

ČESKE VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

---

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY

ODBOR MECHANIKY A MECHATRONIKY



Bakalářská práce

**Simulační poddajný model demonstrátoru sériového robotu s  
přídavnými senzory**

Autor: Jakub Šmíd

Akademický rok 2015 / 2016

# **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE !!!! VYMĚNIT !!!!**

**pro:** Jakuba Šmída

**program:** Strojírenství

**obor:**

**název tématu:**

**!!! VYMĚNIT !!!**

# Anotační list

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>Jméno autora:</b>             | Jakub Šmíd  |
| <b>Název bakalářské práce:</b>   | Simulační poddajný model demonstrátoru sériového robotu s<br>přídavnými senzory   |
| <b>Anglický název:</b>           | Simulation flexible model of demonstrator of serial robot with<br>additional sensors  |
| <b>Akademický rok:</b>           | 2015 / 2016   |
| <b>Obor studia:</b>              | Konstruování podporované počítačem  |
| <b>Ústav / odbor:</b>            | Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky/<br>Odbor mechaniky a mechatroniky   |
| <b>Vedoucí bakalářské práce:</b> | Prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.   |
| <b>Bibliografické údaje:</b>     | Počet stran: 73<br>Počet obrázků: 88<br>Počet tabulek: 6<br>Počet příloh: 6   |
| <b>Klíčová slova:</b>            | MKP model, vlastní frekvence a tvary, Abaqus, Matlab-<br>Simulink-Simscape  |
| <b>Keywords:</b>                 | FEM model, natural frequencies and mode shapes, Abaqus,<br>Matlab-Simulink-Simscape   |
| <b>Anotace:</b>                  | Práce se zabývá tvorbou matematického modelu<br>experimentálního sériového řetězce s přídavnými senzory,<br>tvorbou MKP modelu tohoto experimentálního sériového<br>řetězce, výpočet jeho vlastních frekvencí a tvarů, srovnání<br>vypočtených výsledků s experimentální modální zkouškou a<br>využitím MKP dat k tvorbě dynamického simulačního<br>poddajného modelu experimentálního sériového řetězce.         |
| <b>Abstract:</b>                 | The thesis deals with the development of a mathematical mo-<br>del of a serial experimental chain with additional sensors, cre-<br>ation of the FEM model of the robot, calculations it's natural<br>frequencies and mode shapes, comparing the calculated re-<br>sults with experimental modal test and and FEM data for cre-<br>ation of a dynamic simulation model of flexible seriál epxeri-<br>mental chain. |

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v seznamu literatury.

V Praze, dne .....

.....

*podpis*

## **Poděkování:**

Tímto bych rád poděkoval panu prof. Ing. Zbyňku Šikovi, Ph.D., za vedení mé bakalářské práce. Dále bych pak chtěl poděkovat panu Ing. Jiřímu Kuželkovi, Ph.D., za pomoc a ochotu při řešení jednotlivých problémů, které se v průběhu tvorby MKP modelu vyskytly, a panu Ing. Pavlu Steinbauerovi, Ph.D., za poskytnuté informace o modální zkoušce. Na závěr bych chtěl poděkovat svým blízkým za podporu při psaní této práce.

# Seznam použitých značek, veličin a jednotek

| Značka                   | Veličina                                 | Rozměr              |
|--------------------------|--|---------------------|
| $X$                      | souřadnice ve směru osy x                | mm                  |
| $Y$                      | souřadnice ve směru osy y                | mm                  |
| $Z$                      | souřadnice ve směru osy z                | mm                  |
| $I_{xx}$                 | moment setrvačnosti k hlavní ose x       | kg.cm <sup>2</sup>  |
| $I_{yy}$                 | moment setrvačnosti k hlavní ose y       | kg.cm <sup>2</sup>  |
| $I_{zz}$                 | moment setrvačnosti k hlavní ose z       | kg.cm <sup>2</sup>  |
| $J$                      | kvadratický moment průřezu               | mm <sup>4</sup>     |
| $E$                      | modul pružnosti v tahu                   | N.mm <sup>-2</sup>  |
| $G$                      | modul pružnosti ve smyku                 | N.mm <sup>-2</sup>  |
| MAC                      | kritérium modální věrnosti               | 1                   |
| $m$                      | hmotnost                                 | kg                  |
| $\mathbf{v}, \mathbf{V}$ | vlastní vektor, modální matice           | 1                   |
| $k$                      | tuhost                                   | N.m <sup>-1</sup>   |
| $b$                      | tlumení                                  | N.s.m <sup>-1</sup> |
| $\mathbf{M}$             | matice hmotnosti                         | kg                  |
| $\mathbf{K}$             | matice tuhosti                           | N.m <sup>-1</sup>   |
| $\mathbf{B}$             | matice tlumení                           | N.s.m <sup>-1</sup> |
| $\mathbf{G}$             | matice poddajnosti                       | m.N <sup>-1</sup>   |
| $\mathbf{u}$             | vektor posuvů                            | m                   |
| $\mathbf{f}$             | vektor vnějších sil                      | N                   |
| $q$                      | spojité zatížení                         | N.m <sup>-1</sup>   |
| $w$                      | průhyb                                   | mm                  |
| $A$                      | plocha příčného průřezu                  | mm <sup>2</sup>     |
| $t$                      | čas                                      | s                   |
| $\mathbf{T}$             | transformační matice                     | 1                   |
| $\mathbf{p}$             | vektor závislých zobecněných souřadnic   | m                   |
| $\mathbf{q}$             | vektor nezávislých zobecněných souřadnic | m                   |
| $h$                      | počet ponechaných vlastních tvarů        | 1                   |
| $g$                      | směrnice přímky                          | 1                   |
| $\mathbf{b}_r$           | matice poměrných útlumů                  | 1                   |
| $\rho$                   | měrná hmotnost                           | t.mm <sup>-3</sup>  |
| $\mu$                    | Poissonovo číslo                         | 1                   |

|                   |  |                     |
|-------------------|--|---------------------|
| $\mu$             | lineární hustota                                   | $\text{kg.m}^{-1}$  |
| $\epsilon$        | relativní frekvenční chyba                         | 1                   |
| $\Omega$          | vlastní úhlová frekvence                           | $\text{rad.s}^{-1}$ |
| $\nu$             | vlastní frekvence                                  | Hz                  |
| $\kappa$          | korekční faktor pro stříh                          | 1                   |
| $\Lambda, \Omega$ | spektrální matice                                  | $\text{rad.s}^{-1}$ |
| $\Phi, \Phi$      | reziduálních attachment mód, matice rez. att. módů | 1                   |
| $\psi, \psi$      | constraint mód, matice constraint módů             | 1                   |
| $\eta$            | vektor modálních souřadnic                         | mm                  |

## Indexy

|     |                                  |
|-----|----------------------------------|
| $i$ | počet vypočtených módů           |
| $j$ | počet naměřených módů            |
| $i$ | počet vnitřních stupňů volnosti  |
| $b$ | počet hraničních stupňů volnosti |
| red | redukovaný prvek                 |
| mod | předpokládaný deformační tvar    |
| (1) | komponenta číslo 1               |
| (2) | komponenta číslo 2               |

# Seznam obrázků

|   |    |
|---|----|
| Obr. 1-1 Názorný rozdíl při tvorbě klasického mechanického modelu a poddajného mechanického modelu zohledňující deformace [4] ..... | 13 |
| Obr. 1-2 Těleso typu pružina-tlumič-hmota [3] .....   | 14 |
| Obr. 1-3 Reissner-Mindlinova (purpurová) a Kirchhoffova (zelená) teorie skořepin [8] .....  | 16 |
| Obr. 2-1 Demonstrátor sériového robotu .....  | 22 |
| Obr. 2-2 Demonstrátor sériového robotu, skutečná podoba .....   | 22 |
| Obr. 2-3 Základová deska a detail jejího připevnění ke stojanu .....  | 23 |
| Obr. 2-4 Ložiskový domek a detail jeho připevnění k základové desce .....   | 23 |
| Obr. 2-5 Příruba a její připevnění k ložiskovému domku .....  | 24 |
| Obr. 2-6 Kloub a jeho vnitřní uspořádání .....  | 24 |
| Obr. 2-7 Rameno experimentálního sériového řetězce .....  | 25 |
| Obr. 2-8 Převodovka AD0902 a servomotor BMH0703 připevněné k přírubě .....  | 25 |
| Obr. 2-9 Převodovka AD0902 a servomotor BMH0703 v kloubu experimentálního sériového řetězce .....                                   | 25 |
| Obr. 3-1 Zjednodušený výpočetní model .....   | 28 |
| Obr. 3-2 Skica příruby pro pohon otáčení celého sériového řetězce včetně rozměrů .....  | 29 |
| Obr. 3-3 Skica základové desky včetně rozměrů .....   | 29 |
| Obr. 3-4 Skica mezikruží nosného ložiskového domku .....  | 30 |
| Obr. 3-5 Skica tělesa nosného ložiskového domku .....   | 30 |
| Obr. 3-6 Výkres spodní vidlice prvního kloubu od základové desky .....  | 31 |
| Obr. 3-7 Vrchní vidlice prvního kloubu od základové desky .....   | 31 |
| Obr. 3-8 Čep pro radiální ložisko kloubu .....  | 32 |
| Obr. 3-9 Rameno .....   | 32 |
| Obr. 3-10 Přibližný model servomotoru BMH0703 .....   | 33 |
| Obr. 3-11 Řez servomotorem od společnosti EXLAR [9] .....   | 33 |
| Obr. 3-12 Souřadný systém servomotoru .....   | 34 |
| Obr. 3-13 Servomotor .....  | 34 |
| Obr. 3-14 Řez převodovkou typu AD společnosti APEX DYNAMICS [10] .....  | 35 |
| Obr. 3-15 Přibližný model planetové převodovky AD0902 .....   | 35 |
| Obr. 3-16 Souřadný systém planetové převodovky .....  | 36 |
| Obr. 3-17 Planetová převodovka .....  | 36 |
| Obr. 3-18 Definice vazby tie mezi základovou deskou a mezikružím ložiskového domku .....  | 38 |
| Obr. 3-19 Definice kontaktní vazby mezi tělesem a mezikružím ložiskového domku .....  | 38 |
| Obr. 3-20 Definice vazby tie mezi tělesem ložiskového domku a spodní vidlicí prvního kloubu .....                                   | 39 |
| Obr. 3-21 Definice vazby tie mezi přírubou a základovou deskou .....  | 39 |
| Obr. 3-22 Definice vazby tie mezi díly příruba-planetová převodovka a planetová převodovka-servomotor .....                         | 40 |
| Obr. 3-23 Referenční bod RP-6 spojený s tělesem ložiskového domku vazbou coupling .....   | 40 |
| Obr. 3-24 Torzní pružina pevně spojená s referenčními body RP-6 a RP-11 .....   | 41 |
| Obr. 3-25 Vazba tie mezi spodní vidlicí prvního kloubu a planetovou převodovkou AD0902 .....  | 41 |
| Obr. 3-26 Vazba tie mezi planetovou převodovkou AD0902 a servomotorem BMH0703 .....   | 42 |
| Obr. 3-27 Referenční bod RP-7 a vazba coupling na ploše servomotoru .....   | 42 |
| Obr. 3-28 Vazba coupling uchycená k referenčnímu bodu RP-7 a vnitřní ploše vidlice .....  | 42 |



|   |    |
|---|----|
| Obr. 3-29 Umístění referenčního bodu RP-5 a vazeb coupling.....   | 43 |
| Obr. 3-30 Připojení hmotného středu RP k servomotoru vazbou coupling.....   | 43 |
| Obr. 3-31 Vytvoření referenčního bodu RP-26 a vazby coupling k brzdě servomotoru.....   | 43 |
| Obr. 3-32 Referenční bod RP-10 a k němu příslušná vazba coupling .....  | 44 |
| Obr. 3-33 Konektor (hinge) s lokálním souřadným systémem .....  | 44 |
| Obr. 3-34 Torzní pružina mezi brzdou servomotoru a vrchní vidlicí.....  | 44 |
| Obr. 3-35 Vazba tie mezi čepem a vrchní vidlicí prvního kloubu.....   | 45 |
| Obr. 3-36 Referenční body RP-3 a RP-8 svázané konektorem (beam) .....   | 45 |
| Obr. 3-37 Referenční bod RP-3, svázaný s vnitřní válcovou plochou spodní vidlice.....   | 45 |
| Obr. 3-38 Referenční bod RP-8, svázaný s vnější válcovou plochou čepu .....   | 45 |
| Obr. 3-39 Vazba tie mezi vrchní vidlicí prvního kloubu a ramenem .....  | 46 |
| Obr. 3-40 Okrajové podmínky - vetknutí .....  | 46 |
| Obr. 3-41 Síť základové desky .....   | 47 |
| Obr. 3-42 Síť mezikruží ložiskového domku.....  | 47 |
| Obr. 3-43 Síť tělesa ložiskového domku.....   | 47 |
| Obr. 3-44 Síť Spodní vidlice prvního kloubu.....  | 47 |
| Obr. 3-45 Síť Planetové převodovky AD064.....   | 48 |
| Obr. 3-46 Síť Servomotru BMH 0703 .....   | 48 |
| Obr. 3-47 Síť čepu prvního kloubu .....   | 48 |
| Obr. 3-48 Síť vrchní vidlice prvního kloubu.....  | 48 |
| Obr. 3-49 Síť ramene.....   | 48 |
| Obr. 3-50 Síť spodní vidlice druhého kloubu .....   | 48 |
| Obr. 3-51 Síť planetové převodovky AD0641 .....   | 49 |
| Obr. 3-52 Síť servomotoru BMH 0702 .....  | 49 |
| Obr. 3-53 Síť Čepu druhého kloubu .....   | 49 |
| Obr. 3-54 Síť Vrchní vidlice druhého kloubu.....  | 49 |
| Obr. 3-55 Síť příruby.....  | 49 |
| Obr. 3-56 Rozmístění měřených bodů při experimentální zkoušce.....  | 50 |
| Obr. 3-57 Rozmístění měřených bodů při výpočtu pomocí MKP.....  | 50 |
| Obr. 3-58 Porovnání vypočtených a naměřených vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce včetně proložení přímkou .....  | 51 |
| Obr. 3-59 Porovnání shody vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce, kde byly za konvenční hodnoty považovány experimentálně naměřené frekvence .....            | 52 |
| Obr. 3-60 MAC kritérium shody vypočtených a naměřených vlastních tvarů .....  | 52 |
| Obr. 3-61 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou první vlastní frekvenci $v_1=10.53$ Hz .....   | 53 |
| Obr. 3-62 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou druhou vlastní frekvenci $v_2=18.74$ Hz .....  | 53 |
| Obr. 3-63 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou třetí vlastní frekvenci $v_3=39.90$ Hz .....   | 53 |
| Obr. 3-64 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou čtvrtou vlastní frekvenci $v_4=41.55$ Hz .....   | 53 |
| Obr. 3-65 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou pátou vlastní frekvenci $v_5=69.05$ Hz .....   | 53 |
| Obr. 3-66 Porovnání vypočtených a naměřených vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce včetně proložení přímkou po záměně třetí a čtvrté vlastní frekvence ..... | 55 |

|  |    |
|--|----|
| Obr. 3-67 Porovnání shody vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce, kde byly za konvenční hodnoty považovány experimentálně naměřené frekvence po záměně třetí a čtvrté vlastní frekvence..... | 55 |
| Obr. 3-68 Model základové desky v programu Simscape Multibody .....  | 57 |
| Obr. 3-69 Grafické vyobrazení modelu základové desky .....   | 57 |
| Obr. 3-70 Část schéma dynamického nepoddajného modelu experimentálního sériového řetězce v programu Simscape Multibody .....   | 57 |
| Obr. 3-71 Grafické vyobrazení dynamického nepoddajného modelu experimentálního sériového řetězce.....  | 58 |
| Obr. 3-72 Reprezentace metody konečnoprvkové analýzy [13].....   | 59 |
| Obr. 3-73 Rameno pro modální analýzu .....   | 59 |
| Obr. 3-74 Část tabulky souřadnic poměrných posuvů jednotlivých uzlů ramene pro první mód vyexportovaná z programu Abaqus .....   | 60 |
| Obr. 3-75 Schéma ramene s přidánými souřadnými systémy a konektory pro tvorbu poddajného modelu .....  | 60 |
| Obr. 3-76 Schéma poddajného modelu ramene.....   | 61 |

## Seznam tabulek

|  |    |
|--|----|
| Tab. 1 Fyzikální vlastnosti servomotoru BMH0703 získané z 3D-CADu..... | 33 |
| Tab. 2 Fyzikální vlastnosti servomotoru BMH0702 získané z 3D-CADu..... | 33 |
| Tab. 3 Fyzikální vlastnosti převodovky AD0902 získané z 3D-CADu .....  | 35 |
| Tab. 4 Fyzikální vlastnosti převodovky AD0641 získané z 3D-CADu .....  | 35 |
| Tab. 5 Mechanické vlastnosti definovaných materiálů.....               | 37 |
| Tab. 6 Hodnoty vlastních frekvencí ramene .....                        | 60 |

## Seznam příloh

- Příloha č. 1: Technické parametry motorů BMH
- Příloha č. 2: Technické parametry planetových převodovek AD
- Příloha č. 3: Experimentálně naměřené vlastní tvary experimentálního sériového řetězce
- Příloha č. 4: MKP model experimentálního sériového řetězce
- Příloha č. 5: MKP model ramene experimentálního sériového řetězce
- Příloha č. 6: Model experimentálního sériového řetězce

# Obsah

|  |           |
|--|-----------|
| Seznam použitých značek, veličin a jednotek .....                                    | 6         |
| Seznam obrázků.....  | 8         |
| Seznam tabulek .....   | 10        |
| Úvod .....   | 12        |
| <b>1 Matematické modely poddajných strojů .....</b>                                  | <b>13</b> |
| 1.1 Analytické modely.....   | 13        |
| 1.1.1 Těleso typu pružina-tlumič-hmota.....  | 14        |
| 1.1.2 Prutové těleso .....   | 14        |
| 1.1.3 Skořepina.....   | 16        |
| 1.2 Modely vytvořené metodou konečných prvků (MKP) .....                             | 16        |
| 1.2.1 Metody redukce .....   | 17        |
| 1.2.2 Princip redukce modelu .....   | 17        |
| 1.2.3 Spojování jednotlivých komponent .....   | 17        |
| 1.2.4 Redukce v modálních souřadnicích.....  | 18        |
| <b>2 Konstrukční řešení demonstrátoru sériového robotu s přídavnými senzory.....</b> | <b>22</b> |
| 2.1 Části demonstrátoru sériového robotu a jejich konstrukční řešení.....            | 22        |
| <b>3 Tvorba matematického modelu demonstrátoru robotického ramene .....</b>          | <b>27</b> |
| 3.1 Modální analýza .....  | 27        |
| 3.2 Tvorba MKP modelu.....   | 27        |
| 3.2.1 Preprocessing.....   | 28        |
| 3.2.2 Simulation .....   | 50        |
| 3.2.3 Postprocessing .....   | 50        |
| 3.2.4 Diskuze výsledků modální analýzy .....   | 54        |
| 3.3 Tvorba dynamického poddajného modelu .....                                       | 56        |
| 3.3.1 Model z nepoddajných komponent demonstrátoru sériového robotu.....             | 56        |
| 3.3.2 Poddajný model demonstrátoru sériového robotu .....                            | 58        |
| <b>Závěr .....</b>   | <b>62</b> |
| <b>Literatura .....</b>  | <b>63</b> |
| <b>Příloha č. 1.....</b>   | <b>65</b> |
| <b>Příloha č. 2.....</b>   | <b>66</b> |
| <b>Příloha č. 3.....</b>   | <b>69</b> |

# Úvod

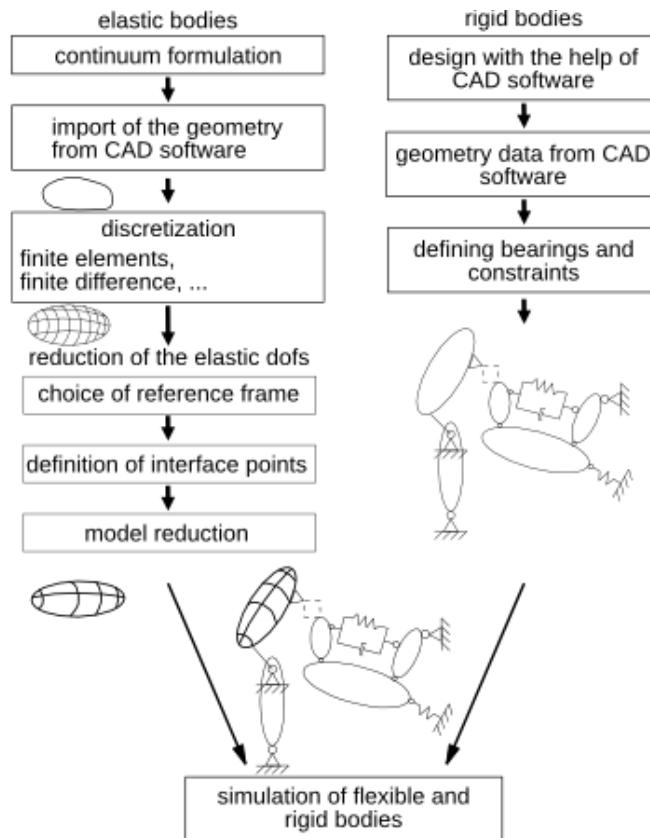
Obrábění průmyslovými roboty je téma pro dnešní strojírenskou výrobu. Jejich výhody jsou velká pohyblivost, pracovní rozsah a hlavně cena, která je v porovnání s běžnými technologiemi nižší. Jako jiné technologie má ale i tato své nevýhody.

Vlivem nepřesností výroby není možné vyrobit části robotů dokonalé, ať už z pohledu geometrie, nebo jakosti povrchu. Další problém je pro zařízení roztažnost způsobená teplem. Zatímco tyto je možné řešit pomocí kalibrací, popřípadě vhodnou volbou prostředí z hlediska tepla, větší problém přináší samotná poddajnost robotu. Jedná se o poddajnosti převodovek a ramen. Ty jsou zdrojem nepřesností polohy koncového efektoru [1].

Tato bakalářská práce se věnuje tvorbě matematického modelu experimentálního sériového ramene, které sloužilo k experimentům s přídavným odměřováním na robotické struktuře. Cílem této práce je nejprve seznámení se s některými dostupnými metodami modelování poddajných strojů, dále vytvoření MKP modelu tohoto experimentálního sériového řetězce, výpočet jeho vlastních frekvencí a tvarů v programu Abaqus. Vlastní frekvence a tvary byly následně porovnány s experimentálně neměřenými daty modální zkoušky pomocí grafického vyobrazení a MAC kritéria modální věrnosti. V závěru budou data vlastních frekvencí a tvarů použita k tvorbě simulačního dynamického poddajného modelu v programu Matlab-Simulink-Simscape.

# 1 Matematické modely poddajných strojů

S ohledem na vzrůstající využití lehkých mechanických struktur (v robotice, automobilovém průmyslu atd.), u kterých je navíc vyžadována vysoká rychlost pohybu, došlo k závěru, že zanedbání poddajností samotné struktury vede ke vzniku velkých chyb výsledků simulačních procesů. Z tohoto důvodu začala být poddajnost atraktivní v oblasti dynamiky a zahrnuta do mechanických modelů.



Obr. 1-1 Názorný rozdíl při tvorbě klasického mechanického modelu a poddajného mechanického modelu zohledňující deformace [4]

Způsobů, jak vytvořit model poddajného tělesa (komponenty) nebo soustavy těles (komponent), je celá řada [6]. V této práci se zaměřím jen na některé z těchto způsobů.

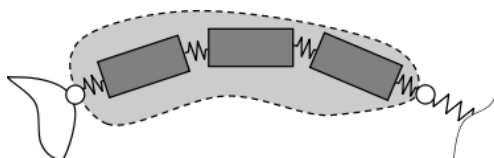
## 1.1 Analytické modely

Tyto modely jsou vhodné pro zjednodušený popis a rámcový náhled chování poddajného tělesa nebo soustavy. Jedná se o:

- těleso typu pružina-tlumič-hmota,
- prutové těleso,
- skořepina [6].

### 1.1.1 Těleso typu pružina-tlumič-hmota

Poddajné těleso je zde modelováno z diskretních prvků. Mezi diskretní prvky patří hmotný bod (dokonale tuhý s danou hmotností  $m$ ), pružina (poddajná s danou tuhostí  $k$ ) a tlumič (nepoddajný s daným tlumením  $b$ ). Tyto prvky<sup>1</sup> jsou mezi sebou navzájem spojeny a tvoří tak výslednou strukturu. [viz obr. 1.2].



Obr. 1-2 Těleso typu pružina-tlumič-hmota [3]

Vzniklou soustavu s  $N$  stupni volnosti pak můžeme popsat pohybovou diferenciální rovnicí druhého řádu.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (1.1)$$

kde  $\mathbf{M}$  je matice hmotnosti,  $\mathbf{B}$  matice tlumení,  $\mathbf{K}$  matice tuhosti,  $\mathbf{f}$  je vektor vnějších budících sil a  $\mathbf{u}$ , je vektor posuvů ve všech  $N$  stupních volnosti.

Závislost síly na souřadnici je také možné vyjádřit pomocí přenosu. Toto odvození je provedeno v [6].

Tato metoda reprezentuje poddajné těleso pomocí pohybové rovnice 1.1 nebo přenosu. Obecně nemusejí být matice  $\mathbf{B}$  a  $\mathbf{K}$  známy, dají se však vyčíslit jiným způsobem, například algebraicky nebo experimentálně [6]. Jejich určení může však být v mnohých případech složité.

### 1.1.2 Prutové těleso

Do této kapitoly patří několik teorií, které k vytvoření poddajného tělesa využívají prutový prvek.

#### 1.1.2.1 Euler-Bernoulliho teorie

Tato teorie patří k metodám, které jsou v praxi běžně využívány. Umožňuje vypočítat jak statické vlastnosti nosníku (průhyb, natočení), tak i vlastnosti dynamické (vlastní frekvence a tvary kmitu).

Je založena na několika zjednodušeních [7], např.:

- rovnice platí pouze v lineární teorii pružnosti. Tedy využití se omezuje na oblast deformace, ve které platí Hookeův zákon,
- každý průřez nosníku po deformaci je kolmý na neutrální osu,

<sup>1</sup> Struktura může být tvořena pouze pružinami, nebo tlumiči [4]

- nosník má dostatečnou štíhlost (poměr průřezu vůči délce nosníku je zanedbatelný, dle [7] je vhodný pro popis prutových těles, kde jsou rozměry příčného průřezu menší než 1/10 délky prutu),
- je zanedbáno smykové napětí vzniklé od posouvající síly, vlivem dostatečně velké štíhlosti.

Euler-Bernoulliho rovnice pro statické zatížení prutového tělesa, udávající obecný vztah mezi průhybem nosníku a vnějším zatížením je dle [6]

$$EJ \frac{d^4 w}{dX^4} = q(X). \quad (1.2)$$

Euler-Bernoulliho rovnice pro dynamické zatížení (která je navíc funkcí času  $t$ ) je pak dle [6]

$$EJ \frac{d^4 w}{dX^4} = -\mu \frac{d^2 w}{dt^2} + q(X), \quad (1.3)$$

kde  $E$  je modul pružnosti v tahu,  $J$  kvadratický moment průřezu,  $q$  spojité zatížení,  $w$  průhyb,  $X$  je souřadnice,  $t$  je čas a veličina  $\mu$  se nazývá lineární hustota určující hmotnost na jednotku délky.

Rovnice 1.3 nebere v úvahu setrvačnost rotačních účinků, které jsou však při malých průhybech zanedbatelné.

### 1.1.2.2 Timošenkova teorie

Tato teorie na rozdíl od Euler-Bernoulliho bere v úvahu setrvačné účinky od momentu setrvačnosti a vliv posouvající síly.

Je možné jí aplikovat na výpočty průhybů krátkých nosníků, vysokofrekvenčně buzených nosníků popř. i na sendvičové kompozitní materiály [7].

Je stejně jako Euler-Bernoulliho teorie založena na několika zjednodušeních [7], např.:

- průřez nosníku po deformaci není kolmý na neutrální osu, ale svírá s rovinou kolmou na neutrální osu úhel  $\varphi$ ,
- tloušťka průřezu i vrstev, pokud je z nich nosník složen, se při deformaci nezmění,
- body střednice nosníku se pohybují pouze ve svislém směru,
- rovnice platí pouze v lineární teorii pružnosti.

Timoshenkova rovnice pro izotropní nosníky s konstantním průřezem je dle [6]

$$EJ \frac{d^4 w}{dX^4} = q(X) - \frac{EJ}{\kappa AG} \frac{d^2 p}{dX^2}, \quad (1.4)$$

kde  $\kappa$  je korekční faktor pro střih,  $G$  je modul pružnosti ve smyku a  $A$  je plocha příčného průřezu.

### 1.1.3 Skořepina

Skořepiny jsou prostorová tělesa, u nichž dva rozměry výrazně převyšují zbývající rozměr a jsou schopna přenášet tahová/tlaková (membránová) a ohybová zatížení [8].

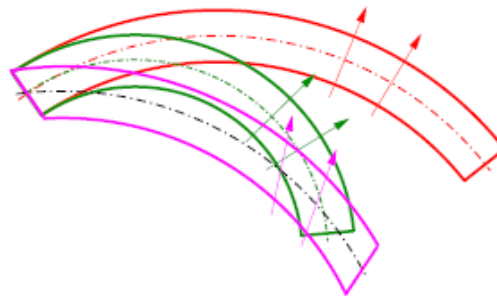
Hlavní výhodou skořepin je, že oproti 3D kontinuálnímu modelu je možné kinematiku deformace popsat dvouparametricky, což vede ke snížení výpočtové náročnosti.

#### 1.1.3.1 Reissner-Mindlinova

Je založena na předpokladu, že normály, které byly před deformací ke střednicové ploše přímé a kolmé, zůstávají po deformaci přímé, ale nemusejí být kolmé [viz obr. 1.3].

#### 1.1.3.2 Kirchhoffova teorie

Je založena na předpokladu, že normály, které byly před deformací ke střednicové ploše přímé a kolmé, zůstávají po deformaci přímé a kolmé [viz obr. 1.3].



Obr. 1-3 Reissner-Mindlinova (purpurová) a Kirchhoffova (zelená) teorie skořepin [8]

## 1.2 Modely vytvořené metodou konečných prvků (MKP)

Složitější tělesa, popř. soustavy těles, by bylo příliš obtížné a zdlouhavé modelovat analytickými metodami. Proto je nutné vytvořit model pomocí MKP nástrojů jako Abaqus, Ansys nebo Nastran.

Tato numerická metoda spočívá v diskretizaci spojitého kontinua (tělesa) na konečný počet elementů (prvků). Hledané parametry jsou pak ukládány do jednotlivých uzlů.

Jelikož je MKP model složen ze značného počtu elementů, které obsahují neznámé parametry, respektive stupně volnosti (celkem až  $10^6$ ), je nutné pro účely dynamické simulace konečno-prvkový model zjednodušit, a to snížením počtu stupňů volnosti. Tato technika je označena jako redukce.



### 1.2.1 Metody redukce

Redukce počtu stupňů volnosti může být dle [3] žádoucí např. v těchto případech:

- Při zkoumání mechanismu je potřeba řešit každou jejich polohu jako samostatnou úlohu. Dlouhé výpočetní časy v každé poloze potom omezují dosažitelnou jemnost rozlišení poloh mechanismu.
- Při optimalizaci mechanických vlastností soustav se uvažuje mnoho rozměrových, popř. tvarových alternativ součástí, což opět v případě použití neredukovaného modelu může znamenat dlouhé výpočetní časy.

Metod, které se pro redukci využívají, je celá řada viz [3]. V této práci budou s ohledem na omezený rozsah uvedeny jen modální metody (angl. CMS, Component Mode Synthesis), mezi které dle [3] patří:

- 1) Redukce vypuštěním modálních souřadnic,
- 2) Rubinova metoda,
- 3) Craig-Bamptonova metoda.

### 1.2.2 Princip redukce modelu

Základ většiny metod dynamické redukce představuje transformace dle [3]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}\mathbf{p}, \quad (1.5)$$

kde  $\mathbf{u}$  je původní vektor posuvů,  $\mathbf{T}$  je transformační matice a  $\mathbf{p}$  je redukovaný vektor. Transformační matice dle [3] představuje předpokládané tvary kmitu a zvolený počet sloupců této matice má zásadní vliv na předpokládaný deformační tvar. Ty jsou dále nazývány módy. Vektor  $\mathbf{p}$  představuje hledané amplitudy tvarů.

Dosazením vztahu 1.5 do pohybové rovnice pro volné netlumené kmitání 1.6 a dalšími operacemi viz [3] dostaneme redukovanou pohybovou rovnici 1.7.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{M}_{\text{red}}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_{\text{red}}\mathbf{p} = \mathbf{0}. \quad (1.7)$$

### 1.2.3 Spojování jednotlivých komponent

Po stanovení redukovaných matic hmotnosti a tuhosti pro jednotlivé komponenty (tělesa) je možné jejich vzájemné spojení a vytvoření soustavy těles. Z důvodu kompatibility posuvů jsou stupně

volnosti rozděleny na vnitřní a hraniční<sup>2</sup>, přičemž platí  $N = i + b$ . Následně pak hraniční stupně volnosti musejí splňovat vazbovou podmínku kompatibility<sup>3</sup> 1.8

$$\mathbf{u}_b^{(1)} = \mathbf{u}_b^{(2)}. \quad (1.8)$$

Redukované pohybové rovnice se dle [3] napíší pod sebe

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\text{red}}^{(1)} & \\ & \mathbf{M}_{\text{red}}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{p}}^{(1)} \\ \ddot{\mathbf{p}}^{(2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{red}}^{(1)} & \\ & \mathbf{K}_{\text{red}}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{p}}^{(1)} \\ \ddot{\mathbf{p}}^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (1.9)$$

a následným zavedením transformace závislých souřadnic  $\mathbf{p}$  na nezávislé  $\mathbf{q}$ , která zohledňuje vazbovou rovnici kompatibility posuvů v hraničních stupních volnosti, a provedením dalších operací viz [3] vznikne výsledná pohybová rovnice v nezávislých redukovaných souřadnicích

$$\mathbf{M}_{\text{red}} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{\text{red}} \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (1.10)$$

## 1.2.4 Redukce v modálních souřadnicích

Tato metoda je založena na předpokladu, že zatěžování reálných soustav se pohybuje jen v nižší části frekvenčního spektra. V redukovaném modelu tedy ponechává jen vlastní tvary odpovídající určitému počtu nejnižších vlastních frekvencí [3].

Jelikož redukovaná tělesa (komponenty) se často spojují do soustavy těles (komponentů), je do nich nutné zakomponovat vazbové rovnice psané ve fyzikálních souřadnicích. Způsob realizace vazeb mezi tělesy je dle [3] jeden z hlavních rozdílů mezi zde zmíněnými metodami redukce.

### 1.2.4.1 Redukce vypuštěním modálních souřadnic

Redukce v modálních maticích těles  $\mathbf{V}$  ponechá jen určitý počet vlastních tvarů, které jsou příslušné daným nejnižším vlastním frekvencím. Transformační matice  $\mathbf{T}$  je poté složena jen z několika prvních  $h$  sloupců.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(1)} &\approx \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{(1)} & \dots & \mathbf{v}_i^{(1)} & \dots & \mathbf{v}_h^{(1)} \end{bmatrix} \mathbf{p}_h^{(1)} = \mathbf{T}_{\text{mod}}^{(1)} \mathbf{p}^{(1)} \\ \mathbf{u}^{(2)} &\approx \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{(2)} & \dots & \mathbf{v}_i^{(2)} & \dots & \mathbf{v}_h^{(2)} \end{bmatrix} \mathbf{p}_h^{(2)} = \mathbf{T}_{\text{mod}}^{(2)} \mathbf{p}^{(2)}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Dosazením do pohybové rovnice 2.6 a aplikací vztahů  $\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \mathbf{I}$  a  $\mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}$ , kde  $\mathbf{\Lambda}$  je spektrální matice

<sup>2</sup> Soustava těles je k sobě vázána na množině stupňů volnosti  $b$ .

<sup>3</sup> Je předpokládána rovnost posuvů ve všech hraničních stupních volnosti, souřadnice vektoru  $\mathbf{p}$  jsou závislé [3].

$$\Lambda = \Omega^2 = \begin{bmatrix} \Omega_1^2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \Omega_i^2 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \Omega_N^2 \end{bmatrix}, \quad (1.12)$$

dostaneme dle [3] vztah

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{p}}^{(1)} + \Lambda_{h,h}^{(1)} \mathbf{p}^{(1)} &= \mathbf{0} \\ \ddot{\mathbf{p}}^{(2)} + \Lambda_{h,h}^{(2)} \mathbf{p}^{(2)} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Po spojení rovnic 1.13 a aplikaci vazbové kompatibility vznikne výsledná pohybová rovnice v nezávislých souřadnicích získaná redukcí modálních souřadnic<sup>4</sup>

$$\mathbf{M}_{\text{mod}} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{\text{mod}} \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (1.14)$$

### 1.2.4.2 Rubinova metoda

Tato metoda modifikuje metodu vypuštění modálních souřadnic. Do transformační matice  $\mathbf{T}$  přidává k vlastním tvarům kmitu  $b$  *reziduálních attachment módů* (zatížení tělesa jednotkovou silou v příslušném hraničním stupni) s cílem zohlednit příspěvky oříznutých vlastních tvarů [3].

Dle [3] jsou vlastní tvary tělesa rozděleny na  $r$  tuhých a  $f = N - r$  pružných, a tyto dále děleny na ponechané  $h$  a  $d$  vypuštěných

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= [\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_f] = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_r, \mathbf{v}_{r+1} \dots \mathbf{v}_N] = \\ &= [\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_h, \mathbf{V}_d] = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_r, \mathbf{v}_{r+1} \dots \mathbf{v}_{r+k}, \mathbf{v}_{r+k+1} \dots \mathbf{v}_N]. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Poté je využito modální transformace ve tvaru 1.16, jejíž výhoda spočívá v převedení soustavy  $N$  diferenciálních rovnic na  $N$  diferenciálních samostatně řešitelných rovnic [3]

$$\mathbf{u} = \mathbf{Vp} \quad (1.16)$$

<sup>4</sup> Podrobné odvození je provedeno v [3].

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= [\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_f] \begin{bmatrix} \mathbf{p}_r \\ \mathbf{p}_f \end{bmatrix} = \mathbf{V}_r \mathbf{p}_r + \mathbf{V}_f \mathbf{p}_f = [\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_h, \mathbf{V}_d] \begin{bmatrix} \mathbf{p}_r \\ \mathbf{p}_h \\ \mathbf{p}_b \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{V}_r \mathbf{p}_r + \mathbf{V}_h \mathbf{p}_h + \mathbf{V}_d \mathbf{p}_d. \end{aligned} \quad (1.17)$$

V rovnici 1.17 je pak zanedbán poslední člen (posledních  $d$  módů), ale toto oříznutí je kompenzováno právě přidáním *reziduálních attachment módů* značených  $\Phi$ , viz 1.18 [3].

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{i,r} & \mathbf{V}_{i,h} & \Phi_{i,b} \\ \mathbf{V}_{b,r} & \mathbf{V}_{b,h} & \Phi_{b,b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_r \\ \mathbf{p}_h \\ \mathbf{p}_b \end{Bmatrix}. \quad (1.18)$$

Výpočet *reziduálních attachment módů*  $\Phi$  se liší dle uložení komponenty. Pro uložení komponenty vůči rámu nepohyblivě platí 1.19, [3]

$$\Phi_d = \begin{bmatrix} \Phi_{i,b} \\ \Phi_{b,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{i,i} & \mathbf{G}_{i,b} \\ \mathbf{G}_{b,i} & \mathbf{G}_{b,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{i,b} \\ \mathbf{I}_{b,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{i,b} \\ \mathbf{G}_{b,b} \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

kde  $\mathbf{G}$  je matice poddajnosti.

Pro uložení komponenty pohyblivě vůči rámu (tj. alespoň jeden stupeň volnosti) platí vztah dle [3]

$$\Phi_d = (\mathbf{G}_f - \mathbf{G}_k) \mathbf{F}_b, \quad (1.20)$$

kde  $\mathbf{F}$  je matice vnějších sil.

Dále je provedeno spojení komponent, tj. spojení pohybových rovnic 1.18 pro každou komponentu, a transformace závislých redukovaných souřadnic  $\mathbf{p}$  na nezávislé redukované souřadnice  $\mathbf{q}$  s ohledem na podmínku kompatibility 1.8. Podrobné odvození je provedeno v [3].

### 1.2.4.3 Craig-Bamptonova metoda

Výhoda této metody je ve spojování jednotlivých komponent, jelikož není nutné transformovat hraniční stupně volnosti, nýbrž se ponechají jako fyzikální na rozdíl od předchozích dvou metod. To vede ke zjednodušenému postupu.

Začlenění do transformační matice  $\mathbf{T}$ , se provede pomocí *constraint módů*  $\psi$ , které představují statické deformační tvary vyvolané vynucenými jednotkovými posuvy v daném hraničním stupni volnosti při vetknutí všech ostatních hraničních stupňů volnosti [3].

Vychází z obecného transformačního vztahu dle [3]

$$\mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{T}_{CB}^{(1)} \mathbf{p}^{(1)}, \quad (1.21)$$

do sloupců matice  $\mathbf{T}_{CB}^{(1)}$  je umístěno  $h$  ponechaných vlastních tvarů  $\mathbf{v}$  a  $b$  *constraint módů*  $\psi$ .

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{i_1}^{(1)} \\ \mathbf{u}_b^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{i_1, h_1}^{(1)} & \boldsymbol{\Psi}_{i_1, b}^{(1)} \\ \mathbf{V}_{b, k_1}^{(1)} & \boldsymbol{\Psi}_{b, b}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{h_1}^{(1)} \\ \mathbf{p}_b^{(1)} \end{Bmatrix}. \quad (1.22)$$

*Constraint módy*  $\psi$  se dle [3] určí ze speciálního tvaru okrajových podmínek, který stanoví jednotkový posuv v  $j$ -tém hraničním stupni volnosti při vetknutí všech zbývajících  $b - 1$  hraničních stupňů volnosti a aplikuje se nulový tvar kmitů  $\mathbf{V}_{b, h}$  v ponechaných hraničních stupních volnosti.

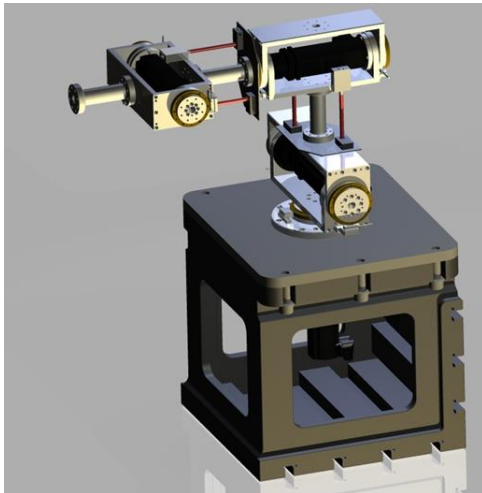
Výsledný vztah Craig-Bamptonovy redukce pro komponentu 1 je dle [3]

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{i_1}^{(1)} \\ \mathbf{u}_b^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{i_1, h_1}^{(1)} & \boldsymbol{\Psi}_{i_1, b}^{(1)} \\ \mathbf{0}_{b, k_1} & \mathbf{I}_{b, b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{h_1}^{(1)} \\ \mathbf{p}_b^{(1)} \end{Bmatrix}. \quad (1.23)$$

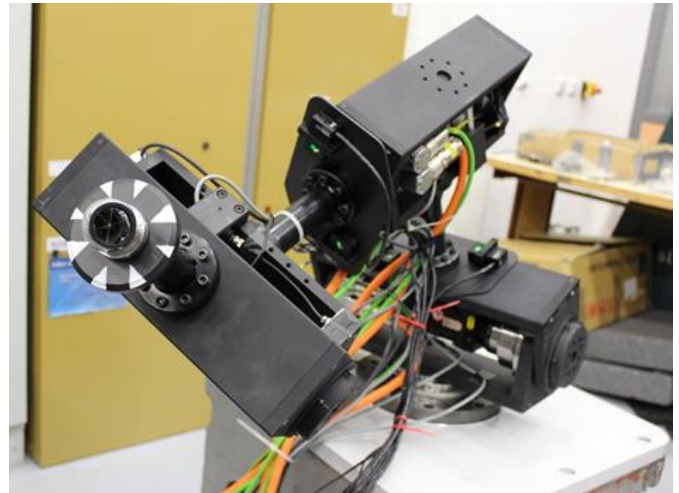
Podrobné odvození vztahu 1.23 a provedení spojení komponent je provedeno v [3].

## 2 Konstrukční řešení demonstrátoru sériového robotu s přídatnými senzory

Jedná se o experimentální stand [viz obr. 1.1 a 1.2], který slouží k provádění experimentů s přídatnými senzory. Jelikož má zachytit chování reálných robotů, konkrétně deformace jejich komponent, má také podobné rozměry a mechanickou strukturu jako v praxi běžně používané roboty.



Obr. 2-1 Demonstrátor sériového robotu



Obr. 2-2 Demonstrátor sériového robotu, skutečná podoba

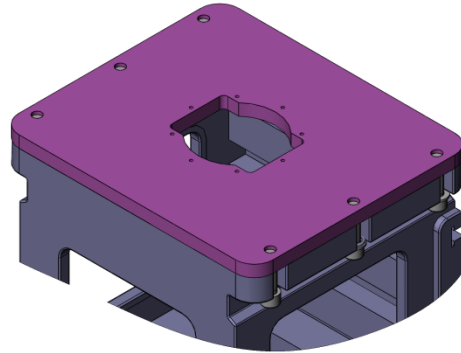
### 2.1 Části demonstrátoru sériového robotu a jejich konstrukční řešení

Demonstrátor sériového robotu, dále také experimentální sériový řetězec se skládá z několika částí:

- 1) **Stojan** – tvoří pevnou podporu celého experimentálního sériového řetězce a v této práci nebude dále uvažován,
- 2) **Základová deska** – nosný prvek experimentálního sériového řetězce,
- 3) **Ložiskový domek** – axiálně radiální ložisko, které tvoří otočný prvek celého experimentálního sériového řetězce,
- 4) **Klouby** – tvoří rotační prvek pro dílčí natočení částí experimentálního sériového řetězce,
- 5) **Ramena** – slouží jako spojnice kloubů,
- 6) **Planetové převodovky** – zajišťují redukci otáček servomotorů,
- 7) **Servomotory** – pro pohon ložiskového domku a kloubů,
- 8) **Deska** – je pro připevnění senzorů,
- 9) **Inkrementální rotační snímače** – pro sledování polohy natočení kloubů,
- 10) **Čtyřkvadrantové snímače** – měření deformace ramen,

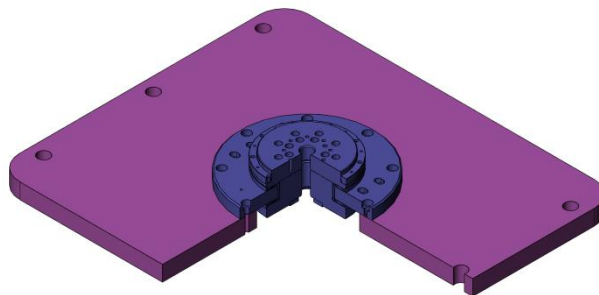
11) **Spojovací prvky** – jsou tvořeny šrouby, kolíky, pojistnými kroužky atd., které nebudou explicitně uváděny.

ad 2) Základová deska je šesti šrouby přimontována ke stojanu [viz obr. 1.3]. Materiál desky je dural (AlCu4Mg).

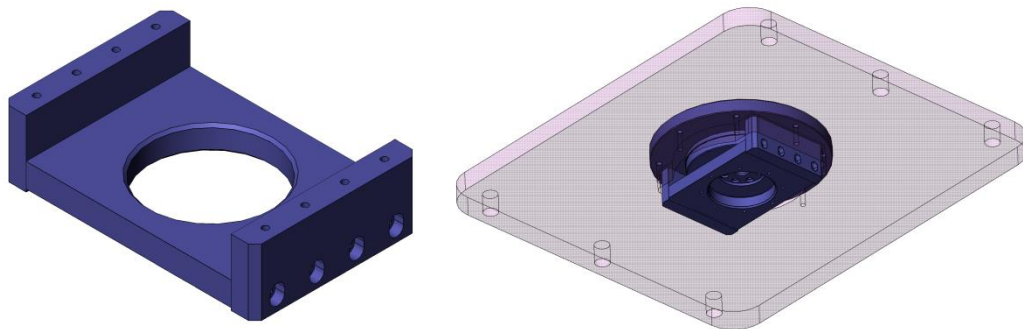


Obr. 2-3 Základová deska a detail jejího připevnění ke stojanu

ad 3) Ložiskový domek se skládá z tělesa a mezikruží a tvoří axiálně radiální podporu pro experimentální sériový řetězec. Je přimontován osmi šrouby ležících na největším průměru mezikruží k základové desce [viz obr. 1.4]. Součástí ložiskového domku je také příruba pro připevnění pohonu otáčení celého experimentálního sériového řetězce. Tato příruba je připevněna k ložiskovému domku pomocí osmi šroubů [viz obr. 1.5].

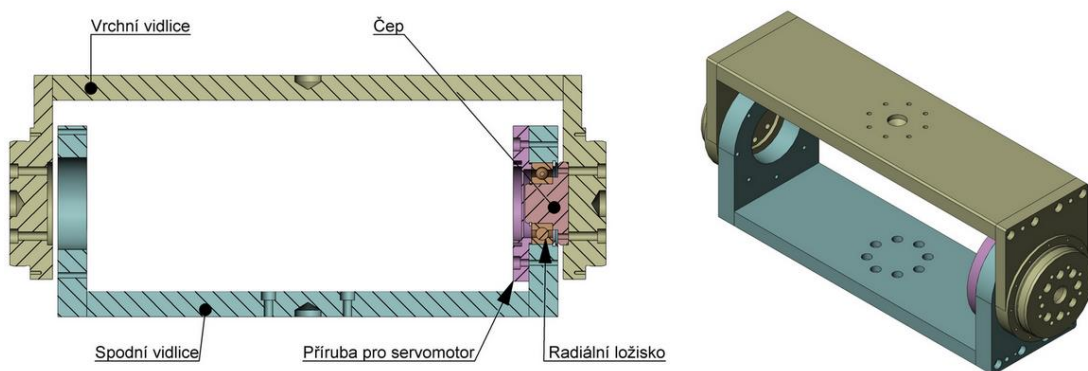


Obr. 2-4 Ložiskový domek a detail jeho připevnění k základové desce



**Obr. 2-5 Příruba a její připevnění k ložiskovému domku**

- ad 4) Klouby mají stejnou konstrukci a liší se od sebe velikostí (dva druhy velikosti) s ohledem na implementované servomotory [viz obr. 1.1]. Kloub je složen ze spodní a vrchní vidlice, kuličkového radiálního ložiska, čepu a příruby pro připevnění servomotoru. Jednotlivé komponenty jsou mezi sebou spojeny spojovacími prvky (šrouby, pojistnými kroužky atd.) [viz obr. 1.6]. První kloub (1. typ velikosti) v pořadí od základové desky je připevněn přímo k ložiskovému domku, další dva klouby (2. typ velikosti) jsou připevněny k ramenům [viz obr. 1.1]. Materiálem vidlic, příruby a čepu je *AlCu4Mg* (dural), materiál ostatních komponent kloubu není pro tuto práci důležitý.

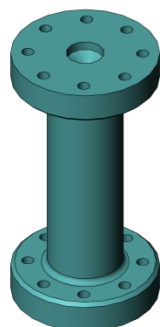


**Obr. 2-6 Kloub a jeho vnitřní uspořádání**

- ad 5) Všechna ramena mají stejné rozměry, liší se však materiálem (dva typy materiálu). První rameno (1. typ materiálu) v pořadí od základové desky je z ocele<sup>5</sup>, následující dvě jsou pak z *AlCu4Mg* (dural). Podoba ramene je zřejmá [viz obr. 1.7].

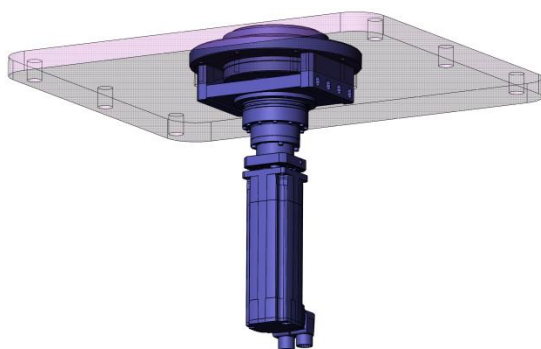
<sup>5</sup> Jako ocel byla v této práci pro jednoznačnost uvažována nerezová ocel s označením 1.4301.



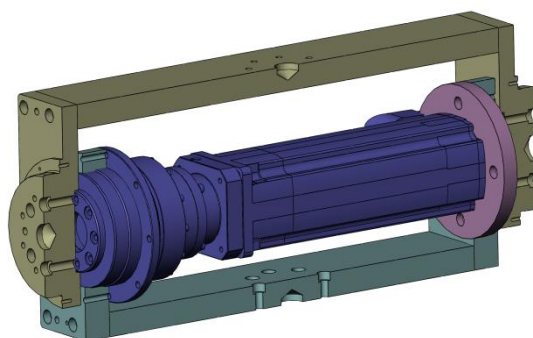


**Obr. 2-7 Rameno experimentálního sériového řetězce**

- ad 6) K redukci otáček servomotoru byly využity dva páry planetových převodovek typů AD0902 a AD0641. Převodovka AD0902 je umístěna na dvou místech, a to k přírubě základové desky [viz obr. 1.8] a v prvním kloubu v pořadí od základové desky [viz obr. 1.9]. Převodovka AD0641 je pak umístěna ve zbylých dvou kloubech, a to stejným způsobem jako v prvním kloubu. V kloubech plní převodovka zároveň axiálně radiální pojištění vrchní vidlice vůči spodní. Převodovka je připevněna pomocí osmi šroubů.
- ad 7) Servomotory se opět dělí do dvou velikostních skupin. Do první skupiny patří servomotor BMH0703 (větší z motorů). Tento typ servomotoru je umístěn vždy k planetovým převodovkám AD0902 [viz obr. 1.8 a 1.9]. Do druhé skupiny patří servomotor BMH0703. Ten je umístěn ve zbylých dvou kloubech, vždy k převodovkám AD0641. Servomotory jsou připevněny čelem k přírubám převodovek, a k vyztužení samotného kloubu jsou navíc připevněny i druhým čelem k přírubě pro servomotor [viz obr. 1.9].



**Obr. 2-8 Převodovka AD0902 a servomotor BMH0703 připevněné k přírubě**



**Obr. 2-9 Převodovka AD0902 a servomotor BMH0703 v kloubu experimentálního sériového řetězce**

- ad 8) Deska je komponenta, která slouží pro upevnění senzorů, konkrétně pro čtyřkvadrantové snímače [viz obr. 1.1]. Její materiál je *AlCu4Mg* (dural).

- ad 9) Inkrementální rotační snímače jsou umístěny na všech místech, kde dochází k rotačnímu pohybu, tj. klouby a ložiskový domek.
- ad 10) Čtyřkvadrantové snímače jsou zabudovány na prvním a druhém kloubu, laserové zdroje pak na druhém a třetím kloubu [viz obr. 1.1].

# 3 Tvorba matematického modelu demonstrátoru robotického ramene

V této části byl vytvořen MKP model experimentálního sériového řetězce, pro který byla následně provedena modální analýza. Tento model, resp. jeho komponenta byl následně použit, v další kapitole (4) této práce pro tvorbu simulačního poddajného dynamického modelu.

## 3.1 Modální analýza

Modální analýza patří k oblastem dynamiky mající velký význam v technické praxi. Je využívána pro analýzu mechanického kmitání, vynuceného ať už běžným provozem zařízení, nebo testovacími signály (impuls). Jejím výstupem jsou modální vlastnosti, jako:

- 1) vlastní frekvence,
- 2) vlastní tvary kmitů,
- 3) vlastní tlumení tvarů kmitů [5].

Analýzu je možné provádět teoreticky (výpočtem), nebo prakticky pomocí experimentu na existujícím zařízení. V některých případech lze provést obě varianty. Výhodou je pak možnost verifikace matematického modelu.

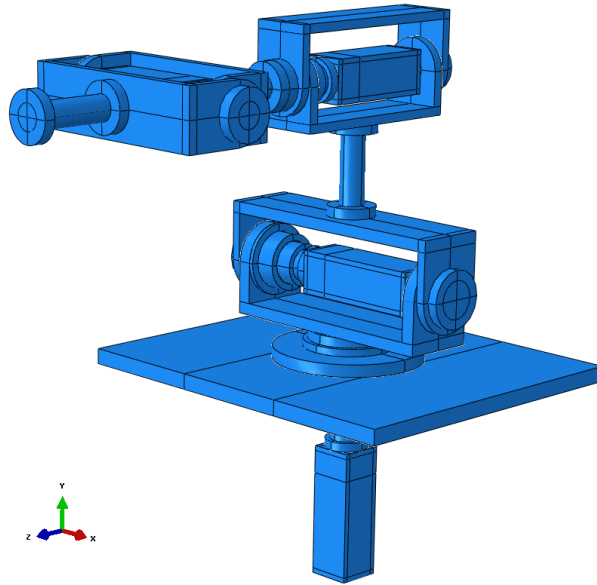
Teoretický postup je založen na matematickém modelu kmitavé soustavy. Ta je tvořena pohybovými rovnicemi popisující reálnou soustavu skládající se z  $n$  hmotných bodů, přičemž výsledné vlastnosti modální analýzy jsou vypočítány použitím tzv. modální transformace. Modální transformace umožňuje model řešit v modálním prostoru jako  $n$  nezávislých problémů s jedním stupněm volnosti a poté modální transformací přejít do prostoru fyzikálních souřadnic [5].

Při experimentální modální analýze se určují vlastní frekvence, vlastní tvary kmitu a modální útlum dané soustavy pomocí experimentálně naměřené množiny dat frekvenční odezvové funkce. [5]

V mém případě byla modální analýza provedena teoreticky, za pomoci výpočetního MKP programu Abaqus.

## 3.2 Tvorba MKP modelu

Jednotlivé komponenty výpočtového modelu experimentálního sériového řetězce byly vymodelovány v prostředí programu Abaqus 6.14-1. S ohledem na zjednodušení síťování prvků a následného výpočtu, byla skutečná konstrukce zjednodušena o některé pro výpočet zanedbatelné komponenty, jako vymezení kroužky, měřící aparaturu, vnitřní komponenty převodovek a servopohonů, spojovací materiál, zaoblení, otvory a drážky (např. pro pojistné hřídelové kroužky) [viz obr. 3.1].



Obr. 3-1 Zjednodušený výpočetní model

Dále bude popsán postup tvorby výpočtového modelu experimentálního sériového řetězce v následujícím pořadí:

- 1) **Preprocessing** – příprava výpočtového modelu (geometrie, materiálové vlastnosti, okrajové podmínky atd.),
- 2) **Simulation** – výpočet,
- 3) **Postprocessing** – vyhodnocení a zobrazení výsledků (síly, pole napětí a posuvů atd.).

### 3.2.1 Preprocessing

V jednotlivých modulech programu Abaqus (part, property, assembly atd.) byly vytvořeny dílčí kroky definice modelu.

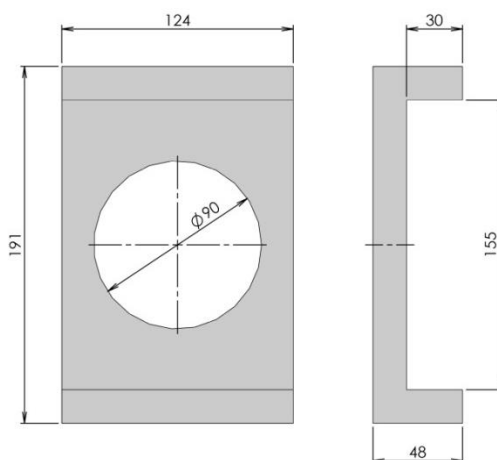
Při modelování bylo využito skutečnosti, že je experimentální sériový řetězec tvořen tvarově stejnými nebo podobnými komponenty a stejně definovanými vazbami v jednotlivých kloubech. V této práci bude tedy pro zjednodušení podrobně popsáno pouze vytvoření ústrojí pohonu pro otáčení celého experimentálního sériového řetězce kolem osy Y, základové desky, nosného ložiskového domku, prvního kloubu s jeho vnitřním obsahem a ramene ke druhému kloubu, tj. komponenty svázané s prvním kloubem v pořadí od základové desky.

### 3.2.1.1 Modul Part

Zde byla definována geometrie výpočtového modelu, ze které později plynou vlastnosti, jako hmotnost, momenty setrvačnosti a další. Všechny prvky byly vytvořeny jednotlivě jako 3D poddajná tělesa. Základ modelů byl vytvořen ve skicáři, poté bylo využito operací rotace a vysunutí. Hlavní rozměry prvků jsou patrné [viz obr.: 3.2; 3.3; 3.4; 3.5; 3.6; 3.7; 3.8 a 3.9].

#### 1) Příruba pro pohon otáčení celého experimentálního sériového řetězce

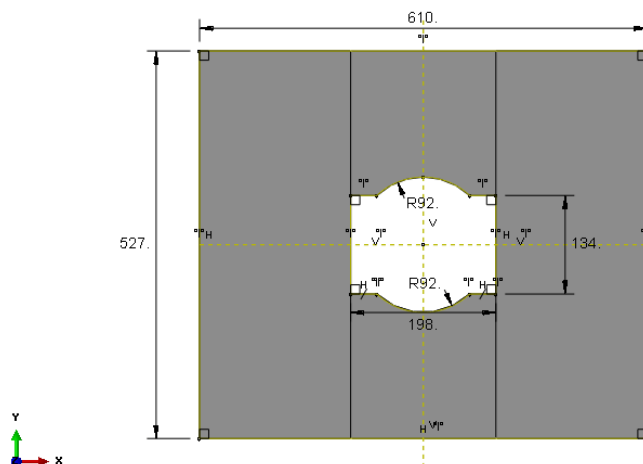
Rozměry desky jsou patrné [viz obr. 3.2]



Obr. 3-2 Skica příruby pro pohon otáčení celého sériového řetězce včetně rozměrů

#### 2) Základová deska

Základní rozměry desky jsou patrné [viz obr. 3.3]. Tloušťka desky je 25 mm.

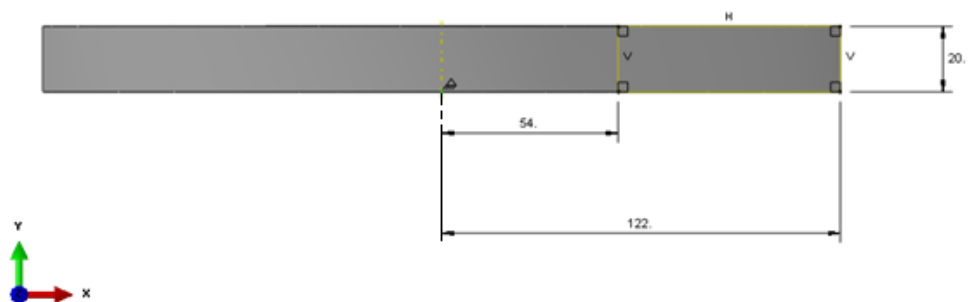


Obr. 3-3 Skica základové desky včetně rozměrů

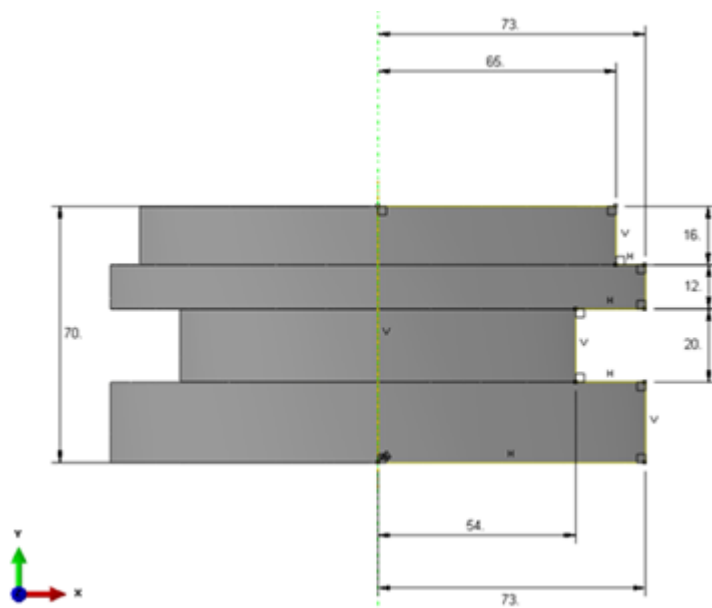
### 3) Nosný ložiskový domek

Byl vymodelován ze dvou částí:

- a) mezikruží [viz obr. 3.4],
- b) tělesa [viz obr. 3.5].



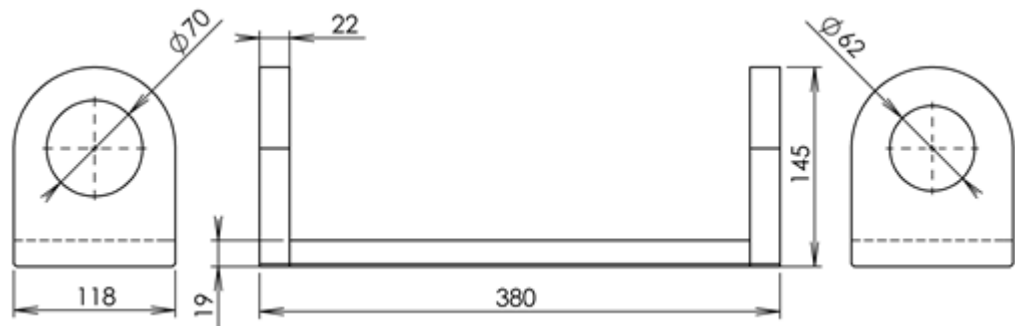
Obr. 3-4 Skica mezikruží nosného ložiskového domku



Obr. 3-5 Skica tělesa nosného ložiskového domku

#### 4) Spodní vidlice kloubu

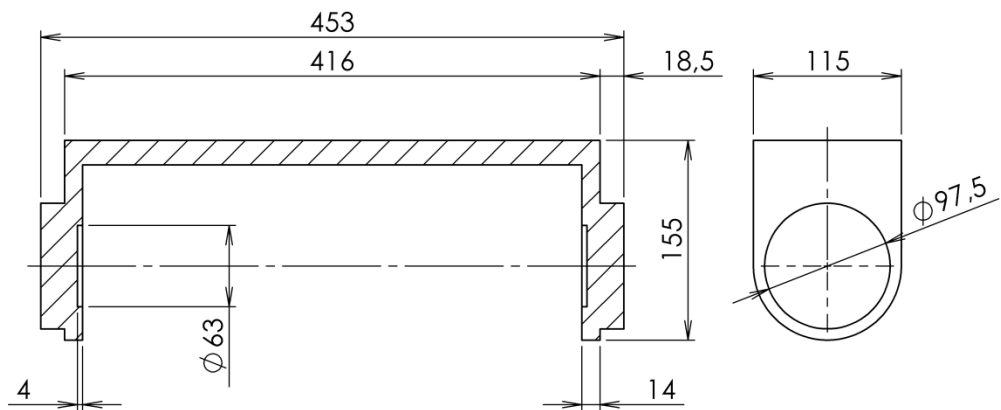
Nejdříve byla vytvořena spodní horizontální deska a poté k ní byly přidány dvě boční svislé vidlice s otvory [viz obr. 3.6].



Obr. 3-6 Výkres spodní vidlice prvního kloubu od základové desky

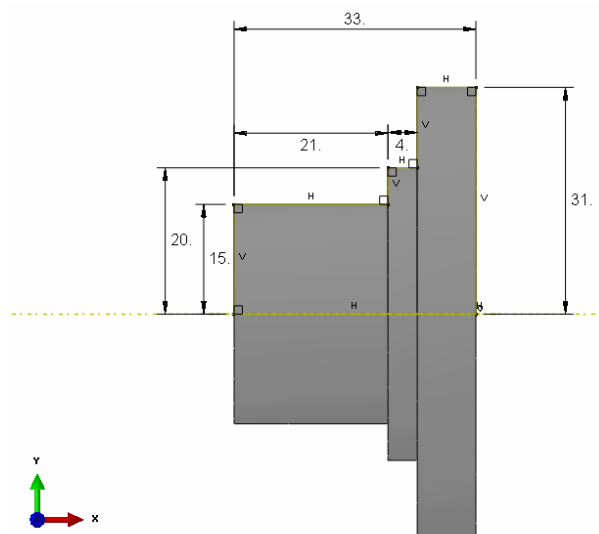
#### 5) Vrchní vidlice kloubu

Nejdříve byla vytvořena vrchní horizontální deska a poté k ní byly přidány dvě boční svislé vidlice s otvory [viz obr. 3.7].



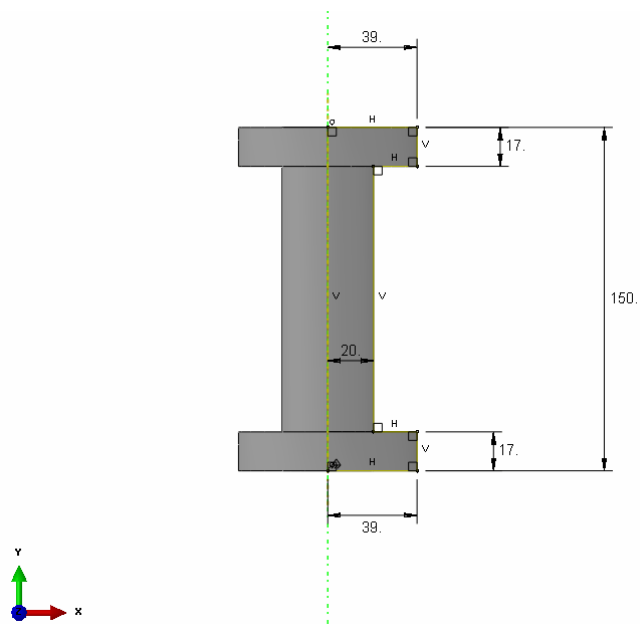
Obr. 3-7 Vrchní vidlice prvního kloubu od základové desky

## 6) Čep pro radiální ložisko kloubu



Obr. 3-8 Čep pro radiální ložisko kloubu

## 7) Rameno



Obr. 3-9 Rameno

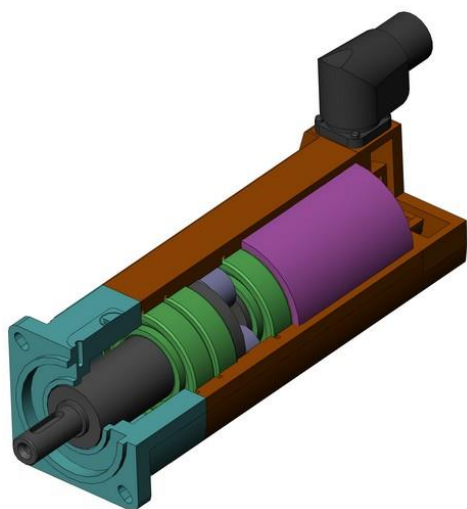
## 8) Servomotor

Experimentální sériový řetězec pohánějí dva typy servomotorů od společnosti Schneider Electric. Motory BMH0703 jsou pohonem pro otáčení celého sériového řetězce kolem osy Y a pro natáčení prvního kloubu kolem osy X. Motory BMH0702 pak pro natáčení ostatních kloubů [viz obr. 3.1].

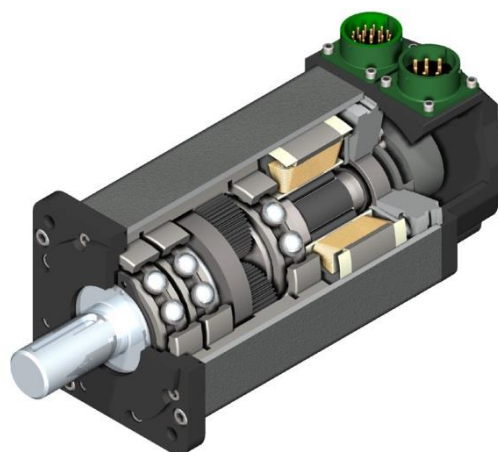


Modely servomotorů byly vytvořeny přibližným odhadem, jelikož výrobce neposkytuje žádné informace ani náhled vnitřního uspořádání. Dostupné jsou pouze vnější rozměry včetně hmotnosti [viz příloha č. 1], a tak byla tloušťka doporučně odhadnuta na 8 mm.

Další problém přinesly neznámé fyzikální vlastnosti, tj. souřadnice těžiště a momenty setrvačnosti. Tyto byly nezbytné pro modální analýzu. Pro získání fyzikálních vlastností byly motory včetně vnitřních součástí přibližně vymodelovány v 3D CADu z kombinace materiálů 1.4301 (nerezová ocel) a *AlCu4Mg* (dural) [viz obr. 3.10]. Jako pomůcka k tomu slouží pohled do řezu podobného servomotoru [viz obr. 3.11].



Obr. 3-10 Přibližný model servomotoru BMH0703



Obr. 3-11 Řez servomotorem od společnosti EXLAR [9]

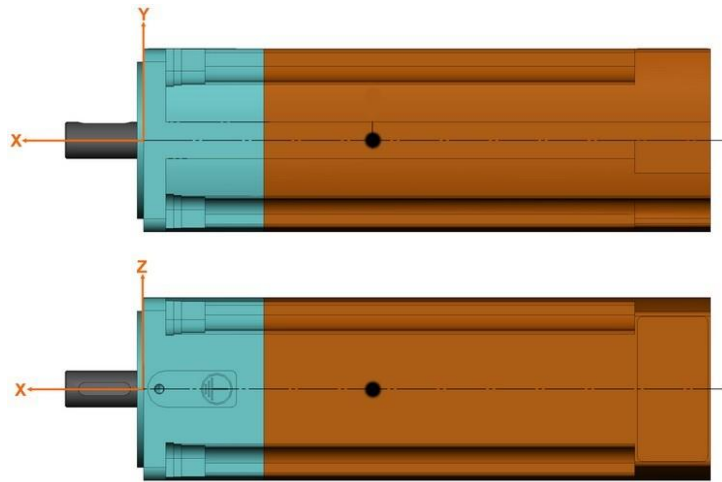
|   |             |              |              |
|---|-------------|--------------|--------------|
| hmotnost [kg]   | m=3.8       |              |              |
| souřadnice těžiště [mm]                                   | X=-97       | Y=0          | Z=0          |
| momenty setrvačnosti k hlavním osám [kg.cm <sup>2</sup> ] | $I_{xx}=32$ | $I_{yy}=175$ | $I_{zz}=180$ |

Tab. 1 Fyzikální vlastnosti servomotoru BMH0703 získané z 3D-CADu

|   |             |              |              |
|---|-------------|--------------|--------------|
| hmotnost [kg]   | m=3.2       |              |              |
| souřadnice těžiště [mm]                                   | X=-80       | Y=0          | Z=0          |
| momenty setrvačnosti k hlavním osám [kg.cm <sup>2</sup> ] | $I_{xx}=27$ | $I_{yy}=112$ | $I_{zz}=114$ |

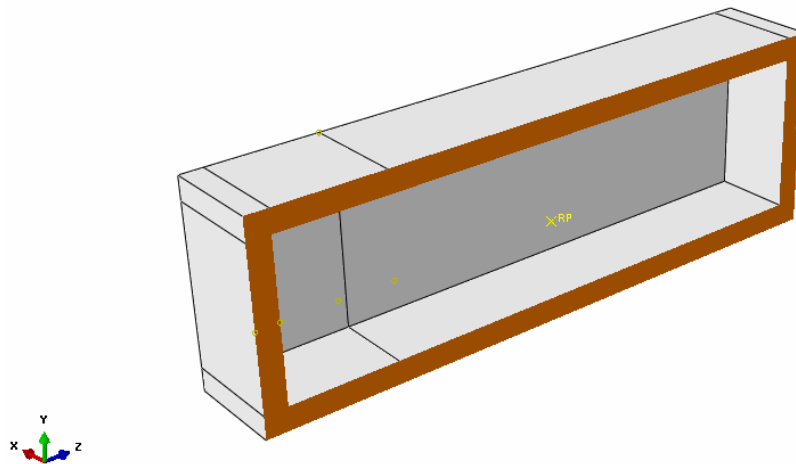
Tab. 2 Fyzikální vlastnosti servomotoru BMH0702 získané z 3D-CADu

Získaná data jsou shrnuta v tab. 1 a 2. Hmotnosti modelů se oproti skutečnosti [viz příloha č. 1] liší (o 0.2 kg motor BMH0703 a o 0.1 kg motor BMH0702), a stejně tak lze předpokládat, že i momenty setrvačnosti, což je důsledkem nepřístupných informací ohledně vnitřní stavby servomotoru. Všechny hodnoty jsou vztažené k souřadnému systému motoru [viz obr. 3.11].



Obr. 3-12 Souřadný systém servomotoru

Servomotor byl v programu Abaqus s ohledem na předchozí vymodelován v podobě dutého tělesa s tloušťkou stěny 8 mm. Do těžiště tohoto tělesa (jehož souřadnice byly získány z 3D modelu) pak byly vloženy fyzikální vlastnosti hmotnost a moment setrvačnosti [viz obr. 3.13].



Obr. 3-13 Servomotor

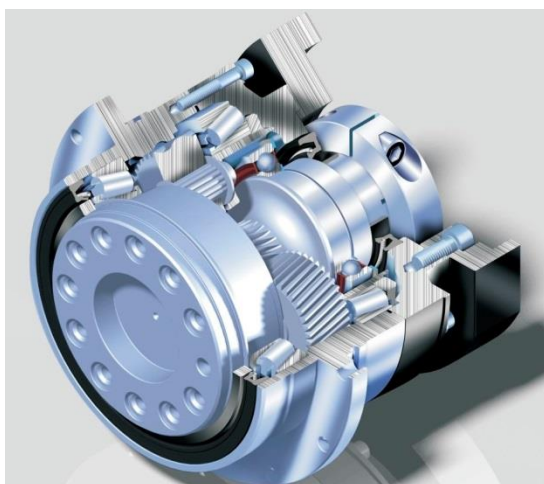
## 9) Planetová převodovka

V experimentálním sériovém řetězci je využito dvou typů planetových převodovek: AD0902 a AD0641, oba od společnosti APEX DYNAMICS. Všechny převodovky jsou přímo spojeny s jednotlivými motory. K zajištění otáčení celého řetězce, tj. kolem osy Y, a natáčení prvního kloubu od základové desky, tj. kolem osy X [viz obr. 3.1], je určena planetová převodovka AD0902.

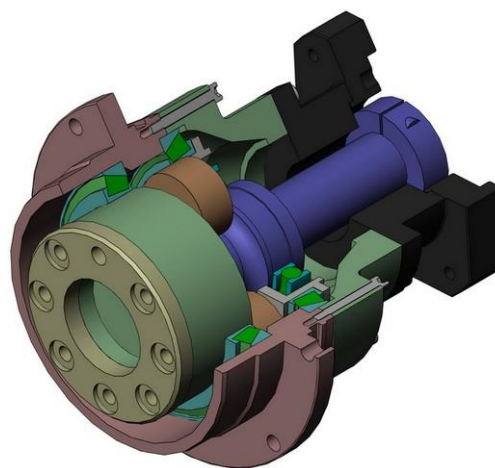
Model převodovky byl vytvořen stejně jako servomotor přibližným odhadem, jelikož výrobce neposkytuje žádné vnitřní rozměry. Dostupné jsou pouze vnější rozměry včetně hmotností [viz příloha

č. 2]. Výhodou je však dostupný náhled na vnitřní uspořádání [viz obr. 3.14] a z něj snazší odhadnutí šířky stěn oproti servomotoru.

Problém spojený s neznámými fyzikálními vlastnostmi (souřadnice těžiště a momenty setrvačnosti) však stále zůstává. Model planetové převodovky byl včetně vnitřních součástí přibližně vymodelován v 3D CADu z kombinace materiálů 1.4301 (nerezová ocel) a *AlCu4Mg* (dural) [viz obr. 3.15].



Obr. 3-14 Řez převodovkou typu AD společnosti APEX DYNAMICS [10]



Obr. 3-15 Přibližný model planetové převodovky AD0902

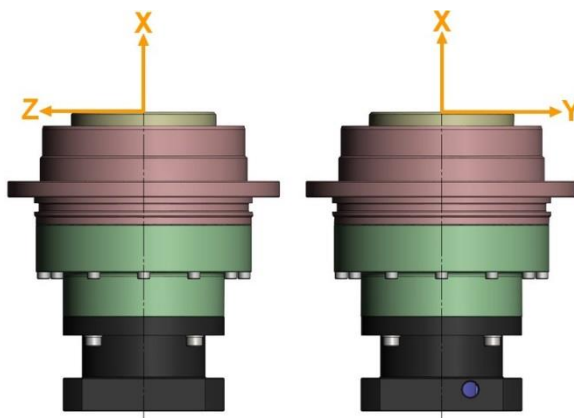
|   |             |             |             |
|---|-------------|-------------|-------------|
| hmotnost [kg]   | m=3.4       |             |             |
| souřadnice těžiště [mm]                                   | X=-49.3     | Y=0         | Z=0         |
| momenty setrvačnosti k hlavním osám [kg.cm <sup>2</sup> ] | $I_{xx}=40$ | $I_{yy}=50$ | $I_{zz}=50$ |

Tab. 3 Fyzikální vlastnosti převodovky AD0902 získané z 3D-CADu

|   |              |              |              |
|---|--------------|--------------|--------------|
| hmotnost [kg]   | m=1.15       |              |              |
| souřadnice těžiště [mm]                                   | X=-33.6      | Y=0          | Z=0          |
| momenty setrvačnosti k hlavním osám [kg.cm <sup>2</sup> ] | $I_{xx}=7.5$ | $I_{yy}=8.3$ | $I_{zz}=8.3$ |

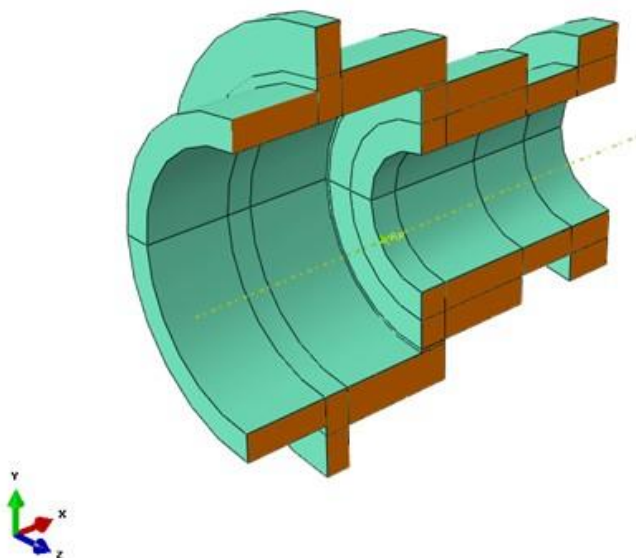
Tab. 4 Fyzikální vlastnosti převodovky AD0641 získané z 3D-CADu

Získaná data jsou shrnuta v tab. 3 a 4. Hmotnosti modelů se oproti skutečnosti [viz příloha č. 2] liší (o 0.1 kg převodovka AD0902 a o 0.05 kg převodovka AD0641), a stejně tak lze předpokládat, že i momenty setrvačnosti, což je důsledkem nepřístupných informací ohledně vnitřních rozměrů převodovek. Všechny hodnoty jsou vztažené k souřadnému systému motoru [viz obr. 3.16].



Obr. 3-16 Souřadný systém planetové převodovky

Planetové převodovky byly v programu Abaqus s ohledem na předchozí vymodelovány v podobě dutých rotačních těles. Do těžiště těchto těles (jejichž souřadnice byly získány z 3D modelů) pak byly vloženy fyzikální vlastnosti hmotnost a moment setrvačnosti [viz obr. 3.17].



Obr. 3-17 Planetová převodovka

### 3.2.1.2 Modul property

Zde byly definovány vlastnosti jednotlivých materiálů, tj. hustota, Poissonovo číslo a modul pružnosti v tahu.

Všechny komponenty mimo motorů, převodovek a prvního ramene v pořadí od základové desky jsou ze slitiny hliníku *AlCu4Mg* (dural). Zbývají pak z konstrukční a nerezové oceli. Vzhledem k tomu, že pro výpočet jsou podstatné pouze vlastnosti zmíněné výše, nebudeme dále rozlišovat druh oceli.

Bylo předpokládáno, že je materiál homogenní, izotropní a elastický. Fyzikální a mechanické vlastnosti materiálů jsou v tab. 5.

| Materiál   | Ocel                | Dural (AlCu4Mg)     |
|--|---------------------|---------------------|
| Měrná hmotnost $\rho$ [t.mm <sup>-3</sup> ]      | $7.8 \cdot 10^{-9}$ | $2.8 \cdot 10^{-9}$ |
| Poissonovo číslo $\mu$ [-]                       | 0.3                 | 0.3                 |
| Modul pružnosti v tahu $E$ [N.mm <sup>-2</sup> ] | $2.1 \cdot 10^5$    | $0.72 \cdot 10^5$   |

Tab. 5 Mechanické vlastnosti definovaných materiálů

Pro potřeby výpočtu byly vytvořeny čtyři skupiny typu materiálů:

- 1) **dural**,
- 2) **dural bez zahrnutí hustoty**,
- 3) **ocel**,
- 4) **ocel bez zahrnutí hustoty**

Materiály „bez hustoty“ byly definovány pro servomotory a planetové převodovky, jelikož jejich fyzikální vlastnosti (hmotnost a hlavní momenty setrvačnosti) byly vloženy externě do jejich hmotného středu, tudíž není žádoucí, aby u těchto těles byla hustota brána v úvahu.

### 3.2.1.3 Modul Assembly

V tomto modulu byly jednotlivé komponenty sestaveny do celkové podoby experimentálního sériového řetězce [viz obr. 3.1].

Nejprve byla pro oba díly vytvořena instance, kde je síť závislá (independent) na geometrii dílů. Dále byly pro samotné sestavení použity vazby (constraint), jako face to face (čelo na čelo) a coaxial (soustředná).

### 3.2.1.4 Modul Step

Podmínky výpočetní úlohy pro stanovení vlastních frekvencí a tvarů kmitání byly nastaveny v modulu Step.

Jelikož byla brána v úvahu gravitační tíhová síla působící na sériový řetězec, bylo nutné při definici jednotlivých stepů (výpočetních kroků) dodržet toto pořadí:

- 1) Statické zatížení – vlivem tíhové síly (Step-1),
- 2) Modální analýza – výpočet vlastních frekvencí a tvaru kmitů (Step-2).

ad 1) řešen jako statický (nebereme v úvahu setrvačnost soustavy) a nelineární (vzhledem k aplikaci kontaktu základové desky, mezikruží a ložiska – okrajová nelinearita). Velikost počátečního

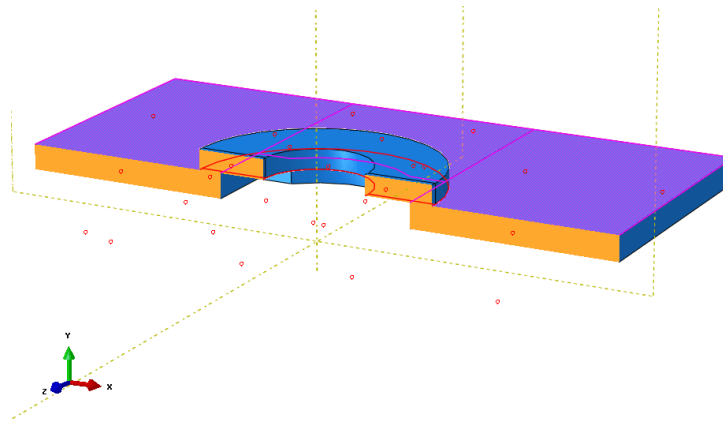
inkrementu je 0.02, minimální velikost je  $1 \cdot 10^{-5}$  a maximální velikost inkrementu je 0.5. Inkrement je (časový) úsek Stepu (kroku).

ad 2) zde byl nastaven typ postupu: lineární perturbace – frekvence. Úloha byla definována jako nelineární a řešena Lanczosovou metodou (metoda pro řešení vlastních čísel). Počet hledaných vlastních frekvencí a příslušných vlastních tvarů kmitů byl stanoven na pět.

### 3.2.1.5 Modul Interaction

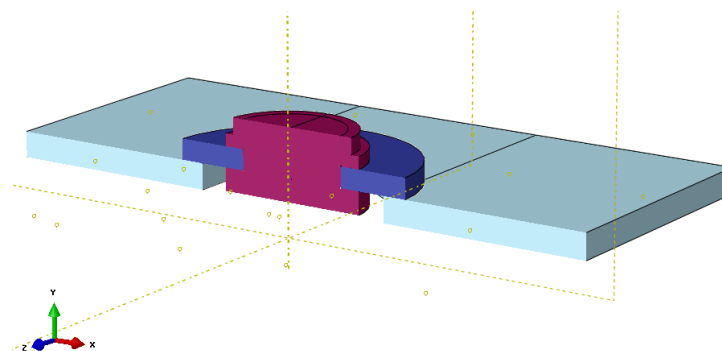
V tomto modulu byly nastaveny jednotlivé interakce a vazby mezi jednotlivými díly v sestavě. Vazby a interakce zde byly tvořeny postupně v pořadí od základní desky:

- 1) Jako první byla definována vazba mezi základovou deskou a mezikružím ložiskového domku. K tomu byla vytvořena vazba constraint – tie, díky které byly pevně svázány posuvy uzlů na podřízené ploše (základová deska) s posuvy uzlů na ploše řídicí (mezikruží) [viz obr. 3.18].



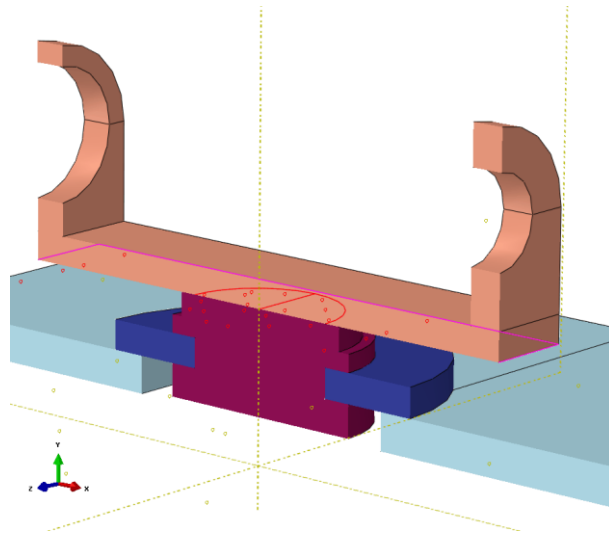
Obr. 3-18 Definice vazby tie mezi základovou deskou a mezikružím ložiskového domku

- 2) Vazba mezi stykovými plochami tělesa a mezikruží ložiskového domku byla vytvořena pomocí kontaktu. Nejprve bylo třeba definovat jeho vlastnosti. Ve vlastnostech bylo nastaveno chování v tečném (bez uvažování tření) a normálovém (typ hard) směru. Poté bylo možno přejít k definici kontaktního páru, kde byl jako typ zvolen general contact, který zahrnuje všechny plochy kontaktu mezi tělesem a mezikružím [viz obr. 3.19].



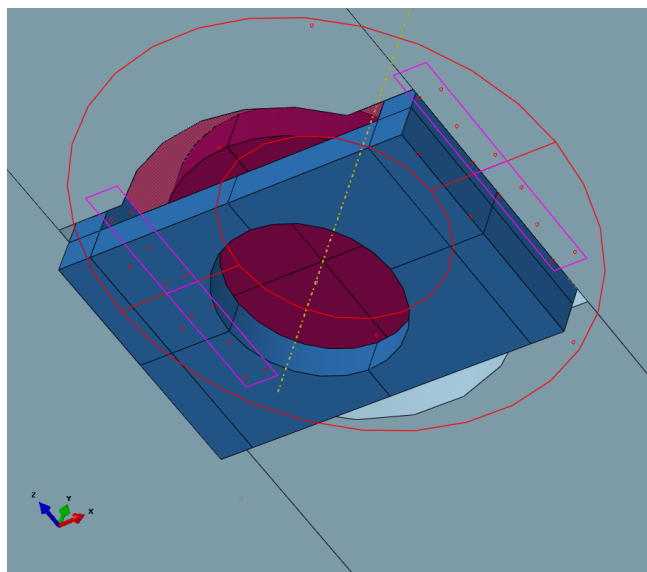
Obr. 3-19 Definice kontaktní vazby mezi tělesem a mezikružím ložiskového domku

- 3) Vazba mezi spodní vidlicí prvního kloubu a tělesem byla realizována vazbou constraint – tie, která pevně svázala posuvy uzlů na podřížené ploše (spodní vidlice) s posuvy uzlů na ploše řídicí (těleso) [viz obr. 3.20].



Obr. 3-20 Definice vazby tie mezi tělesem ložiskového domku a spodní vidlicí prvního kloubu

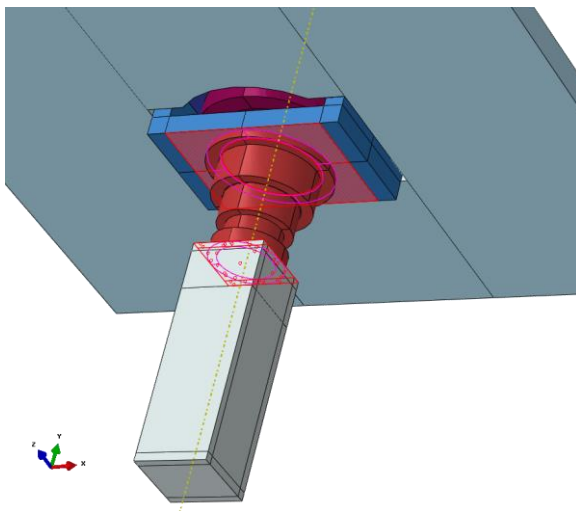
- 4) Dále byla přidána příruba pro otáčení sériového řetězce kolem osy Y [viz obr. 3.21]. Vazba mezi přírubou a základovou deskou byla zprostředkována vazbou constraint – tie, která pevně svázala posuvy uzlů na podřížené ploše (přírubě) s posuvy uzlů na ploše řídicí (základová deska).



Obr. 3-21 Definice vazby tie mezi přírubou a základovou deskou

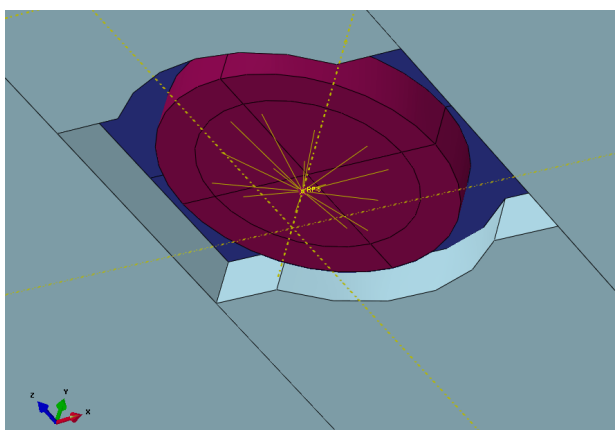
- 5) K přírubě byla připojena planetová převodovka se servomotorem. Vazby mezi díly příruba-převodovka a motor-převodovka byly opět zprostředkovány vazbou constraint – tie, která pevně

svázala posuvy uzlů na podřízených plochách (přírubě a převodovce) s posuvy uzlů na plochách řídicích (základová deska a servomotor) [viz obr. 3.22].



**Obr. 3-22** Definice vazby tie mezi díly příruba-planetová převodovka a planetová převodovka-servomotor

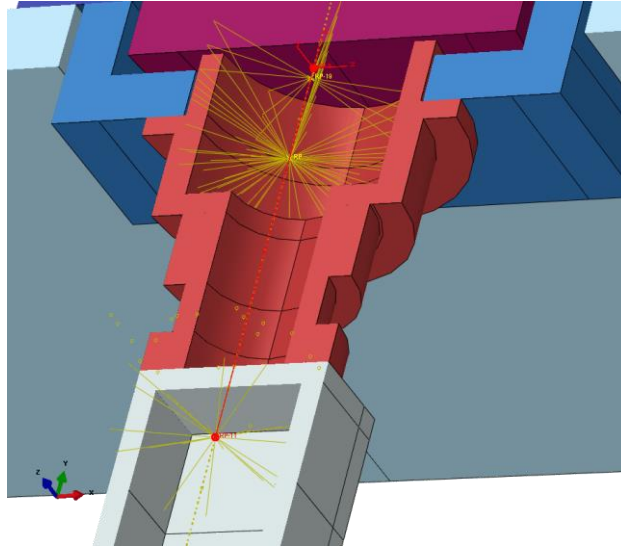
- 6) Interakce, která reprezentuje torzní tuhost převodovky při zabrzděném motoru (k pohonu otáčení prvního kloubu kolem osy  $Y$ ), byla vytvořena pomocí torzní pružiny. Ta zajišťuje tuhost při otáčení kolem osy  $Y$ , tj. 5. stupeň volnosti podle globálního souřadného systému. Torzní pružina je pevně spojená s referenčním bodem RP-6 [viz obr. 3.23] a referenčním bodem RP-11, který je interakcí spojen s brzdou servomotoru<sup>6</sup> [viz obr. 3.24]. Referenční bod RP-6 byl vytvořen na ose ložiskového domku a pomocí vazby coupling pevně spojen s plochou tělesa. Vazba coupling byla definovaná jako Continuum distributing coupling, díky čemuž byly svázány pouze posuvy bez rotací.



**Obr. 3-23** Referenční bod RP-6 spojený s tělesem ložiskového domku vazbou coupling

<sup>6</sup> Podrobný popis tvorby interakcí referenčních bodů s planetovou převodovkou a servomotorem, je v oddílech č.: 10-13, kapitoly 2.1.1.5.

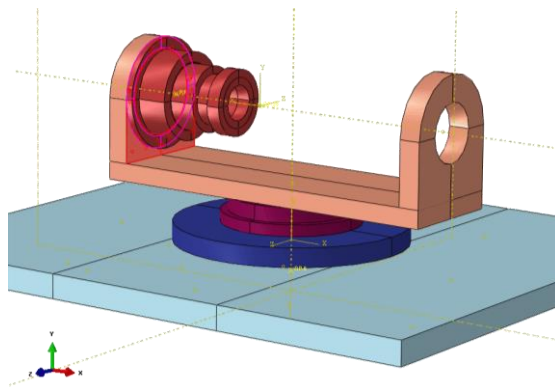




**Obr. 3-24 Torzní pružina pevně spojená s referenčními body RP-6 a RP-11**

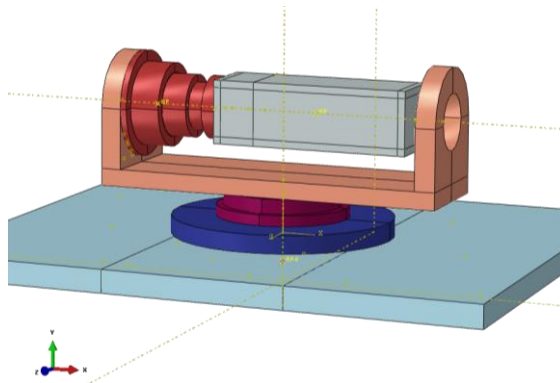
Tuhost pružiny byla dle technického listu [viz příloha č. 2] výrobce pro planetovou převodovku AD0902  $31 \text{ N.arcmin}^{-1}$ , což je po přepočtu ( $\text{N.m.arcmin}^{-1} = 3438 \text{ N.m.rad}^{-1}$ )  $106\,578 \text{ N.m.rad}^{-1}$ . Do programu Abaqus byla tuhost zadána jako  $106\,578\,000 \text{ N.mm/rad}$ .

- 7) Vazba mezi spodní vidlicí prvního kloubu a planetovou převodovkou AD0902 byla realizována vazbou constraint – tie, která pevně svázala posuvy uzlů na podřízené ploše (spodní vidlice) s posuvy uzlů na ploše řídicí (planetová převodovka) [viz obr. 3.25].



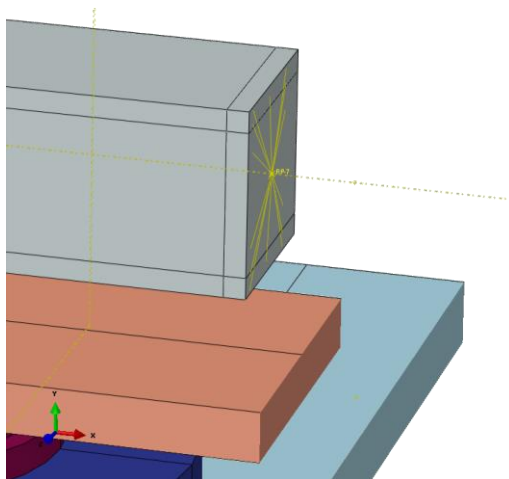
**Obr. 3-25 Vazba tie mezi spodní vidlicí prvního kloubu a planetovou převodovkou AD0902**

- 8) Vazba mezi planetovou převodovkou AD0902 a servomotorem BMH0703 byla realizována vazbou constraint – tie, která pevně svázala posuvy uzlů na podřízené ploše (servomotor) s posuvy uzlů na ploše řídicí (planetová převodovka) [viz obr. 3.26].

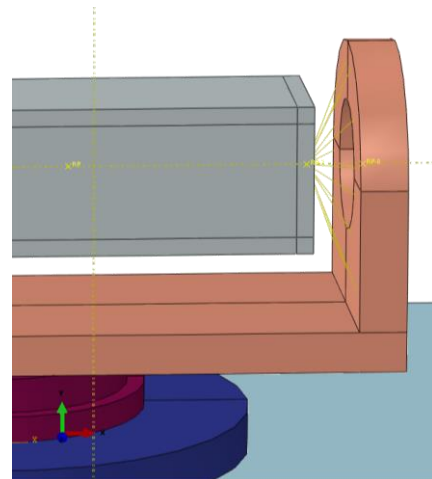


Obr. 3-26 Vazba tie mezi planetovou převodovkou AD0902 a servomotorem BMH0703

- 9) Interakce, která reprezentuje spojení servomotoru a spodní vidlice prvního kloubu, byla realizována pomocí referenčního bodu umístěného na ploše servomotoru a dvou vazeb coupling (Continuum distributing coupling) uchycených nejprve na plochu servomotoru a poté na vnitřní plochu spodní vidlice [viz obr. 3.27 a 3.28].

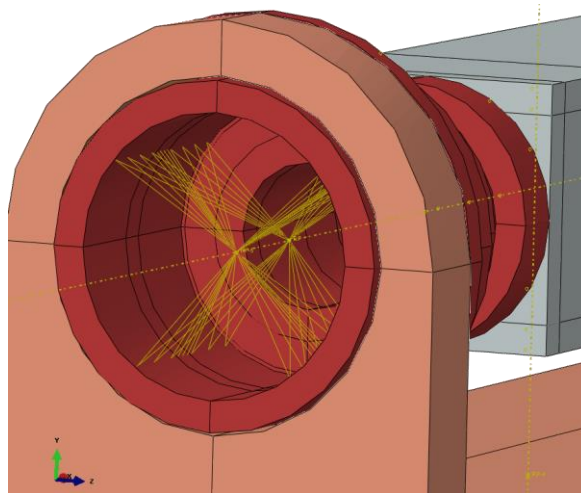


Obr. 3-27 Referenční bod RP-7 a vazba coupling na ploše servomotoru



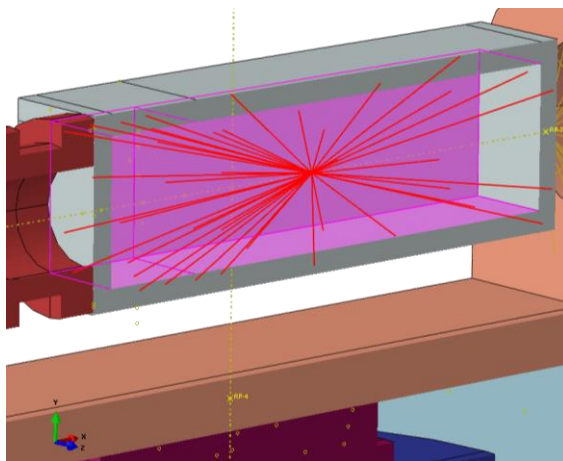
Obr. 3-28 Vazba coupling uchycená k referenčnímu bodu RP-7 a vnitřní ploše vidlice

- 10) V této části byl vytvořen referenční bod RP-5 (první od čela převodovky) a dvě vazby coupling (Continuum distributing coupling). Jedna z nich byla spojena s referenčním bodem a vnitřní válcovou plochou. Tato vazba bude dále sloužit pro umístění konektoru reprezentující rotační spojení převodovky s vrchní vidlicí prvního kloubu. Druhá vazba coupling slouží k uchycení referenčního bodu RP (reprezentující hmotný střed planetové převodovky) k vnitřní válcové ploše tohoto dílce [viz obr. 3.29].

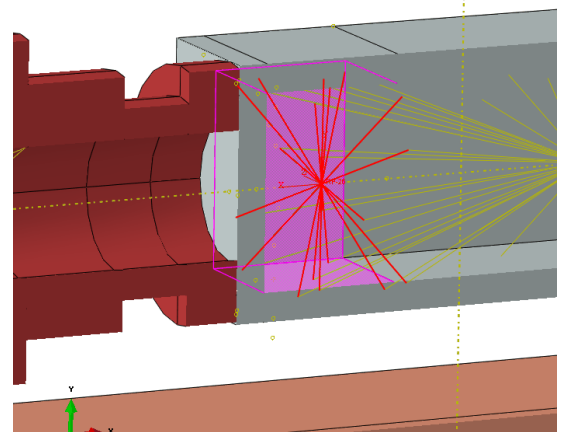


Obr. 3-29 Umístění referenčního bodu RP-5 a vazeb coupling

- 11) Zde byly vytvořeny vazby coupling (Continuum distributing coupling) a referenční bod RP-26 s lokálním souřadným systémem [viz obr. 3.30 a 3.31]. První z vazeb coupling je zde pro uchycení referenčního bodu RP (reprezentující hmotný střed servomotoru) k vnitřním plochám tohoto dílce. Referenční bod RP-26 byl vytvořen na úrovni brzdy v servomotoru a uchycen k jejím vnitřním plochám. Tím vznikla reprezentace brzdy, do které bude zavedena pružina (torzní tuhost převodovky).



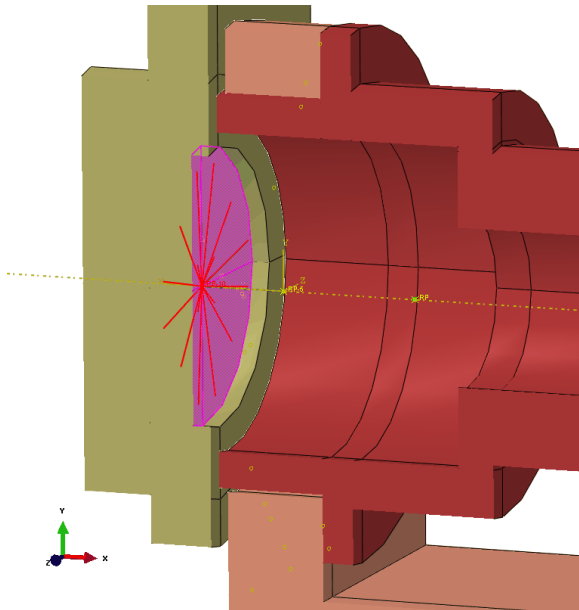
Obr. 3-30 Připojení hmotného středu RP k servomotoru vazbou coupling



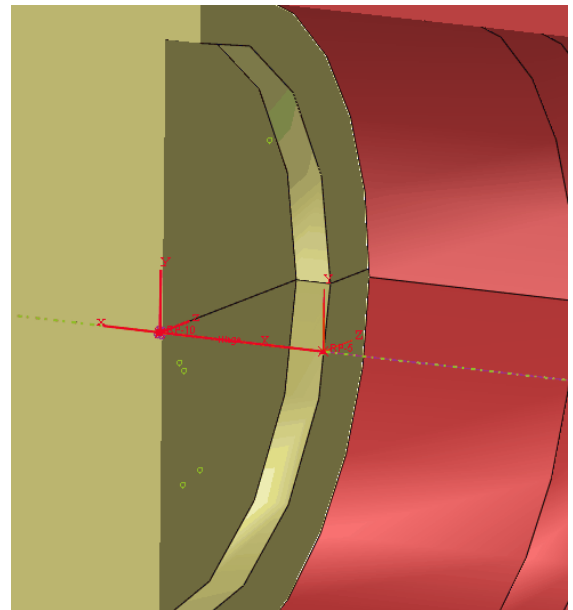
Obr. 3-31 Vytvoření referenčního bodu RP-26 a vazby coupling k brzdě servomotoru

- 12) V tomto kroku byla vytvořena rotační vazba mezi vrchní vidlicí a planetovou převodovkou, která zároveň plní funkci axiálně radiálního ložiska. Nejprve byl vytvořen referenční bod RP-10 na čelní ploše válcového vybrání a poté byla vytvořena k této ploše a bodu vazba coupling (Continuum distributing coupling) [viz obr. 3.32]. Dále byl vytvořen konektor (Hinge - pant) s lokálním souřadným systémem [viz obr. 3.33]. Tento konektor je pevně spojen s referenčním

bodem RP-5 a RP-10 a má jediný rotační stupeň volnosti (kolem osy  $X$  lokálního souřadného systému), bylo tak vytvořeno rotační spojení vrchní vidlice a planetové převodovky.

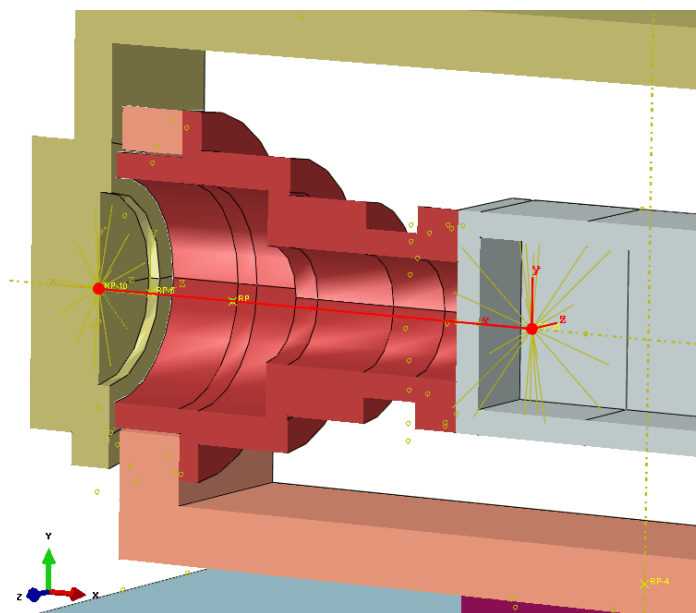


Obr. 3-32 Referenční bod RP-10 a k němu příslušná vazba coupling



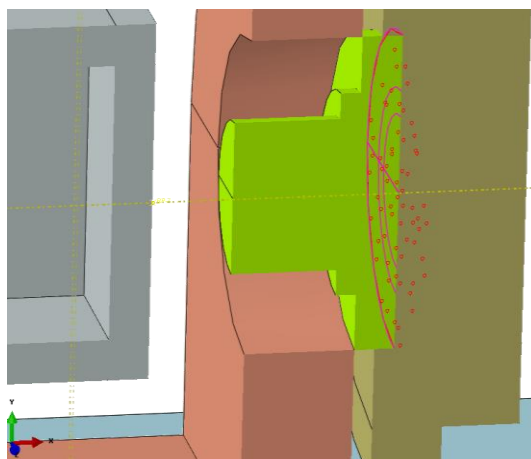
Obr. 3-33 Konektor (hinge) s lokálním souřadným systémem

- 13) Torzní tuhost převodovky při otáčení kolem osy  $X$ , tj. 4. stupeň volnosti podle lokálního souřadného systému [viz obr. 3.34], byla reprezentována rovněž pružinou o torzní tuhosti 106 578 000 N.mm/rad. Spojení bylo realizováno mezi výše zmíněnými referenčními body RP-10 a RP-26.

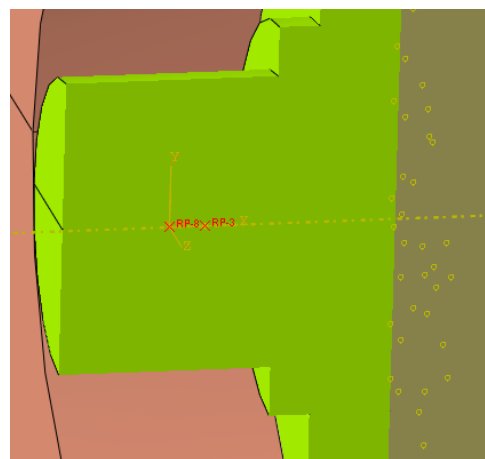


Obr. 3-34 Torzní pružina mezi brzdou servomotoru a vrchní vidlicí

- 14) Spojení spodní a vrchní vidlice je na protější straně od planetové převodovky realizováno válcovou vazbou pomocí axiálního kuličkového ložiska. Ložisko je uloženo v otvoru spodní vidlice a čepu, který je součástí vrchní vidlice. Ke spojení čepu s touto vidlicí byla využita vazba constraint – tie, která pevně svázala posuvy uzlů na podřízené ploše (čepu) s posuvy uzlů na ploše řídicí (vrchní vidlice) [viz obr. 3.35]. Dále byly v ose čepu vytvořeny dva referenční body (RP-3 a RP-8) [viz obr. 3.36]. Tyto body byly spojeny konektorem (beam), který sváže všechny stupně volnosti těchto bodů.

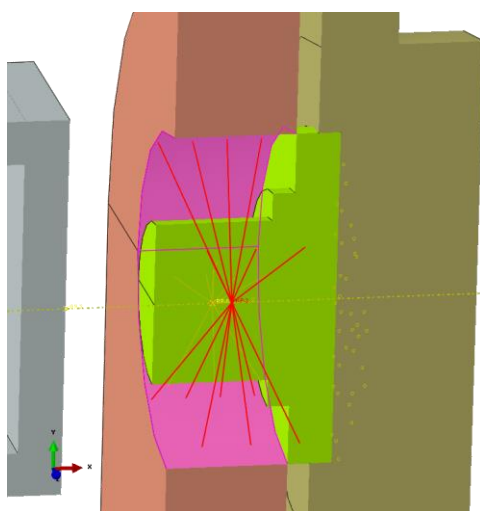


Obr. 3-35 Vazba tie mezi čepem a vrchní vidlicí prvního kloubu

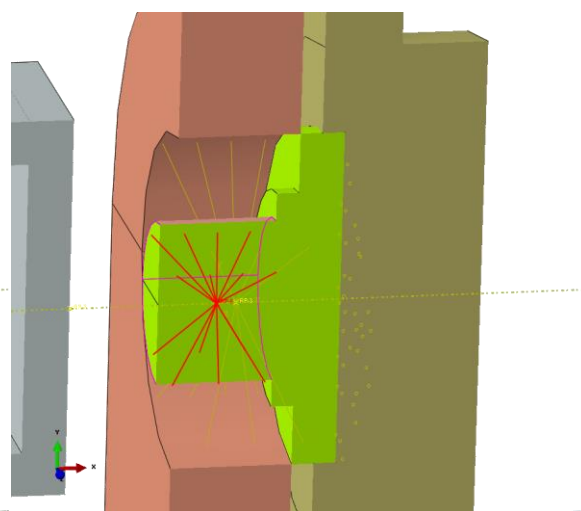


Obr. 3-36 Referenční body RP-3 a RP-8 svázané konektorem (beam)

Následovalo vložení vazeb coupling (Continuum distributing coupling). Pro referenční bod RP-3 byla vytvořena vazba mezi spodní vidlicí s vnitřní válcovou plochou a to tak, že dovozovala bodu natáčení kolem osy  $X$  globálního souřadného systému, tj. 4. stupeň volnosti [viz obr. 3.37]. Bod RP-8 byl pak svázán s vnější válcovou plochou čepu [viz obr. 3.38].

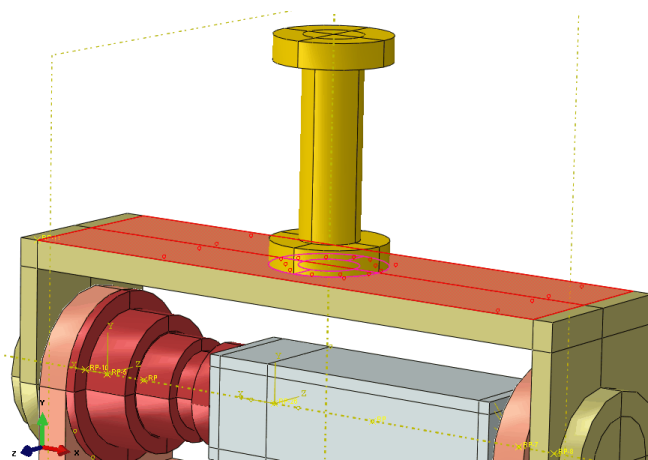


Obr. 3-37 Referenční bod RP-3, svázaný s vnitřní válcovou plochou spodní vidlice



Obr. 3-38 Referenční bod RP-8, svázaný s vnější válcovou plochou čepu

- 15) Vazba mezi ramenem a vrchní vidlicí prvního kloubu byla realizována jako constraint – tie, která pevně svázala posuvy uzlů na podřízené ploše (ramena) s posuvy uzlů na ploše řídicí (vrchní vidlice) [viz obr. 3.39].

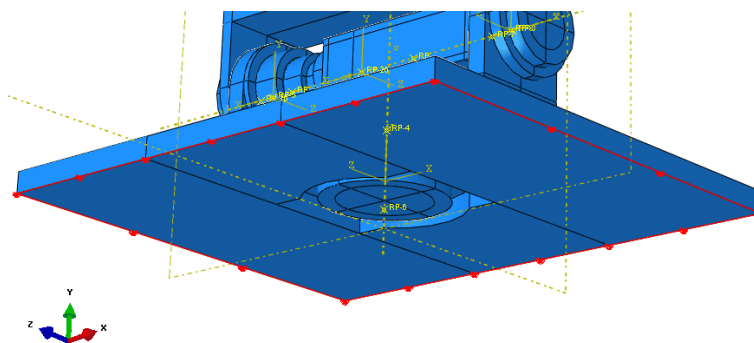


Obr. 3-39 Vazba tie mezi vrchní vidlicí prvního kloubu a ramenem

### 3.2.1.6 Modul Load

Okrajové podmínky a zatížení byly definovány v modulu Load.

Sestava byla nejprve uložena vetknutím na hranách základové desky [viz obr. 3.40]. Aplikována zde byla podmínka nulových posuvů, jelikož síť jednotlivých prvků bude tvořena kontinuálními osmiuzlovými prostorovými elementy, které mají tři stupně volnosti (posuvy).



Obr. 3-40 Okrajové podmínky - vetknutí

Zatížení bylo definováno tíhovou silou, která působí na všechny díly sestavy, které mají definovanou měrnou hmotnost  $\rho$  což jsou všechny kromě servomotorů a planetových převodovek (ty mají hmotnost definovanou partikulárně v jejich hmotném středu). Nastavena byla hodnota tíhového zrychlení  $g$  o velikosti  $9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  (v programu Abaqus  $9810 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-2}$ ) v záporném směru osy  $Y$  dle globálního souřadného systému [viz obr. 3.1].

### 3.2.1.7 Modul Mesh

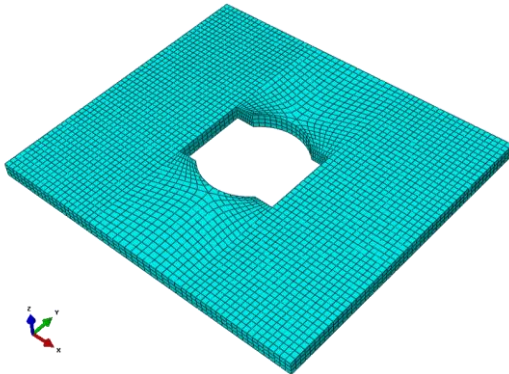
Síťování jednotlivých dílů bylo provedeno v modulu Mesh.

U všech dílů sestavy byla definována:

- 1) globální velikost elementů, specificky podle jejich tvaru a velikosti s ohledem na náročnost výpočtu,
- 2) metoda síťování (hexagonální síť strukturovaná),
- 3) dále byl definován druh použitých elementů (lineární, osmiuzlové objemové elementy C3D8), redukovaná integrace nebo incompatible mode pro díly s hrubší sítí (servomotory).

#### a) Základová deska

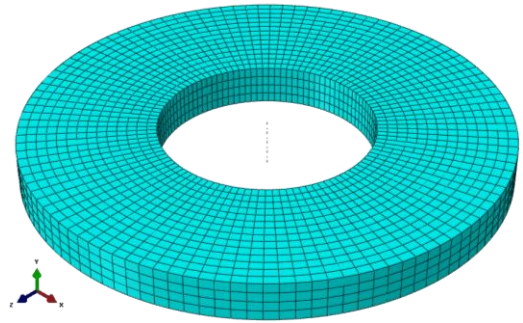
Globální velikost elementů: 10



Obr. 3-41 Síť základové desky

#### b) Mezikruží ložiskového domku

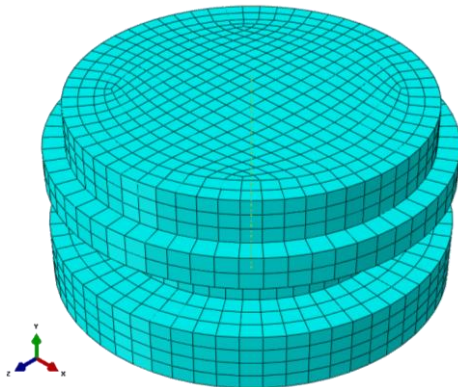
Globální velikost elementů: 5



Obr. 3-42 Síť mezikruží ložiskového domku

#### c) Těleso ložiskového domku

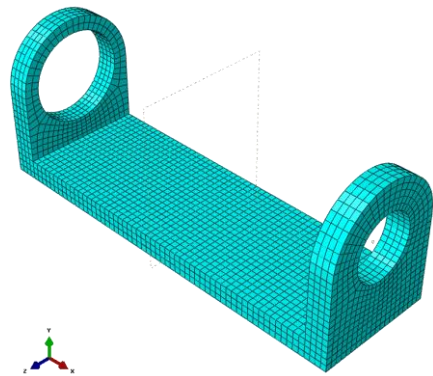
Globální velikost elementů: 6



Obr. 3-43 Síť tělesa ložiskového domku

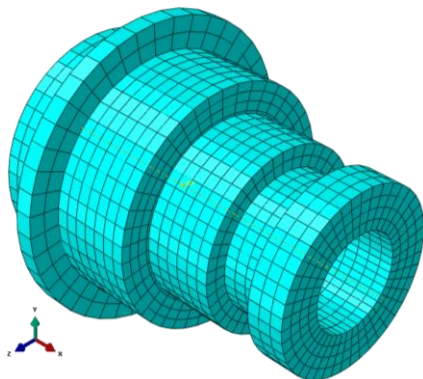
#### d) Spodní vidlice prvního kloubu

Globální velikost elementů: 6



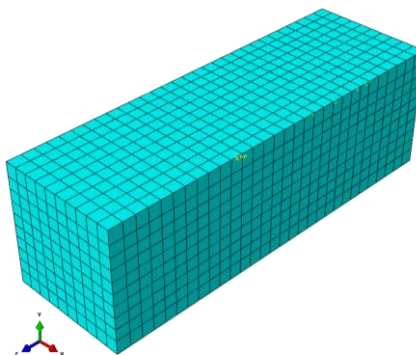
Obr. 3-44 Síť Spodní vidlice prvního kloubu

- e) **Planetová převodovka AD0902**  
Globální velikost elementů: 5



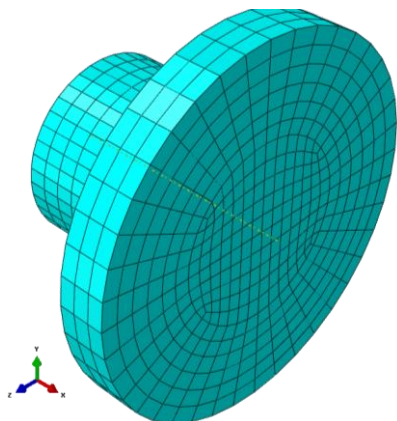
Obr. 3-45 Síť Planetové převodovky AD064

- f) **Servomotor BMH 0703**  
Globální velikost elementů: 7



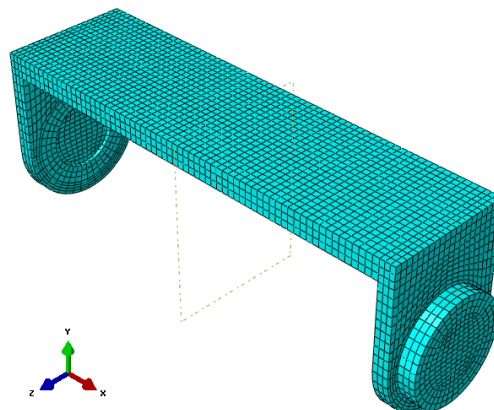
Obr. 3-46 Síť Servomotoru BMH 0703

- g) **Čep prvního kloubu**  
Globální velikost elementů: 3



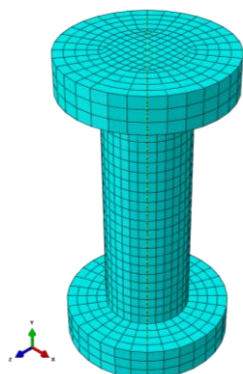
Obr. 3-47 Síť čepu prvního kloubu

- h) **Vrchní vidlice prvního kloubu**  
Globální velikost elementů: 6



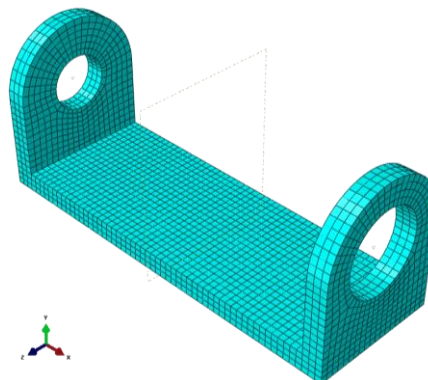
Obr. 3-48 Síť vrchní vidlice prvního kloubu

- i) **Rameno**  
Globální velikost elementů: 5



Obr. 3-49 Síť rameno

- j) **Spodní vidlice druhého kloubu**  
Globální velikost elementů: 5

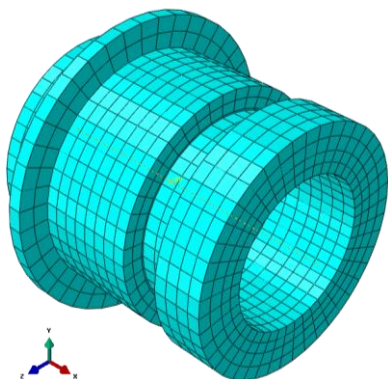


Obr. 3-50 Síť spodní vidlice druhého kloubu



**k) Planetová převodovka AD0641**

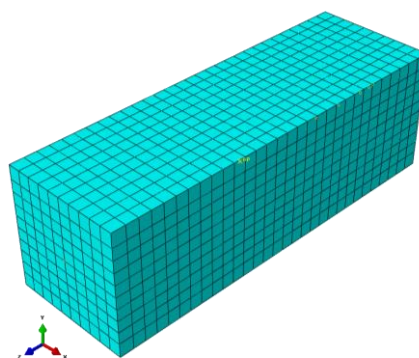
Globální velikost elementů: 4



Obr. 3-51 Síť planetové převodovky AD0641

**l) Servomotor BMH 0702**

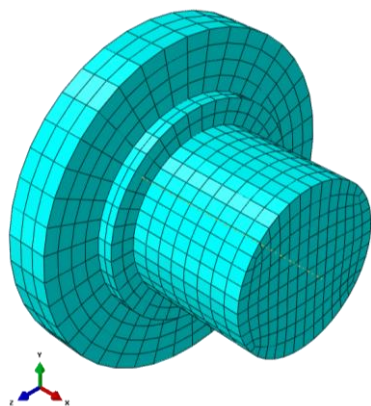
Globální velikost elementů: 7



Obr. 3-52 Síť servomotoru BMH 0702

**m) Čep druhého kloubu**

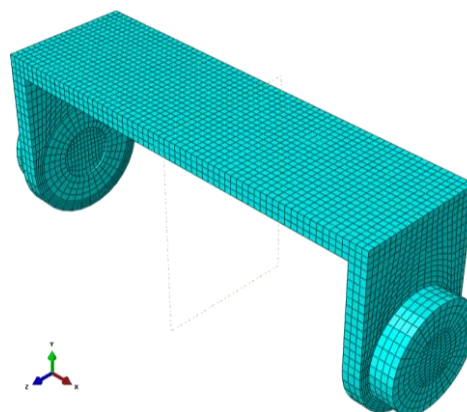
Globální velikost elementů: 2



Obr. 3-53 Síť Čepu druhého kloubu

**n) Vrchní vidlice druhého kloubu**

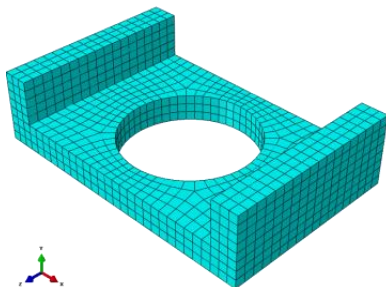
Globální velikost elementů: 5



Obr. 3-54 Síť Vrchní vidlice druhého kloubu

**o) Příruba pro pohon otáčení celého sériového řetězce**

Globální velikost elementů: 6



Obr. 3-55 Síť příruby

## 3.2.2 Simulation

V této části je model plně připraven k provedení výpočtu. Simulation je složen z modulu Job.

### 3.2.2.1 Job

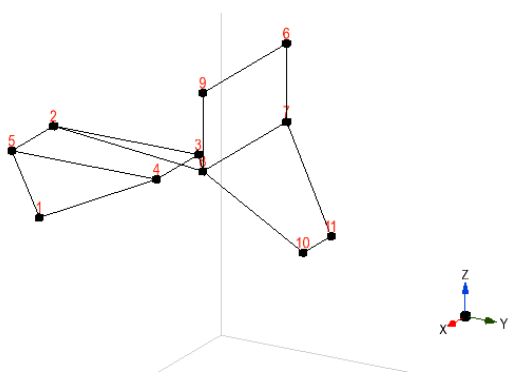
V modulu Job byl vytvořen samotný výpočet a nastavena výpočtová paměť pro preprocessing a výpočet, všechny ostatní parametry jako počet použitých procesorů byly ponechány ve standardním nastavení. Velikost paměti činila 60 %.

## 3.2.3 Postprocessing

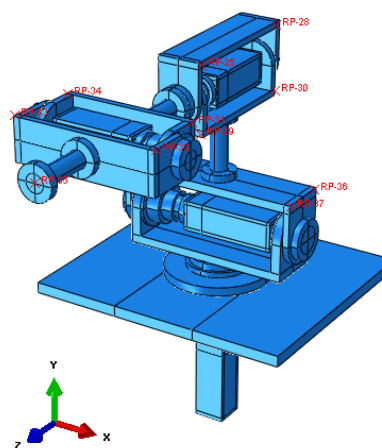
Zde byly vyhodnoceny výsledky modální analýzy. To znamenalo porovnání shody jednotlivých vlastních frekvencí a tvarů vytvořeného modelu experimentálního sériového řetězce s naměřenými hodnotami.

Hodnoty experimentálně získané, konkrétně vlastní tvary jsou patrné z tabulky [viz příloha č. 3]. Ty to představují souřadnice vlastních vektorů (X; Y; Z) v kartézském souřadném systému, které byly změřeny pomocí modální zkoušky v předem daných místech (bodech) [viz obr. 3.56]. Referenčním bodem byl zvolen bod č. 1. Hodnoty vlastních frekvencí jsou vyneseny v grafu [viz obr. 3.58].

Hodnoty vypočtených vlastních tvarů resp. vektorů, byly získány z MKP modelu a jsou patrné z tabulky [viz příloha č. 3]. V modelu byly definovány referenční body, které polohou odpovídaly bodům v experimentální zkoušce [viz obr. 3.57]. V těchto bodech, pak byly odečteny hodnoty vlastních vektorů v jednotlivých směrech kartézského souřadného systému. Hodnoty vlastních frekvencí jsou vyneseny v grafu [viz obr. 3.58].



Obr. 3-56 Rozmístění měřených bodů při experimentální zkoušce



Obr. 3-57 Rozmístění měřených bodů při výpočtu pomocí MKP

### 3.2.3.1 Porovnání modální věrnosti MKP modelu s naměřenými hodnotami

Pro porovnání shody vypočtených a naměřených vlastních frekvencí a tvarů bylo využito grafických vyobrazení, kde byly nejprve znázorněny hodnoty vlastních frekvencí včetně proložené přímkou se směrnici [viz obr. 3.58] a dále jejich relativní frekvenční chyba vůči naměřeným hodnotám [viz obr. 3.59] dle vztahu (3.1)

$$\epsilon_i = \left| \frac{\Omega_i - \Omega_j}{\Omega_j} \right| \cdot 100 [\%], \quad (3.1)$$

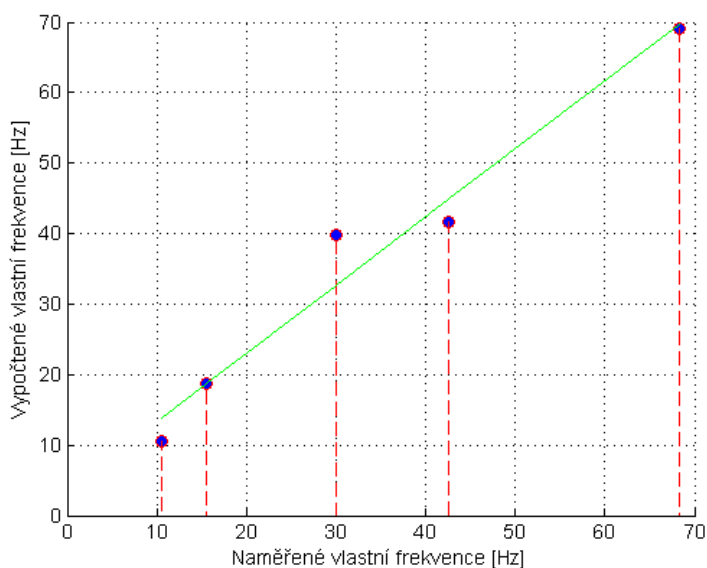
kde  $\Omega_i$  značí vlastní kruhové frekvence vypočtené a  $\Omega_j$  vlastní kruhové frekvence naměřené.

Vlastní tvary byly pak porovnány pomocí kritéria modální věrnosti (MAC – angl. *Modal Assurance Criterion*) dle vztahu (3.2) a jeho hodnoty vyneseny do sloupcového grafu [viz obr. 3.60]

$$\text{MAC} = \frac{(\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j)^2}{(\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i) (\mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j)}, \quad (3.2)$$

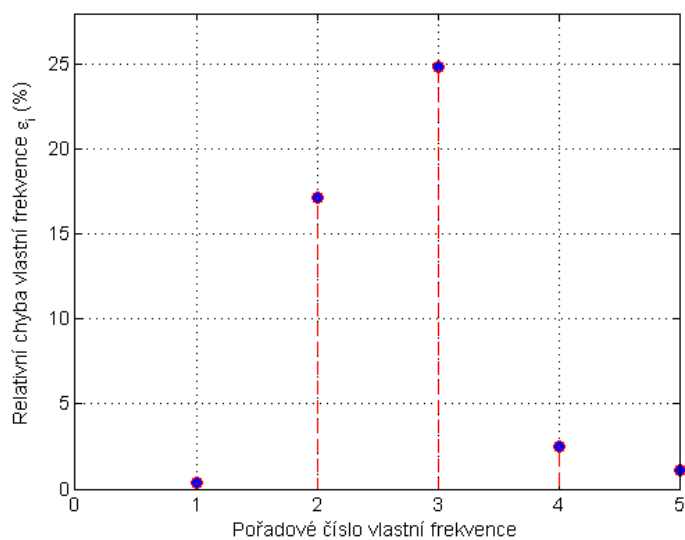
kde  $\mathbf{v}_i$  značí vlastní tvary vypočtené a  $\mathbf{v}_j$  vlastní tvary naměřené.

Kritérium modální věrnosti  $\text{MAC} \in (0; 1)$  vyjadřuje vazbu mezi dvojicí kmitů, kde  $\text{MAC}=1$  značí, že tvary  $i$  (vypočtené) a  $j$  (experimentálně naměřené) dokonale souhlasí, zatímco  $\text{MAC}=0$  značí, že  $i$ -tý s  $j$ -tým tvarem nemají žádnou souvislost [2].

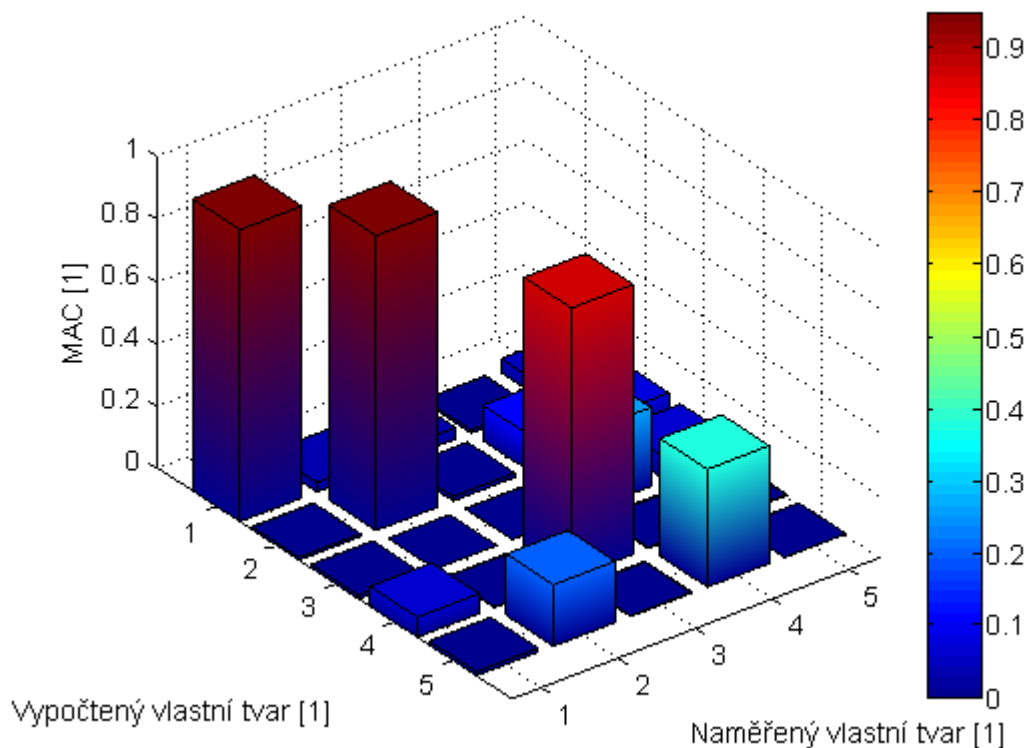


Obr. 3-58 Porovnání vypočtených a naměřených vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce včetně proložení přímkou

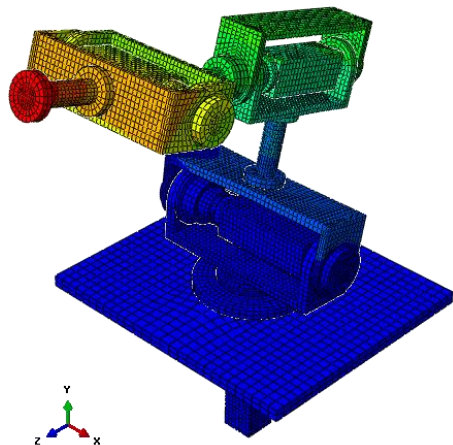
Toto porovnání bylo použito pro viditelnost souladu obou typů měřených hodnot. Body patrné z grafu [viz obr. 3.58] leží v okolí přímky se směrnici  $g_i = 0.9652$ .



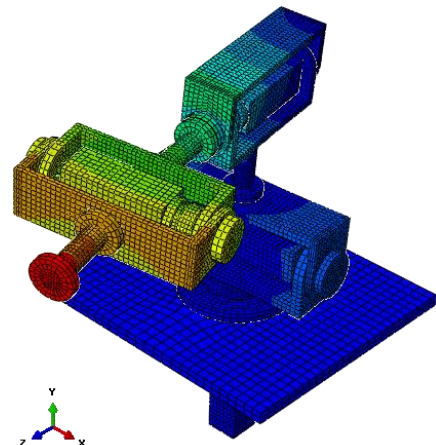
Obr. 3-59 Porovnání shody vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce, kde byly za konvenční hodnoty považovány experimentálně naměřené frekvence



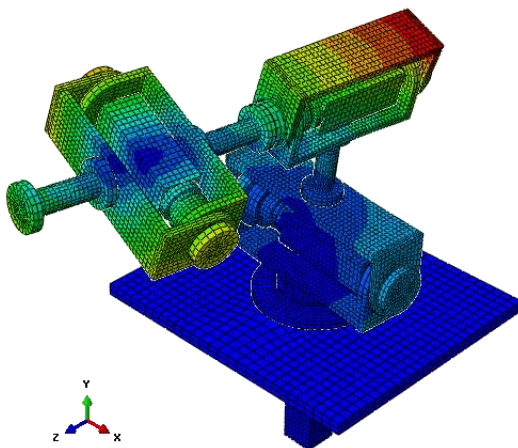
Obr. 3-60 MAC kritérium shody vypočtených a naměřených vlastních tvarů



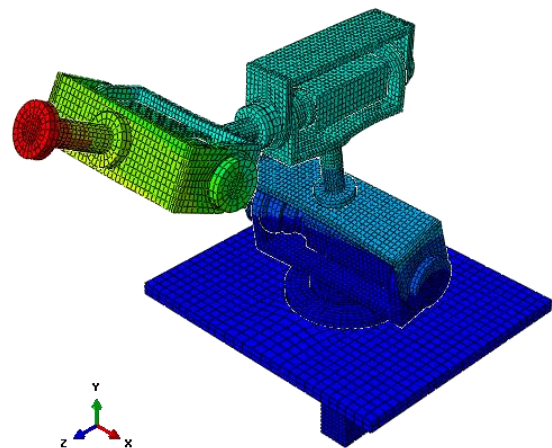
Obr. 3-61 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou první vlastní frekvenci  $\nu_1=10.53$  Hz



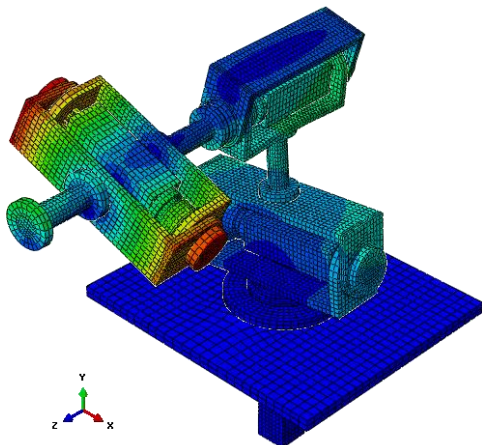
Obr. 3-62 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou druhou vlastní frekvenci  $\nu_2=18.74$  Hz



Obr. 3-63 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou třetí vlastní frekvenci  $\nu_3=39.90$  Hz



Obr. 3-64 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou čtvrtou vlastní frekvenci  $\nu_4=41.55$  Hz



Obr. 3-65 Vlastní tvar experimentálního sériového řetězce pro vypočtenou pátou vlastní frekvenci  $\nu_5=69.05$  Hz

### 3.2.4 Diskuze výsledků modální analýzy

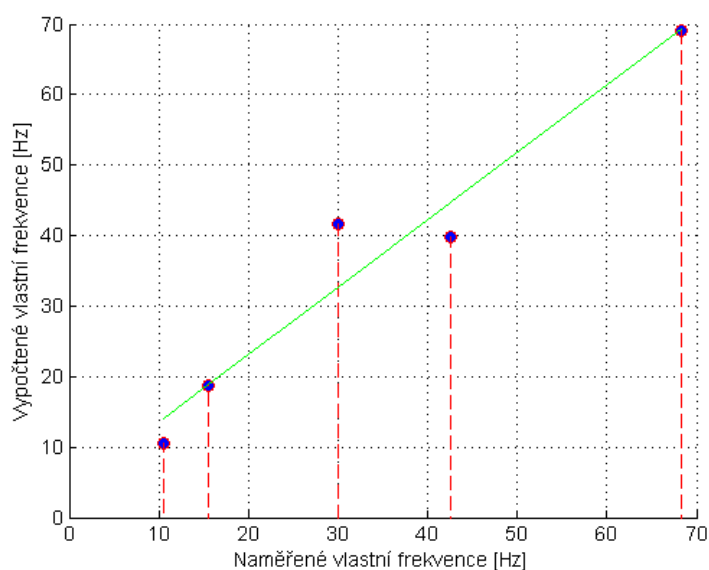
Na základě získaných výsledků z MKP výpočtu a jejich následného porovnání s výsledky z experimentálního měření byly shrnuty následující poznatky:

- 1) Vlastní frekvence [viz obr. 3.58] se vyskytují v okolí přímky, jejíž směrnice  $k$  se liší od ideální o hodnotu 0.0348 [viz obr. 3.59]. Tyto odchylky mohly být způsobeny zejména:
  - a. Třetí, popř. druhou, vlastní frekvencí, která se od experimentálně zjištěné liší o téměř 10 Hz (3.2 Hz) a jejíž relativní chyba je dle grafu [viz obr. 2.59] nejvyšší. Tato chyba byla nejspíše způsobena nesprávnou volbou konceptu modelování, tj. zejména definice interakcí, které neodpovídají skutečnému chování jednotlivých prvků experimentálního sériového řetězce, popř. zanedbáním prvků, které mají na chování struktury významnější vliv, než bylo předpokládáno (měřicí aparatura a s ní spojené komponenty, kabeláž atd.).
  - b. Chybnými materiálovými vlastnostmi, a to zejména momenty setrvačnosti planetových převodovek a motorů, které byly modelovány přibližným odhadem.
  
- 2) Vlastní tvary byly porovnány pomocí MAC kritéria a jejich podoba je názorná [viz obr.: 2.61 až 2.65]. U prvního tvaru [viz obr.: 2.61] je patrné, že se jedná o kmitavý pohyb kolem osy  $X$ <sup>7</sup> prvního kloubu. Frekvence tohoto kmitání je závislá především na torzní tuhosti planetové převodovky a tuhosti v ohybu ramen. Druhý tvar kmitání [viz obr.: 2.62] vykazuje podobný kmitavý pohyb jako v prvním případě s tím, že osu otáčení ( $Y$ ) nyní tvoří ložiskový domek. Hodnota frekvence kmitání má opět značnou závislost na torzní tuhosti planetové převodovky a tuhosti v ohybu ramen. Třetí tvar kmitání [viz obr.: 2.63] je tvořen kmitavým pohybem sériového řetězce kolem osy  $Z$ , přičemž největší vliv bude mít na tento pohyb tuhost planetové převodovky ve druhém kloubu a prvního ramene, popř. tuhost základové desky a vyložení servomotoru připojeného k převodovce, která je přes přírubu spojena s ložiskovým domkem. U čtvrtého tvaru [viz obr.: 2.64] je patrný složený kmitavý pohyb prvního kloubu (kolem osy  $X$ ), ramen a třetího kloubu (kolem osy  $X$ ). V pátém tvaru [viz obr.: 2.65] se projevuje vzájemná protifáze kmitání (torzního a ohybového v ose  $Z$ ) spodní části (ložiskový domek s převodovkou a servomotorem, první kloub a rameno) a horní části (druhý kloub, třetí kloub a ramena) sériového řetězce. Na hodnotu páté frekvence má vliv uložení sériového řetězce (tuhost ložiskového domku), tuhost planetové převodovky v druhém kloubu a také vyložení servomotoru, který je připevněn přímo k ložiskovému domku. MAC kritérium pak umožnilo posoudit shodu vypočtených a naměřených tvarů kmitu. Z grafu [viz obr. 2.60] je patrné, že první dva vypočtené vlastní tvary odpovídají prvním dvěma naměřeným. Dále je však shoda téměř všech tvarů kmitu v grafu nulová, až na tvar o souřadnicích (4;3). Zde je zřejmé, že třetí vypočtený tvar je shodný se čtvrtým naměřeným

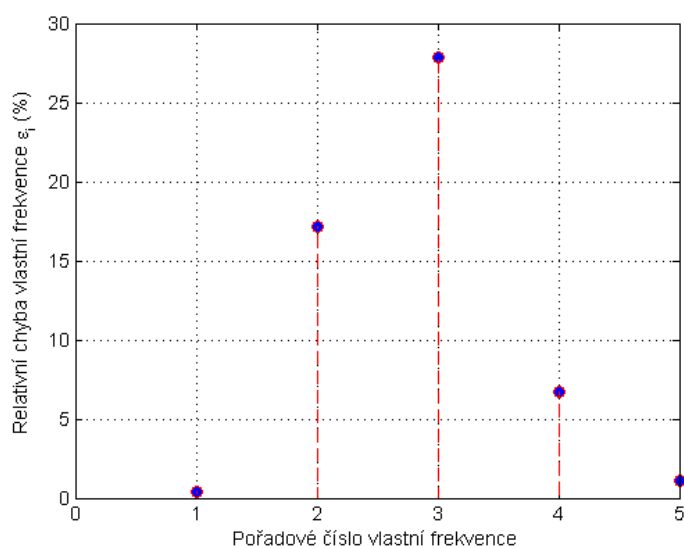
---

<sup>7</sup> V tomto odstavci byl uvažován globální souřadný systém [viz obr.: 3.61 až 3.65].

tvarem. Z toho plyne možná záměna třetí a čtvrté vlastní frekvence a tedy i jejich změna pořadí a velikost relativních chyb.



**Obr. 3-66** Porovnání vypočtených a naměřených vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce včetně proložení přímkou po záměně třetí a čtvrté vlastní frekvence



**Obr. 3-67** Porovnání shody vlastních frekvencí experimentálního sériového řetězce, kde byly za konvenční hodnoty považovány experimentálně naměřené frekvence po záměně třetí a čtvrté vlastní frekvence

Body patrné z grafu [viz obr. 3.58], leží v okolí přímky se směrnici  $g_2 = 0.9555$ , z čehož je patrné snížení a tedy i zhoršení směrnice přímky o 0.0097 oproti původní směrnici  $g_1$ . Stejně tak narostla i relativní chyba třetích a čtvrtých vlastních frekvencí [viz obr. 3.58].

Odchytky vlastních tvarů mohly být způsobeny zejména:

- a. Z podobného důvodu zmíněného výše v odchylných vlastních frekvencích, a to nesprávnou volbou konceptu modelování, popř. zanedbáním prvků, které mají na chování struktury významnější vliv, než bylo předpokládáno.
- b. Experimentálními nepřesnostmi jako nelinearitami ve zkoušené struktuře, nesprávným výběrem stupňů volnosti zahrnutých do korelace [11] a vlivem nepřesného umístění referenčních bodů [viz obr. 3.57].

### 3.3 Tvorba dynamického poddajného modelu

Poddajný dynamický model byl s ohledem na rozsah této práce složen z tuhých komponent a jedné poddajné komponenty (prvního ramene od základové desky [viz obr. 2.1]).

Pro vytvoření tohoto modelu bylo tedy nezbytné nejprve vytvořit model z nepoddajných komponent demonstrátoru sériového robotu a následně implementovat poddajný člen.

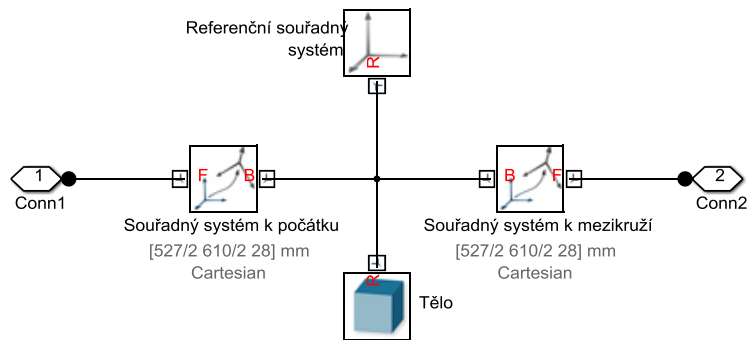
Tato tvorba byla provedena v programu Simscape Multibody, který je součástí Matlab Simulink. Tento nástroj umožňuje modelování 3D mechanických soustav složených z mnoha těles, což mohou být např. roboty, ale i modely odpružení vozidel a částí stavebních strojů. Soustavy jsou modelovány z bloků reprezentující tuhá tělesa, a kloubů, které reprezentují omezení pohybu nebo silové prvky. Simscape Multibody sám formuluje a řeší pohybové rovnice kompletního mechanického systému. [12] Kompatibilita programu Simscape s nástroji Simulinku umožňuje i modelování poddajných těles, což hrálo klíčovou roli pro tuto práci.

#### 3.3.1 Model z nepoddajných komponent demonstrátoru sériového robotu

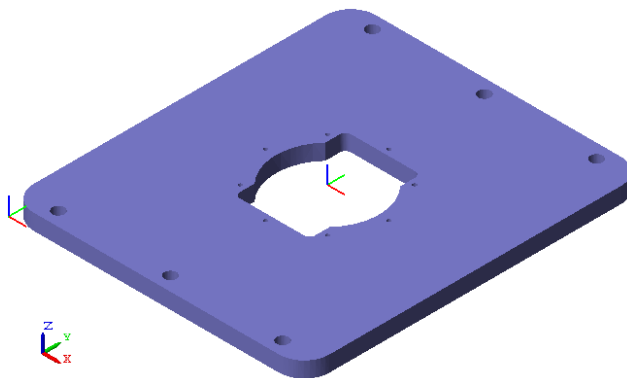
Nejprve byly vytvořeny jednotlivé komponenty experimentálního sériového řetězce, a to základová deska, ložiskový domek, klouby, ramena, servomotory a planetové převodovky, pro názornost zde bude uvedena tvorba základové desky.

Její rozměry jsou patrné [viz obr. 3.3]. Model základové desky je patrný ze schématu [viz obr. 3.68]. Schéma je složeno z jednotlivých bloků, a to referenčního a dvou lokálních souřadných systémů, dále z těla a konektorů jedna a dva. Lokální souřadné systémy v tomto případě určují souřadnice, kde budou aplikovány okrajové podmínky ve formě uložení, např. pomocí kloubů. Blok tělo, definuje geometrii (v tomto případě byla geometrie importována z 3D-CADu) a fyzikální vlastnosti (momenty setrvačnosti, hustota atd.) modelu základové desky. Konektory, pak porty pro připojení dalších bloků. Grafické vyobrazení modelu [viz obr. 3.69].



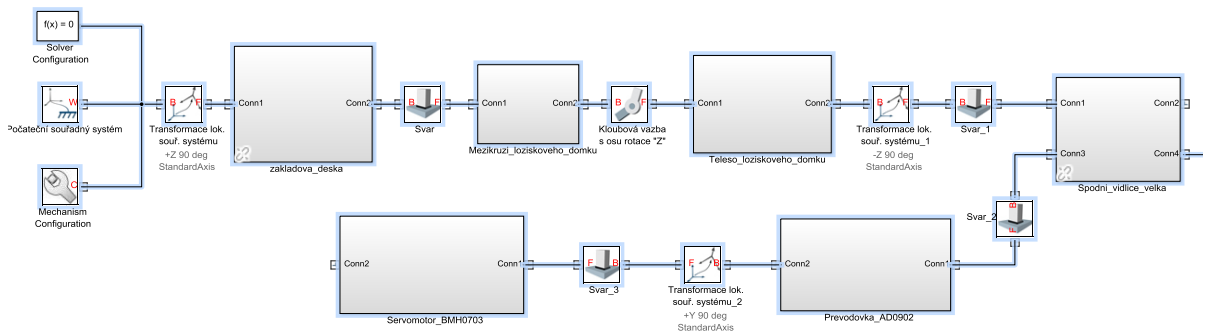


Obr. 3-68 Model základové desky v programu Simscape Multibody



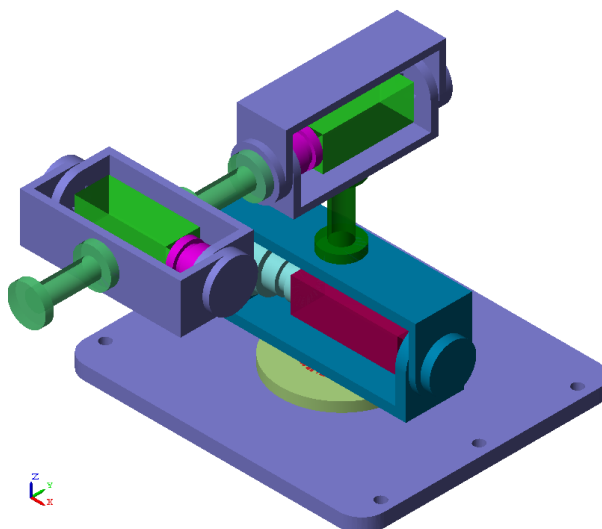
Obr. 3-69 Grafické vyobrazení modelu základové desky

Po vytvoření komponent následovalo jejich spojení, aplikace okrajových podmínek (klouby a svary, které zajišťují jeden resp. nula stupňů volnosti spojených komponent vůči sobě) a transformací lokálních souřadných systémů. Část<sup>8</sup> schématu dynamického nepoddajného modelu experimentálního sériového řetězce je patrné [viz obr. 3.70], jeho grafické vyobrazení pak [viz obr. 3.71].



Obr. 3-70 Část schéma dynamického nepoddajného modelu experimentálního sériového řetězce v programu Simscape Multibody

<sup>8</sup> Celé schéma dynamického nepoddajného modelu experimentálního sériového řetězce [viz příloha č. 5].



Obr. 3-71 Grafické vyobrazení dynamického nepoddajného modelu experimentálního sériového řetězce

### 3.3.2 Poddajný model demonstrátoru sériového robotu

Pro modelování poddajných těles (komponent) je možné dle [13] využít dva přístupy:

- 1) metodu soustředných parametrů,
- 2) metodu konečnoprvkové analýzy (angl. finite-element analysis method).

V této práci byla použita metoda konečnoprvkové analýzy.

Metoda konečnoprvkové analýzy je založena na diskretizaci tělesa a získání jeho vlastních frekvencí a tvarů. Výsledky modální analýzy provedené např. pomocí MKP programu je poté možné přidružit k dynamickému nepoddajnému modelu [13].

Po vytvoření tuhého modelu komponenty v programu Simscape Multibody jsou do bloku modelu vloženy souřadné systémy, a to do bodů, kde je zapotřebí realizovat výchylku poddajného tělesa. Do každého vytvořeného souřadného systému je pak připojena vazba (joint), která obsahuje tzv. primitiva<sup>9</sup> odpovídající výchylkám získaných z MKP modelu. Tato primitiva jsou pohyby způsobené stavovým prostorem, což je subsystém, jehož výstupem jsou výchylky vypočítané z dat MKP modelu. Vstupem do stavového prostoru je zatížení tělesa např. od jiného připojeného tělesa [13]. Implementace této metody je znázorněna [viz obr. 3.72]. Po vytvoření poddajného modelu je možné k němu připojit další bloky.

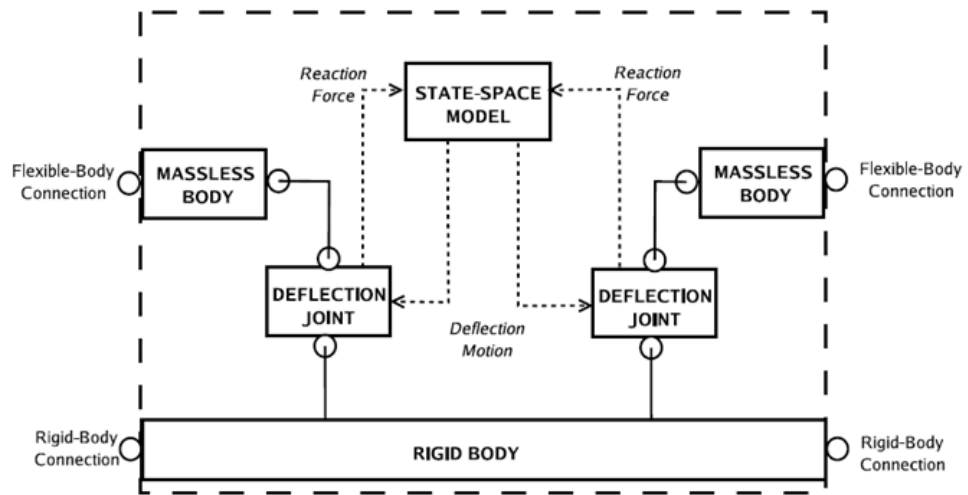
Celá metoda se opírá o rovnici 1.1, 1.16 a aplikaci vztahů  $\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \mathbf{I}$  a  $\mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}$  [viz kapitola 1]. Výsledkem<sup>10</sup> těchto vztahů a předpokladu proporcionálního tlumení je rovnice 3.3

<sup>9</sup> Primitiva představují jeden stupeň volnosti (translační pohyb dle jedné souřadnice nebo rotaci kolem jedné pevné osy).

<sup>10</sup> Podrobné odvození včetně stavového popisu viz [13].

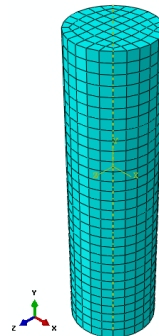
$$\ddot{\eta} + 2\mathbf{b}_r \Omega \dot{\eta} + \Omega^2 \eta = \mathbf{v}^T \mathbf{f}, \quad (3.3)$$

kde  $\eta$  představuje vektor modálních souřadnic a  $\mathbf{b}_r$  diagonální matici poměrných útlumů.



Obr. 3-72 Reprezentace metody konečnoprvkové analýzy [13]

MKP model ramene, byl převzat z modelu celého experimentálního sériového řetězce, jehož tvorba byla popsána v kapitole 3 a platí pro něj i stejné parametry, až na zanedbání přírub na obou koncích ramene [viz obr. 3.73].



Obr. 3-73 Rameno pro modální analýzu

Rameno bylo na spodním konci uloženo vetknutím. Poté byla provedena modální analýza a zjištěny vlastní frekvence (jejíž hodnoty jsou v tab. 6) a tvary.

| Mód | Frekvence [Hz] |
|-----|----------------|
| 1   | 1235.0         |
| 2   | 5220.0         |
| 3   | 6451.0         |
| 4   | 8696.6         |

|   |         |
|---|---------|
| 5 | 15064.0 |
|---|---------|

Tab. 6 Hodnoty vlastních frekvencí ramene

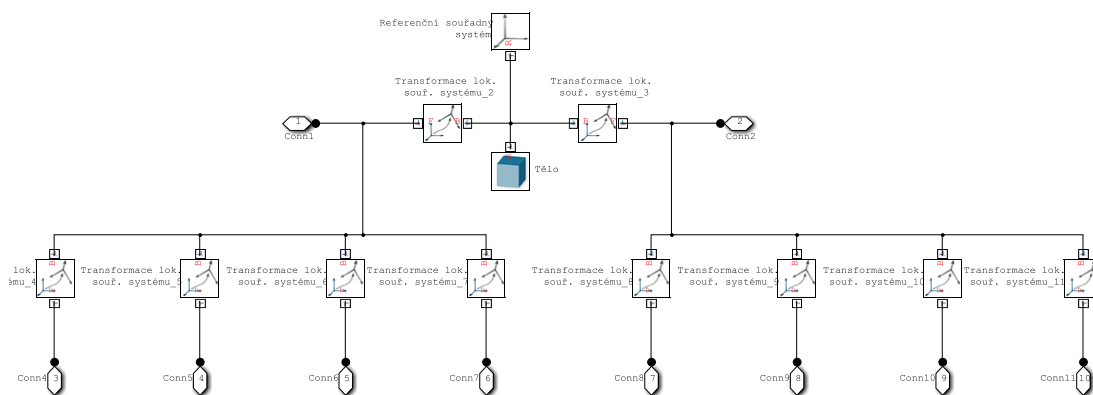
Jak je patrné z tab. 6, byly vybrány pouze první nejnižší hodnoty<sup>11</sup> vlastních frekvencí, a tedy i vlastní tvary, souhrnně módy. Vlastní tvary uspořádané do vektoru  $\mathbf{v}$  jsou poté přidruženy k modelu vytvořeném v Simscape Multibody.

Vlastní tvary (souřadnice uzlů) pro prvních pět vlastních frekvencí byly vyexportovány z programu Abaqus [viz obr. 3.74]. Pro každý mód je to při této velikosti elementu (5 mm) celkem osmnáct set elementů, z nichž každý má tři stupně volnosti. Celkový počet uzlů je 2263.

| Node Label | U. U1 @Loc 1 | U. U2 @Loc 1  | U. U3 @Loc 1  |
|------------|--------------|---------------|---------------|
| 1          | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 2          | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 3          | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 4          | 9.99744E-001 | -4.44043E-002 | -2.50634E-001 |
| 5          | 9.99796E-001 | 2.68839E-008  | -2.50607E-001 |
| 6          | 9.99903E-001 | -1.77151E-001 | -2.50595E-001 |
| 7          | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 8          | 9.99745E-001 | 4.44039E-002  | -2.50634E-001 |
| 9          | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 10         | 9.99903E-001 | 1.77151E-001  | -2.50595E-001 |
| 11         | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 12         | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 13         | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 14         | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 15         | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 16         | 0.00000E+000 | 0.00000E+000  | 0.00000E+000  |
| 17         | 9.55573E-001 | 1.47378E-008  | -2.39523E-001 |
| 18         | 9.10985E-001 | -1.98593E-008 | -2.28346E-001 |
| 19         | 8.66486E-001 | 3.05566E-008  | -2.17192E-001 |
| 20         | 8.21727E-001 | -1.00628E-008 | -2.05973E-001 |
| 21         | 7.77176E-001 | 3.28429E-008  | -1.94806E-001 |
| 22         | 7.32462E-001 | -4.02004E-008 | -1.83598E-001 |
| 23         | 6.88127E-001 | 6.58149E-008  | -1.72486E-001 |
| 24         | 6.43765E-001 | -7.15743E-008 | -1.61366E-001 |
| 25         | 6.00010E-001 | 1.04125E-007  | -1.50398E-001 |
| 26         | 5.56387E-001 | -1.44725E-007 | -1.39464E-001 |
| 27         | 5.13653E-001 | 2.11702E-007  | -1.28753E-001 |
| 28         | 4.71230E-001 | -6.61612E-008 | -1.18119E-001 |

Obr. 3-74 Část tabulky souřadnic poměrných posuvů jednotlivých uzlů ramene pro první mód vyexportovaná z programu Abaqus

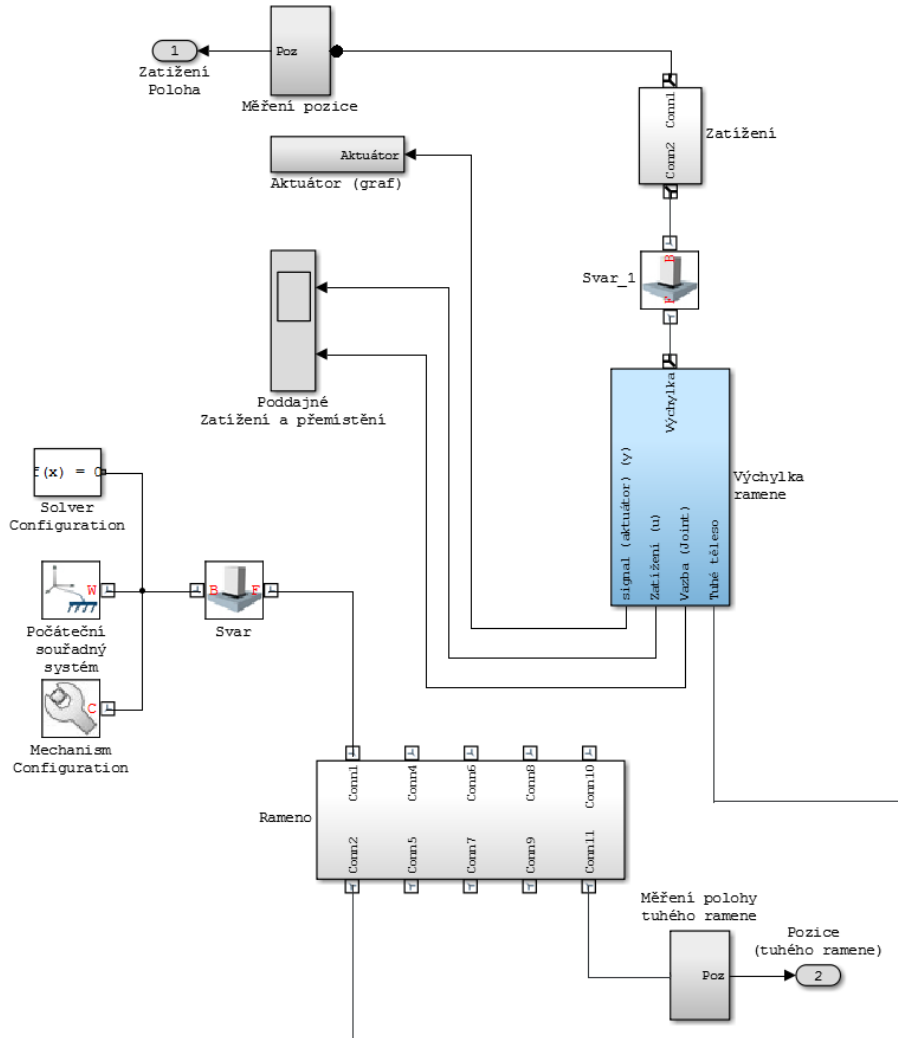
Do nepoddajného modelu ramene byly přidány souřadné systémy a konektory (3–10) pro následné připojení vazeb (joint) [viz obr. 3.75].



Obr. 3-75 Schéma ramene s přidáním souřadných systémů a konektory pro tvorbu poddajného modelu

<sup>11</sup> Při modelování poddajných těles je typické pracovat jen s některými módy, obvykle s těmi, které mají nejnižší frekvence.

Model s připojenými souřadnými systémy a konektory byl poté vložen do poddajného modelu ramene [viz obr. 3.76].



Obr. 3-76 Schéma poddajného modelu ramene

# Závěr

V souladu se zadáním této bakalářské práce byly popsány některé nejpoužívanější metody modelování poddajných strojů, kde byl kladen větší důraz na metodu konečných prvků, která byla později prakticky využita.

Dále bylo popsáno konstrukční řešení jednotlivých komponent experimentálního sériového řetězce, provedena tvorba jejich modelů v MKP programu Abaqus a stejně tak i modální analýza celkové sestavy, která byla porovnána s naměřenými hodnotami. Výsledky modální analýzy shrnuté v kapitole 3.2.4. dokazují, že MKP model se dobře shoduje ve třech módech z pěti porovnávaných. Toto poukazuje na jisté nepřesnosti v modelu, které mohou mít s ohledem na složitost celého mechanismu nespočet příčin, např. zejména vliv složitých komponent (motory, převodovky), jejichž přesné modely ani vnitřní struktura nejsou od výrobců komponent k dispozici.

V poslední části této práce byl vytvořen dynamický model demonstrátoru robotického ramene jakožto soustavy mnoha těles (multibody system) za pomoci programu Matlab-Simulink, resp. Simscape Multibody. Bylo nejprve nutné vytvořit dynamický model s nepoddajnými členy a následně bylo řešeno vložení vlastních tvarů vycházejících z modelu v MKP.

Práci by bylo možné rozšířit o další porovnání chování simulačního modelu a skutečného demonstrátoru (nejen modální analýza) s cílem identifikovat chybějící parametry. Bylo by například možné modelovat zkušební pracovní cyklus, na kterém by se daly porovnat rozdíly v chování. Pro toto by ovšem musel vzniknout již kompletní mechatronický model zahrnující také komponenty řízení a senzoriky.

# Literatura

## Odborné publikace:

- [1] VOLECH, J., MRÁZ, L., ŠIKA, Z., VALÁŠEK, M.: Model of Flexible Robot with Deformation Detection. *Procedia Engineering*. 2014, vol. 96, no. 96, p. 510-516.
- [2] MILÁČEK, Stanislav. *Modální analýza mechanických kmitů*. Praha: ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02333-8.
- [3] KOLDA, Jan. *Modelování poddajných soustav s použitím redukovaných subsystému*. Praha: ČVUT, 2013.

## Internetové publikace:

- [4] *Flexible Multibody Systems* [online]. University of Stuttgart, Institute of Engineering and Computational Mechanics. [cit. 2016-07-08]. Dostupné z WWW: <[http://www.itm.uni-stuttgart.de/research/flexible\\_mks/flexible\\_mks\\_en.php](http://www.itm.uni-stuttgart.de/research/flexible_mks/flexible_mks_en.php)>
- [5] VETIŠKA, Jan. *Analýza stability řezného procesu obráběcího stroje vzhledem k samobuzenému kmitání* [online]. VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2012 [cit. 2016-06-12]. Dostupné z WWW: <<https://dspace.vutbr.cz/bitstream/handle/11012/26215/Disertace.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>; str. 25-28
- [6] KŠICA, Filip. *Modelování mechatronické soustavy s poddajnými členy* [online]. VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2014 [cit. 2016-07-14]. Dostupné z WWW: <[https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=84983](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=84983)>; str. 20-27
- [7] HEINL, Tomáš. *Posouzení výpočtových metod pro návrh kompozitních elementů výrobních strojů* [online]. ČVUT, Fakulta strojní, 2014 [cit. 2016-07-17]. Dostupné z WWW: <<http://users.fs.cvut.cz/tomas.mares/theses/TomasHeinl2014.pdf>>; str. 26-29
- [8] ŠPANIEL, Miroslav. *Modelování skořepinových konstrukcí MKP* [online]. ČVUT, Fakulta strojní, 2009 [cit. 2016-07-17]. Dostupné z WWW: <[http://mechanika2.fs.cvut.cz/old/pme/predmety/mkp1/podklady/skořepiny\\_ju.pdf](http://mechanika2.fs.cvut.cz/old/pme/predmety/mkp1/podklady/skořepiny_ju.pdf)>; str. 32
- [9] *EXLAR elektrické aktuátory* [online]. [cit. 2016-06-08]. Dostupné z WWW: <[http://www.nextcom.com/companies/10-Exlar/press\\_releases/1868-NEW-TECHNOLOGY-FROM-EXLAR-BRUSHLESS-SERVO-MOTOR-VER](http://www.nextcom.com/companies/10-Exlar/press_releases/1868-NEW-TECHNOLOGY-FROM-EXLAR-BRUSHLESS-SERVO-MOTOR-VER)>
- [10] APEX DYNAMICS *planetové převodovky* [online]. [cit. 2016-06-11]. Dostupné z WWW: <<http://www.apexdynamicsusa.com/lanotattachments/download/file/id/24/store/1/ad-adr-ads-eng.pdf>>; str. 2-5

- [11] BILOŠOVÁ, Alena. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část modální zkoušky* [online]. VŠB, Fakulta strojní, 2012 [cit. 2016-06-12]. Dostupné z WWW: <<http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2758-2.pdf>>; str. 117
- [12] *Simscape Multibody* [online]. HUMUSOFT [cit. 2016-07-25]. Dostupné z WWW: <<http://www.humusoft.cz/matlab/simmechanics/>>
- [13] *Modeling Flexible Bodies in SimMechanics and Simulink* [online]. MathWorks [cit. 2016-07-25]. Dostupné z WWW: <<http://www.mathworks.com/company/newsletters/articles/modeling-flexible-bodies-in-simmechanics-and-simulink.html>>



# Příloha č. 1

## Technické parametry motorů BMH

BMH

3 Technical Data

| Motor type                            |             |                      | BMH0701 | BMH0701 | BMH0702 | BMH0702 | BMH0703 | BMH0703 |
|---------------------------------------|-------------|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| <b>Winding</b>                        |             |                      | P       | T       | P       | T       | P       | T       |
| <b>Technical data - electrical</b>    |             |                      |         |         |         |         |         |         |
| Maximum current                       | $I_{max}$   | [A <sub>rms</sub> ]  | 5.97    | 9.56    | 9.68    | 17.71   | 12.57   | 17.84   |
| Continuous stall current              | $I_0$       | [A <sub>rms</sub> ]  | 1.78    | 2.85    | 2.94    | 5.38    | 3.91    | 5.55    |
| Voltage constant <sup>1)</sup>        | $k_E$ U-V   | [V <sub>rms</sub> ]  | 50.72   | 31.70   | 54.08   | 29.58   | 55.00   | 39.29   |
| Torque constant <sup>2)</sup>         | $k_t$       | [Nm/A]               | 0.79    | 0.49    | 0.84    | 0.46    | 0.87    | 0.61    |
| Winding resistance                    | $R_{20U-V}$ | [Ω]                  | 8.28    | 3.23    | 3.84    | 1.15    | 2.65    | 1.32    |
| Winding inductance                    | $L_{qU-V}$  | [mH]                 | 23.40   | 9.14    | 12.19   | 3.64    | 8.64    | 4.29    |
| Winding inductance                    | $L_{dU-V}$  | [mH]                 | 24.15   | 9.43    | 12.54   | 3.75    | 8.91    | 4.42    |
| <b>Technical data - mechanical</b>    |             |                      |         |         |         |         |         |         |
| Maximum permissible speed of rotation | $n_{max}$   | [min <sup>-1</sup> ] | 8000    | 8000    | 8000    | 8000    | 8000    | 8000    |
| Rotor inertia without holding brake   | $J_M$       | [kgcm <sup>2</sup> ] | 0.59    | 0.59    | 1.13    | 1.13    | 1.67    | 1.67    |
| Rotor inertia with holding brake      | $J_M$       | [kgcm <sup>2</sup> ] | 0.70    | 0.70    | 1.24    | 1.24    | 1.78    | 1.78    |
| Mass without holding brake            | $m$         | [kg]                 | 1.60    | 1.60    | 2.30    | 2.30    | 3.00    | 3.00    |
| Mass with holding brake               | $m$         | [kg]                 | 2.60    | 2.60    | 3.30    | 3.30    | 4.00    | 4.00    |

1) RMS value at 1000 min<sup>-1</sup> and 20 °C

2) At  $n = 20$  min<sup>-1</sup> and 20 °C

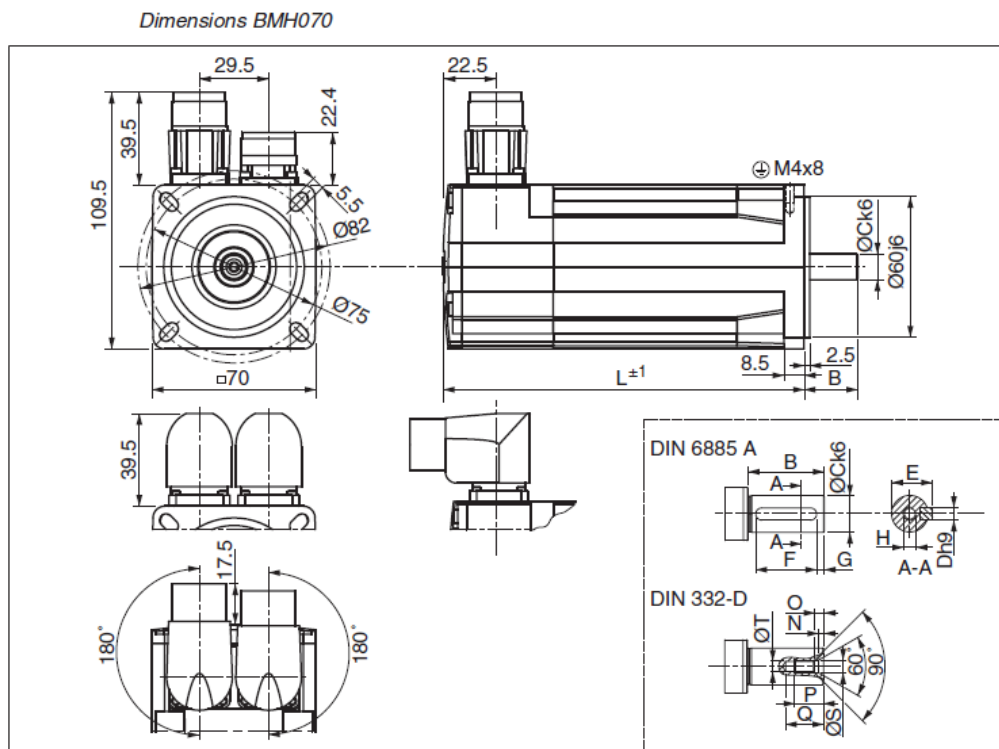


Figure 2: Dimensions BMH070

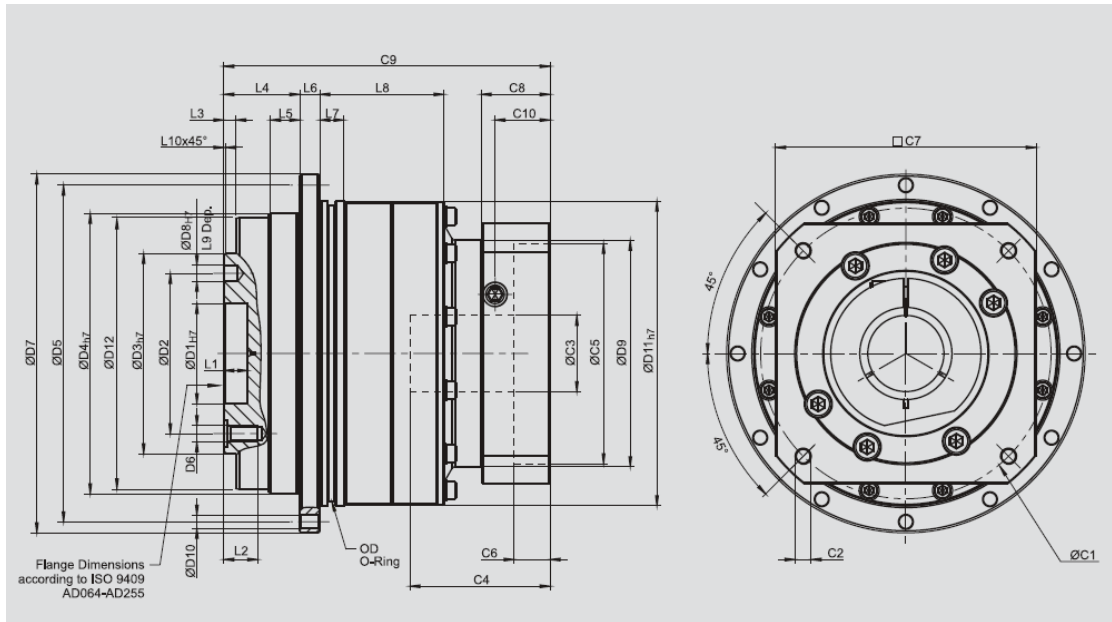
|   |                                    |      | BMH0701          | BMH0702          | BMH0703          |
|---|------------------------------------|------|------------------|------------------|------------------|
| L | Length without holding brake       | [mm] | 122              | 154              | 186              |
| L | Length with holding brake          | [mm] | 161              | 193              | 225              |
| B | Shaft length                       | [mm] | 23               | 23               | 30               |
| C | Shaft diameter                     | [mm] | 11               | 11               | 14               |
| D | Width of parallel key              | [mm] | 4                | 4                | 5                |
| E | Shaft width with parallel key      | [mm] | 12.5             | 12.5             | 16               |
| F | Length of parallel key             | [mm] | 18               | 18               | 20               |
| G | Distance parallel key to shaft end | [mm] | 2.5              | 2.5              | 5                |
|   | Parallel key                       |      | DIN 6885-A4x4x18 | DIN 6885-A4x4x18 | DIN 6885-A4x4x20 |
| H | Female thread of shaft             |      | M4               | M4               | M5               |
| N |                                    | [mm] | 2.1              | 2.1              | 2.4              |
| O |                                    | [mm] | 3.2              | 3.2              | 4                |
| P |                                    | [mm] | 10               | 10               | 12.5             |
| Q |                                    | [mm] | 14               | 14               | 17               |
| S |                                    | [mm] | 4.3              | 4.3              | 5.3              |
| T |                                    | [mm] | 3.3              | 3.3              | 4.2              |

## Příloha č. 2

# Technické parametry planetových převodovek AD

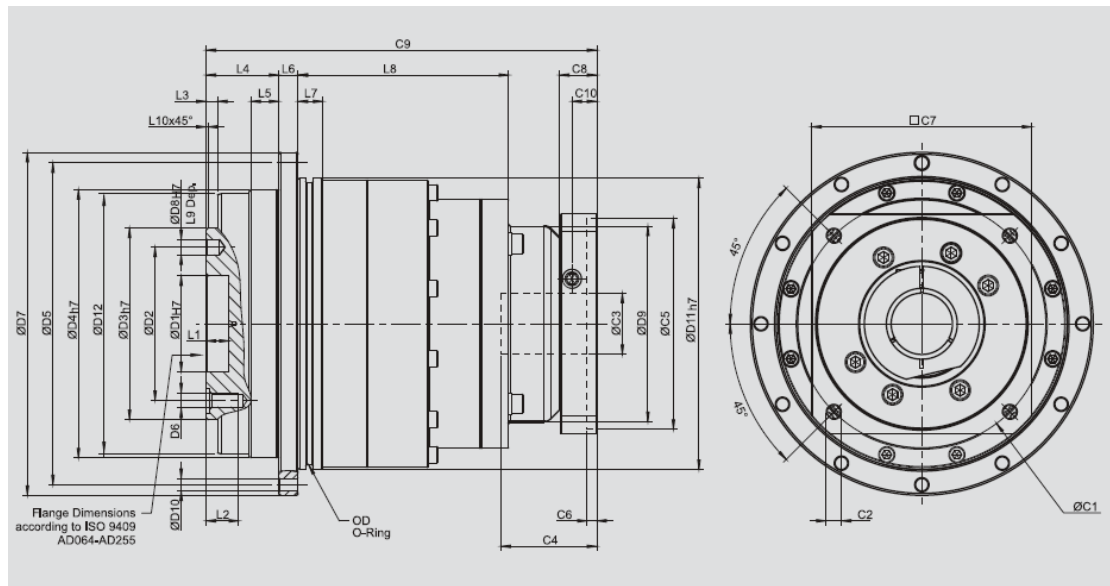
### Gearbox Performance

| Model No.                              | Stage     | Ratio <sup>1</sup>                 | AD047  | AD064                      | AD090                            | AD110 | AD140 | AD200  | AD255  |        |       |
|--|-----------|------------------------------------|--------|----------------------------|----------------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|
| Nominal Output Torque $T_{2N}$         | 1         | 4                                  | 19     | 48                         | 130                              | 270   | 560   | 1,100  | 1,700  |        |       |
|  |           | 5                                  | 22     | 60                         | 160                              | 330   | 650   | 1,200  | 2,000  |        |       |
|  |           | 7                                  | 19     | 50                         | 140                              | 300   | 550   | 1,100  | 1,800  |        |       |
|  |           | 10                                 | 14     | 40                         | 100                              | 230   | 450   | 900    | 1,500  |        |       |
|  |           | 20                                 | 19     | 48                         | 130                              | 270   | 560   | 1,100  | 1,700  |        |       |
|  |           | 25                                 | 22     | 60                         | 160                              | 330   | 650   | 1,200  | 2,000  |        |       |
|  | 2         | 35                                 | 19     | 50                         | 140                              | 300   | 550   | 1,100  | 1,800  |        |       |
|  |           | 40                                 | 19     | 48                         | 130                              | 270   | 560   | 1,100  | 1,700  |        |       |
|  |           | 50                                 | 22     | 60                         | 160                              | 330   | 650   | 1,200  | 2,000  |        |       |
|  |           | 70                                 | 19     | 50                         | 140                              | 300   | 550   | 1,100  | 1,800  |        |       |
|  |           | 100                                | 14     | 40                         | 100                              | 230   | 450   | 900    | 1,500  |        |       |
|  |           | 16                                 | 19     | 48                         | 130                              | 270   | 560   | 1,100  | 1,700  |        |       |
|  |           | 21                                 | 22     | 60                         | 160                              | 330   | 650   | 1,200  | 2,000  |        |       |
|  |           | 31                                 | 19     | 50                         | 140                              | 300   | 550   | 1,100  | 1,800  |        |       |
|  |           | 61                                 | 19     | 50                         | 140                              | 300   | 550   | 1,100  | 1,800  |        |       |
|  |           | 91                                 | 14     | 40                         | 100                              | 230   | 450   | 900    | 1,500  |        |       |
|  |           | Emergency Stop Torque $T_{2NOT}^2$ | Nm     | 1,2                        | 3 times of Nominal Output Torque |       |       |        |        |        |       |
|  |           | Nominal Input Speed $n_{in}$       | rpm    | 1,2                        | 4~100                            | 5,000 | 5,000 | 4,000  | 4,000  | 3,000  | 3,000 |
| Max. Input Speed $n_{in}$              | rpm       | 1,2                                | 4~100  | 10,000                     | 10,000                           | 8,000 | 8,000 | 6,000  | 6,000  | 4,000  |       |
| Micro Backlash $P_0$                   | arcmin    | 1                                  | 4~10   | -                          | -                                | ≤1    | ≤1    | ≤1     | ≤1     | ≤1     |       |
|  |           | 2                                  | 20~100 | -                          | -                                | ≤3    | ≤3    | ≤3     | ≤3     | ≤3     |       |
| Reduced Backlash $P_1$                 | arcmin    | 1                                  | 4~10   | ≤3                         | ≤3                               | ≤3    | ≤3    | ≤3     | ≤3     | ≤3     |       |
|  |           | 2                                  | 20~100 | ≤5                         | ≤5                               | ≤5    | ≤5    | ≤5     | ≤5     | ≤5     |       |
| Standard Backlash $P_2$                | arcmin    | 1                                  | 4~10   | ≤5                         | ≤5                               | ≤5    | ≤5    | ≤5     | ≤5     | ≤5     |       |
|  |           | 2                                  | 20~100 | ≤7                         | ≤7                               | ≤7    | ≤7    | ≤7     | ≤7     | ≤7     |       |
| Torsional Rigidity                     | Nm/arcmin | 1,2                                | 4~100  | 7                          | 13                               | 31    | 82    | 151    | 440    | 1,006  |       |
| Max. Bending moment $M_{2B}^3$         | Nm        | 1,2                                | 4~100  | 42,5                       | 125                              | 235   | 430   | 1,300  | 3,064  | 5,900  |       |
| Max. Axial Load $F_{2B}^3$             | N         | 1,2                                | 4~100  | 990                        | 1,050                            | 2,850 | 2,990 | 10,590 | 16,660 | 29,430 |       |
| Service Life                           | hr        | 1,2                                | 4~100  | 30,000*                    |                                  |       |       |        |        |        |       |
|  |           | 1                                  | 4~10   | ≥97%                       |                                  |       |       |        |        |        |       |
| Efficiency $\eta$                      | %         | 2                                  | 20~100 | ≥94%                       |                                  |       |       |        |        |        |       |
|  |           | 1                                  | 4~10   | 0.7                        | 1.2                              | 3.0   | 5.6   | 11.9   | 31.6   | 56.1   |       |
| Weight                                 | kg        | 2                                  | 20~100 | 1.0                        | 1.6                              | 3.7   | 7.3   | 15.9   | 36.9   | 70.4   |       |
|  |           | 16~91                              | 1.0    | 1.4                        | 3.5                              | 6.5   | 15.5  | 34.2   | 67.2   |        |       |
| Operating Temp                         | °C        | 1,2                                | 4~100  | -10°C~+90°C                |                                  |       |       |        |        |        |       |
| Lubrication                            |           | 1,2                                | 4~100  | Synthetic lubrication oils |                                  |       |       |        |        |        |       |
| Degree of Gearbox Protection           |           | 1,2                                | 4~100  | IP65                       |                                  |       |       |        |        |        |       |
| Mounting Position                      |           | 1,2                                | 4~100  | all directions             |                                  |       |       |        |        |        |       |
| Noise Level ( $n_n=3000$ rpm, No Load) | dB(A)     | 1,2                                | 4~100  | ≤56                        | ≤58                              | ≤60   | ≤63   | ≤65    | ≤67    | ≤70    |       |



[unit: mm]

| Dimension         | AD047         | AD064         | AD090       | AD110        | AD140           | AD200           | AD255         |
|-------------------|---------------|---------------|-------------|--------------|-----------------|-----------------|---------------|
| D1 <sub>H7</sub>  | 12            | 20            | 31.5        | 40           | 50              | 80              | 100           |
| D2                | 20            | 31.5          | 50          | 63           | 80              | 125             | 140           |
| D3 <sub>H7</sub>  | 28            | 40            | 63          | 80           | 100             | 160             | 180           |
| D4 <sub>H7</sub>  | 47            | 64            | 90          | 110          | 140             | 200             | 255           |
| D5                | 67            | 79            | 109         | 135          | 168             | 233             | 280           |
| D6                | 4 x M3 x 0.5P | 7 x M5 x 0.8P | 7 x M6 x 1P | 11 x M6 x 1P | 11 x M8 x 1.25P | 11 x M10 x 1.5P | 12 x M16 x 2P |
| D7                | 72            | 86            | 118         | 145          | 179             | 247             | 300           |
| D8 <sub>H7</sub>  | 3             | 5             | 6           | 6            | 8               | 10              | 12            |
| D9                | 45.5          | 55            | 77          | 90           | 113             | 138             | 175           |
| D10               | 8 x 3.4       | 8 x 4.5       | 8 x 5.5     | 8 x 5.5      | 12 x 6.6        | 12 x 9          | 16 x 13.5     |
| D11 <sub>H7</sub> | 60            | 70            | 95          | 120          | 152             | 212             | 255           |
| D12               | 46.2          | 63.2          | 89.2        | 109.2        | 139.2           | 199.2           | 254.2         |
| L1                | 4             | 8             | 12          | 12           | 12              | 16              | 20            |
| L2                | 6.5           | 8             | 13.5        | 13.5         | 17              | 22.5            | 30.5          |
| L3                | 3             | 3             | 6           | 6            | 6               | 8               | 12            |
| L4                | 19.5          | 19.5          | 30          | 29           | 38              | 50              | 66            |
| L5                | 7             | 7             | 10          | 10           | 14.6            | 15              | 20            |
| L6                | 4             | 4             | 7           | 8            | 10              | 12              | 18            |
| L7                | 5             | 7.7           | 8           | 10           | 12              | 15              | 20            |
| L8                | 18.5          | 28.5          | 27          | 37           | 62              | 69.5            | 82            |
| L9                | 4             | 6             | 7           | 7            | 7               | 10              | 10            |
| L10               | 0.5           | 0.5           | 1           | 1            | 1               | 1               | 1             |
| C1 <sup>4</sup>   | 46            | 70            | 100         | 130          | 165             | 215             | 235           |
| C2 <sup>4</sup>   | M4 x 0.7P     | M5 x 0.8P     | M6 x 1P     | M8 x 1.25P   | M10 x 1.5P      | M12 x 1.75P     | M12 x 1.75P   |
| C3 <sup>4</sup>   | * ≤ 11 / ≤ 12 | * ≤ 14 / ≤ 16 | ≤ 19 / ≤ 24 | ≤ 32         | ≤ 38            | ≤ 48            | ≤ 55          |
| C4 <sup>4</sup>   | 30            | 34            | 40          | 50           | 60              | 85              | 116           |
| C5 <sup>4</sup>   | 30            | 50            | 80          | 110          | 130             | 180             | 200           |
| C6 <sup>4</sup>   | 3.5           | 8             | 4           | 5            | 6               | 6               | 6             |
| C7 <sup>4</sup>   | 48            | 60            | 90          | 115          | 142             | 190             | 220           |
| C8 <sup>4</sup>   | 19.5          | 19            | 17          | 19.5         | 22.5            | 29              | 63            |
| C9 <sup>4</sup>   | 70            | 82.5          | 99.5        | 121.5        | 151             | 199.5           | 256.5         |
| C10 <sup>4</sup>  | 13.25         | 13.5          | 10.75       | 13           | 15              | 20.75           | 53.5          |
| OD                | 56 x 2        | 66 x 2        | 90 x 3      | 110 x 3      | 145 x 3         | 200 x 5         | 238 x 5       |



[unit: mm]

| Dimension         | AD047         | AD064         | AD090               | AD110        | AD140           | AD200           | AD255         |
|-------------------|---------------|---------------|---------------------|--------------|-----------------|-----------------|---------------|
| D1 <sub>H7</sub>  | 12            | 20            | 31.5                | 40           | 50              | 80              | 100           |
| D2                | 20            | 31.5          | 50                  | 63           | 80              | 125             | 140           |
| D3 <sub>H7</sub>  | 28            | 40            | 63                  | 80           | 100             | 160             | 180           |
| D4 <sub>H7</sub>  | 47            | 64            | 90                  | 110          | 140             | 200             | 255           |
| D5                | 67            | 79            | 109                 | 135          | 168             | 233             | 280           |
| D6                | 4 x M3 x 0.5P | 7 x M5 x 0.8P | 7 x M6 x 1P         | 11 x M6 x 1P | 11 x M8 x 1.25P | 11 x M10 x 1.5P | 12 x M16 x 2P |
| D7                | 72            | 86            | 118                 | 145          | 179             | 247             | 300           |
| D8 <sub>H7</sub>  | 3             | 5             | 6                   | 6            | 8               | 10              | 12            |
| D9                | 45.5          | 45.5          | 53.4                | 77           | 102             | 125             | 160           |
| D10               | 8 x 3.4       | 8 x 4.5       | 8 x 5.5             | 8 x 5.5      | 12 x 6.6        | 12 x 9          | 16 x 13.5     |
| D11 <sub>H7</sub> | 60            | 70            | 95                  | 120          | 152             | 212             | 255           |
| D12               | 46.2          | 63.2          | 89.2                | 109.2        | 139.2           | 199.2           | 254.2         |
| L1                | 4             | 8             | 12                  | 12           | 12              | 16              | 20            |
| L2                | 6.5           | 8             | 13.5                | 13.5         | 17              | 22.5            | 30.5          |
| L3                | 3             | 3             | 6                   | 6            | 6               | 8               | 12            |
| L4                | 19.5          | 19.5          | 30                  | 29           | 38              | 50              | 66            |
| L5                | 7             | 7             | 10                  | 10           | 14.6            | 15              | 20            |
| L6                | 4             | 4             | 7                   | 8            | 10              | 12              | 18            |
| L7                | 5             | 7.7           | 8                   | 10           | 12              | 15              | 20            |
| L8                | 54.5          | 65            | 60                  | 87.5         | 110             | 132.5           | 148           |
| L9                | 4             | 6             | 7                   | 7            | 7               | 10              | 10            |
| L10               | 0.5           | 0.5           | 1                   | 1            | 1               | 1               | 1             |
| C1 <sup>5</sup>   | 46            | 46            | 70                  | 100          | 130             | 165             | 215           |
| C2 <sup>5</sup>   | M4 x 0.7P     | M4 x 0.7P     | M5 x 0.8P           | M6 x 1P      | M8 x 1.25P      | M10 x 1.5P      | M12 x 1.75P   |
| C3 <sup>5</sup>   | ≤11 / ≤12     | ≤11 / ≤12     | ≤14 / ≤15.875 / ≤16 | ≤19 / ≤24    | ≤32             | ≤38             | ≤48           |
| C4 <sup>5</sup>   | 30            | 30            | 34                  | 40           | 50              | 60              | 85            |
| C5 <sup>5</sup>   | 30            | 30            | 50                  | 80           | 110             | 130             | 180           |
| C6 <sup>5</sup>   | 3.5           | 3.5           | 8                   | 4            | 5               | 6               | 6             |
| C7 <sup>5</sup>   | 48            | 48            | 60                  | 90           | 115             | 142             | 190           |
| C8 <sup>5</sup>   | 19.5          | 19.5          | 19                  | 17           | 19.5            | 22.5            | 29            |
| C9 <sup>5</sup>   | 97.5          | 108           | 134                 | 160          | 204             | 248             | 311.5         |
| C10 <sup>5</sup>  | 13.25         | 13.25         | 13.5                | 10.75        | 13              | 15              | 20.75         |
| OD                | 56 x 2        | 66 x 2        | 90 x 3              | 110 x 3      | 145 x 3         | 200 x 5         | 238 x 5       |

## Příloha č. 3

# Experimentálně naměřené vlastní tvary experimentálního sériového řetězce

### 1. Mód

| Index | Frequency (Hz) | Damping (%) | Shape Type    |
|-------|----------------|-------------|---------------|
| 0     | 10,493         | 0,738946    | Residue Shape |

| DOF      | Unit                      | Magnitude - 0 | Phase (Deg) - 0 |
|----------|---------------------------|---------------|-----------------|
| 1X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0750518     | 0               |
| 1Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,014969      | 0               |
| 1Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,161603      | 180             |
| 2X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,106567      | 0               |
| 2Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0048511     | 180             |
| 2Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0992763     | 180             |
| 3X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0931854     | 0               |
| 3Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00752387    | 0               |
| 3Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,094106      | 180             |
| 4X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0882129     | 0               |
| 4Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0143628     | 0               |
| 4Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,13562       | 180             |
| 5X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,136652      | 0               |
| 5Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00814011    | 180             |
| 5Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,195265      | 180             |
| 6X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0970514     | 0               |
| 6Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00103958    | 0               |
| 6Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0354021     | 0               |
| 7X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0553002     | 0               |
| 7Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,000220693   | 180             |
| 7Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0269883     | 0               |
| 8X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0564905     | 0               |
| 8Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00580853    | 0               |
| 8Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0272678     | 180             |
| 9X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,102187      | 0               |
| 9Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00678051    | 0               |
| 9Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0365026     | 180             |
| 10X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0188079     | 0               |
| 10Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0163059     | 180             |
| 10Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0101034     | 0               |
| 11X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0233642     | 0               |
| 11Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0251395     | 180             |
| 11Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0307695     | 0               |

## 2. Mód

| Index | Frequency (Hz) | Damping (%) | Shape Type    |
|-------|----------------|-------------|---------------|
| 1     | 15,5252        | 5,05951     | Residue Shape |

| DOF      | Unit                      | Magnitude - 1 | Phase (Deg) - 1 |
|----------|---------------------------|---------------|-----------------|
| 1X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,194382      | 180             |
| 1Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 8,86871       | 0               |
| 1Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,56719       | 0               |
| 2X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,88433       | 0               |
| 2Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 5,06356       | 0               |
| 2Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,00189       | 0               |
| 3X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,37986       | 180             |
| 3Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 4,67916       | 0               |
| 3Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,844514      | 180             |
| 4X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,80358       | 180             |
| 4Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 6,07956       | 0               |
| 4Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,872756      | 180             |
| 5X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,57226       | 0               |
| 5Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 5,82203       | 0               |
| 5Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,79113       | 0               |
| 6X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,561679      | 180             |
| 6Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,137816      | 0               |
| 6Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,280342      | 180             |
| 7X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,189756      | 180             |
| 7Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0982281     | 180             |
| 7Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0963707     | 180             |
| 8X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,444164      | 180             |
| 8Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,26598       | 0               |
| 8Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0568832     | 180             |
| 9X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,553294      | 180             |
| 9Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,48584       | 0               |
| 9Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,384051      | 0               |
| 10X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,821225      | 180             |
| 10Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,517286      | 0               |
| 10Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,192109      | 180             |
| 11X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,896139      | 180             |
| 11Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,064536      | 0               |
| 11Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,246565      | 180             |

### 3. Mód

| Index | Frequency (Hz) | Damping (%) | Shape Type    |
|-------|----------------|-------------|---------------|
| 2     | 29,9876        | 1,19459     | Residue Shape |

| DOF      | Unit                      | Magnitude - 2 | Phase (Deg) - 2 |
|----------|---------------------------|---------------|-----------------|
| 1X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,298769      | 180             |
| 1Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0356129     | 0               |
| 1Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,03984       | 180             |
| 2X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,597019      | 180             |
| 2Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0903261     | 0               |
| 2Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,555718      | 180             |
| 3X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,511203      | 180             |
| 3Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,116461      | 0               |
| 3Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,590148      | 180             |
| 4X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,448439      | 180             |
| 4Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00765668    | 0               |
| 4Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,25519       | 180             |
| 5X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,54888       | 180             |
| 5Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,12098       | 0               |
| 5Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,41239       | 180             |
| 6X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,613097      | 180             |
| 6Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0761553     | 0               |
| 6Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,21387       | 180             |
| 7X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,518101      | 180             |
| 7Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0135969     | 0               |
| 7Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,192207      | 180             |
| 8X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,674947      | 180             |
| 8Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00669308    | 0               |
| 8Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0491836     | 180             |
| 9X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,68695       | 180             |
| 9Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0151721     | 0               |
| 9Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,017956      | 180             |
| 10X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,358673      | 180             |
| 10Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0300492     | 0               |
| 10Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,00227321    | 0               |
| 11X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,267308      | 180             |
| 11Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,0282264     | 0               |
| 11Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,126046      | 180             |

#### 4. Mód

| Index | Frequency | Damping (%) | Shape Type    |
|-------|-----------|-------------|---------------|
| 3     | 42,5969   | 4,29741     | Residue Shape |

| DOF      | Unit                  | Magnitude - 3 | Phase (Deg) - 3 |
|----------|-----------------------|---------------|-----------------|
| 1X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,147436      | 0               |
| 1Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 3,91564       | 180             |
| 1Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,0816635     | 180             |
| 2X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 2,06884       | 180             |
| 2Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,240939      | 0               |
| 2Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,74698       | 180             |
| 3X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,37493       | 0               |
| 3Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,188665      | 0               |
| 3Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,29044       | 0               |
| 4X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 2,19109       | 0               |
| 4Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,82376       | 180             |
| 4Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,66448       | 0               |
| 5X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,48751       | 180             |
| 5Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,22815       | 180             |
| 5Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,37062       | 180             |
| 6X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,664983      | 0               |
| 6Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 4,77609       | 0               |
| 6Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,119851      | 0               |
| 7X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,474023      | 0               |
| 7Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 4,09879       | 0               |
| 7Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,688014      | 180             |
| 8X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,529164      | 0               |
| 8Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 3,0976        | 0               |
| 8Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,610932      | 180             |
| 9X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,654593      | 0               |
| 9Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 2,88528       | 0               |
| 9Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,534497      | 0               |
| 10X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,934899      | 0               |
| 10Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,55768       | 0               |
| 10Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,00606       | 180             |
| 11X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,819462      | 0               |
| 11Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N | 1,69292       | 0               |
| 11Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N | 0,841802      | 180             |



## 5. Mód

| Index | Frequency (Hz) | Damping (%) | Shape Type    |
|-------|----------------|-------------|---------------|
| 4     | 68,2943        | 5,39331     | Residue Shape |

| DOF      | Unit                      | Magnitude - 4 | Phase (Deg) - 4 |
|----------|---------------------------|---------------|-----------------|
| 1X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,562831      | 180             |
| 1Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 9,10946       | 180             |
| 1Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 3,31706       | 0               |
| 2X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 5,19233       | 180             |
| 2Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,54457       | 0               |
| 2Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,05632       | 180             |
| 3X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 3,72885       | 0               |
| 3Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,72392       | 0               |
| 3Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,77161       | 180             |
| 4X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 4,59844       | 0               |
| 4Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 3,89965       | 180             |
| 4Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,1368        | 0               |
| 5X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 6,91624       | 180             |
| 5Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 3,76105       | 180             |
| 5Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 3,24969       | 0               |
| 6X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,55471       | 180             |
| 6Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,55291       | 180             |
| 6Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,77666       | 180             |
| 7X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,06477       | 180             |
| 7Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 3,7239        | 180             |
| 7Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,627731      | 180             |
| 8X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,05358       | 180             |
| 8Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 4,99743       | 0               |
| 8Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,4965        | 180             |
| 9X : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,665282      | 180             |
| 9Y : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 5,81677       | 0               |
| 9Z : 1Y  | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,17654       | 180             |
| 10X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 8,49315       | 180             |
| 10Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 2,62875       | 0               |
| 10Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,792109      | 180             |
| 11X : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 7,94285       | 180             |
| 11Y : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 1,76987       | 180             |
| 11Z : 1Y | (m/s <sup>2</sup> )/N-sec | 0,775334      | 180             |