

Силовая электроника

УДК 621.3

До питання про відбір максимальної потужності від джерел електричної енергії

В. Я. Ромашко, д - р. техн. наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
пр. Перемоги 37, Київ-56, 03056, Україна.

Проаналізовано енергетичні характеристики системи джерело електричної енергії – навантаження при різному характері внутрішнього опору джерела. Для одержання результатів аналізу у найбільш загальному вигляді використанні нормовані вихідні характеристики джерела. Показано, що максимальна потужність до навантаження передаватиметься за умови рівності опору навантаження та диференційного внутрішнього опору джерела, а коефіцієнт використання електричної енергії джерела визначатиметься співвідношенням між опором навантаження та статичним внутрішнім опором джерела в робочій точці. При цьому нормовані вихідні характеристики джерела одночасно є залежністю коефіцієнта використання електричної енергії від його струму навантаження. Проведено порівняльний аналіз джерел з різним типом вихідних характеристик. Бібл. 3, рис. 7.

Ключові слова: джерело електричної енергії, вихідна характеристика, вихідний опір, статичний внутрішній опір, диференційний внутрішній опір, відбір максимальної потужності.

Вступ

В теорії електричних кіл для врахування перетворення неелектричних видів енергії в електричну вводять ідеалізовані джерела напруги та струму. Напруга ідеалізованого джерела напруги не залежить від струму, що споживається, а струм джерела струму – від напруги на навантаженні. При цьому вважають, що потужність цих джерел є необмеженою. Потужність реальних первинних джерел електроживлення завжди є обмеженою і залежить від кількості підведеної до них неелектричної енергії, внутрішніх втрат, а також умов зовнішнього середовища. Для дослідження процесів в реальних електричних колах первинні джерела електроживлення заміняють еквівалентною схемою, що складається з

ідеалізованого джерела напруги E або струму J , які враховують перетворення неелектричних видів енергії в електричну, а також внутрішнього опору R_i , який враховує внутрішні втрати енергії в первинному джерелі (рис. 1 а, б).

Найважливішою характеристикою будь-якого джерела електроживлення є його *вихідна* або *навантажувальна* характеристика, яка показує залежність вихідної напруги $U_{вих}$ (напруги на навантаженні U_H) від вихідного струму $I_{вих}$ (струму навантаження I_H)

$$U_{вих} = f(I_{вих}). \quad (1)$$

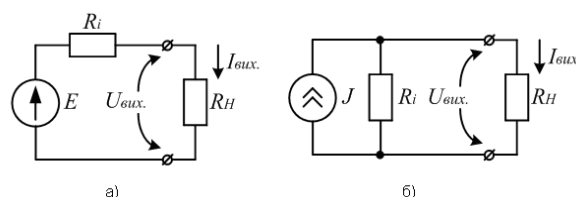


Рис. 1.

Вихідна характеристика реальних джерел електроживлення завжди має падаючий характер, що пов'язано зі збільшенням втрат у самому джерелі при збільшенні вихідного струму. Вважають, що ці втрати відбуваються на *внутрішньому опорі* джерела R_i .

Для оцінки зміни вихідної напруги $\Delta U_{вих}$ при зміні вихідного струму $\Delta I_{вих}$ вводять параметр *вихідний опір* джерела живлення $R_{вих}$

$$R_{вих} = -\frac{\Delta U_{вих}}{\Delta I_{вих}}, \quad (2)$$

де знак мінус вказує на те, що при збільшенні струму вихідна напруга джерела зменшується. Якщо внутрішній опір джерела R_i є *лінійним*, вихідний опір джерела чисельно дорівнює його внутрішньому опору R_i . Тому вихідний опір джерела часто називають його внутрішнім опором [1].

На сьогодні для одержання електричної енергії крім традиційних електромашинних ге-

нераторів, які перетворюють механічну енергію в електричну, широко використовують інші нетрадиційні та відновлювані джерела, які для одержання електричної використовують інші види енергії (хімічну, теплову, світлову та ін.). Внутрішній опір таких джерел електроживлення R_i , найчастіше має *нелінійний* характер, причому характер нелінійності може бути різним. Для забезпечення оптимального режиму роботи навантаження подібних джерел, зокрема відбирання максимальної потужності при прийнятному ККД, важливим є питання аналізу енергетичних характеристик системи джерело електроживлення – навантаження.

Основна частина

Оскільки вид вихідної характеристики джерела електроживлення залежить від багатьох факторів, для забезпечення найбільш загального характеру результатів аналізу ці характеристики доцільно представляти у *нормованому* вигляді (у відносинах одиницях). Для одержання таких характеристик необхідно вибрати параметри, по яким буде здійснюватись нормування. Як правило, вихідна напруга джерела не перевищує напругу холостого ходу U_{xx} , а вихідний струм – струм короткого замикання $I_{к.з.}$. Тому, саме ці параметри доцільно вибрати для нормування навантажувальних характеристик.

Введемо параметри *відносна напруга* U^* та *відносний струм* I^* , причому

$$U^* = U / U_{xx} ; I^* = I / I_{к.з.} \tag{3}$$

За такої умови нормовані вихідні характеристики будують у системі координат U^*, I^* (рис. 2).

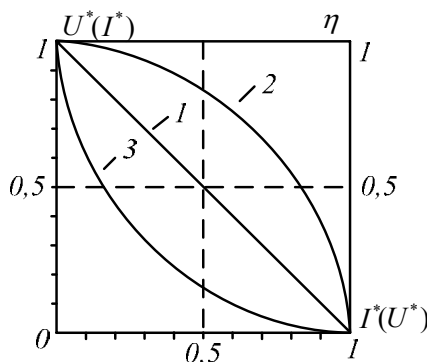


Рис. 2.

Після одержання результатів аналізу, з використанням цих характеристик, перехід до реальних значень струмів та напруг здійснюється за формулами

$$U = U^* U_{xx} ; I = I^* I_{к.з.} \tag{4}$$

При роботі з нормованими характеристиками використовують також інші нормовані параметри, зокрема опори та потужності. Нормований опір

$$R^* = \frac{U^*}{I^*} = \frac{U}{U_{xx}} / \frac{I}{I_{к.з.}} = \frac{U}{I} \cdot \frac{I_{к.з.}}{U_{xx}} = \frac{R}{R_{i.cm}} , \tag{5}$$

де $R_{i.cm} = \frac{U_{xx}}{I_{к.з.}} = \frac{E}{I_{к.з.}} = \frac{U_{xx}}{J}$ - *статичний* внутрішній опір джерела *напруги* в режимі *короткого замикання*, або джерела *струму* в режимі *холостого ходу*.

Реальний опір

$$R = R^* R_{i.cm} . \tag{6}$$

Нормована потужність

$$P^* = U^* I^* = \frac{U}{U_{xx}} \cdot \frac{I}{I_{к.з.}} = \frac{P}{P_{i.max}} , \tag{7}$$

де $P_{i.max} = U_{xx} I_{к.з.} = E I_{к.з.} = J U_{xx}$ - максимальна потужність, яку розвиває джерело *напруги* в режимі *короткого замикання*, або джерело *струму* в режимі *холостого ходу*, причому уся ця потужність розсіюється на внутрішньому опорі джерела $R_{i.cm}$.

Реальна потужність

$$P = P^* P_{i.max} . \tag{8}$$

Проаналізуємо особливості джерел напруги з різними типами вихідних характеристик (рис. 2) та їх енергетичні показники. Враховуючи, що джерело напруги та джерело струму є *дуальними* елементами електричного кола [3], одержані результати можна буде поширити на джерела струму з аналогічними вихідними характеристиками.

Припустимо, що робоча точка джерела перебуває у точці O_1 вихідної характеристики, якій відповідає напруга U_1^* та струм I_1^* . При цьому потужність, що передається до навантаження $P_{H1}^* = U_1^* I_1^*$. Нехай внаслідок зміни режиму роботи навантаження робоча точка змістилась на незначну відстань у точку O_2 . Оскільки вихідні характеристики джерел електроживлення падаючі, для робочої точки O_2 у залежності від напрямку зміщення буде виконуватись умова

$$U_2^* = U_1^* \pm \Delta U^* ; I_2^* = I_1^* \mp \Delta I^* .$$

При цьому потужність, що передаватиметься від джерела до навантаження

$$\begin{aligned}
 P_{H2}^* &= (U_1^* \pm \Delta U^*) (I_1^* \mp \Delta I^*) = \\
 &= U_1^* I_1^* \mp U_1^* \Delta I^* \pm I_1^* \Delta U^* - \Delta U^* \Delta I^* = \\
 &= P_{H1}^* \mp U_1^* \Delta I^* \pm I_1^* \Delta U^* - \Delta U^* \Delta I^*.
 \end{aligned} \quad (9)$$

Отже зміна потужності у навантаженні

$$\Delta P_H^* = P_{H2}^* - P_{H1}^* = \mp U_1^* \Delta I^* \pm I_1^* \Delta U^* - \Delta U^* \Delta I^*. \quad (10)$$

Враховуючи, що складова $\Delta U^* \Delta I^*$ за своєю величиною є значно меншою від інших складових в (10), можемо зробити висновок, що характер зміни потужності в навантаженні ΔP_H^* залежатиме від знаку різниці $\Delta P_H^* \cong \mp U_1^* \Delta I^* \pm I_1^* \Delta U^*$.

Якщо $\Delta P_H^* > 0$, при переміщенні робочої точки з O_1 до O_2 , потужність в навантаженні зростатиме. Якщо $\Delta P_H^* < 0$ - потужність зменшуватиметься. Очевидно, що виконання умови

$$\Delta P_H^* \cong \mp U_1^* \Delta I^* \pm I_1^* \Delta U^* = 0 \quad (11)$$

означатиме, що потужність навантаження у робочій точці O_1 досягла максимального значення P_{\max}^* і незначне зміщення робочої точки відносно O_1 приведе до зменшення потужності у навантаженні на величину

$$\Delta P_H^* = \Delta U^* \Delta I^*. \quad (12)$$

Таким чином, незалежно від виду вихідної характеристики (рис. 2), для відбирання максимальної потужності від джерела електроживлення необхідне виконання умови

$$U_1^* \Delta I^* = I_1^* \Delta U^*, \text{ або } \frac{U_1^*}{I_1^*} = \frac{\Delta U^*}{\Delta I^*}. \quad (13)$$

Враховуючи, що U_1^* / I_1^* дорівнює еквівалентному опору навантаження, а $\Delta U^* / \Delta I^*$ - вихідному опору джерела в робочій точці O_1 , для відбирання максимальної потужності від джерела живлення необхідне виконання умови

$$R_H^* = r_{\text{вих}}^*, \quad (14)$$

тобто рівність в робочій точці опору навантаження та диференційного внутрішнього опору джерела.

Розглянемо енергетичні характеристики реальних джерел напруги (рис. 1а) при різному характері їх вихідної характеристики (рис. 2):

1) внутрішній опір джерела *лінійний* і при змінах струму навантаження залишається *незмінним*;

2) внутрішній опір *нелінійний*, причому при збільшенні струму $r_{\text{вих}}$ *збільшується*;

3) внутрішній опір *нелінійний*, причому при збільшенні струму $r_{\text{вих}}$ *зменшується*.

Потужність, що передається до навантаження, визначається робочою точкою на вихідній характеристиці і дорівнює

$$P_H^* = U_H^* I_H^*. \quad (15)$$

В той же час потужність, яку розвиває джерело електроживлення $P_E = E I_H$. Враховуючи, що для джерела напруги $U_{\text{ХХ}} = E$, потужність джерела у відносних одиницях

$$P_E^* = 1 I_H^*, \quad (16)$$

тобто чисельно дорівнює відносному струму навантаження I_H^* . На рис. 3 наведено графіки зміни потужності навантаження P_H^* для трьох типів вихідних характеристик, а також графік потужності P_E^* , яку розвиває джерело у залежності від струму I^* , що споживається навантаженням. Очевидно, що при збільшенні струму навантаження коефіцієнт використання електричної енергії джерела погіршується і дорівнює

$$\eta = \frac{P_H^*}{P_E^*} = \frac{U_H^* I_H^*}{1 I_H^*} = U_H^*, \quad (17)$$

тобто графік $\eta(I_H)$ співпадає з графіком відповідної вихідної характеристики джерела, яка переставлена у відносних одиницях (рис. 2).

Аналіз графіків (рис. 2 та 3) показує, що енергія джерела живлення найкраще використовується в режимах, *близьких* до холостого ходу, однак при цьому потужність, що передається до навантаження є найменшою. В режимі передавання максимальної потужності до навантаження коефіцієнт використання енергії джерела η залежатиме від виду його вихідної характеристики. При лінійному внутрішньому опорі R_i (характеристика 1) максимальна потужність до навантаження передається з $\eta = 0.5$. Для характеристик виду 2 $\eta > 0.5$, а виду 3 $\eta < 0.5$. При будь-якій вихідній характеристиці джерело напруги розвиває максимальну потужність в режимі короткого замикання ($I^* = 1$), однак при цьому уся енергія розсіюється на внутрішньому опорі джерела, що відповідає $\eta = 0$.

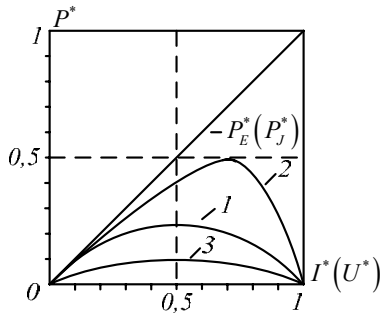


Рис. 3.

Як зазначалося, умовою відбирання максимальної потужності від джерела є рівність в робочій точці еквівалентного опору навантаження R_H^* та вихідного опору джерела $R_{вих}^*$. При змінах вихідного струму ці параметри змінюються. На рис.4 представлено характер зміни опорів R_H^* , $R_{вих}^* = r_{i_{\text{диф}}}^*$ та $r_{i_{\text{ст}}}^*$ для трьох типів вихідних характеристик джерела напруги (рис.4).

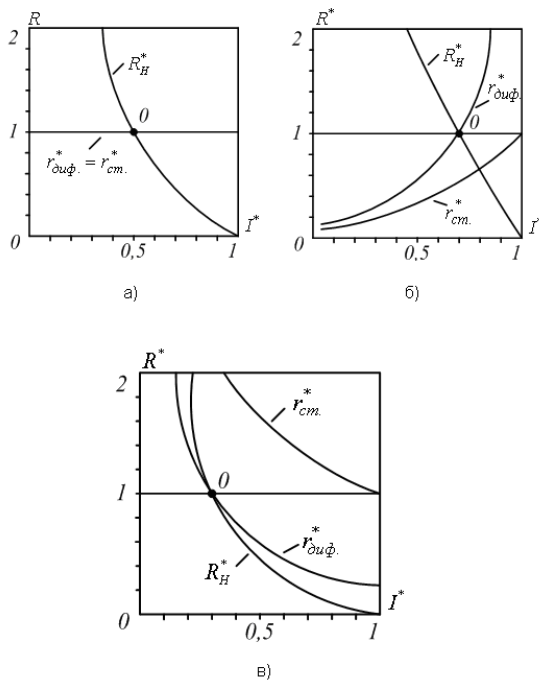


Рис. 4.

Точка 0 перетину графіків R_H^* та $r_{i_{\text{диф}}}^*$ відповідає режиму відбирання максимальної потужності від джерела. При лінійному внутрішньому опорі R_i (рис. 4а) $r_{i_{\text{диф}}}^* = r_{i_{\text{ст}}}^* = R_i^* = 1$ [3], а опір R_H^* зменшується при збільшенні вихідного струму I^* . Для нелінійних вихідних характеристик виду 2 зміна R_H^* та $r_{i_{\text{диф}}}^*$ відбувається у протилежних напрямках, причому в точці перетину

0 відносна швидкість їх зміни є значною (рис. 4б). Тому для подібних вихідних характеристик максимум потужності в навантаженні виражений найпомітніше. Для характеристик виду 3 характер зміни R_H^* та $r_{i_{\text{диф}}}^*$ є аналогічним (рис. 4в), причому в точці перетину 0 відносна швидкість їх зміни є мінімальною. Тому точка максимуму потужності в навантаженні виражена найслабше (є розмитою).

Очевидно, що при певному виді характеристики виду 3 можливі випадки, коли в широкому діапазоні зміни струму I^* , графіки R_H^* та $r_{i_{\text{диф}}}^*$ співпадатимуть. При цьому потужність, що передається до навантаження буде практично постійною, що відповідатиме режиму джерела потужності ($P_H^* \cong \text{const}$).

На рис. 5 наведено приклад подібної вихідної характеристики джерела, а також графік потужності, що передається до навантаження P_H^* .

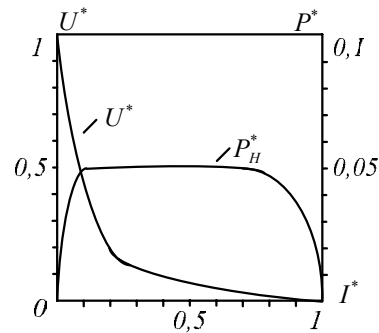


Рис. 5.

Оскільки у загальному випадку коефіцієнт використання електричної енергії джерела $\eta = U^*$, з точки зору ККД доцільно працювати на початковій ділянці подібних вихідних характеристик при $U^* \geq 0.4$. Можливий також випадок, коли графіки R_H^* та $r_{i_{\text{диф}}}^*$ мають дві точки перетину, тобто дві точки максимальної потужності. Однак ці максимуми будуть виражені слабо і потужність у навантаженні P_H^* буде приблизно постійною в широкому діапазоні зміни вихідного струму I^* . Очевидно, що джерела електроживлення з вихідними характеристиками виду 3 можна використовувати як параметричні стабілізатори потужності.

Якщо джерело електричної енергії є джерелом струму (рис. 1б), його нормовані вихідні характеристики та графік зміни потужності в навантаженні матимуть аналогічний вигляд (рис.

2, 3). Відмінність полягатиме в тому, що параметри, по яким здійснюватиметься нормування, визначатимуться параметрами джерела струму

$$I_{к.з.} = J; U_{xx} = JR_{i,cm.xx}.$$

При цьому потужність, що передається до навантаження $P_H^* = U_H^* I_H^*$, а потужність, яку розвиває джерело $P_J^* = 1U_H^*$. Отже коефіцієнт використання електричної енергії джерела

$$\eta = \frac{P_H^*}{P_J^*} = I^* \quad (18)$$

тобто співпадає з графіком вихідної характеристики джерела струму $I^* = f(U^*)$ (рис. 2). Таким

чином, на відміну від джерела напруги, джерело струму розвиває максимальну потужність в режимі холостого ходу, однак уся ця потужність розсіюється на внутрішньому опорі джерела R_i . В той же час коефіцієнт використання енергії джерела η пропорційний струмові навантаження. Максимального значення він досягає в режимах, близьких до режиму короткого замикання, однак при цьому потужність, що надходить до навантаження буде мінімальною.

Враховуючи, що потужність традиційних генераторів електричної енергії пропорційна кількості використаного енергоносія, очевидно, що з метою більш ефективного використання палива доцільно працювати з $\eta \geq 0,9$, тобто в режимах близьких до холостого ходу для джерел напруги і короткого замикання для джерел струму. Якщо ж одержання електричної енергії не пов'язане з витрачанням палива (фотогенератори, вітрогенератори, термоелектричні генератори, що працюють від побічного тепла), для таких джерел доцільним є використання режиму відбирання максимальної потужності до навантаження. При цьому коефіцієнт використання електричної енергії джерела η залежатиме від типу джерела (джерело струму або напруги) а також виду його вихідної характеристики (рис. 2).

Якщо навантаження R_H живиться від первинного джерела електричної енергії E через перетворювач (вторинне джерело електроживлення), його доцільно розглядати як додатковий внутрішній опір джерела. За такої умови коефіцієнт використання електричної енергії джерела та режим передавання максимальної потужності до навантаження визначатимуться саме перетворювачем. У таких випадках для аналізу енергетичних характеристик системи джерело електроживлення – навантаження також доцільно використовувати нормовані вихідні характеристики.

Приклад. Навантаження R_H одержує енергію від джерела напруги E через лінійний стабілізатор з високим коефіцієнтом стабілізації і пристроєм для обмеження струму навантаження на рівні $I_{к.з.}$. Еквівалентна схема вторинного джерела електроживлення міститиме внутрішній опір R_i , роль якого виконуватиме регулюючий елемент стабілізатора (рис. 6). Величина цього опору залежатиме від напруги джерела живлення E та струму навантаження I_H . Оскільки реально, навіть у режимі холостого ходу, в стабілізаторі існують певні втрати енергії, при побудові нормованих вихідних характеристик нормування вихідної напруги доцільно здійснювати по ЕРС первинного джерела, а струм – по струму короткого замикання $I_{к.з.}$:

$$U^* = U/E; I^* = I/I_{к.з.} \quad (19)$$

На рис. 7. наведено нормовані вихідні характеристики вторинного джерела електроживлення для двох значень вхідної напруги: 1) $U_{ex} = E_{max}$; 2) $U_{ex} = E_{min}$.

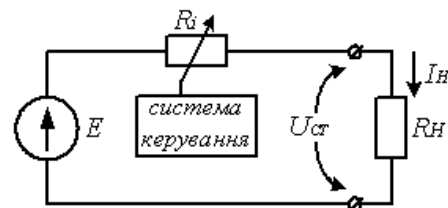


Рис. 6.

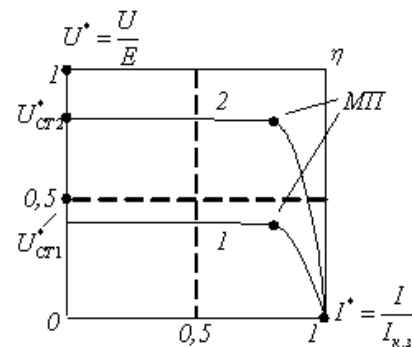


Рис. 7.

Як і в попередніх випадках, точка максимальної потужності МП визначатиметься з умови, $R_H^* = r_{вих}^*$, а графік $\eta(I)$ співпадатиме з графіком відповідної нормованої характеристики.

Висновки

1. При нелінійному внутрішньому опорі джерела максимальна потужність до навантаження передаватиметься за умови рівності опору навантаження та диференційного внутрішнього опору джерела. При лінійному внутрішньому

опорі R_i умовою передавання максимальної потужності є $R_n = R_i$.

2. Коефіцієнт використання електричної енергії джерела в точці максимальної потужності визначається співвідношенням між опором навантаження та *статичним* внутрішнім опором джерела у цій точці. При лінійному внутрішньому опорі $\eta = 50\%$. При нелінійному він може бути як більшим, так і меншим 50%.

3. Для дослідження енергетичних характеристик системи джерело електричної енергії – навантаження доцільно використовувати *нормовані* вихідні характеристики, які одночасно є залежністю коефіцієнта використання електричної енергії джерела від струму навантаження.

Література

1. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник. – М.: Гардарики, 2007. – 701с.
2. *Матханов П. Н.* Основы анализа электрических цепей. Нелинейные цепи. – М.: Высшая школа, 1986. – 352 с.
3. *Сигорский В. П., Петренко А. И.* Основы теории электронных схем. – К.: Вища школа, 1971. – 568 с.

УДК 621.3

К вопросу отбора максимальной мощности от источника электрической энергии

В. Я. Ромашко, д - р.техн. наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
пр. Победы 37, Киев-56, 03056, Украина.

Проанализированы энергетические характеристики системы источник электрической энергии – нагрузка при различном характере внутреннего сопротивления источника. Для получения результатов анализа в наиболее общем виде использованы нормированные характеристики. Показано, что максимальная мощность в нагрузку будет передаваться при условии равенства сопротивления нагрузки и дифференциального внутреннего сопротивления источника, а коэффициент использования электрической энергии источника будет определяться соотношением между сопротивлением нагрузки и статическим внутренним сопротивлением источника в рабочей точке. При этом нормированные выходные характеристики источника одновременно являются зависимостью коэффициента использования электрической энергии от его тока нагрузки. Проведен сравнительный анализ источников с различным типом выходных характеристик. Библ. 3, рис. 7.

Ключевые слова: источник электрической энергии, выходная характеристика, выходное сопротивление, статическое внутреннее сопротивление, дифференциальное внутреннее сопротивление, отбор максимальной мощности.

UDC 621.3

On the selection of the maximum power from the source of electrical energy

V.Y. Romashko, Dr. Sc.

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",
av. Pobedy 37, Kiev-56, 03056, Ukraine.

The energy characteristics of the source of electrical energy - load at the different character of the internal resistance of the source are analyzed. To obtain the results of analysis in the most

general form used normalized data. It is shown that the maximum power to the load will be transmitted by the condition that the load resistance and differential internal resistance of the source are equal, and utilization of electrical energy source will be determined by the relation between the load resistance and the static internal source resistance at the operating point. In this case, the normalized output characteristics of the source are dependence of the use of electricity from its current workload. A comparative analysis of the sources with different types of output characteristics is conducted. References 3, figures 7.

Keywords: a source of electrical energy, the output characteristic, the internal resistance, output resistance, static internal resistance, differential internal resistance, the selection of the maximum power.

References

1. *Bessonov L.A.* (2007), "Theory of Electrical Engineering. Electrical circuits: a textbook". Moskva: Gardariki. (Rus)
2. *Matkhanov P.N.* (1986), "Fundamentals of electric circuits. Nonlinear circuits". Moskva: Vysshaya Shkola. (Rus)
3. *Sigorsky V.P, Petrenko A. I.* (1971), "Fundamentals of the theory of electronic circuits". Kyiv. Vyshcha Shkola. (Rus).

Поступила в редакцию 23 апреля 2013 г.