{\bar{L}}_\xi, \quad (6)$$

де $\bar{\bar{W}}_H$ і $\bar{\bar{W}}_H^{*T}$ – нормовані (діленням кожного рядка на “діюче значення” трансформанти, дискретні значення якої записані в цьому рядку) матричні оператори вибраного ортогонального перетворення ($\bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{W}}_H^{*T} = \bar{\bar{E}}$); \hat{f}_ξ , $\bar{\bar{L}}_\xi$ – стовпці спектрів відповідно реставрованого та деградованого образів розміру $N \times 1$; $\bar{\bar{G}}_{2\xi} = \bar{\bar{W}}_H \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} \times \bar{\bar{W}}_H^{*T}$ – спектр квадратичної форми дискретного матричного оператора згортки; $\bar{\bar{G}}_{1\xi}^T$ – ортогональне перетворення матричного оператора дискретної згортки; $\bar{\bar{c}}_{2\xi}$ – ортогональне перетворення матричного оператора “гладкості”; T – знак транспонування. Усі квадратні матриці мають порядок N .

У випадку, коли $\bar{\bar{W}}_H = \bar{\bar{H}}ad_H$, вираз (6) набуває вигляду

$$\hat{f}_{Had} = \left[\bar{\bar{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \bar{\bar{c}}_{2Had} \right]^{-1} \times \bar{\bar{G}}_{1Had}^T \times \bar{\bar{L}}_{Had}, \quad (7)$$

де $\bar{\bar{H}}ad_H$ – нормований матричний оператор дискретного перетворення Адамара.

Розрахунки реставрованого образу (сигналу) за виразом (7), на перший погляд, вимагають такої самої кількості операцій (і навіть більшої, враховуючи необхідність пошуку спектра

Адамара операндів за виразом (6)), що й розрахунки в натуральних координатах (4). Але, враховуючи наявність певних аналітичних зв'язків між дискретними відліками імпульсної характеристики деградації та критерію гладкості й відповідними спектральними складовими Адамара, задачу формування $\bar{\bar{G}}_{1\xi}^T$, $\bar{\bar{G}}_{2\xi}$ і $\bar{\bar{c}}_{2\xi}$ можна значно спростити.

Зауважимо, що в (7) матрицю $\bar{\bar{G}}_{2Had}$ можна зобразити у вигляді

$$\bar{\bar{G}}_{2Had} = \bar{\bar{H}}ad_H \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{H}}ad_H \times \bar{\bar{H}}ad_H \times \bar{\bar{G}} \times \bar{\bar{H}}ad_H.$$

Тому слід більш детально розглянути властивості одного з множників

$$\bar{\bar{G}}_{1Had} = \bar{\bar{H}}ad_H \times \bar{\bar{G}} \times \bar{\bar{H}}ad_H^T \quad (8)$$

добутку $\bar{\bar{G}}_{2Had}$. Матриця $\bar{\bar{G}}_{1Had}$ є блочно-діагональною [8], причому перші два елементи діагоналі – це матриці першого порядку, далі йде матриця другого порядку, четвертого порядку, ..., порядку 2^k ($k = 0, 1, 2, \dots, M$). Елементи цієї матриці можна отримати множенням згідно з (8), але при цьому, крім додавань елементів матриці $\bar{\bar{G}}$ й елементів добутку $\bar{\bar{G}} \times \bar{\bar{H}}ad_H^T$, маємо таку саму кількість віднімань, що (при обчисленнях з обмеженою розрядністю операндів) призведе до накопичення великих похибок (так, замість нулів у клітинах добутку $\bar{\bar{G}}_{1Had}$ отримуємо ненульові числа, величина яких залежить ще й від порядку цієї матриці). Крім того, множення, додавання і віднімання за межами блоків діагоналі дають нулі, але при прямому обчисленні за формулою (8) ці обчислення будуть відбуватися. Авторами було розроблено алгоритм безпосереднього символічного формування елементів блочно-діагональних матриць $\bar{\bar{G}}_{1Had}$, $\bar{\bar{G}}_{2Had}$, що значно підвищує точність і швидкодію їх формування за елементами імпульсної характеристики деградації системи відображення [8–11]. При реалізації алгоритму за основу береться дискретний оператор згортки $\bar{\bar{G}}$. Наприклад, при формуванні матриці $\bar{\bar{G}}_{1\xi}^T$ при форматі $N = 16$ та кількості відліків імпульсної характеристики $M = 8$ матричний дискретний оператор згортки $\bar{\bar{G}}$ має такий вигляд, як показано на рис. 1.

При формуванні $\bar{G}_{\text{Над}}$ за основу беремо матрицю $\bar{G}_2 = \bar{G} \times \bar{G}^T$, яка має вигляд, як на рис. 2 (при $N = 16$, $M = 8$).

Елементи β_i матриці \bar{G}_2 можна отримати з елементів матриці \bar{G} таким чином:

1. Елемент $\beta_0 = g_0^2 + g_1^2 + \dots + g_{M-1}^2$.

2. Елемент $\beta_1 = g_0 \times g_1 + g_1 \times g_2 + \dots + g_{M-2} \times g_{M-1}$.

3. Елемент $\beta_2 = g_0 \times g_2 + g_1 \times g_3 + \dots + g_{M-3} \times g_{M-1}$.

.....
 $M-1$. Елемент $\beta_{M-1} = g_0 \times g_{M-1}$.

Представимо коефіцієнти (множники) перед відліками g_i імпульсної характеристики деградації у вигляді послідовності коефіцієнтів (елементів $\mu_{k,l}$) матриці $\bar{\mu}$, яка теж є блочно-діагональною.

Для формування матриці $\bar{\mu}$ довільного порядку слід зазначити такі властивості отримуваних матриць. Будь-яка матриця $\bar{\mu}$ блоку діагоналі (підматриця) порядку $D = 2^n$ (n – ціле позитивне число) складається з чотирьох підматриць порядку 2^{n-1} , причому дві підматриці головної діагоналі рівні між собою, а підматриці зворотної діагоналі мають елементи на однакових позиціях рівні за модулем, але протилежні за знаком. Кожна з цих підматриць складається з чотирьох підматриць порядку 2^{n-2} , причому підматриці головної діагоналі вже різні, а підматриці зворотної діагоналі, як і раніше, мають елементи рівні за модулем, але протилежні за знаком. Аналогічно є структура підматриць меншого порядку (до четвертого включно). Для формування коефіцієнтів матриці $\bar{\mu}$ було роз-

g_0										g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1
g_1	g_0										g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2
g_2	g_1	g_0										g_7	g_6	g_5	g_4	g_3
g_3	g_2	g_1	g_0										g_7	g_6	g_5	g_4
g_4	g_3	g_2	g_1	g_0										g_7	g_6	g_5
g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0										g_7	g_6
g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0										g_7
g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0									
	g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0								
		g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0							
			g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0						
				g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0					
					g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0				
						g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0			
							g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0		
								g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0	
									g_7	g_6	g_5	g_4	g_3	g_2	g_1	g_0

Рис. 1. Матричний дискретний оператор згортки \bar{G}

β_0	β_1	β_2	β_3											β_3	β_2	β_1
β_1	β_0	β_1	β_2	β_3											β_3	β_2
β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3											β_3
β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3										
	β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3									
		β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3								
			β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3							
				β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3						
					β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3					
						β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3				
							β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3			
β_3								β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3		
β_2	β_3								β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3	
β_1	β_2	β_3								β_3	β_2	β_1	β_0	β_1	β_2	β_3

Рис. 2. Матриця \bar{G}_2

роблено відповідні операції: 1 – “розширення”, 2 – “зведення”, 3 – “розширення з проріджуванням”, 4 – “зведення в два кроки”, 5 – “інверсія”, 6 – “проріджування в два кроки”. СENS цих операцій детально описано в [9]. На рис. 3 наведено блочно-діагональну матрицю, в клітинах якої (у верхньотрикутничовій частині) зображено ці операції. За основу тут взято коефіцієнти $\mu_{k,l}$ блоку діагоналі другого порядку.

Алгоритм формування матриці коефіцієнтів $\bar{\mu}$ довільного порядку $D = 2^n$, де n – ціле позитивне число, має такий вигляд.

Крок 1. Розбити матрицю порядку $D = 2^n$, де n – ціле позитивне число, на блоки четвертого порядку для використання описаних вище її структурних властивостей. Усі подальші операції з формування матриці $\bar{\mu}$ застосувати для вказаних блоків, що утворюють верхньотрикутну частину цієї матриці.

Крок 2. За матрицею $\bar{\mu}$ порядку 2^{n-1} сформуванати коефіцієнти діагоналей із парними індексами $\mu_{2k,2l}$ по елементах $\mu_{k,l}$ матриці $\bar{\mu}$ порядку 2^{n-1} , використовуючи процедуру “розширення”.

Крок 3. За елементами $\mu_{k,l+1}$ матриці $\bar{\mu}$ порядку 2^{n-1} “розширенням” послідовності коефіцієнтів (обчисленням проміжних значень) і “проріджуванням” отримаємо елемент $\mu_{2k,2l+1}$, а множенням отриманого результату на послідовність 1,1, 1, 1,1,1, 1,... отримаємо елемент $\mu_{2k+1,2l+2}$. Елемент $\mu_{2k,2l+3} = -\mu_{2k,2l+1}$. Виконання кроків 1, 2 алгоритму дає можливість сформуванати перші два рядки верхньотрикутної підматриці четвертого порядку.

Крок 4. Третій елемент піддіагонали $\mu_{2k+2,2l+3}$ отримаємо “проріджуванням” $\mu_{2k,2l}$

Рис. 3. Блочно-діагональна матриця

матриці $\bar{\bar{\Phi}} = \left[\bar{\bar{G}}_{2\text{Hад}} + \frac{1}{\lambda} \times \bar{\bar{c}}_{2\text{Hад}} \right]$ високого порядку в (7).

Обернення матриці для реставрації образу в базисі перетворення Адамара

Структура матриць $\bar{\bar{G}}_{2\text{Hад}}$ і в $\bar{\bar{c}}_{2\text{Hад}}$ в (6) однакова. Тому обидві матриці є блочно-діагональними і формуються за однаковими алгоритмами [8–11]. Звичайно, обернення матриці $\bar{\bar{\Phi}}$ слід виконувати для кожного блоку $\bar{\bar{\Phi}}_k$ окремо. Але і в цьому випадку остання з матриць має порядок $N_{M-1} = 2^{M-1}$, тобто при кількості відліків образу, наприклад, 1024 ($M = 10$) порядок матриці $\bar{\bar{\Phi}}_{M-1}$ дорівнює 512. Це ускладнює обчислення, оскільки для обернення матриці слід використовувати, наприклад, метод виключення Гаусса, для реалізації якого необхідна кількість операцій множення/ділення становить N_i^3 .

Але матриці $\bar{\bar{G}}$, $\bar{\bar{c}}$ в (4) циркулянтні, що й забезпечує блочно-діагональний вигляд матриць $\bar{\bar{G}}_{2\text{Hад}}$, $\bar{\bar{c}}_{2\text{Hад}}$, $\bar{\bar{G}}_{1\text{Hад}}$ і діагональний вигляд матриць перетворення Фур'є $\bar{\bar{G}}_{2F}$, $\bar{\bar{c}}_{2F}$ від $\bar{\bar{G}}$, $\bar{\bar{c}}$.

Так, нормований (діленням кожного рядка матричного оператора $\bar{\bar{F}}$ на \sqrt{N}) матричний оператор Фур'є $\bar{\bar{F}}_H$ можна представити у вигляді добутку двох матричних операторів

$$\bar{\bar{F}}_H = \bar{\bar{P}}^T \times \bar{\bar{\text{Hад}}}_H; \bar{\bar{F}}_H^* = \bar{\bar{\text{Hад}}}_H^T \times \bar{\bar{P}}^*, \quad (9)$$

де $\bar{\bar{P}}^T$ – нормований матричний оператор кратного [14–16] ортогонального перетворення; * – знак комплексного спряження. З (9) отримуємо

$$\begin{aligned} \bar{\bar{P}}^T &= \bar{\bar{F}}_H \times \bar{\bar{\text{Hад}}}_H^T; \\ \bar{\bar{P}}^* &= \bar{\bar{\text{Hад}}}_H \times \bar{\bar{F}}_H^*; \bar{\bar{P}}^T \times \bar{\bar{P}}^* = \bar{\bar{P}}^* \times \bar{\bar{P}}^T = \bar{\bar{E}}, \end{aligned} \quad (10)$$

де $\bar{\bar{E}}$ – одинична матриця.

Тоді, якщо знайти прості символні залежності для формування елементів матриці $\bar{\bar{P}}$, то для достатньо прозорих і легко програмованих для безпосереднього формування матриць $\bar{\bar{G}}_{2\text{Hад}}$, $\bar{\bar{c}}_{2\text{Hад}}$ неважко знайти символні залежності добутків

$$\bar{\bar{D}} = \bar{\bar{P}}^T \times \bar{\bar{G}}_{2\text{Hад}} \times \bar{\bar{P}}, \quad (11)$$

які мають вигляд діагональних матриць (зручних і для обернення в символному вигляді). Результат обчислення матриці $\bar{\bar{P}}^T$ має просту блочно-діагональну структуру, що дає змогу в подальшому в символному вигляді реалізувати обчислення за виразом (7).

Матриця $\bar{\bar{P}}^T$ для кожного блока діагоналі представлена символною залежністю [12, 13], що забезпечує простоту її формування на ПЕОМ. Так, наприклад, підматриця 8-го порядку (яка складається з чотирьох блоків діагоналі) має вигляд, як на рис. 5.

У програмі Matlab була написана програма для знаходження оберненої матриці деградації образу будь-якого порядку.

Розрахунки проводились для матриць 16, 32 і 128-го порядків.

$\cos \pi/4 \times$

$\sqrt{2}$							
	$\sqrt{2}$						
		$e^{-j\pi/4}$	$e^{j\pi/4}$				
		$e^{j\pi/4}$	$e^{-j\pi/4}$				
				$\cos \frac{\pi}{8} \times e^{-j3\pi/8}$	$\cos \frac{3\pi}{8} \times e^{-j\pi/8}$	$\cos \frac{3\pi}{8} \times e^{j\pi/8}$	$\cos \pi/8 \times e^{j3\pi/8}$
				$j \sin \pi/8 \times e^{-j3\pi/8}$	$j \sin \frac{3\pi}{8} \times e^{-j\pi/8}$	$-j \sin \frac{3\pi}{8} \times e^{j\pi/8}$	$-j \sin \pi/8 \times e^{j3\pi/8}$
				$j \cos \pi/8 \times e^{-j3\pi/8}$	$j \cos 3\pi/8 \times e^{-j\pi/8}$	$-j \cos 3\pi/8 \times e^{j\pi/8}$	$-j \cos \pi/8 \times e^{j3\pi/8}$
				$-\sin \pi/8 \times e^{-j3\pi/8}$	$-\sin 3\pi/8 \times e^{-j\pi/8}$	$-\sin 3\pi/8 \times e^{j\pi/8}$	$-\sin \pi/8 \times e^{j3\pi/8}$

Рис. 5. Підматриця 8-го порядку

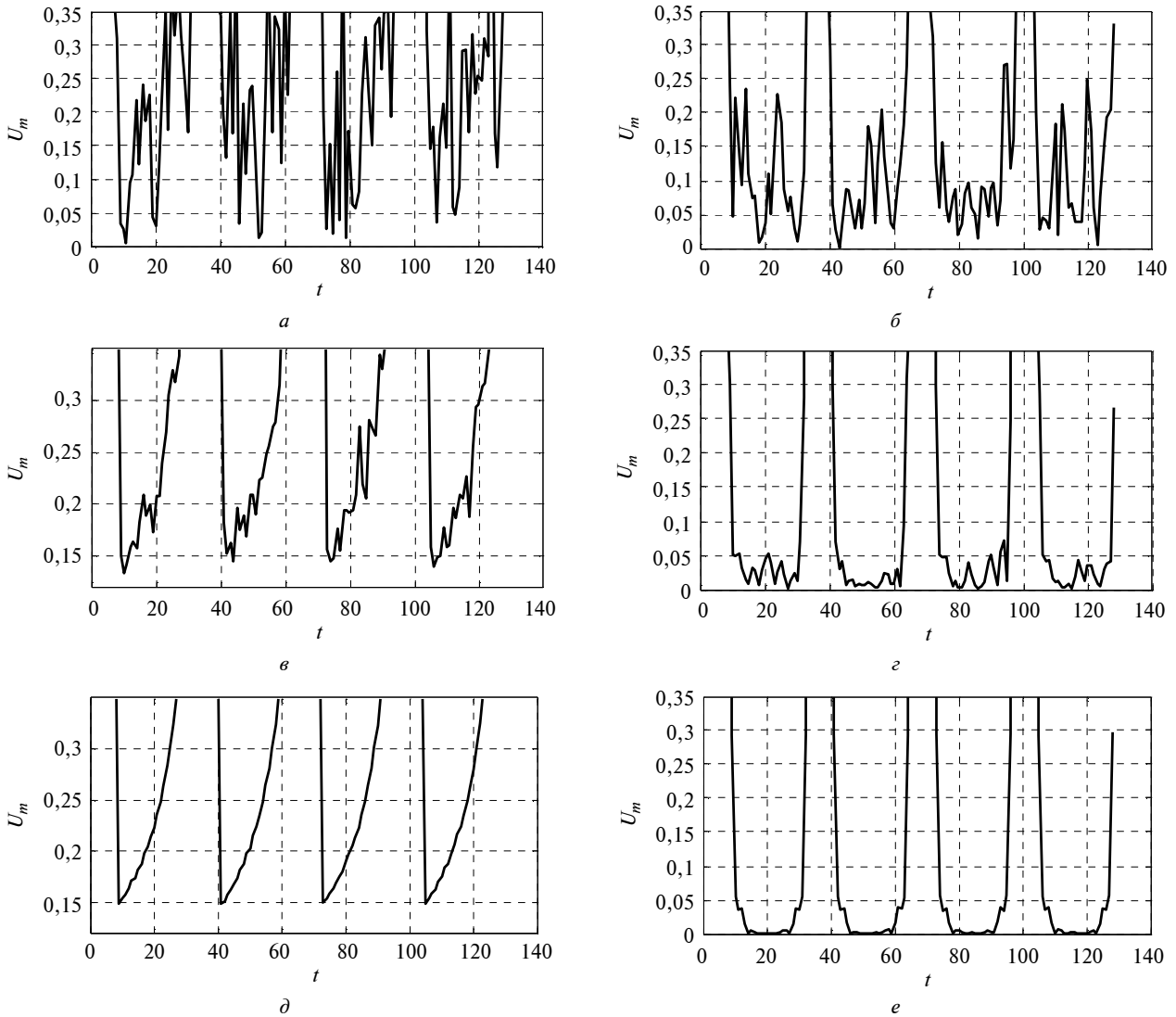


Рис. 6. Вихідний сигнал \bar{f} : *a, в, д* – спотворений образ із адитивним шумом при $\varepsilon_0^2 = 5; 25; 50$ відповідно; *б, г, е* – сигнал, відновлений у базисі Адамара (відповідно для *a, в, д*)

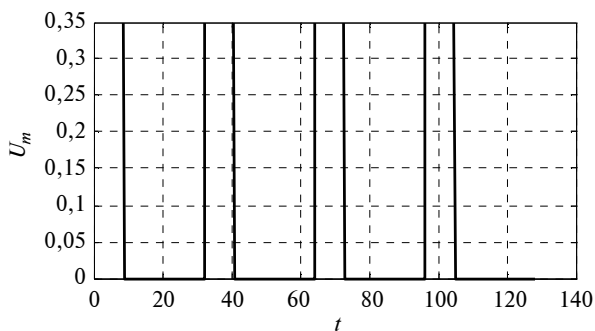


Рис. 7. Вхідний сигнал без спотворень

Для ілюстрації роботи запропонованого алгоритму розглянемо приклад. На рис. 6 наве-

дено вихідний сигнал \bar{f} та його спотворений образ з адитивним шумом. На рис. 7 показано форму заданого вхідного сигналу без спотворення.

Висновки

Запропонована реалізація методу умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара легко реалізується засобами інформаційно-комунікаційних технологій.

При формуванні матриць рівняння корекції використовувалися символні методи, що дало можливість значно скоротити кількість трудомістких операцій, а також виключити чис-

ленні операції додавання й віднімання тих самих величин, що привело до збільшення точності обчислень і швидкодії програмної реалізації.

Подальше вдосконалення методу полягає в його поширенні на реставрацію двовимірних

сигналів і в проведенні численних машинних експериментів (порівнянних із методом реставрації на базі перетворення Фур'є) з метою визначення переваг і недоліків.

1. *J. Jiří*, "Čnslicova filtrace, analýza a restaurace signlů", VUT v BRNĚ, 1997, p. 438.
2. *Рыбин А.И., Корольов В.Ю.* Алгоритм условной деконволюции в частотной области // Радиоэлектроника. – 2000. – № 6. – С. 51–55.
3. *Рибін О.І., Корольов В.Ю.* Реставрація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот // Вісник Техн. ун-ту Поділля. – 2000. – № 4. – С. 145–147.
4. *Рыбин А.И., Корольов В.Ю.* Реставрация образов в частотной области методом взвешенной фильтрации // Радиоэлектроника. – 2001. – № 4. – С. 51–56.
5. *Макаренко А.С., Рыбин А.И., Корольов В.Ю.* Реставрация образов методом частотной коррекции с компенсацией реализации аддитивного шума // Там же. – 2001. – № 7. – С. 50–57.
6. *Рибін О.І., Іванюк Н.О.* Реставрація образів за методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011. – № 46. – С. 51–58.
7. *Системи відображення інформації в медицині: Навч. посібник (гриф МОН України) / В.Г. Абакумов, О.І. Рибін, Й. Сватош, Ю.С. Синькоп.* – К.: ТОВ "Век +", 1999. – 320 с.
8. *Рибін О.І., Іванюк Н.О.* Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова матриці деградації образу // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011. – № 47. – С. 30–41.
9. *Рибін О.І., Іванюк Н.О.* Зв'язок між перетвореннями RTF та Фур'є // Там же. – 2012. – № 48. – С. 23–37.
10. *Рибін О.І., Іванюк Н.О.* Алгоритм побудови матриці деградації образу з використанням дискретного перетворення Адамара // Там же. – № 49. – С. 18–32.
11. *Іванюк Н.О., Рибін О.І.* Зв'язок між РТФ та Фур'є перетвореннями // Тези доп. Міжнар. науково-техн. конф. "Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи", 22–29 лютого 2012, Київ. – К.: НТУУ "КПІ", 2012. – С. 25–26.
12. *Рибін О.І., Іванюк Н.О.* Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова оберненої матриці деградації образу // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2012. – № 50. – С. 21–29.
13. *Рибін О.І., Іванюк Н.О.* Формування оберненої матриці деградації образу в області трансформант Адамара // Там же. – № 52. – С. 29–37.
14. *Рибін О.І., Ткачук А.П.* Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення EIWAL // Там же. – 2006. – № 33. – С. 31–38.
15. *Рибін О.І., Ніжебецька Ю.Х., Рибіна І.О.* Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень // Там же. – 2010. – № 40. – С. 5–11.
16. *Рибіна І.О., Вівчарик О.Я., Якубенко О.А.* Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень шляхом розкладу реакції системи в ряд Тейлора // Там же. – 2011. – № 44. – С. 37–48.