



Aplicação do Modelo Escoras e Tirantes a Vigas Parede de acordo com o Eurocódigo 2:2010

CARLOS DANIEL DA SILVA COSTA

abril de 2016

**APLICAÇÃO DO MODELO ESCORAS E TIRANTES A VIGAS
PAREDE DE ACORDO COM O EUROCÓDIGO 2:2010**

Carlos Daniel da Silva Costa

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de

Mestre em Engenharia Civil – Ramo de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Rui Souza Campoalhos

**Co-Orientador: Prof. Dr. Alfonso Pappalardo Junior (Universidade
Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil)**

Março de 2016

Índice Geral

Índice Geral.....	iii
Resumo	v
Abstract.....	vii
Agradecimentos.....	ix
Índice de Texto	xi
Índice de Figuras.....	xiii
Abreviaturas	xvii
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento Histórico	1
1.2. Objetivos do trabalho.....	2
1.3. Estrutura do trabalho	2
2. Fundamentos do Modelo Escoras e Tirantes.....	3
2.1. Considerações Iniciais	3
2.2. Modelo Escoras e Tirantes - Aplicabilidade	5
2.3. Modelo Escoras e Tirantes (MET) – Método de Cálculo	6
2.3.1. Definição do MET	6
2.3.2. Verificação da Resistência das Escoras	9

2.3.3. Verificação da Resistência dos Tirantes	13
2.3.4. Verificação da Resistência dos Nós	18
3. Aplicação do Modelo Escoras e Tirantes: Viga-Parede	22
3.1. Hipótese de Cálculo 1: modelo explicativo	22
3.2. Hipótese de Cálculo 2: suspensão total	26
3.3. Hipótese de Cálculo 3: suspensão parcial	28
3.4. Hipótese de Cálculo 4: escora tipo garrafa	34
3.5. Hipótese de Cálculo 5: escora tipo garrafa com imposição de estado hidrostático de tensão	44
4. Conclusões	50
Referências Bibliográficas.....	52
Apêndice A.....	53
Apêndice B.....	54

Resumo

O Modelo Escoras e Tirantes surgiu no início do Século XX quando Ritter e Mörsch estabeleceram a analogia entre uma treliça clássica e uma viga de betão armado. Desde então pesquisadores têm estudado esse modelo como método de dimensionamento. A partir dos anos 90 várias normas apresentaram a utilização do modelo escoras e tirantes como relevante no dimensionamento de elementos de betão armado. Os critérios de segurança do Modelo Escoras e Tirantes são neste trabalho explicados de acordo com o Eurocódigo 2:2010, e comparadas com as normas NBR 6118:2014 e ACI 318:2011. É unânime dizer que a utilização do método torna-se mais vantajosa para regiões de descontinuidade. Em todos os elementos de betão armado, o Método Escoras e Tirantes são representações dos campos de tensão idealizados por elementos comprimidos e tracionados. Para a definição destes elementos é proposto o processo de “caminho de carga” em que conhecidas as tensões elásticas e suas direções principais utilizando o Método dos Elementos Finitos o modelo das escoras e tirantes é de fácil concepção. É também possível a definição deste a partir de modelos padrão já concebidos para determinados tipos de elementos estruturais de betão armado. Para o elemento descontinuo viga-parede estudado foram apresentados cinco modelos de cálculo até otimizar a solução validando as tensões com o Método dos Elementos Finitos. Em todos os modelos foram analisadas a definição do Modelo Escoras e Tirantes, a resistência das escoras, dos tirantes e dos nós até chegar à solução construtiva da viga-parede. Concluiu-se que a definição do modelo é a chave do dimensionamento.

PALAVRAS-CHAVE: Modelo Escoras e Tirantes, modelação, região de descontinuidade, viga-parede, analogia de treliça

Abstract

The Strut and Tie Model emerged in the early twentieth century when Ritter and Morsch established the analogy between classical truss and a beam of reinforced concrete. Since then researchers have studied this model as a design method. From the 90s several standards presented using the strut and tie as relevant model in the design of reinforced concrete elements. The safety criteria of the strut and tie model are explained in this work according to the Eurocode 2 and compared with the NBR 6118:2014 and ACI 318:2011 standards. It is unanimously said that the use of the method becomes more advantageous for discontinuous regions. In all the elements of reinforced concrete, the strut and tie model are representations of the compression and tension stress fields represented by strut and tie as its name indicates. For the definition of these rods is proposed charging way process in which known elastic stresses and their directions using the Finite Element Method, the design of the strut and tie is simple to create. It is also possible to define the model strut and tie from templates already designed for certain types of standard elements of reinforced concrete. For the beam-wall studied discontinuous element were presented five calculation models to optimize the solution validating the stresses with the Finite Element Method. All models were analyzed to define the model, the resistance of the strut's strength, the risers and we even get to the constructive solution of the beam-wall. It was concluded that the model definition is the key to scaling.

KEYWORDS: Strut and Tie Method, modeling, discontinuous region, beam-wall, truss analogy

Agradecimentos

Ao Professor Doutor Alfonso Pappalardo Junior pela disponibilidade, orientação e paciência na realização desta Tese.

Ao Professor Doutor Rui Campozinhos pelos conselhos de orientação da Tese.

Aos meus pais e irmãos pelo suporte, apoio, paciência e por toda a ajuda desde sempre.

À Fernanda por todo o carinho, apoio e pela enorme paciência.

A todos os amigos que se cruzaram comigo durante o decorrer do curso.

A todos os professores do Instituto Superior de Engenharia do Porto e da Universidade Presbiteriana Mackenzie que tive oportunidade de conhecer.

Índice de Texto

1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento Histórico	1
1.2. Objetivos do trabalho.....	2
1.3. Estrutura do trabalho	2
2. Fundamentos do Modelo Escoras e Tirantes.....	3
2.1. Considerações Iniciais	3
2.2. Modelo Escoras e Tirantes - Aplicabilidade	5
2.3. Modelo Escoras e Tirantes (MET) – Método de Cálculo	6
2.3.1. Definição do MET	6
2.3.2. Verificação da Resistência das Escoras	9
2.3.3. Verificação da Resistência dos Tirantes	13
2.3.4. Verificação da Resistência dos Nós	18
3. Aplicação do Modelo Escoras e Tirantes: Viga-Parede.....	22
3.1. Hipótese de Cálculo 1: modelo explicativo	22
3.2. Hipótese de Cálculo 2: suspensão total	26
3.3. Hipótese de Cálculo 3: suspensão parcial	28

3.4. Hipótese de Cálculo 4: escora tipo garrafa	34
3.5. Hipótese de Cálculo 5: escora tipo garrafa com imposição de estado hidrostático de tensão	44
4. Conclusões	50
Referências Bibliográficas.....	52
Apêndice A.....	53
Apêndice B.....	54

Índice de Figuras

Figura 1 - Deformação de uma viga (acervo pessoal, 2016)	3
Figura 2 – Princípio Saint-Venant (YE, 2010).....	4
Figura 3 - Regiões contínuas e descontínuas (TJHIN e KUCHMA, 2002)	5
Figura 4 - Exemplo de Viga-parede (adaptado de SOUZA, 2004)	7
Figura 5 – Caminhos de carga em Viga-parede (acervo pessoal, 2016).....	7
Figura 6 – Trajetória das Tensões Principais da Viga-Parede (acervo pessoal, 2016).....	8
Figura 7 - Exemplo de modelo de dimensionamento (acervo pessoal, 2016)	8
Figura 8 - Configurações típicas de escoras (TJHIN e KUCHMA, 2002)	9
Figura 9 - Tipos de escoras em Regiões D: (a) escora prismática em região não-fissurada, (b) escora prismática em região fissurada onde as escoras são paralelas às fissuras, (c) escora prismática em região fissurada onde as escoras não são paralelas às fissuras, (d) escoras garrafa com armadura em malha para controle da fissuração, (e) escora garrafa sem armadura de controle de fissuração e (f) escora confinada (TJHIN e KUCHMA, 2002)	10
Figura 10 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão na ausência de trações transversais (EUROCÓDIGO 2, 2010)	11
Figura 11 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão sujeitas a tração transversal (EUROCÓDIGO 2, 2010)	11
Figura 12 - Diagramas tensões-extensões, idealizado e de cálculo, do aço das armaduras para betão armado - tracionado ou comprimido (EUROCÓDIGO 2, 2010).....	13
Figura 13 - Modelo de treliça e notações para elementos com armaduras de esforço transversal (EUROCÓDIGO 2, 2010)	14
Figura 14 - Armadura de esforço transversal em vão curto, com transmissão direta da carga (EUROCÓDIGO 2, 2010)	15
Figura 15 - MET para Escora em região fissurada (acervo pessoal, 2016).....	16

Figura 16–Parâmetros para a determinação das forças de tração transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas (EUROCÓDIGO 2, 2010).....	18
Figura 17 - Nó comprimido sem tirantes (EUROCÓDIGO 2, 2010).....	19
Figura 18 - Nó sujeito a compressão e tração com armaduras em uma direção (EUROCÓDIGO 2, 2010)	20
Figura 19 - Nó sujeito a compressão e tração com armaduras em duas direções (EUROCÓDIGO 2, 2010).....	20
Figura 20 - Viga-parede de estudo - dimensões: cm (adaptado de SOUZA, 2004).....	22
Figura 21 - Tensões principais de compressão para viga-parede – tensões em MPa (acervo pessoal, 2016).....	23
Figura 22 - Tensões principais de tração para viga-parede (acervo pessoal, 2016)	23
Figura 23 - Treliça para hipótese de cálculo 1 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	24
Figura 24 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 1 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	25
Figura 25 - Treliça para hipótese de cálculo 2 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	26
Figura 26 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 2 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	27
Figura 27 - Treliça para hipótese de cálculo 3 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	29
Figura 28 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 3 (acervo pessoal, 2016).....	30
Figura 29 - Detalhe do Nó 1 para hipótese de cálculo 3 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	31
Figura 30 - Detalhe do Nó 2 para hipótese de cálculo 3 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	32
Figura 31 - Comparativo entre solução de estribo para modelo de cálculo 2 e 3 (acervo pessoal, 2016)	33
Figura 32 - Detalhe adaptado de treliça para hipótese de suspensão parcial - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	34
Figura 33 - Sobreposição de tensões principais de tração e treliça do modelo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	35
Figura 34 - Sobreposição de tensões principais de compressão e treliça do modelo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	35
Figura 35 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	36
Figura 36 - Detalhe do Nó 1 para hipótese de cálculo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	38

Figura 37 - Detalhe do Nó 2 para hipótese de cálculo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	39
Figura 38 - Corte longitudinal e transversal da viga-parede dimensionada - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	40
Figura 39 – Malha de Armadura no programa de Elementos Finitos (acervo pessoal, 2016).....	41
Figura 40 - Tensões horizontais no aço (acervo pessoal, 2016).....	42
Figura 41 – Tensões horizontais no betão, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)	43
Figura 42 – Gráfico comparativo dos resultados do MET e Método dos Elementos Finitos para o Modelo de Cálculo 4 (acervo pessoal, 2016).....	43
Figura 43 - Sobreposição do modelo escoras e tirantes do modelo 4 sobre ilustração de tensões horizontais no betão, sem a influência do aço - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	44
Figura 44 - Sobreposição de tensões horizontais sobre treliça do modelo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	45
Figura 45 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)	45
Figura 46 - Detalhe do Nó 1 para hipótese de cálculo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	47
Figura 47 - Detalhe do Nó 2 para hipótese de cálculo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016).....	48
Figura 48 - Gráfico comparativo dos resultados do MET e Método dos Elementos Finitos para o Modelo de Cálculo 5 (acervo pessoal, 2016).....	49
Figura 49 – Corte de Ritter em Viga-Parede (acervo pessoal, 2016)	53
Figura 50 - Tensões principais de Tração, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)	54
Figura 51 - Tensões principais de Compressão, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)	55
Figura 52 - Tensões horizontais, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016).....	55
Figura 53 - Tensões verticais, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)	56
Figura 54 - Tensões horizontais no aço (acervo pessoal, 2016).....	56

Abreviaturas

Letras maiúsculas latinas

A	Área da seção transversal
A_s	Área da seção de uma armadura para betão armado
A_{sw}	Área da seção de armaduras de esforço transverso
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante do betão
E_s	Módulo de elasticidade do aço de uma armadura para betão armado
EI	Rigidez à flexão
F	Força / carga
F_d	Valor de cálculo da carga aplicada
F_y	Força Resultante das tensões na armadura
G	Módulo de deformação transversal
GA	Rigidez ao cisalhamento
I	Momento de inércia da seção de betão
M	Momento Fletor
R	Reação de apoio
V	Esforço Transverso
V_{Ed}	Valor de cálculo de esforço transverso atuante
$V_{Rd,s}$	Valor de cálculo de esforço transverso equilibrado pela armadura de esforço transverso na tensão de cedência
$V_{Rd,Max}$	Valor de cálculo de esforço transverso resistente maximo do elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas

Letras minúsculas latinas

a	Distância
b	Largura total de uma seção transversal
b_w	Menor largura da seção transversal na área tracionada
d	Altura útil de uma seção transversal
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade
f_{yd}	Valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras de betão armado
f_{yk}	Valor característico da tensão de cedência à tração do aço das armaduras de betão armado
f_{ywd}	Valor de cálculo da tensão de cedência das armaduras de esforço transversal
h	Altura total de uma seção transversal
x,y	Coordenadas
z	Braço do binário das forças interiores

Letras minúsculas gregas

α	Ângulo
α_{cw}	Coefficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido
γ_c	Coefficiente parcial relativo ao betão
γ_s	Coefficiente parcial relativo ao aço das armaduras para betão armado
ϵ_c	Encurtamento do betão à compressão
ϵ_s	Extensão do aço da armadura para betão armado
ϵ_{uk}	Valor característico da extensão do aço da armadura para betão armado na carga máxima
θ	Ângulo
ν	Coefficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal
σ_c	Tensão de compressão no betão
σ_{Ed}	Valor de cálculo de tensão de compressão no betão atuante
$\sigma_{Rd,max}$	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

1. Introdução

1.1. Enquadramento Histórico

Desde o início do Século XX que foi estabelecida a analogia entre a treliça clássica e uma viga de betão armado. Ritter e Morsch deram os primeiros passos para a concepção do modelo escoras e tirantes. Após décadas, pesquisas sugeriram aperfeiçoamentos da teoria inicial. Em 1987, Schlaich e Schafer pesquisadores de Stuttgart na Alemanha, propõe a analogia entre a treliça e elementos de betão armado para: vigas-parede com ou sem aberturas, dentes gerber, consolos, ligações viga-pilar, sapatas e blocos sobre estacas (SCHLAICH, 1990). Marti, em 1985 sugere formulas e modelos de dimensionamento de uma viga de betão armado com base na analogia entre a treliça clássica e a viga de betão armado estabelecida por Ritter e Morsch (MARTI, 1985). Cook e Mitchell, em 1988 propõem a formulação apresentada por Martin para vigas-parede, vigas com descontinuidades geométricas, consolos e dentes gerber, com base em comparações e resultados de ensaios (COOK, 1988). MacGregor, ainda em 1988 disponibiliza exemplos de aplicação de vários elementos de betão armado com vários modelos, dimensionados a partir do modelo escoras e tirantes (MACGREGOR, 2011). Em 1990, o código Modelo do CEB-FIP recomenda a utilização do modelo escoras e tirantes e define valores para os parâmetros de resistência das bielas, tirantes e regiões nodais (CÓDIGO MODELO CEB-FIP, 1995). A partir dos anos 90 várias normas apresentaram a utilização do modelo escoras e tirantes como relevante no dimensionamento de elementos de betão armado, como é o caso da Norma Canadense (CSA-A23, 1994), a Norma Americana (ACI318, 2002), entre outras.

1.2. Objetivos do trabalho

O presente trabalho tem os seguintes objetivos:

Analisar a utilização do Modelo Escoras e Tirantes (ou Método das Bielas) para dimensionamento de vigas parede com recurso das normas do Eurocódigo 2:2010.

Propor modelos de calculo padrão para a o dimensionamento de vigas parede pelo método escoras e tirantes de acordo com os critérios do Eurocódigo 2:2010.

Comparar e validar os resultados obtidos com o Método dos Elementos Finitos através do programa de cálculo automático ANSYS.

1.3. Estrutura do trabalho

Este trabalho encontra-se estruturado da seguinte forma: o Capítulo 1 apresenta a introdução e os objetivos, o Capítulo 2 aborda os princípios do Modelo Escoras e Tirantes incluindo referências normativas, processos de obtenção dos modelos e regras de aplicação do método. No Capítulo 3 é verificada a segurança de uma viga-parede através do modelo escoras e tirantes, com base em várias hipóteses de cálculo bidimensionais. O Capítulo 4 apresenta as conclusões do mesmo.

2. Fundamentos do Modelo Escoras e Tirantes

2.1. Considerações Iniciais

Para a compreensão do Modelo Escoras e Tirantes teremos de relembrar alguns conceitos essenciais à sua aplicação como a hipótese de Bernoulli, o Princípio de Saint-Venant e as chamadas regiões B e D.

A Hipótese de Bernoulli é a base do dimensionamento de estruturas contínuas que basicamente cita o seguinte: seções planas perpendiculares ao eixo neutro de uma barra, permanecem planas depois da ocorrência da flexão nessa barra e sua deformação é linear sendo zero na linha neutra, conforme ilustrado na figura 1.

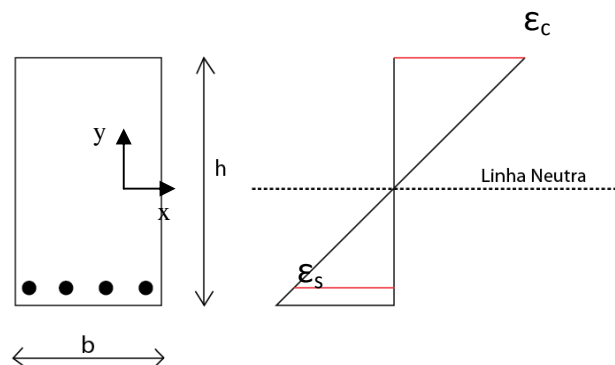


Figura 1 - Deformação de uma viga (acervo pessoal, 2016)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{E_{cm}I} + \frac{d}{dx}\left(K\frac{V}{GA}\right)$$

Essa hipótese facilita muito o cálculo estrutural dos elementos de betão armado, além de considerar que a distribuição das deformações ao longo da seção transversal segue uma relação linear para todos os estágios de carregamento, inclusive no Estado Limite Último de rotura. Geralmente é ainda desprezada a influência do esforço transversal da distribuição de tensões na resolução da equação diferencial de Bernoulli. Casos experimentais mostram que é possível adotar essa hipótese para a maioria dos elementos de betão armado.

Contudo em alguns elementos de betão armado, onde as tensões de cisalhamento são significativas, é imprudente a utilização da hipótese de Bernoulli, que de acordo com o princípio de Saint-Venant, as tensões que afetam o corpo imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, são consideravelmente superiores às tensões suficientemente afastadas da área de aplicação da carga. Sendo a tensão igual à força dividida pela área, nota-se que para uma determinada força atuando em uma área infinitamente pequena, a tensão tende para valores infinitamente grandes. O princípio de Saint-Venant refere ainda que a regularização de tensões se dá na região definida com a mesma ordem de grandeza da seção transversal do elemento onde essa perturbação persiste. A figura 2 abaixo ilustra essa regularização de tensões ao longo do elemento.

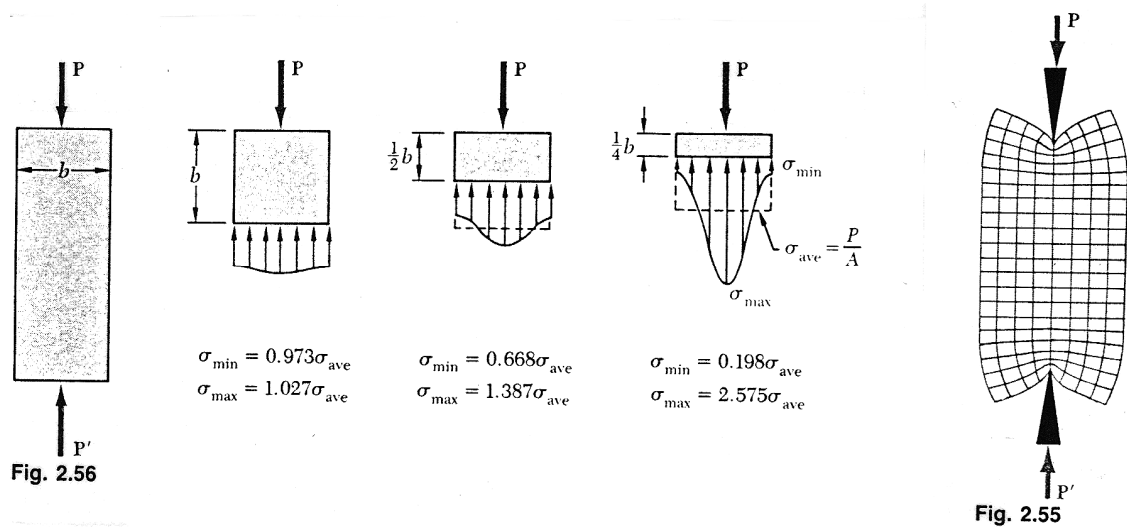


Figura 2 – Princípio Saint-Venant (YE, 2010)

O Princípio de Saint-Venant pode ser estendido para regiões com geometrias irregulares, que acabam provocando uma quebra na linearidade das deformações ao longo do elemento estrutural. Assim, é possível fazer a seguinte distinção das regiões contínuas e descontínuas, também chamadas regiões B e D.

- Regiões B (Bernoulli ou *Beam*): são regiões contínuas onde a “Hipótese de Bernoulli” é aplicável, isto é, regiões onde pode-se assumir que a distribuição de deformações ao longo da seção transversal seja linear;
- Regiões D (*Disturbed* ou *Discontinuity*): são as regiões descontínuas onde a Hipótese de Bernoulli não é válida, isto é, regiões onde a distribuição de deformações ao longo da seção transversal é não-linear.

Embora seja mais usual a aplicação do modelo escoras e tirantes em Região D, é válida sua aplicação em Região B. Mas devido à complexidade do método e à dificuldade de criação de rotinas para resolução automática e computadorizada é sugerido a utilização do modelo escoras e tirantes apenas para as chamadas regiões D. A Figura 3 é uma estrutura genérica dividida em Regiões B e D.

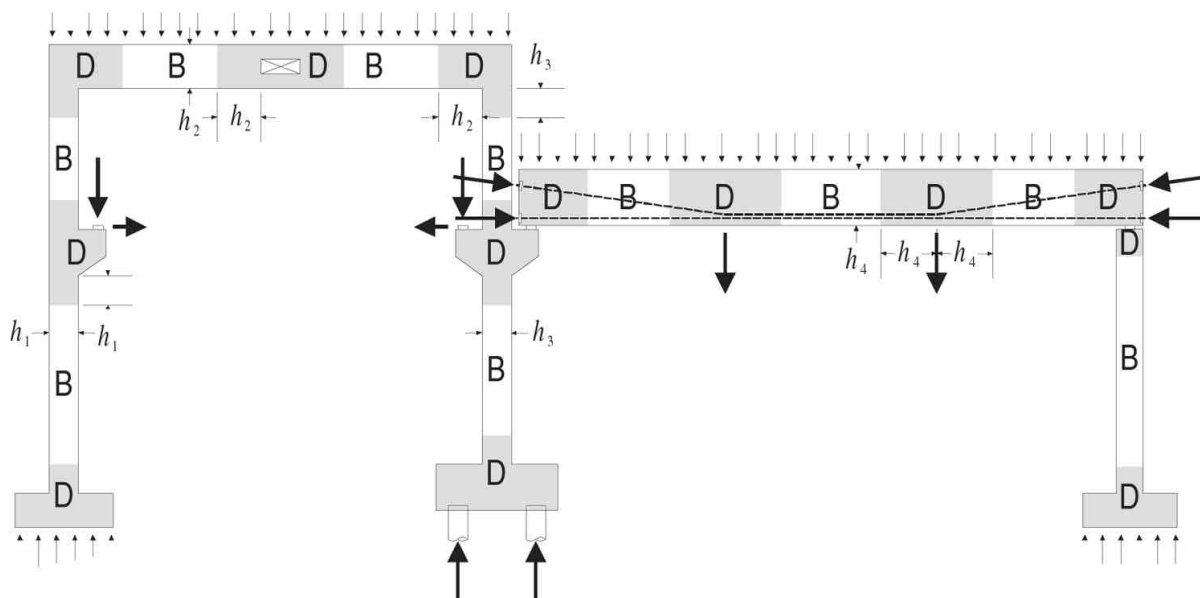


Figura 3 - Regiões contínuas e descontínuas (TJHIN e KUCHMA, 2002)

2.2. Modelo Escoras e Tirantes - Aplicabilidade

Em uma estrutura de betão armado, a maior parte são elementos contínuos, estes são dimensionados com bastante precisão. Mas a minoria dos elementos da estrutura que apresentam descontinuidade precisam garantir os mesmos critérios de segurança. É para essa minoria dos elementos de betão armado de uma estrutura que o Modelo Escoras e Tirantes é mais relevante. De acordo com o Eurocódigo 2:2010:

Os modelos de escoras e tirantes poderão ser utilizados para as verificações em relação ao estado limite último das regiões de continuidade (...) para as verificações em relação ao estado limite último e para a definição das disposições construtivas das regiões de descontinuidade. Em geral, estas estendem-se até uma distância h (altura da seção do elemento) da descontinuidade.

Muitas vezes esses elementos com descontinuidade são dimensionados com base em recomendações práticas e/ou experiências anteriores do projetista. São exemplo desses elementos descontínuos: vigas-parede, dentes gerber, consolos, vigas com abertura, sapatas, blocos de

fundação entre outros elementos que não atende a equação de Bernoulli. Principalmente para esses elementos é proposta a utilização do Modelo Escoras e Tirantes como método de dimensionamento.

2.3. Modelo Escoras e Tirantes (MET) – Método de Cálculo

Os modelos escoras e tirantes são representação dos campos de tensão em elementos de betão armado, onde as escoras representam os campos de tensão de compressão que serão absorvidos pela tensão resistente do betão, e os tirantes representam os campos de tensão de tração que serão normalmente absorvidos pela tensão resistente das armaduras de aço. Conforme o Eurocódigo 2:2010:

Os modelos de escoras e tirantes são constituídos por escoras que representam campos de tensão de compressão, por tirantes que representam as armaduras e por nós. As forças nos elementos de um modelo de escoras e tirantes deverão ser determinadas mantendo, no estado limite último, o equilíbrio com as cargas aplicadas.

O modelo de cálculo é então desenhado a partir de escoras e tirantes interligados por nós e basicamente depende da sua geometria, carregamento e condições de apoio. Ainda assim para uma mesma geometria, carregamento e condições de apoio serão possíveis traçar vários modelos de cálculo. A definição do Modelo será o primeiro passo do roteiro de cálculo e posteriormente será verificada a resistência das escoras, dos tirantes e dos nós.

2.3.1. Definição do MET

Para a definição do modelo é proposto o processo de caminho de carga. Primeiramente deve ser assegurado que o equilíbrio externo da região seja atendido pela determinação de todas as reações de apoio. Seja a figura 4 um exemplo de uma viga parede de betão armado, será proposto um modelo de cálculo com base nas características geométricas, carregamento e condições de apoio do elemento.

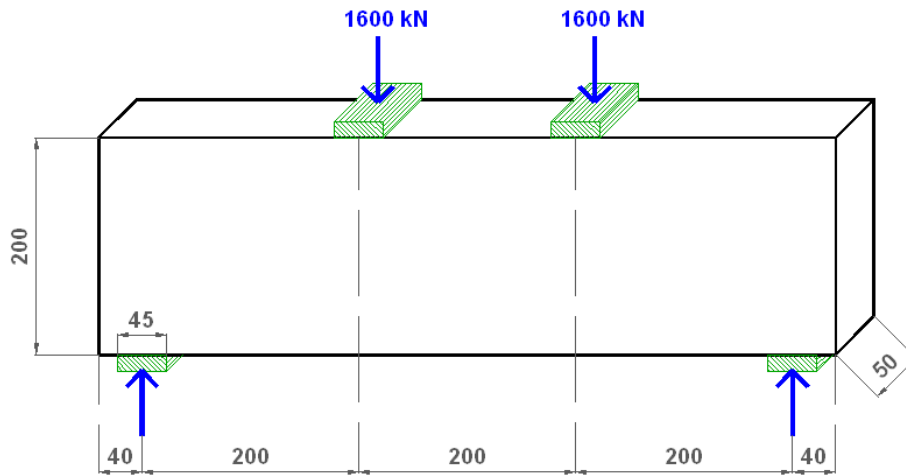


Figura 4 - Exemplo de Viga-parede (adaptado de SOUZA, 2004)

Primeiramente são desenhados todos os caminhos de carga entre as ações externas, na Figura 5 é sugerido o caminho de cargas da viga-parede, é simplesmente fazer a ligação entre as forças externas.

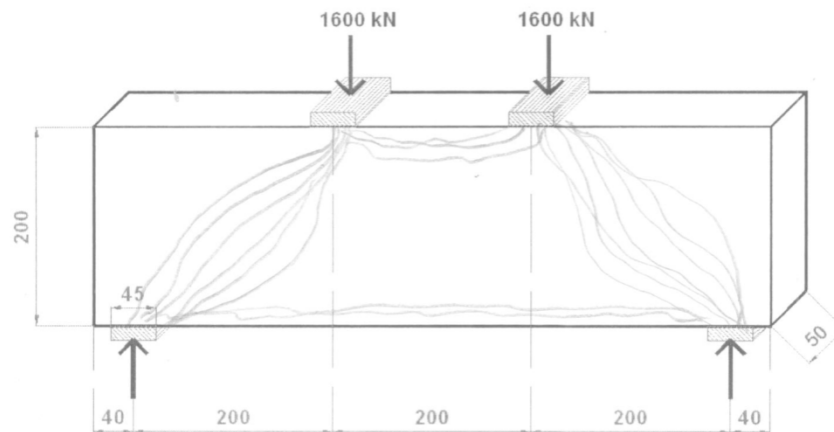


Figura 5 – Caminhos de carga em Viga-parede (acervo pessoal, 2016)

Sabendo que o caminho das cargas no interior da estrutura ocorre por meio de campos de tensões de compressão e tração que serão representados por escoras e tirantes respectivamente, então as linhas desenhadas anteriormente serão substituídas da seguinte forma: as escoras por linhas interrompidas e os tirantes por linhas contínuas. Originando o Modelo de Escoras e Tirantes. Para isso é necessário saber distinguir quais das linhas representam campos de tensão de compressão e quais representam campos de tensão de tração. Para isso recorre-se a um programa de cálculo de Método dos Elementos Finitos, no caso o ANSYS onde se encontram as trajetórias das

tensões principais para o elemento estrutural conforme na Figura 6, onde as setas azuis e pretas representam as tensões principais de compressão e tração respectivamente.

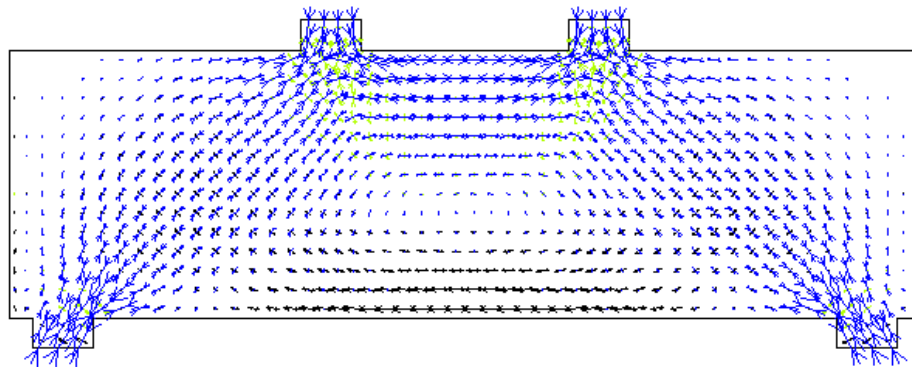


Figura 6 – Trajetória das Tensões Principais da Viga-Parede (acervo pessoal, 2016)

Conhecidas as tensões elásticas e suas direções utilizando o Método dos Elementos Finitos, o desenho das escoras e tirantes é de fácil concepção. A direção dos tirantes está orientada com as direções das máximas tensões principais e a direção das escoras nas direções das mínimas tensões principais. A Figura 7 representa um possível modelo de cálculo.

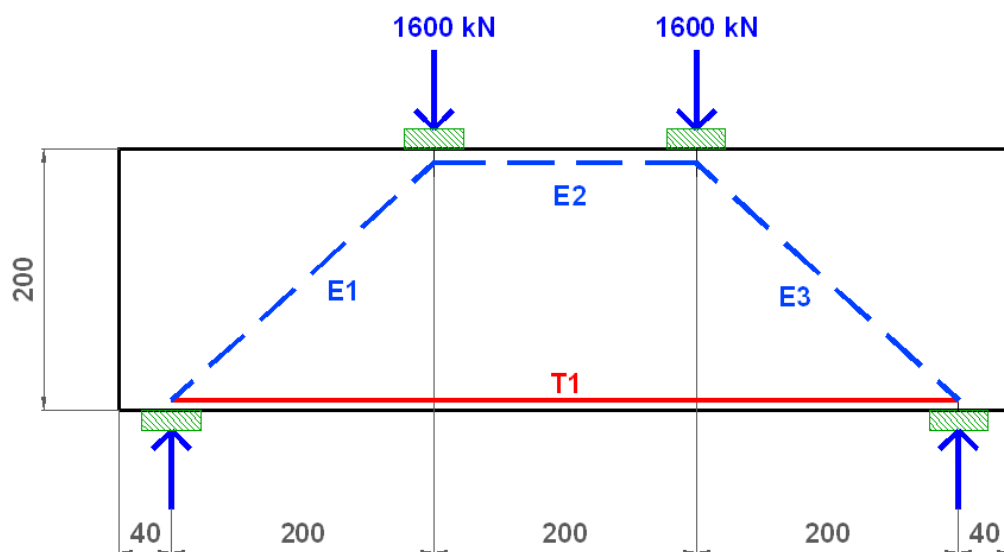


Figura 7 - Exemplo de modelo de dimensionamento (acervo pessoal, 2016)

A definição do modelo é a base para o dimensionamento dos tirantes e verificação das escoras e nós no estado limite último. Esse modelo que vai definir as características de cada escora, cada tirante e cada nó que verão seus critérios de segurança verificados ou não.

Esse não é o exemplo, mas para cargas uniformemente distribuídas na estrutura, estas devem ser substituídas por forças concentradas equivalentes. E em casos mais complexos é aconselhável acrescentar-se outras escoras e tirantes para fins de equilíbrio de nós. Essa opção torna-se obrigatória no caso de uso de programas de cálculo automático, como é o caso do programa CAST.

A definição do Modelo Escoras e Tirantes é também possível a partir de modelos já concebidos para determinados tipos de elementos padrão de betão armado. Cada vez mais observa-se um aumento significativo de trabalhos publicados na literatura sobre as hipóteses para aplicação do modelo escoras e tirantes.

Definido o modelo de cálculo de escoras e tirantes é feito o equilíbrio de forças internas para o cálculo dos esforços e tensões atuantes nas escoras e tirantes. Calculada a tensão nas escoras e tirantes é feita sua verificação de segurança em relação à tensão resistente. Se a armadura for dimensionada de acordo com os campos de tensões elásticas, não necessita de verificação de segurança ao estado limite de utilização. Dependendo da norma de cada país e de estudos de vários pesquisadores, as fórmulas das tensões resistentes poderão ser alteradas. Neste trabalho serão consideradas as orientações do Eurocódigo 2:2010.

2.3.2. Verificação da Resistência das Escoras

As escoras são representações de campos de tensão de compressão. Dependendo da forma como as tensões se distribuem através da estrutura, têm-se escoras ou campos de compressão diferentes. Para cobrir todos os campos de distribuição de tensões de compressão, a figura 8 representa três configurações típicas:

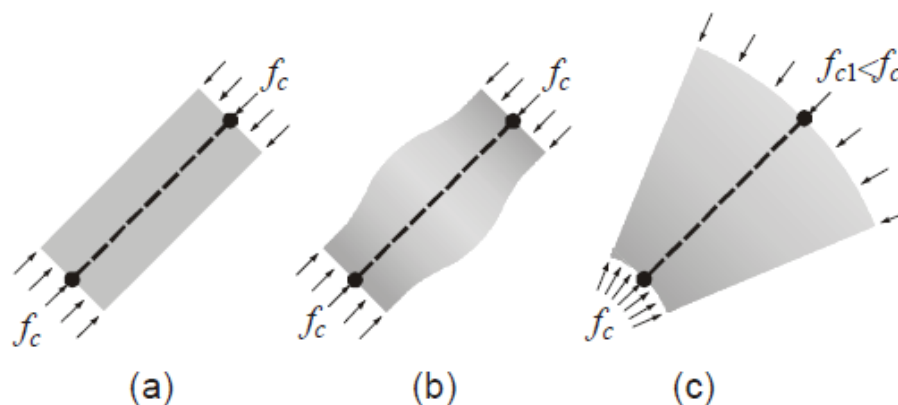


Figura 8 - Configurações típicas de escoras (TJHIN e KUCHMA, 2002)

- (a) Escora prismática (Figura 15a) - ocorre quando as tensões se distribuem uniformemente, sem perturbação. Não desenvolve trações transversais;
- (b) Escora garrafa (Figura 15b) - a distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção ocorre quando forças concentradas são introduzidas e propagadas através de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provoca compressão biaxial ou triaxial abaixo da força e trações transversais consideráveis. Esta tração transversal, combinada com a compressão longitudinal, pode provocar fissuras;
- (c) Escora em leque (Figura 15c) - é uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível, onde forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave. Neste campo de tensão, não se desenvolvem trações transversais;

As três configurações típicas acima referidas são agrupadas em dois tipos de acordo com o Eurocódigo 2:2010 – escoras com ou sem tração transversal. Na Figura 9 abaixo as escoras (a), (b) e (c) são exemplo de escoras sem tração transversal e as escoras (d) e (e) são exemplo de escoras com tração transversal.

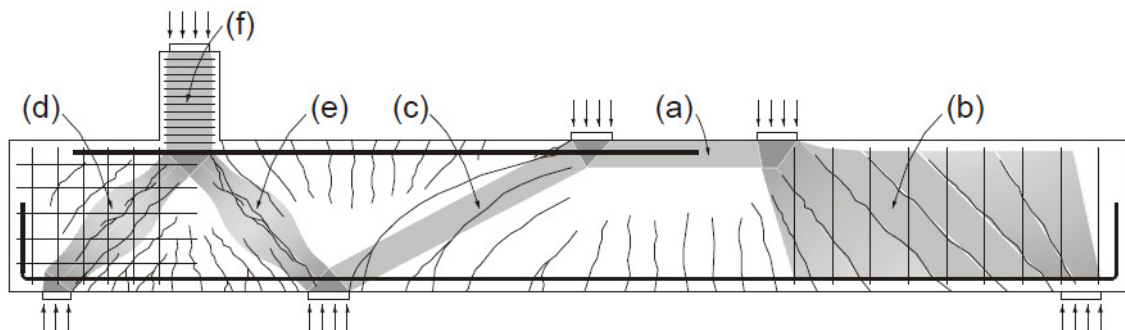


Figura 9 - Tipos de escoras em Regiões D: (a) escora prismática em região não-fissurada, (b) escora prismática em região fissurada onde as escoras são paralelas às fissuras, (c) escora prismática em região fissurada onde as escoras não são paralelas às fissuras, (d) escoras garrafa com armadura em malha para controle da fissuração, (e) escora garrafa sem armadura de controle de fissuração e (f) escora confinada (TJHIN e KUCHMA, 2002)

Para a verificação da segurança das escoras será feita a verificação da resistência do betão à compressão e em regiões de fissuras, prever armadura de esforço transversal para prevenir a redução da resistência à compressão do betão o que pode levar a rotura prematura do mesmo. Esse tipo de armadura será verificado no tópico seguinte juntamente com a verificação de segurança dos tirantes.

Em relação à resistência à compressão do betão na região das escoras seguem-se os critérios do Eurocódigo 2:2010:

O valor de cálculo da resistência de uma escora de betão numa região com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais poderá ser calculado com base na expressão.

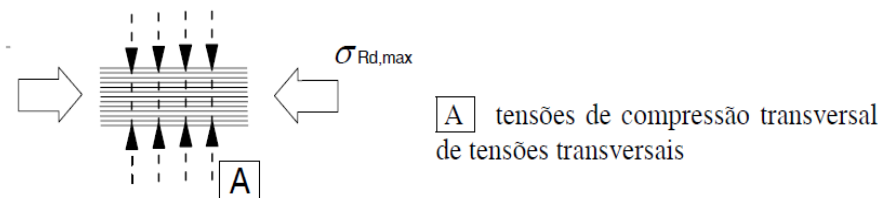


Figura 10 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão na ausência de trações transversais (EUROCÓDIGO 2, 2010)

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd}$$

O valor de cálculo da resistência das escoras de betão deverá ser reduzido em zonas comprimidas fendilhadas, o qual, a não ser que se utilize um método mais rigoroso, poderá ser calculado com base na expressão:

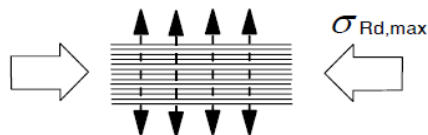


Figura 11 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão sujeitas a tração transversal (EUROCÓDIGO 2, 2010)

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times v' \times f_{cd}$$

$$\text{sendo: } v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

Obs.: As tensões nas escoras não precisam ser verificadas se seus nós são verificados e dispõe-se armadura transversal ao eixo da escora.

Diferentes normas e pesquisadores sugerem parâmetros de resistência para o dimensionamento das escoras. A relação abaixo apresenta uma comparação do Eurocódigo 2: 2010 com a norma Americana ACI-318, 2011 e Brasileira NBR 6118, 2014.

	Eurocódigo 2:2010	Apêndice A ACI-318 (2011)	NBR 6118 (ABNT, 2014)
Valor de cálculo da resistência das escoras de betão na ausência de trações transversais	$\sigma_{Rd,max} = f_{cd}$	$f_{ce} = 0,85 \times 1,0 \times f'_c$	$f_{cd1} = 0,85 \times \alpha_{v2} \times f_{cd}$ sendo: $\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$
		$f_{ce} = 0,85 \times 0,75 \times f'_c$	$f_{cd2} = 0,60 \times \alpha_{v2} \times f_{cd}$
		para escoras que satisfazam o seguinte item: $\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \sin \alpha_i \geq 0,003$.	para escoras atravessadas por mais de um tirante
Valor de cálculo da resistência das escoras de betão sujeitas a tração transversal	$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times v' \times f_{cd}$ sendo: $v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$	$f_{ce} = 0,85 \times 0,60 \lambda \times f'_c$	$f_{cd3} = 0,72 \times \alpha_{v2} \times f_{cd}$
		para escoras que não satisfazam a equação acima.	para escoras atravessadas por um tirante unico
		$f_{ce} = 0,85 \times 0,40 \times f'_c$	
		para escoras em regiões de grandes tensões ou consolos curtos.	
onde:			
f_{ce}		Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão	
f'_c		Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão	
A_{si}		Área da armadura transversal	
b_s		Espessura da escora	
s_i		Espaçamento entre a armadura transversal	
α_i		Inclinação da escora	
λ		Coefficiente de redução relacionado com a massa especifica	
α_{v2}		Coefficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal	

2.3.3. Verificação da Resistência dos Tirantes

2.3.3.1. Armadura Longitudinal

As forças nos tirantes devem ser absorvidas pela armadura cujo eixo deve coincidir com o do tirante do modelo. A área de armadura necessária é obtida diretamente através da força no tirante no E.L. Ultimo e da resistência ao escoamento do aço. Para o cálculo da resistência do aço seguem-se os critérios do Eurocódigo 2:2010:

O valor de cálculo da resistência dos tirantes transversais e das armaduras deverá ser limitado de:

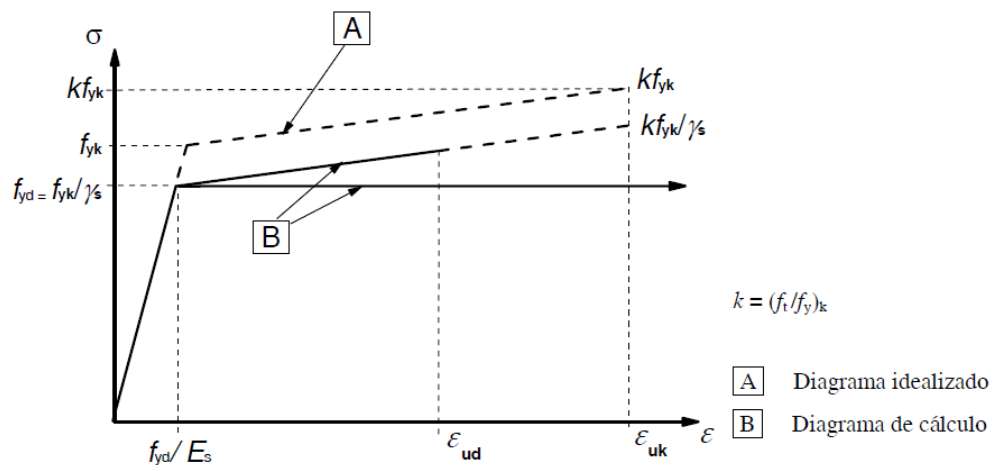


Figura 12 - Diagramas tensões-extensões, idealizado e de cálculo, do aço das armaduras para betão armado - tracionado ou comprimido (EUROCÓDIGO 2, 2010)

Deve-se dar atenção à ancoragem das barras da armadura nas extremidades das regiões nodais. Uma ancoragem adequada contribui para a definição da geometria e consequentemente na resistência das escoras e dos nós.

2.3.3.2. Armadura Transversal

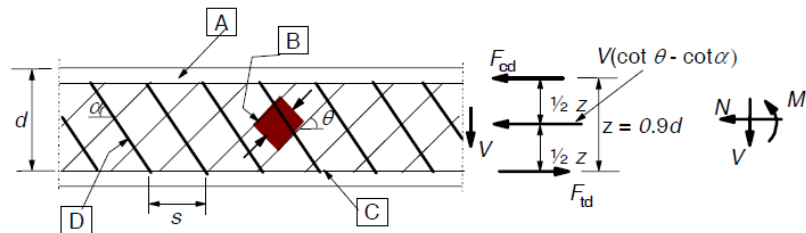
Conforme visto anteriormente, escoras em regiões fissuradas onde estas podem reduzir a resistência do betão e levar a rotura prematura do betão é recomendado o cálculo de armadura de esforço transversal. Estas podem ter três tipos de configuração de acordo com a Figura 9: (a) escora

prismática sem tração transversal em região fissurada onde as escoras não são paralelas às fissuras, (b) escora prismática sem tração transversal em região fissurada onde as escoras são paralelas às fissuras (c) escoras sujeitas a tração transversal em simultâneo com compressão longitudinal. Para as escoras sem tração transversal seguem-se os seguintes critérios de dimensionamento do Eurocódigo 2:2010:

No caso de elementos com armaduras de esforço transversal constituída por estribos verticais, o valor de cálculo do esforço transversal resistente, V_{Rd} , é o menor dos valores.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta)$$



A - banzo comprimido, **B** - escoras, **C** - banzo traccionado, **D** - armadura de esforço transversal

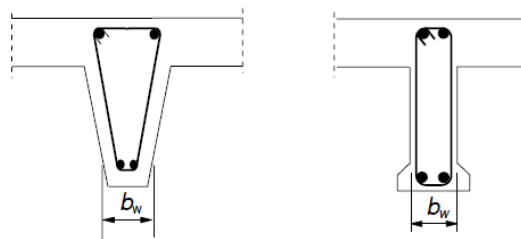


Figura 13 - Modelo de treliça e notações para elementos com armaduras de esforço transversal (EUROCÓDIGO 2, 2010)

O valor de θ deverá ser limitado.

Nota: Os valores limites de $\cot \theta$ a utilizar num determinado país poderão ser dados no respectivo Anexo Nacional. Os limites recomendados são dados pela expressão:

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5$$

Assim como a resistência das escoras, as inclinações máximas e mínimas das mesmas podem ser diferentes mediante a utilização de cada norma ou recomendações de pesquisadores. Segue abaixo uma comparação com a norma Americana e Brasileira das inclinações das escoras.

	Eurocódigo 2:2010	Apêndice A ACI- 318:2011	NBR 6118 (ABNT, 2014)
inclinação das escoras	$21 \leq \theta \leq 45$	$25 \leq \theta \leq 65$	$34 \leq \theta \leq 64$

O Eurocódigo 2:2010 prevê uma redução do valor de cálculo de esforço transverso atuante quando o caminho de carga entre as forças externas é considerável de acordo com os seguintes critérios do mesmo:

No caso de elementos com ações aplicadas na face superior a uma distância da face do apoio $0,5d \leq a_v \leq 2,0d$, a contribuição desta carga para o esforço transverso V_{Ed} poderá ser minorada por $\beta = a_v/2d$. O esforço transverso V_{Ed} assim calculado deverá satisfazer a condição:

$$V_{Ed} \leq A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha$$

em que $A_{sw} \cdot f_{ywd}$ é a resistência das armaduras de esforço transverso que atravessam entre as áreas carregadas as fendas inclinadas de esforço transverso. Apenas deverá ser considerada a armadura de esforço transverso na zona central de extensão $0,75a_v$. A minoração por β só deverá ser aplicada no cálculo das armaduras de esforço transverso. Esta minoração só é válida se a armadura longitudinal estiver totalmente amarrada no apoio.

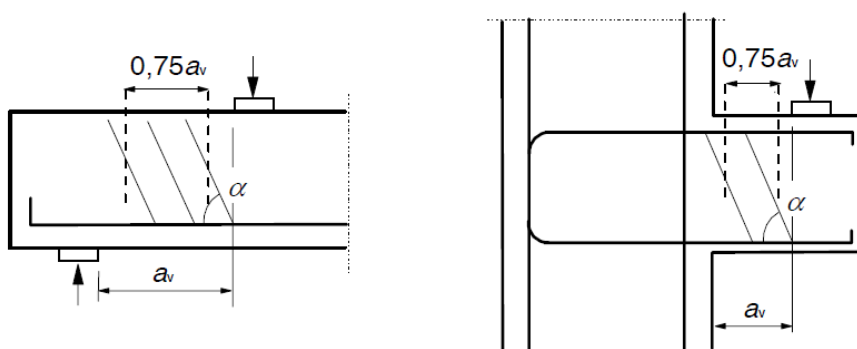


Figura 14 - Armadura de esforço transverso em vão curto, com transmissão direta da carga (EUROCÓDIGO 2, 2010)

Para $a_v < 0,5d$, deverá utilizar-se o valor $a_v = 0,5d$.

O Valor de cálculo de esforço transverso equilibrado pela armadura de esforço transverso na tensão de cedência referido acima é nada mais do que a aplicação do Modelo Escoras e Tirantes. A figura 15 representa o MET na qual será feita a dedução da formulação do Eurocódigo 2:2010 sendo uma viga simétrica com dois pontos de aplicação de carga e dois apoios.

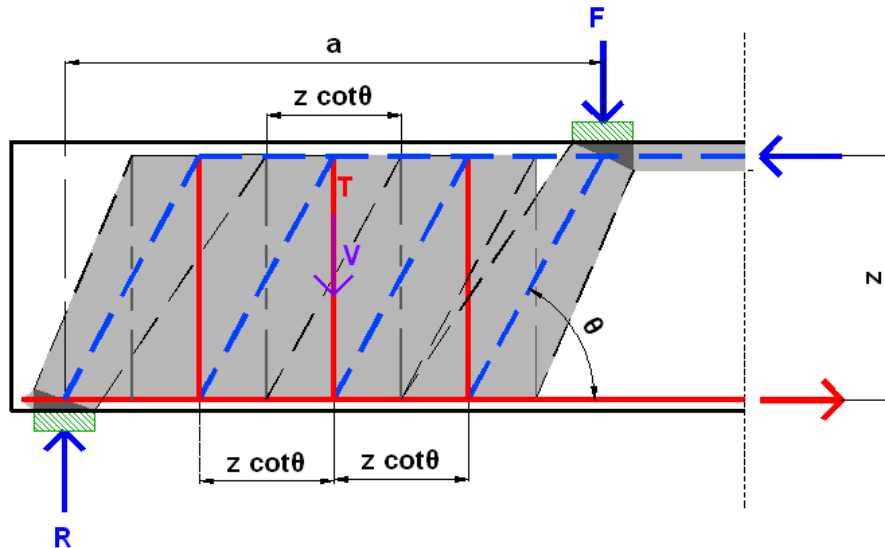


Figura 15 - MET para Escora em região fissurada (acervo pessoal, 2016)

Na figura representada acima o tracejado azul e a linha contínua vermelha representam as escoras e tirantes respectivamente. O esforço transversal que o elemento está sujeito é igual à carga aplicada e à reação no apoio. Para que seja garantido o equilíbrio estático é verificada a seguinte igualdade:

$$F = R = V$$

A tensão atuante do tirante T terá que ser inferior à tensão resistente do aço, e a tensão atuante no tirante é a relação do esforço transversal atuante e a área de aço, logo:

$$\sigma_{Ed} \leq f_{ywd}$$

$$\frac{V_{Ed}}{A_s} \leq f_{ywd}$$

Como o tirante T é dividido em várias camadas de aço, A_{sw} espaçadas de s ao longo do comprimento $z \cot \theta$, então é válido afirmar que:

$$A_s = \frac{A_{sw}}{s} z \cot \theta$$

Substituindo na expressão anterior obtém-se o valor máximo de esforço transversal atuante que nada mais é que o valor de cálculo de esforço transversal equilibrado pela armadura de esforço transversal na tensão de cedência:

$$V_{Ed} \leq \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

Conforme visto anteriormente, em regiões de tração transversal combinada com compressão longitudinal, também chamadas de escoras tipo “garrafa”, fissuras longitudinais podem conduzir à rotura do betão com tensões inferiores à sua resistência à compressão. Uma vez que a resistência à tração do betão é muito baixa, normalmente se reforça este campo de tensão na direção transversal e longitudinal conforme orientações do Eurocódigo 2:2010:

A armadura necessária para resistir às forças nos nós de concentração de esforços poderá ser distribuída ao longo de um determinado comprimento. Quando a armadura na zona dos nós se desenvolve numa extensão considerável de um elemento, deverá ser distribuída na zona em que as isostáticas de compressão são curvas (tirantes e escoras). A força de tração T poderá ser obtida pelas expressões:

a) no caso de regiões de descontinuidade parcial $\left(b \leq \frac{H}{2} \right)$

$$T = \frac{1}{4} \frac{b-a}{b} F$$

b) no caso de regiões de descontinuidade total $\left(b > \frac{H}{2} \right)$,

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a}{h} \right) F$$

em nós comprimidos, no caso em que não há tirantes amarrados no nó:

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 v' f_{cd}$$

Nota: O valor de k_1 a utilizar num determinado país poderá ser dado no respectivo Anexo Nacional. O valor recomendado é 1,0.

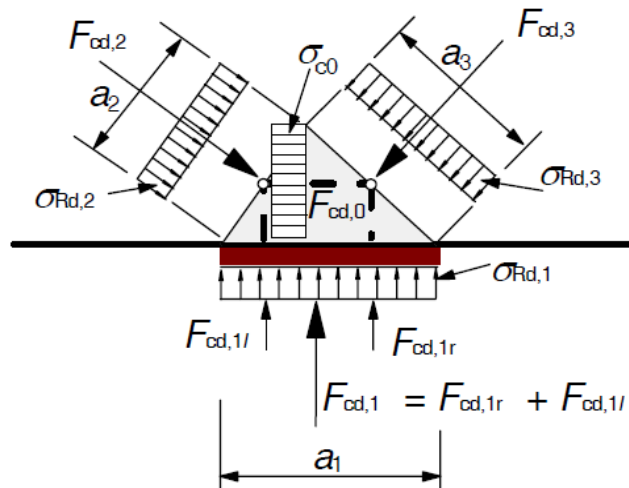


Figura 17 - Nó comprimido sem tirantes (EUROCÓDIGO 2, 2010)

Os nós singulares representam uma mudança localizada na direção das forças. Esses nós são preocupantes e devem ter suas tensões verificadas. Esses nós que por vezes são críticos, as escoras e os tirantes vêm sua segurança verificada e o nó reprovava o modelo. De acordo com o Eurocódigo 2:2010 apresentam-se os seguintes critérios:

em nós sujeitos a compressão e tração, com tirantes amarrados numa direção:

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 v' f_{cd}$$

Nota: O valor de k_2 a utilizar num determinado país poderá ser dado no respectivo Anexo Nacional. O valor recomendado é 0,85.

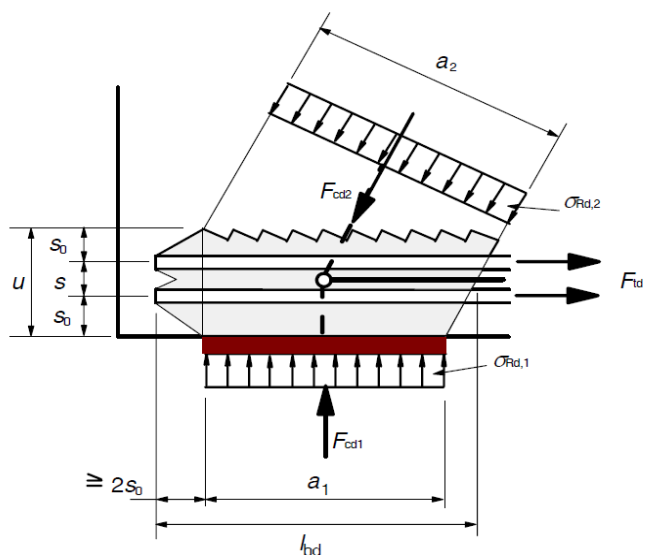


Figura 18 - Nó sujeito a compressão e tração com armaduras em uma direção (EUROCÓDIGO 2, 2010)

em nós sujeitos a compressão e tração com tirantes amarrados em mais de uma direção:

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 v' f_{cd}$$

Nota: O valor de k_3 a utilizar num determinado país poderá ser dado no respectivo Anexo Nacional. O valor recomendado é 0,75.

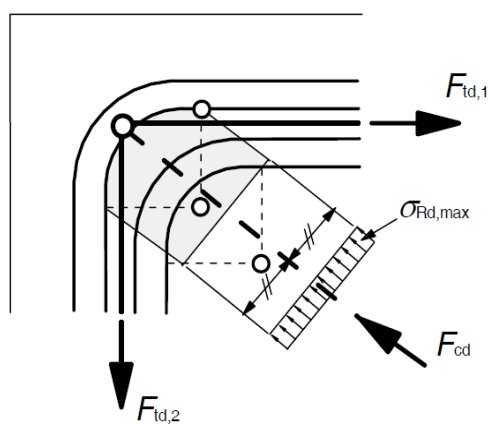


Figura 19 - Nó sujeito a compressão e tração com armaduras em duas direções (EUROCÓDIGO 2, 2010)

Os diferentes tipos de nós podem também ser representados pelas siglas CCC, CCT e CTT em função de estarem apenas sujeitos a tensões de compressão, tensões de tração em uma direção ou tensões de tração em duas ou mais direções respectivamente. Abaixo é apresentada a comparação da resistência do betão nos nós, com os critérios da norma Americana e Brasileira.

	Eurocódigo 2:2010	Apêndice A ACI- 318:2011	NBR 6118 (ABNT, 2014)
nós comprimidos, sem tirantes amarrados no nó - CCC	$\sigma_{Rd,max} = 1,00 v' f_{cd}$	$f_{ce} = 0,85 \times 1,0 \times f'_c$	$f_{cd1} = 0,85 \times \alpha_{v2} \times f_{cd}$
nós sujeitos a compressão e tração, com tirantes amarrados numa direção - CCT	$\sigma_{Rd,max} = 0,85 v' f_{cd}$	$f_{ce} = 0,85 \times 0,8 \times f'_c$	$f_{cd3} = 0,72 \times \alpha_{v2} \times f_{cd}$
nós sujeitos a compressão e tração com tirantes amarrados em mais de uma direção - CTT	$\sigma_{Rd,max} = 0,75 v' f_{cd}$	$f_{ce} = 0,85 \times 0,6 \times f'_c$	$f_{cd2} = 0,60 \times \alpha_{v2} \times f_{cd}$

3. Aplicação do Modelo Escoras e Tirantes: Viga-Parede

Para prática do MET descrito acima será feita a aplicação a uma viga-parede com 6,8m de comprimento, 2m de altura e 500mm de espessura, com placas de apoio de 450x500mm², conforme figura 20:

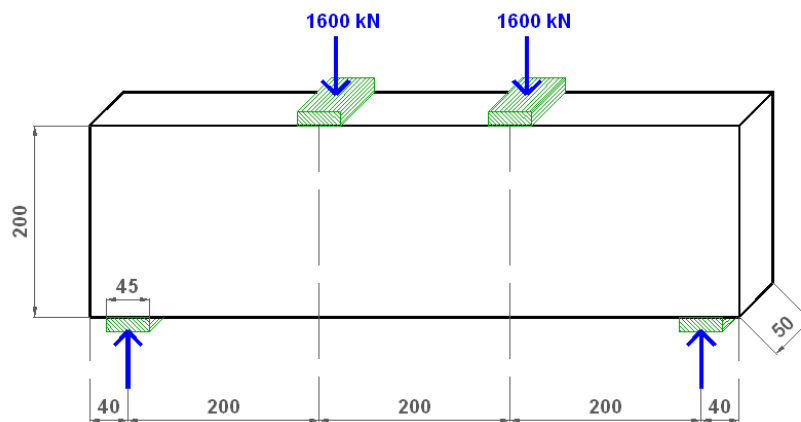


Figura 20 - Viga-parede de estudo - dimensões: cm (adaptado de SOUZA, 2004)

As cargas apresentadas correspondem aos valores de cálculo e os materiais utilizados apresentam as seguintes características:

$$\begin{aligned} f_{ck} &= 25 \text{ MPa} & \gamma_c &= 1,5 & f_{cd} &= \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 16,7 \text{ MPa} \\ f_{yk} &= 500 \text{ MPa} & \gamma_s &= 1,15 & f_{yd} &= \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434,78 \text{ MPa} \end{aligned}$$

3.1. Hipótese de Cálculo 1: modelo explicativo

- 1ª Etapa: Definição do MET

Para melhor compreensão do caminho das cargas das forças externas acima representadas as figuras 21 e 22 em baixo evidenciam o fluxo de tensões principais de compressão e tração, respectivamente, obtidas de uma análise elástica da viga-parede utilizando o programa ANSYS.

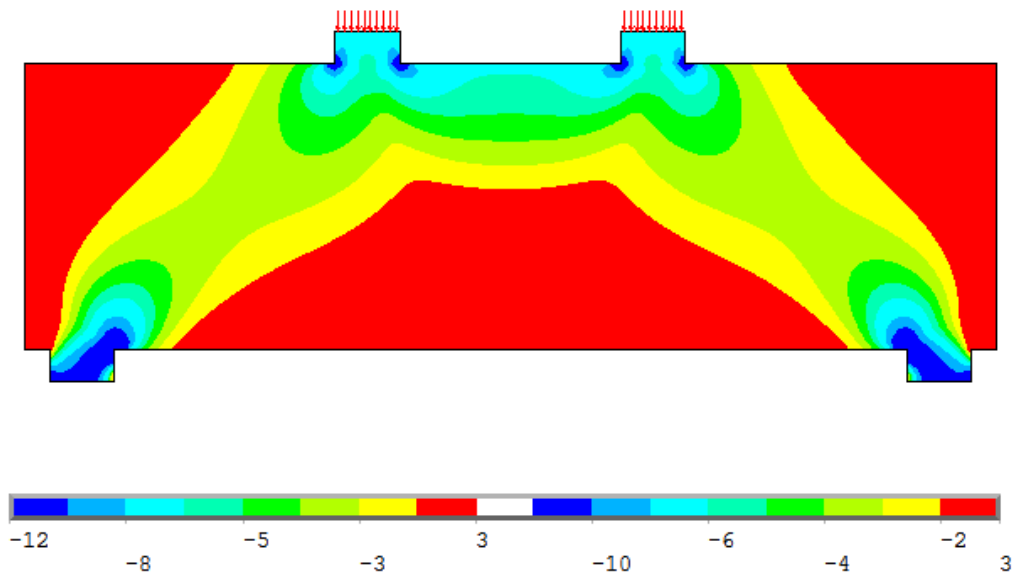


Figura 21 - Tensões principais de compressão para viga-parede – tensões em MPa (acervo pessoal, 2016)

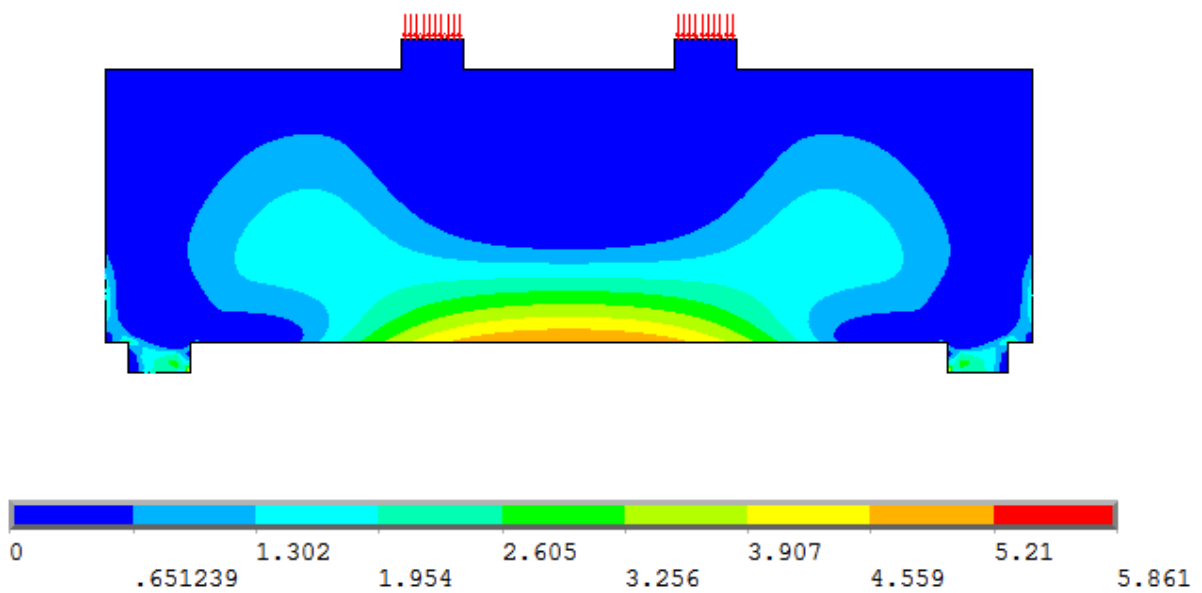


Figura 22 - Tensões principais de tração para viga-parede (acervo pessoal, 2016)

Da análise do fluxo de tensões principais de compressão e tração, surge o modelo de escoras e tirantes que identifica os campos de tensão de compressão pelas escoras e os campos de tração pelos tirantes, conforme figura 23.

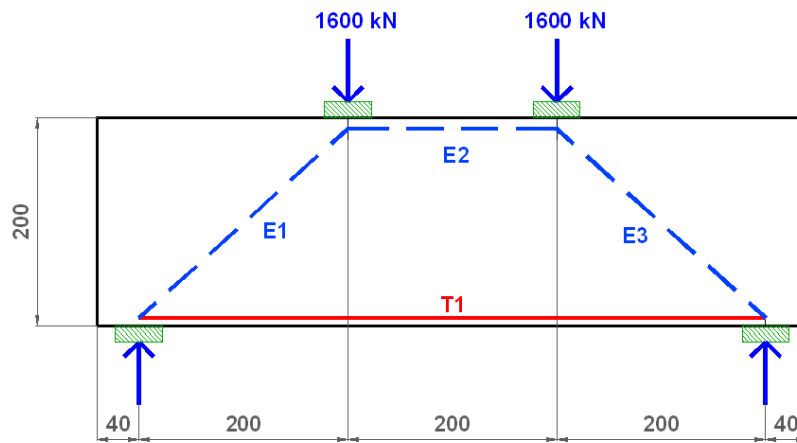


Figura 23 - Treliça para hipótese de cálculo 1 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

Depois de definido o modelo é necessário localizar exatamente a posição das escoras e tirantes. De acordo com o Apêndice A, é aconselhável o cálculo da profundidade da linha neutra através da seguinte expressão:

$$y = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \times F_d \times a}{b \times f_{cd}}}$$

Considera-se que a altura do fundo da viga ao eixo da armadura é de 8cm. De acordo com escora (a) da figura 9 similar à escora E2, está representada uma escora prismática em região não fissurada.

$$d = 200 - 8 = 192 \text{ cm}$$

$$y = 192 - \sqrt{192^2 - \frac{2 \times 1600 \times 200}{50 \times 1,67}} = 21,2 \text{ cm}$$

$$z = d - \frac{y}{2} = 181,4 \text{ cm}$$

- 2ª Etapa: Verificação da Resistência dos Tirantes

A figura 24 mostra detalhadamente os esforços do MET.

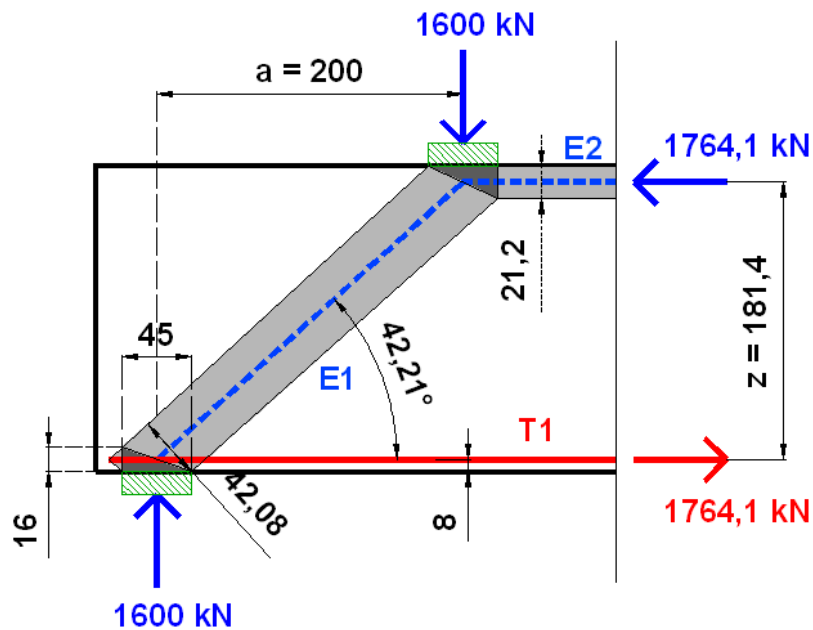


Figura 24 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 1 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

A armadura a colocar na face inferior da viga-parede, representada pelo tirante “T1” é calculada da seguinte forma:

$$A_s = \frac{F_y}{f_{yd}} = \frac{1764,1}{43,48} = 40,57 \text{ cm}^2 \rightarrow 14\Phi 20$$

- 3ª Etapa: Verificação da Resistência das Escoras

Verificação da escora 2 – escora sem trações transversais:

$$\sigma_{Ed} = \frac{1764,1}{0,212 \times 0,500} = 16,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} = 16,7 \text{ MPa}$$

Verificação da escora 1 e 3 – escora com trações transversais, sendo a_{bie} a largura da escora:

$$a_{bie} = 45 \sin(42,21) + 16 \cos(42,21) = 42,08 \text{ cm}$$

$$\sigma_{Ed} = \frac{1600 / \sin(42,21)}{0,481 \times 0,500} = 9,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 9,0 \text{ MPa}$$

Comentários:

- ✓ Devido a trações transversais na escora 1 e 3, o valor da tensão resistente é reduzido;
- ✓ A resistência das escoras 1 e 3 não verificam a segurança, independente disso este modelo de treliça é inadequado pois não prevê armadura de esforço transverso.

3.2. Hipótese de Cálculo 2: suspensão total

- 1ª Etapa: Definição do MET

De acordo com os comentários do modelo anterior, surge o seguinte modelo adaptado, conforme figura 25, onde o tirante T2 representa a armadura de esforço transverso.

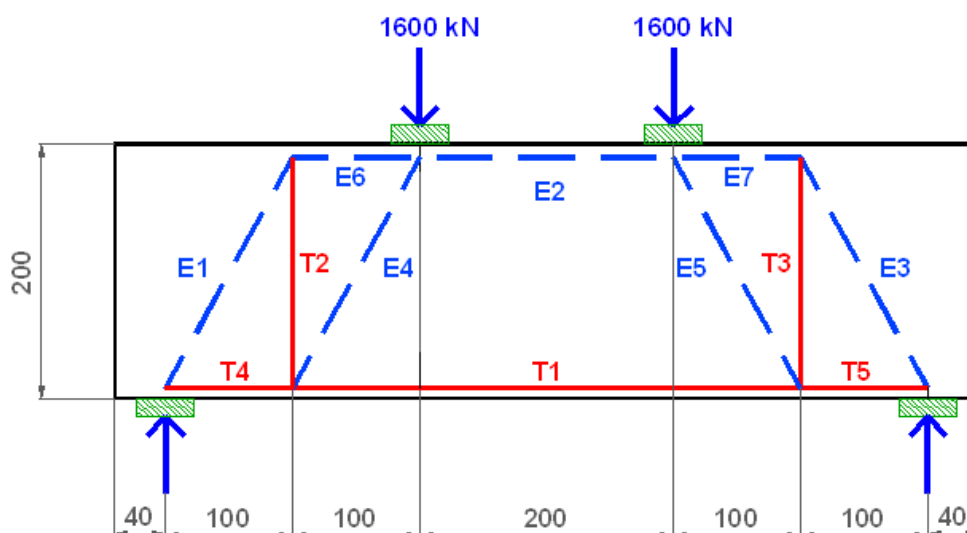


Figura 25 - Treliça para hipótese de cálculo 2 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

Este modelo é caracterizado por o incremento de um tirante vertical que representa a armadura de esforço transverso.

A hipótese de cálculo da profundidade da linha neutra do modelo anterior é válida para este modelo, ou seja:

$$z = d - \frac{y}{2} = 181,4cm$$

- 2ª Etapa: Verificação da Resistência dos Tirantes

A figura 26 mostra detalhadamente os esforços do MET.

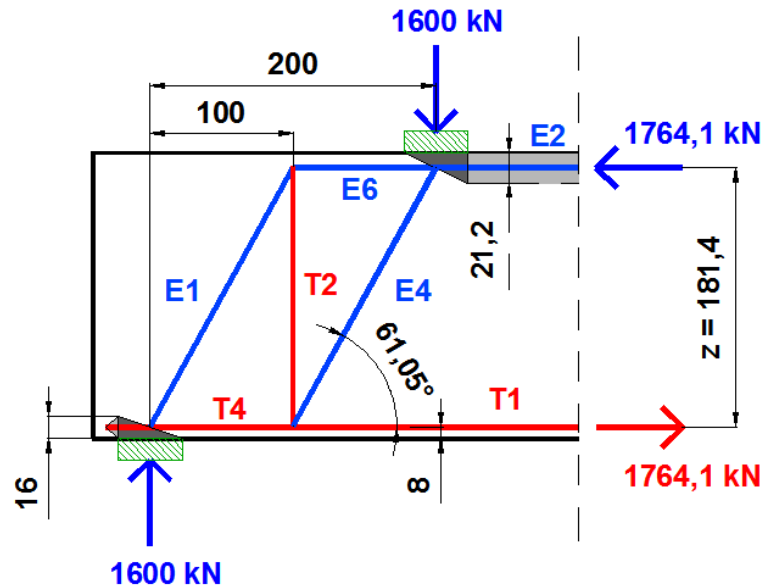


Figura 26 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 2 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

O tirante "T1" apresenta o mesmo esforço do modelo anterior, logo:

$$A_s = \frac{F_y}{f_{cd}} = \frac{1764,1}{43,48} = 40,57 \text{ cm}^2 \rightarrow 14\Phi 20$$

O tirante "T4" apresenta um esforço menor que o tirante "T1", mas como o comprimento é de apenas 1m, será considerada a mesma solução.

O tirante "T2" representa a armadura de esforço transversal. A verificação do tirante é feita da seguinte forma:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} \cot \theta} = \frac{1600}{1,814 \times 43,48 \times \cot 61,05^\circ} = 36,67 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow E\phi 25c/12,5\text{cm}$$

Comentários:

- ✓ A solução encontrada de armadura para o esforço transversal é inadequada, pois não é uma solução construtiva coerente com o tipo de viga. O fato de as escoras E1 e E4 terem inclinações superiores ao recomendado no Eurocódigo 2:2010 agravam os valores calculados anteriormente para a armadura transversal da viga-parede.
- ✓ O modelo de cálculo de suspensão total é adequado para vigas com distância considerável da carga até o apoio, reduzindo a inclinação da escora para o intervalo permitido no Eurocódigo 2:2010. De acordo com o regulamento o limite inferior da inclinação da escora é de $21,8^\circ$, obtendo a solução mais econômica possível. Esta hipótese aumenta a solicitação da escora ao esmagamento do betão, que independente da inclinação também precisa ver sua segurança verificada.

3.3. Hipótese de Cálculo 3: suspensão parcial

- 1ª Etapa: Definição do MET

Não fosse a inclinação das escoras ser superior ao limite do Eurocódigo 2:2010, o MET da figura 27 poderia apresentar uma solução construtiva mais adequada quando comparada ao modelo anterior, do ponto de vista de solicitação ao esforço transversal, pois neste modelo uma parcela da carga vai direta para o apoio. Este modelo é a combinação dos dois modelos apresentados anteriormente.

Cito novamente que o seguinte modelo não é válido de acordo com o Eurocódigo 2:2010 mas a título de curiosidade e também porque dependendo da geometria poderia atender os critérios do Eurocódigo 2:2010. É de referir que pelo menos para as normas NBR 6118:2014 e ACI 318:2011 o MET das figuras 25 e 27 está dentro dos parâmetros de inclinação das escoras.

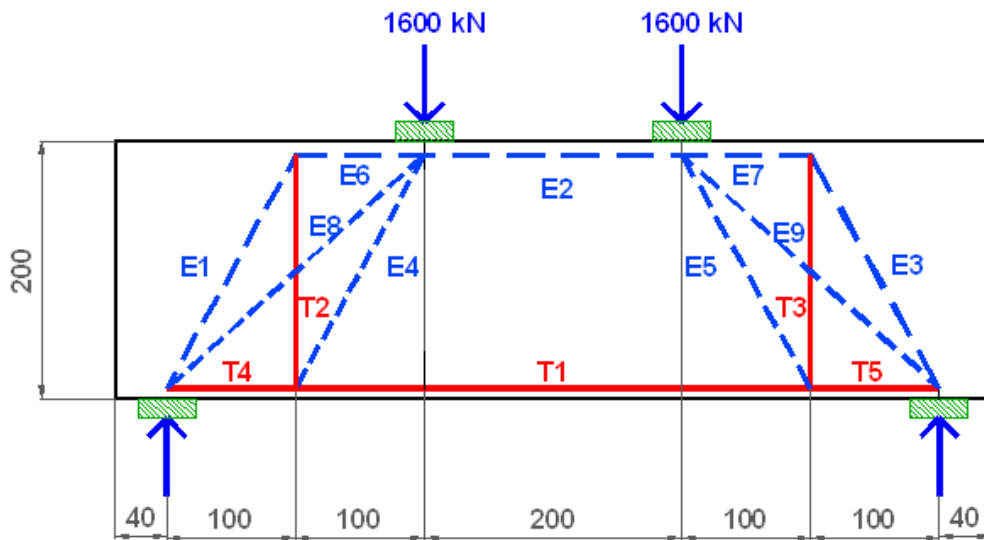


Figura 27 - Treliza para hipótese de cálculo 3 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

A hipótese de cálculo da profundidade da linha neutra dos modelos anteriores é válida para este modelo, ou seja:

$$z = d - \frac{y}{2} = 181,4cm$$

- 2ª Etapa: Verificação da Resistência dos Tirantes

A figura 28 mostra detalhadamente os esforços do MET.

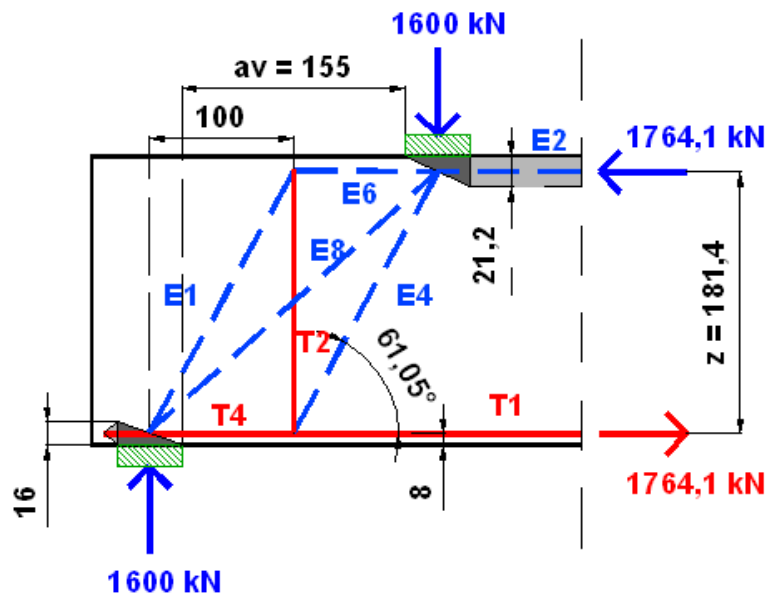


Figura 28 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 3 (acervo pessoal, 2016)

O tirante "T1" apresenta o mesmo esforço dos modelos anteriores, logo:

$$A_s = \frac{F_y}{\sigma_{Rd,max}} = \frac{1764,1}{43,48} = 40,57 \text{ cm}^2 \rightarrow 14\Phi 20$$

Assim como no modelo anterior, o tirante "T4" apresenta um esforço menor que o tirante "T1", mas como o comprimento é de apenas 1m, será considerada a mesma solução.

De acordo com o EC2, o tirante "T2" pode ver seu esforço reduzido, assim:

$$92 \text{ cm} \leq a_v = 155 \text{ cm} \leq 368 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed} \times a_v / 2d}{z f_{ywd} \cot \theta} = \frac{1600 \times 155 / 368}{1,814 \times 43,48 \times \cot 61,05^\circ} = 15,45 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow E\Phi 16c / 12,5 \text{ cm}$$

$$V_{Ed} \leq A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha$$

$$V_{Ed} \leq \pi \cdot 0,008^2 \times 434,8 \times 10^6 \times \sin 61,05$$

$$1600 \text{ kN} \leq 7649 \text{ kN}$$

- 3ª Etapa: Verificação da Resistência das Escoras

Verificação da escora 2:

$$\sigma_{Ed} = \frac{1764,1}{0,212 \times 0,500} = 16,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

Verificação da escora 1 e 4:

$$V_{Rd,max} = 1,0 \times 0,5 \times 1,81 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{16700}{\cot 61,05 + \tan 61,05} = 5.761,3 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 1.600 \text{ kN}$$

- 4ª Etapa: Verificação dos Nós

Verificação do Nó 1 (CCT – Nó comprimido com tirantes numa direção), conforme detalhado na figura 29:

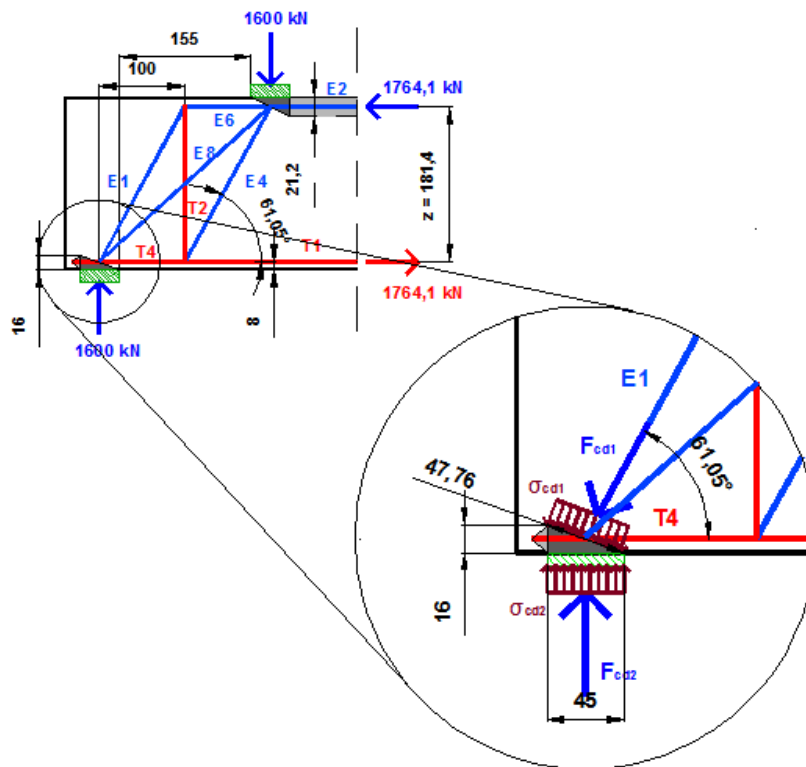


Figura 29 - Detalhe do Nó 1 para hipótese de cálculo 3 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

NOTA: como o nó apresenta um estado hidrostático de tensão, então é suficiente a verificação de tensões do nó em apenas uma face, pois o círculo se degenera para um ponto. No entanto, neste trabalho serão verificadas duas faces em direções distintas, que é exigido quando não é estado hidrostático de tensão.

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 12,75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd1} = \frac{1600 / \sin(61,05)}{0,471 \times 0,500} = 7,76 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd2} = \frac{1600}{0,450 \times 0,500} = 7,11 \text{ MPa}$$

Verificação do Nó 2 (CCC – Nó comprimido sem tirantes), conforme detalhado na figura 30:

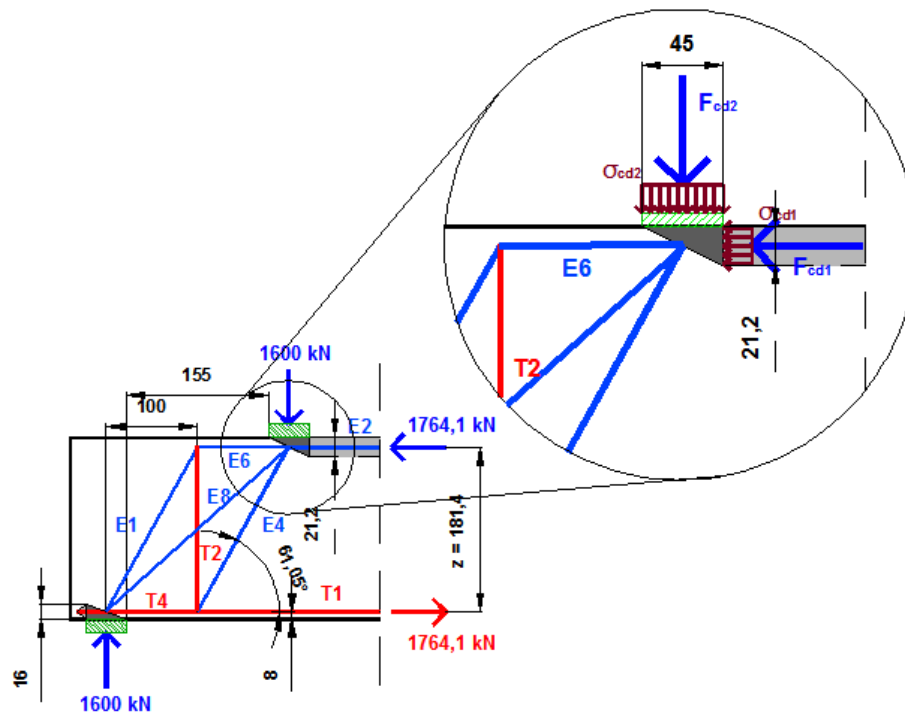


Figura 30 - Detalhe do Nó 2 para hipótese de cálculo 3 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 15,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd1} = \frac{1764,1}{0,212 \times 0,500} = 16,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd2} = \frac{1600}{0,450 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} \geq \sigma_{cd1} \rightarrow \text{Não verifica}$$

Comentários:

- ✓ Modelo adequado quando o caminho das cargas para o apoio é relativamente curto, onde pode-se considerar que uma parcela da carga vai direta para o apoio. Independente, não verificou-se a segurança do nó 2;
- ✓ A solução de estribos encontrada é reduzida em mais da metade do modelo anterior pela contribuição da escora apoiada direta no apoio. No modelo 2: $\frac{A_{sw}}{s} = 36,67 \text{ cm}^2/\text{m}$ e no modelo 3: $\frac{A_{sw}}{s} = 15,45 \text{ cm}^2/\text{m}$. A figura 31 mostra a seção transversal das duas soluções anteriores:

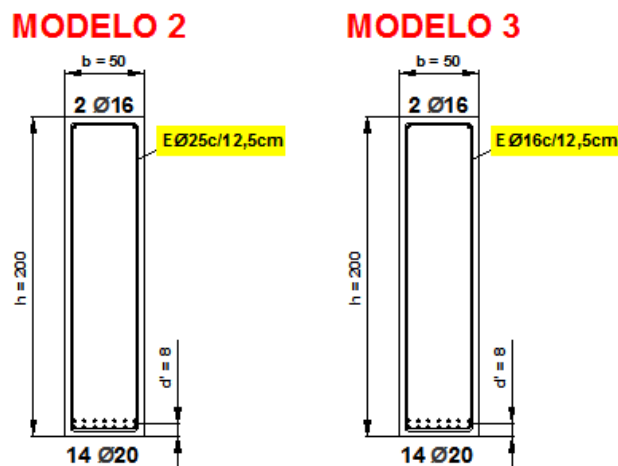


Figura 31 - Comparativo entre solução de estribo para modelo de cálculo 2 e 3 (acervo pessoal, 2016)

- ✓ Outra forma de representar que uma parcela da carga vai direta para o apoio é o MET da figura 32 que neste caso pela geometria da mesma também não atende os critérios do Eurocódigo 2:2010 no parâmetro de máxima inclinação das escoras, mas conseguiu reduzir as inclinações.

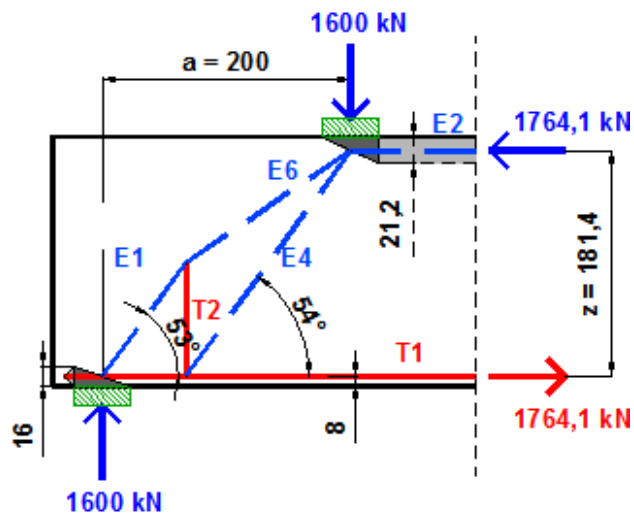


Figura 32 - Detalhe adaptado de treliça para hipótese de suspensão parcial - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

- ✓ Independente da melhor inclinação do MET, a hipótese de suspensão parcial não prevê armadura de pele, então se apresenta o MET com escoras tipo “garrafa” de acordo com os critérios definidos no Eurocódigo 2:2010 inclusive respeitando as inclinações do mesmo.

3.4. Hipótese de Cálculo 4: escora tipo garrafa

- 1ª Etapa: Definição do MET

A espessura de escora 2 será alterada, pois os modelos anteriores não verificaram a segurança do nó 2 na face da escora 2 que, por iterações, encontra-se o valor de $y = 23,7 \text{ cm}$.

As figuras 33 e 34 em baixo mostram o modelo de cálculo com escoras em garrafa sobreposto sob o fluxo de tensões principais de tração e compressão, respectivamente.

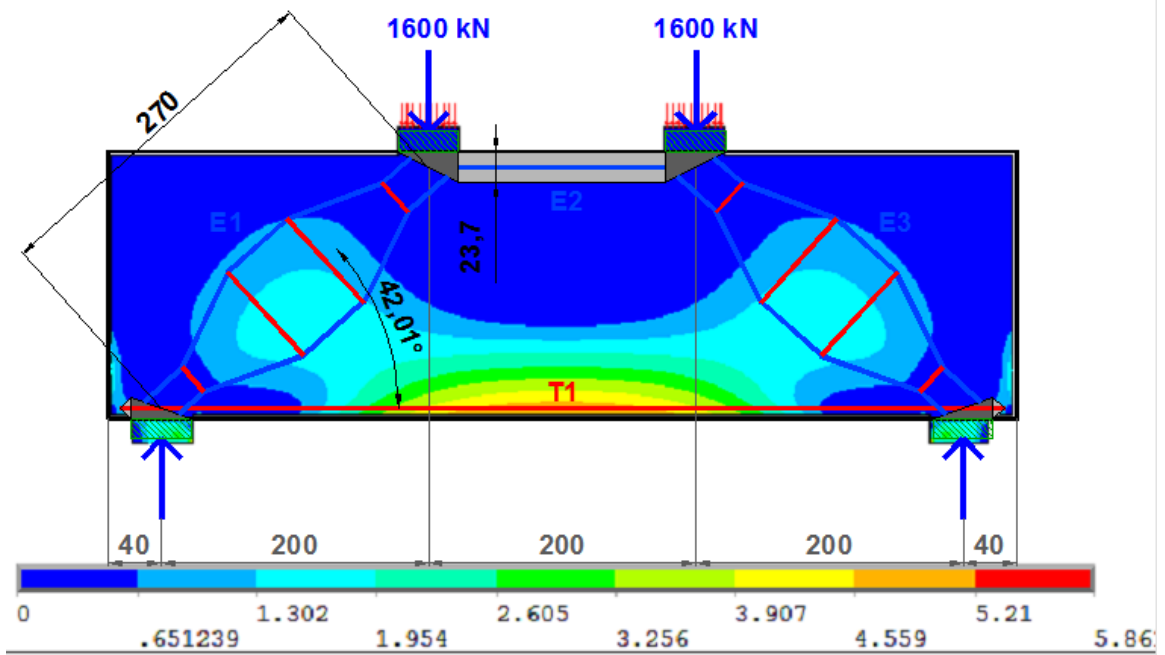


Figura 33 - Sobreposição de tensões principais de tração e treliça do modelo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

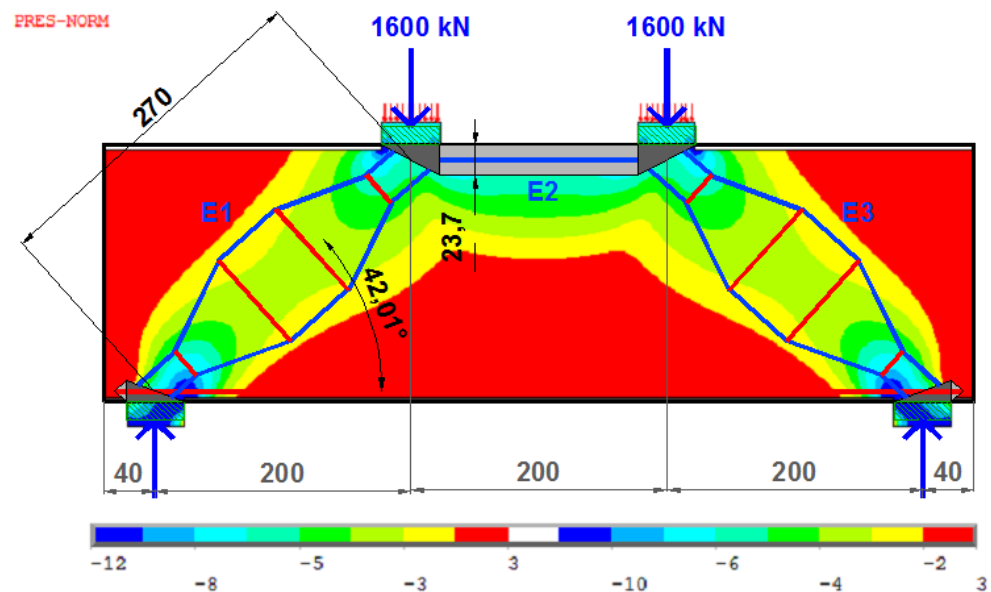


Figura 34 - Sobreposição de tensões principais de compressão e treliça do modelo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

- 2ª Etapa: Verificação da Resistência dos Tirantes

A figura 35 mostra detalhadamente os esforços do MET.

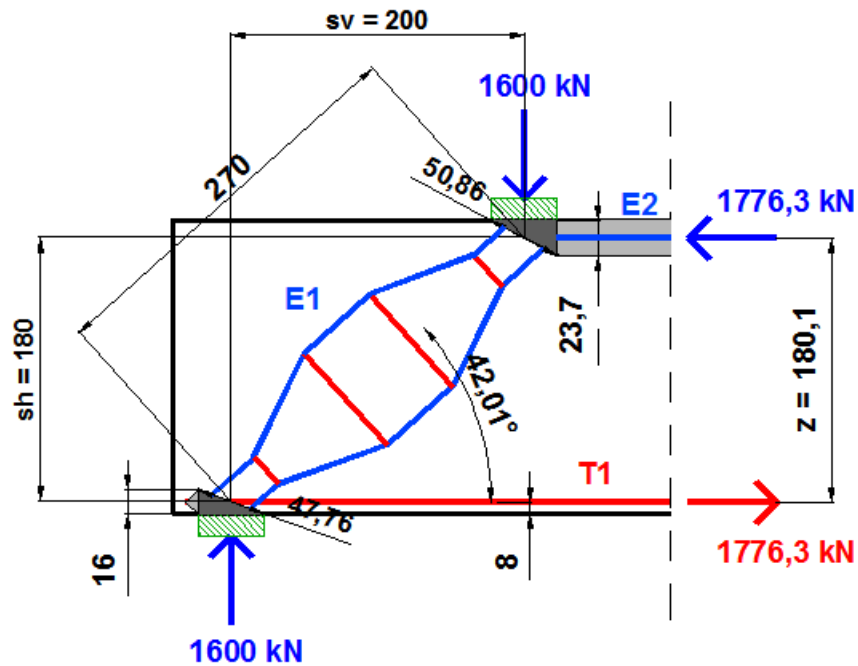


Figura 35 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

Verificação da resistência do Tirante "T1":

$$A_s = \frac{F_y}{\sigma_{Rd,max}} = \frac{1776,3}{43,48} = 40,85 \text{ cm}^2 \rightarrow 14\phi 20$$

Verificação da resistência dos Tirantes "dentro da escora" e cálculo de armadura de pele e esforço transversal em seus respectivos comprimentos de distribuição:

$$a = \frac{50,86 + 47,76}{2} = 49,3 \text{ cm}$$

$$T = \frac{1}{4} \times \left(1 - 0,7 \times \frac{49,3}{270/2} \right) \times 1600 / \sin(42,01) = 444,89 \text{ kN}$$

$$T_v = 444,89 \times \cos(42,01) = 330,6 \text{ kN}$$

$$T_h = 444,89 \times \sin(42,01) = 297,8 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{330,6/43,48}{2,00} = 3,80 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow E\phi 10\text{c}/20\text{cm}$$

$$\frac{A_{sh}}{s_h} = \frac{297,8/43,48}{1,80} = 3,81 \text{ cm}^2/m \rightarrow E\phi 10c/20cm$$

- 3ª Etapa: Verificação da Resistência das Escoras

Verificação da escora 2:

$$\sigma_{Ed} = \frac{1776,3}{0,237 \times 0,500} = 15,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

Verificação da Escora 1 e 3:

$$b_{ef} = 0,5 \times 270 + 0,65 \times 49,3 = 167 \text{ cm}$$

$$\sigma_{Ed} = \frac{1600/\sin(42,01)}{1,670 \times 0,500} = 2,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 9,0 \text{ MPa}$$

- 4ª Etapa: Verificação dos Nós

Verificação do Nó1 (CCT – Nó comprimido com tirantes numa direção), conforme detalhado na figura 36:

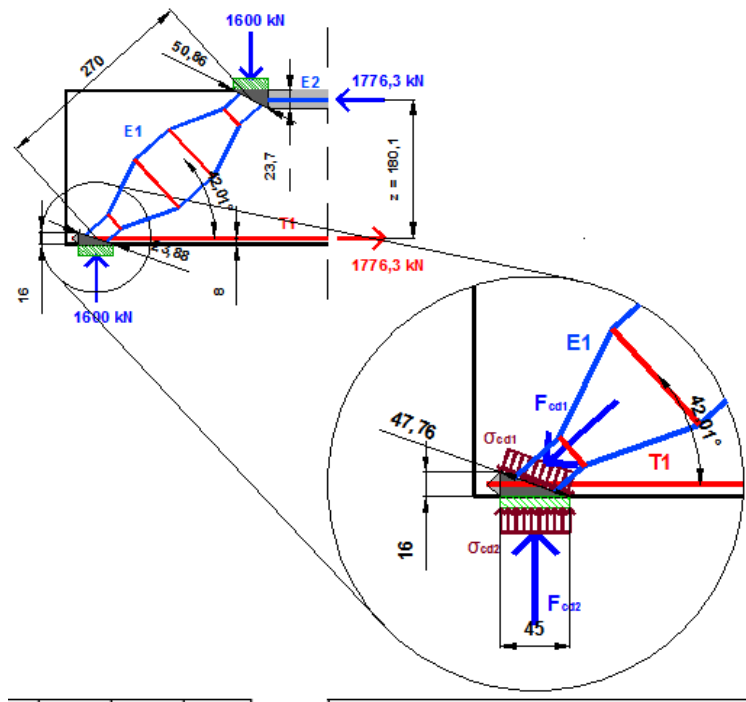


Figura 36 - Detalhe do Nó 1 para hipótese de cálculo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 12,75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd1} = \frac{1600 / \sin(42,01)}{0,477 \times 0,500} = 10,02 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd2} = \frac{1600}{0,450 \times 0,500} = 7,11 \text{ MPa}$$

Verificação do Nó2 (CCC – Nó comprimido sem tirantes), conforme detalhado na figura 37:

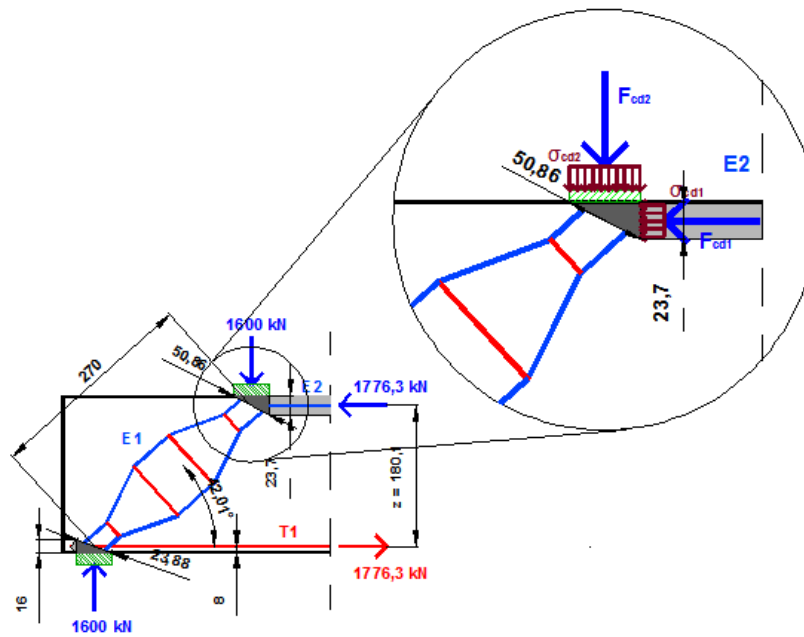


Figura 37 - Detalhe do Nó 2 para hipótese de cálculo 4 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 15,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd1} = \frac{1776,3}{0,237 \times 0,500} = 14,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd2} = \frac{1600}{0,450 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

- 5ª Etapa: Solução Construtiva

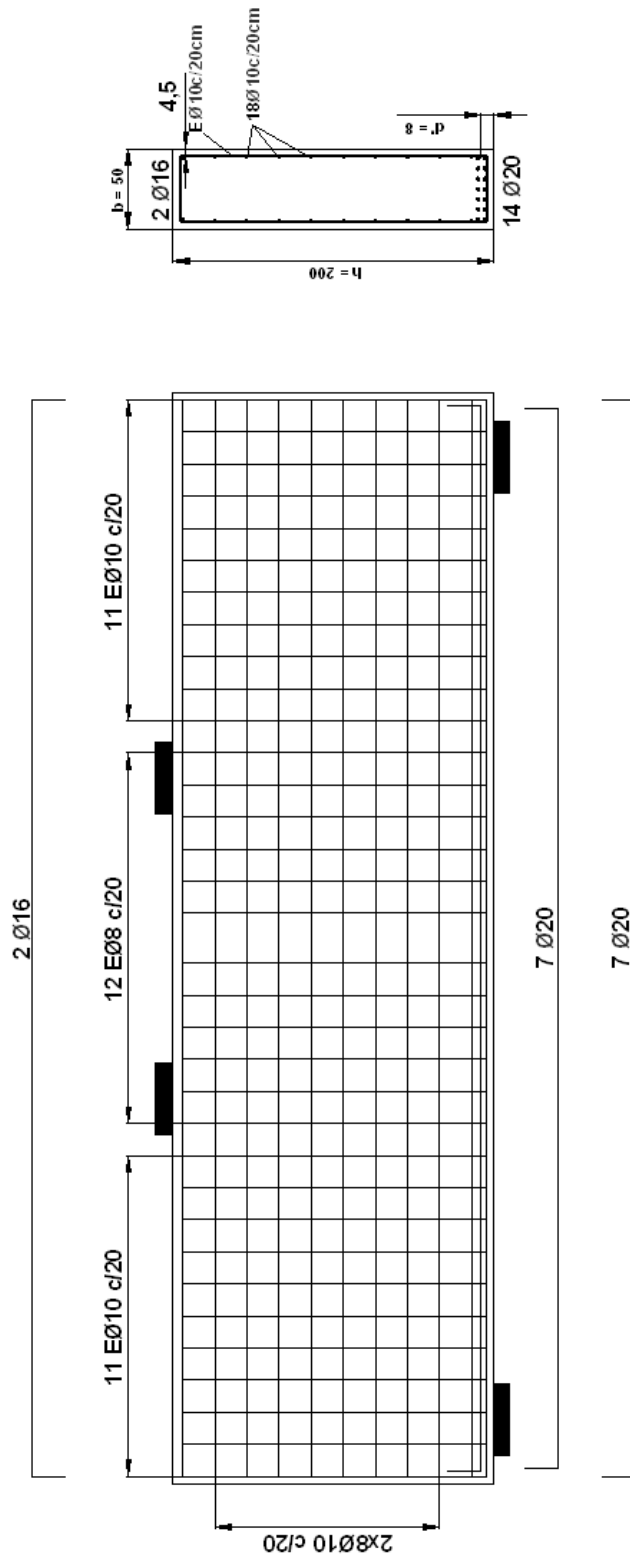


Figura 38 - Corte longitudinal e transversal da viga-parede dimensionada - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

Comentários:

- ✓ Dos modelos de cálculo vistos, é o único que apresenta armadura de pele;
- ✓ Modelo a adotar apenas para vigas altas, pois não é razoável armadura de pele em vigas de baixa altura;
- ✓ Modelo extremamente simplificado pela introdução da escora garrafa;

Validação dos resultados através de análise pelo Método dos Elementos Finitos

Através do programa de cálculo ANSYS de elementos finitos foi feita a modelagem da viga parede utilizando uma análise elástica linear isotrópica.

Foram utilizados dois tipos de elementos finitos: elemento tridimensional estrutural hexaédrico de oito nós (SOLID 45), para representar o concreto, e elemento unidimensional estrutural de dois nós (LINK 8), para representar o aço. Ambos apresentam três graus de liberdade translacionais por nó (DX, DY, DZ).

A viga de betão foi definida de acordo com as medidas e características apresentadas e introduzida a armadura calculada anteriormente, obtendo-se a malha de armadura da figura 39.

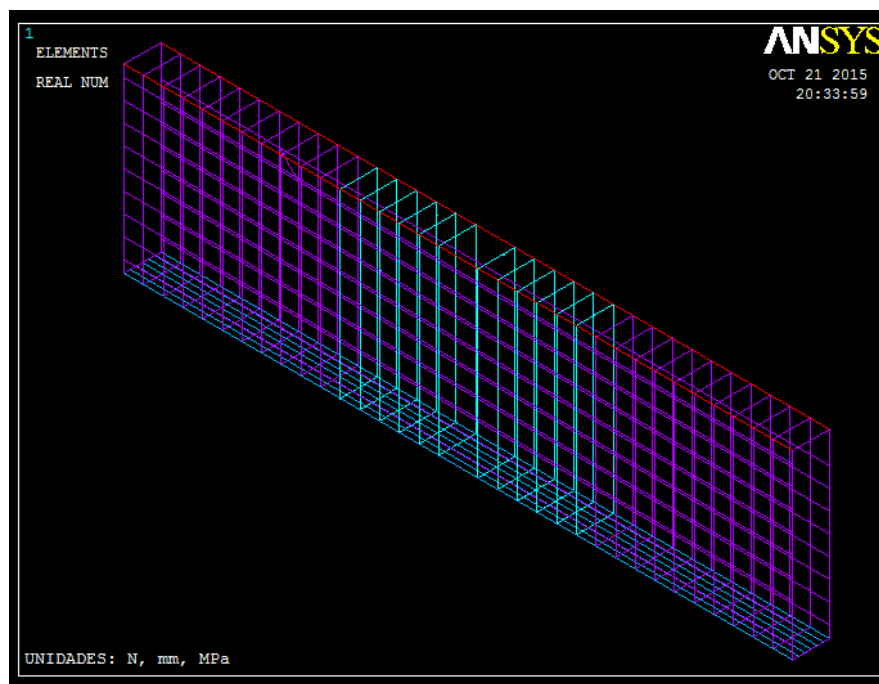


Figura 39 – Malha de Armadura no programa de Elementos Finitos (acervo pessoal, 2016)

Vários resultados foram extraídos do programa ANSYS que poderão ser consultados no Apêndice B.

- Para a validação das tensões no tirante iremos usar como base as tensões horizontais no aço, conforme figura 40.

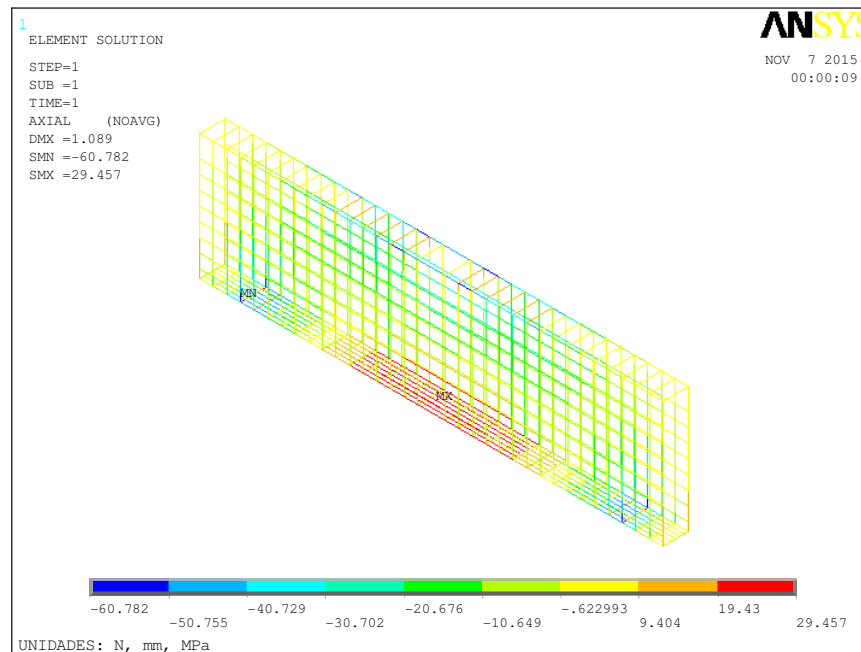


Figura 40 - Tensões horizontais no aço (acervo pessoal, 2016)

Da análise das tensões horizontais no aço através do Método dos Elementos Finitos a maior tensão no aço é de 29,5MPa. Anteriormente havia sido calculada a tensão de 40MPa.

Comentários:

- ✓ A diferença de 25% é significativa, mas resguardando a segurança;
 - ✓ No próprio dimensionamento do aço é imposto que a tensão atuante seja o mais próximo possível da tensão resistente, a fim de otimizar a solução;
 - ✓ A análise do ANSYS é uma análise de tensões e não o cálculo para o Estado Limite Último.
- Para a validação das tensões nos nós e nas escoras calculadas anteriormente iremos usar como base as tensões horizontais do betão sem a influência do aço obtidas do programa ANSYS, conforme figura 41.

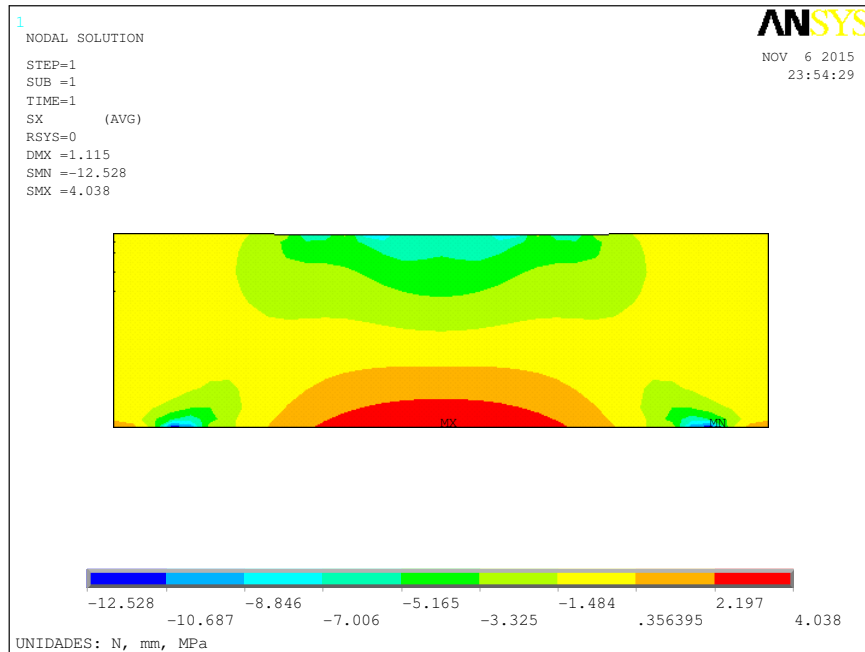


Figura 41 – Tensões horizontais no betão, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)

O gráfico da figura 42 é um comparativo das tensões horizontais no betão em MPa obtidas pelo programa de cálculo ANSYS e as tensões anteriormente calculadas nas escoras 1 e 2 e nos nós 1 e 2.

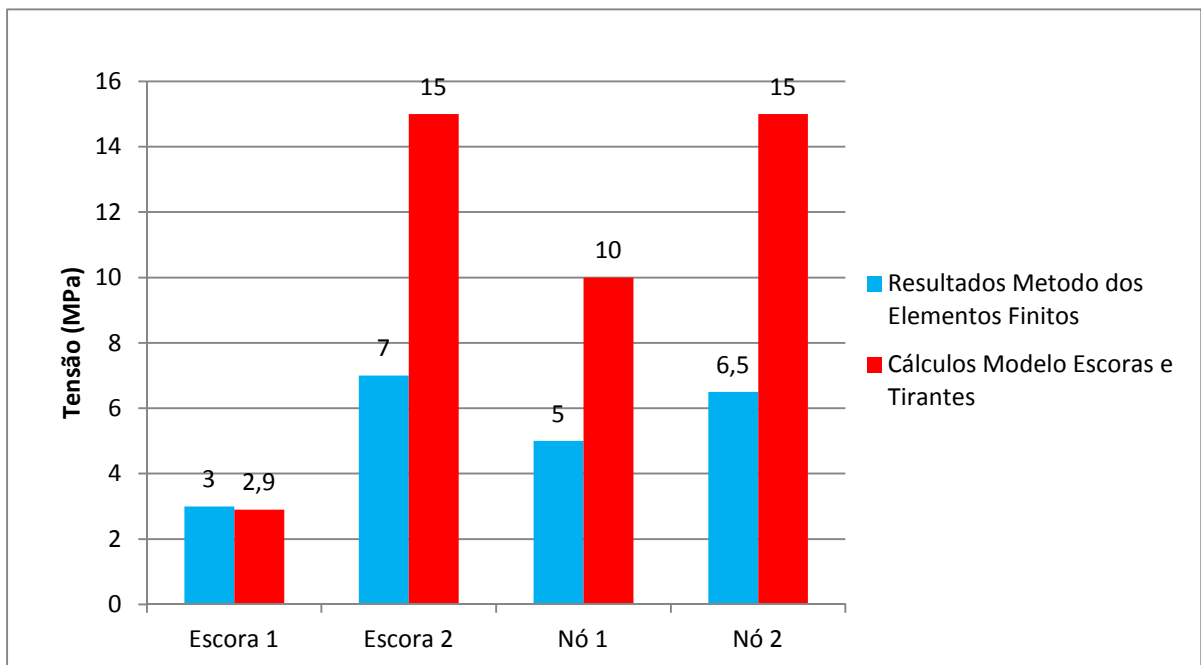


Figura 42 – Gráfico comparativo dos resultados do MET e Método dos Elementos Finitos para o Modelo de Cálculo 4 (acervo pessoal, 2016)

Comentários:

- ✓ À exceção da escora 1, as tensões calculadas no betão no modelo escoras e tirantes foram o dobro das tensões calculadas através do método dos elementos finitos;
- ✓ A altura da escora 2 não está compatível com a região das tensões atuantes na envolvente, conforme figura 43.

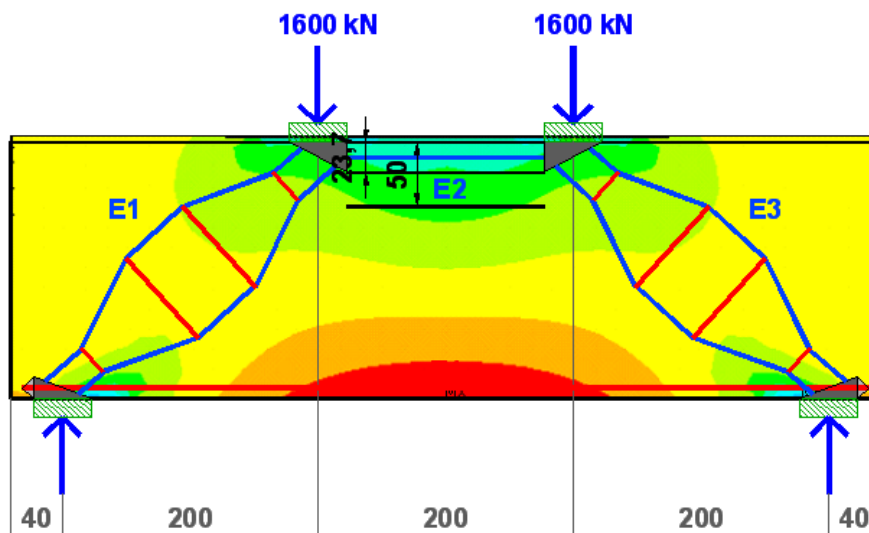


Figura 43 - Sobreposição do modelo escoras e tirantes do modelo 4 sobre ilustração de tensões horizontais no betão, sem a influência do aço - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

3.5. Hipótese de Cálculo 5: escora tipo garrafa com imposição de estado hidrostático de tensão

- 1ª Etapa: Definição do MET

A figura 43 representa o último modelo de cálculo onde a altura da escora 2 é alterada de forma a melhorar o posicionar da escora de acordo com as tensões no betão. Além disso, a altura da escora foi também dimensionada para garantir o estado hidrostático de tensão dos nós que não havia sido verificado anteriormente. Por iterações, chega-se ao valor de $y = 50,0 \text{ cm}$, conforme ilustrado na figura 44:

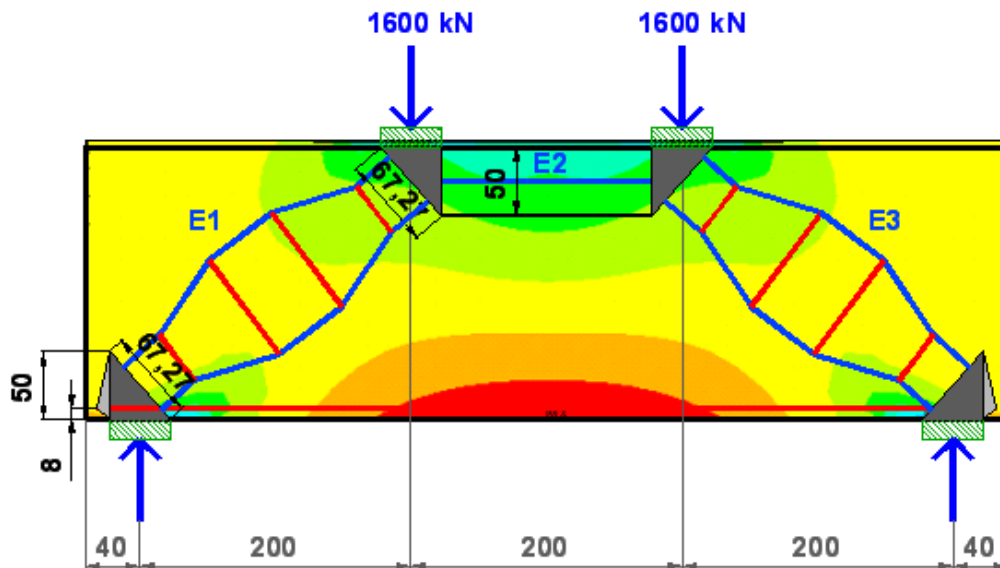


Figura 44 - Sobreposição de tensões horizontais sobre treliça do modelo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

- 2ª Etapa: Verificação da Resistência dos Tirantes

A figura 45 mostra detalhadamente os esforços do MET.

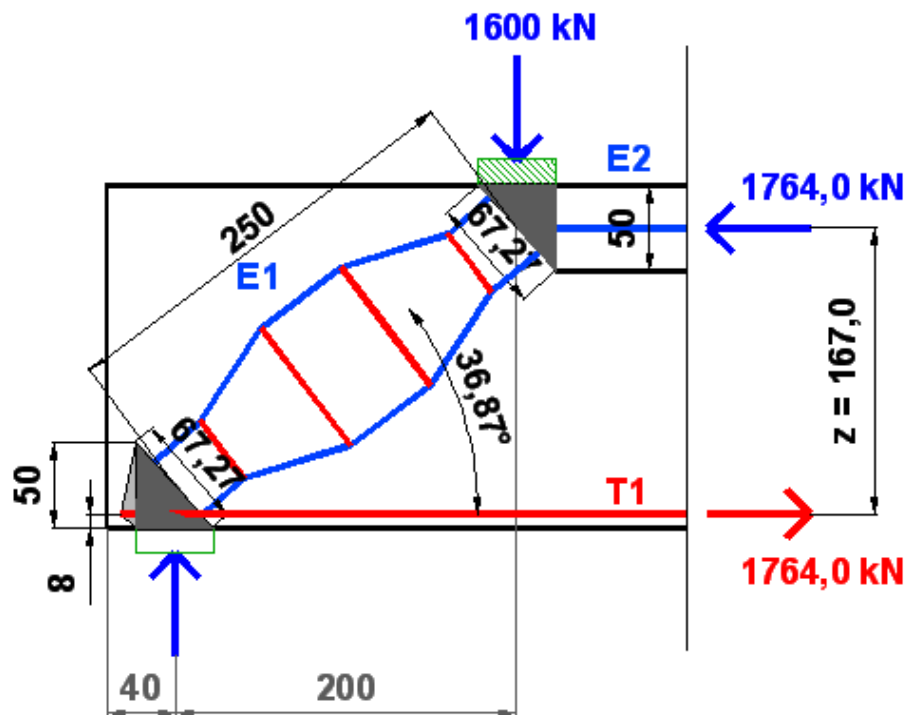


Figura 45 - Detalhe de treliça para hipótese de cálculo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

Verificação da resistência do Tirante "T1":

$$A_s = \frac{F_y}{\sigma_{Rd,max}} = \frac{1764,0}{43,48} = 40,57 \text{ cm}^2 \rightarrow 14\Phi 20$$

Verificação da resistência dos Tirantes "dentro da escora":

$$a = 67,27 \text{ cm}$$

$$T = \frac{1}{4} \times \left(1 - 0,7 \times \frac{67,27}{250/2} \right) \times 1600 / \sin(36,87^\circ) = 415,52 \text{ kN}$$

$$T_v = 415,52 \times \cos(36,87^\circ) = 332,42 \text{ kN}$$

$$T_h = 415,52 \times \sin(36,87^\circ) = 249,31 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{332,42/43,48}{2,00} = 3,82 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow E\phi 10\text{c}/20\text{cm}$$

$$\frac{A_{sh}}{s_h} = \frac{249,31/43,48}{1,67} = 3,43 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow E\phi 10\text{c}/20\text{cm}$$

- 3ª Etapa: Verificação da Resistência das Escoras

Verificação da escora 2:

$$\sigma_{Ed} = \frac{1764,0}{0,500 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa}$$

Verificação da Escora 1 e 3:

$$b_{ef} = 0,5 \times 250 + 0,65 \times 67,27 = 168,7 \text{ cm}$$

$$\sigma_{Ed} = \frac{1600 / \sin(36,87^\circ)}{1,687 \times 0,500} = 3,16 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 9,0 \text{ MPa}$$

- 4ª Etapa: Verificação dos Nós

Verificação do Nó1 (CCT – Nó comprimido com tirantes numa direção), conforme figura 46:

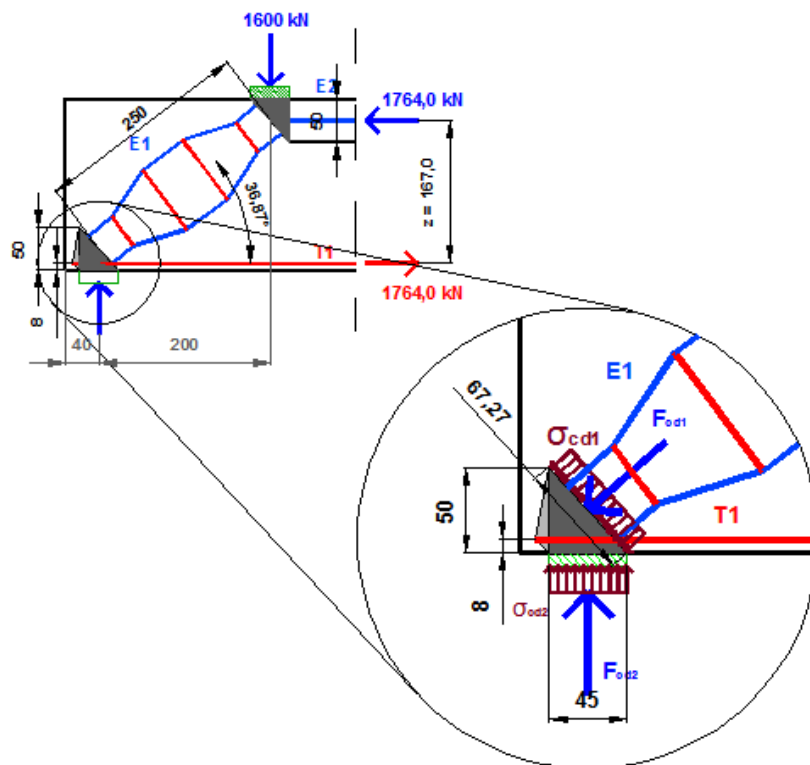


Figura 46 - Detalhe do Nó 1 para hipótese de cálculo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 12,75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd1} = \frac{2382,0}{0,673 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd2} = \frac{1600}{0,450 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

Verificação do N62 (CCC – Nó comprimido sem tirantes), conforme figura 47:

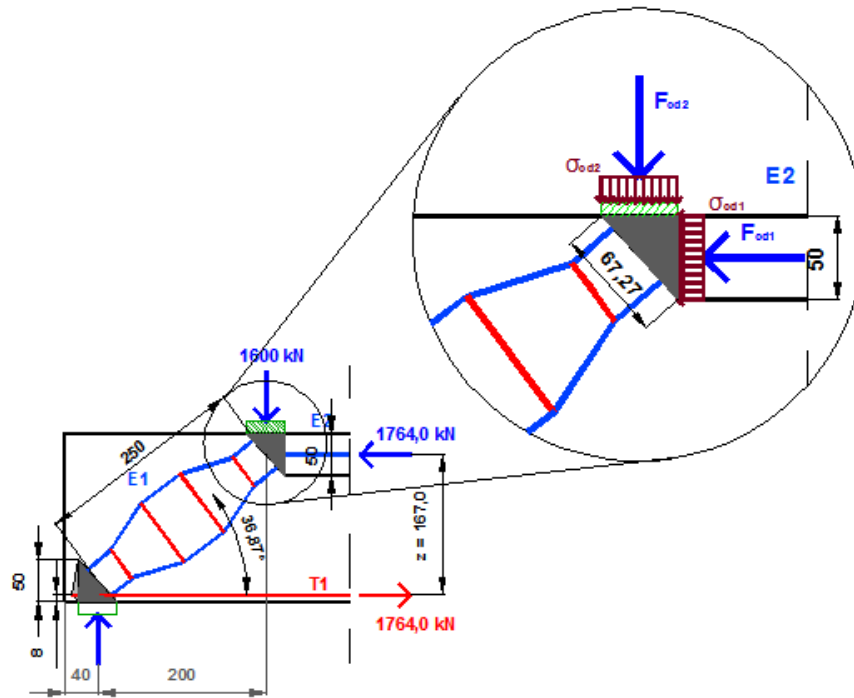


Figura 47 - Detalhe do Nó 2 para hipótese de cálculo 5 - dimensões: cm (acervo pessoal, 2016)

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 \times \left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1,5} = 15,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd1} = \frac{1764,0}{0,500 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd2} = \frac{1600}{0,450 \times 0,500} = 7,1 \text{ MPa}$$

Comentários:

- ✓ O gráfico da figura 48 mostra que resultado analítico do modelo de cálculo 5 aproximou-se dos resultados do ANSYS do Método dos Elementos Finitos:

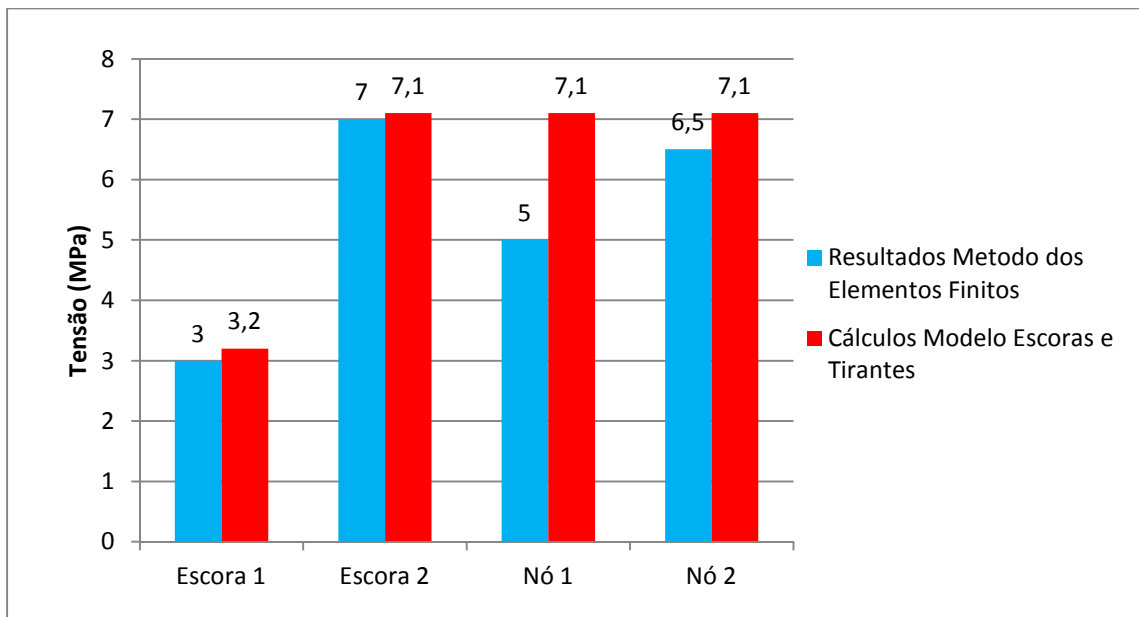


Figura 48 - Gráfico comparativo dos resultados do MET e Método dos Elementos Finitos para o Modelo de Cálculo 5 (acervo pessoal, 2016)

- ✓ A imposição do estado hidrostático de tensão aproximou-se de um melhor posicionamento da escora no campo de tensões;
- ✓ Apesar de essa última modificação ter alterado bastante o resultado das tensões atuantes no betão, a solução de armadura manteve-se igual.

4. Conclusões

O presente trabalho apresentou estratégias para o dimensionamento de vigas-parede de acordo com o Modelo Escoras e Tirantes e critérios do Eurocódigo 2:2010. Começou-se com um caso simples meramente explicativo, o modelo de cálculo 1, para introdução ao conceito do MET onde apenas estava previsto armadura longitudinal inferior.

O modelo de cálculo 2 é caracterizado pela introdução de tirantes verticais que representam a armadura de esforço transversal da viga. Nesse modelo desenvolveu-se o conceito de caminho de carga onde se pressupõe que a carga é totalmente suspensa até ao apoio.

O modelo 3 não é aceite pelos critérios do Eurocódigo 2:2010 por elevada inclinação da escora, mas poderia ser um exemplo viável em outras normas como a NBR 6118:2014 e ACI 318:2011. Neste conclui-se que para vigas onde o caminho de carga é curto, parte do esforço vai diretamente para o apoio e a armadura transversal irá suspender a outra parcela até chegar ao apoio.

O modelo de cálculo 4 é caracterizado pela simplificação da resolução por meio de formulação prevista no Eurocódigo 2:2010 da chamada escora tipo “garrafa”. Esta, além de simplificar a resolução prevê armadura de pele na viga parede que para vigas altas mostra-se bastante oportuno.

Em todos os modelos de cálculo, o início foi marcado pela escolha da altura da escora 2 que, sempre foi a menor possível de forma a garantir a segurança. Com a comparação do MET ao Método dos Elementos Finitos, ficou claro que, além de posicionar corretamente as escoras é importante definir a sua altura de acordo com o campo de tensões. No modelo de cálculo 5 verificou-se que, a correta determinação da altura das escoras tende para o estado hidrostático de tensões nos nós. Este mostrou-se o mais realista também pela aproximação aos resultados do Método dos Elementos Finitos. Note-se que não foram reajustadas as tensões dos modelos de cálculo anteriores ao novo valor da espessura da escora 2, que no modelo de cálculo de suspensão parcial iria resultar na redução da inclinação da escora e conseqüentemente um resultado mais coerente.

Para a correta definição do Modelo Escoras e Tirantes é aconselhável uma análise previa pelo Método dos Elementos Finitos. Outra opção é visualizar a verificação de segurança nos nós e impor o estado hidrostático de tensão.

Desenvolvimentos futuros:

- Verificar a praticidade dos programas automáticos disponíveis no mercado para o dimensionamento de elementos de betão armado através do modelo escoras e tirantes;
- Analisar regiões de descontinuidades em outros elementos de betão armado;
- Analisar e comparar os critérios de segurança de outras Normas e Pesquisadores na aplicação do Modelo Escoras e Tirantes.

Referências Bibliográficas

Theory for ANSYS Release 11.0, Canonsburg, ANSYS Inc., 2007

Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95), Appendix A: Strut-And-Tie Models, Farmington Hills, Michigan, 2011

CSA Standard-A23.3-94 – Design of Concrete Structures, Ontario, Rexdale, 1994

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London: Thomas Telford Services Ltd., 1995

COOK, W.; MITCHELL, D. **Studies of Disturbed Regions Near Discontinuities in Reinforced Concrete Members**, ACI Structural Journal, 1988

NP EN 1992-1-1 (Norma Portuguesa) – **Projeto de Estruturas de Betão- Laboratório Nacional de Engenharia Civil**, Termo de Homologação nº68/98, Lisboa, Abril de 2010

MACGREGOR, James G.; WIGHT, James K., **Reinforced Concrete Mechanics & Design**, New Jersey, Prentice-Hall Inc., 2011

MARTI, P., **Basic tools of reinforced concrete beam design**, ACI Structural Journal, 1985

SCHLAICH, Michael; ANAGNOSTOU, Georg, **Stress Fields for Nodes of Strut-And-Tie**, ACI Structural Journal, 1990

SOUZA, Rafael A., **Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de elementos com descontinuidades**, Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004

TJHIN, Tjen N.; KUCHMA, Daniel A., **Computer-Based Tools for Design by Strut-and-Tie Method: Advances and Challenges**, ACI Structural Journal, 2002

YE, Wenjing. Solid Mechanics I, Department of Mechanical Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong 2010. Disponível em: <www.me.ust.hk>. Acesso em: 10 dezembro 2015.

Apêndice A

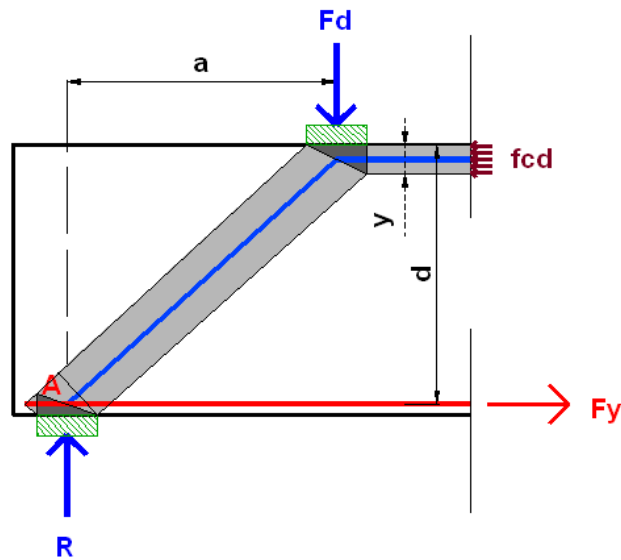


Figura 49 – Corte de Ritter em Viga-Parede (acervo pessoal, 2016)

$$\sum M_A = 0$$

$$f_{cd} \times b \times y \times \left(d - \frac{y}{2}\right) - F_d \times a = 0$$

$$\left(-f_{cd} \times \frac{b}{2}\right) \times y^2 + (f_{cd} \times b \times d) \times y - F_d \times a = 0$$

$$y = \frac{-f_{cd} \times b \times d \pm \sqrt{f_{cd}^2 \times b^2 \times d^2 - 2 \times f_{cd} \times b \times F_d \times a}}{-2 \times f_{cd} \times \frac{b}{2}}$$

$$y = \frac{-f_{cd} \times b \times d}{-f_{cd} \times b} \pm \sqrt{\frac{f_{cd}^2 \times b^2 \times d^2 - 2 \times f_{cd} \times b \times F_d \times a}{f_{cd}^2 \times b^2}}$$

$$y = d \pm \sqrt{\frac{f_{cd}^2 \times b^2 \times d^2}{f_{cd}^2 \times b^2} - \frac{2 \times f_{cd} \times b \times F_d \times a}{f_{cd}^2 \times b^2}}$$

$$y = d \pm \sqrt{d - \frac{2 \times F_d \times a}{f_{cd} \times b}}$$

Apêndice B

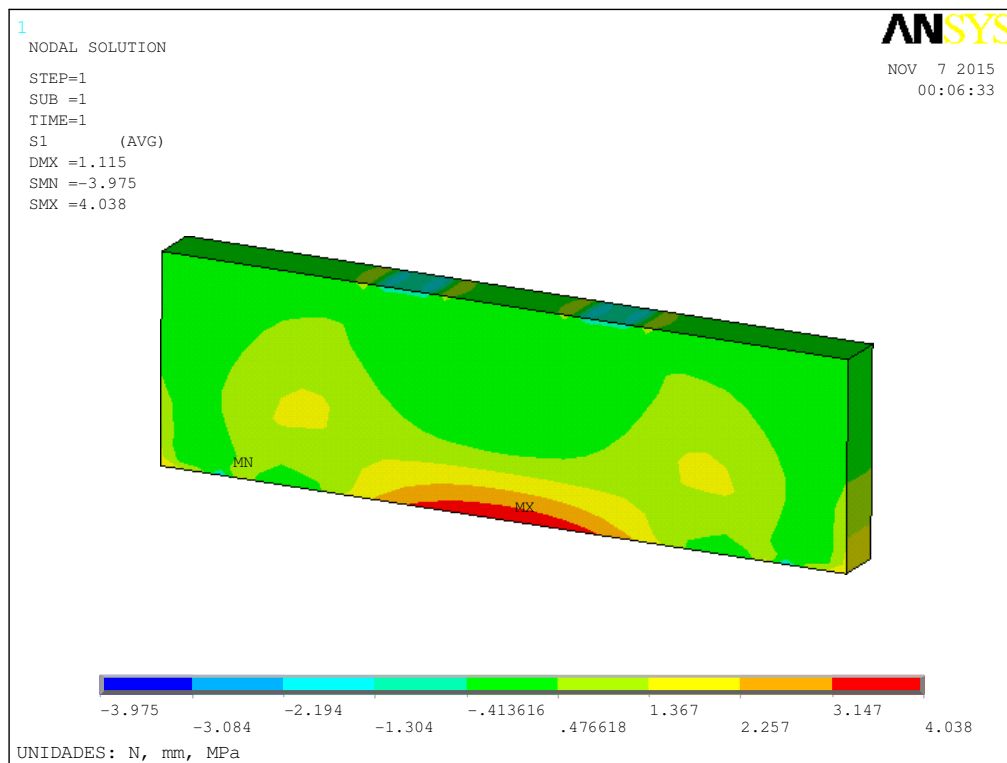


Figura 50 - Tensões principais de Tração, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)

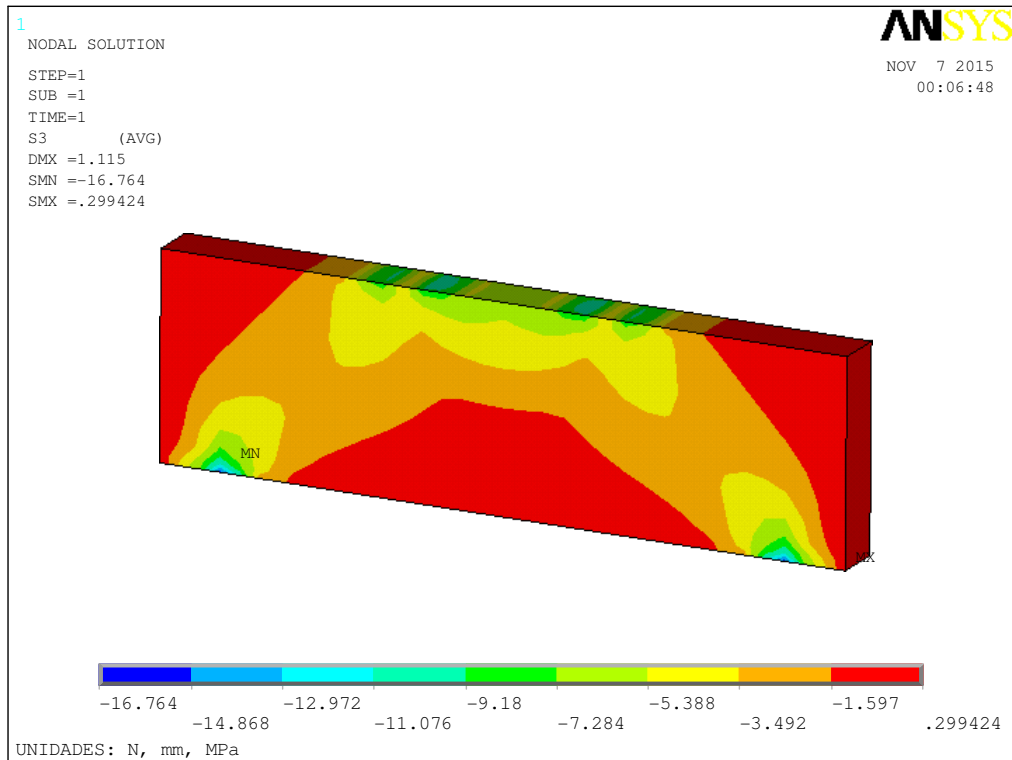


Figura 51 - Tensões principais de Compressão, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)

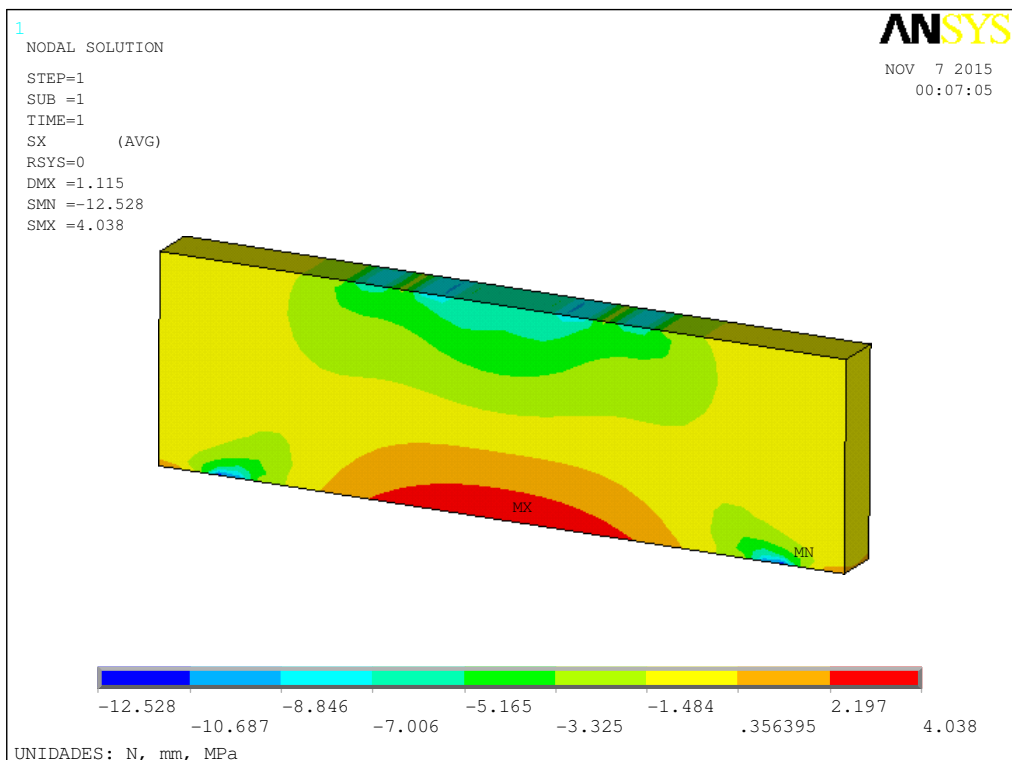


Figura 52 - Tensões horizontais, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)

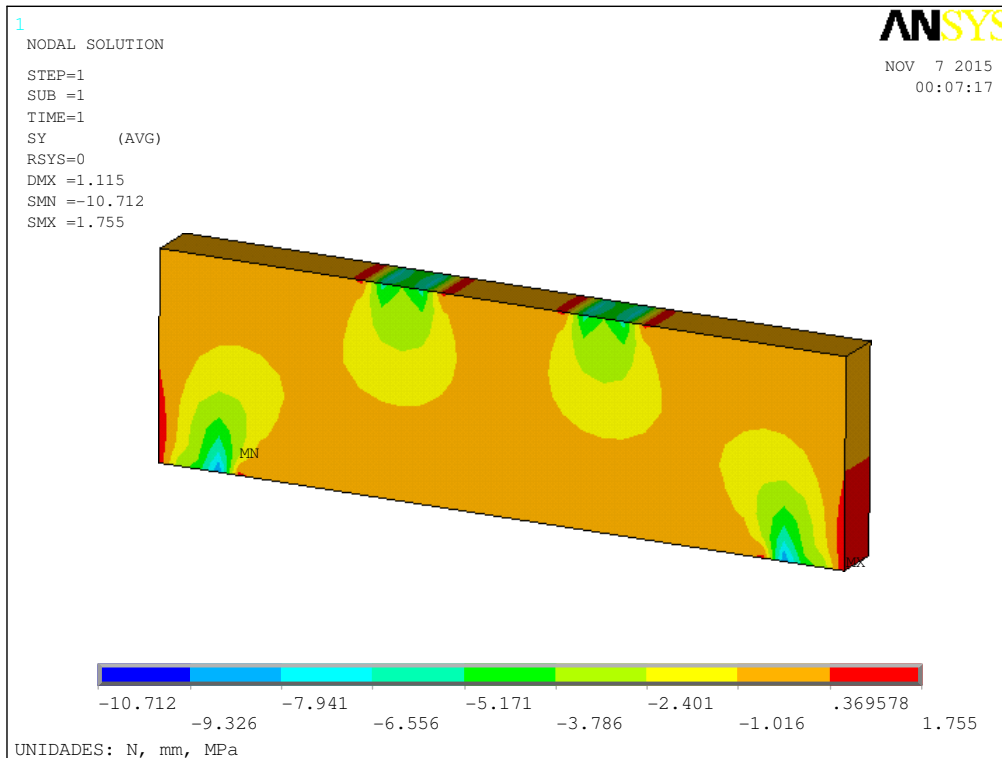


Figura 53 - Tensões verticais, sem a influência do aço (acervo pessoal, 2016)

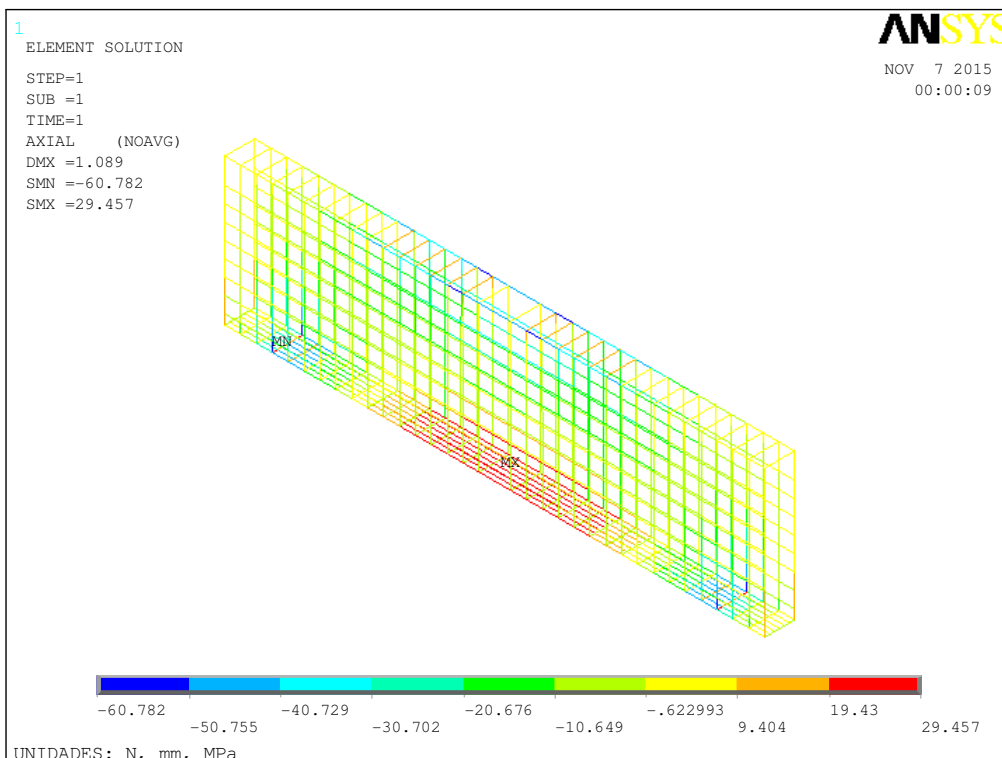


Figura 54 - Tensões horizontais no aço (acervo pessoal, 2016)