

УДК 539.3

Трубачев С.І. к.т.н. доц., Яхно Б.О. к.т.н. доц.
НТУУ «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

ЗГИНАННЯ ТРИШАРОВИХ ПЛАСТИН З ЖОРСТКИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ В НЕСУЧИХ ШАРАХ

Trubachev S.I., Yakhno B.O.
The National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

BENDING OF THREE-LAYER PLATES WITH A RIGID FILLER WITH ACCOUNT OF PLASTIC DEFORMATION IN CARRING LAYERS

Розглянуто згин пружньо-пластичної тришарової пластини з жорстким заповнювачем, яка покійється на пружній основі. Для опису кінематики пластини використовується гіпотеза ламаної лінії. Реакція основи описується моделлю Вінклера. На контурі пластини передбачається наявність жорсткої діафрагми, що перешкоджає відносному зсуву шарів. Проведено чисельний розрахунок тришарової пластини програмним комплексом Abaqus. Була визначена залежність прогину від коефіцієнта жорсткості основи. Були наведені рекомендації про вибір коефіцієнта жорсткості на основі прогину.

Ключові слова: згин, тришарова пластинка, жорсткий заповнювач, пружньо-пластичні деформації

Вступ

На сьогоднішній час є багато досліджень пластин з композиційних матеріалів, але мала частина припадає на дослідження напружено-деформованого стану з урахуванням пластичних деформацій в несучих шарах. Деякі питання пружнього деформування тришарових пластин на пружній основі були викладені в роботах Старовойтова Е.І. Горшкова О.В., Плєскачевського Ю. М. та інших авторів[1-4].

Важливим досягненням у галузі матеріалознавства стало створення композитних тришарових конструкцій, які за механічними властивостями значно перевершують конструкції з традиційних матеріалів, причому ця перевага збільшується при роботі у підвищених температурах та інших екстремальних умовах. Тому розробка аналітичної та чисельної методики розрахунку та аналіз напруженого деформованого стану тришарової пластини з урахуванням пластичних деформацій в несучих шарах є актуальною проблемою. В теперішній час промисловість постійно висуває завдання створення нових високоміцних конструкцій з композиційних матеріалів, які дозволяють вирішувати проблеми по значному зниженню ваги та підвищенню надійності та довгоміцності.

Використання композитних пластин у навантажених конструкціях є одним із способів покращення вагових характеристик аеро-космічної техніки, в транспортному машинобудуванні та будівельній практиці. Тришарові пластини в умовах деформації згинання виявляються найбільш раціональними з точки зору міцності і жорсткості [5,6]. Таким чином, розрахунок тришарових конструкцій під дією статичних навантажень з урахуванням пластичних деформацій є актуальною задачею.

Мета роботи є побудова чисельного алгоритму аналізу деформації тришарової пластини на пружній основі з урахуванням пластичних деформацій.

1. Постановка і вирішення задачі

Розглянемо тришарову пластину з жорстким заповнювачем, що знаходиться на пружній основі. Для опису кінематики пакету прийняті гіпотези ламаної лінії: в несучих шарах справедливі гіпотези Кірхгофа, в заповнювачі нормаль залишається прямолінійною, не змінює своєї довжини, але повертається на деякий додатковий кут, що становить з координатними осями величини $\psi_x(x, y)$, $\psi_y(x, y)$. Деформації вважаємо малими. На пластину діють зовнішні розподілені поверхневі навантаження $q(x, y)$, $p_x(x, y)$, $p_y(x, y)$ і реакція основи (рис.1). Реакція основи q_r відповідає моделі Вінклера

$$q_r = -kw; \quad (1)$$

де k - коефіцієнт жорсткості основи, w - прогин пластини; знак мінус вказує на те, що реакція спрямована в бік, протилежний прогину

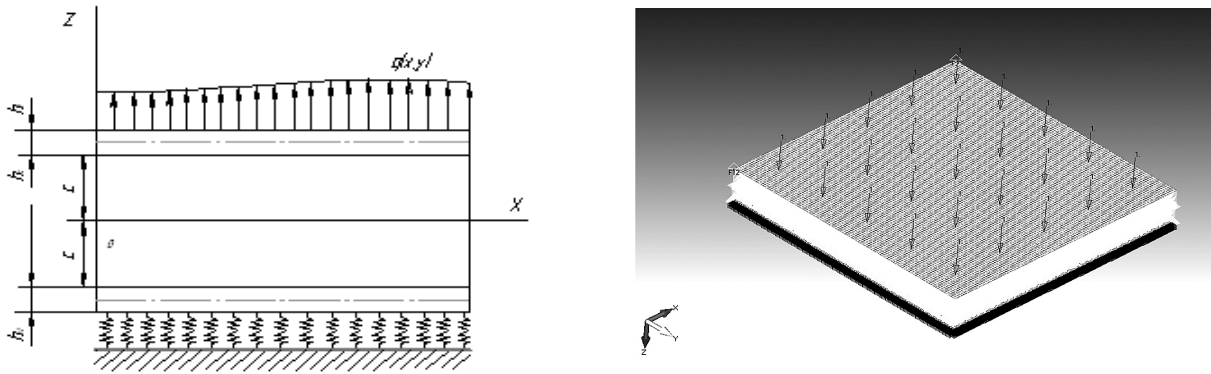


Рис. 1. Розрахункова схема тришарової пластини на пружній основі

Система координат x, y, z зв'язується з серединною площиною заповнювача. Через $w(x, y)$, $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ позначені прогин і осові поздовжні переміщення серединної поверхні заповнювача. На контурі пластини передбачається наявність жорсткої діафрагми, що перешкоджає відносному зсуву шарів. Позначимо через h_k товщину k -го шару, при цьому $h_3 = 2c$ ($k = 1, 2, 3$).

Використовуючи введені геометричні гіпотези, поздовжні переміщення в шарах $u^{(k)}$ можна виразити через шукані п'ять функцій $u_x, u_y, \psi_x, \psi_y, w$.

$$\begin{aligned} u_x^{(1)} &= u_x + c\psi_x - zw_{,x}, & u_y^{(1)} &= u_y + c\psi_y - zw_{,y} & (c \leq z \leq c + h_1), \\ u_x^{(3)} &= u_x + z\psi_x - zw_{,x}, & u_y^{(3)} &= u_y + z\psi_y - zw_{,y} & (-c \leq z \leq c), \\ u_x^{(2)} &= u_x - c\psi_x - zw_{,x}, & u_y^{(2)} &= u_y - c\psi_y - zw_{,y} & (-c - h_2 \leq z \leq -c) \end{aligned} \quad (2)$$

де z - відстань від розглянутого волокна до серединної площини заповнювача, $u + c\psi$ - величина зміщення зовнішнього несучого шару за рахунок деформації заповнювача, для другого несучого шару це зміщення буде відповідно $(u - c\psi)$

Компоненти тензора деформацій виражаються через п'ять шуканих функцій за допомогою співвідношень Коші і виразів (2):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^{(1)} &= u_{x,x} + c\psi_{x,x} - zw_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(1)} &= u_{y,y} + c\psi_{y,y} - zw_{,yy} & (c \leq z \leq c + h_1) \\ \varepsilon_{xx}^{(3)} &= u_{x,x} + z\psi_{x,x} - zw_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(3)} &= u_{y,y} + z\psi_{y,y} - zw_{,yy} & (-c \leq z \leq c) \\ \varepsilon_{xx}^{(2)} &= u_{x,x} - c\psi_{x,x} - zw_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(2)} &= u_{y,y} - c\psi_{y,y} - zw_{,yy} & (-c - h_2 \leq z \leq -c) \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + c\psi_{x,y} - zw_{,xy} + u_{y,x} + c\psi_{y,x} - zw_{,yx}) = \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) + c\psi_{x,y} - zw_{,xy} \\ \varepsilon_{xy}^{(2)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} - c\psi_{x,y} - zw_{,xy} + u_{y,x} - c\psi_{y,x} - zw_{,yx}) = \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) - c\psi_{x,y} - zw_{,xy} \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + z\psi_{x,y} - zw_{,xy} + u_{y,x} + z\psi_{y,x} - zw_{,yx}) = \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) + z\psi_{x,y} - zw_{,xy} \\ \varepsilon_{xz}^{(1)} &= \varepsilon_{xz}^{(2)} = 0, & \varepsilon_{xz}^{(3)} &= \frac{1}{2}\psi_x, & \varepsilon_{yz}^{(1)} = \varepsilon_{yz}^{(2)} = 0, & \varepsilon_{yz}^{(3)} = \frac{1}{2}\psi_y, & \varepsilon_{yx}^{(k)} = \varepsilon_{xy}^{(k)} \end{aligned} \quad (3)$$

Шарова і девіаторна частини тензора деформацій в розглянутому випадку будуть наступними ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij}; i, j = x, y, z$):

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(k)} &= \frac{1}{3}(\varepsilon_{xx}^{(k)} + \varepsilon_{yy}^{(k)}), & \varepsilon_{xx}^{(k)} &= \frac{2}{3}\varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{1}{3}\varepsilon_{yy}^{(k)}, & \varepsilon_{yy}^{(k)} &= \frac{2}{3}\varepsilon_{yy}^{(k)} - \frac{1}{3}\varepsilon_{xx}^{(k)}, \\ \varepsilon_{xz}^{(3)} &= \varepsilon_{xz}^{(3)}, & \varepsilon_{yz}^{(3)} &= \varepsilon_{yz}^{(3)}, & \varepsilon_{xy}^{(k)} &= \varepsilon_{xy}^{(k)}, \end{aligned} \quad (4)$$

Введемо внутрішні зусилля і моменти наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} N_{xx}^{(k)} &= \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)} dz, & N_{yy}^{(k)} &= \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{yy}^{(k)} dz, \\ Q_x &= \int_{h_3} \sigma_{xz}^{(3)} dz, & Q_y &= \int_{h_3} \sigma_{yz}^{(3)} dz, & Q_{xy}^{(k)} &= \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)} dz, \end{aligned} \quad (5)$$

$$M_{xx}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)} z dz, \quad M_{yy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{yy}^{(k)} z dz, \quad M_{xy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)} z dz,$$

де $\sigma_{xx}^{(k)}, \sigma_x, \sigma_{yy}^{(k)}, \sigma_y$ - компоненти тензора напружень в шарах пластини; інтеграли беруться за товщиною k -го шару.

Рівняння рівноваги знаходимо з принципу можливих переміщень:

$$\delta A + \delta W = 0 \quad (6)$$

Тут варіація роботи зовнішніх поверхневих сил:

$$\delta A = \iint_S (p_x \delta u_x + p_y \delta u_y + (q + q_r) \delta w) dS \quad (7)$$

Варіація роботи внутрішніх сил враховує роботу заповнювача в тангенціальному напрямку:

$$\delta W = \iint_S \left\{ \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} (\sigma_{xx}^{(k)} \delta \varepsilon_{xx}^{(k)} + \sigma_{yy}^{(k)} \delta \varepsilon_{yy}^{(k)} + 2\sigma_{xy}^{(k)} \delta \varepsilon_{xy}^{(k)}) dz \right\} + 2 \int_{h_3} (\sigma_{xx}^{(k)} \delta \varepsilon_{xx}^{(k)} + \sigma_{yy}^{(k)} \delta \varepsilon_{yy}^{(k)}) dz dx dy \quad (8)$$

Варіації переміщень у шарах:

$$\begin{aligned} \delta u_x^{(1)} &= \delta u_x + c \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, & \delta u_y^{(1)} &= \delta u_y + c \delta \psi_y - z \delta w_{,y}, & (c \leq z \leq c + h_1), \\ \delta u_x^{(3)} &= \delta u_x + z \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, & \delta u_y^{(3)} &= \delta u_y + z \delta \psi_y - z \delta w_{,y}, & (-c \leq z \leq c), \\ \delta u_x^{(2)} &= \delta u_x - c \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, & \delta u_y^{(1)} &= \delta u_y - c \delta \psi_y - z \delta w_{,y}, & (-c - h_2 \leq z \leq -c) \end{aligned} \quad (9)$$

Підставивши вирази для інтегралів по товщині шарів у формулу (8), і прирівняти нулю коефіцієнти при незалежних варіаціях, отримаємо систему диференціальних рівнянь рівноваги прямокутної тришарової пластини на пружній основі в зусиллях:

$$\begin{aligned} N_{xx,x} + Q_{xy,y} &= -p_x, & N_{yy,y} + Q_{xy,x} &= -p_y, & H_{xx,x} + H_{xy,y} - Q_x &= 0 \\ H_{yy,y} + H_{xy,x} - Q_y &= 0, & M_{xx,xx} + 2H_{xy,xy} + M_{yy,yy} &= -(q + q_r), \end{aligned} \quad (10)$$

Для зв'язку напружень і деформацій в шарах використовуємо співвідношення закону Гука в девіаторно-кульовий формі:

$$S_{ij}^{(k)} = 2G_k \varepsilon_{ij}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k \varepsilon^{(k)}, \quad (k = 1, 2, 3; i, j = x, y, z), \quad (11)$$

де G_k, K_k - модулі зсуву та об'ємної деформації, $S_{ij}^{(k)}, \sigma^{(k)}$ - девіаторна і кульова частини тензора напружень, $\varepsilon_{ij}^{(k)}, \varepsilon^{(k)}$ - девіаторна і шарова частини тензора деформацій.

Компоненти тензора напружень у шарах з урахуванням виразів (5) та (11) будуть:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(k)} &= S_x^{(k)} + \sigma^{(k)} = \frac{4}{3} G_k \varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k \varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{2}{3} G_k \varepsilon_{yy}^{(k)} + K_k \varepsilon_{yy}^{(k)} = K_k^+ \varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^- \varepsilon_{yy}^{(k)}, \\ \sigma_{yy}^{(k)} &= K_k^- \varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^+ \varepsilon_{yy}^{(k)}, & \sigma_{xy}^{(k)} &= 2G_k \varepsilon_{xy}^{(k)}, \\ \sigma_{xz}^{(3)} &= 2G_3 \varepsilon_{xz}; & \sigma_{yz}^{(3)} &= 2G_3 \varepsilon_{yz}; \end{aligned} \quad (12)$$

де $K_k^+ = K_k + \frac{4}{3} G_k$; $K_k^- = K_k - \frac{2}{3} G_k$.

Підставляючи у (8) вираження деформацій через шукані переміщення (3), та використовуючи інтегрування по товщині кожного з шарів, і враховуючи вирази (7), (6) і (1), отримаємо з (10) систему п'яти лінійних диференціальних рівнянь рівноваги щодо шуканих переміщень:

$$\begin{aligned} a_1(u_{x,xx} + u_{y,yy}) + a_2(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yy}) - a_3(w_{,xxx} + w_{,yyy}) + a_8 u_{x,yy} + a_9 \psi_{x,yy} &= -p_x, \\ a_1(u_{y,yy} + u_{x,xx}) + a_2(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xx}) - a_3(w_{,yyy} + w_{,xxx}) + a_8 u_{y,xx} + a_9 \psi_{y,xx} &= -p_y, \\ a_2(u_{x,xx} + u_{y,yy}) + a_4(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yy}) - a_5(w_{,xxx} + w_{,yyy}) + a_9 u_{x,yy} + a_{10} \psi_{x,yy} - a_7 \psi_x &= 0, \\ a_2(u_{y,yy} + u_{x,xx}) + a_4(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xx}) - a_5(w_{,yyy} + w_{,xxx}) + a_9 u_{y,xx} + a_{10} \psi_{y,xx} - a_7 \psi_y &= 0, \\ a_3(u_{x,xxx} + u_{y,yyy} + u_{x,xyy} + u_{y,xyx}) + a_5(\psi_{x,xxx} + \psi_{y,yyy} + \psi_{x,xyy} + \psi_{y,xyx}) - & \\ - a_6(w_{,xxxx} + w_{,yyyy} + 2w_{,yyxx}) + kw &= -q, \end{aligned} \quad (13)$$

де $a_1 = \sum_{k=1}^3 h_k K_k^+$, $a_2 = c(h_1 K_1^+ - h_2 K_2^+)$; $a_3 = h_1(c + \frac{h_1}{2})K_1^+ - h_2(c + \frac{h_2}{2})K_2^+$; $a_4 = c^2(h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+) + \frac{2}{3} c^3 K_3^+$;

$a_5 = c[h_1(c + \frac{h_1}{2})K_1^+ + h_2(c + \frac{h_2}{2})K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+]$; $a_6 = h_1[c^2 + ch_1 + \frac{h_1^2}{3}]K_1^+ + h_2[c^2 + ch_2 + \frac{h_2^2}{3}]K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+$;

$$a_7 = 2G_3c; \quad a_8 = \sum_{k=1}^3 h_k G_k; \quad a_9 = G_1c(h_1 - h_2); \quad a_{10} = c^2(G_1h_1 - G_2h_2) + \frac{2}{3}c^3G_3.$$

Приймаються граничні умови, що відповідають вільному опираюванню пластини по кромках. Тоді для шуканих переміщень повинні виконуватися при $x = 0; 1$ наступні вимоги [1]:

$$u_x = u_y = \psi_x = \psi_y = w = 0 \quad (14)$$

Для відповідності умов (14) рішення системи диференціальних рівнянь (13) приймається у вигляді розкладання в подвійні тригонометричні ряди [2,3]

$$w = \sum_{n,m=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad u_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{1mn} \cos \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad u_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{2mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \cos \frac{\pi mx}{b}$$

$$\psi_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} \psi_{1mn} \cos \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad \psi_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} \psi_{2mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \cos \frac{\pi mx}{b}, \quad (15)$$

де $U_{1mn}, U_{2mn}, \psi_{1mn}, \psi_{2mn}, W_{mn}$ - невідомі амплітуди переміщень.

Нехай поздовжнє навантаження $p_x \equiv 0, p_y \equiv 0$. Поперечне навантаження q представимо у вигляді розкладання в подвійний тригонометричний ряд:

$$q = \sum_{n,m=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x,y) \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b} dx dy, \quad (16)$$

Після підстановки переміщень (15) і навантаження (16) в рівняння (13) отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення шуканих амплітуд переміщень:

$$\begin{aligned} b_6 U_{1mn} + b_7 U_{2mn} + b_8 \psi_{1mn} + b_9 \psi_{2mn} + b_1 W_{mn} &= 0, \\ b_7 U_{1mn} + b_{11} U_{2mn} + b_9 \psi_{1mn} + b_{12} \psi_{2mn} + b_2 W_{mn} &= 0, \\ b_8 U_{1mn} + b_9 U_{2mn} + b_{13} \psi_{1mn} + b_{14} \psi_{2mn} + b_3 W_{mn} &= 0, \\ b_9 U_{1mn} + b_{12} U_{2mn} + b_{14} \psi_{1mn} + b_{10} \psi_{2mn} + b_4 W_{mn} &= 0, \\ b_1 U_{1mn} + b_2 U_{2mn} + b_3 \psi_{1mn} + b_4 \psi_{2mn} + b_5 W_{mn} &= q_{mn}, \end{aligned} \quad (17)$$

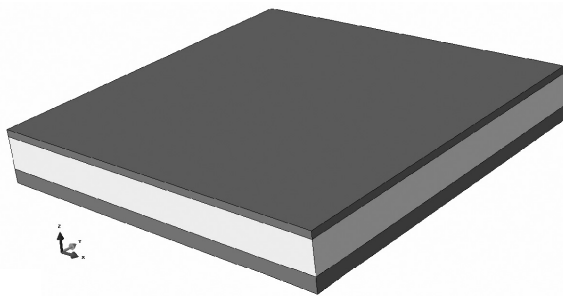
де коефіцієнти b_j виражаються через величини a_i і залежать від параметра m і n .

Рішення системи (17) можна отримати чисельно за допомогою оберненої матриці. Після визначення амплітуд $U_{1mn}, U_{2mn}, \psi_{1mn}, \psi_{2mn}, W_{mn}$ шукані функції обчислюються за формулами (15).

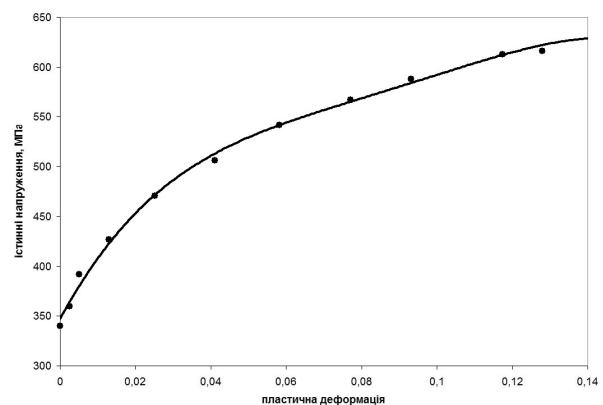
Переміщення в несучих шарах і заповнювачі знаходяться з співвідношень (2).

2. Результати розрахунку

Розрахунок здійснювався для тришарової пластини з розмірами $1 \times 1 \times 0,15$ м., при цьому пластини моделювалась як тривимірне тверде тіло, нижня і верхня частина якого виготовлена із сплаву Д16Т (товщина нижнього шару 0,04 м., товщина верхнього 0,02 м.), а середня – із фторопласту (рис. 2а). Задача розраховувалась в пружно-пластичній зоні. Приймалося, що сплав Д16Т має ізотропне зміцнення Дійсна діаграма деформування сплаву Д16Т була отримана експериментально в роботі [7] і наведена на рис.2б. Пружні характеристики вибирались для сплаву Д16Т: модуль пружності $E=7,66 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,34$; для фторопласту: модуль пружності $E=686,5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,24$. Пластину навантажено тиском 40 МПа. Жорсткість основи (параметр жорсткості) приймався від 0 до 10 МН/м.



а



б

Рис. 2. Властивості пластини і матеріалу. а – геометрична структура пластини: середній шар - фторопласт, зовнішні шари Д16Т; б – діаграма пластичного деформування сплаву Д16Т

В таблиці 1 показано розподіл пластичної зони по пластині (скінченні елементи в пластичному стані показані чорним, а в пружному – білим кольором) при різних значеннях жорсткості основи.

Таблиця 1

Розподіл пластичної деформації в залежності від параметра жорсткості основи

Параметр жорсткості, МН/м	Пластична зона на нижній поверхні	Пластична зона на верхній поверхні
0		
0,5		
1		
1,5		
2		
5		
10		

Як видно із таблиці із збільшенням жорсткості основи пластична зона зменшується майже до повного зникнення. Залежність прогину центру пластини від жорсткості основи приведено на рис.3а, з якого можна бачити зменшення прогину при збільшенні жорсткості основи. При цьому відбувається стискання (потоншення) середнього шару пластини (прогин нижньої поверхні менший за прогин верхньої поверхні) який показано на рис. 3б.

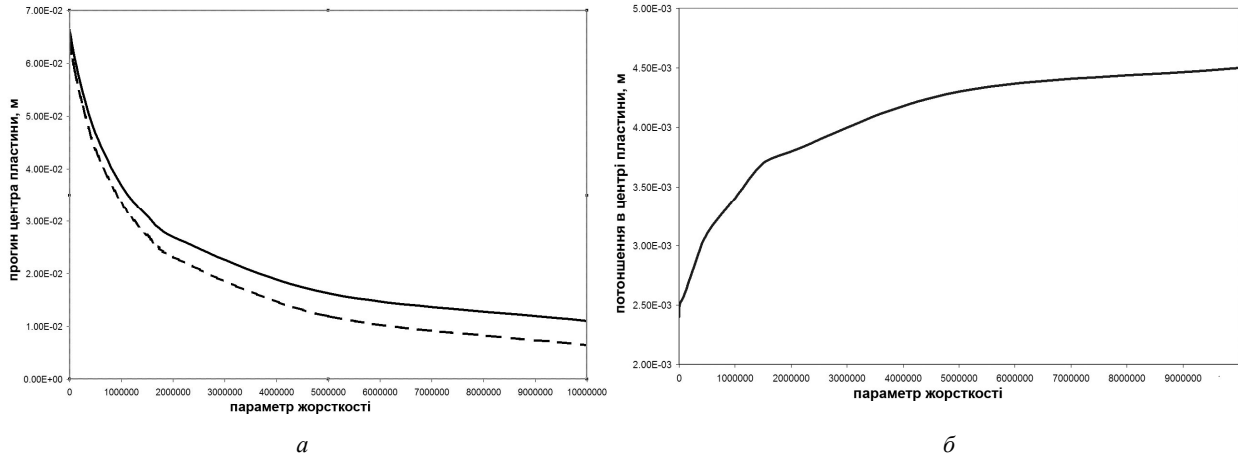


Рис. 3. Прогин та потоншення в центрі пластини в залежності від жорсткості основи: а – прогин центра пластини пунктиром показано прогин нижньої поверхні, суцільною лінією – прогин верхньої поверхні, б - потоншення пластини в її центрі

Залежність рівня максимальної пластичної деформації і еквівалентних напружень за 4 теорією міцності від жорсткості основи наведено на рис.4.

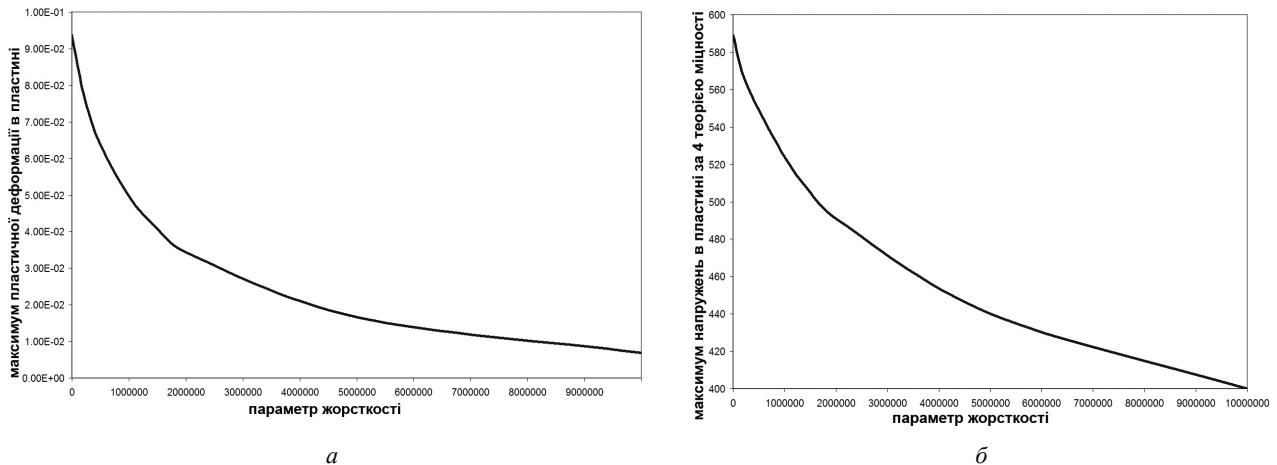


Рис. 4. Максимальні пластичні деформації і напруження в пластині а – максимум пластичної деформації відносно жорсткості основи, б – максимум еквівалентних напружень за 4 теорією міцності в залежності від жорсткості основи

Висновок

Приведено чисельне рішення задачі згинання тришарової пластини з жорстким заповнювачем на пружній основі з урахуванням пружньо-пластичних деформацій в несучих шарах. Урахування жорсткості пружньої основи призводить до істотного уточнення напруженого стану, що виникає в тришаровій пластині при зовнішній силі. Параметр жорсткості рекомендується вибирати в залежності від прогину та пружно-пластичних деформацій несучих шарів згідно графіків наведених на рис.3-4.

Аннотация. Рассмотрен изгиб трехслойной пластины с жестким наполнителем, покоящейся на упругом основании с учетом упруго-пластических деформаций в несущих слоях. Для описания кинематики пакета используется гипотеза ломаной линии. Реакция основания описывается моделью Винклера. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев. Проведен численный расчет трехслойной пластины МКЕ пакетом ABAQUS. Была определена зависимость пластических деформаций в слоях от коэффициента жесткости основания. Были приведены рекомендации о выборе коэффициента жесткости на основе прогиба.

Ключевые слова: изгиб, трехслойная пластина, жесткий наполнитель, упруго-пластические деформации.

Abstract. Elastic-plastic rectangular sandwich plate lying on elastic foundation is considered. Break line hypothesis is accepted for description of base layers kinematics. The foundation reaction is described by Winkler's model. The presence of rigid diaphragm impeding the relative shift of layers is presumed on the contour of the plate. The variational Lagrange's principle is used for receiving differential system of equilibrium equations. The numerical calculation of the sandwich plate was done by finite element package ABAQUS. The dependence of plastic deformation from bending stiffness of the base was determined. Were given advice on the choice of stiffness on the deflection. The analytical solutions of the problem have been found and their numerical analysis has been conducted.

Keywords: bending, three-layer plate, the rigid filler, the elastic-plastic deformation

1. Горшков А. Г. Механика слоистых вязко-упруго-пластических элементов конструкций / А.Г.Горшков, Э.И.Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005.– 576 с.
2. Старовойтов Э. И. Вязкоупруго-пластические слоистые пластины и оболочки / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 344 с.
3. Старовойтов Э.И. Деформирование трехслойных элементов конструкций на упругом основании / Э.И. Старовойтов, А.В. Яровая, Д.В. Леоненко.-М.:ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 379 с.
4. Плескачевский Ю. М. Деформирование металлополимерных систем / Ю. М. Плескачевский, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – Минск : Бел. Наука, 2004. – 386 с.
5. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Периодические кусочно-однородные упругие структуры/ Э.И. Григолюк, Л.А.Фильштинский. – М.: Наука, 1992. - 286 с.
6. Васильев В.В. Механика конструкций из композитных материалов/ В.В.Васильев.-М. : Машиностроение, 1988.-288 с.
7. Яхно Б.О. Пошкоджувальність та руйнування конструкційних матеріалів при складному малоцикловому навантаженні./ Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. - Київ, 2005. – 150 с.

REFERENCE

1. Gorshkov A. G. Je. I. Starovojtov, A. V. Jarovaja. Mechanics of layered visco-elasto-plastic structural elements. Moscow: Fizmatlit, 2005. 576 p.
2. Starovojtov Je. I. Visco-elaso-plastic layered plats and shells. Je. I. Starovojtov. Gomal: BelGUT, 2002. 344p.
3. Starovojtov Je.I., A.V. Jarovaja, D.V. Leonenko. Deformation of three layered structural elements with springy base. Moscow:FIZMATLIT, 2006. 379 p.
4. Pleskachevskij Ju. M., Je. I. Starovojtov, A. V. Jarovaja. Deformation of metalopolimeryc system. Minsk: Bel. Navuka, 2004. 386 p.
5. Grigoluk Je.I., Filshtinskiy L. A. The periodic piece-homogeneous elastic structures. Moscow: Science, 1992. 286 p.
6. Vasilev V.V. Mechanics of composite material constructions. Moscow: Machine-building, 1988. 288p.
7. Yakhno B.O. Damage and destruction of constraction materials during complex low-cycle loading. The dissertation for scientific degree of candidate of technical Sciences. Kyiv, 2005. 150 p.