

## **АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТРАЄКТОРІЙ І ВПЛИВУ ВІТРУ НА ТОЧНІСТЬ НАВЕДЕННЯ БПЛА ПРИ ЗАСТОСУВАННІ РІЗНИХ МЕТОДІВ САМОНАВЕДЕННЯ**

### **Вступ**

Систему керування безпілотного літального апарату (БПЛА) в загальному випадку можна розділити на систему наведення і систему стабілізації [1]. Функція системи наведення полягає у формуванні команд наведення і забезпеченні руху центра мас (ЦМ) відповідно до закладеного закону наведення. Функція системи стабілізації полягає у забезпеченні заданого кутового положення або сталого кутового руху ЛА з метою забезпечення стійкого руху ЦМ відповідно до закону наведення.

На сьогоднішній день найбільш загальна класифікація систем наведення розділяє їх на 4 основні групи: автономні системи, системи самонаведення, системи теленаведення і комбіновані системи наведення. Ці групи виділяються в залежності від сигналу наведення і фізичних явищ, які використовують для визначення координат цілі та ЛА [1]. Самонаведення БПЛА – це такий метод наведення, при якому команди наведення виробляються на БПЛА в результаті використання енергії, що випромінюється ціллю або відбивається від неї. Кожному методу наведення властиві свої недоліки та переваги, які слід враховувати при виборі методу наведення під час розробки БПЛА з урахуванням умов його застосування та вимог до нього. Однією з вимог, що можуть пред'являтися до таких БПЛА, як керовані ракети, снаряди чи міни, є забезпечення заданої точності наведення в будь-яких погодних умовах, в тому числі при дії вітру зі швидкістю в заданих межах.

### **Постановка задачі**

В роботі проаналізовано властивості траєкторій і вплив вітру на точність наведення БПЛА при застосуванні різних методів самонаведення. Для аналізу обрано три основні методи самонаведення, що відрізняються конструктивною складністю, вартістю, типом координатора цілі, а також залежністю точності наведення від таких зовнішніх факторів, як вітер, рух цілі тощо: метод прямого наведення, метод погоні та метод пропорційної навігації.

### **Розрахунки та результати**

Для аналітичного дослідження властивостей траєкторій розглянуто спрощені рівняння відносного руху БпЛА і цілі при застосуванні різних методів самонаведення з урахуванням вітру. Для підтвердження висновків, зроблених на основі аналізу спрощених рівнянь, розроблено математичну модель просторового руху БпЛА з урахуванням вітру [2] та проведено імітаційне моделювання. Кінцева ділянка траєкторії – самонаведення на нерухому наземну ціль. Починається ця ділянка з однакових умов, а подальший рух визначається методом самонаведення.

У ході моделювання визначено, що попутний/зустрічний вітер переважно впливає на траєкторію і промах лише у вертикальній площині, а боковий – у горизонтальній. Тому далі буде показано графіки зміни параметрів руху у вертикальній площині при дії попутного/зустрічного вітру,  $V_{x\theta} \in [-20 \text{ м/с}; 20 \text{ м/с}]$ ,  $V_{z\theta} = 0$ , а у горизонтальній – при дії бокового вітру,  $V_{z\theta} \in [-20 \text{ м/с}; 20 \text{ м/с}]$ ,  $V_{x\theta} = 0$ . Вісь  $Z$  направлена зліва направо, якщо дивитися у напрямку стрільби.

**Метод прямого наведення.** Найпростішим і найдешевшим способом орієнтування КЦ є його жорстке закріплення відносно корпусу БпЛА. Така ГСН має назву фіксованої ГСН (ФіксГСН). Вона дозволяє виміряти кути орієнтації лінії візування цілі (ЛВЦ) відносно поздовжньої осі БпЛА і реалізувати метод прямого наведення [1].

На рис. 1 показано геометричні співвідношення для аналізу процесу наведення у вертикальній площині. Рівняння методу прямого наведення має вигляд:

$$\zeta = 0. \quad (1)$$

Для аналізу результатів моделювання застосуємо кінематичний метод дослідження траєкторій [1], характерних для кожного методу наведення. Для цього складемо спрощені кінематичні рівняння наведення. Система рівнянь, котру потрібно вирішувати при розрахунку траєкторій методу прямого наведення, з урахуванням вітру має вигляд:

$$\begin{aligned} r &= -V_3 \cos(\varphi - \theta) + V_u \cos(\varphi - \theta_u); \\ r \cdot \dot{\varphi} &= V_3 \sin(\varphi - \theta) - V_u \sin(\varphi - \theta_u); \\ \varphi - \theta &= \zeta + \alpha - \Delta\alpha; \quad \dot{\theta} = a_{42}\alpha; \quad \zeta = 0; \\ \sin(\Delta\alpha) &= \frac{V_\theta}{V_3} \cdot \sin(\theta - \Delta\alpha). \end{aligned} \quad (2)$$

де  $r$  – відстань від ЛА (точка  $O$ ) до цілі (точка  $\Pi$ ),  $\vec{V}_3, \theta$  – вектор земної швидкості і кут нахилу траєкторії ЛА,  $\vec{V}_n$  – вектор повітряної швидкості ЛА,  $\vec{V}_\theta$  – швидкість вітру,  $\Delta\vec{V}$  – вектор, на який відрізняється  $\vec{V}_n$  від  $\vec{V}_3$ ,

очевидно, що  $|\vec{V}_e| = |\Delta\vec{V}| = V_e$ ,  $\Delta\alpha$  – кут між  $\vec{V}_n$  і  $\vec{V}_z$ ,  $\vec{V}_y$ ,  $\theta_y$  – вектор земної швидкості і кут нахилу траєкторії цілі,  $\varphi$  – кут нахилу ЛВЦ відносно горизонту,  $\zeta$  – кут пеленгу цілі (між поздовжньою віссю ЛА і ЛВЦ),  $\eta$  – кут упередження ЛА (між вектором земної швидкості ЛА та ЛВЦ),  $\eta_y$  – кут упередження цілі,  $\alpha$  – кут атаки,  $a_{42}$  – коефіцієнт, що залежить від масових та аеродинамічних характеристик ЛА [1].

Припускаючи, що  $V = const$ ,  $V_y = const$ ,  $V_e = 0$ ,  $\theta_y = 0$ , знаючи, що кут атаки  $\alpha$  не перевищує  $14?16^\circ$ , можна ці рівняння спростити:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -V_z + V_y \cos\varphi; & r \cdot \dot{\varphi} &= V_z \cdot \alpha - V_y \sin\varphi; \\ \frac{1}{a_{42}} \dot{\theta} + \theta &= \varphi; & \alpha &= \varphi - \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Не дивлячись на помітне спрощення, ця система в загальному вигляді не вирішується. Загальний розв'язок можна отримати лише для випадку, коли  $V_y = 0$ , тобто ціль нерухома. Один із розв'язків такої системи має вигляд:

$$\alpha = \frac{\alpha_0 r_0}{r} e^{-\frac{a_{42}(r_0-r)}{V_z}}. \quad (4)$$

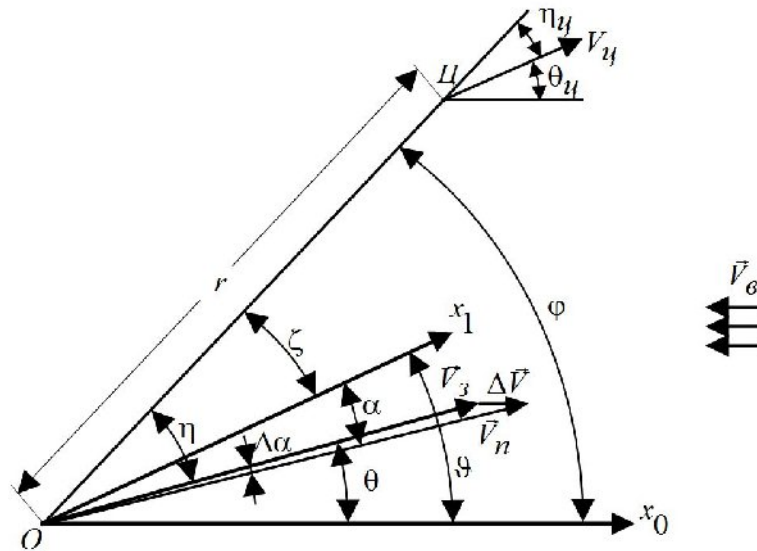


Рис. 1. Геометричні співвідношення при самонаведенні

Із розв'язку випливає, що при  $r \rightarrow 0$  кут  $\alpha \rightarrow \infty$ . Таким чином, властивості траєкторій такі, що БПЛА, не долетівши до цілі, зійде з заданої траєкторії і закон наведення не може бути виконаний, оскільки кут атаки  $\alpha$  є величиною обмеженою.

Вплив вітру можна проаналізувати, розглянувши систему рівнянь:

$$\dot{\alpha} = \frac{V_3 \cdot \alpha}{r} - \frac{V_3 \cdot \Delta\alpha}{r} - a_{42} \cdot \alpha \cdot \frac{V_3}{V_3 + V_6};$$

$$\Delta\dot{\alpha} = a_{42} \cdot \alpha \cdot \left[ 1 - \frac{V_3}{V_3 + V_6} \right]; \quad \dot{r} = -V_3. \quad (5)$$

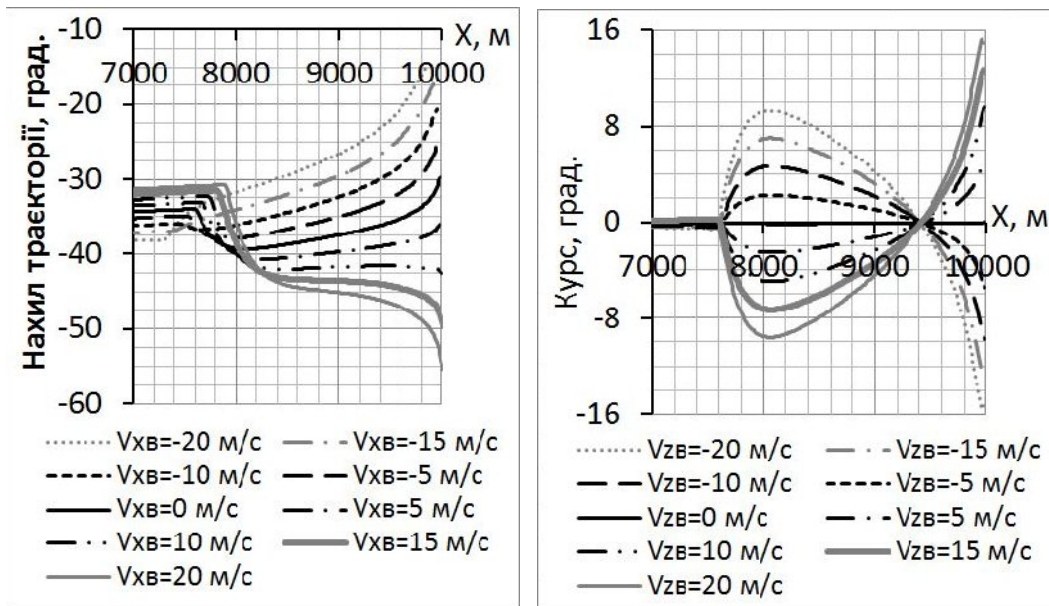
Аналіз цієї системи показує, що за відсутності вітру  $V_6 = 0$  кут  $\Delta\alpha = 0$ . При наявності вітру кути  $\alpha$  і  $\Delta\alpha$  постійно зростають з плином часу і наближенням до цілі. Це зростання тим швидше, чим більше швидкість вітру. Тобто з наближенням до цілі траєкторії зазнають викривлень. Ці викривлення зростають зі збільшенням вітру. Вплив вітру зменшується при збільшенні  $V_3$ .

На кінцевій ділянці траєкторія по формі наближається до гіперболи:

$$\varphi \approx \varphi_0 + \alpha_0 r_0 e^{-\frac{a_{42} r_0}{V}} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right). \quad (6)$$

У випадку, якщо  $V_y \neq 0$ , траєкторії стають іще більш викривленими. Промах суттєво залежить від зовнішніх збурень, таких як вітер і сила тяжіння.

Результати моделювання підтверджують цей наближений аналіз. На рис. 2 показано зміну кутів нахилу траєкторії (а) і курсу (б) по дальності польоту на кінцевій ділянці траєкторії при дії відповідно попутного/зустрічного і бокового вітру зі швидкістю від мінус 20 м/с до +20 м/с. Координата  $X$  цілі дорівнює 10 000 м.



а) нахил траєкторії

б) курс

Рис. 2. Кути нахилу траєкторії і курсу на ділянці прямого наведення

Як видно з рис. 2, при наближенні до цілі (при зменшенні  $r$ ) траєкторії дійсно зазнають суттєвого викривлення, про що свідчить пришвидшене зростання абсолютної величини кутів орієнтації вектора земної швидкості  $V_3$ . Кривизна траєкторії також збільшується зі збільшенням швидкості вітру. Точність при застосуванні методу прямого наведення погіршується зі збільшенням швидкості вітру, що видно з графіків траєкторій (рис. 3).

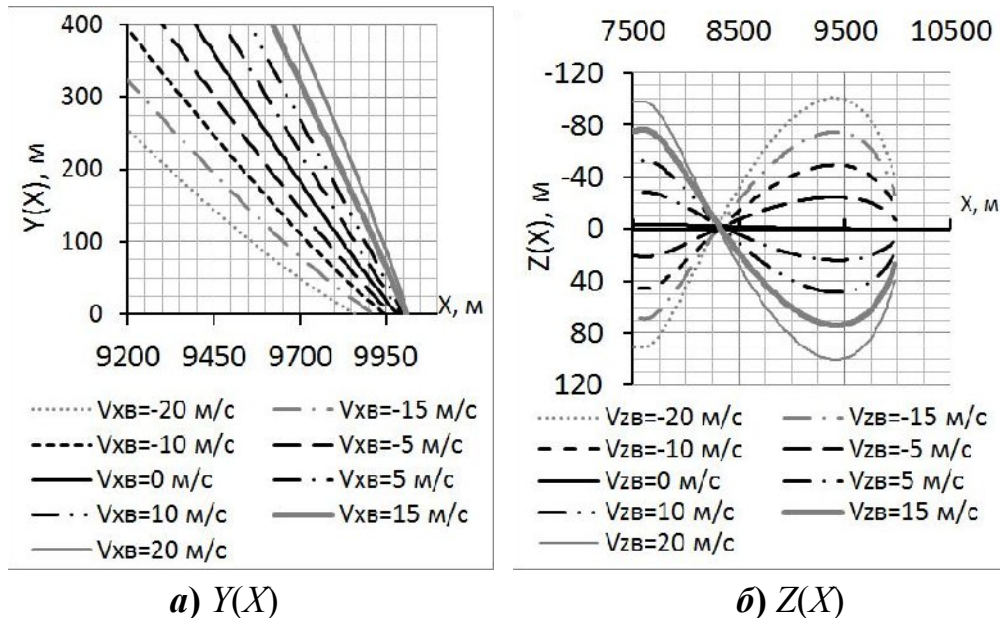


Рис. 3. Траєкторія польоту на ділянці прямого наведення при дії попутного/зустрічного і бокового вітру

**Метод погоні.** При наведенні методом погоні [3, 4] КЦ орієнтують по напрямку вектора швидкості за допомогою флюгера. Суть методу погоні полягає у забезпеченні напрямку  $\vec{V}_3$  на ціль. Такий метод є більш ефективним, але потребує додаткових затрат на розробку і виготовлення флюгерної ГСН (ФГСН).

Рівняння методу наведення має вигляд  $\eta = 0$ , але при дії вітру флюгер орієнтується по напрямку вектора повітряної швидкості, яка відрізняється від вектора  $\vec{V}_3$  на кут  $\Delta\alpha$ . Тому при дії вітру

$$\eta + \Delta\alpha = 0. \quad (7)$$

Якщо припустити, що ЛА і ціль рухаються у вертикальній площині,  $V_3 = const$ ,  $V_u = const$ , а вісь  $Ox_0$  направлена паралельно швидкості цілі (рис. 1), тобто  $\theta_u = 0$ ,  $\eta_u = \varphi = \theta$ , то спрощена система кінематичних рівнянь відносного руху ЛА і цілі [1, 3] приймає вигляд:

$$\dot{r} = -V_3 + V_u \cos \varphi; \quad \dot{\varphi} = -V_3 \cdot \frac{\Delta\alpha}{r} - V_u \frac{\sin \varphi}{r}; \quad (8)$$

З цих рівнянь легко отримати рівняння траєкторій – «кривих погоні»:

$$r = A \cdot \frac{(\sin \varphi)^{p-1}}{(1 + \cos \varphi)^p}, \quad (9)$$

де  $A$  – довільна стала, що залежить від початкових умов  $r_0$  та  $\varphi_0$ , а

$$p = \frac{V}{V_y} = \text{const}. \quad (10)$$

З рівнянь кривих погоні, які можна отримати підстановкою (9) у (8) при різних  $p$ , видно, що траєкторії наведення є викривленими, як і для метода прямого наведення. Ці викривлення також збільшуються при збільшенні вітру – чим більший кут  $\Delta\alpha$ , тим більше значення похідної  $\dot{\varphi}$ .

Для підтвердження висновків, зроблених на основі аналізу спрощених рівнянь, проведено моделювання польоту БПЛА з самонаведенням методом погоні на кінцевій ділянці при дії попутного/зустрічного і бокового вітру. Результати показані на рис. 4.

З графіків видно, що метод погоні також є досить чутливим до дії вітру. Це пов'язано з тим, що флюгерна ГСН розвертається по вектору повітряної швидкості, яка у випадку наявності вітру відрізняється від напрямку земної швидкості. Тому БПЛА з ФГСН завжди буде підлітати до цілі проти вітру (рис. 4в, 4г). Але точність наведення таким методом значно вища, оскільки вектор швидкості з самого початку етапу наведення направлений на ціль, на відміну від методу прямого наведення, коли на ціль направлена поздовжня вісь, яка не співпадає з вектором швидкості.

**Метод пропорційної навігації (метод пропорційного зближення).** Цей метод [5] передбачає використання гіроскопічної ГСН (ГГСН), що дозволяє виміряти кутову швидкість лінії візування цілі в інерціальному просторі. Зведення вказаної кутової швидкості до нуля забезпечує політ в миттєву точку зустрічі БПЛА з ціллю, тобто в упереджену точку. Рівняння методу наведення записується у вигляді

$$\dot{\theta} = k \cdot \dot{\varphi}. \quad (10)$$

Якщо врахувати, що  $\varphi = \theta + \eta$ , система кінематичних рівнянь для дослідження траєкторій наведення з невідомими  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\eta$  приймає вигляд:

$$\dot{r} = V_y \cos \varphi - V \cos \eta; \quad r \cdot \dot{\varphi} = V \sin \eta - V_y \sin \varphi; \quad \dot{\eta} - (1 - k) \cdot \dot{\varphi} = 0. \quad (11)$$

Аналітичне дослідження траєкторії можливе лише для  $k=2$ . Тоді в системі (11) останнє рівняння зв'язку, що характеризує метод наведення, можна перетворити до вигляду

$$\eta + \varphi = \varepsilon_0 = \text{const}, \quad (12)$$

де  $\varepsilon_0$  – стала інтегрування, що визначається початковими умовами:

$$\varepsilon_0 = \eta_0 + \varphi_0 = \theta_0 + 2\eta_0. \quad (13)$$

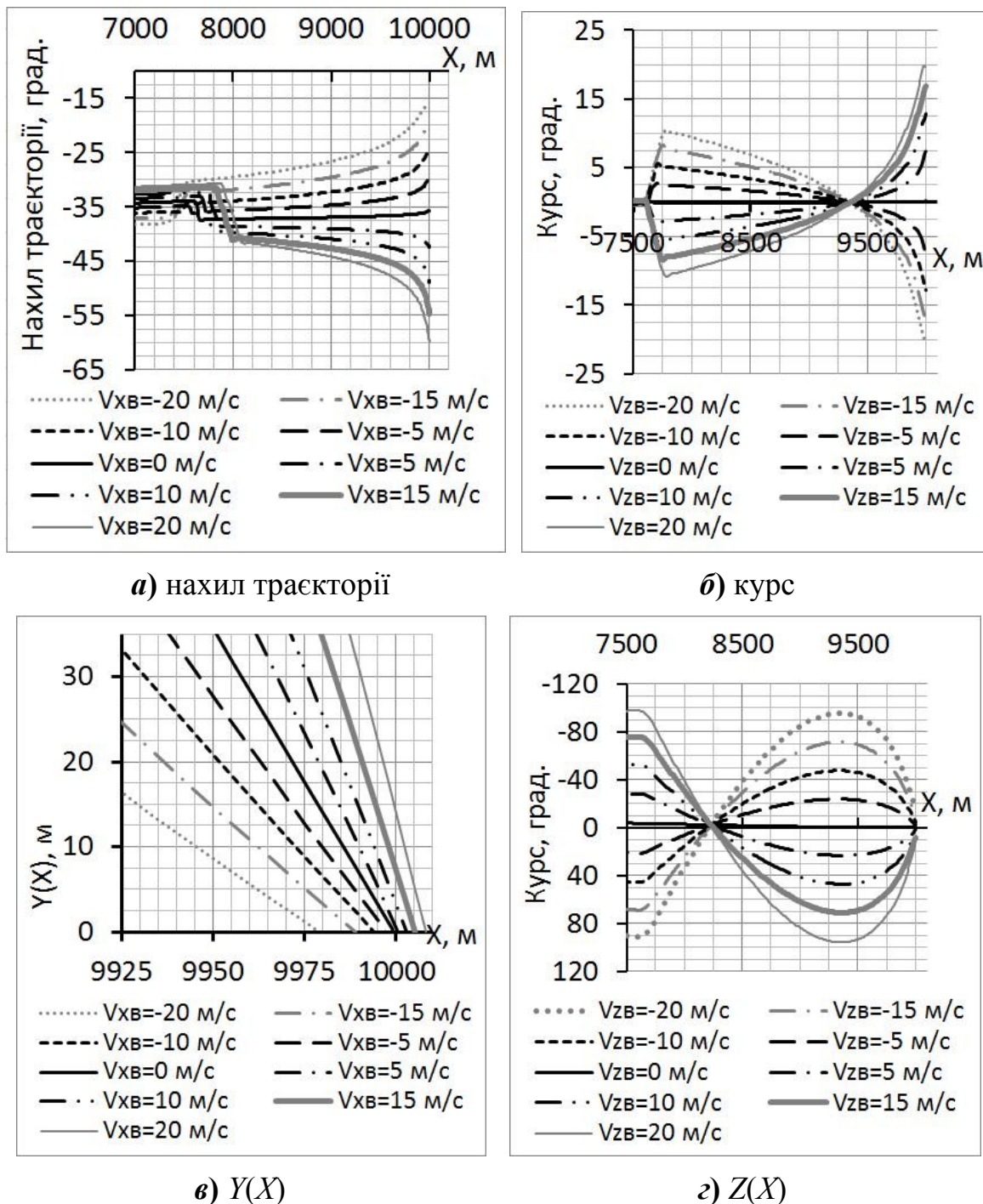


Рис. 4. Траєкторія наведення, кут нахилу траєкторії та курсу при наведенні методом погоні при дії попутного/зустрічного і бокового вітру

Тоді система рівнянь для методу пропорційного зближення приймає вигляд:

$$\dot{r} = V_y \cos(\varepsilon_0 - \eta) - V \cos \eta; \quad r \cdot \dot{\eta} = V_y \sin(\varepsilon_0 - \eta) - V \sin \eta. \quad (14)$$

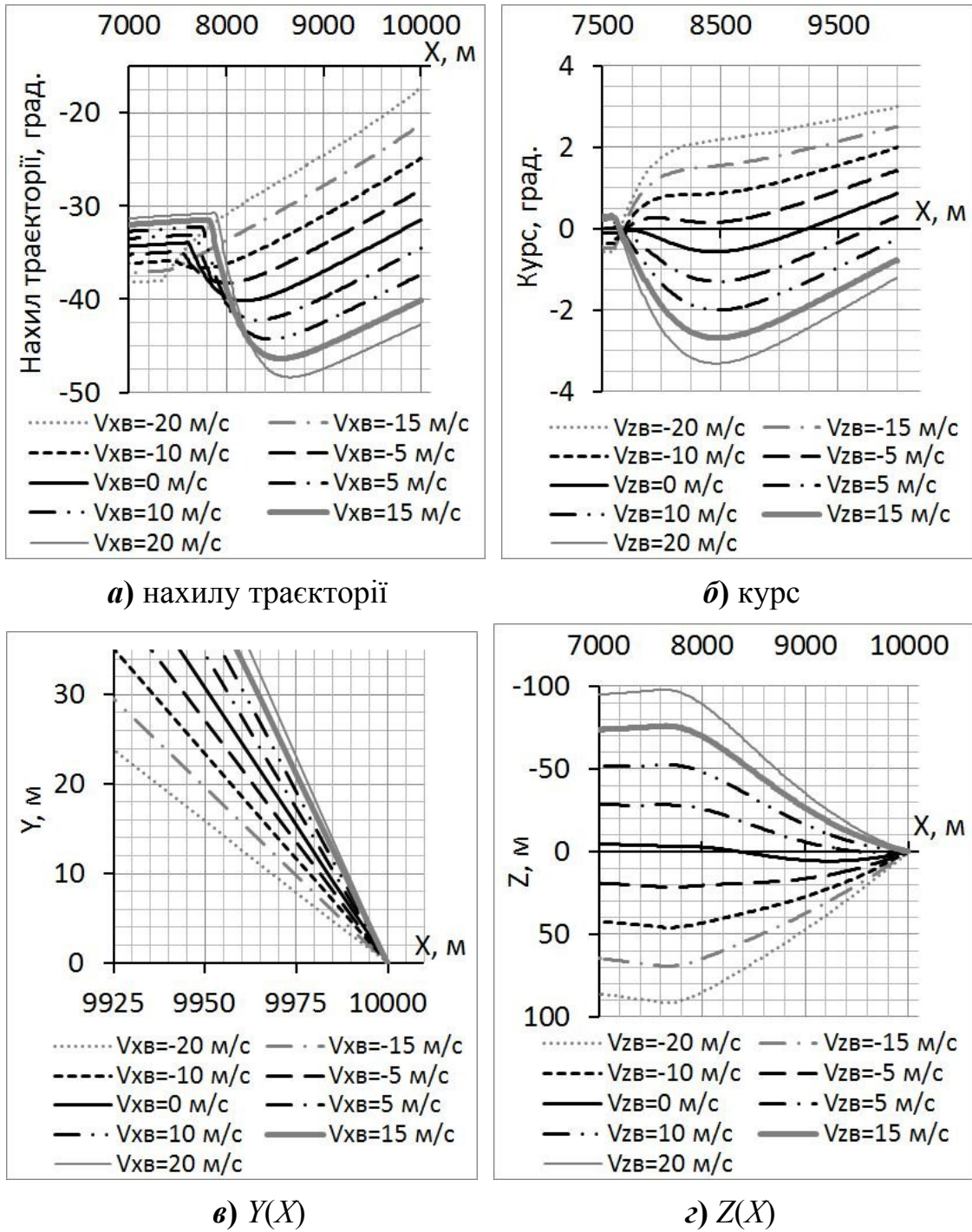


Рис. 5. Результати моделювання польоту при наведенні методом пропорційної навігації при дії попутного/зустрічного і бокового вітру

Як видно з (14), вітер не впливає на характер наведення. При пропорційному зближенні існують стійкі і нестійкі прямолінійні траєкторії. Всі інші (криволінійні) траєкторії знаходяться в секторах між



стійкими і нестійкими прямолінійними траєкторіями, причому вони намагаються відійти від нестійких траєкторії і злитися зі стійкими. Тут спостерігається та ж сама картина, що і при наведенні по кривим погоні з тією різницею, що кут між сусідніми стійкими і нестійкими прямолінійними траєкторіями тут менший. Цей кут зменшується зі збільшенням коефіцієнта пропорційності  $k$ . Тому траєкторії при пропорційному зближенні мають меншу кривизну порівняно з кривими погоні [3]. Це підтверджується результатами моделювання польоту при наведенні методом пропорційної навігації.

На рис. 5 зображено графіки кута нахилу траєкторії (а), курсу (б), траєкторії у вертикальній (в) і горизонтальній (г) площині при дії відповідно попутного/зустрічного і бокового вітру. Як показують ці графіки, кутові параметри руху змінюються більш плавно, ніж для методів погоні та прямого наведення, а траєкторії як у вертикальній, так і у горизонтальній площині є практично прямолінійними і сходяться прямо в ціль, не залежно від величини і напрямку вітру. Такий характер наведення є найбільш ефективним з точки зору затрат енергії, а промах практично відсутній і не залежить від вітру.

Для більш глибокого аналізу впливу вітру на точність наведення БпЛА на рис. 6 показано графіки залежності промаху від величини попутного/зустрічного вітру, а на рис. 7 – від величини бокового вітру. Побудовано графіки промаху для варіантів БпЛА з ФіксГСН та ФГСН. Для варіанту з ГГСН промах не залежить від швидкості вітру і в усіх випадках не перевищує 0,1 м, що є переважно похибкою керування.

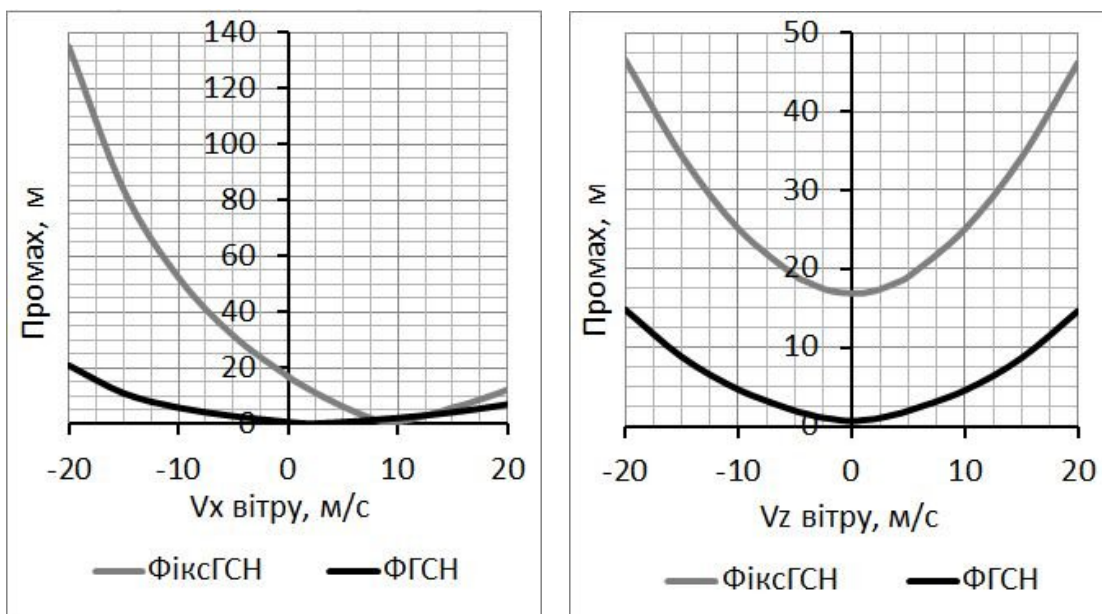


Рис. 6. Промак при  $V_{xв} \neq 0, V_{zв} = 0$     Рис. 7. Промак при  $V_{xв} = 0, V_{zв} \neq 0$

Як бачимо з рис. 6, при дії зустрічного вітру величина промаху значно більша, ніж при дії попутного як для методу прямого наведення, так і для методу погоні. Це зумовлено тим, що на промах впливає не лише вітер, а і сила

тяжіння. У безвітряну погоду спостерігається певний недоліт, величина якого залежить від кута нахилу траєкторії на ділянці самонаведення. При дії зустрічного вітру недоліт збільшується. При дії попутного вітру спочатку промах зменшується, оскільки промах від дії сили тяжіння компенсується похибкою методу наведення, а далі знову зростає («переліт»). Для методу погоні найменший промах спостерігається при  $V_{xв}=2$  м/с, а для методу прямого наведення – при  $V_{xв}=9$  м/с. Зі збільшенням  $V_{xв}$  промах росте – БпЛА «перелітає» за ціль.

При дії бокового вітру (рис. 7) залежність промаху від вітру симетрична відносно вертикальної осі. Мінімальний промах при застосуванні методу прямого наведення перевищує максимальний промах для методу погоні: при зміні швидкості вітру  $V_{zв}$  від мінус 20 м/с до +20 м/с промах для методу погоні змінюється від 0,7 м до 14,9 м, а для методу прямого наведення – від 16,9 м до 46,6 м.

Приведені конкретні результати відповідають конкретним числовим значенням параметрів БпЛА і можуть відрізнятися при інших значеннях цих параметрів, але виявлені закономірності можна вважати справедливими для усіх випадків. Головною характеристикою БпЛА, що впливає на ці відмінності, є наявне перевантаження на ділянці самонаведення. В даній роботі воно близьке до 2,2.

## Висновки

1. При наведенні на ціль, що рухається з постійною швидкістю, траєкторії є викривленими при прямому наведенні та наведенні методом погоні, і близькими до прямолінійних при наведенні методом пропорційної навігації.
2. При застосуванні методів погоні та прямого наведення промах суттєво залежить від швидкості вітру та від кута нахилу траєкторії на ділянці самонаведення.
3. При застосуванні методу пропорційної навігації промах практично не залежить ні від швидкості та напрямку вітру, ні від кута нахилу траєкторії.
4. При однакових умовах метод погоні дає значно менший промах, ніж метод прямого наведення.
5. При наведенні на нерухому ціль методом прямого наведення і погоні присутні значні викривлення траєкторії під дією вітру, а при застосуванні методу пропорційної навігації траєкторії близькі до прямолінійних.

## Список використаної літератури

1. *Лебедев А. А.* Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами [Текст] // А. А. Лебедев, В. А. Карабанов / – М.: Машиностроение, 1965, 528 с.
2. *Пономаренко К. В.* Розробка математичної моделі літального апарату, що обертається навколо поздовжньої осі, з урахуванням вітру та її аналіз [Текст] // К. В. Пономаренко, В. В. Попов, Л. М. Рижков/ Інформаційні системи, механіка та керування рухом. – 2011. – Вип. 6. – С. 80–88.
3. *Лебедев А. А.* Динамика полета беспилотных летательных аппаратов.[Текст] // А. А. Лебедев, Л. С. Чернобровкин /– М.: Машиностроение, 1973.– 548 с.
4. *Соловей Э. Я.* Динамика систем наведения управляемых авиабомб.[Текст] // Э. Я. Соловей, А. В. Храпов / – М.: Машиностроение, 2006.– 328 с.
5. *Кринецкий Е. И.* Системы самонаведения.[Текст] // Е. И. Кринецкий /– М.: Машиностроение, 1970. – 236 с.