
УДК 621.9.06. – 233.1

Данильченко Ю.М. д.т.н., Петришин А.И.
НТУУ «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ «ШПИНДЕЛЬНЫЙ УЗЕЛ» МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО СТАНКА

Danylchenko Yu., Petryshyn A.
The National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

MODE SHAPES MODELING OF THE MECHANICAL VIBRATION SYSTEM «SPINDLE UNIT» OF MACHINE-TOOL

Проведено моделювання форм коливань системи «шпиндельний вузол». Шпиндельний вузол представлений в вигляді механічної коливальної системи, що складається з підсистем інструмента (оправки), власне шпинделя і корпусу, пружно закріпленого на станині станка. Розрахункова модель форм коливань ґрунтується на розв'язанні системи рівнянь сумісності деформацій в точках розчленення підсистем і канонічних рівнянь методу сил для переміщень в характерних точках підсистем. Розраховані форми коливань підсистем на власних частотах системи з урахуванням дисипативних характеристик опор і стьоків підсистем. Проведено аналіз форм пружних ліній елементів системи і встановлено закономірності їх формування. Встановлено, що найбільший рівень коливань шпинделя і корпусу досягається на власних частотах шпинделя і комбінованих частотах системи «шпиндель – корпус шпиндельного вузла»

Ключевые слова: шпиндельный узел, механическая колебательная система, формы колебаний

Введение

Одними из важнейших показателей качества шпиндельных узлов металлорежущих станков являются их динамические характеристики, а именно: частоты собственных колебаний, АЧХ, АФЧХ, динамическая жесткость, формы колебаний на собственных частотах, коэффициенты демпфирования. Комплексно эти характеристики наиболее полно характеризуют виброустойчивость конструкции шпиндельных узлов, качество их изготовления и сборки. Поэтому учитывать значения и закономірности изменения этих характеристик необходимо уже на стадии проектирования шпиндельных узлов [1, 2]. В связи с этим задача создания расчетных динамических моделей шпиндельных узлов для обеспечения проектировщиков возможностью использовать результаты компьютерного анализа их динамических характеристик является актуальной.

Расчетные модели и методы оценки динамических характеристик собственно конструкции шпиндельного узла разработаны достаточно полно [1-3], но для шпиндельных узлов как сложных механических колебательных систем, состоящих из нескольких подсистем, разработаны только методы анализа частот собственных колебаний [4]. Расчет других характеристик требует уточнения расчетной модели системы, прежде всего в части обязательного учета диссипативных характеристик упругих опор и стьоків подсистем.

Цель

Эта работа базируется на основных теоретических положениях работы [4] и является ее продолжением в части разработки расчетной модели форм колебаний механической колебательной системы «шпиндельный узел». Целью работы является расчет и анализ форм колебаний основных элементов системы «шпиндельный узел».

Расчетная модель форм колебаний системы «шпиндельный узел»

При разработке расчетной модели форм колебаний сложной механической системы «шпиндельный узел» необходимо исходить из того, что фактически формы колебаний этой системы являются упругими линиями основных элементов подсистем (оправки, шпинделя и корпуса (гильзы) шпиндельного узла) при единичных гармонических возбуждениях на частотах собственных колебаний системы. Поэтому в отличие от расчетной модели частот собственных колебаний системы, для которой достаточно определения матрицы гармонических коэффициентов влияния с учетом только упругих характеристик опор и стьоків подсистем [4], для расчетной модели форм колебаний необходимо:

- стык оправки со шпинделем представить в виде упругого подвеса с радиальной и поворотной жесткостью [5];
- учесть диссипативные характеристики всех опор и стыков подсистем;
- в системе уравнений совместности деформаций в точках размыкания подсистем учесть действие единичного гармонического возбуждения;
- дополнительно составить систему уравнений для расчета перемещений в характерных сечениях подсистем.

Расчетные схемы парциальных подсистем механической колебательной системы «шпиндельный узел» для задачи определения форм колебаний представлены на рис. 1.

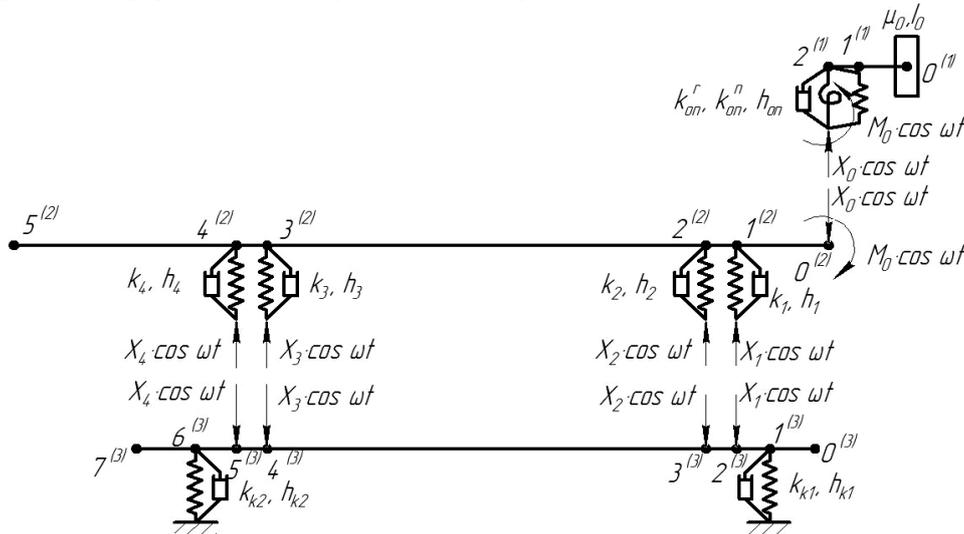


Рис. 1. Расчетные схемы парциальных подсистем колебательной системы «шпиндельный узел»

Первая подсистема (оправка, индекс $s = 1$) рассматривается в виде стержня, состоящего из двух участков с распределенной массой. На переднем конце оправки (сечение $0^{(1)}$) размещена сосредоточенная масса. В этом же сечении прикладывается единичное гармоническое возбуждение $P_0^{(1)} \cdot \sin \omega \cdot t$, $P_0^{(1)} = 1$. В сечении $2^{(1)}$ оправка соединяется со шпинделем, что учитывается упругой связью с радиальной k_{on}^r и поворотной k_{on}^n жесткостями, а также демпфированием h_{on} с радиальной h_{on}^r и угловой h_{on}^n составляющими.

Вторая подсистема (шпиндель, индекс $s = 2$) рассматривается в виде стержня, состоящего из пяти участков с распределенной массой. В сечении $0^{(2)}$ шпиндель соединяется с оправкой. В сечениях $1^{(2)}$, $2^{(2)}$, $3^{(2)}$ и $4^{(2)}$ размещены подшипники его опор, что учитывается упругими связями с жесткостями k_1, k_2, k_3, k_4 и демпфированием h_1, h_2, h_3, h_4 соответственно.

Третья подсистема (корпус шпиндельного узла, индекс $s = 3$) рассматривается в виде полого стержня (гильзы), состоящего из семи участков с распределенной массой. В сечениях $2^{(3)}$, $3^{(3)}$, $4^{(3)}$ и $5^{(3)}$ корпус соединяется со шпинделем. В сечениях $1^{(3)}$ и $6^{(3)}$ корпус соединяется со станиной станка, что учитывается упругими опорами с жесткостями k_{k1}, k_{k2} и демпфированием h_{k1}, h_{k2} .

Система уравнений совместности деформаций в точках размыкания подсистем имеет вид [4, 6]:

$$\begin{cases} \alpha_{00}^{12} \cdot X_0 + \gamma_{00}^{12} \cdot M_0 - \alpha_{01}^{(2)} \cdot X_1 - \alpha_{02}^{(2)} \cdot X_2 - \alpha_{03}^{(2)} \cdot X_3 - \alpha_{04}^{(2)} \cdot X_4 = -\alpha_P^{(1)} \\ \beta_{00}^{12} \cdot X_0 + \phi_{00}^{12} \cdot M_0 - \beta_{01}^{(2)} \cdot X_1 - \beta_{02}^{(2)} \cdot X_2 - \beta_{03}^{(2)} \cdot X_3 - \beta_{04}^{(2)} \cdot X_4 = -\beta_P^{(1)} \\ -\alpha_{10}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{10}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{11}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{12}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{13}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{14}^{23} \cdot X_4 = 0 \\ -\alpha_{20}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{20}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{21}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{22}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{23}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{24}^{23} \cdot X_4 = 0 \\ -\alpha_{30}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{30}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{31}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{32}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{33}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{34}^{23} \cdot X_4 = 0 \\ -\alpha_{40}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{40}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{41}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{42}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{43}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{44}^{23} \cdot X_4 = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

или в матричном виде $A \cdot R = B$,

где X_i, M_i – амплитуды гармонических реакций отброшенных связей; $\alpha_{ij}^{ss}, \beta_{ij}^{ss}, \gamma_{ij}^{ss}, \phi_{ij}^{ss}$ – гармонические коэффициенты влияния (коэффициенты динамической податливости) в точках расчленения системы на

подсистемы s ($s=1,2,3$); $\alpha_p^{(1)}$ и $\beta_p^{(1)}$ – обобщенные амплитуды перемещений (линейные и угловые) от действия единичного гармонического возбуждения $P_0^{(1)} \cdot \sin \omega \cdot t$ ($P_0^{(1)} = 1$), $\alpha_p^{(1)} = \alpha_{u0}^{(1)} \cdot P_0^{(1)}$, $\beta_p^{(1)} = \beta_{u0}^{(1)} \cdot P_0^{(1)}$; \mathbf{R} – вектор амплитуд гармонических реакций отброшенных связей, $\mathbf{R} = (X_0, M_0, X_1, X_2, X_3, X_4)^T$; \mathbf{B} – матрица обобщенных амплитуд перемещений, $\mathbf{B} = (-\alpha_p^{(1)}, -\beta_p^{(1)}, 0, 0, 0, 0)^T$; \mathbf{A} – матрица гармонических коэффициентов влияния:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{00}^{12} & \gamma_{00}^{12} & -\alpha_{01}^{(2)} & -\alpha_{02}^{(2)} & -\alpha_{03}^{(2)} & -\alpha_{04}^{(2)} \\ \beta_{00}^{12} & \phi_{00}^{12} & -\beta_{01}^{(2)} & -\beta_{02}^{(2)} & -\beta_{03}^{(2)} & -\beta_{04}^{(2)} \\ -\alpha_{10}^{(2)} & -\gamma_{10}^{(2)} & \alpha_{11}^{23} & \alpha_{12}^{23} & \alpha_{13}^{23} & \alpha_{14}^{23} \\ -\alpha_{20}^{(2)} & -\gamma_{20}^{(2)} & \alpha_{21}^{23} & \alpha_{22}^{23} & \alpha_{23}^{23} & \alpha_{24}^{23} \\ -\alpha_{30}^{(2)} & -\gamma_{30}^{(2)} & \alpha_{31}^{23} & \alpha_{32}^{23} & \alpha_{33}^{23} & \alpha_{34}^{23} \\ -\alpha_{40}^{(2)} & -\gamma_{40}^{(2)} & \alpha_{41}^{23} & \alpha_{42}^{23} & \alpha_{43}^{23} & \alpha_{44}^{23} \end{pmatrix},$$

где $\alpha_{00}^{12} = \alpha_{22екв}^{(1)} + \alpha_{00}^{(2)}$, $\alpha_{22екв}^{(1)} = \alpha_{22}^{(1)} + \frac{1}{k_{екв}^r}$, $k_{екв}^r = k_r + i \cdot h_r \cdot \omega$; $\beta_{00}^{12} = \beta_{22}^{(1)} + \beta_{00}^{(2)}$; $\gamma_{00}^{12} = \gamma_{22}^{(1)} + \gamma_{00}^{(2)}$; $\phi_{00}^{12} = \phi_{22екв}^{(1)} + \phi_{00}^{(2)}$,

$\phi_{22екв}^{(1)} = \phi_{22}^{(1)} + \frac{1}{k_{екв}^n}$, $k_{екв}^n = k_n + i \cdot h_n \cdot \omega$; $\alpha_{11}^{23} = \alpha_{11}^{(2)} + \alpha_{22}^{(3)} + \frac{1}{k_{1,екв}}$; $\alpha_{12}^{23} = \alpha_{12}^{(2)} + \alpha_{23}^{(3)}$; $\alpha_{13}^{23} = \alpha_{13}^{(2)} + \alpha_{24}^{(3)}$;

$\alpha_{14}^{23} = \alpha_{14}^{(2)} + \alpha_{25}^{(3)}$; $\alpha_{21}^{23} = \alpha_{21}^{(2)} + \alpha_{32}^{(3)}$; $\alpha_{22}^{23} = \alpha_{22}^{(2)} + \alpha_{33}^{(3)} + \frac{1}{k_{2,екв}}$; $\alpha_{23}^{23} = \alpha_{23}^{(2)} + \alpha_{34}^{(3)}$; $\alpha_{24}^{23} = \alpha_{24}^{(2)} + \alpha_{35}^{(3)}$;

$\alpha_{31}^{23} = \alpha_{31}^{(2)} + \alpha_{42}^{(3)}$; $\alpha_{32}^{23} = \alpha_{32}^{(2)} + \alpha_{43}^{(3)}$; $\alpha_{33}^{23} = \alpha_{33}^{(2)} + \alpha_{44}^{(3)} + \frac{1}{k_{3,екв}}$; $\alpha_{34}^{23} = \alpha_{34}^{(2)} + \alpha_{45}^{(3)}$; $\alpha_{41}^{23} = \alpha_{41}^{(2)} + \alpha_{52}^{(3)}$; $\alpha_{42}^{23} = \alpha_{42}^{(2)} + \alpha_{53}^{(3)}$;

$\alpha_{43}^{23} = \alpha_{43}^{(2)} + \alpha_{54}^{(3)}$; $\alpha_{44}^{23} = \alpha_{44}^{(2)} + \alpha_{55}^{(3)} + \frac{1}{k_{4,екв}}$, $k_{j,екв} = k_j + i \cdot h_j \cdot \omega$, $j = 1, 2, 3, 4$.

Общий порядок определения гармонических коэффициентов влияния описан в [4].

Решая систему уравнений (1) определяем значения амплитуд гармонических реакций отброшенных связей.

Для расчета перемещений в характерных сечениях подсистем составим канонические уравнения метода сил [4]:

Первая подсистема (оправка, индекс $s = 1$)

$$\begin{cases} q_0^{(1)} = \alpha_{00}^{(1)} \cdot P_0^{(1)} + \alpha_{02}^{(1)} \cdot X_0 + \gamma_{02}^{(1)} \cdot M_0; \\ q_i^{(1)} = \alpha_{i0}^{(1)} \cdot P_0^{(1)} + \alpha_{i2}^{(1)} \cdot X_0 + \gamma_{i2}^{(1)} \cdot M_0 \end{cases}; \quad (2)$$

Вторая подсистема (шпиндель, индекс $s = 2$)

$$\begin{cases} q_0^{(2)} = -\alpha_{00}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{00}^{(2)} \cdot M_0 + \sum_{j=1}^4 \alpha_{0j}^{(2)} \cdot X_j; \\ q_i^{(2)} = -\alpha_{i0}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{i0}^{(2)} \cdot M_0 + \sum_{j=1}^4 \alpha_{ij}^{(2)} \cdot X_j \end{cases}; \quad (3)$$

Третья подсистема (корпус шпиндельного узла, индекс $s = 3$)

$$q_i^{(3)} = -\sum_{j=1}^4 \alpha_{ij}^{(3)} \cdot X_j. \quad (4)$$

Амплитуды и фазы расчетных перемещений $q_i^{(s)}$ определяем по известным зависимостям:

$$A_i^{(s)} = \sqrt{\operatorname{Re}(q_i^{(s)})^2 + \operatorname{Im}(q_i^{(s)})^2}; \quad \phi_i^{(s)} = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{Im}(q_i^{(s)})}{\operatorname{Re}(q_i^{(s)})} \right).$$

При построении форм колебаний принимаем относительную амплитуду перемещения конца шпинделя $u_0^{(2)} = 1$. Амплитуды относительных перемещения остальных характерных точек системы определяем по формуле:

$$u_i^{(s)} = \frac{A_i^{(s)}}{A_0^{(2)}}$$

Результаты моделирования форм колебаний механической колебательной системы «шпиндельный узел»

Исследовалась шлифовальная головка ВСЗ 27-65.250 А гильзового исполнения. Вал шпинделя смонтирован на дуплексированных радиально-упорных шариковых подшипниках типа 36104К, собранных по схеме “тандем-Х”. Предварительный осевой натяг подшипников – пружинный. Общее усилие натяга $2Q_0 = 280 Н$.

При расчете форм колебаний системы «шпиндельный узел» принято: жесткости опор (подшипников) шпинделя $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 115 \cdot 10^6 Н / м$, жесткости опор гильзы $k_{k1} = k_{k2} = 200 \cdot 10^6 Н / м$, коэффициент демпфирования в подшипниках шпинделя $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 2 \cdot 10^3 (Н \cdot с) / м$, коэффициент демпфирования в опорах гильзы $h_{k1} = h_{k2} = 0,5 \cdot 10^3 (Н \cdot с) / м$; параметры стыка оправка-шпиндель: радиальная жесткость $k_{on}^r = 7,53 \cdot 10^6 Н / м$, угловая жесткость $k_{on}^n = 6,1 (Н \cdot м) / рад$, радиальная и угловая составляющие демпфирования $h_{on}^r = 1,62 \cdot 10^3 (Н \cdot с) / м$ и $h_{on}^n = 178 (Н \cdot с \cdot м) / рад$ соответственно.

Результаты расчета форм колебаний на первых четырех собственных частотах представлены на рис. 2.

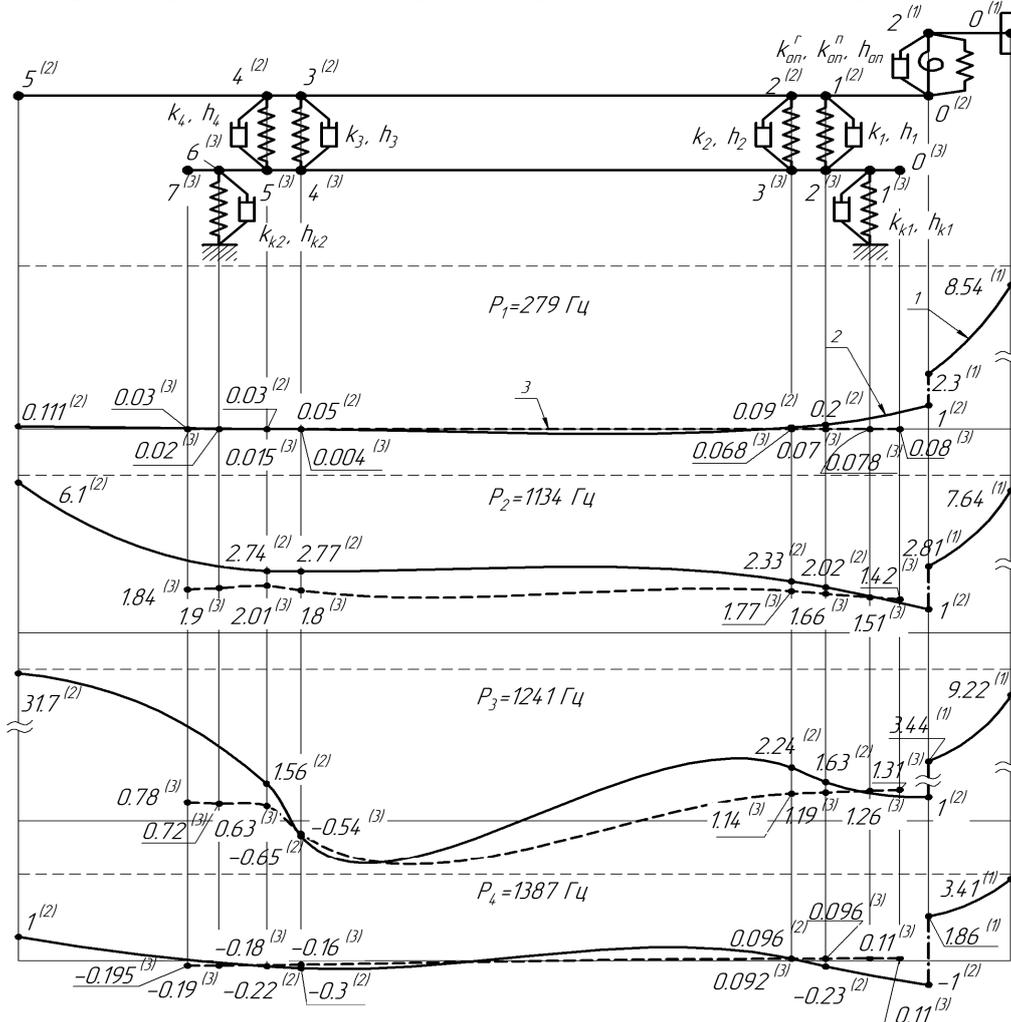


Рис. 2. Формы колебаний парциальных подсистем колебательной системы «шпиндельный узел»:
 1 – оправки, 2 – шпинделя, 3 – корпуса

Как видно, на первой собственной частоте $P_1 = 279 \text{ Гц}$, обусловленной присоединением к шпинделю оправки, наибольший уровень колебаний имеет оправка. При этом ее колебания не оказывают существенного влияния на колебания шпинделя и корпуса шпиндельного узла.

На второй собственной частоте $P_2 = 1134 \text{ Гц}$, соответствующей первой собственной частоте шпинделя, и третьей собственной частоте $P_3 = 1241 \text{ Гц}$, характерной для системы «шпиндель – корпус шпиндельного узла»,

наблюдается существенный рост колебаний, как шпинделя, так и корпуса шпиндельного узла. При этом можно отметить и некоторое подобие форм их упругих линий.

На четвертой собственной частоте $P_4 = 1387 \text{ Гц}$, соответствующей первой собственной частоте корпуса шпиндельного узла, уровень колебаний парциальных подсистем незначителен.

Результаты анализа можно использовать как для внесения определенных конструктивных изменений, например, связанных с длиной задней консольной части шпинделя, так и для выбора способов диагностирования колебаний шпинделя, например, по уровню вибраций корпуса шпиндельного узла.

Выводы

1. Разработанная модель форм колебаний механической системы «шпиндельный узел» позволяет рассчитывать упругие линии основных элементов системы (оправки, шпинделя и корпуса (гильзы) шпиндельного узла) с учетом упругих и диссипативных характеристик их опор и стыков.

2. В результате анализа форм колебаний, рассчитанных для ряда собственных частот системы, установлено, что наибольший уровень колебаний шпинделя и корпуса шпиндельного узла достигается на собственных частотах шпинделя и комбинированных частотах системы «шпиндель – корпус шпиндельного узла».

Анотація. Проведено моделювання форм коливань системи «шпиндельний вузол». Шпиндельний вузол представлено у вигляді механічної коливної системи, що складається з підсистем інструменту (оправки), власне шпинделя і корпуса, пружно закріпленого на станині верстата. Розрахункова модель форм коливань базується на розв'язку системи рівнянь сумісності деформацій в точках розмикання підсистем та канонічних рівнянь методу сил для переміщень в характерних точках підсистем. Обчислені форми коливань підсистем на власних частотах системи з урахуванням дисипативних характеристик опор та стиків підсистем. Проведено аналіз форм пружних ліній елементів системи та встановлено закономірності їх формування. Встановлено, що найбільший рівень коливань шпинделя і корпуса досягається на власних частотах шпинделя і комбінованих частотах системи «шпиндель – корпус шпиндельного вузла»

Ключові слова: шпиндельний вузол, механічна коливна система, форми коливань

Abstract. Purpose. The research of complex influence of design, kitting, mounting, maintenance conditions, and elastic-dissipative properties of spindle units on mode shapes forming.

Design/Methodology/Approach. Spindle unit considered to be mechanical vibration system, that consists of subsystems: tool (tool holder), spindle and spindle quill that is elastically mounted on machine tool bed. Designed model of mode shapes based on solving of the system of deformation compatibility equations in the points of subsystems disconnection, and force method canonical equations for displacements in characteristic points of subsystems.

Findings. Subsystems mode shapes on system natural frequencies has been calculated, with taking into account dissipative characteristics of supports and subsystems joints. Analysis of the elastic curves shapes of system elements was carried out and regularity of their forming is established.

Originality/value. It was established, that the largest level of spindle and quill vibration occurs on spindle natural frequency and "spindle-quill" system combined frequency.

Keywords: spindle unit, mechanical vibration system, mode shapes

1. Проектирование металлорежущих станков и станочных систем: Справочник-учебник. В 3-х т. Т.2. Ч.1. / Под общ. ред. А.С.Проникова. – М.: Машиностроение, 1995. – 371 с.
2. Хомяков В.С. Моделирование и расчет динамических характеристик шпиндельных узлов / Хомяков В.С., Кочинев Н.А., Сабиров Ф.С. // Вестник УГАТУ. – Уфа: УГАТУ. – 2009. – Т.12. – № 2(31). – С. 69–75.
3. Пуш А.В. Шпиндельные узлы: Качество и надежность. – М.: Машиностроение, 1992. – 288 с.
4. Данильченко Ю.М. Динамический анализ механической колебательной системы «шпиндельный узел» металлорежущего станка / Данильченко Ю.М., Петришин А.И. // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування. – 2012. - № 64. – С. 27-34.
5. Левина З.М. Контактная жесткость машин / Левина З.М., Решетов Д.Н.– М.: Машиностроение, 1971. – 264 с.
6. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний: Учеб. пособие для втузов. - М.: Машиностроение, 1972. – 416 с.

REFERENCES

1. *Proektirovanie metallorezhuwih stankov i stanochnyh sistem: Spravochnik-uchebnik.* [Design of machine tools and machine tool systems. Guide book.] V 3-h t. T.2. Ch.1. / Pod obw. red. A.S.Pronikova. Moscow: Mashinostroenie, 1995, 371 p.
2. *Homjakov V.S. Modelirovanie i raschet dinamicheskikh harakteristik shpindel'nyh uzlov.* [Bulletin of the UGATU]. Ufa: UGATU, 2009, Volume 12, No 2(31), pp. 69–75.
3. *Push A.V. Shpindel'nye uzly: Kachestvo i nadezhnost'.* [Spindle units. Quality and reliability.]. Moscow: Mashinostroenie, 1992, 288 p.
4. *Danylchenko Ju.M. Dinamicheskij analiz mehanicheskoy kolebatel'noj sistemy «shpindel'nyj uzел» metallorezhuwego stanka.* Danylchenko Ju.M., Petrishin A.I. [Reporter of NTUU "KPI". Mechanical engineering series.]. Kyiv: 2012, no. 64, pp. 27-34.
5. *Levina Z.M., Reshetov D.N. Kontaktnaja zhestkost' mashin.* Moscow: Mashinostroenie, 1971, p. 264.
6. *Biderman V.L. Prikladnaja teorija mehanicheskikh kolebanij: Ucheb. posobie dlja vtuzov.* [Applied theory of mechanical vibrations: a manual for technical colleges]. Moscow: Mashinostroenie, 1972, 416 p.