

УДК 621.91.01:543.1

Вакуленко С.В.

НТУУ «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

## МЕТОДИКА ТЕОРЕТИЧНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ПРИВЕДЕНИХ ПРУЖНИХ ПАРАМЕТРІВ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОГО ОСНАЩЕННЯ З ОРІЄНТОВАНИМ ЦЕНТРОМ ЖОРСТКОСТІ

Vakulenko S.

The National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine ([svakulenko@gmail.com](mailto:svakulenko@gmail.com))

### METHODS OF THEORETICAL DEFINITION OF THE REDUCED ELASTIC PARAMETERS OF TOOLHOLDER WITH AN ORIENTED CENTER OF RIGIDITY

Запропоновано методику розрахунку приведених пружних параметрів конструкції інструментального оснащення з орієнтованим центром жорсткості. Використання інструментального оснащення з орієнтованою жорсткістю дозволяє підвищити вібростійкість токарної обробки за рахунок зменшення негативного впливу координатного зв'язку між рухом різучого інструменту в площині нормалі до оброблюваної поверхні та процесом різання. В результаті теоретичного дослідження пружних параметрів віджимної частини оснащення наданий, у вигляді теоретичних залежностей, зв'язок між кутами, що визначають орієнтацію послідовно з'єднаних трьох пружних обертальних ланок конструкції оснащення, із координатами положення центру жорсткості його пружної системи. Представлені теоретичні залежності визначення приведених пружних параметрів системи оснащення, а саме кута орієнтації осей жорсткості та співвідношення між значеннями максимальної та мінімальної жорсткості від координат положення центру жорсткості оснащення. Розглянуто схему деформацій пружної обертальної ланки при згині та надані теоретичні залежності визначення її приведеної жорсткості. Аналіз скінченними методами пружно-деформованого стану віджимної частини інструментального оснащення із орієнтованим центром жорсткості проведений лише для уточнення її приведених параметрів жорсткості.

*Ключевые слова:* вібростійкість, інструментальне оснащення, токарна обробка, динаміка верстатів

#### Вступ

Підвищення продуктивності токарної обробки є однією з важливих науково-технічних проблем сучасного машинобудування. Продуктивність токарного верстата при заданій точності обробки в значній мірі визначається якістю роботи супорта та його вібростійкістю. Відповідно до «теорії координатного зв'язку», фізична сутність втрати сталості динамічної системи верстата із подальшим виникненням автоколивань під час токарної обробки пояснюється тим, що при русі різця в сторону дії сили різання, при певних пружних параметрах супорта верстата, товщина стружки стає більшою, ніж при русі у зворотному напрямку. Сила різання зростає із збільшенням товщини зрізу й зменшується з його зменшенням. Тому така неоднозначність зміни сили різання по переміщенню різця відносно деталі приводить до встановлення автоколивань. Це явище виникає завдяки тому, що жорсткість пружної системи верстата відрізняється в кожному напрямку, тобто існують вісі жорсткості, які не співпадають із загальними координатами верстата. Напрямок від вершини різця до центра жорсткості визначає вісь максимальної жорсткості, а перпендикулярний йому вісь мінімальної жорсткості. Положення центра жорсткості пружної системи визначається перетином ліній дії сил при яких відсутні кутові зміщення системи.

У дослідженнях В.А. Кудінова та І. Тлустий виявлено [1, 2], що вібростійкість верстата залежить не тільки від величини жорсткості його пружної системи, але й від орієнтації головних осей жорсткості відносно напрямку дії сили різання. В роботах таких вчених як Орліков М.Л., Суховій Б.Ф., Сунік Г.П. та Ланда Г.Л., Шевченко О.В. запропоновано оригінальні конструкції різцетримачів з орієнтованими осями жорсткості, та експериментально виявлено вплив зміни пружних параметрів оснащення на вібростійкість різання [3–6]. Також за результатами проведеного математичного моделювання процесу токарної обробки та експериментального дослідження вібростійкості обробки на верстаті з потенційно нестійкою динамічною системою «процес різання-різець-супорт» підтверджено наявність впливу зміни пружних параметрів системи різцетримача, а саме співвідношення  $C_{min}/C_{max}$  та кут орієнтації головних осей жорсткості  $\beta$ , що залежать від координат положення центру жорсткості системи відносно точки різання, на загальну вібростійкість процесу. В дослідженні було виявлено, що при певних пружних параметрах системи супорта використання інструментального оснащення з орієнтованим центром жорсткості дозволяє підвищити вібростійкість обробки в порівнянні з використанням штатного жорсткого різцетримача в декілька раз.

### Мета

Отже актуальним питання є створення конструкції інструментального оснащення з орієнтованим центром жорсткості та методики визначення його пружних приведених параметрів. Запропонована автором конструкція різцетримача з орієнтованим центром жорсткості складається з комбінації пов'язаних між собою та певним чином орієнтованих пружних шарнірів. Основна задача проведеного теоретичного дослідження це визначення залежності приведених пружних параметрів інструментального оснащення від схеми розташування шарнірів та їх конструктивних параметрів. Отримані залежності та методика визначення приведених параметрів дозволить сформулювати схему конструкції інструментального оснащення із орієнтованим центром жорсткості для забезпечення певного значення його приведених пружних параметрів, а саме кут орієнтації головних осей жорсткостей  $\beta=20^\circ$  та співвідношення  $C_{\min}/C_{\max}=(0,75\dots 0,25)$ . В багатьох випадках з метою підвищення вібростійкості токарного верстата з незмінними пружними параметрами системи супорту є доцільним використання інструментального оснащення з фіксованим положенням центру жорсткості через наявну простоту конструкції.

### Дослідження

Важливою умовою у вирішенні задачі формування конструкції інструментального оснащення з орієнтованим центром жорсткості є досягнення максимально спрощеної конструкції при реалізації вихідних пружних параметрів оснащення. Простішим елементом з орієнтованою жорсткістю є оберտальна кінематична пара пружного циліндричного шарніру та жорсткої пластини прямокутного перерізу. Положення центру жорсткості пружної обертальної ланки співпадає із центром шарніру. Пружний шарнір розміщують в зоні защемлення жорсткої пластини шляхом виконання значного, по відношенню до основної частини пластини, звуження товщини поперечного перерізу, з метою визначення області концентрації пружних деформацій. Оскільки жорсткість пружної обертальної пари для кожної точки пластини є більшою в напрямку, що проходить через центр жорсткості вважаємо, що вісь максимальної жорсткості для кожної з послідовно з'єднаних між собою пружної обертальної ланки проходить через центри шарнірів. Пружні параметри обертальної пари визначаються в більшості жорсткістю самого шарніру, оскільки деформаціями згину пластини можна знехтувати через їх відносну малість. Коефіцієнт максимальної приведеної жорсткості в будь якій точці пластини обертальної пари визначається деформаціями розтягу та стиску шарніру, а приведена мінімальна жорсткість визначається кутовою жорсткістю при згині шарніру та величиною відстані до центру шарніру.

Оскільки для пружної системи супорту верстата розташування положення його центру жорсткості визначає такі основні пружні параметри як кут орієнтації головних осей жорсткості приведених до точки різання, та співвідношення максимальної й мінімальної жорсткостей, то зміна цих параметрів без перетворення самої конструкції супорту виконується за рахунок переорієнтації положення центру жорсткості системи із використанням додаткового інструментального оснащення. Для здійснення можливості зміни положення центру жорсткості системи супорту в широкому діапазоні запропоновано автором використання конструкції оснащення із використанням трьох пов'язаних між собою пружних обертальних ланок. Використання такої конструкції обумовлено перш за все зручністю визначення координат положення центру жорсткості системи інструментального оснащення ще на стадії її розробки. Методика визначення положення центру жорсткості системи оснащення із довільним набором пружних обертальних ланок базується на припущенні, що пружний шарнір при довільних навантаженнях здатен лише згинатися, тобто деформаціями системи пружної обертальної ланки при дії навантаження в напрямку до центру шарніру можна знехтувати, а самі пружні параметри ланки визначаються лише кутовою жорсткістю шарніру. Таке допущення є відносно точним, проте є справедливим щодо пружних характеристик обертальної ланки з фіксованим центром жорсткості, оскільки її максимальна жорсткість є набагато більшою від мінімальної. Через це визначення напрямку пружних деформації в будь якій точці віджимної частини оснащення можна пов'язати із рухом плоского шарнірного механізму. На рис. 1 представлена розрахункова схема визначення положення центру повороту для плоского чотириланкового механізму, який складається з кривошипів АВ та CD, що обертаються навколо вісі шарнірів в точках А, D відповідно. Шатун ВС шарнірно пов'язаний з двох кінців із кривошипами та здійснює обертальний рух відносно деякого центру повороту. При обертальному русі кривошипа АВ з кутовою швидкістю  $\omega$ , центр повороту шатуна ВС знаходиться на перетині перпендикулярів до напрямків векторів миттєвої швидкості довільних його двох точок.

Напрямок и величину вектора швидкості довільної точки механізму отримуємо з графічно побудованого плану швидкостей. Для кривошипу АВ миттєвий вектор швидкості кожної його точки визначається за напрямком перпендикулярно вісі, що проходить через центр шарніру А, та за величиною як добуток відстані від точки до центру шарніру та кутової частоти обертання кривошипу. Такий підхід використовуємо для визначення швидкості відносного руху для інших обертальних ланок механізму. Проведемо відносно нерухомого полюса Р вектор швидкості  $\vec{V}_B$  крайньої точки В кривошипу визначеної довжини в напрямку перпендикулярному до вісі АВ, та лінію, що перпендикулярна вісі кривошипу CD, яка визначає напрямок вектору швидкості точки С. Величина довжини вектору  $\vec{V}_C$  визначається відстанню між точкою перетину лінії

його напрямку та перпендикуляром до вісі шатуна BC проведеного з кінця вектора  $\vec{V}_B$  та полюсом. Вектор  $\vec{V}_N$  швидкості точки N середини вісі шатуна BC на плану швидкостей проходить через полюс та середину вже побудованого перпендикуляру до вісі шатуна. Для визначення координат центру повороту рухомого шатуна BC відобразимо на схемі механізму вектори швидкостей його точок B, N та C, точка перетину відкладених перпендикулярів до цих векторів є шуканим центром повороту.

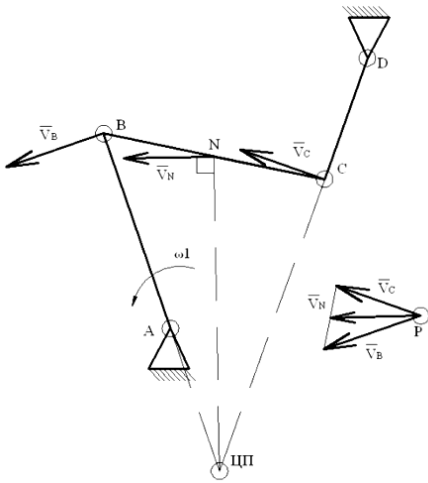


Рис. 1. Схема визначення положення центру повороту чотириланкового механізму

N визначає напрямок пружнодеформованого руху вершини ріжучого інструменту, а визначення напрямку вектору швидкості довільної точки L шатуна необхідна для визначення положення центру жорсткості. Точка різання та додаткова точка L знаходиться відносно один одного в горизонтальному напрямку вісі Y на деякій відстані LNL. Положення цих точок орієнтовано відносно центрів шарнірів шатуна B та C напрямними кутами  $\varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7$ , які в більшості визначаються розмірами та формою самої конструкції інструментального оснащення.

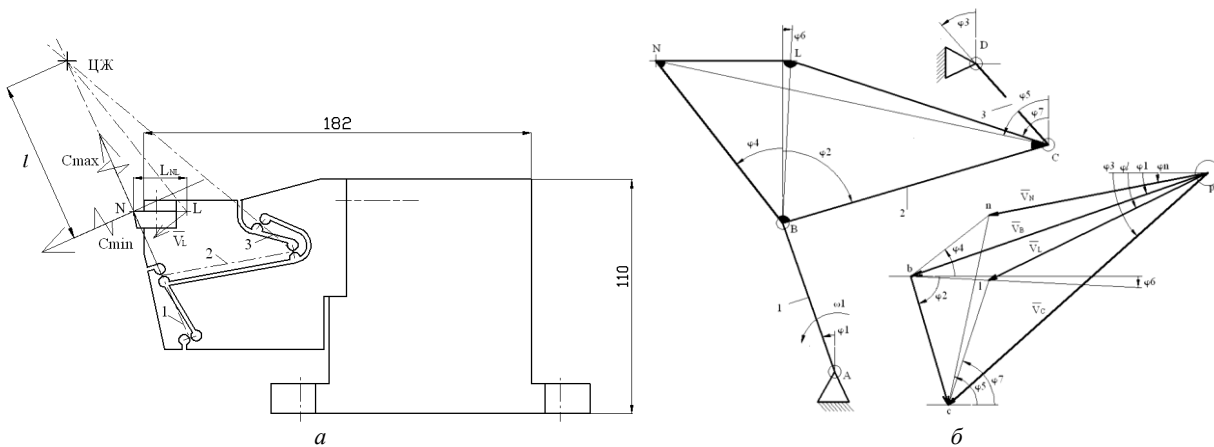


Рис. 2. Конструкція інструментального оснащення з орієнтованим положенням центру жорсткості а) та схема еквівалентного плоского механізму із планом швидкостей б)

Відносна орієнтація осей пружних обертельних пар різцетримача, що задаються кутами  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , визначає напрямки векторів швидкостей  $\vec{V}_n$  та  $\vec{V}_l$  точок шатуна N та L, напрямки цих векторів орієнтовані відносно горизонтальної вісі Y під кутами  $\varphi_n, \varphi_l$  відповідно. Вісь максимальної приведеної жорсткості пружної системи довільної точки віджимної частини оснащення проходить через її центр жорсткості, в перпендикулярному напрямку до цієї вісі жорсткість системи мінімальна та співпадає за напрямком із вектором пружних зміщень. Через це можна зробити допущення, що приведена головна вісь мінімальної жорсткості інструментального оснащення побудованого на відносно орієнтованих пружних обертельних ланок співпадає за напрямком із вектором миттєвої швидкості в цій точці еквівалентного плоского кривошипно-штанунного механізму. Еквівалентним за схемою плоским механізмом вважаємо механізм, в якому кінематичні ланки за розмірам та відносною орієнтацією є однаковими з пружними елементи конструкції оснащення. Отже приймаємо в розрахунках кут орієнтації головних осей жорсткості  $\beta$  приведених до точки різання N пружної системи інструментального оснащення, рівним куту  $\varphi_n$  напрямку вектору швидкості цієї ж точки

еквівалентного плоского механізму, значення цього кута розраховуємо виходячи із побудованого плану швидкостей за наступною залежністю:

$$\varphi_n(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = \arctg \left[ \frac{\sin(\varphi_1)(12,994 \operatorname{tg}(\varphi_2) - 7,502 - 11,262 \operatorname{tg}(\varphi_3) + \cos(\varphi_1) \operatorname{tg}(\varphi_3)(7,502 - \sqrt{3} \operatorname{tg}(\varphi_2)))}{\sin(\varphi_1)(12,994 - 3 \operatorname{tg}(\varphi_2)) + \cos(\varphi_1) \operatorname{tg}(\varphi_2)(3 \operatorname{tg}(\varphi_3) - 11,262) - \sqrt{3} \cos(\varphi_1) \operatorname{tg}(\varphi_3)} \right]. \quad (1)$$

Формула (1) справедлива у використанні для конструкції інструментального оснащення в якому точка різання орієнтована відносно шарнірів рухомого шатуна при певних значень конструкційних кутів  $\varphi_4=30^\circ$ ,  $\varphi_5=77^\circ$  та не належить осям пружних обертальних ланок. Попередньо розраховані значення кутів  $\varphi_n$ ,  $\varphi_l$  орієнтації напрямків векторів швидкостей пружного зміщення точок L та N дозволяють визначити координати положення центру жорсткості  $y_0, z_0$  системи оснащення за наступною залежністю:

$$y_0 = \frac{L_{NL} \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_1)}{\operatorname{ctg}(\varphi_1) - \operatorname{ctg}(\varphi_n)}, \quad z_0 = \frac{L_{NL}}{\operatorname{tg}(\varphi_1) - \operatorname{tg}(\varphi_n)},$$

де  $L_{NL}$  – відстань точки L до точки різання N. Відстань між точкою різання та центром жорсткості визначають за наступною залежністю:

$$l = \sqrt{y_0^2 + z_0^2} = L_{NL} \cdot \sqrt{\frac{\operatorname{ctg}(\varphi_1)^2 (\operatorname{ctg}(\varphi_n)^2 + 1)}{(\operatorname{ctg}(\varphi_1) - \operatorname{ctg}(\varphi_n))^2}},$$

При створенні конструкції інструментального оснащення з метою спрощення визначення координат положення центру жорсткості необхідним є забезпечення умови проходження пружної вісі пружної обертальної ланки 1 через точку різання, в такому випадку точкою центру жорсткості є перетин пружних осей ланок 1, 3, а вісь максимальної приведенної жорсткості є загальною із віссю ланки 1.

Важливими параметрами пружної системи, що впливають на вібростійкість обробки, окрім орієнтації головних осей жорсткості є забезпечення співвідношення значень параметрів жорсткостей  $C_{\min np} / C_{\max np} \approx 0,75 \dots 0,25$ . Значення параметрів жорсткостей можна розрахувати класичними методами для статично невизначених рам, проте більш зручний та точний шлях вирішення цієї задачі є метод скінчених елементів. При проектуванні інструментального оснащення з орієнованим центром жорсткості для приблизного прогнозування пружних параметрів  $C_{\min} / C_{\max}$  доцільним є пов'язування цих параметрів із величиною  $l$ , що є відстанню між положенням центру жорсткості та точкою приведення. Значення коефіцієнтів приведенної жорсткості  $C_{\min}$  та  $C_{\max}$  визначаються за наступними залежностями:

$$C_{\min np} = \frac{\frac{C_{кр}}{8l^2}}{\sin(\beta) \sqrt{\frac{\operatorname{ctg}(\beta)^2}{C_{0\min}^2} + \frac{1}{C_{0\max}^2}} \left[ \frac{1}{\sin(\beta) \sqrt{\frac{\operatorname{ctg}(\beta)^2}{C_{0\min}^2} + \frac{1}{C_{0\max}^2}}} + \frac{C_{кр}}{8l^2} \right]},$$

$$C_{\max \delta} = \frac{1}{\cos(\beta) \sqrt{\frac{\operatorname{tg}(\beta)^2}{C_{0\min}^2} + \frac{1}{C_{0\max}^2}}},$$

де  $C_{0\min}$ ,  $C_{0\max}$  – значення жорсткості по напрямках головних осей, точкою перетину яких є центр жорсткості пружної системи,  $C_{кр}$  – кутова жорсткість повороту різцетримача відносно центру жорсткості. Відобразимо залежність співвідношення параметрів жорсткості  $C_{\min np} / C_{\max np}$  як функцію відстані  $l$  графічно при наступних значеннях пружних параметрів: коефіцієнти жорсткості  $C_{0\min}=50$  Н/мкм,  $C_{0\max}=90$  Н/мкм,  $C_{кр}=60$  Н/(мкм·рад),  $\beta=(10^\circ, 20^\circ, 30^\circ)$ .

Наведені формули відображають зв'язок між пружними параметрами системи в площині перпендикулярній вісі деталі, які в двох ортогональних напрямках формують головні вісі з точкою перетину в центрі жорсткості, та приведеними параметрами в точці різання, що знаходиться на тій же площині та віддалена від центру жорсткості на відстані  $l$ . Експериментально визначені параметри максимальної  $C_{0\max}$  та мінімальної  $C_{0\min}$  жорсткостей системи та координати положення центру жорсткості за допомогою експериментального методу «пеленгації» приводять до точки різання з метою подальшого використання цих параметрів в математичному моделюванні процесу токарної обробки. Використання пружних приведених параметрів системи дозволяє розглядати коливальні рухи динамічної системи верстата в точці різання по двом ортогональним напрямкам, а саме напрямки приведених осей жорсткості, які враховують пружні деформації системи не тільки по головним осям жорсткості, а також й пружний поворот навколо центру жорсткості. В задачі визначення впливу орієнтації осей пружних обертальних ланок інструментального

оснащення на значення коефіцієнту мінімальної приведеної жорсткості доцільним є використання методів кінестатичного аналізу плоских механізмів. Відомо, що робота сили опору пружного механізму в будь якій його точці дорівнює сумі робіт сил опору згину кожного пружного шарніру. Використовуючи це правило виразимо в загальному вигляді значення приведених до точки різання дії сил опору в пружних шарнірах за формулою:

$$F_{np} = \sum_{i=1}^n (F_i \cdot V_i \cdot \cos(\overline{F_i}, \overline{V_i}) + M_i \cdot \omega_i) / V_{np}, \quad (2)$$

Значення сили опору  $F_i$  згину пружного шарніру в довільній точці обертальної ланки чисельно дорівнюють кутовій жорсткості шарніру поділеної на відстань між його центром та точкою приведення, та за напрямком ця сила співпадає з вектором миттєвої швидкостей  $V_i$  ланки в точці приведення. Значення коефіцієнту мінімальної жорсткості  $C_{min}$  оснащення в точці різання визначимо з формули (2) переписавши її відносно значень мінімальної жорсткості  $C_{min_i}$  кожного пружного шарніру при одиничному пружному зміщенні:

$$C_{min_{np}} = \sum_{i=1}^n (C_{min_i} \cdot V_i) / V_{np}, \quad (3)$$

В конструкції інструментального оснащення зі схемою чотириланкового механізму коефіцієнт мінімальної приведеної жорсткості визначається за наступним виразом:

$$C_{min_N} = C_{min_A} \cdot \frac{|V_B|}{|V_N|} + C_{min_B} \cdot \frac{|V_{bc}|}{|V_N|} + C_{min_C} \cdot \frac{|V_{cb}|}{|V_N|} + C_{min_D} \cdot \frac{|V_C|}{|V_N|} = C_{min_A} U_B + C_{min_B} \cdot U_{BC} + \dots$$

де  $C_{min_i}$  значення жорсткостей пружних шарнірів при згині в точках А,В,С,Д;  $|V_i|$  - модуль вектора швидкості в цих точках,  $U_i$  - передаточне число пружної ланки відносно точки приведення N.

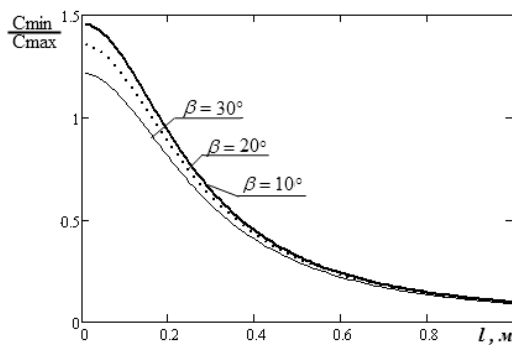


Рис. 3. Графік теоретичної залежності співвідношення значень коефіцієнтів приведених мінімальної  $C_{min}$  та максимальної  $C_{max}$  жорсткостей від відстані  $l$  між точкою різання та центром жорсткості різцетримача

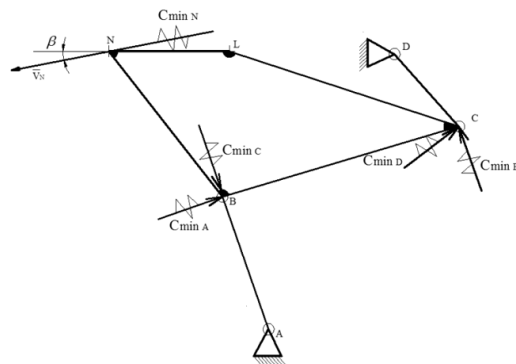


Рис. 4. Схема визначення приведеної мінімальної жорсткості інструментального оснащення

Отже значення та напрямок параметру мінімальної приведеної жорсткості системи оснащення пов'язаний із орієнтацією осей пружних обертальних ланок та кутовою жорсткістю кожного з пружних шарнірів, положення яких визначає центр жорсткості для обертальної ланки. Зазначимо також, що визначення зв'язку між співвідношенням приведених параметрів жорсткостей  $C_{min}/C_{max}$  інструментального оснащення та пружних параметрів шарнірів є складною задачею, в вирішенні якої рекомендовано використовувати чисельні методи скінчених елементів. Складність полягає в тому, що приведені параметри максимальної та мінімальної жорсткості інструментального оснащення враховують не тільки загальні види деформації в пружних шарнірах розтягу-стиску та згину, але й більш складні деформації здвигу та кручення. Оскільки складні види деформації не є основними при роботі пружних шарнірів, в приблизному визначенні пружних параметрів системи їх можна не враховувати. Також для визначення впливу на пружні параметри системи оснащення більш вагомим фактором як взаємна орієнтація осей пружних обертальних ланок вважаємо, що приведена жорсткість згину шарнірів є однаковою  $C_{min_A}=C_{min_B}=C_{min_C}=C_{min_D}=C_{min}$ . Величину співвідношення приведених до точки різання N параметрів жорсткостей  $C_{min_N}/C_{max_N}$  змінюємо лише за рахунок орієнтації осей пружних обертальних ланок та визначаємо за формулою :

$$\frac{C_{min_N}}{C_{max_N}} = \frac{C_{min}}{C_{max_N}} \sum U_i, \quad (4)$$

де параметри жорсткості окремо шарнірів  $C_{min}$  та приведена максимальна жорсткість інструментального оснащення  $C_{max_N}$  є постійними величинами.

Для інструментального оснащення в якому кути  $\phi_1, \phi_4$  є рівними та визначають кут орієнтації приведених головних осей жорсткості  $\beta$ , зміною кута  $\phi_3$  орієнтація вісі шарніру визначаємо положення центру жорсткості оснащення відносно точки різання на відстані  $l$  вздовж вісі максимальної його жорсткості. Сумарне значення передаточних коефіцієнтів кожної з пружної обертальної ланки  $\sum U_i$  в залежності від напрямків їх орієнтацій визначається за діаграмою (рис. 6). Представлені діаграми побудовані на основі аналізу плану швидкостей еквівалентного за схемою плоского кривошипно-шатуного механізму.

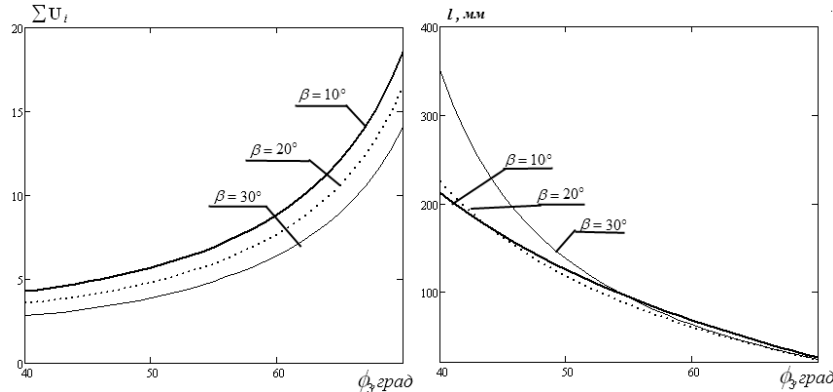


Рис. 5. Діаграми визначення положення центру жорсткості та сумарного передаточного коефіцієнту інструментального оснащення в залежності від орієнтації осей пружних обертальних ланок

Розглянемо будову пружної обертальної ланки, вона складається із жорсткої пластини довжиною  $L$ , шириною  $b$  та висотою профілю  $H$  та закріпленої на кінці пластини пружного шарніру, що дозволяє закріпленій жорсткій пластині здійснювати пружні обертальні зміщення навколо фіксованої вісі (рис.7). Пружний шарнір представляє собою значне локальне звуження висоти профілю жорсткої пластини, що технологічно виконується за рахунок розміщення двох отворів вздовж ширини пластини. Відстань між центрами отворів повинна бути більшою ніж сума їх радіусів на величину  $h_{min}$  мінімальної висоти профілю шарніру. Середина відрізка, що з'єднує центри отворів є точкою вісі шарніру, або фіксованим центром жорсткості пружної обертальної ланки. При послідовному між собою з'єднанні обертальних ланок, віссю для кожної ланки є пряма що проходить через центри пружних шарнірів. Для використання таких обертальних ланок в конструкції інструментального оснащення необхідним є визначення величини приведеної в точці пластини В жорсткості при згині  $C_{кр}$  розташованої на відстані  $L$  від центру шарніру. За розрахунковою схемою рис.7, приведена жорсткість згину шарніру в точці В визначається за формулою:  $C_{кр} = M / \theta$ ;

$C_{min} = P / \Delta y = P / \operatorname{tg}(\theta)L = P \cdot C_{кр} / (M \cdot L) = C_{кр} / L^2$ , де  $\theta$  – кут повороту шарніру при згині в ділянці шарніру ОА. Оскільки величина деформацій згину в шарніру обертальної кінематичної ланки є незначною, приймаємо допущення  $\theta \approx \operatorname{tg}(\theta)$ , для  $\theta \leq 0.1^\circ$ .

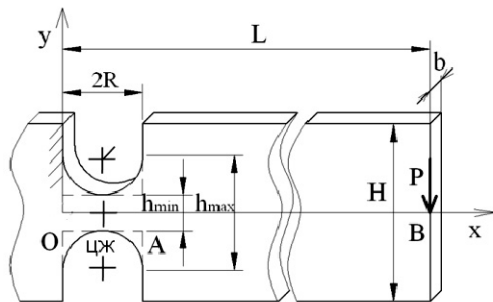


Рис. 6. Схема визначення приведеної жорсткості пружного обертальної ланки при згині

При визначенні кута повороту  $\theta$  пружної вісі шарніру в точці А при деформації згину від навантаження  $P$  у віддаленій точці В, необхідним є врахування зміни висоти профілю шарніру по радіусу  $R=0,5(h_{max}-h_{min})$  виконаних отворів. Рівняння пружної вісі шарніру в ділянці ОА є диференціальним рівнянням другого порядку по змінній  $x$  - координаті довжини вісі шарніру:

$$EJ_z(x) \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x), \quad (5)$$

де  $J_z(x)$  – момент інерції перетину шарніру, як змінна функція від координати  $x$ , що залежить від змінної по довжині кола

отворів висоти ( $h_{min} \sim h_{max}$ ) профілю звуженої частини. Момент інерції шарніру визначимо як функцію зміни висоти перетину шарніру  $h(x)$ :

$$J_z(x) = \frac{b \cdot h \cdot (x)^3}{12},$$

$$h(x) = h_{max} - \sqrt{(h_{max} - h_{min})^2 - 4 \left( x - \frac{h_{max} - h_{min}}{2} \right)^2},$$

де  $h_{min}, h_{max}$  - відповідно мінімальне та максимальне значення висоти перетину пружного шарніру на ділянці ОА.

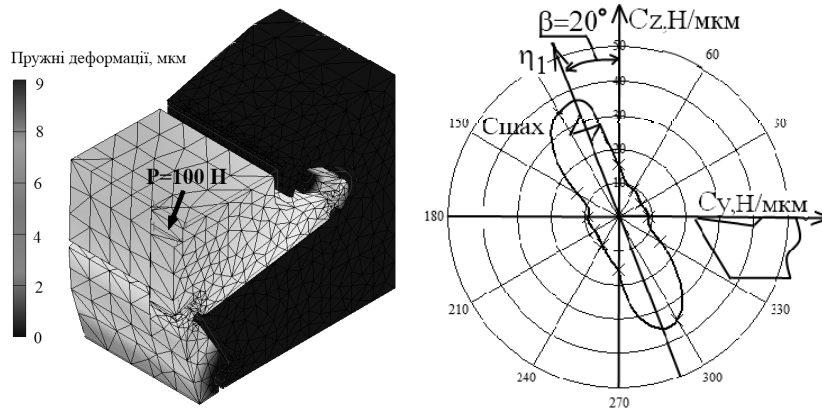


Рис. 7. Скінченно-елементна модель та розрахунковий «еліпс жорсткості» інструментального оснащення з орієнтованим центром жорсткості

Проінтегруємо рівняння 5 по змінній координаті  $x$  та одержимо рівняння визначення кута прогину пружної вісі шарніру:

$$\dot{y}(x) = \text{tg}(\theta(x)) = \int \frac{M_z(x)}{EJ_z(x)} dx + C = \int \frac{P \cdot x - P \cdot L}{EJ_z(x)} dx + C = \frac{P \cdot x^2}{2EJ_z(x)} - \frac{P \cdot L \cdot x}{EJ_z(x)} + C \quad (6)$$

Постійна інтегрування  $C=0$ , оскільки в точці защемлення  $O$  кут прогину  $\theta(0)=0$ . В багатьох конструкційних реалізаціях шарнірів довжина  $2R$  ділянки  $OA$  є набагато меншою загальної довжини всієї пружної обертальної ланки  $L$ , тому для спрощення виразу 6 та через відносну малість, значенням першого доданку  $P \cdot x^2 / (2EJ_z(x))$ , що характеризує зміну згинального моменту  $M_{OA}(x)$  на цій ділянці, можна не враховувати, а значення діючого згинального моменту на ділянці вважаємо постійною величиною  $M_{OA}=-PL$ . Приведена жорсткість пружної обертальної ланки в точці  $B$  у такому випадку визначається за наступною формулою:

$$C_{\min} = \frac{P}{\text{tg}(\theta) \cdot L} = \frac{EJ_z(x)}{L^2 \cdot \delta x} \quad (7)$$

З метою уточнення розрахунків визначення впливу орієнтації осей пружних шарнірів на приведені пружні характеристики інструментального оснащення в САПР системі Autodesk Inventor 2012 проведено аналіз пружно-деформованого стану віджимної частини оснащення методом скінченних елементів. За побудованими моделями було визначено жорсткість в точці приведення  $N$  при наступних змінних значень кутів  $\phi_1=\phi_4=10^\circ; 20^\circ; 30^\circ$ , та  $\phi_3=30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ$ .

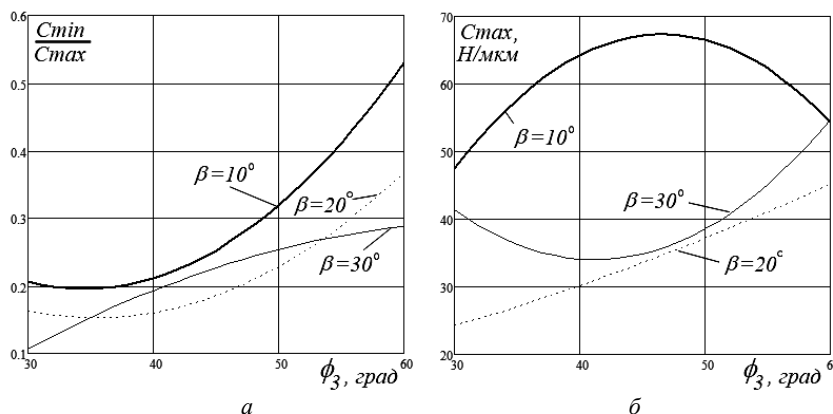


Рис. 8. Експериментальна діаграма визначення приведених пружних параметрів інструментального оснащення в залежності від орієнтації осей пружних обертальних ланок, а саме: а) співвідношення приведених параметрів жорсткостей  $C_{\min}/C_{\max}$  в точці різання; б) максимальної приведеної жорсткості  $C_{\max}$

Результати моделювання пружно-деформованого стану віджимної частини конструкції інструментального оснащення лише уточнюють залежності зміни величини співвідношення приведених параметрів жорсткості рис. 3  $C_{\min N}/C_{\max N}$  від орієнтації осей пружних обертальних ланок 1,3, що отримані за допомогою розглянутої методики кінестатичного аналізу еквівалентного плоского механізму. Моделювання пружно-деформованого стану віджимної частини додатково виявило, що зміна орієнтації осей пружних обертальних ланок впливають не тільки на співвідношення  $C_{\min N}/C_{\max N}$ , але й на значення самих коефіцієнтів жорсткості. Проте значення приведеної жорсткості без зміни встановленого співвідношення  $C_{\min N}/C_{\max N}$

пропорційно залежить від ширини  $b$  віджимної частини інструментального оснащення. Також виявлено, що збільшення кута в межах  $\varphi_3 \geq 60^\circ$  призводить до збільшення кута  $\beta$  орієнтації приведених осей жорсткості, що не враховувалось в розрахунках запропонованої методики.

### Висновки

Отже при проектуванні віджимної частини інструментального оснащення з орієнтованим центром жорсткості, конструкція якого виконана шляхом поєднання між собою орієнтованих пружних обертальних ланок першочерговою задачею є визначення приведених параметрів пружної системи. Запропонована методика кінестатичного аналізу еквівалентного плоского механізму дозволяє зручним шляхом визначити схему розміщення та орієнтацію пружних обертальних ланок для встановлення необхідних пружних приведених параметрів віджимної частини інструментального оснащення. Методика базується на інтерпретації можливих максимальних пружних деформацій в конструкції інструментального оснащення з рухом, подібного за схемою, плоского механізму. Подібний підхід до аналізу конструкції інструментального оснащення дозволяє ще на рівні вибору схеми конструкції спрогнозувати координати можливого положення центру жорсткості та орієнтації приведених головних осей жорсткості пружної системи оснащення. Для визначення більш точних значень приведених пружних параметрів системи інструментального оснащення рекомендовано додатково проводити аналіз пружно-деформованого стану системи методами скінчених елементів.

*Аннотація.* Представлена методика расчёта приведенных упругих параметров конструкции инструментальной оснастки с ориентированным положением центра жесткости. Представлены теоретические зависимости определения упругих параметров системы оснастки, а именно угла ориентации осей жесткости и соотношения значений максимальной и минимальной жесткости от выбора углов ориентации упругих вращающихся звеньев отжимной части конструкции. Выполнен анализ методом конечных элементов упруго-деформационного состояния конструкции с целью уточнения полученных результатов расчета, по предложенной методике, упругих параметров системы.

*Ключевые слова:* виброустойчивость, инструментальная оснастка, токарная обработка, динамика станков.

*Abstract.* Proposed the method of calculation reduced elastic parameters of designed construction of toolholder with oriented center of rigidity. The use of toolholder with oriented center of rigidity can increase vibration turning by reducing the negative influences of coordinate bond between the cutting tool motion in the plane normal to the machined surface and cutting process. As a result of theoretical study of elastic parameters of elastic part of equipment which provided in the form of theoretical dependence, the dependence between the angles defining the orientation of series connected three elastic rotational parts of construction equipment, with the coordinates of the center position of center rigidity of the system. The theoretical dependence of the definition reduced elastic parameters of the system equipment, such as angle of orientation of the axes of stiffness and the ratio between maximum and minimum values of the stiffness of the coordinate position of the center of rigidity. Proposed scheme for study of elastic deformations of elastic rotational parts and provided the theoretical dependence of the definition of the reduced stiffness of the toolholders system. The finite element method for analysis reduced elastic parameters of designed construction of toolholder was performed only to clarify parameters which obtained by the proposed method

*Keywords:* vibration, toolholder, lathe work, the dynamics of machines.

1. Кудинов В.А. Динамика станков. - М.: Машиностроение, 1967. -360с.
2. Иржи Тлустый Автоколебания в металлорежущих станках. -М.: Mashgiz, 1956.
3. Орликов М.Л. Динамика станков: Учеб. пособие для вузов.-Киев: Вища школа,1980. – 256 с.
4. Орликов М.Л., Суховий Б.Ф. Резцедержатель с регулируемым эллипсом жесткости. – Технология и организация производства, 1973. № 10. – с. 35 – 37.
5. Сунік Г.П., Ланда Г.Л. Повышение устойчивости врезного точения // Станки и инструмент.-1985.- N 7.-С.24-25.
6. Пат. України на корисну модель № 21427: МПК В23В 29/03/ РізцетримачШевченко О.В., Вакуленко С.В., Дюмін В.А. Опуб. 15.03.2007, Бюл. № 3. – 3 с.

### REFERENCES

1. Kudinov V.A. Dinamika stankov (Dynamics of machines), Moscow: Mashinostroenie, 1967, 360 p.
2. Irzhi Tlustyj Avtokolebanija v metallorezhuwih stankah (Self-oscillations in metal-cutting machines), Moscow: Mashgiz, 1956.
3. Orlikov M.L. Dinamika stankov (Dynamics of machines), Kyiv: Viwa shkola,1980, 256 p.
4. Orlikov M.L., Suhovij B.F. Tehnologija i organizacija proizvodstva (Technology and production organization), 1973, no. 10, p. 35 – 37.
5. Sunik G.P., Landa G.L. Stanki i instrument (Machines and tools), 1985, N 7, p.24-25.
6. Shevchenko O.V., Vakulenko S.V., Djumin V.A. Rizcetrinach (Toolholder). Patent Ukraine no 21427, 15.03.2007.