УДК 621. 01. 879. 48

НОВИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРИВОДІВ МАШИН З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

© В. С. Ловейкін, д.т.н., професор, Ю. В. Човнюк, к.т.н., доцент, В. М. Рибалко, к.т.н., Національний університет біоресурсів та природокористування України, Київ, Україна

Предложен новый метод исследования динамических моделей приводов горных, строительных и сельскохозяйственных машин.

The new method of research of dynamical models of mining building agricultural machines drives is proposed.

Постановка проблеми

Для науково-технічного прогресу у промисловості характерні неперервна інтенсифікація виробничих процесів, підвищення робочих швидкостей, які приводять до необхідності вдосконалювати методи проектування механізмів та машин з метою забезпечення їх високої надійності, довговічності, зниження металомісткості на основі впровадження у практику проектування науково обґрунтованих методів динамічного розрахунку.

Продуктивність багатьох технологічних машин (у т.ч. гірничих, будівельних та сільськогосподарських) у значній степені залежить від надійності роботи приводів виконавчих механізмів, які знаходяться під впливом змінних навантажень у процесі їх реальної експлуатації. У результаті цього пришвидшується зношування деталей приводу, а у ряді випадків виникають руйнування внаслідок втомлювання. Суттєві коливання швидкості ротора електродвигуна та його рушійного моменту іноді можуть бути причиною непрацездатності приводів [1]. Тому дослідження виливу реальних динамічних (перехідних) процесів на механічні змінні приводів як систем з розподіленими параметрами на основі математичного моделювання електромеханічних пружних систем та пошук шляхів зниження динамічності приводів можна розглядати як один зі способів підвищення довговічності та надійності обладнання приводів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Зараз проектування приводів машин різноманітного призначення (у т.ч. промислового) з оптимальними динамічними характеристиками — головний напрямок, який визначає розвиток методів їх розрахунку, одна з найважливіших складових частин загального методу автоматизованого проектування машин за заданої економічно виправданої надійності та довговічності, заснованої на об'єктивних закономірностях робочих процесів та властивостей оброблюваних матеріалів [2—4]. Про важливість дослідження динаміки приводів різного технологічного призначення свідчать численні монографії [3, 5—8]. Слід, однак зазначити, що у вказаній науковій літературі ще недостатньо вивчена динаміка приводів машин як систем з розподільними параметрами і, зокрема, у режимах пуску/гальмування (т.з. перехідних процесах).

Мета роботи

Полягає у встановленні основних закономірностей перехідних процесів у електроприводах гірничих, будівельних та сільськогосподарських машин як системах з розподіленими параметрами. Для дослідження мети даного дослідження використані математичні моделі приводів машин, розроблені у [9]. При цьому всебічний аналіз перехідних процесів у електроприводах вказаних машин проведений методами, розробленими у [10, 11].

Результати проведених досліджень

Для дослідження механічної системи за наявності у ній крутних коливань у межах моделі складеної як системи з розподільними параметрами використовуємо наступну математичну модель [9]:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial\omega}{\partial x} = k_1\cdot\dfrac{\partial M}{\partial t} + \\ + k_3\cdot M; \\ -\dfrac{\partial M}{\partial x} = k_2\cdot\dfrac{\partial\omega}{\partial t} + \\ + k_4\cdot\omega, \end{cases} \tag{1}$$

де ω — кутова швидкість (швидкість обертання валу двигуна), M — крутний момент, k_1 — коефіцієнт пружності, k_2 — момент інерції, k_3 — коефіцієнт піддатливості, k_4 — коефіцієнт тертя.

Введемо характерні масштаби часу:

$$t_1 = \frac{k_2}{k_1};\quad t_2 = \frac{k_1}{k_3};\quad T_0 = \frac{2t_1t_2}{|t_1 - t_2|}, \tag{2}$$

безрозмірні змінні τ та η і нормалізовані значення частоти ω та моменту M:

$$\begin{gathered} \tau = \frac{t}{T_0};\ \eta = x\cdot(\nu\cdot T_0)^{-1}; \\ \nu = (k_1\cdot k_2)^{-1/2}, \end{gathered} \tag{3}$$

$$\Omega = A\cdot\omega;\quad \mathrm{m} = \frac{A\cdot M}{T_0\cdot\nu\cdot k_4}. \tag{4}$$

Запишемо систему (1) у формі, зручній для аналізу:

$$\begin{cases} \dfrac{t_1\cdot t_2}{T}\cdot\dfrac{\partial\Omega}{\partial\eta} + \dfrac{t_2}{T_0}\cdot \\ \cdot\dfrac{\partial m}{\partial\tau} + = 0. & (5) \\ \dfrac{\partial m}{\partial\eta} + \dfrac{t_2}{T_0}\cdot\dfrac{\partial\Omega}{\partial\tau} + \\ + \Omega = 0. & (6) \end{cases}$$

Традиційний розв'язок системи (5), (6) записуються у вигляді затухаючої гармонічної хвилі $\exp[j(k\cdot x - \acute{\omega}t) - \delta t]$, де $j^2 = -1$, частота $\acute{\omega}$ та хвильове число k зв'язані дисперсійним рівнянням

$$\begin{gathered} \varpi = \frac{j\cdot(t_1 + t_2)}{2t_1\cdot t_2} \pm \\ \pm\sqrt{(k\cdot\nu)^2 - T_0^2}, \end{gathered} \tag{7}$$

На відміну від (7), знайдемо несинусоїдальні хвилі, які розповсюджуються у електроприводі механічних систем, що моделюються системами з розподіленими параметрами. Введемо нову невідому функцію ψ співвідношення:

$$\Omega = \frac{\partial \Omega}{\partial \eta}, \quad m = -\frac{t_1}{T_0}\cdot\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} - \psi. \tag{8}$$

Підстановка (8) у систему (5), (6) перетворює рівняння для m (6) у тотожність; функція ψ знаходиться при цьому з рівняння (5):

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} = \frac{T_0^2}{t_1\cdot t_2}\cdot \\ \cdot\psi + \frac{T_0\cdot(t_1+t_2)}{t_1\cdot t_2}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\tau}. \tag{9}$$

Нові розв'язки рівняння (9) можуть бути записані за допомогою нероздільних функцій $\tilde{\theta}_q$:

$$\psi = \sum_q a_q f_q; \quad f_q = \frac{\partial\tilde{\theta}_q}{\partial\tau}; \quad \gamma = \frac{t_1+t_2}{|t_1+t_2|}; \tag{10}$$

$$\tilde{\theta} = \exp(-\gamma\tau)\cdot\left(\frac{\tau-\eta}{\tau+\eta}\right)^{q/2}\cdot \\ \cdot I_q(\sqrt{\tau^2-\eta^2}); \quad \tau \ge \eta, \tag{11}$$

де $I_q(z)$ — модифікована функція Бесселя; індекс q визначається з граничних умов. Зокрема, при врахуванні умови неперервності на границі x = 0 величини ω та M маємо $q \ge 3$. Якщо ж у точці x = 0 імпульсне значення ω та M чітко виражений передній фронт (фіксована точка t = 0, $\omega(0)$, $M(0)$), а самі імпульси визначені у області $0 \le t \le \infty$. У тому випадку, коли на інтервалі $-\infty < t < +\infty$ для величин $\omega(t)$, $M(t)$ та їх перших похідних по часу t виконуються умови:

$$\omega(t)\big|_{t=0} = \omega_0; \quad M(t)\big|_{t=0} = M_0;$$
$$\left.\frac{\partial\omega(t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0; \quad \left.\frac{\partial M(t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \tag{12}$$
$$\omega(t)\big|_{t\to\pm\infty} = 0; \quad M(t)\big|_{t\to\pm\infty} = 0.$$

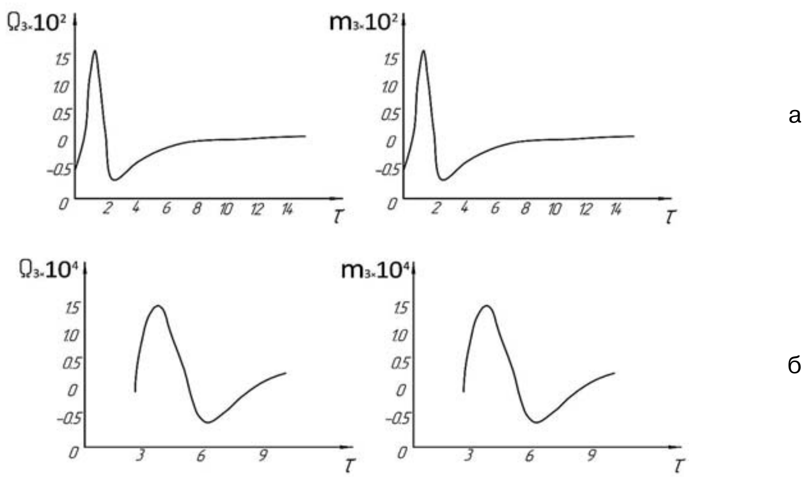
Суми по q для ψ у (10) починаються з $q \ge 2$. Підставляючи (10), (11) у (8), знайдемо вирази для несинусоїдальних огинаючих ω та M у механічній системі (електроприводі) з розподільними параметрами:

$$\Omega = -\sum_q a_q\Omega_q, \quad m = -\sum_q a_q m_q. \tag{13}$$

$$\Omega_q = \frac{1}{4}\cdot[\tilde{\theta}_{q-2} - \\ - \tilde{\theta}_{q+2} - 2\gamma(\tilde{\theta}_{q-1} - \\ - \tilde{\theta}_{q+1})], \tag{14}$$

$$m_q = \frac{1}{4}(1-\frac{t_2}{t_1})\cdot \\ \cdot[\tilde{\theta}_{q-2} + \tilde{\theta}_{q-2} - \\ -2(1+\gamma)(\tilde{\theta}_{q-1} + \\ + \tilde{\theta}_{q+1}) + (1+2\gamma)\tilde{\theta}_q.$$

Формули (14), (15) описують просторово часову еволюцію несинусоїдних гармоній ω та M (рис.). Розмаїття типів цієї еволюції залежить від двох характерних часових констант механічної системи (електроприводу) t_1 та t_2 (2). У частинному випадку $t_1 >> t_2$ ($\gamma \to 1$, $T_0 \to 2t_1$) рівняння для ψ (9) переходить у т.з. телеграфне рівняння для ω та M у середовищі електроприводу механічної системи (що має розподілені параметри) з одним характерним часом $T = 2t_2$.



Нероздільні гармоніки Ω_3 та m_3 у механічній системі (електроприводі) з розподіленими параметрами ($t_2 = 4t_1$) на кінці $\eta = 0$(а) й у точці $\eta = 3$(б)

При цьому маємо:

$$\begin{cases} m_q\Big|_{\gamma=1} = \dfrac{1}{4}\cdot[\tilde{\theta}_{q-2} - 4\tilde{\theta}_{q-1} + \\ +6\tilde{\theta}_q - 4\tilde{\theta}_{q+1} + \tilde{\theta}_{q+2}]; \\ \Omega_q\Big|_{\gamma=1} = \dfrac{1}{4}\cdot[\tilde{\theta}_{q-2} - \\ -2\tilde{\theta}_{q-1} + 2\tilde{\theta}_{q+1} - \tilde{\theta}_{q+2}], \end{cases} \tag{16}$$

де

$$\tilde{\theta}_q = \exp(-\tau)\cdot\left(\frac{\tau-\eta}{\tau+\eta}\right)^{q/2}\cdot I_q\left(\sqrt{\tau^2 - \eta^2}\right), \quad \tau >> \eta \tag{17}$$

Таким чином, рівняння (1) описують поряд із затухаючими синусоїдальними хвилями ω(x, t), M(x, t) у електроприводах механічних систем з розподіленими параметрами ще досить широкий клас нестаціонарних режимів, які виникають при імпульсному збудженні подібних систем.

Висновки

1. Дослідження швидкоплинних неперіодичних полів ω та M у механічних системах з розподіленими параметрами (електроприводах) показало можливість «альтернативного» опису таких полів поза межами традиційної теорії синусоїдальних хвиль.

2. Аналіз процесів збудження й розповсюдження неперіодичних полів ω(t, x) і M(t, x) у електроприводах з розподіленими параметрами засновані при такому підході на неперервності полів вказаної природи на границях механічної системи та на нероздільних розв'язках рівнянь Клейна-Гардона, а також телеграфного рівняння у часовій області чи рівнянь для довгих ланцюгів (відомих у електротехніці й електродинаміці).

3. Отримані результати й аналітичні залежності можуть слугувати у подальшому для

вдосконалення й уточнення існуючих інженерних методів розрахунку перехідних процесів у системах з розподіленими параметрами (зокрема, електроприводах машин різноманітного промислового призначення), а також як тестові розв'язки при перевірці чисельних методів аналізу вказаних процесів.

1. Чиликин М. Г. Теория автоматизированного электропривода / М. Г. Чиликин, В. И. Ключев, А. С. Сандлер. — М. : Энергия, 1979. — 614 с. 2. Биргер И. А. Основы автоматизированного проектирования / И. А. Биргер // Известия вузов. — Л. : Машиностроение. — 1977. — № 7. — С. 5—15. 3. Панкратов С. А. Динамика машин для открытых горных и земляных работ / С. А. Панкратов. — М. : Машиностроение, 1967. — 443 с. 4. Подэрни Р. Ю. Горные машины и автоматизированные комплексы для открытых работ / Р. Ю. Подэрни. — М. : Недра, 1979. — 615 с. 5. Вейц В. Л. Динамические расчеты приводов машин / В. Л. Вейц, А. Е. Кочура, А. И. Мартыненко. — Л. : Машиностроение, 1971. — 352 с. 6. Волков Д. П. Динамика электромеханических систем экскаваторов / Д. П. Волков, Д. А. Каминская. — М. : Машиностроение, 1971. — 352 с. 7. Иванченко Ф. К. Динамика и прочность прокатного оборудования / Ф. К. Иванченко, П. И. Полухин, М. А. Тылкин, В. П. Полухин. — М. : Металлургия, 1970. — 486 с. 8. Ключев В. И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В. И. Ключев. — М. : Энергия, 1971. — 315 с. 9. Кадымов Я. Б. Переходные процессы в системах с распределенными параметрами / Я. Б. Кадымов. — М. : Наука, 1968. — 192 с. 10. Данилов В. А. Негармонические электромагнитные импульсы в приводящей среде / В. А. Данилов, А. Б. Шварцбург // Доклады Академии наук. — 1995. — Т. 341, № 3. — С. 330—333. 11. Шварцбург А. Б. Видеоимпульсы и непериодические волны в дуспергирующих средах (точно решаемые модели) / А. Б. Шварцбург // Успехи физических наук. — 1998. — Т. 168, № 1. — С. 85—103.

Надійшла до редакції 17.09.09