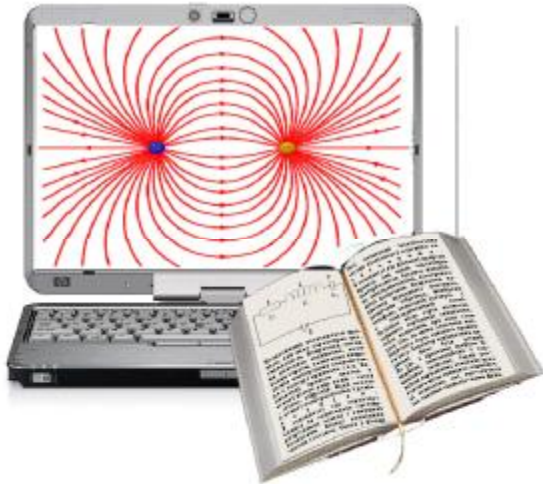


**Міністерство оборони України
Військовий інститут телекомунікацій
та інформатизації НТУУ „КПІ”**

Сусь Б. А., Заболотний В. Ф., Мислицька Н. А.

Електрика

Навчальний посібник
для самостійної роботи студентів
з мультимедійними додатками
в електронному представленні



Київ – 2012

**УДК 537
С904**

Сусь Б.А., Заболотний В.Ф., Мисліцька Н.А. Електрика: навчальний посібник для самостійної роботи студентів, видання третє, доповнене, в електронному представленні з мультимедійними додатками. – Київ: НТУУ «КПІ», 2012. – 148 с.

Посібник є третє видання частини курсу загальної фізики, що читається у Військовому інституті телекомунікацій і інформатизації Національного технічного університету України «КПІ». Вирізняється професійною орієнтованістю, містить приклади застосування фізичних явищ у радіотехніці, контрольні питання. Особливістю посібника є те, що він має електронний варіант, який крім того, що текстово відповідає друкованому, доповнений мультимедійними презентаціями навчального матеріалу з метою надання можливості студентам детального послідовного розгляду складних доведень, наочного представлення фізичних явищ і процесів шляхом перегляду динамічних комп'ютерних моделей, анімацій або відеозйомок демонстраційного експерименту, ознайомлення з життям і науковою діяльністю вчених тощо. Особливістю посібника є також те, що ряд питань фізики розглядаються нетрадиційно. Призначений для самостійної роботи курсантів під час лекційних занять, а також для самопідготовки. Може бути використаний як навчальний посібник для студентів радіотехнічних спеціальностей.

Рецензенти:

Сиротюк Володимир Дмитрович – завідувач кафедри теорії та методики викладання фізики і астрономії Національного педагогічного університету імені Михайла Драгоманова, доктор педагогічних наук, професор.

Козлакова Галина Олексіївна – Головний науковий співробітник відділу теорії та методології природничої і інженерної освіти Інституту вищої освіти АПН України доктор педагогічних наук, професор

Субач Ігор Юрійович – начальник кафедри № 21 ВІТІ НТУУ «КПІ», доктор технічних наук.

Друкується за рішенням вченої ради ВІТІ НТУУ «КПІ», протокол № 11 від 27.03. 2012 року.

Рекомендовано МОНМС України
як навчальний посібник для студентів вищої технічної школи
(гриф за №1/11-17564 від 12.11.2012 р.)

bogdansus@gmail.com

Зміст

Передмова	6
Символи гіперпосилань.....	8

Тема 1. Електричне поле	9
1.1. Електричні явища. Електричні поля.....	9
1.2. Електрична взаємодія. Закон Кулона.....	10
1.3. Принцип суперпозиції полів	13
1.4. Потік вектора напруженості і вектора зміщення електричного поля.....	15
Тема 2. Теорема Остроградського-Гаусса та її застосування для розрахунку електричних полів	18
2.1. Теорема Остроградського-Гаусса.....	18
2.2. Рівняння Пуассона.....	25
2.3. Розрахунок напруженості поля безмежної рівномірно зарядженої площини.....	27
2.4. Розрахунок електричного поля плоского конденсатора	30
2.5. Розрахунок напруженості поля, створеного рівномірно зарядженим нескінченно довгим циліндром.....	31
2.6. Визначення напруженості поля поблизу поверхні зарядженого провідника.....	33
Тема 3. Робота сил електричного поля. Потенціал	35
3.1. Робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду. Циркуляція вектора напруженості	35
3.2. Енергія взаємодії точкових зарядів. Потенціал...	38
3.3. Різниця потенціалів	42
3.4. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля.....	45
3.5. Рівняння Лапласа	49
Тема. 4. Діелектрики в електричному полі	51
4.1. Поняття про провідники, діелектрики і напівпровідники.....	51
4.2. Електричний диполь в електричному полі	52
4.3. Поляризація діелектриків. Типи поляризації	57
4.4. Вектор поляризації. Діелектрична сприйнятливість	61

4.5. Електричне поле всередині діелектрика. Діелектрична проникність	63
4.6. Зміна електричного поля на границі двох діелектриків	67
Тема 5. Особливі властивості деяких Діелектриків	72
5.1. Сегнетоелектрики	72
5.2. П'єзоелектрики	76
3. 3. Електрети.....	80
Тема 6. Провідники в електричному полі	82
6.1. Розподіл надлишкових зарядів, напруженості і потенціалу в провіднику.....	82
6.2. Провідник в електричному полі. Захист від Електричних полів	86
6.3. Електроємність провідників. Конденсатори.....	88
6.4. Приклади розрахунку ємності конденсаторів	91
Тема 7. Енергія електричного поля	95
7.1. Енергія системи зарядів.....	95
7.2. Енергія зарядженого провідника.....	98
7.3. Енергія зарядженого конденсатора.....	100
7.4. Енергія електричного поля. Об'ємна густина енергії електричного поля.....	101
7.5. Приклад розрахунку енергії електричного поля...	103
Тема 8. Постійний електричний струм	105
8.1. Електричний струм і його види. Струм Провідності.....	105
8.2. Закон Ома для однорідної ділянки електричного кола в інтегральній і диференціальній формах.....	110
8.3. Електрорушійна сила і різниця потенціалів.....	112
8.4. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола.....	115
8.5. Розгалужені електричні кола. Правила Кірхгофа..	118
Тема 9. Класична теорія електропровідності Металів	122

9.1. Основні положення теорії.....	122
9.2. Закон Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності.....	124
9.3. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії.....	127
9.4. Поняття про теплові шуми в елементах апаратури зв'язку	128
10. Струм у газах (газовий розряд)	130
10.1. Види газового розряду.....	130
10.2. Несамостійний газовий розряд.....	131
10.3. Самостійний газовий розряд	133
10.4. Газорозрядна плазма.....	137
10.5. Застосування газового розряду в електро- і радіотехніці	138
Електронне забезпечення наочності.....	143

Передмова

Даний посібник є частиною курсу загальної фізики, що викладається у ВІПІ НТУУ “КПІ”. Виданий також аналогічний курс лекцій "Коливання і хвилі". Крім текстів лекцій з навчальних питань, які покладені в основу посібника, він містить проблемні і контрольні питання, відзначається професійно-прикладною орієнтованістю. Особливістю посібника є те, що він призначений для самостійної роботи як під час самопідготовки, так і на лекційних заняттях за авторською методикою, ідея якої в тому, що під час першої години лекційних занять студенти (курсанти) працюють над готовими друкованими текстами лекцій, а далі впродовж другої години слухають лектора, який викладає цей матеріал, уже первинно опрацьований курсантами. Причому, це можна робити в дещо прискореному темпі, оскільки конспектувати не потрібно – лекційний матеріал є повному обсязі надрукований. Можна вільно, за допомогою

комп'ютера, демонструвати доведення формул, давати необхідні ілюстрації, показувати експерименти тощо. При цьому розуміння і сприйняття інформації помітно підвищуються.

Особливістю даного посібника є також те, що ряд питань фізики викладено нетрадиційно. Робота над навчальним матеріалом показала, що такі питання як теорема Остроградського-Гаусса і її застосування для розрахунку електричних полів, закон Ома для неоднорідної ділянки кола, теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції традиційно розглядаються не зовсім коректно. Наприклад, при розрахунку напруженості електричного поля зарядженої площини за допомогою теореми Остроградського-Гаусса замкненою поверхнею охоплюється лише частина заряду площини, що суперечить змісту теореми, бо згідно з теоремою, замкненою поверхнею треба оточити увесь заряд, що створює електричне поле.

Так само при розрахунку поля, що створюється зарядженою ниткою чи циліндричним стержнем. Нетрадиційний розгляд зазначених питань враховує помічені некоректності.









Навчальний посібник «Електрика» представлений також в електронному варіанті, що дало можливість наповнити його мультимедійними презентаціями навчального матеріалу, наочного представлення фізичних явищ і процесів за допомогою комп'ютерних моделей, анімацій, відеоз'йомок демонстраційних експериментів, ознайомлення з життям і науковою діяльністю вчених тощо. Причому, доступ до мультимедійних матеріалів максимально полегшений за допомогою гіперпосилань, які розміщені на полях сторінок, де описується відповідне питання.

Електронний варіант посібника розміщений на сайті кафедри загальної і теоретичної фізики Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут":

<http://zif.kpi.ua> (Викладачі, Сусь Б. А.)

В електронному навчальному посібнику «Електрика» частина довідкової інформації і наочного забезпечення (сегнетоелектрики, п'єзоелектрики, діелектрики в електричному полі та інші) використані із www.wikipedia.org та інших інтернет-ресурсів вільного доступу.

Символи гіперпосилань

Історична довідка	
Ілюстрація, фото, рисунок	 рис.1
Анімація	
Довідкові матеріали, енциклопедія	
Демонстрація	
Біографічні відомості	
Виведення формул	
Відеофільм	

Тема 1. Електричне поле

Питання теми

- 1.1. Електричні явища. Електричні поля.
- 1.2. Електрична взаємодія. Закон Кулона.
- 1.3. Принцип суперпозиції полів.
- 1.4. Потік вектора напруженості і вектора зміщення електричного поля.

1.1. Електричні явища. Електричні поля

Електричні явища здавна відомі людині: блискавка – електричний розряд між хмарами чи між хмарию і землею, свічення загострених предметів у передгроззя (вогні святлого Ельма на мачтах кораблів), притягування клаптиків паперу натертим бурштином, електризація шовкової тканини внаслідок тертя. Слово електрика походить від слова електрон – так грецькою називається закам'яніла смола бурштин (янтар). Вважається, що в природі існують заряди, які створюють навколо себе електричні поля, через які заряджені тіла взаємодіють – притягуються чи відштовхуються. Ми будемо користуватися цими поняттями, хоча встановити наявність заряду як чогось виокремленого не вдалося – заряд завжди пов'язаний з масою. Нам невідомо, що являє собою електричне поле – чи то певне середовище в просторі, чи може потік якихось частинок. Але достеменно відомо, що навколо заряджених тіл воно існує. Електричне поле є також складовою так званого електромагнітного поля – електромагнітних хвиль, зокрема світла.

Нати
сніть
на
символ



29Kulon.pdf

1.2. Електрична взаємодія. Закон Кулона

У природі існує два роди електрики – додатні і від’ємні заряди. Носіями елементарних від’ємних зарядів є електрони ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$), а додатних – протони. Заряд протона за величиною рівний заряду електрона. Заряди між собою взаємодіють через **електричні поля**, створені навколо електричними зарядами: різнойменні притягуються, а однойменні відштовхуються.

Розглянемо взаємодію двох точкових зарядів. Нехай точковий заряд q у вакуумі створює навколо себе електричне поле (рис. 1.1).

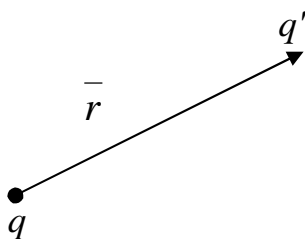


Рис. 1.1

Помістимо в деяку точку цього поля на відстані r інший пробний точковий заряд q' . На цей заряд q' з боку заряду q буде діяти сила, величина якої визначається законом Кулона.

У системі *SI* закон Кулона має вигляд:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2}. \quad (1)$$

Оскільки сила – вектор, то закон Кулона у векторному вигляді можна записати:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (2)$$

Нати
снить
на
символ



01Indyk.flv



02lindyk.flv



29Kulon.pdf

Тут $\frac{\vec{r}}{r}$ одиничний вектор, який і визначає напрям сили; $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала.

Зазначимо, що закон Кулона справедливий тільки для **ТОЧКОВИХ** зарядів

Напруженість електричного поля. Згідно з (1), чим більша величина q' , тим більша діюча на нього сила, однак відношення сили F до величини пробного заряду q' залишається незмінним (від q' не залежить) і є характеристикою поля, що дістала назву напруженості:

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (3)$$

Напруженість – це так звана силова характеристика поля, бо вона визначається через силу.

У векторному вигляді напруженість поля точкового заряду

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (4)$$

Як бачимо, напруженість поля \vec{E} співпадає з напрямком сили, що діє на пробний заряд q' у даній точці з боку заряду q . Якщо заряд q додатний,

то ця сила направлена від заряду вздовж радіус-вектора (рис. 1.2а). Коли ж заряд q від'ємний, то сила на пробний заряд діятиме в сторону заряду q (рис. 1.2б).

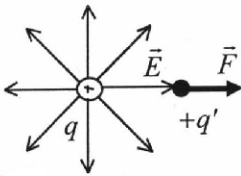


Рис. 1.2а

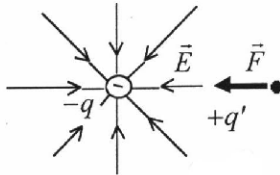


Рис. 1.2б

Натисніть на символ



03P_cyl.flv

Лінії, вздовж яких напрямлений вектор \vec{F} , називаються **лініями напруженості** або **силовими лініями**. Лінії напруженості проводяться таким чином, що в кожній точці дотична до них співпадала з вектором \vec{E} .

За допомогою **ліній напруженості (силових ліній)** можна представити величину електричного поля – чим густіше йдуть лінії, тим більше поле. **Густота ліній – це кількість ліній, які проходять через одиницю поверхні, перпендикулярну до цих ліній** (рис. 1.3). Тому прийнято **напруженість поля характеризувати густотою ліній**:



04P_sf.flv

$$\langle \text{густота ліній} \rangle = |E|. \quad (4)$$

Лінії напруженості проводять так, щоб їх густота чисельно дорівнювала напруженості поля.

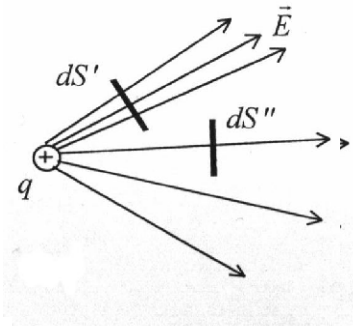


Рис. 1.3

Наприклад, через одиничний елемент площини $dS' = 1$ проходить більше ліній, ніж через такий самий елемент $dS'' = 1$ в іншій точці простору.

**Величина
напруженості
електричного поля
чисельно дорівнює
густоті ліній
напруженості**

1.3. Принцип суперпозиції полів

Однією з найважливіших властивостей електричних полів є принцип **накладання** або **принцип суперпозиції**. Якщо, наприклад, пробний заряд знаходиться в полі декількох зарядів, то сила, яка діє на нього, дорівнює векторній сумі сил полів цих зарядів, що діють зокрема. Тому принцип суперпозиції можна сформулювати так:

вектор напруженості результуючого електрич-

ного поля дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створює кожен із зарядів системи зокрема:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_k = \sum_{i=1}^k \vec{E}_i. \quad (5)$$

Принцип суперпозиції дає можливість розраховувати електричні поля системи нерухомих зарядів, розглядаючи їх як сукупність точкових зарядів. На рис. 1.4 зображено силові лінії для системи зарядів $+q$ і $-q$, як результат суперпозиції.

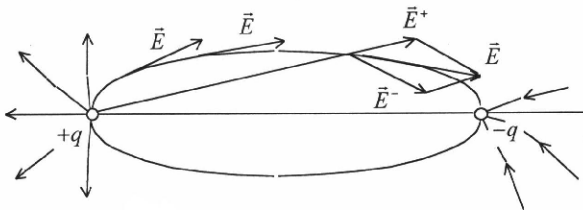


Рис. 1.4

Поряд з вектором \vec{E} для опису електричного поля в діелектриках вводиться поняття **електричної індукції** або **вектора електричного зміщення**:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (6)$$

де ϵ – діелектрична проникність. Для вакууму $\epsilon = 1$ і $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$.

Натисніть на символ



05Pol2sf.flv

1.4. Потік вектора напруженості і вектора зміщення електричного поля

Потік вектора \vec{E} – це кількість ліній напруженості dN , що проходять через перпендикулярну поверхню dS_n , яка характеризується нормаллю \vec{n} – одиничним вектором, перпендикулярним до елемента площини (рис. 1.5).

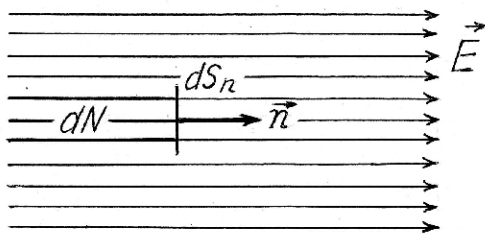


Рис. 1.5.

Якщо вектор \vec{n} паралельний до \vec{E} , то

$$dN = E dS_n. \quad (7)$$

де E – густина ліній, dS – поверхня, через яку ці лінії проходять.

В загальному випадку потік залежить від орієнтації поверхні (рис. 1.6).

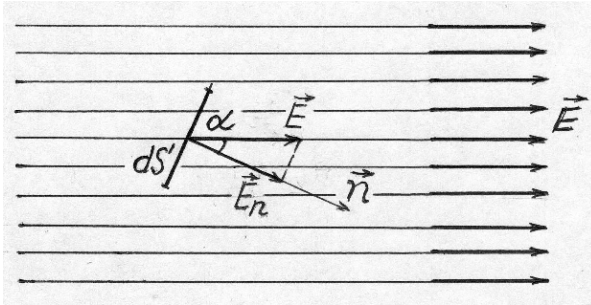


Рис. 1.6

. Якщо поверхня dS орієнтована відносно вектора \vec{E} під кутом α , то можна записати:

$$dN = E dS \cos \alpha = E \cos \alpha dS$$

чи
$$dN = E_n dS, \quad (9)$$

де
$$E_n = E \cos \alpha \quad (10)$$

– складова поля в напрямку нормалі \vec{n} .

Якщо поле неоднорідне, то через різні ділянки поверхні S проходить різна кількість силових ліній (рис. 1.7).

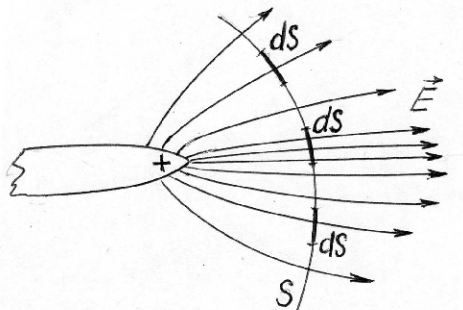


Рис. 1.7

Тоді загальний потік вектора напруженості

$$N_E = \int_S E_n dS \quad (11)$$

або для вектора електричного зміщення

$$N_D = \int_S D_n dS \quad (12)$$

Розрахунок потоку вектора \vec{E} (чи вектора \vec{D}) через замкнену поверхню дає можливість знайти напруженість електричного поля. Це робиться за допомогою теореми Остроградського-Гаусса, що є предметом розгляду наступної теми.

Питання для контролю:

1. Що таке електричне поле ? Якими величинами воно характеризується ?
2. У чому полягає принцип суперпозиції електричних полів ?
3. Дати визначення напруженості електричного поля.
4. Що таке лінії напруженості електричного поля? Що характеризує густина ліній напруженості ?
5. Що таке вектор електричного зміщення ? Як він пов'язаний з вектором напруженості електричного поля ?
6. Що таке потік вектора напруженості або вектора електричного зміщення ?

Допоміжна література

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2.
– Москва: Наука, 1978, § 5, 13, 14.

Тема 2. Теорема Остроградського-Гаусса та її застосування для розрахунку електричних полів

Питання теми

- 2.1. Теорема Остроградського-Гаусса.
- 2.2. Рівняння Пуассона.
- 2.3. Розрахунок напруженості поля безмежної рівномірно зарядженої площини.
- 2.4. Розрахунок електричного поля плоского конденсатора.
- 2.5. Розрахунок напруженості поля, створеного рівномірно зарядженим нескінченно довгим циліндром.
- 2.6. Визначення напруженості поля поблизу поверхні зарядженого провідника.

2.1. Теорема Остроградського-Гаусса

Теорема Остроградського-Гаусса виражає потік вектора напруженості \vec{E} (чи потік вектора електричного зміщення \vec{D}) через довільну замкнену поверхню, що охоплює заряд.

Щоб довести теорему, точковий заряд q обхопимо замкненою сферичною поверхню S (рис. 2.1).

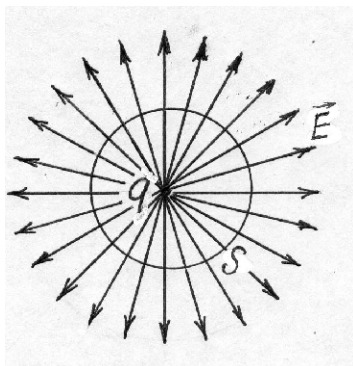


Рис. 2.1

Натисніть
на символ



49Ostr.pdf



32Ostr.flv



37patricio.pdf



09T_Ostr.swf

Напруженість електричного поля, створеного точковим зарядом на поверхні S ,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (1)$$

Знайдемо потік вектора напруженості через усю поверхню сфери, яка охоплює заряд q . Потік через елемент поверхні dS

$$dN = E_n dS.$$

Потік через усю поверхню

$$N = \oint_S E_n dS. \quad (2)$$

Оскільки лінії напруженості перпендикулярні до поверхні, то $E = E_n$ і формулу (2) запишемо:

$$\begin{aligned} N &= \oint_S E dS = \int_S \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \right] dS = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \oint_S dS. \end{aligned} \quad (3)$$

Інтеграл по всій поверхні дорівнює площі сфери:

$$\oint_S dS = 4\pi r^2. \quad (4)$$

Тому (3) запишемо:

$$N = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \iint_S dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2$$

або

$$N = \iint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (5)$$

Тобто, створений зарядом q потік N вектора напруженості поля \vec{E} через замкнену поверхню S , що охоплює цей заряд, дорівнює величині цього заряду, діленій на ϵ_0 . Причому, не має значення, де саме всередині замкненої поверхні міститься заряд і яку форму має поверхня. На рис. 2.2 видно, що від зміни положення заряду і форми поверхні, кількість ліній, які пронизують поверхню, не змінюється.

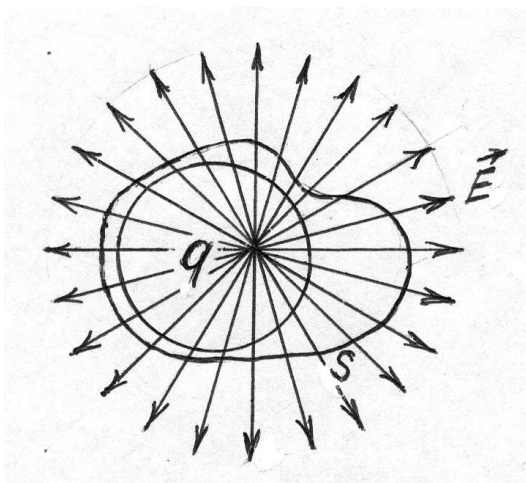


Рис. 2.2.

Ми розглянули потік вектора напруженості через замкнену поверхню, який створюється одним точковим зарядом. Однак всередині замкненої поверхні може бути декілька зарядів q_1, q_2, q_k і кожен з них буде створювати своє поле в деякій точці A поверхні S (рис. 2.3).

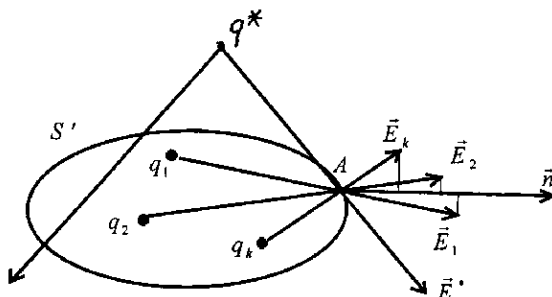


Рис. 2.3

У цьому випадку в точці A , згідно з формулою (5), для кожного заряду q_i можемо записати:

$$\begin{aligned} \iint_S E_{n_1} dS &= \frac{q_1}{\epsilon_0}; \\ \iint_S E_{n_2} dS &= \frac{q_2}{\epsilon_0}; \\ \dots\dots\dots & \\ \iint_S E_{n_k} dS &= \frac{q_k}{\epsilon_0}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $E_{n_1}, E_{n_2}, \dots, E_{n_k}$ – проєкції векторів \vec{E} на нормаль \vec{n} . Додавши ліві і праві сторони (7), матимемо:

$$\oiint_S (E_{n_1} + E_{n_2} + \dots + E_{n_k}) dS = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_k}{\epsilon_0}. \quad (7)$$

Проекції $E_{n_1}, E_{n_2} \dots E_{n_k}$ додаються і дорівнюють проекції E_n результуючого вектора \vec{E} на нормаль

$$\vec{n}: \quad E_{n_1} + E_{n_2} + \dots + E_{n_k} = E_n. \quad (8)$$

В результаті (8) можемо записати:

$$\boxed{\oiint_S E_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}.} \quad (9)$$

Це і є **теорема Остроградського-Гауса**, яка формулюється таким чином: **потік вектора напруженості через замкнену поверхню, створений зарядами, які знаходяться всередині поверхні, рівний алгебраїчній сумі цих зарядів, ділений на ϵ_0 .**

Зауважимо, що формула (9) виведена для випадку, коли заряди у вакуумі. У діелектричному середовищі з діелектричною проникністю ϵ слід враховувати його поляризацію і теорема Остроградського-Гауса матиме вид:

$$\boxed{\oiint_S E_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon \epsilon_0}.} \quad (10)$$

Якщо ж для характеристики поля скористатися вектором електричного зміщення (електростатичною індукцією) $\underline{D} = \epsilon \epsilon_0 \underline{E}$, то теорема Остроград-

ського-Гаусса запишеться простіше:

$$\oint_S D_n dS = \sum_i q_i, \quad (10 a)$$

Таким чином, теорема Остроградського-Гаусса враховує тільки заряди, що всередині замкненої поверхні.

**Теорема
Остроградського-Гаусса
враховує поле тільки тих
зарядів, які всередині
замкненої поверхні**

Натисніть
на символ



09T_Ostr.swf

Будь-які інші заряди q^* , що поза замкненою поверхнею, ніякого стосунку до теореми не мають (рис. 2.3). На це звертаємо увагу, тому що традиційно теорема Остроградського-Гаусса поширюється на всі заряди, навіть ті, які не охоплюються замкненою поверхнею. Робиться це на тій підставі, що потік через замкнену поверхню, створований цими зарядами, рівний нулеві. Дійсно, заряд q^* , що знаходиться поза замкненою поверхнею (рис. 2.3), створює потік вектора напруженості через

замкнену поверхню, рівний нулеві, оскільки кількість ліній, які входять у замкнену поверхню, рівна кількості ліній, що виходять з неї. Тому результируючий потік завжди рівний алгебраїчній сумі зарядів всередині поверхні, діленій на ϵ_0 . Однак при цьому слід пам'ятати, що хоча заряди q^* за межами замкненої поверхні теоремою Остроградського-Гаусса не враховуються, що впливає з доведення теореми, поле цих зарядів \vec{E}^* (рис. 2.3) може бути значним і його треба знаходити не в зв'язку з теоремою. Тому потоки, які створюються зарядами, що знаходяться всередині замкненої поверхні, і потоки від зарядів, розташованих зовні цієї поверхні, треба чітко розмежовувати. Або ж замкнену поверхню S треба вибирати так, щоб вона охоплювала всі заряди, які створюють поле у вибраній точці простору. Неврахування викладеного робить некоректним застосування теореми Остроградського-Гаусса для розрахунку електричних полів, які створюються зарядженими тілами, що й читаємо у посібниках з фізики для вищої школи.

**Заряди, що знаходяться
поза замкненою поверхнею,
ніякого відношення до
теореми не мають**

2.2. Рівняння Пуассона

Теорема Остроградського-Гаусса

$$\oiint_{S'} E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} \quad (10)$$

пов'язує значення напруженості поля \vec{E} в точках замкненої поверхні S з величиною заряду, що знаходиться всередині цієї поверхні (рис. 2.4).

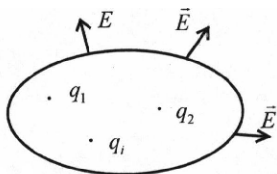


Рис. 2.4

Це означає, що вона пов'язує величини \vec{E} і q , які відносяться до різних точок простору.

Однак теоремі можна надати таку форму, щоб у неї входили величини \vec{E} і q , які б стосувались однієї і тієї ж точки простору. Для цього слід знайти потік вектора \vec{E} (чи вектора \vec{D}) через замкнену поверхню S , що охоплює **елементарний** об'єм dV , в якому знаходиться заряд. Нехай таким об'ємом буде елементарний паралелепіпед зі сторонами dx , dy , dz : $dV = dxdydz$ (рис. 2.5).

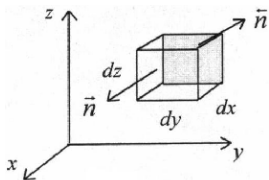


Рис. 2.5

Заряд всередині
об'єму
 $dq = \mathbf{r} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$,
де \mathbf{r} – об'ємна густи-
на заряду.

Вирахувавши потік вектора \vec{E} через всі
грані, дістанемо формулу:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\mathbf{r}}{\epsilon_0}. \quad (11)$$

Це так зване **рівняння Пуассона**, яке виражає тео-
рему Остроградського-Гаусса в диференціальній
формі.

**Оскільки теорема
Остроградського-Гаусса
враховує тільки заряди,
які знаходяться всередині
замкненої поверхні,
при розрахунках необхідно
замкненою поверхнею
обхоплювати всі заряди,
що створюють поле**

2.3. Розрахунок напруженості поля безмежної, рівномірно зарядженої площини

Теорема Остроградського-Гаусса використовується для розрахунку електричних полів, створених симетричними зарядженими тілами, зокрема зарядженою площиною.

Лінії вектора напруженості \vec{E} поля, що створюється безмежно великою зарядженою площиною, перпендикулярні до площини. Це випливає з міркувань симетрії.

Так, у деякій точці A (рис. 2.6) ніякий напрямок для вектора \vec{E} не має переваги, окрім напрямку, перпендикулярного до площини.

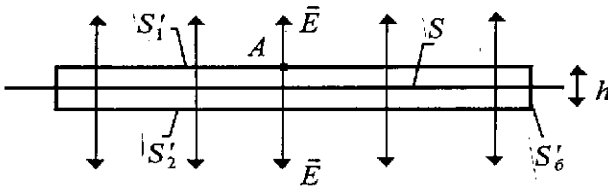


Рис. 2.6

Для визначення напруженості поля скористаємося теоремою Остроградського-Гаусса, тобто знайдемо потік вектора напруженості через деяку замкнену поверхню S' , що проходить через дану точку A , в якій хочемо знайти напруженість поля. Оскільки поле в цій точці створюється всією безмежною зарядженою площиною S , то **згідно з**

Натисніть
на символ



06Pplast.flv



07Pol_pl.sw

теоремою весь її заряд необхідно охопити замкненою поверхнею $S' = S'_1 + S'_2 + S'_6$.

Однак реально нема потреби вибрати допоміжну поверхню S' безмежно великою і охоплювати нею весь заряд, тим більше, що оперувати поняттям "безмежність" некоректно. Фізично термін "безмежна заряджена площа" означає, що її протяжність повинна бути настільки великою, щоб полем у точці A , створюваним зарядами, які знаходяться на краях площини, можна було знехтувати. Тому у відповідності із сказаним будемо вибрати допоміжну поверхню S' просто великою. Висоту h , навпаки, візьмемо настільки малою, щоб боковою поверхнею S'_d порівняно з S'_1, S'_2 , а отже і потоком вектора напруженості через неї, також можна було знехтувати. За таких умов теорема Остроградського-Гаусса (10) може бути записана:

$$\oiint_{S'} E_n dS = E \cdot S'_1 + E \cdot S'_2 + \int_{S'_d} E_n dS = \frac{\sum q_1}{\epsilon_0} \quad (12)$$

Заряд у правій частині формули (12) виразимо через поверхневу густину заряду $s = q/S$:

$$\sum_1 q_1 = s \cdot S$$

Знехтувавши потоком через бокову поверхню S'_d , (12) запишемо:

$$E \cdot S'_1 + E \cdot S'_2 = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0} \quad (13)$$

Враховуючи, що $S'_1 = S'_2 = S_1$, одержуємо:

$$2ES = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0}.$$

Звідки

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (14)$$

– напруженість поля, створюваного безмежно рівномірно зарядженою площиною у вакуумі.

Якщо заряджена площина знаходиться не у вакуумі, то треба враховувати поляризацію середовища, тому напруженість поля безмежної зарядженої площини визначатиметься за формулою:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (14 a)$$

Таким чином, напруженість поля рівномірно зарядженої безмежно великої площини визначається тільки поверхневою густиною заряду S і не залежить від положення точки, в якій розраховується поле. Практично це означає, що електричне поле поблизу рівномірно зарядженої площини однорідне. Наприклад, однорідним можна вважати поле між пластинами плоского конденсатора.

2.4. Розрахунок електричного поля плоского конденсатора

Заряджений плоский конденсатор можна розглядати як дві заряджені пластини, кожна з яких незалежно одна від одної створює електричне поле (рис. 2.7).

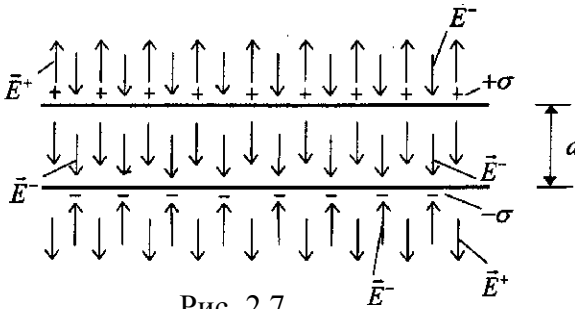


Рис. 2.7

Оскільки в конденсаторі пластини (електроди) знаходяться на невеликій відстані d , то їх можна вважати безмежно великими і до них можна застосовувати ті результати, які були одержані при розрахунку поля безмежної зарядженої площини. Як видно з рис. 7, зовні конденсатора поля додатньо і від'ємно заряджених пластин відповідно \vec{E}^+ і \vec{E}^- компенсуються, тобто електричне поле за межами конденсатора рівне нулю. Між пластинами конденсатора поля \vec{E}^+ і \vec{E}^- напрямлені однаково, тому вони додаються і результуюче поле, згідно з (14 а),

$$E = \frac{S}{2\epsilon\epsilon_0} \cdot 2 = \frac{S}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (15)$$

Натисніть
на символ



10P_pl_k.flv



39P_kond.flv

2.5. Розрахунок напруженості поля, створюваного рівномірно зарядженим, нескінченно довгим циліндром

Електричне поле нескінченно довгого зарядженого циліндра створюється всім його зарядом і в деякій точці A з міркувань симетрії вектор напруженості напрямлений перпендикулярно до осі циліндра (рис. 2.8).

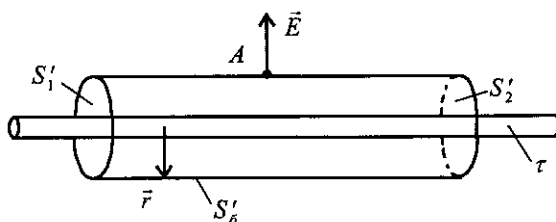


Рис. 2.8

Натисніть
на символ



12Cyl_k.flv

Для визначення напруженості поля увесь заряд циліндра, який створює поле, необхідно охопити замкненою (також циліндричною) допоміжною поверхнею

Заряджений циліндр необхідно охопити замкненою (також циліндричною) допоміжною поверхнею $S' = S'_1 + S'_2 + S'_d$, яка б проходила через точку A , а краї цієї поверхні S'_1 і S'_2 знаходились якомога далі від точки A (рис. 2.8).

Згідно з теоремою Остроградського-Гаусса

$$\oiint_S E_n dS = \int_{S'_d} E_n dS + \int_{S'_1} E_{n_1} dS + \int_{S'_2} E_{n_2} dS = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (16)$$

Оскільки допоміжний циліндр довгий, то потік через торцеві поверхні S'_1 і S'_2 можна вважати малим і ним можна знехтувати порівняно з потоком через бічну поверхню S'_d . Тоді формулу (16) запишемо:

$$\oiint_{S'_d} E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (17)$$

Враховуючи, що $E_n = E$, а $q = t \cdot l$, одержимо:

$$E \cdot l \cdot 2\pi r = \frac{d}{\epsilon_0}. \quad (18)$$

Звідси

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}, \quad (19)$$

де r – радіус циліндричної допоміжної поверхні S'_d , $\tau = q/l$ – лінійна густина заряду.

2.6. Визначення напруженості поля поблизу поверхні зарядженого провідника

Нехай провідник має форму пластини (рис. 2.9). Надлишковий заряд у провіднику зосереджується на поверхні (це питання детально розглядається пізніше). Напруженість поля, створеного зарядженою поверхнею S_1 , буде такою ж, як у випадку зарядженої площини ($E' = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$).

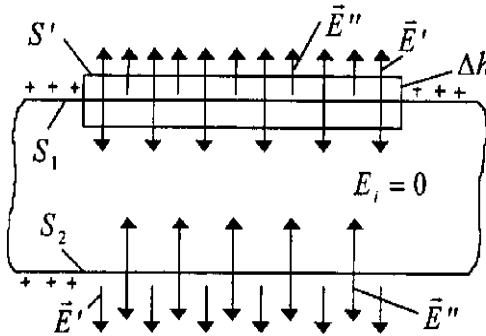


Рис. 2.9

Однак протилежна поверхня S_2 також

створює поле $E'' = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

Ці поля E' і E'' всередині провідника взаємно компенсуються, а зовні – додаються. Тому результуюче поле біля поверхні

$$E = E' + E'' = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Питання для контролю:

1. Що таке потік вектора напруженості (вектора електричного зміщення) ?
2. Сформулювати і пояснити теорему Остроградського-Гаусса.
3. Чому дорівнює потік вектора напруженості поля через замкнену поверхню від заряду, що знаходиться зовні цієї поверхні ?
4. Розрахувати за допомогою теореми Остроградського-Гаусса поле зарядженої безмежної площини.
5. Розрахувати поле зарядженого нескінченно-довгого циліндра.
6. Чи можна за допомогою теореми Остроградського-Гаусса показати, що поле всередині сфери, рівномірно-зарядженої по поверхні, дорівнює нулеві ?
7. Чи можна застосувати теорему Остроградського-Гаусса для розрахунку поля плоского конденсатора, незважаючи на те, що його пластини не є безмежно великими ?

Допоміжна література:

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 2. – Москва: Наука, 1978, §14.

Тема 3: Робота сил електричного поля. Потенціал

Питання теми

- 3.1. Робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду. Циркуляція вектора напруженості.
- 3.2. Енергія взаємодії точкових зарядів. Потенціал, різниці потенціалів.
- 3.3. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля. Еквіпотенціальні поверхні.
- 3.4. Рівняння Лапласа.

3.1. Робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду. Циркуляція вектора напруженості

Поле, сили якого виконують роботу, що не залежить від форми шляху, на якому вони діють, називається **потенціальним або консервативним**.

Потенціальним є електричне поле, в чому легко переконатися. Для цього визначимо роботу, необхідну для переміщення точкового заряду q' з точки 1 в точку 2 вздовж довільної траєкторії у полі іншого точкового заряду q (рис.3.1).

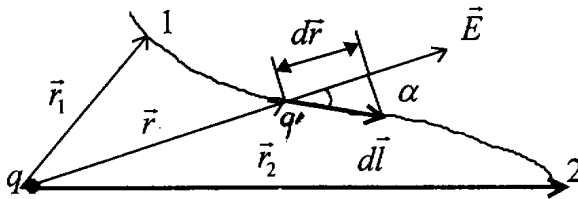


Рис. 3.1

Робота на елементарному шляху dl

$$dA = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r^2} dr,$$

де $dr = dl \cos \alpha$. Для роботи на шляху 1-2 одержимо такий вираз:

$$dA_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2} - \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1}. \quad (1)$$

Як бачимо, робота не залежить від шляху, по якому переміщується заряд, а залежить лише від **початкового** і **кінцевого** положень цього заряду, тобто від r_1 і r_2 . Це означає, що **електростатичне поле – потенціальне**.

З формули (1) видно також, що ця робота може бути додатною і від'ємною: при $r_1 > r_2$ $A > 0$, а при $r_1 < r_2$ $A < 0$. Звідси випливає, що **при переміщенні заряду q' в електростатичному полі по замкненому контуру робота дорівнює нулю**.

Дійсно, якщо при переміщенні заряду q' на ділянці 1-2 початкове положення (1) менше, ніж кінцеве (2), то робота буде від'ємною ($A_1 < 0$) (рис. 3.2).

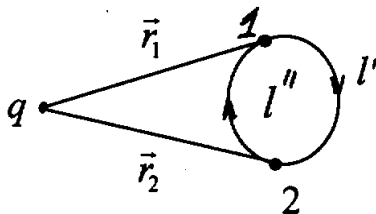


Рис. 3.2

При переміщенні ж вздовж 2-1-1 навпаки, початкове положення більше, ніж кінцеве, тому робота буде додатною ($A_2 > 0$). В сумі робота по переміщенню

заряду q' по замкнутому контуру дорівнює нулеві:

$$A = A_1 + A_2 = 0.$$

Знайдемо вираз для роботи по переміщенню заряду в електростатичному полі по замкнутому контуру.

При переміщенні на dl

$$\begin{aligned} dA &= F dl \cos a = \\ &= F \cos a dl = F_l dl, \end{aligned} \quad (2)$$

де F_l – проекція сили на напрям dl . Оскільки $F_l = E_l q'$, то

$$dA = E_l q' dl.$$

Для замкнутого контура можемо записати:

$$A = \oint_l q' E_l dl = q' \int_l E_l dl = 0. \quad (3)$$

Звідси маємо, що

$$\boxed{\frac{A}{q'} = \oint_l E_l dl = 0} \quad - \quad (4)$$

робота по переміщенню одиничного заряду в потенціальному полі по замкнутому контуру дорівнює нулеві.

Криволінійний інтеграл

$$\boxed{\oint_l E_l dl = \int_l \vec{E} d\vec{l}} \quad (5)$$

називається циркуляцією вектора \vec{E} .

Характерним для електростатичного поля є те, що циркуляція вектора напруженості \vec{E} по будь-якому замкнутому контуру дорівнює нулеві.

Робота з переміщення заряду q в електростатичному полі по замкненому контуру дорівнює нулю

Формула (4) є математичним виразом потенціальності поля. Причому, слід звернути увагу, що ця формула справедлива лише для **електростатичного поля, яке є потенціальним**. Далі буде показано, що електричне поле може не бути потенціальним (вихорне поле) і умова (4) для нього не виконується.

3.2. Енергія взаємодії точкових зарядів. Потенціал

Тіло, яке знаходиться в полі потенціальних сил, має потенціальну енергію. За рахунок цієї енергії силами поля може бути виконана робота. Роботу сил потенціального поля можна представити як різницю потенціальних енергій W_{Π_1} і W_{Π_2} , які має точковий заряд q' у початковій 1 і кінцевій 2 точках поля, створеного зарядом q (рис. 3.3):

$$A_{12} = W_{\Pi_2} - W_{\Pi_1} \quad (6)$$

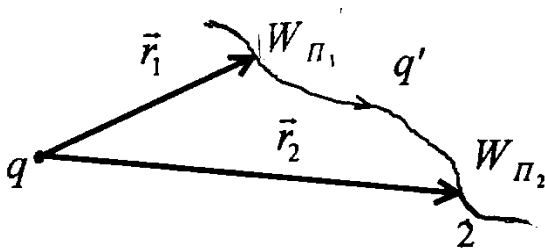


Рис. 3.3

Але згідно з формулою (1), робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду q' з точки 1 в точку 2 (рис. 3.3)

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r_2} - \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r_1}. \quad (7)$$

Порівнюючи формули (6) і (7), маємо:

$$W_{п1} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r_1},$$

$$W_{п2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

Як бачимо, **потенціальна енергія заряду q' в полі точкового заряду q залежить від відстані між цими зарядами і може бути представлена таким чином:**

$$W_{п} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r} \quad (8)$$

Різні пробні заряди q', q'', \dots в одній і тій же точці поля мають різні енергії W', W'', \dots , однак

відношення $\frac{W_{II}}{q'}$ для всіх пробних зарядів, згідно з (8), буде одне і те ж, тобто буде деякою константою, яку позначимо буквою ϕ :

$$\phi = \frac{W_{II}}{q'} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (9)$$

При $q' = 1$ чисельно $\phi = W_{II}$. Ця величина називається **потенціалом** поля в даній точці. Звідси випливає, що **потенціал – це фізична величина, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного додатного точкового заряду в даній точці поля.**

Оскільки потенціал виражається через енергію, то він є енергетичною характеристикою поля. Крім того, потенціал – **скалярна величина**, тому що енергія – скаляр.

Потенціал – це фізична величина, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного додатного заряду в даній точці поля

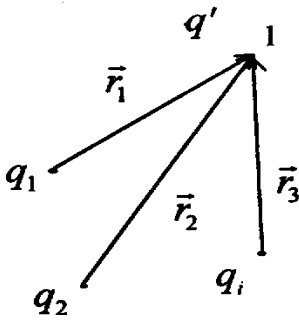


Рис. 3.4

Потенціал у деякій точці l може бути створений системою зарядів q_1, q_2, \dots, q_i (рис. 3.4).

Тому для потенціальної енергії системи зарядів можемо записати:

$$W_{II} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_1 \frac{qq'}{r_1}, \quad (10)$$

звідки

$$j = \frac{W_n}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_1 \frac{q_1}{r_1} = \sum_1 j_1 \quad - \quad (11)$$

потенціал поля, створеного системою точкових зарядів, рівний алгебраїчній сумі потенціалів, створених кожним із зарядів зокрема, що є вираженням принципу суперпозиції полів.

3.3. Різниця потенціалів

Оскільки які-небудь точки 1 і 2 можуть мати неоднакові потенціали φ_1 і φ_2 , то між ними існує різниця потенціалів (рис. 3.5): $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.



Рис. 3.5

Виразимо роботу з переміщення заряду з точки 1 в точку 2 через різницю потенціалів. Згідно з формулою (6), робота поля

$$A_{21} = W_{\Pi_2} - W_{\Pi_1}. \quad (12)$$

Так як $\varphi = \frac{W_{\Pi}}{q'}$, $W_{\Pi} = \varphi \cdot q'$, то (12) можемо записати:

$$A_{12} = W_{\Pi_2} - W_{\Pi_1} = \varphi_2 q' - \varphi_1 q'$$

чи

$$A_{12} = q'(j_2 - j_1). \quad (13)$$

Робота сил електростатичного поля дорівнює добутку величини заряду, що переміщується, на різницю потенціалів точок.

Якщо заряд q' з точки з потенціалом φ_1 віддаляється на нескінченність (де $\varphi_2 = \varphi_{\infty} = 0$), то робота сил поля при цьому

$$A_{\infty} = q'(0 - \varphi_1) = -q' \varphi_1,$$

звідки

$$\varphi_1 = -\frac{A_\infty}{q'}$$

Прийmemo, що якщо поле виконує роботу з переміщенням заряду, то вона додатна, а коли робота виконується проти поля – то від'ємна. Із врахуванням цього в загальному вигляді можемо записати:

$$\boxed{\varphi = \frac{A_\infty}{q'}} - \quad (14)$$

потенціал чисельно дорівнює роботі, яку треба виконати проти сил поля, щоб перемістити одиничний додатний заряд із нескінченності в дану точку поля.

Згідно з формулою (13) робота сил поля

$$A_{12} = q'(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Якщо різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ для точок 1 і 2 дорівнює нулеві, то й робота по переміщенню заряду з точки 1 в точку 2 рівна нулеві. У просторі є такі точки поля, потенціал яких однаковий (рис. 3.6).

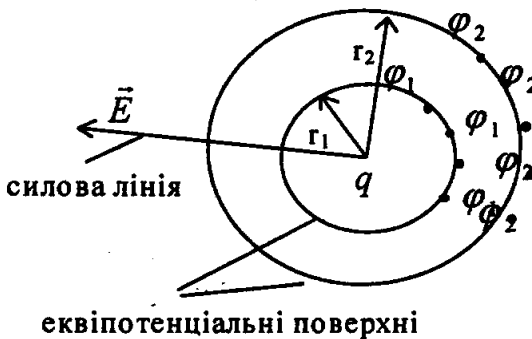


Рис. 3.6

Якщо ці точки утворюють поверхню, то така поверхня називається **еквіпотенціальною**. Наприклад, згідно з формулою (9) однаковий потенціал

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

мають всі точки сфери, в центрі якої знаходиться заряд q (рис. 3.6).

Еквіпотенціальні поверхні мають таку особливість, що робота поля по переміщенню по них заряду рівна нулеві. Так як напруженість поля \vec{E} і сила \vec{F} , що діє на заряд, перпендикулярні до поверхні, а значить до напрямку переміщення, то:

$$dA = Fdl \cos \alpha = 0.$$

Зауважимо, що силові лінії завжди перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь.

За допомогою еквіпотенціальних ліній можна представити електростатичне поле. Такі лінії зображаються з певною густиною для відповідних значень потенціалу.

На рис. 3.7 представлена картина еквіпотенціальних і силових ліній для двох електродів з потенціалами $\varphi_1 = 0$ і $\varphi_4 = 4 \text{ В}$.

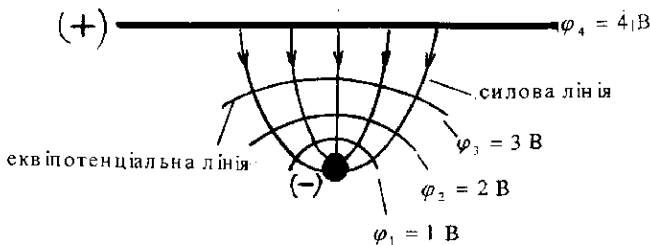


Рис. 3.7

3.4. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля

Електричне поле можна описати за допомогою векторної величини \vec{E} чи скалярної величини ϕ . Оскільки \vec{E} і ϕ описують одне і те ж поле в даній точці, між ними повинен бути зв'язок. Щоб встановити його, розглянемо роботу сил поля по переміщенню заряду q' на відрізок шляху dl (рис. 3.8):

$$dA = Fdl \cos \alpha = q' E dl \cos \alpha = q' E_l dl, \quad (15)$$

де $E_l = E \cos \alpha$ – проекція напруженості поля \vec{E} на напрям переміщення l .

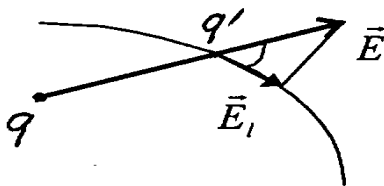


Рис. 3.8

З іншого боку, ця робота рівна зменшенню потенціальної енергії заряду:

$$dA = -q' d\phi \quad (16)$$

(знак "-" означає зменшення енергії). Оскільки ϕ змінюється в залежності від l , то можна вважати, що чим більше dl , тим більше $d\phi$:

$$dj = \frac{\partial j}{\partial l} dl. \quad (17)$$

Коефіцієнт пропорційності $\frac{\partial j}{\partial l}$ (частинна похідна) характеризує “швидкість” зміни Φ з відстанню l . Таким чином

$$dA = -q' d\Phi = -q' \frac{\partial \Phi}{\partial l} dl. \quad (18)$$

Прирівнявши праві частини формул (15) і (18):

$$q' E_l dl = -q' \frac{\partial j}{\partial l} dl,$$

одержимо

$$E_l = - \frac{\partial j}{\partial l} \quad - \quad (19)$$

компонент напруженості E_l в напрямку l рівний "швидкості" зміни потенціалу в цьому напрямку.

**Напруженість
електричного поля
виражається через зміну
потенціалу з відстанню**

Оскільки l має довільну орієнтацію, компоненти \vec{E} в напрямку x, y, z виражаються таким чином (рис. 3.9):

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \\ E_y &= -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \\ E_z &= -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (20)$$

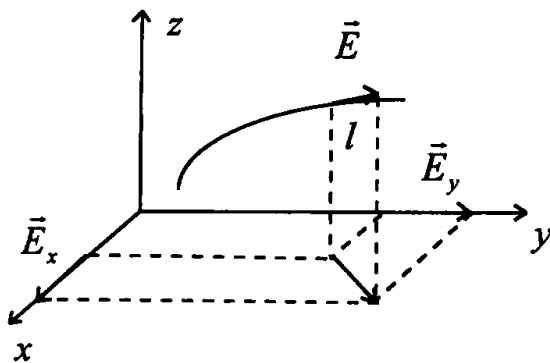


Рис. 3.9

Вектор \vec{E} представляється через ці компоненти:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} = \\ &= -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори по осях x, y, z .

Величина в дужках називається градієнтом потенціалу ϕ :

$$\frac{\partial j}{\partial x} \mathbf{r}_i + \frac{\partial j}{\partial y} \mathbf{r}_j + \frac{\partial j}{\partial z} \mathbf{r}_k = \text{grad} j . \quad (22)$$

Градiєнт – величина **векторна**. Він напрямлений в сторону зростання потенціалу. Користуючись поняттям градієнта (формула 22), вираз (21) для напруженості поля можна записати:

$$\mathbf{E} = -\text{grad} j . \quad (23)$$

Отже, напруженість поля протилежна до напрямку зростання потенціалу.

Частинні похідні $\frac{\partial \phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \phi}{\partial y}$, $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ являють собою проєкції градієнта на координатні осі x , y , z . Аналогічно похідна $\frac{\partial j}{\partial l}$, взята в довільному напрямку \mathbf{l} , буде проєкцією градієнта на цей напрямок.

**Градiєнт – це перепад
(зміна) скалярної
величини з відстанню**

3.5. Рівняння Лапласа

Рівняння Лапласа дає можливість знайти розподіл потенціалу в просторі. Це диференціальне рівняння, яке одержується з рівняння Пуассона, якщо напруженість поля в ньому виразити через потенціал. Рівняння Пуассона (теорема Остроградського-Гаусса в диференціальній формі):

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\mathbf{r}}{\epsilon_0}. \quad (24)$$

Оскільки $E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$, $E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$, $E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$,

то (24) можемо записати:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{\mathbf{r}}{\epsilon_0}. \quad (25)$$

Якщо в просторі заряди відсутні ($\mathbf{r} = 0$), рівняння (25) набуває вигляду:

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0}. \quad (26)$$

Це і є рівняння Лапласа. Його розв'язок дає значення потенціалу в залежності від координат: $\phi = \phi(x, y, z)$.

Часто трапляються випадки, коли розподіл зарядів невідомий, а задані потенціали провідників. Наприклад, ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C – потенціали провідників A, B, C (рис. 3.10).

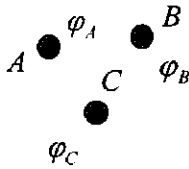


Рис. 3.10

Потрібно знайти значення потенціалів у будь-якій точці між провідниками. Розв'язок рівняння Лапласа і дає ці значення.

Питання для контролю

1. Пояснити, від чого залежить робота з переміщення заряду в електричному полі.
2. Що таке циркуляція вектора? Чому дорівнює циркуляція вектора \vec{E} при переміщенні заряду в електричному полі?
3. Від чого залежить енергія заряду в електричному полі? Що таке потенціал?
4. Що таке різниця потенціалів?
5. Дати визначення екіпотенціальних ліній, поверхонь.
6. Як зв'язані між собою характеристики електричного поля напруженість і потенціал?

Допоміжна література

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 2. – Москва: Наука, 1978, § 6, 8.

Тема 4. Діелектрики в електричному полі

Питання теми:

- 4.1. Поняття про провідники, напівпровідники і ізолятори.
- 4.2. Електричний диполь в електричному полі.
- 4.3. Поляризація діелектриків. Типи поляризації.
- 4.4. Вектор поляризації. Діелектрична сприйнятливість.
- 4.5. Електричне поле всередині діелектрика.
Діелектрична проникність.
- 4.6. Зміна електричного поля на границі двох діелектриків.

4.1. Поняття про провідники, діелектрики і напівпровідники

Речовини за величиною питомого опору ρ [Ом·м] поділяються на провідники, напівпровідники і ізолятори:

$10^{-8} \div 10^{-5} \dots$	$10^{-5} \div 10^8 \dots$	$10^8 \div 10^{17}$ [Ом·м]
<i>провідники</i>	<i>напівпровідники</i>	<i>ізолятори</i>

До ізоляторів відносяться діелектрики, які мають найменшу електропровідність. Однак в техніці зв'язку має застосування ще одна властивість діелектриків – здатність поляризуватися. **Поляризація – це розділення зарядів.** Ми й будемо вивчати це питання.

Натисніть
на символ



41diel.flv

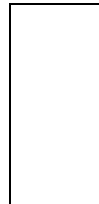
**Діелектрики мають
малу електропровідність,
тому використовуються
як ізолятори**

**В техніці зв'язку
має застосування ще одна
властивість діелектриків –
здатність поляризуватися.
Поляризація – це розділення
додатних і від'ємних зарядів**

Важливе значення при поляризації має наявність чи утворення електричних диполів. Тому це питання розглянемо детальніше.

4.2. Електричний диполь в електричному полі

Електричний диполь – це два точкових заряди різних знаків, які знаходяться на близькій відстані l (рис. 4.1).



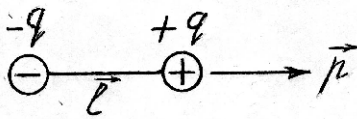


Рис. 4.1

Характеристикою диполя є електричний дипольний момент

$$p = ql. \quad (1)$$

Електричний дипольний момент – векторна величина. Він орієнтований від негативного (-) до позитивного (+) зарядів вздовж l .

Якщо помістити диполь в однорідне поле \vec{E} , то на заряди $+q$ і $-q$ будуть діяти рівні за величиною, але протилежні за знаком сили \vec{F}^+ і \vec{F}^- (рис. 4.2).

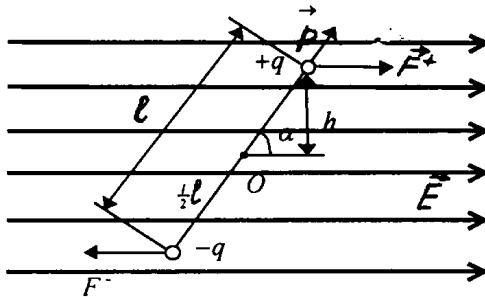


Рис. 4.2

Ці сили будуть повертати диполь навколо точки O . Виникає момент пари сил:

$$M = 2M' = 2Fh = 2F \frac{l}{2} \sin \alpha;$$

$$M = Fl \sin \alpha = Eq l \sin \alpha = Ep \sin \alpha,$$

де $p = ql$ – електричний дипольний момент.

Повертаючи диполь, електричне поле виконує роботу. У випадку поступального руху робота визначається добутком сили на шлях:

$$dA = Fds.$$

При обертальному русі робота дорівнює добутку моменту сили M на кут повороту:

$$dA = Md\alpha \quad (2)$$

або, враховуючи (1),

$$dA = Ep \sin \alpha d\alpha. \quad (3)$$

Енергія диполя зростає за рахунок поля:

$$dA = dW.$$

Повна енергія диполя в електричному полі

$$W = \int dW = \int pE \sin \alpha d\alpha = -pE \cos \alpha + const.$$

Прийемо $const = 0$. Тоді

$$W = -pE \cos \alpha = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}. \quad (4)$$

Як бачимо, повна енергія диполя залежить від його орієнтації:

$$\alpha = 0 \quad \left(\begin{array}{c} \mathbf{u} \\ \mathbf{E} \uparrow \uparrow \mathbf{p} \end{array} \right) \quad W = -pE$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \left(\begin{array}{c} \mathbf{u} \\ \mathbf{E} \perp \mathbf{p} \end{array} \right) \quad W = 0,$$

$$\alpha = \pi \quad \left(\begin{array}{c} \mathbf{u} \\ \mathbf{E} \uparrow \downarrow \mathbf{p} \end{array} \right) \quad W = pE.$$

Тобто, енергія диполя найбільша тоді, коли його дипольний момент направлений проти поля. Момент пари сил, який діє на диполь, повертає його так, щоб дипольний момент був орієнтований паралельно до поля.

Розглянемо диполь в неоднорідному електричному полі (рис. 4.3).

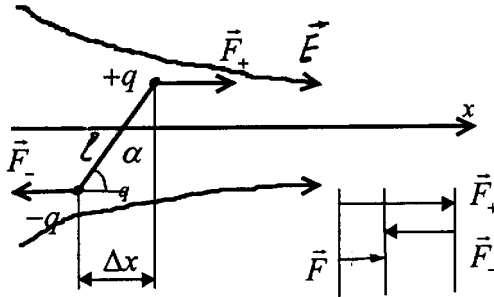


Рис. 4.3

Дві сили \vec{F}_+ і \vec{F}_- , як і у випадку однорідного поля, будуть повертати диполь, але вони за величиною вже не будуть рівні. Тому виникне деяка результуюча поступальна сила:

$$|F| = |F_+| - |F_-| = E_1 q - E_2 q = q(E_1 - E_2) = q\Delta E,$$

де E_1 і E_2 – значення напруженості поля в точках знаходження зарядів $+q$ і $-q$. Ця сила буде втягувати (або виштовхувати) диполь в область більш сильного поля. Оскільки ΔE залежить від відстані Δx , то можемо записати:

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x.$$

Натисніть
на символ



Тому

$$F = q\Delta E = q \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha$$

або

$$F = ql \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha. \quad (5)$$

Це сила, яка втягує або виштовхує диполь в неоднорідному електричному полі.

У змінному електричному полі (як однорідному, так і неоднорідному) диполь буде весь час повертатися з частотою поля і на цей рух буде витрачатися енергія поля. З цим пов'язані так звані діелектричні втрати, які значні на високих частотах, оскільки обертальний і поступальний рух диполів призводить до розігріву діелектрика.

Натисніть
на символ



**У змінному електричному
полі диполь повертається
з частотою поля
і на цей рух витрачається
енергія поля.
З цим пов'язані так звані
діелектричні втрати**

4.3. Поляризація діелектриків. Типи поляризації

Кожен діелектрик складається з атомів – додатних ядер і від’ємних електронів. Якщо діелектрик внести в електричне поле, то він **поляризується**, тобто **відбувається певне розділення зарядів**: позитивні ядра зміщуються в одну сторону, а негативні електрони – в іншу. В результаті на протилежних гранях з’являються заряди різних знаків (рис. 4.4).

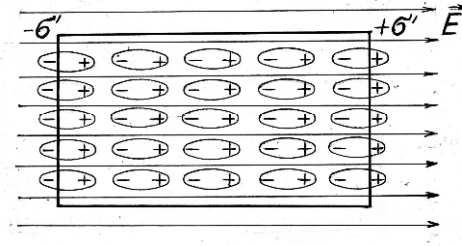


Рис. 4.4

За відсутності поля "центри" додатних і від’ємних зарядів можуть співпадати, або бути зсунутими один відносно іншого. В залежності від цього діелектрики можна розділити на дві великі групи: **полярні** і **неполярні**.

До **неполярних** належать діелектрики, які складаються з молекул, у яких "центри" додатних і від’ємних зарядів співпадають (єбоніт, каучук, сірка, фторопласт, поліетилен та інші. Під дією зовнішнього поля заряди неполярної молекули зміщуються один відносно іншого на деяку відстань l і виникає електричний дипольний момент (рис. 4.5): $\vec{p} = q\vec{l}$.

Натисніть
на символ



19Nepol.swf

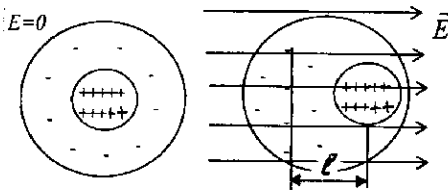


Рис. 4.5

Чим більша напруженість поля, тим більше зміщення. Це зміщення має пружний характер: електронні оболонки атомів деформуються і така поляризація називається **деформаційною**.

До деформаційної поляризації відносяться електронна та йонна поляризації.

Електронна поляризація є у всіх речовинах без винятку. Вона відбувається дуже легко, бо електрони – легкі частинки і встигають зміщуватись за зміною поля практично миттю ($10^{-15} \div 10^{-16} \text{ c}$). Тому діелектрики з електронною поляризацією можна застосовувати, наприклад, в конденсаторах, на високих частотах без значних втрат енергії.

Переважає електронна поляризація в полістиролі, поліетилені, фторопласті і вона характеризується найнижчим значенням $\epsilon \approx 1 \div 2$.

Натисніть
на символ



19Nepol.swf

**Діелектрики з електронною
поляризацією можна
застосовувати
на високих частотах
без значних втрат енергії**

Іонна поляризація властива для іонних кристалів, які складаються з додатних і від'ємних іонів. В електричному полі відбувається зміщення додатних і від'ємних іонів у різні сторони і таким чином заряди розділяються – додатні на одній грані, від'ємні – на протилежній (рис. 4.6).

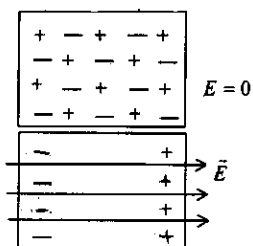


Рис. 4.6

Для іонної поляризації $\epsilon \approx 10$ і з нею пов'язані помітні діелектричні втрати, оскільки переміщуються іони – важкі частинки. Час встановлення поляризації $10^{-12} \div 10^{-13}$ с, через що іонні діелектрики не можна застосовувати на дуже високих частотах.

Іонні діелектрики не можна застосовувати на дуже високих частотах

До полярних діелектриків відносяться речовини, молекули яких мають асиметричну будову (вода, аміак, ефір, ацетон, вініпласт, папір, гетинакс). У таких молекулах "центри" додатних і від'ємних зарядів не співпадають і вони за своєю природою є електричними диполями, тому діелектрики часто називають

ДИПОЛЬНИМИ.

Як приклад на рис. 4.7 і 4.8 представлені дипольні молекули води і аміаку.

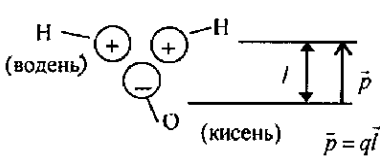
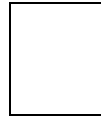


Рис. 4.7

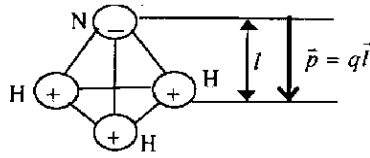


Рис. 4.8

Такі диполі за відсутності поля розкидані хаотично, тоді як в електричному полі повертаються, так що їхні електричні моменти $\vec{p} = q\vec{l}$ орієнтуються за полем (рис. 4.9).

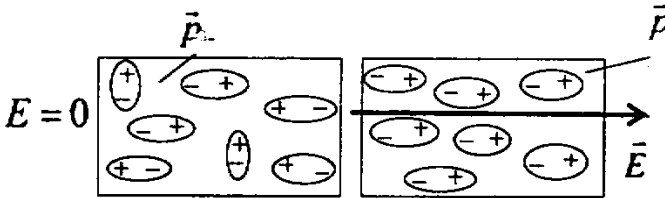
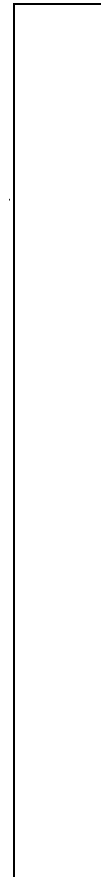


Рис. 4.9

Поляризація в дипольних діелектриках називається орієнтаційною, а оскільки встановлення цієї поляризації пов'язане з переорієнтацією, то вона має релаксаційний характер, тобто відбувається протягом деякого часу.

Орієнтаційна поляризація пов'язана зі значними втратами енергії поля, бо при цьому відбувається переорієнтація молекул, що еквівалентно розігріву діелектрика і на високих частотах може дати значні втрати – діелектричні втрати.

Орієнтаційна поляризація на високих частотах дає значні діелектричні втрати

4.4. Вектор поляризації. Діелектрична сприйнятливість

Якщо діелектрик помістити в електричне поле, то він поляризується, тобто відбувається розділення зарядів через їх зміщення чи переорієнтацію.

Всередині діелектрика додатні і від'ємні заряди компенсуються, а на гранях утворюються від'ємні і додатні зв'язані заряди з деякою поверхневою густиною σ' (рис. 4.10).

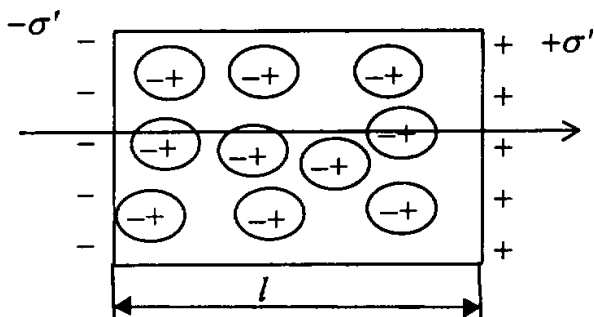


Рис. 4.10

Для кількісної характеристики ступеня поляризації застосовується **вектор поляризації** \vec{P} . Це сумарний дипольний момент всіх молекул одиниці об'єму діелектрика:

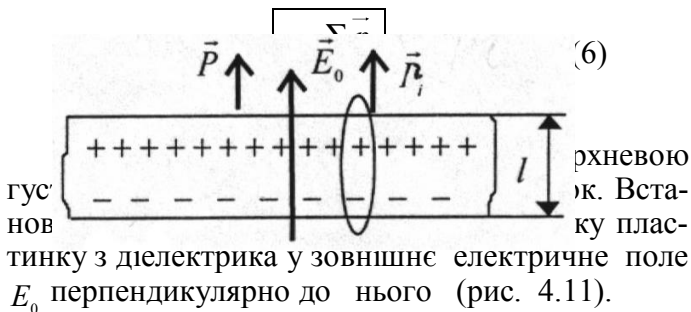


Рис. 4.11

Під дією поля пластинка поляризується і весь об'єм діелектрика $V = Sl$ можна розглядати як диполь із зарядами $+\sigma'S$ і $-\sigma'S$ на відстані l .

Електричний момент диполя

$$\sum_i \vec{p}_i = ql = \sigma' Sl = \sigma' V,$$

звідки

$$\sigma' = \frac{\sum_i p_i}{V} = P, \quad (7)$$

де \vec{P} – вектор поляризації діелектрика, який чисельно дорівнює поверхневій густині зв'яза-

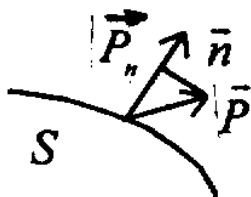


Рис. 4.12

, що заряди всередині нсуються).

В загальному випадку, коли вектор \vec{E} не перпендикулярний до поверхні діелектрика, густина зарядів S' чисельно рівна проекції вектора поляризації на нормаль (рис. 4.12):

$$\sigma' = P_n \quad (8)$$

У діелектриків будь-якого типу (крім сегнетоелектриків) вектор поляризації \vec{P} пропорційний напруженості поля \vec{E} всередині діелектрика:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}. \quad (9)$$

Величина χ називається діелектричною сприйнятливістю діелектрика.

4.5. Електричне поле всередині діелектрика. Діелектрична проникність

Розрахуємо поле, яке виникає всередині плоскої пластини, що знаходиться у зовнішньому полі \vec{E}_0 (рис. 4.13).

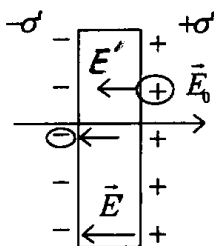


Рис. 4.13

Пластина поляризується і на її гранях виникають заряди $+\sigma'$ і $-\sigma'$. Так як \vec{E}_0 і \vec{E} напрямлені назустріч, то результуюче поле всередині діелектрика

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (10)$$

Як бачимо, електричне поле всередині діелектрика послаблюється.

Внаслідок поляризації електричне поле всередині діелектрика послаблюється

Оскільки, згідно з формулою (6),

$$\sigma' = P = \chi \epsilon_0 E,$$

то

$$E = E_0 - \frac{\chi \epsilon_0 E}{\epsilon_0} = E_0 - \chi E,$$

$$E + \chi E = E_0,$$

звідки
$$E = \frac{E_0}{1 + \chi}. \quad (11)$$

Позначимо
$$1 + \chi = \varepsilon. \quad (12)$$

Тоді формулу (11) запишемо:
$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

або
$$\boxed{\varepsilon = \frac{E_0}{E}}. \quad (13)$$

Величина ε називається діелектричною проникністю.

Діелектрична проникність ε показує, у скільки разів поле E всередині діелектрика менше, ніж зовнішнє поле E_0 .

**Діелектрична
проникність показує,
у скільки разів поле
всередині діелектрика
менше, ніж зовнішнє поле**

Діелектрики різних типів поляризуються по різному і мають різні значення ϵ . Так, для електронної поляризації характерне значення $\epsilon < 2$, для дипольних діелектриків $\epsilon = 6 \div 100$. Є діелектрики, для яких $\epsilon \approx 10^3$. Це так звані **сегнетоелектрики**.

Для опису електричного стану діелектрика вводиться також поняття **електричного зміщення (електричної індукції)**:

$$\boxed{D = \epsilon \epsilon_0 E} \quad (14)$$

Враховуючи, що $E = \frac{E_0}{\epsilon}$, маємо:

$$D = \epsilon \epsilon_0 E = \epsilon \epsilon_0 \frac{E_0}{\epsilon} = \epsilon_0 E_0 = D_0 - \quad (15)$$

електричне зміщення всередині діелектрика співпадає з електричним зміщенням зовнішнього поля у вакуумі:

$$\boxed{D_0 = D = \epsilon_0 E_0} \quad (14)$$

Такий висновок маємо, коли $D = D_n$, бо $E = E_n$, тобто коли пластинка перпендикулярна до \vec{E}_0 .

4.6. Зміна електричного поля на границі двох діелектриків

Встановимо закон зміни \vec{E} і \vec{D} при переході з одного діелектрика в інший.

Нехай $\epsilon_1 < \epsilon_2$. Лінії вектора \vec{E} заломлюються на границі (рис. 4.14).

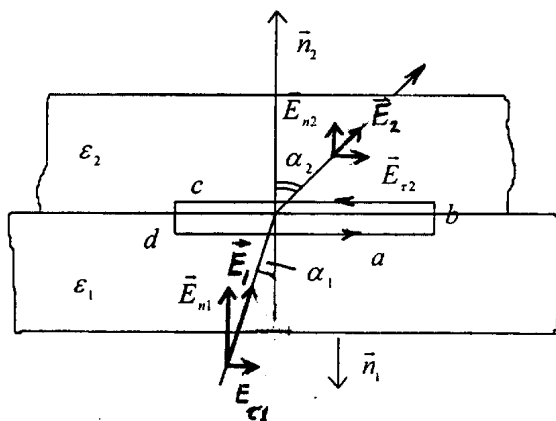


Рис. 4.14

Розкладемо вектор \vec{E} на складові \vec{E}_n і \vec{E}_t . Проведемо прямокутний контур $abcd$ і запишемо циркуляцію вектора \vec{E} вздовж цього контура.

Оскільки поле потенціальне, то циркуляція повинна бути рівна нулеві:

$$\oint E_1 dl = E_{t1} a + E'_n b - E_{t2} c - E'_n d = 0$$

Якщо спрямувати b і d до нуля, то їх вкладом у циркуляцію можна знехтувати:

$$E'_{n1} b \approx 0; E'_{n2} d \approx 0.$$

Тоді

$$\oint_1 E_1 dl = E_{t1} a - E_{t2} c = 0,$$

звідки, врахувавши, що $a = c$,

$$\boxed{E_{t1} = E_{t2}} \quad (15)$$

– складова напруженості поля, паралельна до границі діелектриків, не змінюється.

Так як

$$D = \epsilon \epsilon_0 E,$$

то

$$D_{\tau1} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{\tau1},$$

$$D_{\tau2} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{\tau2}$$

і

$$\boxed{\frac{D_{\tau1}}{D_{\tau2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}. \quad (16)$$

Знайдемо нормальні складові. Для цього границю розділу (рис. 4.15) оточимо замкненою поверхнею і застосуємо теорему Остроградського-Гаусса:

$$\oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^k q_i = 0. \quad (17)$$

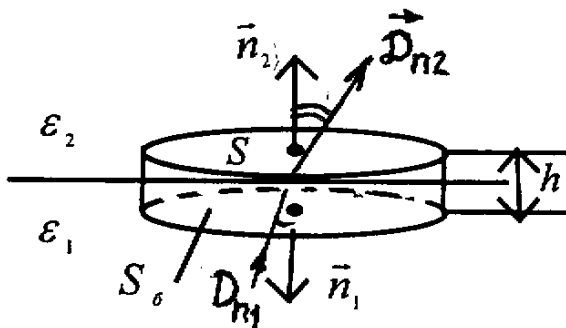


Рис. 4.15

Згідно з формулою (17), алгебраїчна сума зарядів всередині замкненої поверхні дорівнює нулеві.

Представимо інтеграл по замкненій поверхні як суму:

$$-D_{n1}S + D_{n2}S + DS_{\delta} = 0.$$

При $h \rightarrow 0$ потік через бічну поверхню стає малим і ним можна знехтувати. Тоді можемо записати:

$$\boxed{D_{n1} = D_{n2}} \quad (18)$$

– нормальна складова вектора електричного зміщення не змінюється.

$$\text{Так як } D_{n1} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{n1}, \quad D_{n2} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{n2},$$

$$\text{то, згідно з (18),} \quad \epsilon_1 \epsilon_0 E_{n1} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{n2}$$

і

$$\boxed{\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}. \quad (19)$$

Як бачимо, при переході через границю має місце стрибок E_n .

Знайдемо відношення тангенсів кутів:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\frac{E_{\tau_1}}{E_{n_1}}}{\frac{E_{\tau_2}}{E_{n_2}}} = \frac{E_{\tau_1}}{E_{\tau_2}} \cdot \frac{E_{n_2}}{E_{n_1}} = \frac{E_{n_2}}{E_{n_1}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Оскільки $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, то й $\alpha_2 > \alpha_1$. Тобто, чим більше значення ε , тим більший кут заломлення лінії вектора \vec{E} .

Зрештою відмітимо, що графічно напруженість поля \vec{E} характеризується густотою ліній (також і вектор \vec{D}). Але чим більше значення ε , тим менше поле в діелектрику. Тому для вектора \vec{E} графічне представлення буде таким, що в одному і другому діелектрику густота ліній різна (рис. 4.16). Оскільки $D_1 = D_2$, то лінії електричної індукції розриву мати не будуть (рис. 4.17).

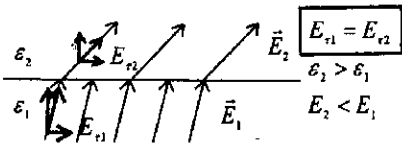


Рис. 4.16

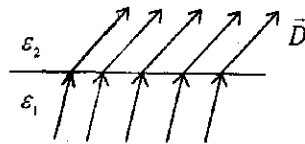


Рис. 4.17

Питання для контролю

1. Що таке діелектрики, напівпровідники, провідники ?
2. Що таке електричний диполь і як він поводить себе в електричному полі ?
3. В чому полягає явище поляризації діелектриків ?
4. Які типи поляризації ви знаєте ?
5. Що таке вектор поляризації ?
6. Що таке діелектрична проникність ?
7. Що таке електричне зміщення (електрична індукція) ?
8. Як змінюється електричне поле на границі двох діелектриків ?

Допоміжна література

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики, т.2.
– Москва: Наука, 1978, § 15-21.

Тема 5: Особливі властивості діелектриків

Питання теми:

- 5.1. Сегнетоелектрики.
- 5.2. П'єзоелектрики.
- 5.3. Електрети.

5.1. Сегнетоелектрики

Ми розглянули діелектрики з електронною, іонною і дипольно-релаксаційною поляризаціями. Вони характеризуються відносно невисокими значеннями діелектричної проникності ($\epsilon \leq 10$). Однак існують речовини, які вирізняються дуже великим значенням ϵ ($\approx 10^3$). Це **сегнетоелектрики**, названі так за представником цього класу речовин – **сегнетової солі** (подвійна калієво-натрієва сіль винної кислоти ($KNaCuH_4O_6 \cdot 4H_2O$)).

У сегнетоелектриків особливий вид поляризації – **спонтанний** (самовільний). В кристалах сегнетоелектриків при певних температурах виникають **мікробласті сильної поляризації** – так звані **домени** (рис. 5.1).

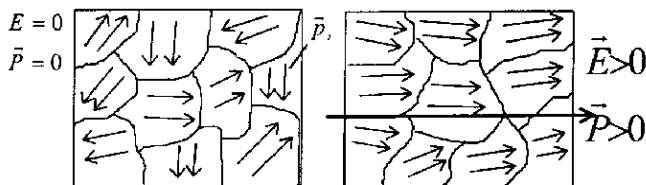


Рис. 5.1

Електричні моменти доменів, за відсутності поля, орієнтовані безладно і в цілому кристал не поляризований. Якщо ж помістити сегнетоелектрик в електричне поле, відбувається його поляризація у зв'язку з орієнтацією доменів за полем.

Натисніть
на символ



18Segn.flv

Характер залежності вектора поляризації від напруженості поля $P(E)$ має складний характер, оскільки діелектрична сприйнятливість ϵ_E залежить від напруженості електричного поля E :

$$P = \epsilon_E \epsilon_0 E$$

На рис. 5.2 цю залежність представлено графічно.

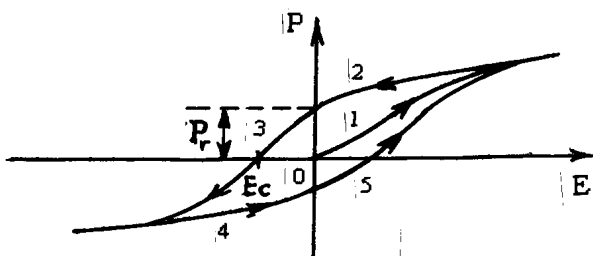


Рис. 5.2

При збільшенні напруженості поля від нуля поляризація зростає (крива 1), що обумовлено як стрибкоподібною, так і плавною переорієнтацією доменів. При зменшенні поля вектор поляризації \vec{P} зменшується у відповідності з кривою 2, однак з деяким **запізненням (гістерезисом)**, бо коли $E = 0$, то $P = P_r$. Це так звана залишкова поляризація і щоб її зняти, треба частину доменів переорієнтувати в протилежному напрямку, приклавши зворотнє поле величиною E_c , яке дістало назву "**коерцетивна сила**". При подальшому зростанні зворотнього поля ($-E$) відбувається переорієнтація доменів у зворотньому

Натисніть
на символ



21Segn_p.swf

напрямку і поляризація теж змінює полярність (крива 3). Якщо поле змінювати циклічно, поляризація буде змінюватись відповідно до замкненої кривої 4-5-2-3-4, яка називається **петлею гістерезису**.

Для кожного сегнетоелектрика є температури, за межами яких він втрачає особливі властивості і стає звичайним діелектриком.

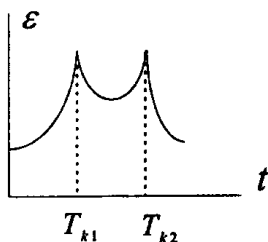


Рис. 5.3

В радіотехніці застосовуються сегнетоелектрики на основі титанату барію, стронцію, кальцію. З них виготовляють кераміку для конденсаторів ($\epsilon > 900$), що дає можливість створювати малогабаритні конденсатори великої ємності. Однак конденсатори із сегнетокераміки можуть застосовуватись тільки на низьких частотах, оскільки на високих частотах вони мають великі діелектричні втрати. На основі сегнетоелектриків виготовляються також нелінійні конденсатори – варіконди, у яких ємність залежить від напруженості поля. Вони застосовуються в параметричних підсилювачах, фазоповоротних пристроях. Електрооптичні властивості сегнетоелектриків використовуються для модуляції лазерного променя.

Ці температури називаються точками Кюрі. Сегнетова сіль має дві точки Кюрі – при $-15\text{ }^\circ\text{C}$ і $+22,5\text{ }^\circ\text{C}$ (рис. 5.3). При температурах нижче $-15\text{ }^\circ\text{C}$ і вище $+22,5\text{ }^\circ\text{C}$ електричні властивості сегнетової солі стають звичайними.

**В області домена
поляризація максимальна.
Однак за відсутності поля
електричні моменти
доменів орієнтовані
безладно і в цілому кристал
не поляризований**

**В електричному полі
відбувається поляризація
сегнетоелектрика у
зв'язку з орієнтацією
доменів за полем**

**Сегнетоелектрики
вирізняються дуже
великим значенням
діелектричної проникності**

5.2. П'єзоелектрики

Є кристалічні діелектрики, які складаються з іонів протилежних знаків, розташованих у вузлах кристалічної ґратки. Зміщення від'ємних і додатних іонів в електричному полі є причиною поляризації цих діелектриків (іонна поляризація). Однак деякі кристали можна поляризувати шляхом їх деформації при стискуванні чи розтягу. Явище поляризації при деформації називається **п'єзоелектричним ефектом**. Величина поляризації пропорційна деформації. П'єзоелектричний ефект був відкритий у 1880 році П'єром і Жаном Кюрі. Найважливішими п'єзоелектриками є кварц, сегнетова сіль, метатитанат барію та інші. Наприклад, комірку кварцу (SiO_2) можна зобразити схематично у вигляді вузлів, у яких знаходяться атоми кремнію і атоми кисню (рис. 5.4).

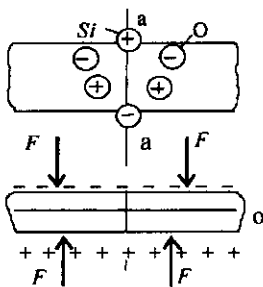


Рис. 5.4

Якщо вирізати з кварцу пластинку і стискати її вздовж певної осі а-а, то на гранях, через які здійснюється стискання, з'являться зв'язані заряди.

Натисніть
на символ



44Pyezo.flv



36Pyezo.swf

Коли ж пластинку розтягувати вздовж тієї ж осі, то з'являться заряди іншого знаку. Це поздовжній **п'єзо ефект**.

Поляризація в напрямку *a-a* буде спостерігатись також тоді, коли пластинку стискувати чи розтягувати в напрямку *o-o*. Це **поперечний п'єзо ефект**.

Для практичного застосування п'єзо ефекту на грані пластинки наносять шляхом напилення металеві електроди, які під'єднують до електричного кола. При деформації кристала в колі будуть виникати імпульси струму. Такі процеси відбуваються в головці звукознімача (рис. 5.5), в п'єзоелектричному мікрофоні (рис. 5.6). Деформація пластинки під впливом голки звукознімача чи під дією звукової хвилі перетворюється у змінний струм такої ж частоти.



Рис. 5.5

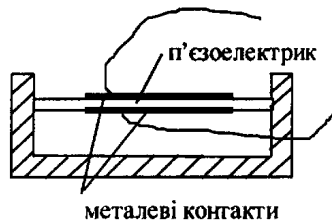


Рис. 5.6

В п'єзоелектричних кристалах спостерігається також **зворотний п'єзо ефект**, який полягає в тому, що поляризація під дією електричного поля супроводжується деформацією кристалу.

Якщо на металеві електроди подати змінну

Натисніть
на символ



45huchn.flv

електричну напругу, то пластинка буде коливатися вздовж осі $a-a$.

Такі настроєні в резонанс п'єзоелектричні пластинки використовуються для збудження ультразвукових хвиль, для стабілізації частоти генераторів електричних коливань в радіотехніці і т. п. Наприклад, п'єзокварцовий стабілізатор частоти являє собою п'єзоелектричну кварцову пластинку, поміщену між електродами конденсатора K (рис. 5.7).

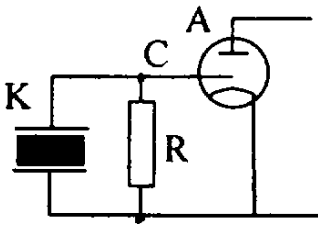


Рис. 5.7

Такий конденсатор підмикається до сітки лампи і завдяки цьому коливання потенціалу сітки відбувається синхронно з власними коливаннями п'єзокварцової пластинки, частота яких високостабільна.

Ця властивість використовується в годинниках, які вимірюють час з високою точністю (до 10^{-8} с).

Треба відмітити, що добротність кварцевої пластинки в десятки тисяч разів перевищує добротність звичайних контурів ($Q \approx 10^6$).

Кварцеві пластини широко застосовуються для покращення селективності смугових фільтрів, настроєних на одну частоту (рис. 5.8).

Натисніть
на символ



47Zvuk.flv

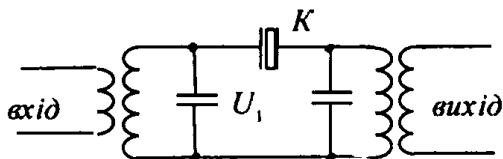


Рис. 5.8

Напруга на першому контурі прикладається через другий контур до пластини кварцу. Вона коливається і в колі виникає змінний струм.

Якщо частота в першому контурі рівна частоті власних коливань кварцової пластинки, коливання в другому контурі мають найбільше значення.

Ми розглянули п'єзоелектрики, в яких при стискуванні і розтязі відбувається поляризація зарядів. Поляризація зарядів відбувається також при розповсюдженні в кристалі ультразвукових хвиль. Акустична ультразвукова хвиля – це періодичний процес стиску-розтягу, який поширюється в кристалі. При цьому на поверхні внаслідок п'єзо ефекту з'являється змінний електричний сигнал – поверхневі хвилі. Область науки, яка вивчає процеси поширення ультразвукових хвиль і використання їх для перетворення та обробки радіосигналів, називається **акустоелектронікою**.

Як приклад розглянемо застосування поверхневих хвиль в **лініях затримки**.

На одну пару електродів кварцової пластинки подається сигнал (рис. 5.9). Він викликає коливання і поверхневі хвилі, які поширюються зі швидкістю звуку по кристалу.



Рис. 5.9

На електродах в іншому кінці пластинки буде вихідний сигнал, подібний до вхідного, тільки зсунутий в часі.

5.3. Електрети

Електрети – це діелектрики, які будучи один раз наелектризованими, довго зберігають свій заряджений стан. Для одержання електретів розплавлену суміш з воску і смоли зносять в електричне поле і залишають в ньому до застигання. Затверділий електрет являє собою ізолятор з додатним зарядом на одному кінці і від’ємним – на іншому (рис. 5.10).

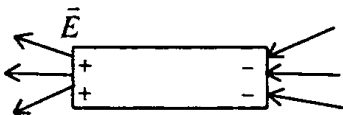


Рис. 5.10

Електрети створюють навколо себе постійне електричне поле і є аналогами постійних магнітів.

Залишкова поляризація електретів пояснюється тим, що вільні електрони і іони під дією поля зміщуються до електродів і захоплюються структурними дефектами, утворюючи об'ємні заряди.

Електрети застосовують в мікрофонах, телефонах, вібродатчиках. Їх можна використовувати для подачі постійної напруги на сітки електронних ламп, для керування електронним пучком в електронно-променевих трубках, в електростатичних вольтметрах. Недоліком електретів є те, що вони швидко "старіють", тобто з ними відбуваються необоротні процеси деградації, в результаті чого поляризація зникає.

Питання для контролю

1. Чим виділяються сегнетоелектрики з-поміж інших діелектриків?
2. Як відбувається поляризація сегнетоелектриків?
3. Що таке домени ?
4. Що таке гістерезис ?
5. Що таке залишкова поляризація ?
6. Що таке «коерцитивна сила» ?
7. Які властивості мають конденсатори із сегнетоелектрика ?
8. Що таке п'єзо ефект ?
9. Навести приклади застосування п'єзо ефекту в радіотехніці.
10. Що таке електрети ?

Допоміжна література

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 2. – Москва: Наука, 1978, § 23.

Тема 6. Провідники в електричному полі

Питання теми

- 6.1. Розподіл надлишкових зарядів, напруженості і потенціалу в провіднику.
- 6.2. Провідник в електричному полі. Захист від електричних полів.
- 6.3. Електроємність провідників. Конденсатори.
- 6.4. Приклади розрахунку ємності конденсаторів.

6.1. Розподіл надлишкових зарядів, напруженості і потенціалу в провіднику

Провідник (метал) – складається з додатньо заряджених іонів у кристалічній ґратці і рівної їм кількості від’ємних зарядів – електронів. В цілому він електронейтральний, заряди компенсують один одного (рис. 6.1) .

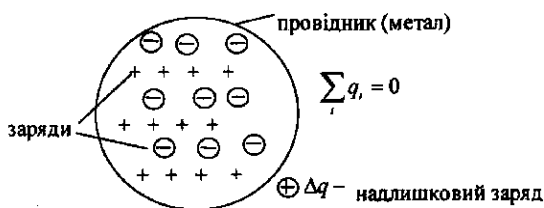


Рис. 6.1

Провідник складається з позитивно заряджених іонів та рівної їм кількості негативних електронів і в цілому є електронейтральним

Однак на провідник можна помістити **надлишковий** додатний або від'ємний заряд Δq . І оскільки заряд в провіднику може перемішуватись під дією дуже малої сили, то він легко розпливається по провіднику, доки не настане рівновага. Як же розподіляється надлишковий заряд в провіднику при рівновазі?

Якщо електричні заряди знаходяться у рівновазі, то в провіднику нема електричного струму. А це означає, що напруженість поля E в будь-якій точці всередині провідника рівна нулю: $E_i = 0$.

Дійсно, якби ця умова не виконувалась, то рухливі носії заряду – електрони, під дією сил поля прийшли б у рух і рівноваги не було б.

Знайдемо розподіл надлишкових зарядів у провіднику. Для цього застосуємо рівняння Пуассона до внутрішньої області металу:

$$\frac{dE_x}{dx} + \frac{dE_y}{dy} + \frac{dE_z}{dz} = \frac{\rho_i}{\epsilon_0}.$$

Оскільки E_x , E_y , E_z дорівнюють нулеві, то густина надлишкового заряду всередині металу $\rho_i = 0$.

Це означає, що **надлишковий заряд Δq в провіднику розподіляється по поверхні** (рис. 6.2).

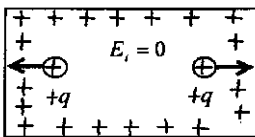


Рис. 6.2

Цей висновок випливає також з того, що однойменні заряди взаємно відштовхуються і розміщуються на найбільшій відстані один від одного – на поверхні.

Надлишковий заряд в провіднику розподіляється по поверхні

Так як в стані рівноваги всередині провідника надлишкових зарядів нема, то видалення речовини із внутрішньої частини провідника ніяк не відіб'ється на рівноважному розподілі зарядів. Рівноважний розподіл надлишкових зарядів у порожнинному провіднику буде таким же, як і в суцільному, тобто **надлишкові заряди** розподілені тільки на поверхні (рис. 6.3).

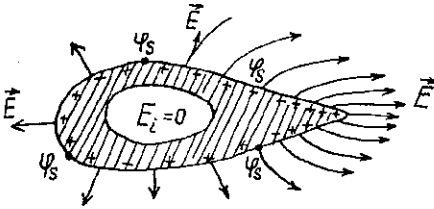


Рис. 6.3

Причому, вони повинні розподілитися так, щоб потенціали поверхні в будь-якій точці були однакові і рівні потенціалу всередині провідника. Якби цього не було, існувала б різниця потенціалів на поверхні і заряди прийшли б у рух, чого нема при рівновазі. Таким чином, в умовах рівноваги **поверхня провідника еквіпотенціальна**. З цього випливає, що **вектор напруженості поля перпендикулярний до поверхні**. Причому там, де є гострі виступи, напруженість поля більша. Це можна обґрунтувати таким чином.

Натисніть
на символ



15Pprov.flv



17Porozh.flv

Нехай ми маємо дві кулі різних радіусів. Їх потенціали

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 S}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0},$$

$$\varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 S}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 4\pi R_2^2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0}.$$

Якщо потенціали обох куль рівні ($\varphi_1 = \varphi_2$) то $\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$, звідки маємо:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Тобто, куля з меншим радіусом має більшу густину заряду. А оскільки напруженість поля на поверхні кулі $E = \sigma/\epsilon_0$, то це означає, що там, де більша кривизна поверхні, більша напруженість поля і силові лінії проходять густіше. Таке справедливо також для поверхні металу з виступами, вістрями. Напруженість поля поблизу загострень може бути настільки великою, що відбувається іонізація газу. Це явище використовується в радіотехніці у високовольтних стабілітронах коронного розряду (рис. 6.4).

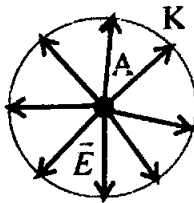


Рис. 6.4

Катод стабілітрона має форму циліндра, а анод — у вигляді тонкого стержня, тому поблизу нього напруженість поля набагато більша і силові лінії густіші, ніж біля катода.

Поверхня зарядженого провідника є еквіпотенціальною

6.2. Провідник в електричному полі. Захист від електричних полів

При внесенні незарядженого провідника в електричне поле носії заряду розділяються: додатні зміщуються в напрямку \vec{E}_0 , від'ємні – в протилежну сторону (рис. 6.5).

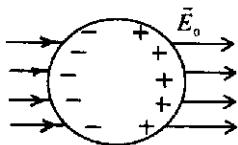


Рис. 6.5

В результаті на кінцях провідника виникають так звані **індуковані** заряди. Поле цих зарядів E' напрямлене протилежно до зовнішнього поля.

Перерозподіл носіїв заряду відбувається до тих пір, доки напруженість поля всередині провідника не стане рівною нулеві.

Натисніть
на символ



17Porozh.flv

Поле всередині провідника рівне нулю

Оскільки поле всередині провідника рівне нулю, то внутрішню частину його можна видалити і використати провідник для екранування від електростатичних полів, що широко застосовується в радіотехніці (екранування провідників, радіодеталей, тощо, рис. 6.6; 6.7).

Натисніть
на символ

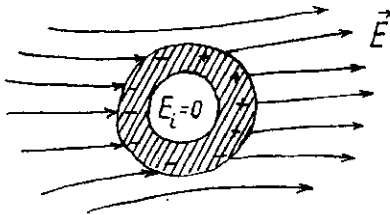


Рис. 6.6

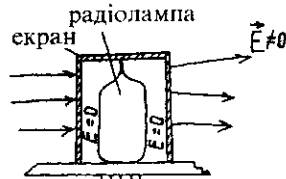


Рис. 6.7



13Ekr.flv



14Ekran.flv

**Відсутність поля всередині
провідника використовується
для екранування
від зовнішніх полів**

6.3. Електроємність провідників. Конденсатори

Електроємність – це здатність провідника чи системи провідників накопичувати (нагромаджувати) заряд – мається на увазі надлишковий заряд. Така здатність "вміщувати" в собі електричний заряд – електроємність – у різних провідників неоднакова.

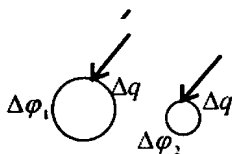


Рис. 6.8

Дослідним шляхом встановлено, що якщо надавати однаковий заряд провідникам різної форми і розмірів, то їх потенціал підвищується не на однакову величину (рис. 6.8).

Для окремого провідника (без близького оточення) зв'язок між поміщенням на нього зарядом Δq і зміною потенціалу $\Delta \phi$ – лінійний, тобто прямопропорційний: $\Delta q = C \Delta \phi$, звідки

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \phi}$$

електроємність чисельно рівна заряду, який треба надати провіднику, щоб змінити його потенціал на 1В.

В системі СІ за одиницю ємності прийнято один Фарад. Фарад – це дуже велика ємність. В техніці застосовуються менші одиниці: 1 мікрофарад = 10^{-6} Ф (мкФ); 1 пікофарад = 10^{-12} Ф (пФ).

Відсторонені (виокремлені) провідники мають малу ємність. Наприклад, провідник такого розміру як Земля мав би ємність $C \approx 4 \cdot 10^{-4}$ Ф.

Натисніть
на символ



Відсторонені (виокремлені) провідники мають малу ємність

Однак на практиці буває потреба в пристроях, які б при невеликому потенціалі нагромаджували на собі (конденсували) більший заряд. Такі пристрої називаються **конденсаторами**.

В основу конденсатора покладено той факт, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших провідників (рис. 6.9).

Під дією поля, що створюється зарядженим провідником A , на піднесеному до нього тілі B виникають індуковані заряди протилежного знаку на поверхні, ближчій до провідника, і одноїменні заряди на віддаленій поверхні.

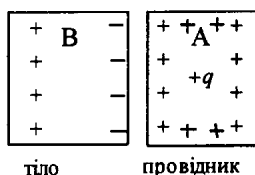


Рис. 6.9

Заряди протилежного знаку знаходяться ближче до провідника і створюють більший вплив на його потенціал. Абсолютна величина потенціалу провідника при дії цього заряду іншого знаку повинна зменшитись.

Натисніть
на символ



10P_pl_k.flv

Так як заряд на провіднику не змінюється, то його ємність зростає: $C = \frac{q}{\phi}$. Причому, заряд

q не змінюється, а потенціал ϕ – змінюється. І чим ближче тіло до провідника, тим більша ємність провідника. Ця властивість невіокремленого провідника використовується для виготовлення конденсаторів – накопичувачів заряду (рис. 6.10).



Рис. 6.10

Конденсатори виготовляють у вигляді провідників, розміщених близько один до одного так, щоб поле максимально було сконцентроване всередині конденсатора.

За конструкцією бувають плоскі і циліндричні конденсатори.

Натисніть
на символ



12Cyl_k.flv

**Електроємність провідника
значно зростає
при наближенні до нього
інших провідників**

6.4. Приклади розрахунку ємності конденсаторів

Ємність плоского конденсатора. В загальному випадку ємність конденсатора

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi}.$$

Для плоского конденсатора $\Delta \varphi = Ed$. Оскільки напруженість поля двох різнойменно заряджених пластин (рис. 6.11)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\Delta q}{S \epsilon \epsilon_0},$$

то

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta q}{S \epsilon \epsilon_0} d.$$

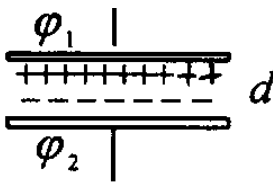


Рис. 6.11

Таким чином, ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi} = \frac{\Delta q}{\frac{\Delta q}{S \epsilon \epsilon_0}},$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}.$$

Ємність циліндричного конденсатора

Напруженість поля, що створюється циліндричною зарядженою поверхнею (2.19):

$$E_r = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

де $\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{\Delta q}{l}$ – лінійна густина заряду.

Знайдемо вираз для ємності такого конденсатора.

Нехай електроди мають потенціали Φ_1 і Φ_2 (рис. 6.12).

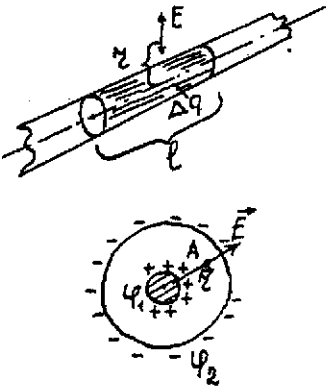


Рис. 6.12

Згідно з теоремою Остроградського-Гаусса заряд зовнішнього електрода всередині (в точці A) поля не створює, точніше, поле цього симетрично розміщеного заряду дорівнює нулеві. Отже поле в точці A створюється лише зарядом внутрішнього електрода.

Так як $d\phi = E_r dr$, то для різниці потенціалів можемо записати:

$$\begin{aligned}
 j_1 - j_2 &= \int_{j_1}^{j_2} dj = \int_{r_1}^{r_2} E_r dr = \\
 &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau dr}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \\
 &= \frac{t}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}.
 \end{aligned}$$

Отже, ємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta\phi} = \frac{\Delta q}{\frac{\Delta q}{\Delta l} \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}}$$

або

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}},$$

де R_1 і R_2 радіуси електродів конденсатора.

Як для плоского, так і для циліндричного конденсаторів ємність залежить від діелектричної проникності діелектрика, від розмірів електродів і відстані між ними. Змінюючи їх, можна одержувати конденсатори різної ємності.

Питання для контролю

1. Як розподілені надлишкові заряди, напруженість і потенціал поля в провіднику ?
2. Що відбувається з провідником в електричному полі? Як здійснити захист (екранування) від електричних полів ?
3. Що таке електроємність провідника ? Що таке конденсатор ?

4. Довести, що виокремлений провідник має меншу електроємність, ніж в системі з іншими провідниками.

5. Вивести формулу для електроємності плоского конденсатора.

6. Конденсатори яких конструкцій Ви знаєте ?

Допоміжна література

1. *Савельев Й. В.* Курс общей физики. Т. 2. – Москва: Наука, 1978, § 24-27.

Тема 7. Енергія електричного поля

Питання теми

- 7.1. Енергія системи зарядів.
- 7.2. Енергія зарядженого провідника і конденсатора.
- 7.3. Енергія електричного поля. Об'ємна густина енергії електричного поля.
- 7.4. Енергія електричного поля. Об'ємна густина енергії.
- 7.5. Приклад розрахунку енергії електричного поля

7.1. Енергія системи зарядів

Якщо є система заряджених тіл, то між цими тілами існує електрична взаємодія (рис. 7.1). При дії сили на заряд він переміщується, отже електричне поле виконує роботу. Це значить, що поле має енергію.

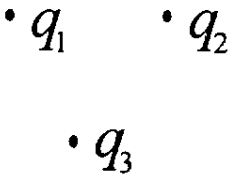


Рис. 7.1

Сили електричної взаємодії потенціальні, тобто робота цих сил не залежить від шляху. Це значить, що система заряджених тіл має потенціальну енергію.

Знайдемо вираз для потенціальної енергії системи точкових зарядів.

Нехай на початку маємо два заряди q_1 і q_2 . Коли ці заряди віддалені один від одного на нескінченність, вони не взаємодіють і їх енергія дорівнює нулеві. Зблизимо заряди на відстань r_{12} (рис. 7.2).

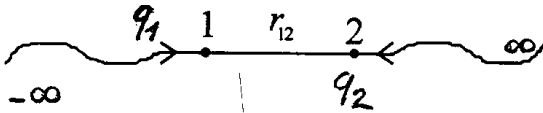


Рис. 7.2

При цьому потрібно виконати роботу проти електричних сил, яка піде на збільшення потенціальної енергії системи. Нехай переноситься заряд q_1 із $-\infty$ в точку 1, віддалену від q_2 на r_{12} . Тоді

$$A_1 = q_1 \varphi_1 = q_1 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_{12}}, \quad (1)$$

де $\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_{12}}$ – потенціал в точці 1, створений зарядом q_2 . Аналогічно, якщо переносити заряд q_2 з ∞ в точку 2 на відстані r_{12} від q_1 ,

$$A_2 = q_2 \varphi_2 = q_2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_{12}}, \quad (2)$$

де $\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_{12}}$ потенціал, створений зарядом q_1 в точці 2. Роботи A_1 і A_2 ідуть на збільшення енергії системи зарядів. Очевидно, що

$$A_1 = A_2 = q_1 j_1 = q_2 j_2 = W. \quad (3)$$

Для того, щоб у вираз для енергії системи обидва заряди входили симетрично, запишемо його таким чином:

$$W_{12} = \frac{1}{2}(q_1\Phi_1 + q_2\Phi_2). \quad (4)$$

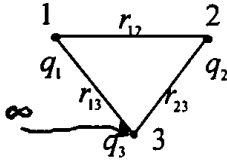


Рис. 3

Тепер перенесемо із нескінченності ще один заряд q_3 і помістимо його в точку 3 на відстані r_{13} від q_1 , і r_{23} від q_2 (рис. 3).

При цьому виконаємо роботу

$$A_3 = q_3\Phi_3 = q_3 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}} \right), \quad (5)$$

де $\Phi_3 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}$ потенціал в точці 3, створюваний зарядами q_1 і q_2 . Разом з A_1 (чи A_2) робота A_3 буде рівна енергії трьох зарядів:

$$W_{12} + W_3 = W_{123} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right). \quad (6)$$

Цей вираз можна звести до вигляду

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{2r_{12}} + \frac{q_1 q_2}{2r_{12}} + \frac{q_3 q_1}{2r_{13}} + \frac{q_3 q_1}{2r_{13}} + \frac{q_3 q_2}{2r_{23}} + \frac{q_3 q_2}{2r_{23}} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \left[q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_2}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{13}} \right) + q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{23}} \right) + q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right) \right]$$

Отже, енергія системи трьох зарядів

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \Phi_1 + q_2 \Phi_2 + q_3 \Phi_3). \quad (7)$$

Аналогічно можна переконатись, що у випадку N зарядів потенціальна енергія системи

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \Phi_i, \quad (8)$$

де Φ_i – потенціал, створений всіма іншими зарядами в точці, куди поміщається i -й заряд,

7.2. Енергія зарядженого провідника

Заряд q , який знаходиться на провіднику, можна розглядати як систему точкових зарядів (рис. 7.4)

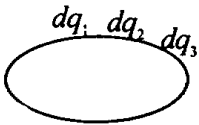


Рис. 7.4

Перенесення першої порції заряду dq не супроводжується виконанням роботи, оскільки потенціал провідника спочатку рівний нулеві. Однак перенесення наступної порції dq вже

потребує деякої роботи, бо зі збільшенням заряду на провіднику його потенціал зростає. Роботу по переміщенню нової порції заряду запишемо:

$$dA = \varphi dq = \frac{q}{C} dq, \quad (9)$$

де $\varphi = \frac{q}{C}$ потенціал провідника, обумовлений тим зарядом, який на ньому вже знаходиться, C – ємність провідника. Робота йде на збільшення енергії провідника:

$$dA = dW = \frac{q}{C} dq.$$

Звідси одержуємо вираз для енергії:

$$W = \int dW = \int \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} + const. \quad (10)$$

Енергію незарядженого провідника будемо вважати рівною нулеві: $q = 0$, $W = 0$. Тоді з формули (10) маємо, що $const = 0$. Отже енергія зарядженого провідника виражається формулою:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qj}{2} = \frac{Cj^2}{2}. \quad (11)$$

Формулу для енергії зарядженого провідника можна одержати також на основі інших міркувань.

Будемо розглядати провідник як систему зарядів Δq . Тоді можемо скористатись формулою (8) для енергії системи зарядів:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i. \quad (12)$$

Оскільки поверхня провідника є екіпотенціальною, то потенціали всіх точок, де знаходяться елементарні заряди dq , однакові і рівні потенціалу провідника ϕ . Із врахуванням цього (13) запишемо:

$$W = \frac{1}{2} \sum \Delta q \phi = \frac{\phi}{2} \sum \Delta q = \frac{1}{2} \phi q \quad (13)$$

– енергія зарядженого провідника.

7.3. Енергія зарядженого конденсатора

В зарядженому конденсаторі на його електродах розміщені заряди $+q$ і $-q$ і вони взаємодіють. Процес виникнення цих зарядів $+q$ і $-q$ можна уявити так, ніби від однієї обкладки забираються дуже малі порції заряду dq і переносяться на іншу (рис. 7.5).

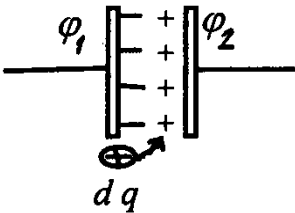


Рис. 7.5

Робота по перенесенню однієї з порцій

$$dA = dq(j_2 - j_1) = dq \cdot U,$$

де U – напруга на конденсаторі. Враховуючи,

$$\text{що } U = \frac{q}{C}, \quad (14)$$

запишемо:

$$dW = dA = Udq = \frac{q}{C} dq.$$

Натисніть
на символ



23Ener_k.flv

Інтегруючи, одержимо:

$$W = \int dW = \int \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} + const. \quad (15)$$

На початку, коли конденсатор не заряджений, $q=0$ і його енергія $W=0$. Тому $const=0$. Таким чином, енергія зарядженого конденсатора (15) виражається формулою:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (16)$$

Де ж зосереджена енергія системи зарядів або енергія зарядженого конденсатора ?

Проаналізуємо це питання окремо.

7.4. Енергія електричного поля. Об'ємна густина енергії

Ми розглянули питання енергії системи зарядів, зарядженого провідника, конденсатора. Для всіх цих систем характерна наявність електричного поля і саме воно має енергію. Енергію електричного поля можна виразити через величини, що характеризують поле – вектори \vec{E} і \vec{P} . Зробимо це для плоского конденсатора. Поле плоского конденсатора зосереджене між його пластинами (рис. 7.6). Енергія конденсатора (16)

$$W = \frac{CU^2}{d}, \quad (17)$$

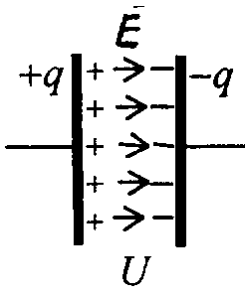


Рис. 7.6

Враховуючи, що ємність конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \text{ одержуємо}$$

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{U^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2} \cdot \left(\frac{U}{d}\right)^2 \cdot d \cdot S,$$

звідки

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2} \cdot E^2 \cdot V. \quad (18)$$

Ми дістали вираз (18) для енергії електричного поля плоского конденсатора.

Оскільки поле в плоскому конденсаторі можна вважати однорідним, то енергія розподіляється в об'ємі між електродами з однаковою густиною. З формули (18) маємо, що **об'ємна густина енергії**

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}. \quad (19)$$

Враховуючи, що $D = \epsilon\epsilon_0 E$, формулу (19) для об'ємної густини енергії можемо записати:

$$w = \frac{ED}{2}. \quad (20)$$

Оскільки електрична індукція

$$\begin{aligned} D &= \epsilon\epsilon_0 E = \epsilon_0 (1 + \chi) E = \\ &= \epsilon_0 E + \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0 E + P, \end{aligned} \quad (21)$$

де χ – діелектрична сприйнятливість, P – вектор поляризації, тоді формулу (20) можемо записати:

$$w = \frac{DE}{2} = \frac{(\epsilon_0 E + P)E}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{PE}{2}, \quad (22)$$

де $\frac{\epsilon_0 E^2}{2}$ – густина енергії електричного поля у вакуумі, а $\frac{PE}{2}$ – енергія, що йде на поляризацію одиниці об'єму діелектрика.

7.5. Приклад розрахунку енергії електричного поля

Вирахуємо енергію електричного поля зарядженої кулі з радіусом R , яка знаходиться в діелектричному середовищі з діелектричною проникністю ϵ (рис. 7.7).

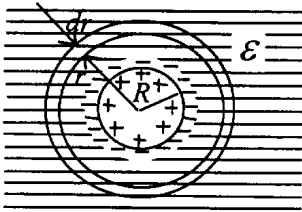


Рис. 7.7

Розіб'ємо простір навколо кулі на концентричні шари товщиною dr . Об'єм такого шару буде:

$$dV = 4\pi r^2 \cdot dr. \quad (23)$$

В ньому зосереджена енергія

$$dW = w \cdot dV. \quad (24)$$

Оскільки $w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}$,
а напруженість поля, створена зарядженою

кулю,
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2},$$

то вираз (24) матиме вигляд:

$$dW = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} dV = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \right)^2 \cdot 4\pi r^2 dr$$

або
$$dW = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}. \quad (25)$$

Інтегруючи (25), одержимо:

$$\begin{aligned} W &= \int dW = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{q^2}{2C}, \end{aligned}$$

де
$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad - \quad (26)$$

ємність кулі.

Питання для контролю

1. Пояснити, чому система зарядів має енергію? Від чого залежить ця енергія?
2. Чому і яку енергію має заряджений провідник? Як її розраховувати?
3. Розрахувати енергію зарядженого Конденсатора. Де вона зосереджена?
4. Розрахувати енергію електричного поля. Вирозити енергію і густину енергії електричного поля через величини, які характеризують електричне поле.

Допоміжна література:

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. – Москва: Наука, 1978, § 28-30.

Тема 8. Постійний електричний струм

Питання теми

- 8.1. Електричний струм і його види. Струм провідності.
- 8.2. Закон Ома для однорідної ділянки кола в інтегральній і диференціальній формах.
- 8.3. Електрорушійна сила і різниця потенціалів.
- 8.4. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола.
- 8.5. Розгалужені електричні кола. Правила Кірхгофа.

8.1. Електричний струм і його види. Струм провідності

Ми розглянули розподіл зарядів у провіднику в стані рівноваги. Тепер вивчимо умови протікання струму. Електричним струмом називається впорядкований рух зарядів. За напрямком струму вибирається напрям руху додатних зарядів. Заряди можуть переміщуватись внаслідок конвекційних потоків – тоді це **конвекційний струм**. Може відбуватися дифузія внаслідок різниці концентрацій зарядів – тоді **струм дифузійний** (рис. 8.1). Ще є струм **провідності** (**дрейфовий струм**) – це напрямлений рух зарядів під дією електричного поля (рис. 8.2).

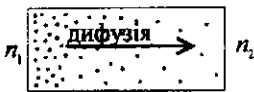


Рис. 8.1

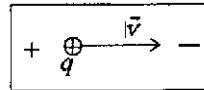


Рис. 8.2

Для кількісної характеристики струму вводиться поняття сили струму:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

– це кількість заряду, який проходить за одиницю часу через поперечний переріз провідника.

**Електричний струм –
це напрямлений
рух зарядів**

**Напрявлений рух зарядів під
дією електричного поля
називається
струмом провідності або
дрейфовим струмом**

Дифузійний струм
 виникає тоді, коли причиною
 напрямленого руху зарядів є
дифузія
 носіїв зарядів внаслідок
 різниці їх концентрації

Оскільки заряди можуть проходити через переріз провідника нерівномірно, вводиться ще одна важлива характеристика – **густина струму** (рис. 8.3).

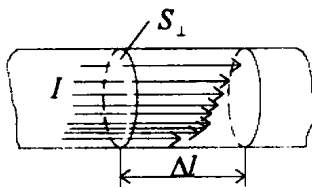


Рис. 8.3

Густина струму рівна величині заряду, який проходить за одиницю часу через одиницю поверхні поперечного перерізу:

$$j = \frac{I}{S_{\perp}} = \frac{\Delta q}{\Delta t S_{\perp}}. \quad (2)$$

**Густина струму – це
кількість заряду,
який проходить
за одиницю часу
через одиницю поверхні
поперечного перерізу
провідника**

Виразимо густина струму j через величини, які характеризують окремого носія заряду.

Оскільки $\Delta q = nq\Delta V = nqS_{\perp}\Delta l$,

де n – концентрація носіїв, q – заряд одного носія,

$$j = \frac{\Delta q}{\Delta t S_{\perp}} = \frac{nqS_{\perp}\Delta l}{\Delta t S_{\perp}} = nq \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

або $\boxed{j = nq\vec{u}}$, (3)

де $\vec{u} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$ – швидкість напрямленого руху носія заряду (дрейфова швидкість).

Як бачимо, густина струму \vec{j} – вектор і він збігається з напрямком швидкості дрейфу.

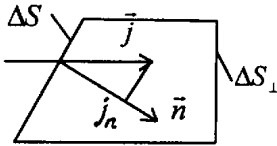


Рис. 8.4

Якщо вектор густини струму не перпендикулярний до елемента площини ΔS , через яку тече струм, тоді замість j використовується нормальна складова j_n , тобто проекція j на нормаль до ΔS (рис. 8.4):

$$\boxed{j_n = nqu} \quad (4)$$

Силу струму (1) можна виразити через густину струму:

$$\boxed{I = j_n \cdot S} \quad (5)$$



Рис. 8.5

Якщо струм тече по провіднику неоднорідно, то його переріз розбиваємо на елементи dS (рис. 8.5). Тоді

$$dI = j_n dS,$$

$$\text{і} \quad \boxed{I = \int_S j_n dS.} \quad (6)$$

8.2. Закон Ома для однорідної ділянки електричного кола в інтегральній і диференціальній формах

Загальновідомий із шкільного курсу фізики закон Ома для ділянки електричного кола

$$I = \frac{U}{R} = \frac{j_1 - j_2}{R} = \frac{\Delta j}{R}, \quad (7)$$

Тут I – сила струму, R – опір даної ділянки, який залежить від форми і розмірів, а також від властивостей матеріалу провідника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (8)$$

де l – довжина ділянки, S – площа поперечного перетину провідника, ρ – питомий опір.

В однорідному провіднику питомий опір однаковий для всіх його ділянок.

Якщо провідник має неоднаковий переріз в різних місцях ділянки (рис. 8.6), то формулу (8) можемо застосувати лише до елементарної частини кола Δl , де переріз S можна вважати незмінним.

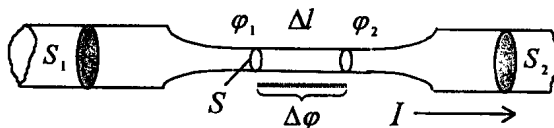


Рис. 8.6

Натисніть
на символ



30_OM.pdf

Тоді (7) запишемо:

$$I = \frac{j_1 - j_2}{\Delta R} = \frac{\Delta j}{\rho \frac{\Delta l}{S}}.$$

Враховуючи, що $I = jS$, матимем:

$$jS = \frac{\Delta j}{\rho \frac{\Delta l}{S}},$$

звідки $j = \frac{\Delta j}{\rho \Delta l}$

або

$$\boxed{j = \frac{1}{\rho} E}, \quad (9)$$

де $|E| = \left| \frac{\Delta j}{\Delta l} \right|$.

Враховуючи, що заряди рухаються вздовж силових ліній, можемо стверджувати, що \vec{j} паралельний до \vec{E} . Тоді формулу (9) запишемо:

$$\boxed{\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}}, \quad (10)$$

де $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – питома електропровідність.

Формули (9) і (10) виражають закон Ома в диференціальній формі, який можна застосувати до елемента провідника Δl , що важливо у випадках, коли провідник неоднорідний по довжині.

Закон Ома в диференціальній формі виражає густину струму в локальній області провідника через локальні значення \vec{E} і σ

8.3. Електрорушійна сила і різниця потенціалів

Необхідною умовою існування струму провідності в провіднику є наявність різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ на його кінцях 1 – 2, тобто існування в провіднику електричного поля (рис. 8.7).

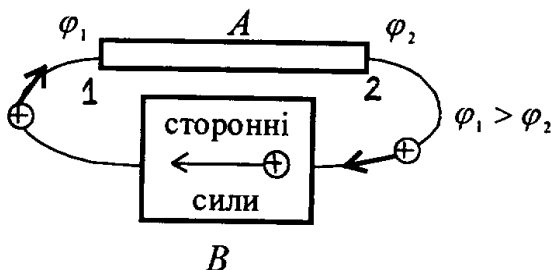


Рис. 8.7

Під дією поля відбувається переміщення зарядів у провіднику, яке повинне призвести до вирівнювання потенціалів. Тому для існування в провіднику постійного електричного поля, необхідно від його кінця з меншим потенціалом (Φ_2) безперервно відводити додатні заряди, що приходять сюди, а до кінця з більшим потенціалом Φ_1 безперервно підводити їх.

Тобто, необхідно здійснювати кругообіг зарядів (для зручності ми розглядаємо рух додатних зарядів, який співпадає з напрямом струму).

В провіднику (ділянка A) рух додатних зарядів в сторону меншого потенціалу природний. За межами провідника (ділянка B) ці заряди повинні рухатись в сторону більшого потенціалу, тобто проти поля. Такий рух може здійснюватися лише силами неелектричного походження – так званими **сторонніми силами** (хімічними – гальванічними елементами, або породженими механічним рухом провідника в магнітному полі (в генераторах) і т. і.). Ці сторонні сили одержали назву електрорушійних сил (е.р.с., \mathcal{E}).

Дамо визначення е.р.с. Для цього запишемо вираз для роботи по переміщенню заряду по всьому замкненому колу:

$$A = \oint_l \mathbf{F} dl = \int_1^2 \mathbf{F} dl + \int_2^1 \mathbf{F}^{cm} dl. \quad (11)$$

Тут $\mathbf{F} = \mathbf{E}q$ – потенціальна сила, яка діє на ділянці 1–2, а $\mathbf{F}^{cm} = \mathbf{E}^{cm}q$ – стороння сила, що діє на ділянці 2–1, \mathbf{E} і \mathbf{E}^{cm} – напруженості полів цих сил. Враховуючи це, вираз (11) можемо записати:

$$A = \int_1^2 \mathbf{E} q d\mathbf{l} + \int_2^1 \mathbf{E}^{cm} q d\mathbf{l}.$$

Розділимо ліву та праву частини на q :

$$\frac{A}{q} = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_2^1 \mathbf{E}^{cm} d\mathbf{l} = j_2 - j_1 + e_{12}. \quad (12)$$

Тут

$$j_2 - j_1 = \int_1^2 E_l d\mathbf{l} \quad (13)$$

– різниця потенціалів на ділянці 1-2 (E_l – проекція \mathbf{E} на напрям контура l);

$$e_{12} = \int_2^1 \mathbf{E}^{cm} d\mathbf{l} = \int_2^1 E_l^{cm} d\mathbf{l} \quad (14)$$

– це і є електрорушійна сила, яка, як видно, рівна роботі поля сторонніх сил по переміщенню одиничного заряду на ділянці їх дії 2-1.

**Електрорушійна сила
виражає роботу
поля сторонніх сил
по переміщенню
одиничного заряду
на ділянці їх дії**

8.4. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола

Неоднорідною називається ділянка, на якій діє стороння сила (електрорушійна сила).

Оскільки розглядається закон Ома для неоднорідної ділянки кола, то таку ділянку треба утворити. Для цього на ділянці $1-А-2$ кола треба увімкнути джерело е.р.с. \mathcal{E}_{12} , яке і зробить цю ділянку неоднорідною (рис. 8.8).

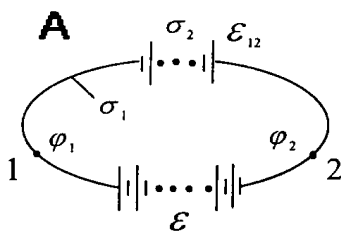


Рис. 8.8

За межами вибраної неоднорідної ділянки може діяти і інша е.р.с. (\mathcal{E}). В даному випадку вона (разом з \mathcal{E}_{12}) створює і підтримує різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$.

**Неоднорідною
називається ділянка,
на якій діє стороння сила
(електрорушійна сила)**

Можемо записати, що робота всіх сил по переміщенню одиничного заряду на ділянці 1-А-2 рівна сумі робіт цих сил на ділянках їх дії:

$$A_{12} = e_{12}q + (j_1 - j_2)q. \quad (15)$$

Ця робота дорівнює теплу, що виділяється при проходженні струму:

$$Q = I^2 R_{12} t = IR_{12} I t = IR_{12} q, \quad (15a)$$

де R_{12} – опір ділянки 1-А-2.

Прирівняємо формули (15) і (15a):

$$e_{12}q + (j_1 - j_2)q = IR_{12}q. \quad (16)$$

Звідси одержимо **вираз для закону Ома для неоднорідної ділянки кола:**

$$I = \frac{e_{12} + (j_1 - j_2)}{R_{12}}. \quad (17)$$

В розглянутому випадку потенціальні сили електричного поля виконують роботу по переміщенню заряду по всій ділянці $1-A-2$, тобто по однорідній його частині з питомою електропровідністю σ_1 і по неоднорідній частині самого джерела \mathcal{E}_{12} , питома електропровідність якого інша (σ_2). Сторонні сили переміщують заряд тільки в межах джерела е. р. с. \mathcal{E}_{12} .

**Сторонні сили
переміщують заряд
тільки в межах джерела е. р. с.**

Відмітимо, що робота по переміщенню одиничного заряду на ділянці $1-A-2$ називається напругою. Тому можемо записати, що напруга

$$U_{12} = e_{12} + (j_1 - j_2). \quad (18)$$

При застосуванні закону Ома для неоднорідної ділянки необхідно дотримуватись правила обходу ділянки і електрорушійну силу вважати додатною чи від'ємною в залежності від полярності вмикання (рис. 8.9).

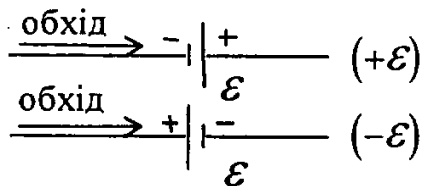


Рис. 8.9

Наприклад, якщо обхід робити від (-) до (+), то це додатне вмикання е.р.с., а коли обхід від (+) до (-) – від'ємне.

8.5. Розгалужені електричні кола. Правила Кірхгофа

Розгалуженими називатимемо кола, які містять вузли. Вузлом називається точка, в якій сходяться більше, ніж два провідники. Розрахунок розгалужених кіл значно спрощується, якщо користуватися правилами Кірхгофа. Цих правил два. При застосуванні правил Кірхгофа необхідно звертати увагу на напрям струму і полярність е.р.с.

Перше правило Кірхгофа: алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулеві:

$$\sum_k I_k = 0. \quad (19)$$

У випадку, зображеному на рис. 8.10,

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Слово «алгебраїчна» означає, що необхідно враховувати знаки струмів. Додатними можна вважати струми, які входять у вузол, а від'ємними – які виходять

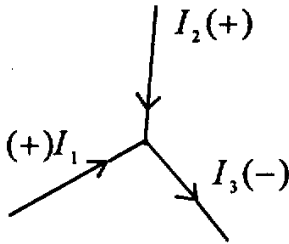


Рис. 8.10

На рис. 8.10 струми I_1 і I_2 , які входять у вузол, є додатними, тоді як струм I_3 , що виходить – від'ємний.

Доведення: Якби алгебраїчна сума струмів була відмінною від нуля, то у вузлі відбувалось би накопичення заряду (або його відхід), що призвело б до зміни потенціалу вузла і зміни струмів у колі. А ми розглядаємо стаціонарні випадки, коли потенціали у колі не змінюються.

Друге правило Кірхгофа: алгебраїчна сума падіння напруг для якого-небудь замкненого контура рівна алгебраїчній сумі електрорушійних сил (е.р.с., \mathcal{E}_i), що діють в цьому контурі:

$$\sum_{k=1}^1 I_k R_k = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i \quad (20)$$

Для доведення виділимо замкнений контур 1–2–3–4–1 і виберемо напрям обходу (рис. 8.11).

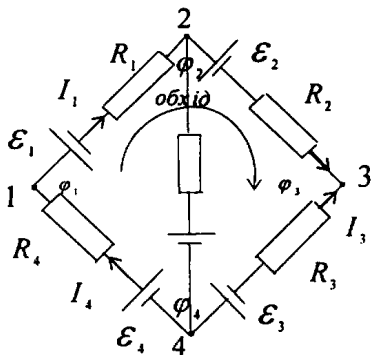


Рис.8.11

Застосуємо для кожної з ділянок 1–2, 2–3, 3–4, 4–1 закон Ома для неоднорідної ділянки:

$$1-2 \quad I_1 R_1 = j_1 - j_2 - \varepsilon_1;$$

$$2-3 \quad I_2 R_2 = j_2 - j_3 - \varepsilon_2;$$

$$3-4 \quad -I_3 R_3 = j_3 - j_4 + \varepsilon_3;$$

$$4-1 \quad I_4 R_4 = j_4 - j_1 + \varepsilon_4.$$

Просумувавши ліві і праві частини цих рівностей:

$$\sum I_k R_k = 0 + \sum \varepsilon_k,$$

отримуємо друге правило Кірхгофа:

$$\sum_k I_k R_k = \sum \varepsilon_k.$$

Застосовуючи правила Кірхгофа до вузлів і різних замкнених контурів, можна записати стільки незалежних рівнянь, скільки невідомих, а розв'язавши систему цих рівнянь, можна знайти невідомі. При цьому необхідно дуже строго слідкувати за тим, щоб струмам і е.р.с. припису-

вались знаки у відповідності з вибраним обходом контура. Наприклад, якщо струм співпадає з обходом, йому приписується знак (+), якщо е.р.с. увімкнена так, що співпадає з обходом (тобто, створює струм в напрямку обходу) – вона додатна (рис. 8.12).

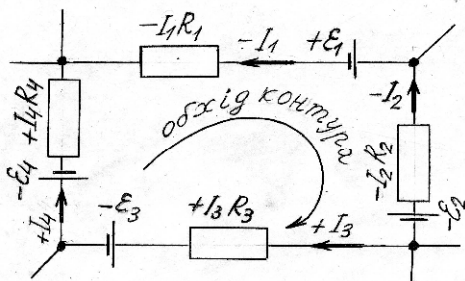


Рис. 8.12

Питання для контролю

1. Що таке електричний струм? Які види струми бувають?
2. Що таке густина струму?
3. Що таке дрейфова швидкість? Як густина струму виражається через дрейфову швидкість?
4. Як записати закон Ома в диференціальній формі?
5. Записати і пояснити закон Ома для неоднорідної ділянки кола.
6. Сформулювати і пояснити правила Кірхгофа.
7. Що означають вирази "алгебраїчна сума струмів", "алгебраїчна сума спадів напруг", "алгебраїчна сума е.р.с."?

Допоміжна література

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.2: – Москва: Наука, 1978, § 31–36.

Тема 9. Класична теорія електропровідності металів

Питання теми

- 9.1. Основні положення теорії.
- 9.2. Закон Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності.
- 9.3. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії.
- 9.4. Поняття про теплові шуми в елементах апаратури зв'язку.

9.1. Основні положення теорії

В основі класичної теорії електропровідності лежить уявлення про вільні електрони в металах. Згідно з Друде і Лоренцом сукупність вільних електронів у металі розглядається як "електронний газ", який відповідає вимогам, що пред'являються до ідеального газу. Ідеальним називається газ, який складається з молекул, потенціальна енергія взаємодії між якими дуже мала, так що нею можна знехтувати. Молекули ідеального газу взаємодіють тільки через зіткнення. Вони знаходяться в неперервному хаотичному русі і характеризуються деякою **середньою швидкістю \bar{U}** , а також середнім значенням **довжини вільного пробігу \bar{l}** .

На відміну від молекул електрони, рухаючись хаотично, переважно взаємодіють не через зіткнення між собою, а через зіткнення з іонами, розміщеними у вузлах кристалічної ґратки. Але такий рух електронів також характеризується середньою швидкістю **\bar{U}** і довжиною вільного пробігу **\bar{l}** .

Якщо в провіднику створити різницю по-

тенціалів, то електричне поле \vec{E} зумовить напрямлений рух електронів (рис. 9.1).

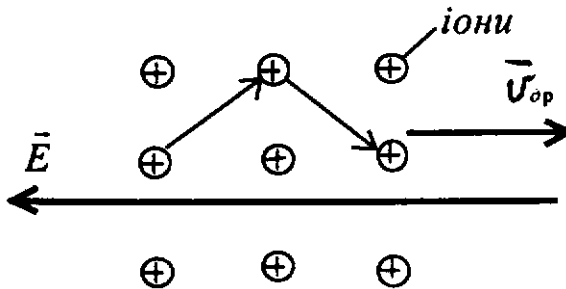


Рис. 9.1

Тобто, рухаючись хаотично, всі електрони будуть прискорюватись електричним полем \vec{E} і рухатись назустріч полю напрямлено з деякою середньою швидкістю дрейфу $\vec{U}_{др}$.

При своєму русі в провіднику електрони стикаються з іонами кристалічної ґратки і гальмуються. Таким чином електрони прискорюються під час вільного пробігу l і гальмуються при зіткненні з іонами. При цьому вони віддають ґратці свою енергію, що призводить до нагрівання провідника.

Зіткнення електронів з іонами є також причиною електричного опору провідника. За законом Ома у диференціальній формі $j = \sigma E$.

Звідси
$$\sigma = \frac{j}{E};$$

Оскільки $j = enu_{др}$, то (2) набуває вигляду:

$$\sigma = \frac{en\mathbf{u}_{др}}{E}$$

або $\sigma = en\mathbf{u}$,

де $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}_{др}}{E}$ –

так звана рухливість.

Рухливість – це швидкість дрейфу ($\mathbf{u}_{др}$), яку електрон набуває, прискорюючись одиничним електричним полем на довжині вільного пробігу, тобто між зіткненнями.

Таким чином, питома провідність і питомий опір виражаються через рухливість \mathbf{u} , яка залежить від характеру зіткнень електронів у металі чи іншому провіднику. Такі зіткнення відбуваються не тільки з іонами, що коливаються, а також з домішками, які можуть значно збільшувати опір.

9.2. Закон Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності

Ми знаємо, що густина струму виражається через дрейфову швидкість:

$$\dot{\mathbf{j}} = en\dot{\mathbf{u}}_{др}. \quad (1)$$

Знайдемо вираз $\mathbf{u}_{др}$ через довжину вільного пробігу l і швидкість хаотичного руху $\dot{\mathbf{u}}$.

У проміжку між зіткненнями електрони

рухаються напрямлено під дією сили F з боку електричного поля E :

$$F = eE \quad (2)$$

Ця сила прискорює електрони:

$$F = ma. \quad (3)$$

Тому можемо записати

$$eE = ma,$$

звідки

$$a = \frac{eE}{m}. \quad (4)$$

В кінці довжини вільного пробігу l електрон набуває швидкості

$$u_{др.max} = a\tau = a \frac{l}{u}, \quad (6)$$

де $\tau = \frac{l}{u}$ – середнє значення часу вільного пробігу.

Підставивши формулу (4) у (5), матимем:

$$u_{др} = \frac{eEl}{mu}. \quad (6)$$

Електрон на довжині вільного пробігу змінює швидкість дрейфу від 0 до $u_{др.max}$, тому середня швидкість дрейфу

$$u_{др} = \frac{0 + u_{др.max}}{2} = \frac{u_{др.max}}{2}. \quad (7)$$

Підставимо в (7) вираз (6):

$$\mathbf{u}_{др} = \frac{eE\mathbf{l}}{2m\mathbf{u}}. \quad (8)$$

Підставивши формулу (8) в (1), матимемо:

$$j = en\mathbf{u}_{др} = en \frac{lE}{2m} \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{u}},$$

або
$$j = \frac{e^2 n l}{2m\mathbf{u}} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}. \quad (9)$$

Це і є **закон Ома в диференціальній формі**. Тут σ виражається через константи, які характеризують **умови дрейфу** електронів:

$$\sigma = \frac{e^2 n l}{2m\mathbf{u}}. \quad (10)$$

Як бачимо, σ залежить від швидкості теплового руху електронів, яка залежить від температури ($u = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$). Виходить, що чим більша температура, тим менша питома електропровідність металу (або тим більший опір), що і спостерігається в метали.

9.3. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії

До кінця вільного пробігу електрон набуває кінетичної енергії:

$$\begin{aligned}\bar{W}_k &= \frac{m u_{\text{др. max}}^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{e E \bar{l}}{m \bar{u}} \right)^2 = \\ &= \frac{e^2 (\bar{l})^2}{2m (\bar{u})^2} E^2.\end{aligned}$$

Зіткнувшись з іоном, електрон повністю віддає йому свою енергію, яка йде на збільшення внутрішньої енергії металу, на його нагрівання. Кожен електрон за одну секунду має в середньому $1/t = \bar{u}/\bar{l}$ зіткнень. Значить, в одиниці об'єму за одиницю часу виділиться тепло

$$\begin{aligned}\bar{w} &= \frac{\bar{W}_k}{t} \cdot n = \frac{e^2 (\bar{l})^2}{2m (\bar{u})^2} \cdot E^2 \cdot n \cdot \frac{1}{t} = \quad (11) \\ &= \frac{e^2 (\bar{l})^2}{2m (\bar{u})^2} \cdot E^2 \cdot n \cdot \left(\frac{\bar{u}}{\bar{l}} \right) = \frac{e^2 n \bar{l}}{2m \bar{u}} E^2,\end{aligned}$$

де n – число електронів в одиниці об'єму (концентрація), \bar{w} – питома потужність струму (в розрахунку на одиницю об'єму).

Це і є **закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі** (диференціальній формі тому, що тепло виділяється в елементарному об'ємі).

Позначимо

$$\frac{e^2 n \bar{l}}{2m \bar{u}} = \sigma.$$

Тоді закон Джоуля-Ленца матиме вигляд:

$$\bar{w} = \frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{\mu}} E^2 = \sigma E^2. \quad (12)$$

9.4. Поняття про теплові шуми в елементах апаратури зв'язку

Як ми вже відмічали, носії зарядів – електрони – перебувають в металі у стані хаотичного руху. В результаті неупорядкованості такого руху випадково в якийсь момент часу в тому чи іншому місці відбувається невелика зміна концентрації електронів, що призводить до зміни потенціалів, а отже виникнення різниці потенціалів на кінцях провідника. Ця різниця потенціалів має випадковий характер і в часі безладно змінюється, тобто відбувається її флюктуація, яка дістала назву **теплого шуму**. В металах швидкості теплового руху електронів набагато більші за швидкість напрямленого руху (тобто за дрейфову швидкість) в електричному полі і залежить від температури. Тому флюктуації різниці потенціалів залежать від температури і не залежать від прикладеної напруги:

$$U_{uu}^2 = 4kTr\Delta f.$$

Це так звана формула Нейквіста для напруги шуму U_{uu} . Тут r – опір провідника, Δf – інтервал частот, всередині якого вимірюються флюктуації напруги.

Тепловий рух електронів є причиною появи й інших видів шумів. Наприклад, в електронних лампах відбуваються флюктуації струму емісії –

так званий **дробовий шум (дробовий ефект)**. Цей ефект спостерігається також у транзисторах, коли через тепловий рух відбуваються флюктуації струму емітера. Існують і інші причини шуму.

Ці шуми можуть бути підсилені і якщо сигнал слабкий, то виникають труднощі прийняття інформації. Наявність теплових шумів треба обов'язково враховувати при конструюванні радіоапаратури.

Питання для контролю

1. Викласти основні положення класичної теорії електропровідності металів.
2. Що таке довжина вільного пробігу електрона?
3. Що таке рухливість електронів ?
4. Вивести формулу для закону Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності.
5. Пояснити механізм опору металів електричному струмові.
6. Пояснити механізм виділення тепла в провіднику при проходженні електричного струму.
7. Вивести формулу для закону Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії.
8. Пояснити природу теплових шумів в елементах апаратури зв'язку.

Допоміжна література

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 2:
– Москва: Наука, 1978, § 77–78

Тема 10: Струм у газах (газовий розряд)

Питання теми:

- 10.1. Види газового розряду.
- 10.2. Несамостійний газовий розряд.
- 10.3. Самостійний газовий розряд.
- 10.4. Газорозрядна плазма.
- 10.5. Застосування газового розряду в електро- і радіотехніці.

10.1. Види газового розряду.

Електричний струм обумовлений напрямленим рухом зарядів. В металах, електролітах, напівпровідниках носії заряду існують в достатній кількості. В металі – це вільні електрони, в електролітах – додатні і від'ємні іони. В газах також є носії заряду. Це електрони і додатньо (а також від'ємно) заряджені іони, які утворюються під дією космічних променів, радіоактивного випромінювання Землі. Процес утворення іонів в газі називається іонізацією. Іонізація – це відривання електронів від нейтральних молекул, а також приєднання нейтральними молекулами електронів.

Іонізований газ здатний проводити струм. Явище проходження електричного струму через газ називається газовим розрядом. Умови існування газового розряду різні. Вони залежать від тиску газу, опору електричного кола, від величини струму, напруги, від форми електродів. Розряд можна розділити на два види – несамостійний і самостійний. Крім того, самостійний газовий розряд може бути тліючим, дуговим, коронним, іскровим. Розглянемо умови проходження струму через газ більш детально.

Проходження електричного струму через газ називається газовим розрядом

Розряд можна розділити на два види – несамоствійний і самоствійний

10.2. Несамоствійний газовий розряд

Число іонів, які утворюються в газі природним шляхом, невелике. В атмосфері виникає щосекундно в середньому декілька пар іонів в 1 см^3 . Поряд з процесом іонізації відбувається зворотний процес – рекомбінація зарядів. У результаті цих двох процесів у газі встановлюється певне число носіїв, які визначають електропровідність газу. Густина струму

$$j = n \cdot q(u^+ + u^-),$$

де u^+ і u^- – швидкості направленого руху додатних іонів і електронів.

Оскільки

$$u^+ = u^+ E,$$

$$u^- = u^- E,$$

де u^+ і u^- – рухливості іонів і електронів, для густини струму можемо записати:

$$j = n \cdot q (u^+ + u^-) \cdot E.$$

Залежність густини струму від напруженості поля представлена графічно рис. 10.1.

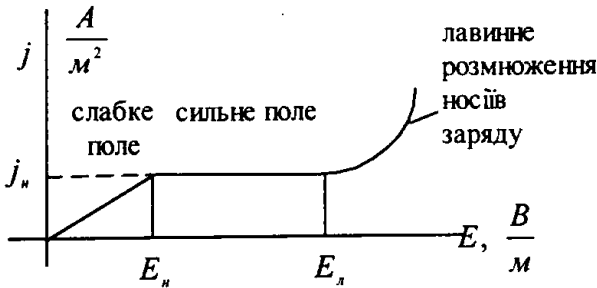


Рис. 10.1

У слабких полях густина струму лінійно залежить від напруженості поля і тут справедливий закон Ома. Чим більше поле, тим швидше рухаються додатні і від'ємні заряди до електродів і тим менша їх рекомбінація, а отже більший струм.

Але при деяких полях E_H густина струму перестає зростати і виходить на насичення (j_H), тому що всі носії зарядів, що утворюються (іони, електрони), уже не встигають прорекомбінувати і досягають електродів. При подальшому збільшенні напруженості поля (E_d) густина струму починає стрімко зростати. Це пояснюється тим, що відбу-

вається розмноження носіїв. Електрони в газі за час вільного пробігу встигають набути енергії, якої достатньо для іонізації молекул у результаті зіткнення. Електрони, які при цьому з'являються, в свою чергу, розігнавшись, теж виконують подальшу іонізацію газу. Таким чином відбувається лавинне розмноження зарядів і зростання розрядного струму. Слід, однак, відмітити, що такий розряд буде несамостійним, оскільки він обумовлюється дією зовнішнього іонізатора. При припиненні дії іонізатора розряд припиняється, навіть якщо він лавинний. Однак при деякій напруженості поля несамостійний розряд може перейти у самостійний.

Розряд, обумовлений дією зовнішнього іонізатора, називається несамостійним

10.3. Самостійний газовий розряд

При достатньо великій напруженості поля $E_{\text{л}}$ відбувається лавинне розмноження електронів, але для підтримання такого розряду необхідна дія зовнішнього іонізатора, який би давав початкові електрони. Однак при сильних полях ($E > E_{\text{л}}$) такі електрони з'являються уже незалежно від зовнішнього іонізатора. Справа в тому, що в електричному полі прискорюються додатні іони, які рухаються до катоду (рис. 10.2).

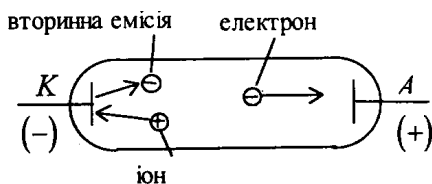


Рис. 10.2

Потрапляючи на катод, вони вибивають з нього електрони. Це явище має назву **вторинної електронної емісії**. У результаті розігріву катоду є також **термоелектронна емісія**. Електрони, що вилітають з катоду, рухаються до аноду і на своєму шляху викликають ударну іонізацію газу. В результаті виникають дві зустрічні лавини додатних і від'ємних зарядів.

Якщо кожен іон, що вдаряється об катод, вибиває один новий електрон, то розряд буде підтримуватися і після припинення дії зовнішнього іонізатора. Напруга, при якій розвивається самостійний розряд, називається напругою запалювання.

Самостійний газовий розряд може мати різні форми в залежності від тиску газу, форми електродів і параметрів зовнішньої частини електричного кола – це **тліючий розряд, дуговий, іскровий, коронний**. Розглянемо особливості цих розрядів.

а) Тліючий розряд

Тліючий розряд виникає при низьких тисках ($P < 5$ мм. рт. ст.) і відносно високих напругах. Його можна спостерігати в скляній трубці довжиною біля 0,5 м з впаяними біля кінців електродами K і A при напрузі $\sim 10^3$ В (рис. 10.3).

Натисніть
на символ



40S_rozr.flv

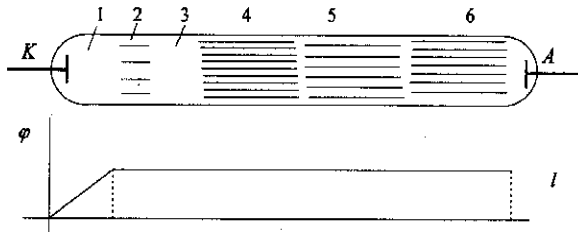


Рис. 10.3

Основні процеси, необхідні для підтримки тліючого розряду, відбуваються в його катодній частині. Цих процесів два. Це вторинна електронна емісія з катоду, обумовлена бомбардуванням його додатними іонами, і ударне збудження електронами молекул газу. Поблизу катоду спостерігається темний простір (астоновий темний простір), тому що електрони не встигають набути енергії, достатньої для збудження газу. На ділянці 2 вони таку енергію дістають і газ починає світитися, бо **збуджені молекули приходять у нормальний стан, випромінюючи світло** (неон – червоне, аргон – синьо-зелене). Електрони, які проходять цю ділянку без зіткнення, вже мають енергію, достатню для іонізації газу (ділянка 3 – кружковий темний простір). Тут утворюється багато електронів та іонів, однак інтенсивність свічення слабне, тому що переважає ударна іонізація, а не збудження. На ділянках 1, 2, 3 головним чином відбувається падіння напруги, прикладеної до електродів. Електрони дуже швидко виносяться полем з цієї області в область тліючого свічення. Тут висока концентрація електронів і позитивно заряджених іонів і йде інтенсивний процес рекомбінації, який супроводжується свіченням. Далі концентрація дещо зменшується і свічення слабне (5 – фарадеїв темний простір). Після цього електрони знову набувають енергії, достатньої, для

Натисніть
на символ



46TI_roz.flv

збудження молекул, і свічення знову збільшується (б – позитивний стовп).



Тліючий розряд виникає при низьких тисках

б) Дуговий розряд

Дуговий розряд відбувається при високих тисках газу, коли можлива велика концентрація іонів. Позитивні іони рухаються в напрямку катода. Від ударів катод розжарюється, йде електронна (вторинна) і термоелектронна емісія, електропровідність газу збільшується. Оскільки опір електричного кола малий, розряд відбувається при великих струмах (більше 600 мА) і при малих напругах. При електрозварюванні на повітрі дуговий розряд має дуже високу температуру ($\approx 6000\text{ К}$). У радіотехніці дуговий розряд застосовується в газорозрядних лампах, газотронах і тиратронах.

в) Іскровий розряд

Іскровий розряд виникає при високих тисках і при дуже високих напругах в результаті пробоя газорозрядного проміжку. В повітрі пробій настає, наприклад, при напруженості електричного поля $E_{np} : 10^6\text{ В/м}$.

Іскровий розряд відбувається у вигляді короткочасних імпульсів струму великої сили, які йдуть один за одним. Прикладом може бути блискавка, довжина якої може досягати 10 км і сила струму близько 100000 А . Сильний розігрів газу в каналі викликає різке підвищення тиску і виникнення

Натисніть на символ

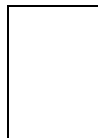


28Rozr.flv



35Isk_r.swf

ударних хвиль – грому. В радіотехніці іскровий розряд застосовується в іскрових розрядниках – приладах для захисту ліній від випадкових підвищень напруги.



Дуговий та іскровий розряди відбуваються при високих тисках газу

г) Коронний розряд

Коронний розряд можна спостерігати у випадку, коли електроди мають загострення. Поблизу таких електродів напруженість поля може бути дуже велика, так що $E > E_{np}$ і газ починає світитися. Свічення має вигляд корони, яка оточує тонкий електрод. При збільшенні напруги коронний розряд переходить в іскровий чи дуговий. У радіотехніці коронний розряд застосовується для стабілізації напруги (високовольтні стабілітрони).

10.4. Газорозрядна плазма

У газовому розряді виникає велика кількість електронів і додатно заряджених іонів, причому концентрації іонів та електронів приблизно однакові. Такий стан газу називається плазмою. Плазма

Натисніть
на символ



42Kor_r.pdf



38Plazma.sv

електронейтральна і являє собою певний стан речовини. У такому стані перебуває речовина в надрах Сонця та інших зірок, де температура десятки мільйонів градусів. Така плазма називається **високотемпературною** або **ізотермічною**. Плазма, яка виникає у газовому розряді, називається **газорозрядною**. Газорозрядна плазма не є ізотермічною, високотемпературною. Високу температуру при газовому розряді мають тільки електрони. Ми знаємо, що для ідеального газу середня кінетична енергія молекули

$$\frac{m\bar{u}^2}{2} = \frac{3}{2}kT.$$

Так як середні кінетичні енергії для іонів і електронів однакові:

$$\frac{m_{el} \bar{u}_{el}^2}{2} = \frac{m_{ion} \bar{u}_{ion}^2}{2},$$

то середні швидкості електронів більші, ніж іонів, а отже електронна температура повинна бути вищою за іонну. При тліючому розряді в неоні при $p = 3$ мм. рт. ст. $T_{ion} \approx 400$ K, а $T_{el} \approx 4 \cdot 10^4$ K. Температура плазми в дузі $\sim 10^5$ K, а при термоядерному вибуху $\sim 10^7$ K. В установці "Токамак" для дослідження термоядерних реакцій $T \sim 10^7$ K.

10.5. Застосування газового розряду

Газовий розряд широко застосовується в техніці, зокрема в радіотехніці.

Несамостійний газовий розряд застосовується в іонізаційних камерах, в газорозрядних лічильниках для реєстрації радіоактивного випромінювання. Частинка високої енергії, попадаючи в такий лічильник, викликає іонізацію газу та

імпульс струму, який реєструється лічильником.

Несамостійний газовий розряд використовується також у техніці зв'язку в газорозрядних приладах дугового розряду – газотронах, тиратронах. Газотрон – це двоелектродна лампа, наповнена газом, яка призначена для випрямлення змінного струму в потужних випрямлячах (рис. 10.4).

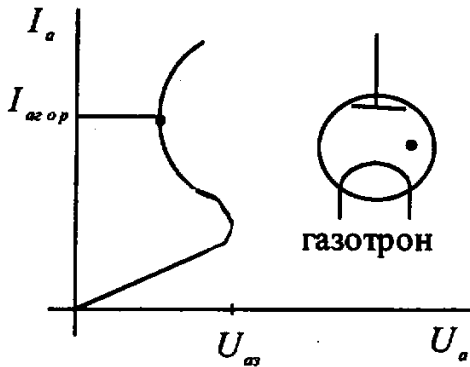


Рис. 10.4

Такий прилад має розжарений катод, що випромінює електрони. Однак ці електрони не можуть вільно досягнути анода через зіткнення з молекулами газу. Але при деяких анодних напругах, більших від напруги запалювання ($U_a > U_{a3}$), настає лавинна іонізація газу і струм різко зростає. При цьому напруга на лампі спадає, оскільки зменшується її опір. Невисока напруга, при якій відбувається розряд – це характерна ознака дугового розряду.

Слід відмітити, що при холодному катоді емісії електронів нема і розряд не виникає. Тому в даному випадку розігрітий катод є джерелом електронів – тобто зовнішнім іонізатором, без якого несамостійний розряд існувати не може.

Самостійний газовий розряд також широко застосовується в техніці зв'язку, наприклад в стабілітронах.

Стабілітрон має циліндричний анод у вигляді тонкого стержня і коаксіальний з ним циліндричний катод (рис. 10.5).

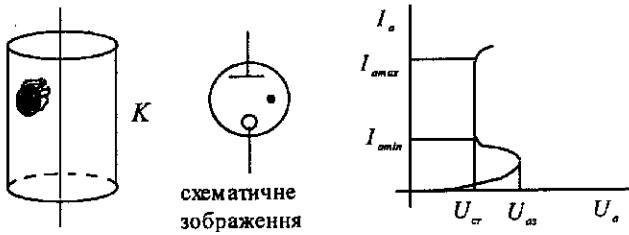
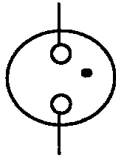


Рис. 10.5

При напрузі більшій за напругу запалювання ($U_a > U_{аз}$) виникає тліючий розряд, який має ту особливість, що він захоплює тільки частину катода. При збільшенні напруги свічення (розряд) поширюється поступово на всю поверхню катоду. Струм зростає від $I_{A\min}$ до $I_{A\max}$, однак густина струму при цьому залишається постійною, а отже і напруга на стабілітроні U_{ct} – також постійна. Це напруга стабілізації, яка в стабілітронах цього типу $\approx 100 - 200 \text{ В}$.

Самостійний газовий розряд використовується в **індикаторних лампах** для сигналізації про наявність напруги в електричному колі, про справність апаратури, для індикації напруги високої частоти (ВЧ) в антені і замкнутому контурі (рис. 10.6).



схематичне
зображення
індикаторної
лампи

Рис. 10.6

Якщо напруга в схемі перевищує напругу запалювання індикаторної лампи, то виникає тліючий розряд і лампа світиться. Переважно індикаторні лампи наповнюються неоном і світяться червоним кольором. Шляхом спеціальної обробки поверхні електродів напруга запалювання розряду може бути знижена до 50 В.

Самостійний газовий розряд використовується також у **розрядниках**, які призначені для захисту ліній зв'язку від перенапруг (рис. 10.7).

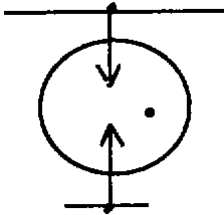


Рис. 10.7

Розрядник вмикається між проводом і землею. При появі підвищеної напруги виникає тліючий розряд, який може перейти в дуговий, і напруга на лінії спадає до $8 \div 10$ В. Наприклад, у розряднику РБ-350 напруга запалювання

$$U_{\text{зап}} = 350 \text{ В.}$$

Для стабілізації високої напруги в техніці зв'язку застосовується **коронний розряд** (рис. 10.8).

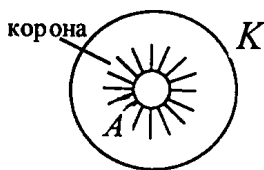


Рис. 10.8

В такому стабілітроні анод має малий діаметр, тому напруженість поля біля нього велика, що викликає іонізацію газу і його свічення у вигляді корони навколо анода. Коронний розряд виникає при високих тисках газу.

Для стабілізації високої напруги техніці зв'язку застосовується **коронний розряд** (рис. 10.8).

Напруга коронного розряду в межах від 200 до 30000 В.

У радіотехніці використовуються і складніші газорозрядні прилади – тиратрони, в яких запалювання регулюється управляючим електродом.

До багатоелектродних газорозрядних приладів відносяться декатрони, що застосовуються в лічильниках імпульсів.

Питання для контролю

1. Пояснити механізм проходження струму в газах.
2. Які види газового розряду Ви знаєте ?
3. Пояснити проходження струму в газі при несамостійному розряді.
4. Який розряд називається самостійним ?
5. Які види самостійного розряду Ви знаєте ?
Дати їх характеристику.
6. Що таке газорозрядна плазма?
7. Навести приклади застосування газового розряду в радіоелектронних приладах.

Допоміжна література

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. – Москва: Наука, 1978, § 39-42, 44.

Натисніть
на символ



42Kor_r.pdf