

УДК 537.6; 544.018

О.Ю. Горобець, Ю.І. Горобець, В.П. Роспотнюк

ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА ПРИ ТРАВЛЕННІ ОДНОРІДНО НАМАГНІЧЕНОГО СТАЛЕВОГО ЦИЛІНДРА В ЕЛЕКТРОЛІТІ

In this paper, we calculate the electric cell voltage of the physical circuit at etching of ferromagnetic electrode in the form of a cylinder in an electrolyte caused by inhomogeneous distribution of concentration of the paramagnetic corrosion products on the surface of a steel cylinder in an inhomogeneous magnetostatic field. The shape of the electrode was chosen because all points of the cylinder surface are equivalent in this model system in the absence of magnetization and effects of the magnetic field can be easily separated from the effects of a different nature. The current density and Lorentz force are calculated in an electrolyte in the vicinity of the magnetized steel cylinder. The Lorentz force causes movement of an electrolyte perpendicular to the direction of the external magnetic field along the cylinder axis. Comparison of calculations with experimental data allows concluding that a certain part of paramagnetic ions in the electrolyte in a magnetic field represents the nanoclusters of paramagnetic ions, which can be for example nanobubbles. The results of the theoretical modeling can be used for creating functional materials by means of magnetoelectrolysis and for modeling of the influence of the biogenic magnetic nanoparticles on transport processes and biochemical reactions in cells of live organisms.

Вступ

Вплив неоднорідного магнітного поля на корозію, хімічне травлення та електроосадження металів є предметом сучасних досліджень з магнітоелектролізу. Так, у працях [1–4] експериментально виявлено, що перебіг зазначених процесів залежить від величини градієнта магнітного поля на поверхні електрода, а ферромагнітні мікроелектроди можуть створювати різні неоднорідні магнітостатичні поля в електроліті залежно від їх форми, розмірів і намагніченості. Також останнім часом виявлено низку експериментальних ефектів, що демонструють фігури травлення металевих ферромагнітних зразків, які корелюють із просторовим розподілом магнітостатичних полів (полів розсіяння) доменних структур [5–9]. Зокрема, в працях [5, 7, 9] досліджено просторову квазіперіодичну структуру поверхні сталевго циліндра після корозії, яка являє собою послідовно повторювані виступи та впадини, розміри яких збігаються з розмірами магнітних доменів. Також у праці [8] виявлено анізотропне травлення намагніченої сталевго кулі із явно вираженим подовженням фігури травлення вздовж напрямку зовнішнього магнітного поля. У всіх подібних експериментальних роботах спостерігаються відмінності в швидкості травлення або осаждения металу на поверхні електрода залежно від розподілу магнітостатичних полів розсіяння [9]. Вважається, що ці ефекти викликані градієнтною магнітною силою, яка діє на парамагнітні компоненти в електроліті і створює неоднорідний розподіл їх концентрації на по-

верхні електрода [1–9]. Дійсно, відповідне утворення квазістаціонарної фази в електроліті з підвищеною концентрацією парамагнітних іонів у неоднорідних магнітних полях спостерігалось в низці праць [4, 8]. Відповідна неоднорідність концентрації парамагнітних продуктів корозії на поверхні ферромагнітного електрода спричинена відмінністю їх потенціальних енергій у неоднорідному магнітному полі. Крім того, спостерігається рух електроліту в приповерхневому шарі, який пояснюється дією сили Лоренца на густину струму в електроліті [9]. Обидва ці ефекти, очевидно, викликані індукованою полями розсіявання електрорушійною силою (ЕРС) концентраційного кола. Відповідна неоднорідність концентрації парамагнітних продуктів корозії на поверхні ферромагнітного електрода спричинена відмінністю їх потенціальних енергій у неоднорідному магнітному полі.

Постановка задачі

Метою роботи є розрахунок ЕРС концентраційного кола, густини струму та сили Лоренца в електроліті при травленні однорідно намагніченого сталевго циліндра та перевірка узгодження запропонованої моделі для розрахунку ЕРС концентраційного кола із накопиченими даними експериментальних робіт.

Теоретична модель

Як відомо, в електрохімії розрізняють два типи ЕРС між електродами (або областями поверхні одного електрода) однакового хімічного

складу. Перший тип ЕРС – це так звані фізичні кола. При виникненні ЕРС у фізичному колі джерелом електричної енергії є різниця вільних енергій Гіббса, яка для фізичних кіл зумовлена різницею у фізичному стані двох однакових за своїм хімічним складом електродів [11, 12]. Ці електроди занурені в один і той самий розчин, і при роботі кола електрод, що перебуває в менш стійкому стані, переходить до більш стійкого стану. Типовим прикладом фізичного кола є гравітаційне коло, в якому електрод більшої висоти має підвищений запас вільної енергії порівняно з електродом менш високим, тому він розчиняється. Отже, сумарний процес триває доти, доки висоти електродів не стануть рівними [11, 12].

Другий тип ЕРС – це так звані концентраційні кола, для яких ЕРС виникає внаслідок відмінності концентрацій іонів у електроліті на поверхні електродів однакового хімічного складу. В концентраційному колі виникає такий напрямок струму в електроліті, який сприяє вирівнюванню зазначених вище концентрацій [11, 12].

Загалом при експериментальному спостереженні впливу неоднорідних магнітостатичних полів на поверхні електрода на процеси хімічного травлення можуть проявлятися як відмінності у фізичних властивостях електрода, так і концентраційні ефекти. Вибір у даній роботі феромагнітного електрода у формі циліндра є не випадковим також у зв'язку з тим, що це дає можливість відокремити ефекти другого типу від першого. Дійсно [13], при намагнічуванні однорідним магнітним полем до стану насичення феромагнітних тіл у формі трьохосового еліпсоїда (до яких, зокрема, належать куля, еліпсоїд обертання, циліндр, пластина) вектори намагніченості та індукції магнітного поля всередині матеріалу розподілені однорідно. Тому магнітна частина хімічного потенціалу і, відповідно, фізичний стан атомів всередині однорідно намагніченого феромагнітного циліндра є однаковими і не залежать від координат. Зовні ж намагніченого сталевго циліндра утворюється неоднорідний розподіл магнітостатичних полів, який призводить до утворення неоднорідного розподілу концентрації ефективно пара- або діамагнітних компонентів електроліту поблизу та на його поверхні.

Експериментальне спостереження фігур травлення та виникнення концентраційного кола при травленні в електроліті намагніченого сталевго циліндра наведено в працях [5, 7].

Для розрахунку ЕРС контуру намагніченого сталевго циліндра скористаємось стандартним підходом до розрахунку ЕРС концентраційного кола [10, 11]. Запишемо розподіл концентрації кластерних парамагнітних або ефективно парамагнітних продуктів корозії в електроліті в околі намагніченого сталевго циліндра аналогічно [10–12]:

$$c(r, \alpha) = c_0 \exp \left\{ \frac{\chi \mathbf{H}^2(r, \alpha)}{2k_B T} \right\}, \quad (1)$$

де $c(r, \alpha)$ – концентрація продуктів корозії в електроліті, α – кут між напрямком зовнішнього магнітного поля і радіус-вектором \mathbf{r} , c_0 – деяка стала, k_B – стала Больцмана, T – абсолютна температура, $\chi = \chi' - \chi_0$ – ефективна магнітна сприйнятливості продукту корозії, яка визначається як різниця магнітних сприйнятливостей кластерного продукту реакції χ' , зокрема нанобульбашки, та рідини χ_0 . У випадку, коли ефективна магнітна сприйнятливості визначається парамагнітними іонами, то вона може бути оцінена за формулою Кюрі–Брілюєна $\chi \cong \frac{m_0^2}{3k_B T}$, де m_0^2 – квадрат магнітного моменту відповідних іонів, зокрема для іона заліза $m_0^2 = (2\mu_0)^2 s(s+1)$, де $s \approx 2$ – спин парамагнітного іона заліза, μ_0 – магнетон Бора, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}^{(m)}$ – напруженість магнітного поля в електроліті як векторна сума зовнішнього однорідного магнітного поля \mathbf{H}_0 та магнітного поля намагніченого сталевго циліндра ($h \gg R$, де h – висота і R – радіус циліндра)

$$\mathbf{H}^{(m)} = 2\pi R^2 \frac{2(\mathbf{M} \mathbf{n}) \mathbf{n} - \mathbf{M}}{r^2},$$

де \mathbf{M} – намагніченість сталевго циліндра, $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні циліндра, який має компоненти $\mathbf{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$. У випадку, коли розчин є діамагнітним $\chi_0 < 0$, зокрема діамагнітна сприйнятливості води є рівною $-9,0 \cdot 10^{-6}$, а сприйнятливості нанобульбашки близька до нуля $\chi' \approx 0$, ефективна магнітна сприйнятливості буде додатною $\chi > 0$, тобто продукти реакції є ефективно парамагнітними. У випадку наявності в розчині

значної кількості розчинених парамагнітних іонів сприйнятливості розчину може бути парамагнітною, однак продукти реакції можуть бути в такому разі й ефективно діамагнітними.

Враховуючи, що за великих значень напруженості зовнішнього магнітного поля вектор магнітного моменту \mathbf{m} і, відповідно, вектор намагніченості сталевго циліндра $\mathbf{M} = (M_0, 0, 0)$ спрямовані вздовж напрямку зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}_0 = (H_0, 0, 0)$, у формулі (1) $\mathbf{H}^2(r, \alpha)$ можна подати у вигляді

$$\mathbf{H}^2(r, \alpha) = M_0^2 \left(\xi^2 + 4\pi\xi \left(\frac{R}{r} \right)^2 \cos 2\alpha + 4\pi^2 \left(\frac{R}{r} \right)^4 \right), \quad (2)$$

де введено позначення $\xi = \frac{H_0}{M_0}$.

Із загального рівняння для ЕРС електрохімічної системи [10, 11] випливає, що ЕРС концентраційного кола між точками з азимутальними кутами $\alpha = 0$ і $\alpha = \frac{\pi}{2}$ поблизу поверхні сталевго циліндра визначається на основі виразу

$$E_{12} = \frac{k_B T}{Ze} \ln \frac{a_2}{a_1}, \quad (3)$$

де Ze – заряд продукту корозії, $a_1 = f_1 c_1$, $a_2 = f_2 c_2$ – активності продуктів корозії в точках з азимутальними кутами $\alpha = 0$ і $\alpha = \frac{\pi}{2}$ поблизу поверхні сталевго циліндра (f_1 , f_2 і c_1 , c_2 – коефіцієнти активностей для a_1 і a_2 відповідно). Враховуючи, що для малих концентрацій коефіцієнти активностей у точках із азимутальними кутами $\alpha = 0$ і $\alpha = \frac{\pi}{2}$ будуть приблизно рівними, а тому відношення активностей у формулі (3) можна замінити на відношення концентрацій [10, 11], зведемо вираз (3) для ЕРС між точками з кутами α і $\alpha = 0$ поблизу поверхні сталевго циліндра до вигляду:

$$\varphi_{0\alpha} = \frac{\chi}{2Ze} [\mathbf{H}^2(R, \alpha) - \mathbf{H}^2(R, 0)]. \quad (4)$$

Враховуючи неперервність густини струму \mathbf{j} , знайдемо розподіл електричного потенціалу φ і густини струму в усьому об'ємі електроліту:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (5)$$

Оскільки електроліт є слабкопровідною рідиною, тобто для нього магнітне число Рейнольдса $R_m = \frac{4\pi\sigma ul}{c^2}$ (σ – питома електропровідність електроліту, l і u – характерні параметри розмірів системи та швидкості руху рідини відповідно [14]) є набагато меншим за одиницю $R_m \ll 1$, то густину струму можна подати як

$$\mathbf{j} = \sigma \left(-\nabla\varphi + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right), \quad (6)$$

де φ – потенціал електричного поля в електроліті, \mathbf{v} – швидкість руху електроліту, c – швидкість світла.

Для знаходження потенціалу спершу оці-

нимо відношення $\frac{\frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}]}{|\nabla\varphi|}$. Для цього скористаємось експериментальними даними праці [8], оскільки величини, які входять у наведений вираз, будуть одного порядку із відповідними величинами, розрахованими для однорідно намагніченої кулі, випадок якої розглянуто в [15], а саме використаємо такі значення: напруженість магнітного поля $H \simeq 1-4$ кЕ, швидкість $v \simeq 2-3$ см/с і різниця потенціалів між полюсом та екватором намагніченої сталевго кулі в електроліті $\Delta\varphi \simeq 4 \cdot 10^{-4}$ В. Тоді шукане відношення набудатиме значення в межах від 10^{-1} до 10^{-2} , тобто в першому наближенні другим доданком у формулі (6) можна знехтувати.

Вважаючи, що питома електропровідність електроліту σ не залежить від координат, отримаємо із (5) і (6) таке рівняння:

$$\Delta\varphi = 0. \quad (7)$$

Розв'язок рівняння (7) має вигляд

$$\varphi(r, \alpha) = -\frac{2\pi\chi M_0 H_0}{Ze} \left(1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \cos 2\alpha \right) \quad (8)$$

і задовольняє граничні умови

$$\begin{cases} \varphi(R, \alpha) - \varphi(R, 0) = \varphi_{0\alpha}; \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \oint_S \mathbf{j} d\mathbf{S} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

При цьому граничні умови (9) враховують координатну залежність електричного потенціалу по поверхні сталевго циліндра у вигляді (4) та збереження повного заряду системи.

У результаті отримуємо розподіл густини струму:

$$\mathbf{j}(r, \alpha) = \frac{4\pi\chi M_0 H_0 \sigma R^2}{Ze r^3} (\cos 2\alpha \cdot \mathbf{e}_r + \sin 2\alpha \cdot \mathbf{e}_\alpha), \quad (10)$$

де \mathbf{e}_r і \mathbf{e}_α – орти циліндричної системи координат.

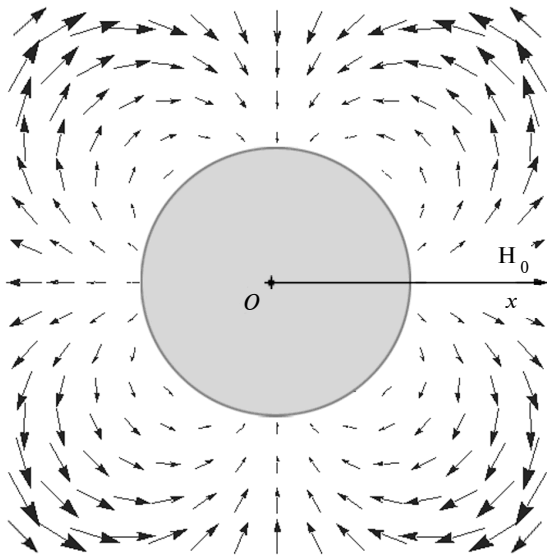


Рис. 1. Схема електричних струмів при травленні намагніченого сталевго циліндра в електроліті. Зовнішнє магнітне поле і вектор намагніченості феромагнітного циліндра спрямовані горизонтально, тому кут α відраховується від горизонтальної осі

Схему протікання в електроліті електричного струму, густину якого розраховано за формулою (10), що виникає при травленні намагніченого сталевго циліндра, зображено на рис. 1. Як видно з рис. 1, електричний струм в електроліті в такому разі протікає від областей поверхні циліндра поблизу точок із азимутальними кутами $\alpha = 0$ і $\alpha = \pi$ (далі ці точки будемо називати полюсами) до областей поблизу точок із азимутальними кутами $\alpha = \frac{\pi}{2}$ і $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ (далі –

екватор). При цьому ефективно парамагнітні продукти корозії під дією градієнтної магнітної сили рухаються від екватора до полюса, створюючи неоднорідний розподіл концентрації (1) та ЕРС. Накопичення ефективно парамагнітних продуктів корозії поблизу полюса намагніченого сталевго циліндра також узгоджується з експериментальними даними [5].

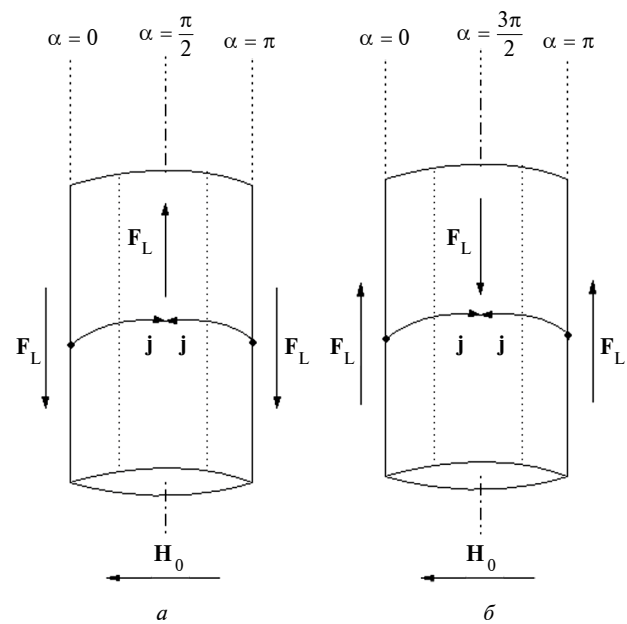


Рис. 2. Схема виникнення потоків у приповерхневому шарі намагніченого сталевго циліндра в електроліті, викликаних дією сили Лоренца \mathbf{F}_L : а – вигляд циліндра зверху (в межах азимутального кута $0 < \alpha < \pi$); б – вигляд циліндра знизу (в межах азимутального кута $0 < \alpha < 2\pi$)

Якщо дивитись (рис. 2, а) на циліндр зверху (в межах азимутального кута $0 < \alpha < \pi$), то лінії густини струму будуть виходити із полюсів циліндра ($\alpha = 0$ та $\alpha = \pi$) і входити в екватор ($\alpha = \frac{\pi}{2}$). На густину струму в електроліті діє сила Лоренца \mathbf{F}_L , яка приводить до руху електроліту вздовж осі циліндра у площині, перпендикулярній до напрямку зовнішнього магнітного поля. Зазначимо, що напрямок протікання електричного струму в електроліті від полюса до екватора узгоджується з експериментами, в яких спостерігаються потоки електроліту вздовж осі циліндра під дією сили Лоренца при травленні намагніченого сталевго циліндра. На рис. 2, б спостерігається рух електроліту в протилежних напрямках до потоків, зображених на рис. 2, а,

у відповідних областях. Саме така картина і спостерігається в експерименті. Як бачимо, існують області потоків електроліту із протилежними напрямками руху, які визначаються із умови $\mathbf{F}_L = 0$. При зміні напрямку зовнішнього магнітного поля \mathbf{H} на протилежний напрямки руху електроліту на екваторі і на полюсах також змінюються на протилежні.

Еквіпотенціальні поверхні в електроліті лежать у площині, перпендикулярній до напрямку зовнішнього магнітного поля, і задаються лемніскаатою Бернуллі:

$$r_e(\alpha) = R \cdot \sqrt{\frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha_R}}, \quad (12)$$

де α_R – значення азимутального кута α для цілком визначеної еквіпотенціальної поверхні.

Більш детально еквіпотенціальні поверхні в електроліті зображені на рис. 3.

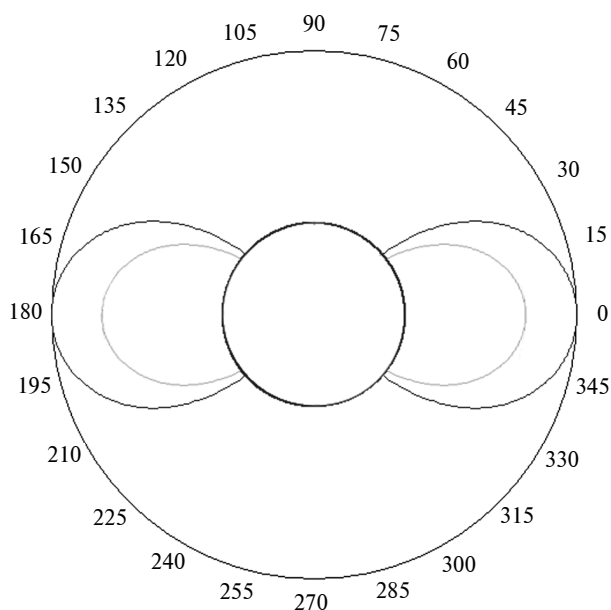


Рис. 3. Типовий вигляд еквіпотенціальних поверхонь в електроліті при травленні намагніченого сталевго циліндра

На основі виразу (10) можна розрахувати об'ємну густину сили Лоренца в електроліті

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}]:$$

$$\mathbf{F}_L = - \frac{4\pi\sigma\chi M_0^2 H_0}{Zec} \frac{R^2}{r^3} \times$$

$$\times \left[\frac{H_0}{M_0} (4 \cos^2 \alpha - 1) + 2\pi \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \sin \alpha \cdot \mathbf{e}_z, \quad (13)$$

де \mathbf{e}_z – орт циліндричної системи координат, α – азимутальний кут.

Як видно з виразу (13), сила Лоренца має тільки компоненту, яка приводить до руху електроліту перпендикулярно до напрямку зовнішнього магнітного поля (вздовж осі циліндра), що відповідає експериментальній ситуації. Крім того, існують поверхні, які визначаються умовою $\mathbf{F}_L = 0$ при $r(\alpha) > R$ і є поверхнями поділу областей із протилежними напрямками руху електроліту в приповерхневому шарі намагніченого сталевго циліндра:

$$\begin{cases} r(\alpha) = \pm R \sqrt{\frac{2\pi M_0}{H_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 4 \cos^2 \alpha}}, \\ r = \text{const}, \text{ коли } \alpha = 0, \pi. \end{cases} \quad (14)$$

Оцінювання ЕРС фізичного кола намагніченого сталевго циліндра

Для оцінювання відношення ефективної магнітної сприйнятливості парамагнітного продукту корозії χ до його заряду Ze підставимо у першу формулу із (9) порядок величини різниці потенціалів $\Delta\phi \approx 0,4 \cdot 10^{-3}$ В між точками з азимутальними кутами $\alpha = 0$ і $\alpha = \frac{\pi}{2}$ поблизу

поверхні намагніченого сталевго циліндра, оскільки за порядком величини різниця потенціалів збігається з різницею потенціалів у випадку намагніченої сталевго кулі [6, 15]. Отримане таким чином значення $\frac{\chi}{Ze}$ принаймні на

три порядки більше значення цього відношення для окремого іона заліза із зарядом $2e$, сприйнятливості якого визначається за формулою Кюрі–Бріллюена. В результаті можна зробити висновок, що парамагнітні іони в електроліті перебувають не у вільному, а у “зв’язаному” стані у вигляді кластерів або груп парамагнітних іонів (аналогічно праці [16]), наприклад, у складі нанобульбашок [17–24]. Тоді у формулі (8) сприйнятливості ефективно парамагнітного продукту корозії має бути пропорційна кількості парамагнітних іонів у групі n_g ,

а співвідношення $\frac{n_g}{(Ze/e)}$ можна оцінити як

10^3 . На основі таких міркувань оцінимо величину густини магнітоіндукованого струму (10) на характерній відстані $r = 1,5 R_0$. Для цього використаємо значення питомої електропровідності $\sigma = 10^{11} - 10^{12}$ (од. СГС) [25] та радіуса R_0 намагніченого електрода у формі циліндра ~ 1 мм. В такому разі густина струму (10) набудатиме значення $0,1 - 1$ А/м².

Висновки

Результати теоретичного моделювання описують експериментальні ефекти протікання електричного струму під дією магнітного поля в електроліті поблизу сталевго циліндра та рух електроліту перпендикулярно до напрямку зовнішнього магнітного поля вздовж осі циліндра. На основі зроблених оцінок можна стверджувати, що ефективно парамагнітні продукти корозії в магнітному полі являють собою нанокластери парамагнітних іонів. Такими кластерами можуть бути, зокрема, нанобульбашки в електролітах, на яких абсорбовані парамагнітні іони [17–24].

Ефект виникнення індукованої магнітним полем ЕРС намагніченого сталевго циліндра, який розглянуто в статті, відрізняється за своєю природою від ЕРС гравітаційного кола [26], оскільки в цьому випадку фізичні властивості атомів всередині електрода є однаковими. Необхідно зазначити, що в загальному випадку природа виникнення ЕРС між областями поверхні намагніченого феромагнітного електрода може бути складнішою за розглянуту в роботі, оскільки якщо феромагнітний електрод має форму, відмінну від трьохосового еліпсоїда, або намагнічений неоднорідно, то розподіл магнітостатичних полів усередині електрода є неоднорідним і різні області електрода перебуватимуть у різних фізичних станах.

Отже, рівняння магнітної гідродинаміки та конвективної дифузії, як показано в статті, вимагають відповідних доповнень з урахуванням градієнтної магнітної сили, яка діє на групи парамагнітних продуктів корозії. Граничні умови для електричного потенціалу в цих рівняннях також мають бути змінені з урахуванням концентраційної ЕРС у неоднорідному магнітному полі. Матеріальні співвідношення до цих рівнянь також повинні враховувати фізичні властивості груп парамагнітних іонів.

1. *Y.C. Tang and A.J. Davenport*, "Magnetic field effects on the corrosion of artificial pit electrodes and pits in thin films", *J. Electrochem. Soc.*, vol. 154, no. 7, pp. 362–370, 2007.
2. *R. Sueptitz et al.*, "Magnetic field effect on the anodic behaviour of a ferromagnetic electrode in acidic solutions", *Electrochimica Acta*, vol. 54, no. 8, pp. 2229–2233, 2009.
3. *I. Costa et al.*, "The effect of the magnetic field on the corrosion behavior of Nd–Fe–B permanent magnets", *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 278, no. 3, pp. 348–358, 2004.
4. *M.D. Pullins et al.*, "Microscale confinement of paramagnetic molecules in magnetic field gradients surrounding ferromagnetic microelectrodes", *J. Phys. Chem. B*, vol. 105, no. 37, pp. 8989–8994, 2001.
5. *O.Yu. Gorobets and D.O. Derecha*, "Quasi-periodic microstructuring of iron cylinder surface under its corrosion in the combined electric and magnetic fields", *Mater. Sci.*, vol. 24, no. 4, pp. 1017–1025, 2007.
6. *O.Yu. Gorobets et al.*, "Nickel Electrodeposition under Influence of Constant Homogeneous and High-Gradient Magnetic Field", *J. Phys. Chem. C*, vol. 112, no. 9, pp. 3373–3375, 2008.
7. *S.V. Gorobets et al.*, "Periodic microstructuring of iron cylinder surface in nitric acid in a magnetic field", *Appl. Surf. Sci.*, vol. 252, no. 2, pp. 448–454, 2005.
8. *M.Yu. Ilchenko et al.*, "Influence of external magnetic field on the etching of a steel ball in an aqueous solution of nitric acid", *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 322, pp. 2075–2080, 2010.
9. *S.V. Gorobets et al.*, "Influence of Magnetostatic Fields of a Ferromagnetic Substrate on the Electrodeposition of Nickel Dendrites", *Phys. Metals Metallogr.*, vol. 113, no. 2, pp. 129–134, 2012.
10. *Феттер К.* Электрохимическая кинетика. – М.: Химия, 1967. – С. 51–55.
11. *Антропов Л.И.* Теоретична електрохімія. – К.: Либідь, 1993. – С. 195–200.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц М.Л.* Статистическая физика. Ч. 1. – М.: Наука, 1976. – С. 138–143.
13. *Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.* Спиновые волны. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
14. *Ландау Л.Д., Лифшиц М.Л.* Электродинамика сплошных сред. – М.: Физматлит, 2001. – С. 336–337.
15. *Горобець О.Ю., Горобець Ю.І., Роспотнюк В.П.* Електроушійна сила при травленні однорідно намагніче-

- ної кулі в електроліті // *Металлофиз. новейшие тех-
нол.* – 2012. – № 34. – С. 895–906.
16. *M. Fujiwara et al.*, “On the movement of paramagnetic ions in an inhomogeneous magnetic field”, *J. Phys. Chem. B*, no. 108, pp. 3531–3534, 2004.
17. *J.Y. Kim et al.*, “Zeta potential of nanobubbles generated by ultrasonication in aqueous alkyl polyglycoside solutions”, *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 223, no. 2, pp. 285–291, 2000.
18. *P. Attard et al.*, “Nanobubbles: the big picture”, *Physica A*, vol. 314, pp. 696–705, 2002.
19. *N. Ishida et al.*, “Attraction between hydrophobic surfaces with and without gas phase”, *Langmuir*, vol. 16, pp. 6377–6380, 2000.
20. *J.W.G. Tyrrell and P. Attard*, “Atomic force microscope images of nanobubbles on a hydrophobic surface and corresponding force-separation data”, *Ibid*, vol. 18, pp. 160–167, 2002.
21. *R.F. Considine et al.*, “Forces measured between latex spheres in aqueous electrolyte: Non-DLVO behavior and sensitivity to dissolved gas”, *Ibid*, vol. 15, pp. 1657–1659, 1999.
22. *J. Mahnke et al.*, “The influence of dissolved gas on the interactions between surfaces of different hydrophobicity in aqueous media”, *Phys. Chem. Chem. Phys.*, vol. 1, pp. 2793–2798, 1999.
23. *N. Ishida et al.*, “Attraction between hydrophobic surfaces with and without gas phase”, *Langmuir*, vol. 16, pp. 5681–5687, 2000.
24. *G.E. Yakubov et al.*, “Interaction forces between hydrophobic surfaces. Attractive jump as an indication of formation of “stable” submicrocavities”, *J. Phys. Chem. B*, vol. 104, pp. 3407–3410, 2000.
25. *Харнед Г., Оуэн Б.* Физическая химия растворов электролитов. – М.: Издательство, 1952. – С. 141.
26. *Колли Р. А.* Исследование одного случая работы гальванического тока // *Журнал русского физико-химического общества.* – 1875. – № 7. – С. 333–337.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
16 квітня 2012 року